Primeira Lista de A.D (2023.2)

Fábio Alves Bocampagni

DRE: 118064213

―――――――― // ――――――――

1.3) Sendo B_1 até B_k partições do espaço amostral, para eventos A e C, provê que:

$$P(A|C) = \sum_{i=1}^{K} P(A|B_i \cap C)P(B_i|C)$$

$$\sum \frac{P(A \cap B_i \cap C)}{\cancel{P(B_i \cap C)}} \cdot \frac{\cancel{P(B_i \cap C)}}{P(C)}$$

$$\sum_i \frac{P(A \cap B_i \cap C)}{P(C)} = \frac{P(A \cap C)}{P(C)}$$

Por definição: $P(A|C) = \dfrac{P(A \cap C)}{P(C)}$

1.4)

$$P(A|C) = P(A|f,C)\,P(f|C) + P(A|L,C)\,P(L,C) + P(A|t,C)\,P(t|C)$$

$$P(A|C) = (0.1)(0.75) + (0.06)(0.2) + (0.06)(0.05) = 0.09$$

1.5) Seja X_1 e X_2 os resultados do primeiro e do segundo dado.

a) Uniforme em $\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$

b) Uniforme em $\{2, 3, 4, 5, 6\}$

1.6) Assumindo que A é o evento onde a moeda possui duas caras.

Por Bayes:

$$P(A|H) = \frac{P(H|A)P(A)}{P(H|A)PA + P(H|A^c)P(A^c)}$$

$$= \frac{1 \cdot (1/n)}{1 \cdot (1/n) + \frac{1}{2}((n-1)/n)} = \frac{2}{n+1}$$

1.7) $E(X) = E(X|1)P(1) + E(X|2)P(2) + E(X|3)P(3)$

Onde 1, 2 e 3 representam as portas que o ratinho pode pegar e X o tempo até o rato achar o queijo.

$E(X|1)$ é o tempo médio que ele leva para achar o queijo haja vista que pegou a porta 1.

Por construção, precisará andar 2 minutos além do tempo médio para achar o queijo, assim

$$E(X|1) = 2 + E(X)$$

As outras portas possuem comportamento análogo.

$$E(X) = (2+E(X))\frac{1}{3} + (3+E(X))\frac{1}{3}$$

$$\left(\frac{1}{3}\right) = 2 + E(X)\frac{2}{3}$$

$$= 6 \text{ minutos}$$

1.8) G - bolas verdes

Y - bolas amarelas

a) $P(G=1 \mid Y=2) = P(G=2 \mid Y=2) = \frac{1}{2}$

b) A distribuição de G pode ser vista como uma binomial de parâmetros $n=2$ e $p=\frac{1}{3}$

$$P(G=k \mid Y=2) = \binom{2}{k}(1/3)^k (2/3)^{2-k}$$

Para $k = 0, 1, 2$

1.9) Supondo que X é uniformemente distribuído em $\{1,2,3,4\}$ se $X = x$, então Y é uniformemente distribuído em $\{1, \dots, x\}$

a) $P(Y=2 \mid X=2) = \frac{1}{2}$

b) $P(Y=2) = P(Y=2 \mid X=2)P(X=2)$
$+ P(Y=2 \mid X=3)P(X=3)$
$+ P(Y=2 \mid X=4)P(X=4)$

$= \frac{13}{48}$

c) $P(Y=2 \mid X=2) = \dfrac{P(X=2, Y=2)}{P(Y=2)}$

$= \frac{6}{13}$

d) $P(X=2) = \frac{1}{4}$

e) $P(X=2, Y=2) = P(Y=2 \mid X=2)P(X=2)$

$= \frac{1}{8}$

1.12) Seja $Y = y$ o número de faces 1 tem uma distri-
buição binomial com parametros $n-y$ e $p = \frac{1}{5}$

1. 17)

$$E(X \mid X \geq 2) = \frac{1}{P(X \geq 2)} \sum_{k=3}^{\infty} k \frac{e^{-3} 3^k}{k!}$$

$$E(X \mid X \geq 2) \approx 4.16$$