UNIVERSIDAD TECNOLÓGICA NACIONAL
FACULTAD REGIONAL BUENOS AIRES

DEPARTAMENTO DE INGENIERIA ELECTRICA

FUNDAMENTOS PARA EL ANALISIS DE SEÑALES

GUIA DE LABORATORIO

#5

TRANSFORMADA DE FOURIER

Cátedra Dr. Walter Legnani

Ing. Federico Muiño (JTP) – Mag. Ing. Javier Chincuini (JTP)

Ciclo Lectivo 2019

TABLA DE CONTENIDOS

1 INTRODUCCION

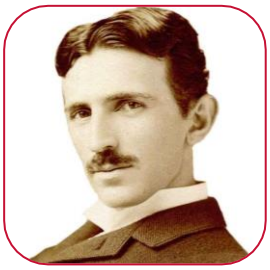
La presente guía de laboratorio tiene como principal objetivo introducir al estudiante en la utilización de las *Transformada de Fourier* como herramienta de análisis de señales, principalmente para analizar distintos tipos de señales y sistemas en el dominio de las frecuencias.

La *Transformada de Fourier* (o integral de Fourier) fue desarrollada por *Jean-Baptiste Joseph Fourier* (de allí su nombre) a principios del siglo XIX y, al igual que la *Transformada de Laplace*, permite expresar en el dominio de las frecuencias las señales que se encuentran en el dominio del tiempo; y viceversa mediante la *Transformada Inversa de Fourier*. Esta herramienta resulta de mucha utilidad ya que permite por un lado analizar el espectro de frecuencias de señales y, como se verá más adelante, permite también realizar el desarrollo de sistemas (que denominaremos filtros) para actuar en el espectro de frecuencias de señales modificando las mismas.

Si bien su aplicación inicial fue para la ecuación del calor, poco tiempo después comenzó a utilizarse en otras ramas de la ingeniería y, particularmente, en ingeniería eléctrica unas décadas más tarde con la expansión del uso de la corriente alterna.

“Si lo que quieres es encontrar los secretos del universo, piensa en términos de energía, frecuencia y vibración”

Nikola Tesla



La presente práctica le brindará al estudiante las bases para la transformación de señales permitiéndole comprender el comportamiento de dichas señales en el dominio de las frecuencias y el diseño de filtros para modificar las distintas componentes de frecuencia tanto en módulo como en fase. Para esto se podrán en práctica distintos programas ejecutados en MATLAB®.

Sin importar la herramienta de cálculo, esta guía de laboratorio busca brindar una metodología para la implementación la *Transformada de Fourier* que permita al alumno resolver los ejercicios propuestos (y futuros desafíos profesionales) utilizando la herramienta de su preferencia.

En caso de surgir dudas respecto al manejo del software, se recomienda al estudiante la utilización de la “*Ayuda*” del mismo ya que se encuentra muy detallada y ejemplificada, como así también de tutoriales que ha puesto disponible la cátedra. Además, puede encontrar en la sección Bibliografía Sugerida varios libros que le serán de utilidad para el desarrollo del trabajo práctico.

2 MARCO TEÓRICO

1) Definición

La transformada de Fourier de una función $f(t)$ se define de la siguiente manera:

$$F(j\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t)e^{-j\omega t}\,dt$$

Es la integral impropia del producto entre la función $f(t)$ y $e^{-j\omega t}$ en el intervalo (-∞, +∞) respecto del tiempo, donde a $e^{-j\omega t}$ se lo conoce como el núcleo de la transformada.

La transformada de Fourier también puede ser expresada de la siguiente manera:

$$F(j\omega) = \mathcal{F}\{f(t)\}$$

Luego, si se desea volver a obtener la señal original $f(t)$, es necesario aplicar la transformada inversa de Fourier a $F(j\omega)$, la cual se define a continuación:

$$f(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} F(j\omega)\, e^{j\omega t}\,d\omega$$

2) Propiedades principales de la Transformada de Fourier

La *Transformada de Fourier* tiene una serie de propiedades que se enumeran a continuación y las cuales facilitan la obtención manual de la misma.

i. LINEALIDAD

Debido a la linealidad de la integración, su demostración es inmediata:

Si $F(j\omega) = \mathcal{F}\{f(t)\}$ y $G(j\omega) = \mathcal{F}\{g(t)\}$:

$$H(j\omega) = \mathcal{F}\{\alpha.f(t) + \beta.g(t)\}$$

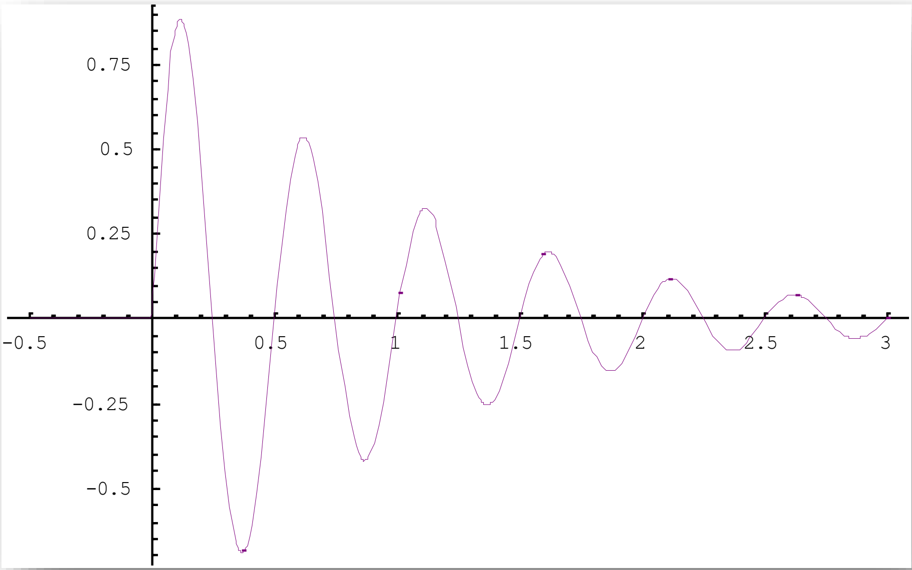
$$H(j\omega) = \alpha.\mathcal{F}\{f(t)\} + \beta.\mathcal{F}\{g(t)\}$$

$$H(j\omega) = \alpha.F(j\omega) + \beta.G(j\omega)$$

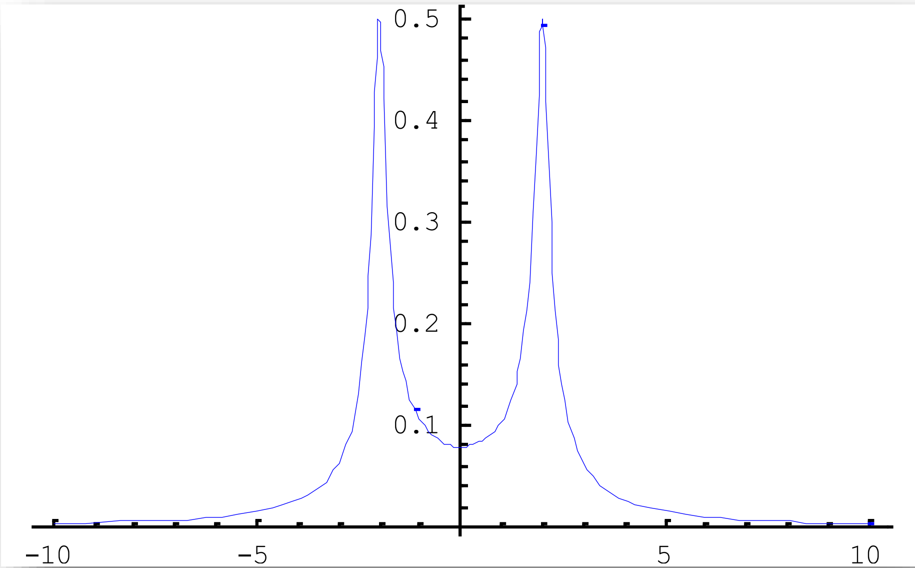
ii. SIMETRÍA

Si se grafica la *Transformada de Fourier* en función de la frecuencia, se puede observar que presenta una simetría respecto al eje de ordenadas, por ejemplo sea la función:

$$x(t) = e^{-t}\,sen(4\pi\, t)$$



Si se aplica la Transformada de Fourier, la gráfica de la transformada resulta:



Es posible apreciar que presenta dos picos para las frecuencias +2 y -2 que evidentemente son simétricas respecto al eje de ordenadas. Esto resulta de mucha utilidad ya que sólo es necesario graficar la parte de frecuencias positivas de la transformada debido a que la misma será simétrica para las frecuencias negativas.

iii. CAMBIO DE ESCALA

Si $\mathcal{F}\{f(t)\} = H(j\omega)$:

$$\mathcal{F}\{f(k.t)\} = \frac{1}{|k|} H(\frac{j\omega}{k})$$

Esto se demuestra fácilmente con un cambio de variable reemplazando t' = *k t* en la integral.

iv. TRASLACIÓN EN EL TIEMPO

Si $\mathcal{F}\{f(t)\} = H(j\omega)$:

$$\mathcal{F}\{f(t - t_0)\} = e^{-j\omega t_0}\, H(j\omega)$$

Esto se demuestra fácilmente con un cambio de variable reemplazando t' = t-t_0 en la integral.

v. TRASLACIÓN EN FRECUENCIA

Si $\mathcal{F}^{-1}\{H(j\omega)\} = f(t)$:

$$\mathcal{F}^{-1}\{H(j(\omega - \omega_0))\} = e^{-j\omega_0 t}\, f(t)$$

Como puede observarse, la traslación en frecuencia produce un amortiguamiento en el dominio del tiempo.

vi. TRANSFORMADA DE FOURIER DE LA DERIVADA DE UNA FUNCIÓN

Si $\mathcal{F}\{f(t)\} = H(j\omega)$:

$$\mathcal{F}\left\{\frac{\partial f}{\partial t}(t)\right\} = j\omega \,.H(j\omega)$$

vii. TRANSFORMADA DE FOURIER DE LA INTEGRAL DE UNA FUNCIÓN

Si $\mathcal{F}\{f(t)\} = H(j\omega)$:

$$\mathcal{F}\left\{\int f(t)\, dt\right\} = \frac{1}{j\omega}\,.H(j\omega)$$

3) Relación de Parseval

La relación de *Parseval* establece que la energía de una señal, calculada en el dominio del tiempo es igual a la energía de la señal calculada en el dominio de la frecuencia.

$$E = \int_{-\infty}^{\infty} f^2(t)\, dt = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} |F(j\omega)|^2\, d\omega$$

4) Transformada rápida de Fourier (FFT)

Hasta ahora se ha visto la *Transformada de Fourier* y su correspondiente transformada inversa para funciones continuas. Esto resulta muy útil para definir conceptos y evaluar analíticamente la misma, pero para su aplicación en ingeniería no resulta de mucha utilidad ya que las señales a analizar son señales muestreadas y, por lo tanto, son señales discretas o también pueden considerarse como vectores.

En consecuencia, no será factible utilizar la Transformada de Fourier para estas señales discretas sino que será necesario utilizar la Transformada Discreta de Fourier (conocida como DFT por sus siglas en inglés). No obstante, la mayoría de las herramientas de cálculo trabajan con un algoritmo aún más eficiente para calcular la DFT denominado *Fast Fourier Transform* (FFT) o Transformada Rápida de Fourier.

Sólo a modo informativo, se enuncia a continuación la definición de la FFT y su inversa IFFT:

Fast Fourier Transform:

$$X(k) = \sum_{i=1}^{N} x(i) {\omega_N}^{(i-1)(k-1)}$$

Inverse Fast Fourier Transform:

$$x(i) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^{N} X(k) {\omega_N}^{-(i-1)(k-1)}$$

Donde:

$$\omega_N = e^{-\frac{j2\pi}{N}}$$

Esta transformada se aplica para señales formadas por vectores de longitud N.

3 IMPLEMENTACIÓN DE FOURIER EN MATLAB®

1) Implementación de la FFT en MATLAB®

Comando *fft*:

Este comando efectúa el cálculo de la *Transformada Discreta de Fourier* (DFT) utilizando el algoritmo de la Transformada Rápida de Fourier para un vector *X*.

```
>> Y=fft(X);
```

En caso de que *X* no sea un vector sino una matriz, el programa devolverá una matriz que representará la DFT de cada columna de la matriz *X*.

Comando i*fft*:

Este comando efectúa el cálculo de la *Transformada Discreta Inversa de Fourier* (IDFT) utilizando el algoritmo de la Transformada Rápida de Fourier para un vector *Y*.

```
>> X=ifft(Y);
```

En caso de que, *Y* no sea un vector sino una matriz, el programa devolverá una matriz que representará la DFT de cada columna de la matriz *Y*.

2) Ejemplo de análisis de espectro de frecuencia

Primero debe definirse la longitud N de la señal y, en función de éste, se formulará un vector que representa al tiempo.

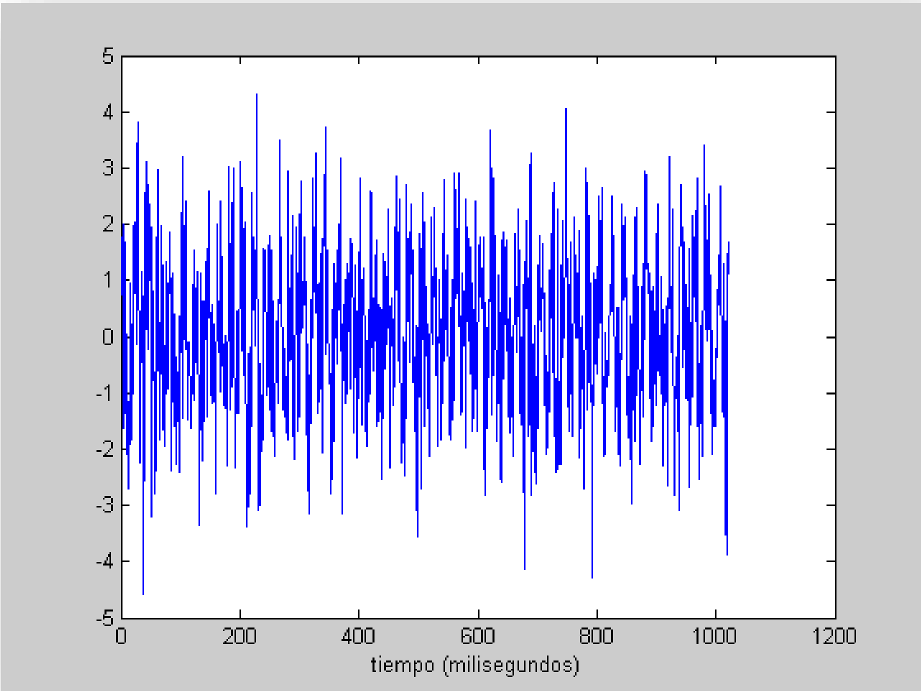
```
>> N=1024;

>> dt=0.001;

>> 0:dt:(N-1)*dt;
```

Ahora es posible definir el vector que representa la señal a analizar. La misma está formada por dos componentes senoidales de 50 Hz y 150 Hz, y una componente aleatoria que representa el “ruido” de la señal.

```
>> X= sin(2*pi*50*t)+sin(2*pi*3*50*t)+randn(size(t));
```

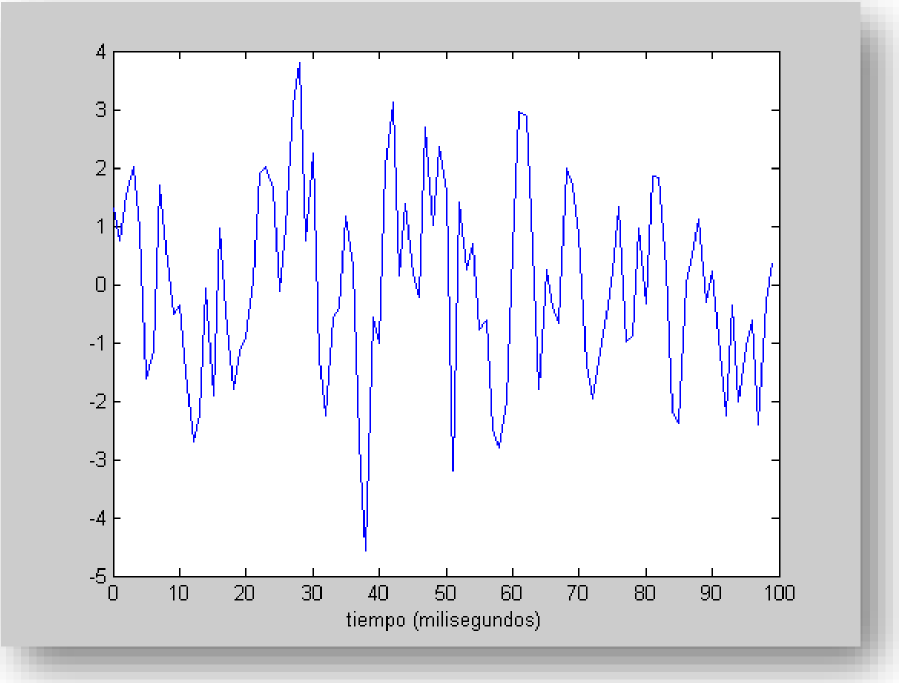
A continuación, se procede a graficar la señal generada:

```
>> plot(1000*t,X)

>> xlabel('tiempo (milisegundos)')
```



A fin de poder observar mejor la señal, se acorta el tiempo de muestreo hasta los 100 milisegundos

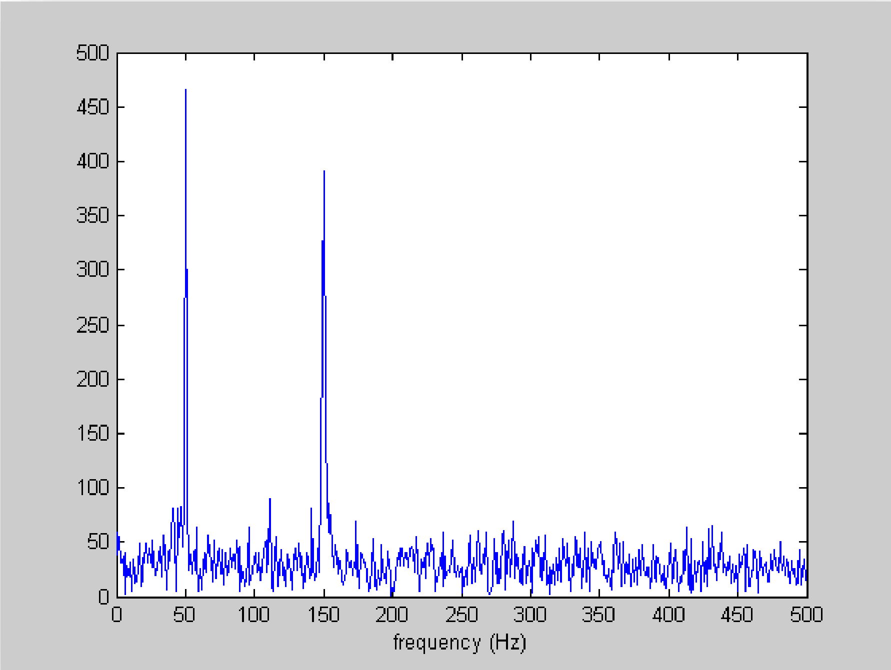
```
>> plot(1000*t(1:100),X(1:100)

>> xlabel('tiempo (milisegundos)')
```



A simple vista es imposible determinar qué componentes de frecuencia contiene la señal (si no se conociese su origen). Para poder analizar su contenido de componentes de frecuencia necesitaremos utilizar la *Transformada de Fourier*, y como se trata de una señal discreta utilizaremos específicamente la FFT.

Pero esto no es suficiente para poder graficar la *Transformada de Fourier*, primero debe definirse un vector frecuencia *f*, y luego definir el módulo del vector que representa la FFT de la señal ya que la misma está compuesta por números complejos los cuales no podríamos representar en una gráfica de dos dimensiones.

```
>> f=1000*(0:N/2)/N;

>> Py=abs(Y);

>> plot(f,Py(1:(N/2)+1))

>> xlabel('frequency (Hz)')
```



Como puede observarse en la figura anterior, es muy sencillo determinar a simple vista que la señal tiene dos componentes de frecuencia de 50 Hz y 150 Hz (aproximadamente), y el resto de las oscilaciones se debe a la componente aleatoria que no responde a ninguna frecuencia en particular.

4 APLICACIONES A SISTEMAS LTI

1) Función Transferencia

Repasando el concepto de *Función Transferencia* y cómo se relaciona con la *Transformada de Fourier*. Como se vio en guías previas de laboratorio, la *Función Transferencia* de un sistema *LTI* relacionaba la señal de entrada con la señal de salida, es decir, conociendo la *Función Transferencia* de un sistema *LTI* es posible determinar qué señal de salida le corresponde a cada señal de entrada.

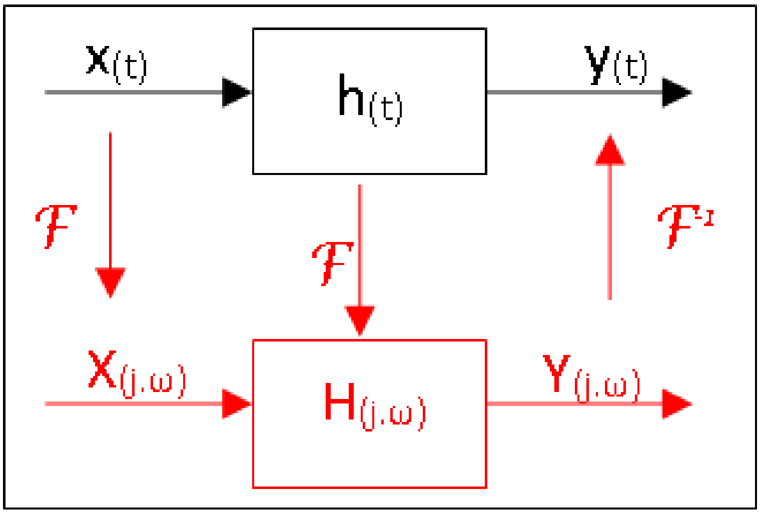
La señal de salida se obtiene efectuando el **producto de convolución** entre la señal de entrada y la Función Transferencia:

$$y(t) = \int_{-\infty}^{\infty} x(\tau)\, h(t-\tau)\, d\tau = x(t) * h(t)$$

La obtención de la señal de salida puede resultar más sencilla si en lugar de efectuar el producto de convolución en el dominio del tiempo, el mismo se lleva a cabo en el dominio de las frecuencias. Esto se debe a que en el dominio de las frecuencias el producto de convolución es un simple producto.

$$Y(j\omega) = X(j\omega)\,.\,H(j\omega)$$

La *Transformada de Fourier* es una de las herramientas más utilizadas para pasar del dominio del tiempo al dominio de las frecuencias, la misma se denota con la letra $\mathcal{F}$, y su operación inversa $\mathcal{F}^{-1}$, para pasar del dominio de las frecuencias al dominio del tiempo.



2) Filtros

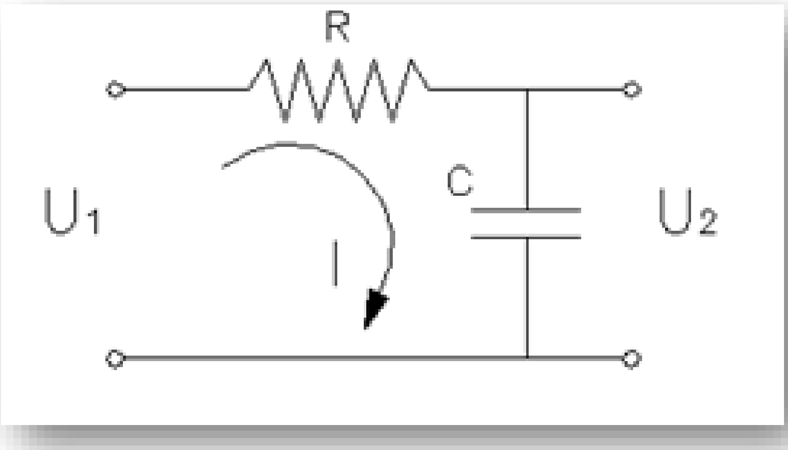
Una de las utilidades más importantes de la *Transformada de Fourier* en ingeniería es el diseño de filtros (ej. en Ingeniería Eléctrica es fundamental el conocimiento de la *TF* para el diseño de filtros para corrientes armónicas en la red). Los filtros son sistemas *LTI* que modifican el espectro de frecuencias de una señal reduciendo el contenido de potencia de ciertas frecuencias y dejando intactas o aumentando el de otras, dependiendo de lo que se necesite de una señal. Por lo tanto, el filtro se diseña en el dominio de las frecuencias.

Existiendo una infinidad de filtros, dependiendo de la necesidad en cada caso, en el presente informe se desarrollarán tres tipos de filtros: *PASA-BAJOS*, *PASA-ALTOS* y *PASA-BANDA*.

3) Filtro PASA-BAJOS

Como su nombre lo indica, este tipo de filtro permite que pasen las componentes de bajas frecuencias y filtra las componentes de altas frecuencias. El filtro presenta una “frecuencia de corte” a partir de la cual se separa las bajas frecuencias de las altas. Esta “frecuencia de corte” puede ser modificada con la variación de la configuración del filtro.

A modo de ejemplo, se aplica un filtro que modifica el espectro de frecuencias para un esquema eléctrico, donde la señal de entrada es la tensión U_1 y la señal de salida es la tensión U_2.



Como se puede apreciar en la figura, el esquema eléctrico corresponde a un circuito RC, donde el capacitor en paralelo presenta una alta impedancia para las frecuencias bajas mientras que, por el contrario, se manifiesta como un elemento de baja impedancia para las altas frecuencias. Por lo tanto, las componentes de baja frecuencia pasan por el filtro casi sin modificarse; en cambio, las componentes de alta frecuencia se derivan por la rama en paralelo del capacitor siendo así filtradas.

Las ecuaciones que representan el comportamiento del circuito de la figura se detallan a continuación:

$$U_1 = I\left(R + \frac{1}{j\omega C}\right)$$

$$U_2 = I\frac{1}{j\omega C}$$

Siendo la función transferencia $H(j\omega)$ del filtro:

$$H(j\omega) = \frac{U_2}{U_1}$$

Reemplazando las ecuaciones anteriores:

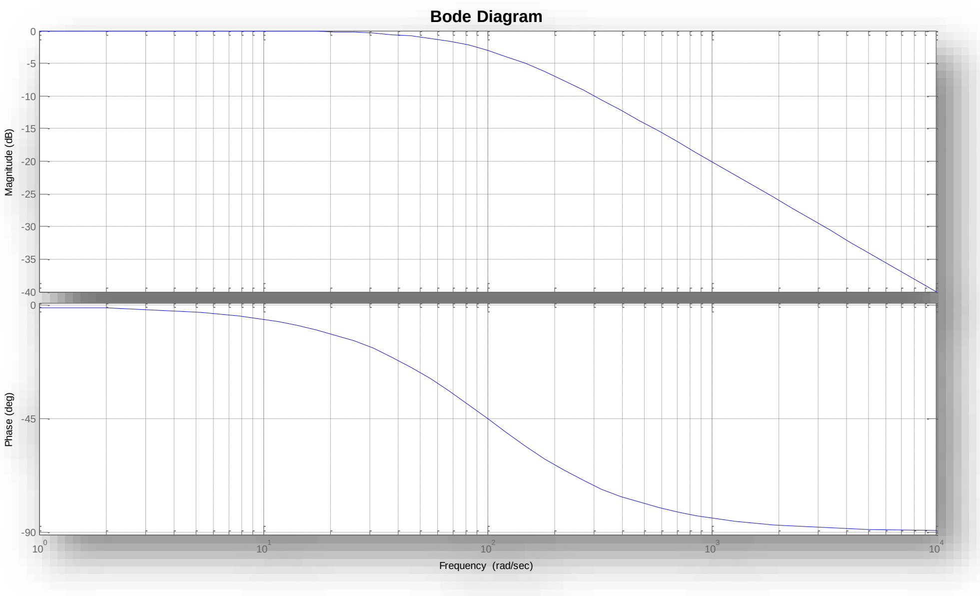
$$H(j\omega) = \frac{1}{1 + j\omega RC}$$

La frecuencia de corte de este filtro *PASA-BAJOS* se puede modificar variando los parámetros del circuito que lo componen, y se determina de la siguiente manera:

$$\omega_{CORTE} = \frac{1}{RC} \qquad \rightarrow \qquad f_{CORTE} = \frac{1}{2\pi RC}$$

A continuación, se obtiene el diagrama de Bode para la función transferencia del filtro *PASA-BAJOS*:

```
>> R=100;
>> C1=100e-6;
>> sys=tf(1,[R*C1 1])
Transfer function:
    1
----------
0.01 s + 1


>> bode(sys)
>> grid on
```

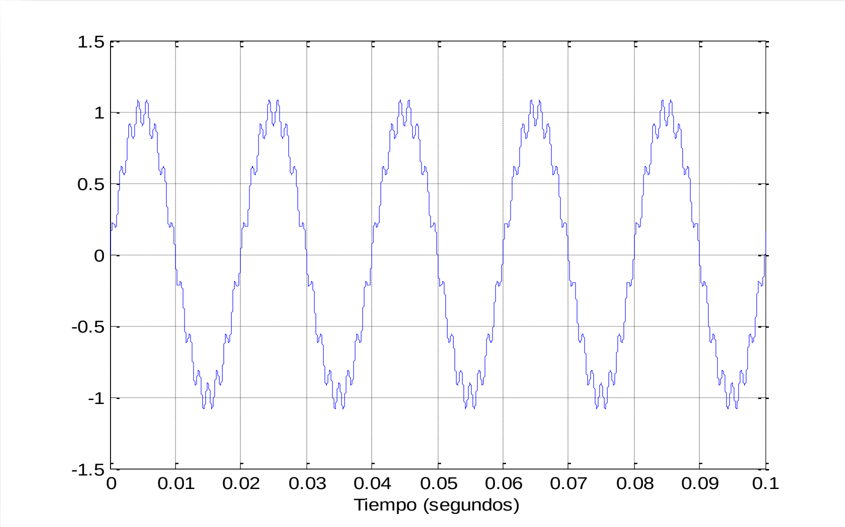


Ahora se verá con un ejemplo qué sucede si se inyecta una señal de dos componentes de frecuencia bien definidas, una de frecuencia inferior y otro de frecuencia superior a la frecuencia de corte del filtro.

Ejemplo:

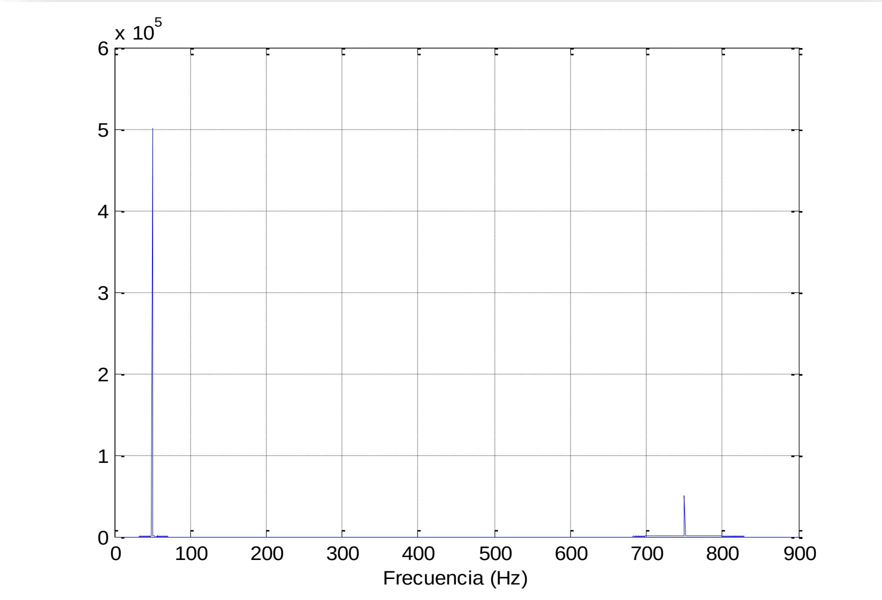
Sea la señal de entrada:

```
>> N=1000000;
>> dt=1/N;
>> t=0:dt:1;
>> U1=sin(2*pi*50*t)+0.1*sin(2*pi*750*t);
>> plot(t(1:100000),U1(1:100000))
>> grid on
>> xlabel('tiempo (segundos)')
```



Como se aprecia en la figura anterior, la señal tiene dos componentes de frecuencia: una de 50 Hz y otra de 750 Hz; como también se puede observar en el espectro de frecuencias a continuación.

```
>> U1f=fft(U1);
>> f=(1/dt)*(0:N)/N;
>> plot(f(1:900),abs(U1f(1:900)))
>> grid on
>> xlabel('frecuencia (Hz)')
```



En base a lo visto, definimos el filtro a partir de una frecuencia de corte (para este caso, se seleccionó una frecuencia de corte de 200 Hz) definida de la siguiente manera:

```
>> fcorte=200;
>> wcorte=2*pi*fcorte;
>> H=1./(1.+1i*2*pi*f/wcorte);
```

En principio, el filtro quedaría definido, aunque esto no es suficiente. Como se observó anteriormente, las funciones transformadas por Fourier (en el espectro de las frecuencias) presentan una simetría para las frecuencias negativas. El comando *fft* genera un vector en el cual ubica primero la tira de números que representan a las frecuencias positivas y luego las correspondientes a las frecuencias negativas. Entonces, para poder aplicar el filtro a la señal, debe construirse el filtro respetando este orden. Por este motivo, se copia la primera mitad del vector filtro generado anteriormente, y se pega espejado en la segunda mitad del mismo utilizando el comando *fliplr*.

```
>> H(N/2+1:end)=conj(fliplr(H(2:N/2+1)));
```

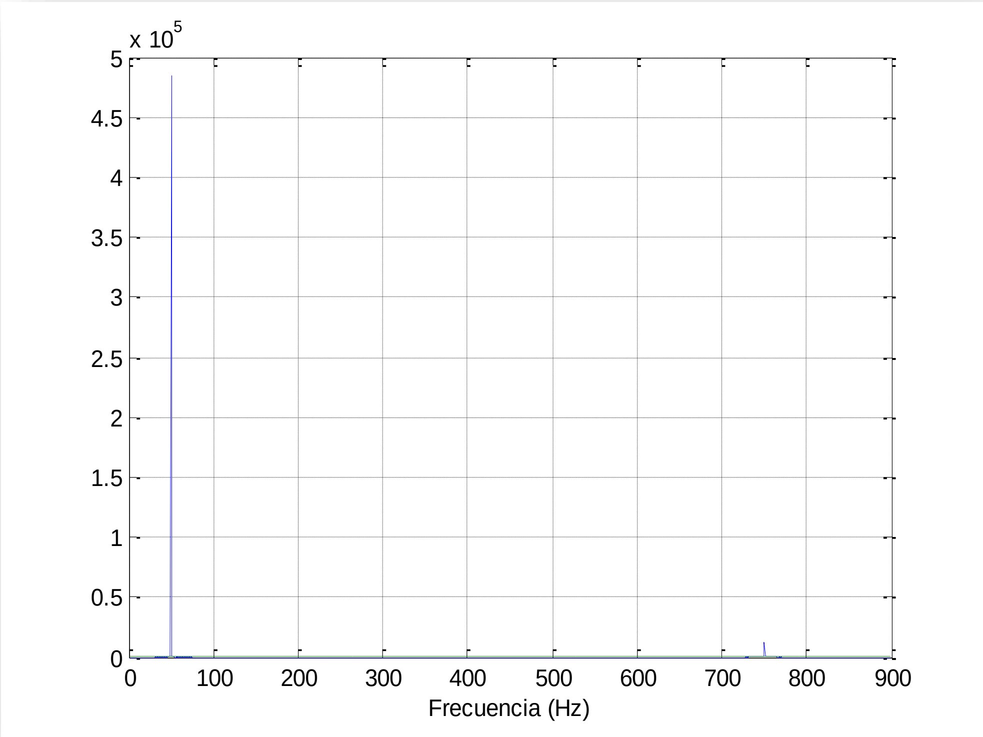
Además, se aplica el comando *conj* a fin de espejar respecto al eje de abscisas la parte imaginaria de las frecuencias negativas.

Luego, el filtrado de la señal U_1 se efectúa mediante el producto de esta con el filtro H en el dominio de las frecuencias. Se tiene como resultado de dicho producto la señal U_2 en el dominio de las frecuencias.

```
>> U2f=H.*U1f;
```

El espectro de frecuencias de la señal U_2 es el siguiente:

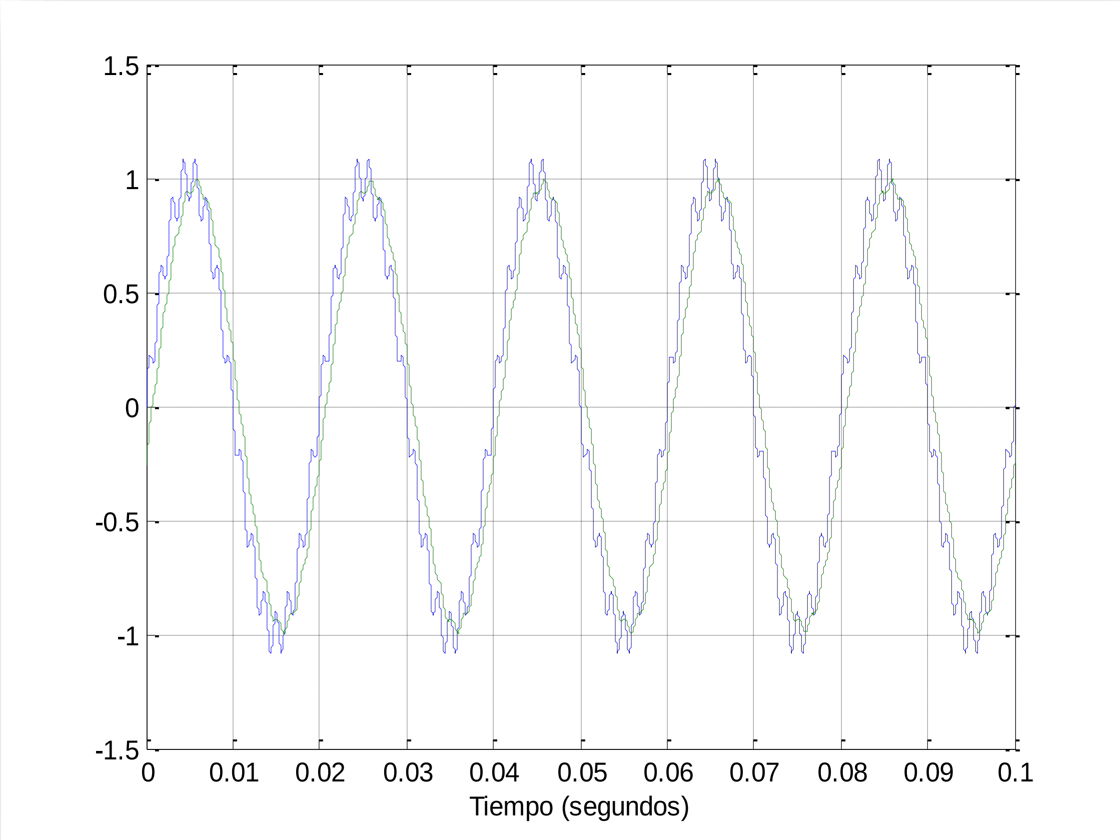
```
>> plot(f(1:900),abs(U2f(1:900)),f(1:900),abs(H(1:900)))
>> grid on
>> xlabel('Frecuencia (Hz)')
```



En la figura anterior puede observarse cómo queda casi completamente eliminada la componente de 750 Hz de frecuencia. Por último, se anti-transforma la señal y se grafica en el tiempo comparándola con señal original.

```
>> U2=ifft(U2f);

>> U2=real(U2);

>> figure(5)

>> plot(t,U1,t,U2)

>> grid on

>> xlabel('Tiempo (segundos)')

>> axis([0 0.1 -1.5 1.5])
```

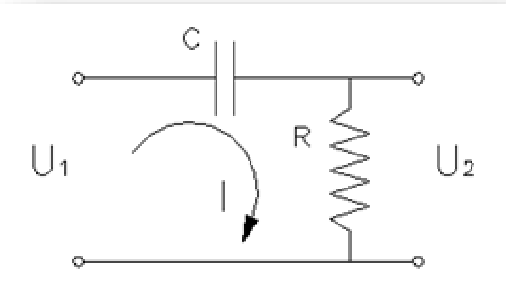
Nótese que a la señal anti-transformada se le aplica el comando *real*. Esto se debe a que durante el proceso de cálculo se producen pequeños errores debido a la precisión del cálculo, generando pequeños residuos en los valores de la parte imaginaria. Por lo tanto, la utilización del comando *real* sirve para evitar que estos errores afecten la grafica de la curva en el dominio del tiempo.



4) <u>Filtro PASA-ALTOS</u>

Este tipo de filtro funciona a la inversa que el filtro *PASA-BAJOS* antes visto, permite que pasen las componentes de altas frecuencias y filtra las componentes de bajas frecuencias. Al igual que el filtro PASA-BAJOS, presenta una “frecuencia de corte” para separar las bajas frecuencias de las altas, y ésta puede ser modificada con la variación de la configuración del filtro.

A modo de ejemplo, se aplica un filtro que modifica el espectro de frecuencias para un esquema eléctrico, donde la señal de entrada es la tensión U_1 y la señal de salida es la tensión U_2.



Como se puede apreciar en la figura, el esquema eléctrico corresponde a un circuito RC, donde el capacitor en serie presenta una alta impedancia para las frecuencias bajas mientras que, por el contrario, se manifiesta como un elemento de baja impedancia para las altas frecuencias. Por lo tanto, las componentes de alta frecuencia pasan por el filtro casi sin modificarse; en cambio, las componentes de alta frecuencia son filtradas por el capacitor.

Las ecuaciones que representan el comportamiento del circuito de la figura se detallan a continuación:

$$U_1 = I\left(R + \frac{1}{j\omega C}\right)$$

$$U_2 = I\,R$$

Siendo la función transferencia $H\left(j\omega\right)$ del filtro:

$$H(j\omega) = \frac{U_2}{U_1}$$

Reemplazando las ecuaciones anteriores:

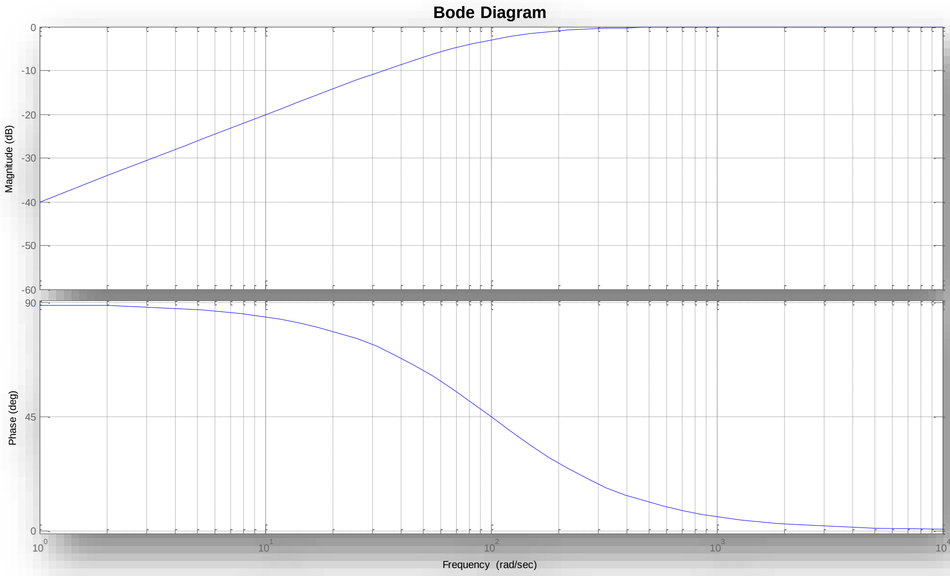
$$H(j\omega) = \frac{j\omega RC}{1 + j\omega RC}$$

La frecuencia de corte de este filtro *PASA-ALTOS* se puede modificar variando los parámetros del circuito que lo componen, y se determina de la siguiente manera:

$$\omega_{CORTE} = \frac{1}{RC} \qquad \rightarrow \qquad f_{CORTE} = \frac{1}{2\pi RC}$$

A continuación, se obtiene el diagrama de Bode para la función transferencia del filtro *PASA-BAJOS*:

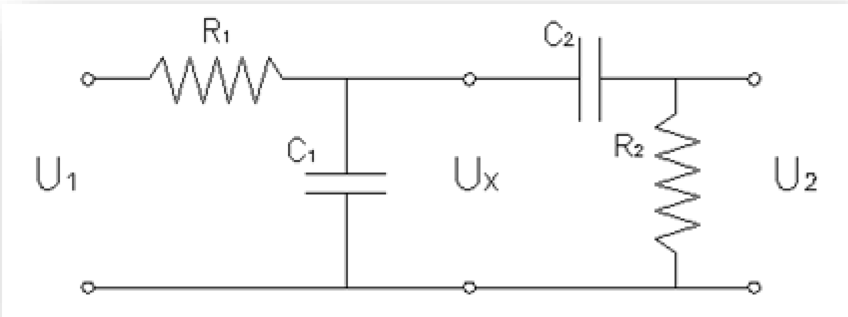
```
>> R=100; C1=100e-6;

>> sys=tf(1,[R*C1 1])

Transfer function:

     1

----------

0.01 s + 1


>> bode(sys)

>> grid on
```



5) **Filtro *PASA-BANDA***

En este caso, el filtro permite pasar las componentes de frecuencia de una señal dentro de un rango de frecuencias llamado “ancho de banda”. Es decir, el filtro tendrá una frecuencia de corte inferior y una frecuencia de corte superior. Las componentes de frecuencia que estén por debajo de la frecuencia de corte inferior y por encima de la frecuencia superior serán filtradas. Una forma de formar un filtro *PASA-BANDA* es utilizando dos filtros RC en serie, de los cuales uno será un filtro *PASA-BAJOS* (el cual determina la frecuencia superior de corte) y el otro será un filtro *PASA-ALTOS* (el cual determina la frecuencia inferior de corte).

A continuación, se aplica un filtro que modifica el espectro de frecuencias para un esquema eléctrico donde, la señal de entrada es la tensión U_1 y la señal de salida es la tensión U_2.



Como se puede apreciar en la figura, el esquema eléctrico corresponde a dos circuitos RC, un filtro *PASA-BAJOS* y un filtro *PASA-ALTOS* en serie.

Las ecuaciones que representan el comportamiento del circuito de la figura N° 19 se detallan a continuación en base a lo desarrollado para los dos tipos de filtro anteriores:

$$\frac{U_X}{U_1} = \frac{1}{1 + j\omega R_1 C_1}$$

$$\frac{U_2}{U_X} = \frac{j\omega R_2 C_2}{1 + j\omega R_2 C_2}$$

Siendo la función transferencia $H(j\omega)$ del filtro:

$$H(j\omega) = \frac{U_2}{U_X} \cdot \frac{U_X}{U_1} = \frac{U_2}{U_1}$$

Reemplazando las ecuaciones anteriores:

$$H(j\omega) = \frac{j\omega R_2 C_2}{(1 + j\omega R_1 C_1)(1 + j\omega R_2 C_2)}$$

La frecuencia de corte superior de este filtro se puede modificar variando los parámetros del circuito que lo componen, y se determina de la siguiente manera:

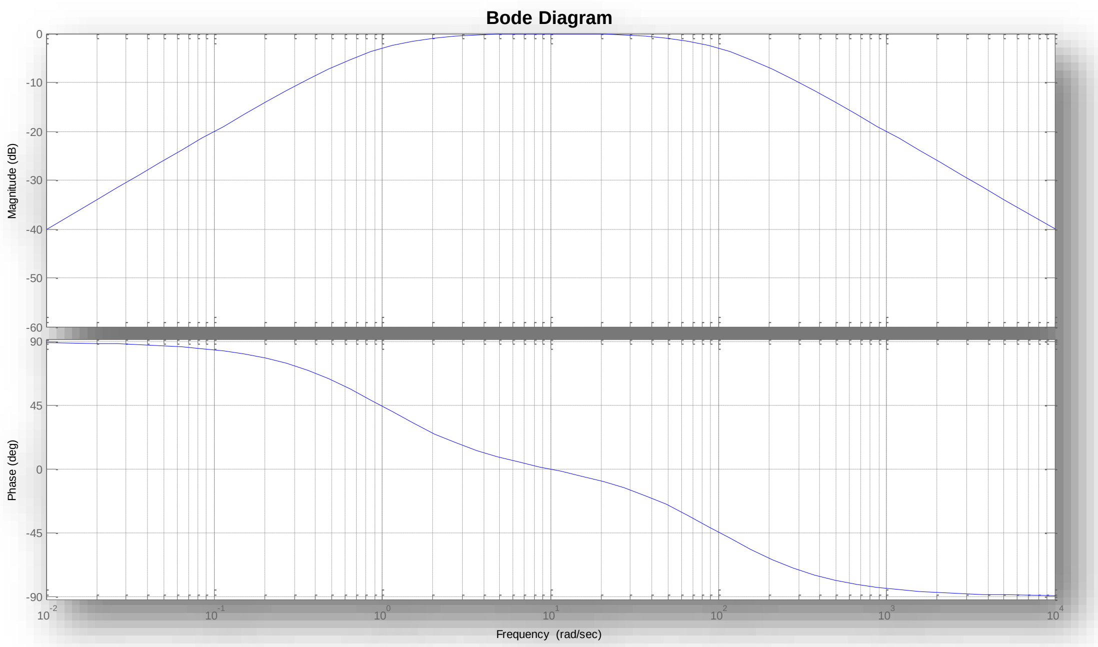
$$\omega_{CORTE_{SUP}} = \frac{1}{R_1 C_1} \qquad \rightarrow \qquad f_{CORTE_{SUP}} = \frac{1}{2\pi R_1 C_1}$$

La frecuencia de corte inferior de este filtro se puede modificar variando los parámetros del circuito que lo componen, y se determina de la siguiente manera:

$$\omega_{CORTE_{INF}} = \frac{1}{R_2 C_2} \qquad \rightarrow \qquad f_{CORTE_{INF}} = \frac{1}{2\pi R_2 C_2}$$

A continuación, se obtiene el diagrama de Bode para la función transferencia de un filtro *PASA-BANDA*:

```
>> R1=100; C1=100e-6;

>> R2=1000; C2=1e-3;

>> sys1=tf([R2*C2 0],[R1*R2*C1*C2 R1*C1+R2*C2 1])

Transfer function:

          s

---------------------

0.01 s^2 + 1.01 s + 1

>> bode(sys1)

>> grid on
```



5 EJERCICIOS PARA RESOLVER

Los ejercicios para resolver se presentarán en clase.

6 RESUMEN DE COMANDOS MATLAB®

Comando	Descripción
`tf(num,den)`	Define una función transferencia a partir de los coeficientes del numerador *num* y del numerador *den*
`fft(sys)`	devuelve la transformada rápida de Fourier del vector *X*
`ifft(sys)`	devuelve la transformada inversa rápida de Fourier del vector *X*
`bode(sys)`	devuelve la respuesta en frecuencia para un sistema *sys*
`conj(n)`	devuelve el conjugado de *n*
`fliplr(n)`	devuelve el vector n espejado en sus valores de izquierda a derecha
`sin(n)`	devuelve el seno de *n*
`cos(n)`	devuelve el coseno de *n*
`abs(n)`	devuelve el valor absoluto de *n*
`real(n)`	devuelve el valor real de *n*
`plot(t,x)`	devuelve la gráfica de *x* (ordenadas) respecto de *t* (abscisas)
`grid on`	activa la grilla de un gráfico
`xlabel('texto')`	devuelve la cita "texto" en el eje de abscisas de un gráfico

7 BIBLIOGRAFIA SUGERIDA

[1] ANÁLISIS DE FOURIER

Hwei P. Hsu

Prentice Hall

[2] Análisis de Fourier y Cálculo Operacional Aplicado a la Electrotecnia

Enrique Ras Oliva

Marcombo