

В файле есть картинки с решениями и заданиями, но онлайн просмотрщик на гитхабе их не отображает. Необходимо клонировать репозиторий.

5.1

Вектор – это частный случай матрицы $1 \times N$ и $N \times 1$. Повторите материал для векторов, уделяя особое внимание умножению $A \cdot B$.

Вычислите, по возможности не используя программирование: $(5E)^{-1}$, где E – единичная матрица размера 5×5 .

$$\begin{pmatrix} 5 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 5 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 5 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 5 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 5 \end{pmatrix}^{-1} = \frac{1}{\det(-II-)} \cdot \begin{pmatrix} 625 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 625 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 625 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 625 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 625 \end{pmatrix}^T =$$

↑
матрица алгебраических дополнений

$$= \begin{pmatrix} 0,2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0,2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0,2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0,2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0,2 \end{pmatrix}$$

Проверим:

$$\begin{pmatrix} 5 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 5 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 5 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 5 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 5 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 0,2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0,2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0,2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0,2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0,2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

In [1]:

```
import numpy as np
```

In [2]:

```
M_5_1 = np.array([[5,0,0,0,0],[0,5,0,0,0],[0,0,5,0,0],[0,0,0,5,0],[0,0,0,0,5]])
M_5_1
```

Out[2]:

```
array([[5, 0, 0, 0, 0],
       [0, 5, 0, 0, 0],
       [0, 0, 5, 0, 0],
       [0, 0, 0, 5, 0],
       [0, 0, 0, 0, 5]])
```

In [3]:

```
M_5_1_inv = np.linalg.inv(M_5_1)
M_5_1_inv
```

Out[3]:

```
array([[ 0.2,  0. ,  0. ,  0. ,  0. ],
       [ 0. ,  0.2,  0. ,  0. ,  0. ],
       [ 0. ,  0. ,  0.2,  0. ,  0. ],
       [-0. , -0. , -0. ,  0.2, -0. ],
       [ 0. ,  0. ,  0. ,  0. ,  0.2]])
```

In [4]:

```
M_5_1 @ M_5_1_inv
```

Out[4]:

```
array([[1., 0., 0., 0., 0.],
       [0., 1., 0., 0., 0.],
       [0., 0., 1., 0., 0.],
       [0., 0., 0., 1., 0.],
       [0., 0., 0., 0., 1.]])
```

5.2

Вычислите определитель:

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 0 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix}$$

$$\det \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 0 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix} = 7 \cdot \begin{vmatrix} 2 & 3 \\ 0 & 6 \end{vmatrix} - 8 \cdot \begin{vmatrix} 1 & 3 \\ 4 & 6 \end{vmatrix} + 9 \cdot \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 4 & 0 \end{vmatrix} =$$

$$~~= 7 \cdot 12 - 8 \cdot 18 + 9 \cdot 8 = 84 - 144 + 72 = 12~~$$

$$= 7 \cdot 12 - 8 \cdot (-6) + 9 \cdot (-8) = 84 + 48 - 72 = 60$$

In [5]:

```
M_5_2 = np.array([[1,2,3],[4,0,6],[7,8,9]])
M_5_2
```

Out[5]:

```
array([[1, 2, 3],
       [4, 0, 6],
       [7, 8, 9]])
```

In [6]:

```
det_M_5_2 = np.linalg.det(M_5_2)
det_M_5_2
```

Out[6]:

```
59.999999999999986
```

5.3

1. Вычислите матрицу, обратную данной:

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 0 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix}$$

$$\det \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 0 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{pmatrix} = 1 \cdot (0 \cdot 9 - 6 \cdot 8) - 2 \cdot (9 \cdot 4 - 7 \cdot 6) + 3 \cdot (8 \cdot 4 - 7 \cdot 0)$$

$$= -48 - 2 \cdot (36 - 42) + 3 \cdot (32) = -48 + 12 + 96 = 60$$

$$M = \begin{pmatrix} -48 & -6 & 32 \\ -6 & -12 & -6 \\ 12 & -6 & -8 \end{pmatrix} - \text{матрица миноров}$$

$$\begin{pmatrix} -48 & 6 & 32 \\ 6 & -12 & 6 \\ 12 & 6 & -8 \end{pmatrix} - \text{матрица алгебраических дополнений } B^*$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 0 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{pmatrix}^{-1} = \frac{1}{60} \cdot B^T$$

$$\frac{1}{60} \cdot \begin{pmatrix} -48 & 6 & 12 \\ 6 & -12 & 6 \\ 32 & 6 & -8 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -0,8 & 0,1 & 0,2 \\ 0,1 & -0,2 & 0,1 \\ 0,533 & 0,1 & -0,1333 \end{pmatrix}$$

In [7]:

```
M_5_3 = np.array([[1,2,3],[4,0,6],[7,8,9]])
M_5_3
```

Out[7]:

```
array([[1, 2, 3],
       [4, 0, 6],
       [7, 8, 9]])
```

In [8]:

```
M_5_3_inv = np.linalg.inv(M_5_3)
M_5_3_inv
```

Out[8]:

```
array([[ -0.8         ,  0.1         ,  0.2         ],
       [  0.1         , -0.2         ,  0.1         ],
       [  0.53333333,  0.1         , -0.13333333]])
```

In [9]:

```
M_5_3 @ M_5_3_inv
```

Out[9]:

```
array([[ 1.00000000e+00, -2.77555756e-17,  5.55111512e-17],
       [ 0.00000000e+00,  1.00000000e+00,  1.11022302e-16],
       [ 0.00000000e+00,  2.77555756e-17,  1.00000000e+00]])
```

5.3

2. Приведите пример матрицы 4x4, ранг которой равен 1:

In [10]:

```
M_5_3_2 = np.array([[1,2,3,4],[2,4,6,8],[4,8,12,16],[3,6,9,12]])
M_5_3_2
```

Out[10]:

```
array([[ 1,  2,  3,  4],
       [ 2,  4,  6,  8],
       [ 4,  8, 12, 16],
       [ 3,  6,  9, 12]])
```

In [11]:

```
np.linalg.matrix_rank(M_5_3_2)
```

Out[11]:

1

5.4

Вычислите скалярное произведение двух векторов:

(1, 5) и (2, 8)

In [12]:

```
a = np.array([1,5])
b = np.array([2,8])
a, b
```

Out[12]:

```
(array([1, 5]), array([2, 8]))
```

In [13]:

```
1*2 + 5*8
```

Out[13]:

42

In [14]:

```
a@b
```

Out[14]:

42

In [15]:

```
np.inner(a,b)
```

Out[15]:

42

In [16]:

```
np.dot(a,b)
```

Out[16]:

42

5.5

Вычислите смешанное произведение трех векторов:

(1, 5, 0), (2, 8, 7) и (7, 1.5, 3)

In [17]:

```
a = np.array([1,5,0])  
b = np.array([2,8,7])  
c = np.array([7,1.5,3])
```

In [18]:

```
np.inner(np.cross(a,b), c)
```

Out[18]:

228.5

In [19]:

```
np.inner(a, np.cross(b, c))
```

Out[19]:

228.5

