

Primer lista de A.D (2023.2)

Fábio Alves Bocampagni

DRE : 118064213

1.3) Sendo B_1, \dots, B_k partícias do espaço amostral, para eventos A e C , prove que:

$$P(A|C) = \sum_{i=1}^k P(A|B_i \cap C) P(B_i|C)$$

$$\sum \frac{P(A \cap B_i \cap C)}{P(B_i \cap C)} \cdot \frac{P(B_i \cap C)}{P(C)}$$

$$\sum_i \frac{P(A \cap B_i \cap C)}{P(C)} = \frac{P(A \cap C)}{P(C)}$$

Por definição: $P(A|C) = \frac{P(A \cap C)}{P(C)}$

1.4)

$$P(A|C) = P(A|f,C)P(f|C) + P(A|L,C)P(L,C) + P(A|t,C)P(t|C)$$

$$\begin{aligned} P(A|C) &= (0.4)(0.75) + (0.06)(0.2) + \\ &\quad (0.06)(0.05) = 0.09 \end{aligned}$$

~~✓~~

1.5) Seja X_1 e X_2 os resultados do primeiro e do segundo dado.

a) Uniforme em $\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$

b) Uniforme em $\{2, 3, 4, 5, 6\}$

~~✓~~

1.6) Assumindo que A é o evento onde a moeda possui duas caras.

Por Bayes:

$$P(A|H) = \frac{P(H|A) P(A)}{P(H|A) P(A) + P(H|A^c) P(A^c)}$$

$$= \frac{1 \cdot \left(\frac{1}{m}\right)}{\frac{1}{2} \cdot \left(\frac{1}{m}\right) + \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{(m-1)}{m}\right)} = \frac{2}{m+1}$$

1.7) $E(X) = E(X|1)P(1) + E(X|2)P(2)$
 $+ E(X|3)P(3)$

Onde 1, 2 e 3 representam as portas que o ratinho pode pegar e x o tempo até o rato achar o queijo.

$E(X|1)$ é o tempo médio que ele leva para achar o queijo nata vista que pegar a porta 1.

Por construção, precisará andar 2 minutos além do tempo médio para achar o queijo, assim

$$E(X|1) = 2 + E(X)$$

As outras portas possuem com
 por tanto ento análogo.

$$E(X) = (2 + E(X)) \frac{1}{3} + (3 + E(X)) \frac{1}{3}$$

$$\left(\frac{1}{3} \right) = 2 + E(X) \frac{2}{3}$$

~~E(X)~~

$$\approx 6 \text{ minutos}$$

1.8) G - bolas verdes
 Y - bolas amarelas

a) $P(G=1 | Y=2) = P(G=2 | Y=2) = \frac{1}{2}$

b) A distribuição de G pode ser vista como uma binomial de parâmetros $n=2$ e $p = \frac{1}{3}$

$$P(G=k | Y=2) = \binom{2}{k} \left(\frac{1}{3}\right)^k \left(\frac{2}{3}\right)^{2-k}$$

Para $k = 0, 1, 2$

~~G~~

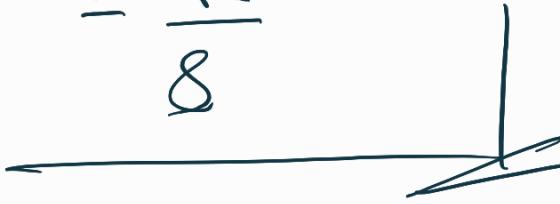
1.9) Supondo que X é uniformemente distribuído em $\{1, 2, 3, 4\}$ se $X = k$, então Y é uniformemente distribuído em $\{1, \dots, k\}$

$$a) P(Y=2 | X=2) = \frac{1}{2}$$

$$\begin{aligned} b) P(Y=2) &= P(Y=2 | X=2)P(X=2) \\ &\quad + P(Y=2 | X=3)P(X=3) \\ &\quad + P(Y=2 | X=4)P(X=4) \\ &= \frac{13}{48} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} c) P(Y=2 | X=2) &= \frac{P(X=2, Y=2)}{P(Y=2)} \\ &= \frac{6}{13} \end{aligned}$$

$$d) P(X=2) = \frac{1}{4}$$

$$\begin{aligned} e) P(X=2, Y=2) &= P(Y=2 | X=2)P(X=2) \\ &= \frac{1}{8} \end{aligned}$$


1.12) Seja $Y = \sum$ o número de faces + tem uma distribuição binomial com parâmetros $n-y$ e $p = \frac{1}{s}$



$$J. 17) E(X|X \geq 2) = \frac{1}{P(X \geq 2)} \sum_{k=3}^{\infty} k \frac{e^{-3}}{k!} \frac{3^k}{k!}$$

$$E(X|X \geq 2) \approx 4.16$$
