Metadata

Note_Type::Literature Note
Topics::Dynamic Programming
Source_Url::LeetCode-Problem 10, Dynamic Programming - Top down and Bottom up

---

說明

題目簡述

鼎鼎大名的正則表示法(Regular Expression Matching)，幾乎包含於各個熱門程式語言中。此題目並未囊括所有表示法，但是包含 `.` 、 `*` 兩種：

- `*` ：表示可以比對前一個字元**零次至多次**
- `.` ：表示可以比對單一任意字元

題目範例：

Example 1:

```
Input: s = "aa", p = "a"
Output: false
Explanation: "a" does not match the entire string "aa".
```

Example 2:

```
Input: s = "aa", p = "a*"
Output: true
Explanation: '*' means zero or more of the preceding element,
'a'. Therefore, by repeating 'a' once, it becomes "aa".
```

Example 3:

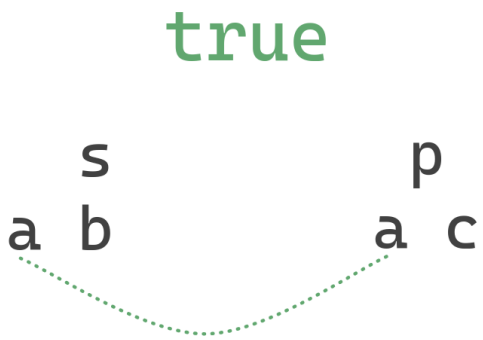
```
Input: s = "ab", p = ".*"
Output: true
Explanation: ".*" means "zero or more (*) of any character
(.)".
```

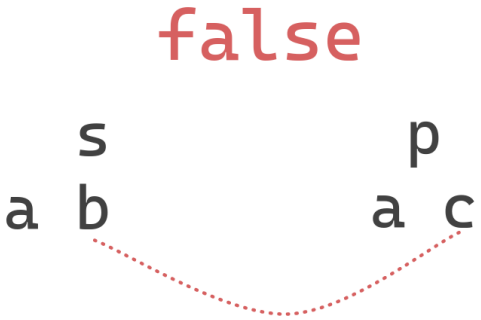
解題思路

須考慮的情境如下：

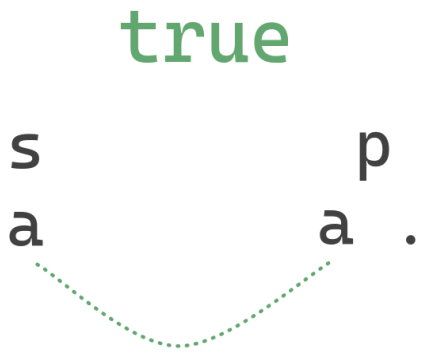
1. `s` 當前字元與 `p` 是否相同
2. 若 `p` 當前字元為 `.` ，`s` 是否為**有效字元**
3. 若 `p` 下個字元為 `*` ，須額外配對前一個字元的情境

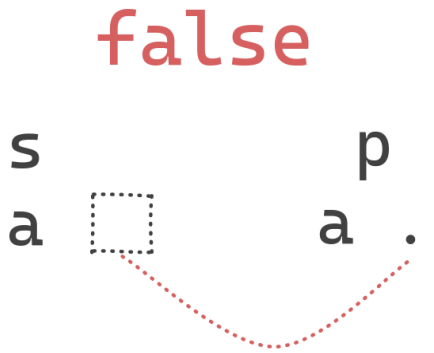
情境一：`s` 當前字元與 `p` 是否相同





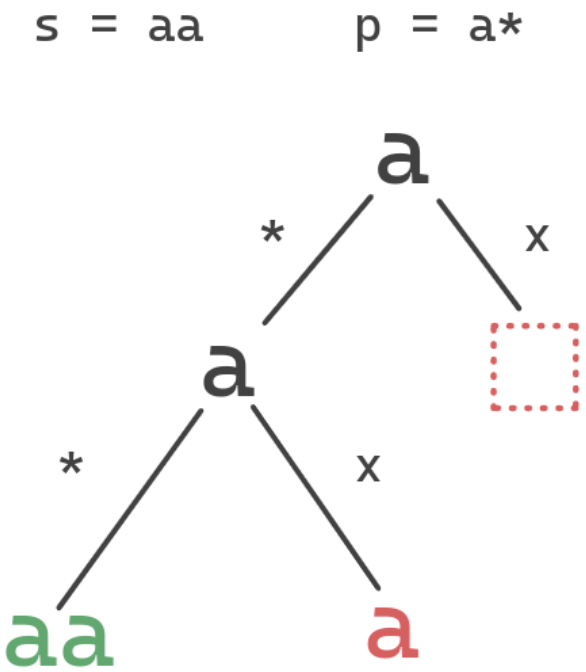
情境二：若 `p` 當前字元為 `.`，`s` 是否為有效字元





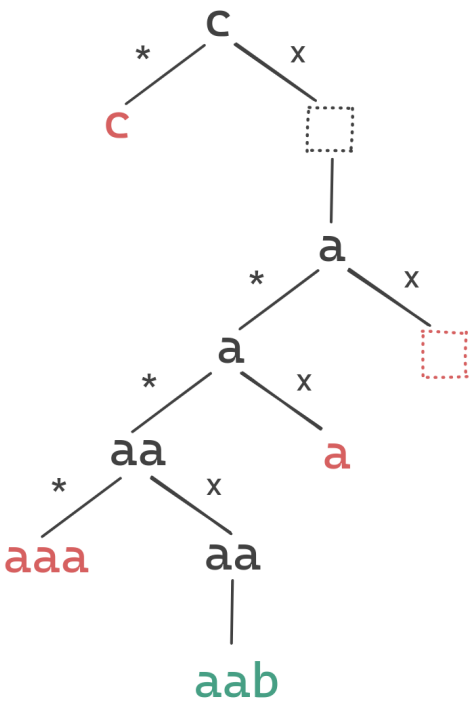
情境三：若 `p` 下個字元為 `*`，須額外配對前一個字元的情境

每當我們配對到 `*` 字元時，可以選擇**零次或一次**的前一個字元。此種二元選擇可以歸納為一個決策樹來展示我們的配對：



`*` 後方還有字符時，也會因為前面的選擇更動：

s = aab　　p = c*a*b



演算法設計

> **建立考慮未來結果的演算法？**
>
> 要將未來結果視為條件進行判斷，可以考慮的方向：
>
> 1. 把現有的結果暫存起來，直到最後將結果全部一起看 (Top down)
> 2. 將演算的順序顛倒，直接引用未來的值 (Bottom Up)

Dynamic Programming - Bottom Up

- 建立動態規劃陣列

預計是以陣列最後一位開始，由右至左、由下到上遍歷，而動態規劃的最終結果便會出現在第一位。

```
class Solution
{
public:
  bool isMatch(string s, string p)
  {
    // 建立動態規劃陣列
    vector<vector<int>> dp(s.length() + 1, vector<int>(p.length() + 1, 0));
        // 初始值為 1(true)，將前一筆匹配紀錄持續演算下去
    dp[s.length()][p.length()] = 1;

        // 遍歷所有`s`與`p`字元配對
    //  ...
```

```
        // 當前`s`與`p`相同?
        //  ...

        // `p`下個字元為`*`?
        //  ...

        // 前幾筆的配對也是成功?
        //  ...

        return dp[0][0];
    }
};
```

- 遍歷所有 `s` 與 `p` 字元配對

`s` 的索引初始值(`s.length()`)之所以比 `p` 的初始值(`p.length() - 1`) 多一，是考慮配對 `s` 當前字元為空的情況。

```
class Solution
{
public:
    bool isMatch(string s, string p)
    {
      // 建立動態規劃陣列
        vector<vector<int>> dp(...);

        // 遍歷所有`s`與`p`字元配對
        for (int i = s.length(); i >= 0; i--)
        {
          for (int j = p.length() - 1; j >= 0; j--)
          {
            // 當前`s`與`p`相同?
                // ...

            // `p`下個字元為`*`?
                // ...

                // 前幾筆的配對也是成功?
                // ...
          }
        }

        return dp[0][0];
    }
};
```

- `s` 與 `p` 當前字元相同?

```
class Solution
{
public:
    bool isMatch(string s, string p)
    {
```

```
    // 建立動態規劃陣列
        vector<vector<int>> dp(...);

        // 遍歷所有`s`與`p`字元配對
        for (int i = s.length(); i ≥ 0; i--)
        {
          for (int j = p.length() - 1; j ≥ 0; j--)
          {
            // 當前`s`與`p`相同?
                bool curr_match = i ≤ s.length() && p[j] == '.' || p[j] == s[i];

            // `p`下個字元為`*`?
                // ...

                // 前幾筆的配對也是成功?
                // ...
          }
        }

        return dp[0][0];
  }
};
```

- 前幾筆的配對也是成功?

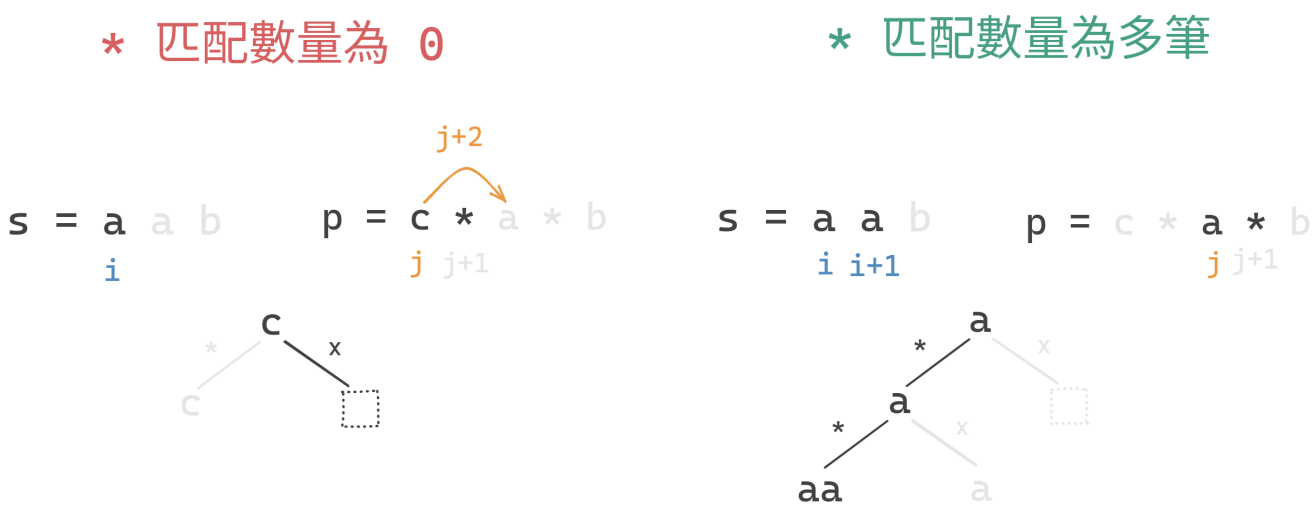
```
class Solution
{
public:
  bool isMatch(string s, string p)
  {
    // 建立動態規劃陣列
        vector<vector<int>> dp(...);

        // 遍歷所有`s`與`p`字元配對
        for (int i = s.length(); i ≥ 0; i--)
        {
          for (int j = p.length() - 1; j ≥ 0; j--)
          {
            // 當前`s`與`p`相同?
                bool curr_match = i < s.length() && p[j] == '.' || p[j] == s[i];

            // `p`下個字元為`*`?
                if (j + 1 < p.length() && p[j + 1] == '*')
                {
                  // ...
                }
                // 前幾筆的配對也是成功?
                else
                {
                  dp[i][j] = curr_match &&       // 當前的配對結果
                                          dp[i + 1][j + 1];    // 前一筆的配對結果
                }
          }
        }

        return dp[0][0];
  }
};
```

- `p` 下個字元為 `*` 的情況



`*` 規則是依據前個字元來決定配對是否成功

所以當配對 `s` 與 `p` 當前字元(`i`、`j`)時，會觀察 `p` 下個字元(`j + 1`)是否為 `*`，以考慮所有組合。

需要 `*` 配對零次情境下，不需要當前字元配對，所以跳過 `*` 找下個 `p` 字元(`j + 2`)，並固定 `s` 當前字元(`i`)配對。

需要 `*` 配對多筆情境下，需要當前字元持續配對，所以持續找 `s` 下個字元(`i + 1`)，並固定當前 `p` 字元(`j`)配對。

```
class Solution
{
public:
  bool isMatch(string s, string p)
  {
    // 建立動態規劃陣列
        vector<vector<int>> dp(...);

        // 遍歷所有`s`與`p`字元配對
        for (int i = s.length(); i >= 0; i--)
        {
          for (int j = p.length() - 1; j >= 0; j--)
          {
            // 當前`s`與`p`相同?
                bool curr_match = i < s.length() && p[j] == '.' || p[j] == s[i];

            // `p`下個字元為`*`?
                if (j + 1 < p.length() && p[j + 1] == '*')
                {
                  dp[i][j] = dp[i][j + 2] ||                // `*` 配對零筆
                                (curr_match && dp[i + 1][j]);    // `*` 配對一筆
                }
                // 當前字元匹配相同時
                else
                {
                  dp[i][j] = curr_match && dp[i + 1][j + 1];
```

```
                }
            }
        }

        return dp[0][0];
    }
};
```

Dynamic Programming - Top down

```
class Solution
{
    string ss, pp;
public:
    bool dfs(int i, int j)
    {
        // 兩字串配對成功?
        if (j == pp.length())
        {
            return i == ss.length();
        }

        // 當前字元配對成功?
        bool curr_match = i < ss.length() && pp[j] == '.' || pp[j] == ss[i];

        if (j + 1 < pp.length() && pp[j + 1] == '*')
        {
            return dfs(i, j + 2) ||               // `*`配對零次
                   curr_match && dfs(i + 1, j);    // `*`配對一次
        }
        return curr_match && dfs(i + 1, j + 1); // 現在、下次配對成功?
    }

    bool isMatch(string s, string p)
    {
        ss = s, pp = p;
        return dfs(0, 0);
    }
};
```