Quaderno delle regole - Fisica

Tommaso Bocchietti

29 gennaio 2024

Indice

1 Elettrostatica

L'elettrostatica studia le cariche elettriche stazionarie nel tempo. Gli elettroni hanno massa $m_e = 9.109 \times 10^{-31}$ kg e carica negativa. I protoni hanno massa $m_p = 1.673 \times 10^{-27}$ kg e carica positiva. La carica elementare equivale a $e = 1.602 \times 10^{-19}$ C.
Un corpo si dice isolante se i suoi elettroni sono dissi e impossibilitati a muoversi, ma solo direzionarsi. É un conduttore se gli elettroni sono liberi di muoversi e spostarsi.

1.1 Legge di Coulomb

Per il calcolo della forza tra due cariche puntiformi si usa la legge di Coulomb:

$$F = k_0 \frac{Q_1 Q_2}{r^2}$$

Dove $k_0 = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}$, con $\varepsilon_0 =$ Costante dielettrica del vuoto $= 8.854 \times 10^{-12}\,\mathrm{C^2\,N^{-1}\,m^{-2}}$.
I materiali si possono caricare per strofinio, contatto o induzione. Gli isolanti, o dielettrici, si possono solo polarizzare (polarizzazione).
Costante dielettrica relativa $\varepsilon = \varepsilon_r \varepsilon_0$.

1.2 Il campo elettrico

Un campo vettoriale è una funzione che associa a ogni punto dello spazio, un vettore che specifica in modulo, direzione e verso, una data grandezza vettoriale.
Forza generata da un campo elettrico:

$$\vec{F} = q\vec{E} \rightarrow \mathrm{N} = \mathrm{C} \cdot \frac{\mathrm{N}}{\mathrm{C}}$$

Dove $q =$ carica di prova.
Rappresentazione grafica:

1.3 Flusso del campo elettrico / Teorema di Gauss

$$\text{Per superfici aperte}: \Phi_S(\vec{E}) = \int_S \vec{E} \cdot \vec{S}\, dS = \sum_{i=1}^{N} \vec{E}_i \cdot \Delta\vec{S}_i$$

$$\text{Per superfici chiuse}: \Phi_\Omega(\vec{E}) = \frac{Q_{tot}}{\varepsilon}, \text{con } Q_{tot} = \text{carica totale contenuta in } \Omega$$

1.4 Forme di campo elettrico in casi noti

Ipotizzando di essere nel vuoto, e quindi di avere $\varepsilon = \varepsilon_0$, possiamo dare la definizione di $\vec{E}$ per alcuni casi particolari.

- Carica puntiforme: $\vec{E} = k_0 \frac{Q}{r^2}\hat{r}$
- Piano infinito uniformemente carico: $\vec{E} = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\hat{n}$, con $\sigma =$ densità di carica superficiale$\mathrm{C\,m^{-2}}$
- Filo infinito uniformemente carico: $\vec{E} = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 r}\hat{r}$, con $\lambda =$ densità di carica lineare$\mathrm{C\,m^{-1}}$ e $r =$ distanza dal filo
- Una sfera, al suo esterno: $\vec{E} = k_0 \frac{Q}{r^2}\hat{r}$ (essenzialmente una carica puntiforme)
- Una sfera conduttrice, al suo interno: $\vec{E} = 0$ perché le cariche si distribuiscono sulla superficie
- Una sfera dielettrica, al suo interno: $\vec{E} = r \cdot k_0 \frac{Q}{R^3}\hat{r}$, con $Q =$ carica compresa nel volume di raggio$r$
- In un condensatore piano: $\vec{E} = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}$. All'esterno delle barriere, $\vec{E} = 0$

1.5 Energia potenziale elettrica

L'energia potenziale elettrica tra due cariche puntiformi è:

$$U = k_0 \frac{Q_1 Q_2}{r}$$

In generale: $U = L = \vec{F} \cdot \vec{s} = q\vec{E} \cdot$ distanza dalla fonte di campo

1.6 Potenziale elettrico

Il potenziale elettrico è una funzione scalare che associa a ogni punto dello spazio un valore scalare che specifica l'energia potenziale elettrica di una carica di prova q in quel punto.

$$V = \frac{U}{q} = \frac{L}{q} = \frac{\vec{F} \cdot \vec{s}}{q} = \vec{E} \cdot \vec{s}$$

In generale, definito $\Delta V = V_B - V_A$ differenza di potenziale, si ha:

$$\Delta V = -\vec{E} \cdot \Delta\vec{s} \rightarrow L = U_A - U_B = -q\Delta V$$

Partendo quindi da $U_{A \rightarrow B} = -q\Delta V = -q(V_B - V_A)$, abbiamo che il lavoro è positivo, e quindi le cariche si spostano autonomamente, se la carica q è:

- Positiva, e allora passa da potenziale maggiore a potenziale minore $\rightarrow V_A > V_B$
- Negativa, e allora passa da potenziale minore a potenziale maggiore $\rightarrow V_A < V_B$

Una superficie equipotenziale è il luogo dei punti dello spazio aventi lo stesso potenziale elettrico.
Un esempio è il condensatore piano, che forma tra le sue armature una serie di superfici equipotenziali.

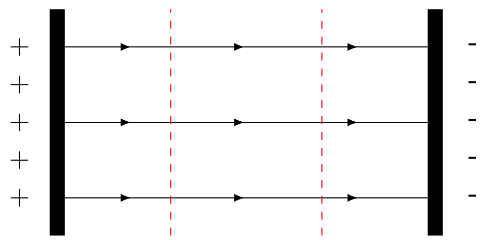

Figura 1: Condensatore piano con superfici equipotenziali

1.7 Circuitazione del campo elettrico lungo una linea chiusa orientata

É una legge che serve per dimostrare che il campo elettrico $\vec{E}$, rimane costante ed è quindi conservativo.

$$\oint_{\mathcal{L}} \vec{E} = \sum_{i=1}^{n} \vec{E} \cdot \Delta\vec{s}_i$$

Visto che il campo elettrico è conservativo, deve valere che $\oint_{\mathcal{L}} \vec{E} = 0$ sempre, ammesso che la linea $\mathcal{L}$ sia chiusa.

1.8 Distribuzione delle cariche nei conduttori

Le cariche tendono sempre a mettersi sulle superfici esterne. L'interno dunque di un conduttore rimane con $\vec{E} = 0$, e $V_{interna} = V_{superficie}$ e dunque $\Delta V = 0$.
Il potere delle punte è un fenomeno correlato alla distribuzione delle cariche sui conduttori per cui si ha $S_{punta} \approx 0$ e quindi $\vec{E} = \frac{Q}{S\varepsilon} = \infty$. Da questo ne deriva che alcuni cariche possono essere espulse dal conduttore generando così un vento elettrico.

1.9 Teorema di Coulomb

Per calcolare il campo elettrico sulla superficie di un conduttore si ha $\vec{E} = \frac{\sigma}{\varepsilon}$

1.10 Capacità di un condensatore

É definita come il rapporto tra la carica elettrica e il potenziale elettrico:

$$C = \frac{Q}{V} \mathrm{F} = \mathrm{C\,V^{-1}}$$

Corrisponde alla quantità di carica che può contenere un conduttore.

- Per una sfera conduttrice: $C = 4\pi\varepsilon_0 R$
- Per un condensatore piano: $C = \varepsilon_0 \frac{S}{d}$, con S = superficie delle armature e d = distanza tra le armature

1.11 Energia immagazzinata in un condensatore

Corrisponde al lavoro compiuto per caricare il condensatore

$$W_c = \frac{1}{2}\frac{Q^2}{C} = \frac{1}{2} CV \mathrm{J}$$

1.12 Densità di energia in un condensatore

É il rapporto tra l'energia immagazzinata e il volume del condensatore tra le pareti.

$$w_{\vec{E}} = \frac{W_c}{Sd} = \frac{1}{2}\varepsilon_0 E^2 \mathrm{J\,m^{-3}}$$

1.13 Proprietà fondamentali del campo elettrico

Si riportano qui le due proprietà fondamentali del campo elettrico:

- Flusso del campo elettrico da una superficie chiusa: $\Phi_\Omega(\vec{E}) = \frac{Q_{tot}}{\varepsilon}$
- Circuitazione del campo elettrico lungo una linea chiusa orientata: $\oint_{\mathcal{L}} \vec{E} = 0$

2 Equazioni di Maxwell

Maxwell nel 1865 capì che il campo elettrico e il campo magnetico si influenzavano a vicenda. Propose dunque delle equazioni che lo dimostrassero, e per questo lavorò sulle equazioni del flusso e della circuitazione di $\vec{E}$ e $\vec{B}$.

2.1 Circuitazione di $\vec{E}$ lungo $\mathcal{L}$

Partendo da $\oint_{\mathcal{L}} \vec{E} = 0$, Maxwell dimostrò che:

$$\oint_{\mathcal{L}} \vec{E} = \sum_{i=1}^{n} \vec{E_i} \cdot \Delta\vec{l_i} = \sum_{i=0}^{n} \frac{\vec{F_i}}{q} \cdot \Delta\vec{l_i} = \frac{W}{q} = \text{fem}(\vec{B})$$

Da cui:

$$\oint_{\mathcal{L}} \vec{E} = -\frac{\Delta\Phi_S(\vec{B})}{\Delta t}$$

Si comprese dunque che un campo elettrico poteva essere generato da cariche elettriche, come elettroni o protoni, o da campi magnetici variabili nel tempo.

2.2 Circuitazione di $\vec{B}$ lungo $\mathcal{L}$

Partendo da $\oint_{\mathcal{L}} \vec{B} = \mu_0 \cdot I_{concatenata}$, Maxwell dimostrò l'esistenza di una corrente di spostamento $I_s = \varepsilon_0 \cdot \frac{\Delta\Phi_S(\vec{E})}{\Delta t}$, che si doveva sommare alla corrente I_c. Quindi:

$$\oint_{\mathcal{L}} \vec{B} = \mu_0 \cdot (I_c + I_s) = \mu_0 \cdot \left(I_c + \varepsilon_0 \cdot \frac{\Delta\Phi_S(\vec{E})}{\Delta t} \right)$$

Si comprese dunque che un campo magnetico poteva essere generato da correnti elettriche come nel caso di spire percorse da correnti, o da campi elettrici variabili nel tempo.

2.3 Definizione di campo elettromagnetico

Se definì così il campo elettromagnetico, dove $\vec{E}$ e $\vec{B}$ si influenzavano a vicenda senza bisogno di alcun mezzo materiale.

$$\begin{aligned}
&\Phi_\Omega(\vec{E}) = \frac{Q_{tot}}{\varepsilon} \\
&\Phi_\Omega(\vec{B}) = 0 \\
&\oint_{\mathcal{L}} \vec{E} = -\frac{\Delta\Phi_S(\vec{B})}{\Delta t} \\
&\oint_{\mathcal{L}} \vec{B} = \mu_0 \cdot \left(I_c + \varepsilon_0 \cdot \frac{\Delta\Phi_S(\vec{E})}{\Delta t} \right)
\end{aligned}$$

La risoluzione delle equazioni di Maxwell porta alla definizione di onde elettromagnetiche come la luce.

3 Onde elettromagnetiche

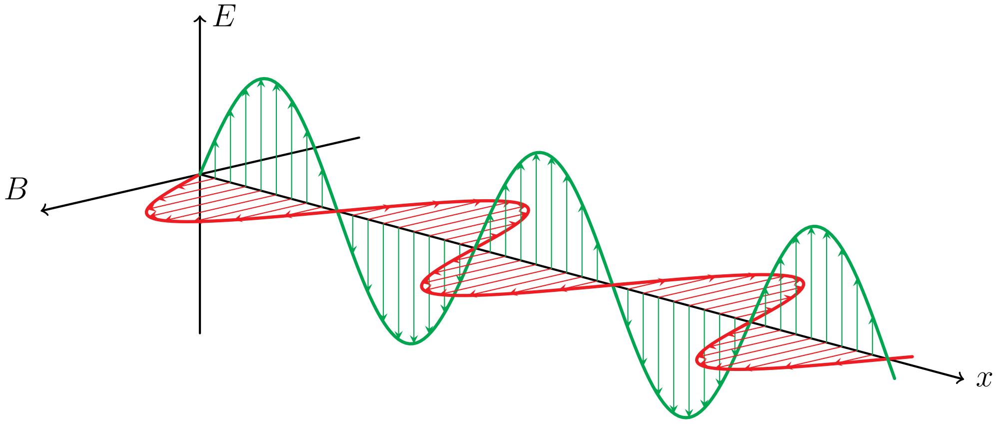

Figura 2: Onda elettromagnetica

4 Spettro elettromagnetico

Lo spettro elettromagnetico è l'insieme delle frequenze delle onde elettromagnetiche. É possibile suddividere lo spettro elettromagnetico in sette grandi categorie:

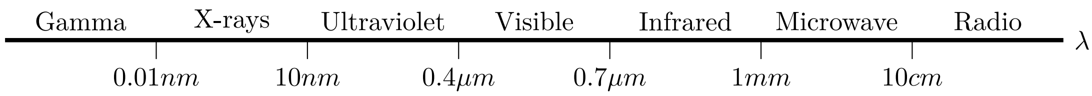

Figura 3: Spettro elettromagnetico

Conoscendo la lunghezza d'onda, è possibile calcolare la frequenza dell'onda elettromagnetica come $f = \frac{c}{\lambda}$, dove c è la velocità della luce. Come si può vedere la luce visibile ha $400nm < \lambda < 700nm$, dove $400nm \to$ Violato e $700nm \to$ Rosso.