# Arbori digitali

SD 2015/2016

# Conținut

Arbori digitali

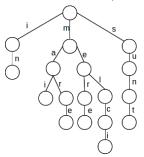
Compactarea lanturilor

Structuri Patricia

FII, UAIC ()

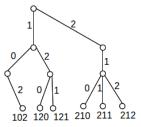
# Arbori digitali (Tries)

- O structură de date pentru a lucra cu șiruri de caractere care beneficiază de proprietățile structurale ale acestora
- ► Spațiul de memorie necesar reprezentării unui dicționar este redus: rădăcina comună este reprezentată o singură dată
- ▶ Economie de memorie cand există multe prefixe comune



# Arbori digitali

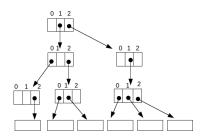
- ► Information retrieval
- ► Structură de date care se bazează pe reprezentarea digitală a elementelor
- ▶ Un arbore cu rădacină ordonat *k*-ar, unde *k* este numărul de cifre (litere din alfabet)
- ► Se presupune că elementele sunt reprezentate prin secvențe de cifre (litere) de aceeași lungime



FII, UAIC () Curs 11 SD 2015/2016 4 / 19

#### Arbori digitali - Structura de date

- ightharpoonup O listă înlănțuită de noduri, fiecare nod avand k fii
- ▶ Presupunem alfabetul  $\{0, ..., k-1\}$ ; elementele din S sunt chei, iar nodurile de pe frontieră memorează informațiile asociate acestor chei



#### Arbori digitali - Căutarea

▶ Caută un element a în structura t: parcurge drumul descris de secvența  $a[0], \ldots a[m-1]$ 

```
Function cauta(a, m, t)
begin
i \leftarrow 0
p \leftarrow t
while (p \neq NULL\ AND\ i < m) do
p \leftarrow p - > succ[a[i]]
i \leftarrow i + 1
return p
```

#### end

ightharpoonup Complexitatea timp pentru cazul cel mai nefavorabil: O(m)

FII, UAIC () Curs 11 SD 2015/2016 6 / 19

#### Arbori digitali - Inserarea

Inserarea unui cuvant x în structura t: simulează parcurgerea drumului descris de secvența  $x[0], \dots x[m-1]$ ; pentru componentele pentru care nu există noduri în t, adaugă un nod nou

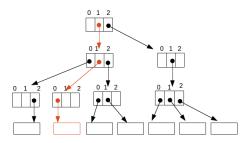


Figura: Inserarea cheii 110

#### Arbori digitali - Stergerea

- ▶ Un element *x* care trebuie eliminat este împărțit în:
  - un prefix comun
  - un sufix care nu mai aparține niciunui element
- ► Se parcurge drumul descris de x și se memorează într-o stivă
- ► Se parcurge acest drum înapoi și dacă pentru un nod toți succesorii sunt *nil*, atunci se elimină nodul

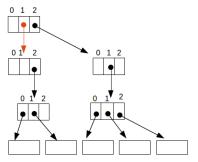


Figura: Eliminarea cheii 102

# Conținut

Arbori digitali

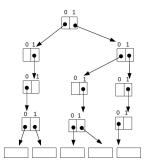
Compactarea lanturilor

Structuri Patricia

FII, UAIC () SD 2015/2016 9 / 19

#### Compactarea lanțurilor

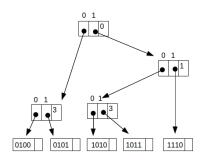
 O structură rară memorează puține chei; există multe lanțuri din noduri intermediare cu un succesor



► Eliminarea acestor lanțuri ar duce la îmbunătățirea complexității spațiu și timp; păstram doar nodurile intermediare cu cel puțin 2 succesori

# Compactarea lanțurilor

- ▶ In structura compactată se memorează:
  - în nodurile interne poziția de la care diferă cheile cu un prefix comun
  - în nodurile de pe frontieră cheia.



#### Compactarea lanțurilor - Operații

- ► Căutarea: similară cazului necompactat, cu deosebirea ca în fiecare nod este testată valoarea de pe poziția memorată de nod, iar cand se ajunge pe un nod de pe frontieră se testează cheia
- Inserarea presupune o operație de căutare a cheii urmată de inserarea unui nou nod care să distingă după poziția pe care diferă ultimul, respectiv noul nod

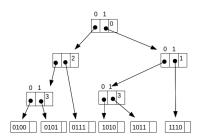


Figura: Inserarea cheii 0111

#### Compactarea lanțurilor - Operații

- ▶ **Stergerea**: într-o manieră asemănătoare cazului necompactat;
  - se caută nodul care memorează cheia și se memorează drumul într-o stivă;
  - se șterge nodul cu cheia respectivă
  - se parcurge drumul înapoi, eliminandu-se nodurile cu un singur succesor

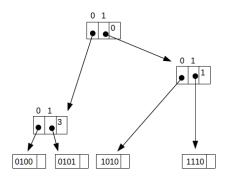


Figura: Stergerea cheii 1011

# Conținut

Arbori digitali

Compactarea lanturilor

Structuri Patricia

14 / 19

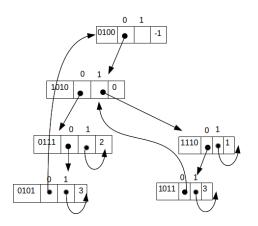
FII, UAIC () Curs 11 SD 2015/2016

#### Structuri Patricia

- ▶ Practical Algorithm to Retrieve Information Coded in Alphanumeric
- ▶ Un arbore digital binar este un arbore digital peste alfabetul  $\{0,1\}$ .
- Numărul nodurilor de pe frontieră este cu 1 mai mare decat numărul nodurilor interne.
- ▶ Dacă mai adăugam un nod intern, putem memora cheile în nodurile interne. Nodul adăugat va fi rădăcina și va avea un singur fiu (stanga). Poziția din rădăcină va fi -1.

FII, UAIC () Curs 11 SD 2015/2016 15 / 19

# Structuri Patricia - Exemplu



#### Structuri Patricia - Operații

- Căutarea se poate termina cand poziția curentă este mai mică decat ultima poziție testată
- ▶ **Inserarea**: se caută cheia în structură, se identifică prima poziție *j* pe care *x* si cheia diferă;

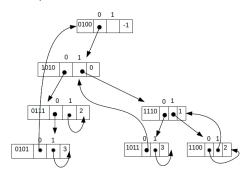


Figura: Inserarea cheii 1100

# Structuri Patricia - Operații

► Stergerea - exemplu

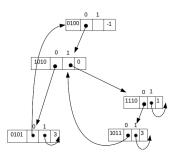


Figura: Stergerea cheii 0111

#### Teoremă:

Presupunem ca se creează o structură Patricia pornind de la o structură vidă prin n inserări de chei generate aleator. Atunci operația de căutare necesită  $O(\log n)$  comparații în medie.

#### Arbori digitali - Aplicații

- Determină toate cheile care încep cu un prefix dat (funcția autocomplete)
- ▶ Determină cea mai lungă cheie care este prefix (exemplu: pentru a trimite pachete, alege adresa IP care este cel mai lung prefix)
- ▶ Determină toate cuvintele care corespund unei secvențe de numere
- Cautarea în baze de date, în rețele P2P, în fisiere XML
- Biologie computațională