Facultatea de Informatică - Iași

Arhitectura Calculatoarelor

Curs pentru anul I Informatică

Prof. dr. Henri Luchian

Lect. dr. Vlad Rădulescu

examinare

- două teste scrise din materia de curs
 - câte unul pentru fiecare jumătate de semestru
- un test practic la laborator
 - limbaj de asamblare
- condiția pentru susținerea testelor scrise
 - prezenţa la laborator
 - cel mult 2 absențe permise în fiecare jumătate de semestru

Autori ale căror prezentări publice au fost folosite pentru pregătirea acestei forme a cursului

- Sivarama Dandamundi
- Jerry Breecher
- Randy Katz
- Michel Allemand
- Daniel Amyot
- John Morris

CUPRINS

prima jumătate a semestrului

- I. Introducere
- II. Circuite combinaționale și funcții booleene
- III. Circuite secvențiale și automate
- IV. Reprezentări interne
- V. Arhitectura și organizarea calculatorului

Capitolul I Introducere

I.1. EVOLUŢIE

Când au apărut mașinile de calcul?

- După fiecare redefinire a noțiunii de calcul
 - abac: adunări
 - roţi dinţate: Leibniz (2) şi Pascal (10): adunări,
 înmulţiri
 - **Babbage**: instrucțiuni din exterior, calcul ramificat
 - von Neumann: program memorat; execuție în secvență de instrucțiuni; ierarhii de memorii
 - calculatoare "paralele" (de fapt, calcul paralel)
 - calcul(atoare) probabilist(e), neuronal(e),
 evolutiv(e), cuantic(e) ...
- Încearcă automatizarea calculului în înțelesul respectiv

Maşini de calcul universale

- O maşină de calcul universală se poate comporta ca oricare maşină de calcul particulară
- Exemple:
 - Introducând în calculator un program corect de lucru cu
 - matrici, calculatorul se va comporta ca o maşină de calcul cu matrici
 - linii, unghiuri, forme mașină de proiectare grafică
 - cuvinte, paragrafe, texte mașină de tehnoredactat

Scurtă istorie a ideilor

- inventarea scrierii poziționale a numerelor
 - indieni, arabi
- inventarea logaritmilor
 - John Napier of Edinburgh
- algebra booleană
 - George Boole, 1854
- teorema de incompletitudine
 - Kurt Gödel, 1935
- conceptul de calculator neumannian
 - John von Neumann, 1946
- Toate sunt legate de calcul(ator) în înțelesul de astăzi

Scurtă istorie invenții abstracte și concrete

- 1850: George Boole inventează algebra booleană
 - propoziții logice sunt transformate în simboli
 - calcule cu propoziții logice, folosind reguli de tip matematic
- 1938: Claude Shannon leagă algebra booleană de circuite (comutatoare)
 - în teza sa de dizertație
- 1945: John von Neumann proiectează primul calculator cu program memorat
 - comutatoarele erau lămpi
- 1946: ENIAC primul calculator electronic
 - 18000 de lămpi
 - 5000 de adunări, sute de înmulțiri pe secundă
- 1947: Shockley, Brittain și Bardeen inventează tranzistorul
 - permite integrarea mai multor circuite într-un modul
 - deschide drumul electronicii moderne

Scurtă istorie

a calculatoarelor

- 1642-1945: Calculatoare mecanice
 - Leibniz, Pascal, Babbage; Z1, Mark I
- 1945-1955: Lămpi
 - ENIAC, EDSAC, UNIVAC, IBM 70x
 - 1952: primul succes comercial 19 calculatoare IBM vâdute
- 1955-1965: Tranzistori
 - PDP-1, IBM 7094, CDC 6600
- 1965-1980: Circuite integrate
 - IBM 360, PDP-11, 4004, 8008, VAX
 - VLSI, ULSI

Scurtă istorie a microprocesoarelor

- IBM-PC (8086): 1980
- Mac Plus (68000): 1984
- 80486: 1990
- Pentium: 1994
- Pentium II: 1997
- Pentium III: 1999
- Pentium IV: 2001

I.2. LEGI EMPIRICE

Legi empirice

- Legi ale oricărei științe depind într-un fel sau altul de experiment sau de observații în lumea concretă
 - unele ştiinţe sunt sau au capitole preponderent empirice (medicina)
- Repetabilitatea, inerentă noțiunii de experiment, duce la ideea de *legi empirice*: adevăruri valabile de cele mai multe ori, conform observațiilor
- Formulate în Informatică încă de la începuturi
 - inginerie

Legi empirice în informatică

- Există legi empirice aplicabile hard-ului sau softului:
 - legea "90:10" (Donald Knuth): 90% din timpul de execuție al unui program este utilizat pentru 10% din instrucțiuni
 - legea lui Amdahl: eficiența maximă în îmbunătățirea unui sistem (concret sau abstract) se atinge dacă se optimizează subsistemul cel mai folosit
 - legile localizării spațială, temporală

Legea lui Amdahl

• Îmbunătățirea unui sistem trebuie făcută în partea cel mai frecvent folosită

$$A(a, f_a) = \frac{1}{(1 - f_a) + \frac{f_a}{a}}$$
• Pentru creșteri semnificative, trebuie ca **a** și **f**_a să fie

- cât mai mari
 - Exemplu: Dacă procesorul lucrează 50% din timp şi devine de două ori mai rapid, atunci A = 4/3
 - Observație: Sumatorul va fi cel mai intens îmbunătățit

Legile localizării (pentru instrucțiuni)

- Localizare spațială:
 - dacă la un moment dat se execută o instrucțiune
 i, atunci este probabil ca la momente apropiate
 să se execute instrucțiuni din apropierea lui i (în ordine fizică)
 - spațiul de memorie, în care se află instrucțiunile
- Localizare temporală:
 - dacă la un moment dat se execută instrucțiunea
 i, atunci este probabil ca instrucțiunea i să se execute la momente apropiate în timp

Ordine fizică și ordine logică

- Instrucțiunile de executat se află în memorie într-o anumită ordine: ordinea fizică
- Ele se citesc din memorie și se execută
 - regula: în ordinea în care sunt memorate
 - excepția: sărind peste un număr de instrucțiuni
- Rezultă ordinea logică a instrucțiunilor
 - În ordinea logică la o anumită rulare, fiecare instrucțiune poate să apară de 0, 1, 2, ... ori
- Legile localizării indică un tip esențial de relație între ordinea fizică și ordinea logică:
 - Secvența de instrucțiuni din ordinea logică este alcătuită în general din sub-secvențe construite din porțiuni restrânse ale secvenței de instrucțiuni din ordinea fizică.

- Legile localizării: în fiecare interval "mic" de timp, programul utilizează o mică porțiune din spațiul de adrese
- Valabil pentru instrucțiuni ca și pentru date
 - Temporală: iterații (program), reutilizări
 - Spațială: ordinea fizică; tablouri de date
- De mai bine de 20 de ani, soluțiile hardware se bazează pe legile localității pentru a câștiga viteză
- Un exemplu: ierarhia de memorii

I.3. IERARHIA DE MEMORII

Ierarhia de memorii

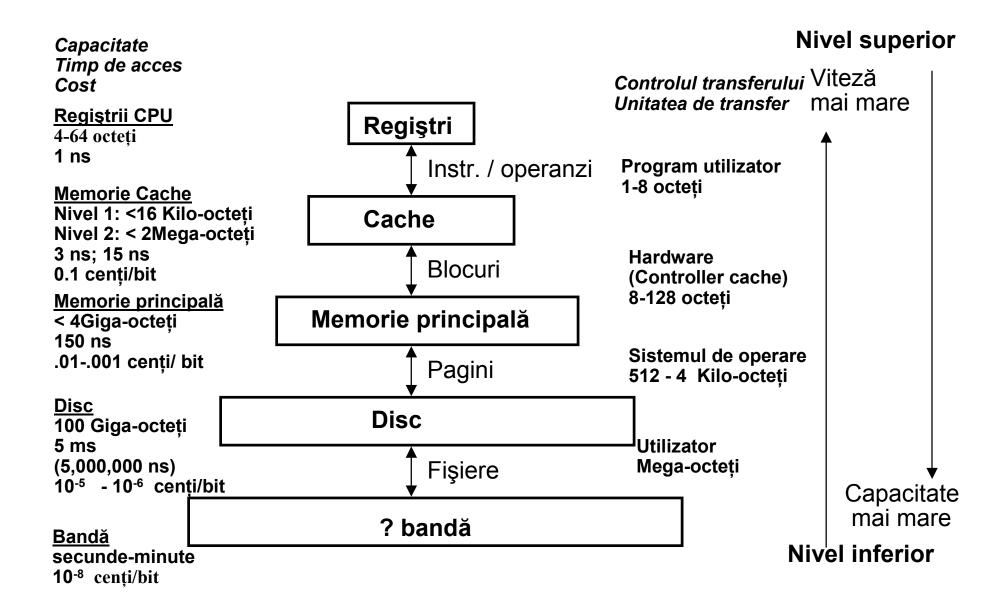
- Soluţionează două probleme:
- 1. Programele foarte mari nu încap în memoria principală
 - Nivelul inferior al ierarhiei (memoria secundară)
- 2. Necesitatea creșterii vitezei de execuție a programelor
 - Nivel superior al ierarhiei (memoria cache)

Ierarhia de memorii

• Niveluri:

- 1. regiştrii-generali procesor (≤ 1/4 Ko)
- 2. memoria cache ($\leq 1 \text{ Mo}$)
- 3. memoria RAM (≤ 4 Go)
- 4. memoria secundară disc (≤1 To)
- Prețul pe bit scade pe măsura depărtării de procesor
- Timp de comunicare și capacitate de memorare foarte mici pe primele două niveluri
 - corespunzând "ferestrelor" din legile localizării
- Dar comparativ foarte mari pe ultimul
 - permiţând memorarea programelor foarte mari

Nivelurile ierarhiei de memorii



Ierarhia de memorii

- Programul întreg se află în memoria secundară
- Cu fiecare nivel urcat în ierarhie, sunt aduse de pe nivelul inferior "ferestre" din ce în ce mai mici ale programului
- Execuția direct din cache
 - succes: instrucțiunea următoare este găsită în cache
 - eșec: instrucțiunea următoare trebuie adusă de pe un nivel inferior
 - eşecuri dese ar cauza o execuție mai lentă decât dacă instrucțiunile ar fi aduse direct din memoria secundară
- Legile localizării fac ca ierarhiile de memorii să accelereze execuția programelor
 - pe porțiuni
 - o valoare uzuală a ratei de succes poate fi de ordinul a 95%

Capitolul al II-lea Circuite combinaționale și funcții booleene

II.1. INTRODUCERE

Semnal analogic și semnal digital

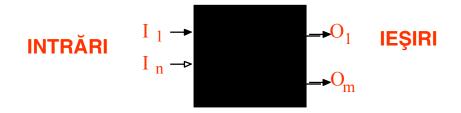
- Semnal analogic
 - continuu
 - dacă a luat valorile a şi b, atunci a luat şi "toate" valorile din [a,b]
- Semnal digital
 - are câteva niveluri valori distincte și stabile
 - discontinuu
 - nu ia alte valori (...)
- Indiferent de fenomenul fizic aflat la bază
- Calculator: semnal digital cu 2 niveluri
 - "0" și "1" ...
- Modem: comunicare digital analogic
 - Conducerea proceselor industriale
 - Folosirea rețelelor telefonice analogice

Aplicații ale circuitelor digitale

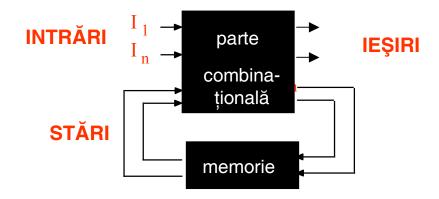
- Calculatoare
 - CPU, memorie, bus, periferice, ...
- Rețele, comunicații
 - telefoane, modemuri, routere
- Bunuri diverse
 - automobile, audio-video, jucării, ...
- Echipament pentru (alte) activități științifice
 - Testare, măsurare etc.
- Lumea calculului se extinde mult dincolo de PC
 - embedded systems
 - definiții restrânse ale calculului

Circuite

• Combinaționale:



• Secvențiale:



Metoda cutiei negre

- Pentru un circuit combinațional a cărui structură / funcționare nu este cunoscută:
 - se aplică fiecare combinație posibilă de valori ale intrărilor
 - se observă valorile ieşirilor pentru fiecare astfel de combinație
 - se obține astfel un tabel de adevăr
- Cum unui tabel de adevăr îi corespunde o funcție booleană, rezultă că fiecărui circuit combinațional îi corespunde o funcție booleană

De la circuite la funcții booleene

• Circuit combinațional → tabel de adevăr

I_1		I _n	\mathbf{O}_1	••••	O_{m}
0	00	0	?	??	?
0	00	1	?	??	?
1	11	1	?	??	?

- n fixat: partea de intrare e întotdeauna aceeași
- Întotdeauna aceeași corespondență pentru un circuit (determinist)

II.2. FUNCŢII BOOLEENE

Structura algebrică

- Mulţimea nevidă B
- Mulțimea de operații binare { +, }
- O operație unară { }
- B conține cel puțin două elemente,

$$a, b, a \neq b$$

• închidere: a + b este în B

a • b este în B

a este în B

Funcții booleene

- $B = \{0,1\}$
- $f: B^n \rightarrow B^m$
 - funcție: n variabile, m valori
 - circuit: n intrări, m ieșiri
- Există $(2^m)^{2^n}$ astfel de funcții
- n=1, m=1: 4 funcții unare cu o valoare

X	$f_0(x) = 0$	$f_1(x) = x$	$f_2(x) = \overline{\mathbf{x}}$	$f_3(x) = 1$
0	0	0	1	1
1	0	1	0	1

Funcții booleene de două variabile

• 16 funcții booleene complet definite de 2 variabile și cu o valoare

X	У	F_0	F ₁	F ₂	F ₃	F ₄	F_5	F_6	F ₇	F ₈	F ₉	F_{10}	F ₁₁	F_{12}	F ₁₃	F ₁₄	F ₁₅
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1
0	1	0	0	0	0	1	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1
1	0	0	0	1	1	0	0	1	1	0	0	1	1	0	0	1	1
1	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1
$ \begin{array}{c ccccccccccccccccccccccccccccccccccc$																	

Axiome și teoreme în algebra booleană

Identitate

$$1. X + 0 = X$$

$$1D. X \cdot 1 = X$$

Constante

$$2.X + 1 = 1$$

$$2D. X \cdot 0 = 0$$

Idempotență

$$3. X + X = X$$

$$3D. X \cdot X = X$$

Involuție

$$4.\overline{X} = X$$

Complementaritate

$$5. X + \overline{X} = 1$$

$$5D. X \cdot \overline{X} = 0$$

Comutativitate

$$6.X + Y = Y + X$$

$$6D. X \cdot Y = Y \cdot X$$

Associativitate

7.
$$(X + Y) + Z = X + (Y + Z)$$

$$7D.(X \cdot Y) \cdot Z = X \cdot (Y \cdot Z)$$

Distributivitate

$$8. X \cdot (Y + Z) = (X \cdot Y) + (X \cdot Z)$$

8D.
$$X + (Y \cdot Z) = (X + Y) \cdot (X + Z)$$

Unificare

$$9. X \cdot Y + X \cdot \overline{Y} = X$$

9D.
$$(X + Y) \cdot (X + \overline{Y}) = X$$

Absorbție

$$10. X + X \cdot Y = X$$

$$11. \left(\mathbf{Y} + \overline{\mathbf{Y}} \right) \mathbf{Y} - \mathbf{Y} \mathbf{Y}$$

10D.
$$X \cdot (X + Y) = X$$

$$11.\left(X + \overline{Y}\right) \cdot Y = X \cdot Y$$

$$11D.\left(X \cdot \overline{Y}\right) + Y = X + Y$$

Legile lui De Morgan

• 12.
$$\overline{X + Y + ...} = \overline{X} \cdot \overline{Y} \cdot ...$$

• 12D.
$$\overline{X \cdot Y \cdot ...} = \overline{X} + \overline{Y} + ...$$

• Generalizare:

• 13.
$$\overline{f(X_1,...X_n,0,1,+,\cdot)} = f(\overline{X_1},...\overline{X_n},1,0,\cdot,+)$$

Dualitate

Forme normale

- Plecând de la tabelul de adevăr al unei funcții, se pot obține două expresii diferite pentru acea funcție
- Forma normală disjunctivă
 - Pentru fiecare 1 din ultima coloană, se scrie un termen ce conține doar conjuncții
 - Termenii se leagă prin disjuncție
 - Fiecare termen conține fiecare variabilă a funcției
 - negată, dacă în linia acelui 1 variabila apare cu valoarea 0
 - nenegată pentru 1
 - Exemplu: $F_9(x, y) = \overline{x} \cdot \overline{y} + x \cdot y$
- Forma normală conjunctiyă: dual
 - Exemplu: $F_9(x,y) = (x+y) \cdot (x+y)$

Operațiile calculatorului la nivel **logic** elementar

- Pentru calculatoarele actuale, operațiile elementare la nivelul circuitelor de bază sunt operațiile logicii booleene
 - care simulează şi operațiile aritmetice elementare în baza 2
- Un circuit combinațional poate fi văzut ca implementând o funcție booleană

II.3. DIAGRAME LOGICE

Alfabetul diagramelor logice

- Porți elementare
 - AND
 - -OR
 - NOT



Α	В	AND
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

 Funcționarea unei porți se poate descrie printr-un tabel de adevăr (funcția booleană atașată)



Α	O	- NOT
Ро	arta N0	TC

	ם	
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

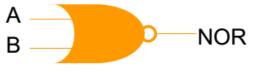
Α	NOT
0	1
1	0

Alfabetul diagramelor logice

- Alte porți utile
 - NAND
 - NOR
 - XOR
- NAND = NOT \circ AND
- $NOR = NOT \circ OR$
- XOR implementează funcția sau-exclusiv
- Porțile NAND și NOR necesită doar 2 tranzistori
 - pentru AND şi OR e
 nevoie de câte 3
 tranzistori



Α	В	NAND	
0	0	1	
0	1	1	
1	0	1	
1	1	0	



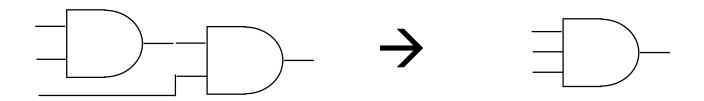




Α	В	NOR
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	0

Α	В	XOR
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	0

- În diagrame logice apar și porți "elementare" cu mai multe intrări
- Operațiile binare **asociative** pot fi extinse la operații cu orice număr finit de operanzi

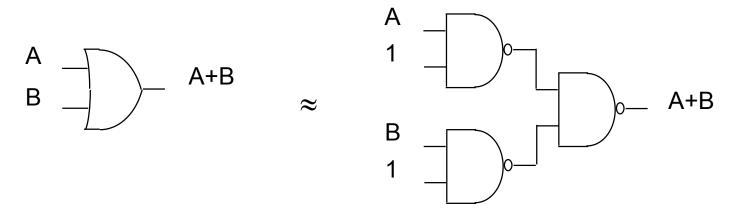


Set minimal de generatori

- Care este numărul minim de **tipuri** de porți ce ar trebui produse pentru a putea obține din ele circuite care implementează orice funcție booleană?
- 3 anume {NOT, OR, AND} este un răspuns parțial
 - forme normale (disjunctivă, conjunctivă)
- Şi două ajung: NOT şi una din celelalte două
- Răspunsul corect este 1, cu două soluții: {NAND} și {NOR}

Temă

- Arătați că {NAND} și {NOR} sunt mulțimi de generatori pentru funcțiile booleene
 - Indicație: se folosește FND sau FNC
 - În particular:



II.4. IMPLEMENTAREA CIRCUITELOR PRIN FUNCŢII BOOLEENE

Definirea funcțiilor booleene

- Funcțiile logice booleene pot fi definite în mai multe moduri:
 - prin tabel de adevăr
 - prin expresii conținând variabile și operații logice
 - în formă grafică
 - în sigma-notație (Σ)
- Exemplu: funcția "majoritatea dintre k"
 - are k variabile și o valoare
 - valoarea funcției este 1 dacă majoritatea variabilelor au valoarea 1
 - vom studia funcția pentru k=3

Σ-notația

- $f=\sum(3,5,6,7)$
 - Fiecare număr din paranteză reprezintă un termen
 - $-\sum$ denotă disjuncția termenilor
 - Numărul de variabile n este cea mai mică putere a lui 2 strict mai mare decât cel mai mare număr ce apare în paranteză
 - $\mathbf{n} = 3$: $4 = 2^2 < 7 < 2^3 = 8$
- $f(x_1,x_2,x_3) = \sum (3,5,6,7)$

Σ-notația

- Fiecare număr din paranteză se scrie în baza
 2 pe n poziții
 - $-3 \rightarrow 011$
- Termenul corespunzând unui număr conține:
 - toate variabilele,
 - fiecare negată dacă îi corespunde un 0 şi nenegată pentru 1,
 - legate prin conjuncție
 - $-3 \rightarrow 011 \rightarrow \bar{\mathbf{x}}_1 \cdot \mathbf{x}_2 \cdot \mathbf{x}_3$

Σ-notația

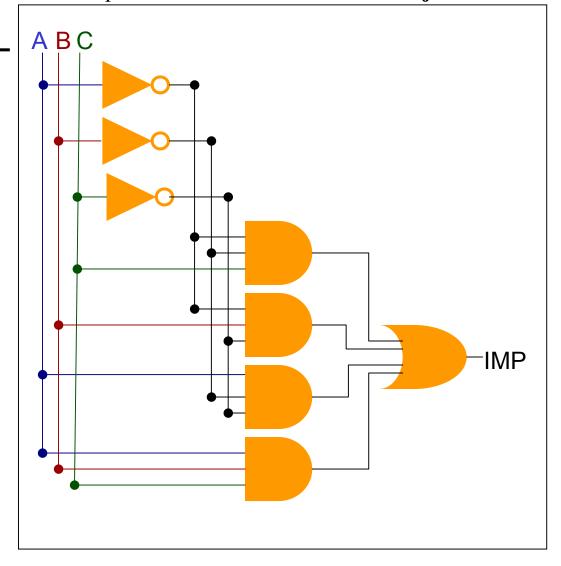
$$f(A,B,C) = \overline{A} \cdot B \cdot C + A \cdot \overline{B} \cdot C + A \cdot B \cdot \overline{C} + A \cdot B \cdot C$$

- 11 aplicări ale funcțiilor elementare OR / AND
- Găsirea unei expresii echivalente (aceeași funcție booleană) cu mai puține aplicări de operatori ar face respectivul circuit
 - mai rapid
 - mai ieftin
 - mai fiabil

Funcția "imparitate" cu 3 intrări

A	В	C	IMP
0	0	0	0
0	0	1	1
0	1	0	1
0	1	1	0
1	0	0	1
1	0	1	0
1	1	0	0
1	1	1	1

• Implementarea formei normale disjunctive



Implementarea funcției "majoritate din 3"

A	В	\mathbf{C}	F
0	0	0	0
0	0	1	0
0	1	0	0
0	1	1	1
1	0	0	0
1	0	1	1
1	1	0	1
1	1	1	1

- Forma normală disjunctivă: patru termeni, fiecare conținând doar conjuncții
 - corespund celor 4 linii cu ieşirea 1
- În fiecare termen, o variabilă apare negată numai dacă valoarea sa pe acea linie este 0

$$F = \overline{A} \cdot B \cdot C + A \cdot \overline{B} \cdot C + A \cdot B \cdot \overline{C} + A \cdot B \cdot C$$

• Se poate implementa o expresie echivalentă mai simplă?

Minimizare

- Nu doar set minimal de operatori, ci şi pentru o funcție dată – număr minimal de aplicări ale acestora (AND / OR)
- FND un număr de apariții ale operatorilor
 - 11 OR / AND în exemplu
- Proceduri de minimizare reduc expresia
 - Rescriere echivalentă
 - Inducție perfectă
 - Metoda Veitch-Karnaugh
 - Metoda Quine-McCluskey
- Hibridizare (ex: V-K urmat de distributivitate)

Minimizare prin rescriere algebrică

• Funcția "majoritate din 3"

$$\overline{A} \cdot B \cdot C + A \cdot \overline{B} \cdot C + A \cdot B \cdot \overline{C} + A \cdot B \cdot C =$$

Idempotență



$$\overline{A} \cdot B \cdot C + A \cdot \overline{B} \cdot C + A \cdot B \cdot \overline{C} + A \cdot B \cdot C + A \cdot B \cdot C + A \cdot B \cdot C$$

• Expresia devine;

$$BC+AC+AB$$

• Metodă dificilă pentru expresii complexe