EBERHARD KARLS UNIVERSITÄT TÜBINGEN

Informatik I Vorlesung

Wintersemester 2016/2017

Mitschrieb von Julian Wolff

Inhaltsverzeichnis

ı	Sch	eme: Ausdrucke, Auswertung und Abstraktion	2
	1.1	REPL	2
	1.2		2
	1.3	Zusammengesetzte Ausdrücke	3
	1.4	Identifier	3
	1.5	Lambda-Abstraktion	3
	1.6	Kommentare	4
	1.7	Signaturen	4
	1.8	Prozedur-Signaturen	5
	1.9	Testfälle	5
	1.10	Erinnerung	
	1.11	Top-Down-Entwurf (Programmieren mit "Wunschdenken")	6
	1.12	Reduktionsregeln für Scheme (\leadsto)	7
		1.12.1 Einschub: Lexikalische Bindung	8
	1.13	Übliche Notation in der Mathematik: Fallunterscheidung!	8
	1.14	Spezialform Fallunterscheidung (conditional)	8
	1.15	Binäre Fallentscheidung:	9
	1.16	Zusammengesetzte Daten	9
	1.17	Records in Scheme	10
	1.18	Spezialform check-property	10
		1.18.1 Interaktion von Konstruktor und Selektor	10
	1.19	Längen/Breitengrade	12
	1.20	Signaturnamen	12
2	Gen	nischte Daten	12
	2.1	Polymorphe Signaturen	14
	2.2	Polymorphe Paare und Listen	
	2.3	Liste	15
	2.4	Visualisierung von Listen	16
	2.5	Spines (Rückrad)	
	2.6	Prozeduren über Listen	17
3	Neu	e Sprachebene "Macht der Abstraktion"	17

Scheme: Ausdrücke, Auswertung und Abstraktion

REPL

Definition	DrRacket
Interaction	REPL

Die Anwendung von Funktionen wird in Scheme <u>ausschließlich</u> in <u>Präfixnotation</u> durchgeführt:

Mathematik	Scheme
44-2	(-44 2)
f(x,y)	$(f \times y)$
$\sqrt{81}$	(sqrt 81)
$\lfloor x \rfloor$	(floor x)
9^{2}	(expt 9 2)
3!	$(!\ 3)$

Allgemein: (Funktion) (argument))

(+402) und (odd? 42) sind Beispiele für die <u>Ausdrücke</u>, die bei Auswertung einen Wert liefern. (Notation \leadsto) heißt Auswertung/Evaluation/Reduktion.

$$\begin{array}{ccc} (+\ 40\ 2) \underset{Eval}{\leadsto} 42 \\ (\text{add?}\ 42) \underset{Eval}{\leadsto} \# f \end{array}$$

Interaktionsfenster:

$$\begin{array}{c} \operatorname{Read} \leadsto \operatorname{Eval} \leadsto \operatorname{Print} \\ \operatorname{Loop} \end{array}$$

REPL

Literale

<u>Literale</u> stehen für einen konstanten Wert (auch: <u>Konstante</u>) und sind nicht weiter reduzierbar.

$\underline{\text{Literal}}$		Signatur
#t #f	(true, false, Wahrheitswerte)	boolean
,,ac" ,,x" ,, "	(Zeichenketten)	string
0 1904 -42 007	(ganze Zahlen)	integer
0.42 3.1415 -273.15	(Fließkommazehlen)	real
$1/2 \ 3/4 \ -1/10$	(rationale Zahlen)	rational
	(Bilder)	image

Zusammengesetzte Ausdrücke

Auswertung <u>zusammengesetzte Ausdrücke</u> (composite expression) in mehreren Schritten (Steps), "von innen nach außen", bis keine weitere Reduktion möglich ist: $(+(+20\ 20)(+\ 1\ 1)) \rightsquigarrow (+\ 40\ (+\ 1\ 1)) \rightsquigarrow (+\ 40\ 2) \rightsquigarrow 42$

Beispiel:

$$0.7 + \left(\frac{1}{2}/0.25\right) - \left(0.6/0.3\right) = 0.7$$

Achtung: Scheme rundet bei Arithmetik mit Fließkommazahlen (interne Darstellung nicht präzise). Die Arithmetik mit rationalen Zahlen ist exakt.

Identifier

Ein Wert kann an einen Namen (identifier) gebunden werden, durch (define $\langle id \rangle \langle expression \rangle$) Es erlaubt konsistente Wiederverwendung und dient der Selbstdokumentation von Programmen.

Achtung: Dies ist eine Spezialform und kein Ausdruck. Insbesondere besitzt diese Spezialform keinen Wert, sondern einen Effekt: der Name (id) wird durch den Wert von (expression) gebunden. Namen können in Scheme fast beliebig gewählt werden, solange

- die Zeichen ()[[{}",';#\ | nicht vorkommen
- der name nicht einem numerischen Literal gleicht
- keinen Whitespaße (Leerzeichen, Tabulatoren, Neuwlines) enthalten sind

Beispiel: Euro \rightarrow US-\$

Achtung: Groß-/Kleinschreibung ist in Identifiern <u>nicht</u> relevant.

Lambda-Abstraktion

Eine <u>Lambda-Abstraktion</u> (auch: Funktion, Prozedur) erlaubt die Formulierung von Ausdrücken, in denen mittels <u>Parametern</u> von konkreten Werten abstrahiert wird: (lambda $(\langle p_1 \rangle \langle p_2 \rangle ...) \langle \exp r \rangle$)

expr ist der Rumpf und enthält Vorkommen der Paramenter $\langle p_i \rangle$.

(lambda...) ist eine Spezialform. Der Wert der Lambda-Abstraktion $\#\langle \text{procedure} \rangle$ Die Anwendung (auch: Applikation) der Lambda-Abstraktion führt zur Ersetzung aller Vorkommen der Parameter im Rumpf durch die angegebenen konkreten Argumente:

```
(lambda (days)(*days(*155 minutes-in-a-day)) 365) \stackrel{!}{\leadsto} (*365 ( 155 minutes-in-a-day)) \leadsto ... \leadsto 81468000
```

Kommentare

In Scheme leitet ein Semikolon einen <u>Kommentar</u> ein, der bis zum Zeilenende reicht und von Racket bei der Auswertung ignoriert wird.

Prozeduren/Funktionen sollen im Programm eine ein- bis zweizeilige <u>Kurzbeschreibung</u> vorangestellt werden.

Signaturen

Eine Signatur prüft, ob ein Name $\langle id \rangle$ an einen Wert einer angegebenen Sorte gebunden wird. Signaturverletzungen werden protokolliert.

```
(: \langle id \rangle \langle signatur \rangle)
```

Bereits eingebundene Signaturen sind:

- natural N
- ingeger \mathbb{Z}
- rational Q
- real \mathbb{R}
- number C
- boolean
- string
- image

Der Doppelpunkt ": " ist eine Spezialform und hat daher keinen Wert, aber einen Effekt: Eine Signaturprüfung wird durchgeführt.

Prozedur-Signaturen

Prozedur-Signaturen spezifizieren Signaturen sowohl für die Parameter $\langle p_1 \rangle, \langle p_2 \rangle, \dots$ als auch für den Ergebniswert der Prozedur:

```
(:\langle id \rangle (\langle signatur-p_1 \rangle \langle signatur-p_2 \rangle ... \rightarrow \langle signatur-ergebnis \rangle))
```

Prozedur-Signaturen werden bei jeder Anwendung der Funktion $\langle id \rangle$ auf Verletzung geprüft.

Testfälle

<u>Testfälle</u> dokumentieren das erwartende Ergebnis einer Prozedur für ausgewählte Argumente:

```
(check-expect \langle e_1 \rangle \langle e_2 \rangle)
```

Werte den Ausdruck $\langle e_1 \rangle$ aus und teste, ob der erhaltene Wert der Erwartung (=Wert des Ausdruck $\langle e_2 \rangle$) entspricht.

Einer Prozedurdefinition sollten Testfälle direkt vorangestellt werden.

Erinnerung

Konstruktionsanleitung für Prozeduren:

- kurzbeschreibung (ein- bis zweizeiliger Kommentar mit Bezug auf PArameternamen und Ergebnis)
- Signatur (: $\langle \text{ name } \rangle \text{ } (... \rightarrow))$
- Testfälle check-expect/ ceack-within
- Prozedurgerüst (define $\langle name \rangle$ (lambda $(\langle p_1 \rangle \langle p_2 \rangle)$)
- Rumpf programmieren (rumpf))

Top-Down-Entwurf (Programmieren mit "Wunschdenken")

Beispiel: Sunset auf Tatooine (SW Episode IV) Zeichne Szene zu Zeitpunkt t $(t=0 \dots 100)$

- (1) Himmel verfärbt sich von blau (t=0) zu rot (t=100)
- (2) Sonne(n) versinkt (bei t=100 hinter Horizont)
- (3) Luke starrt auf Horizont (bei jeden t)

Zeichne Szene von hinten nach vorne:



Abbildung 1: Frodo auf dem Weg nach Mord... äh ich meine natürlich Luke auf Tatooine

Reduktionsregeln für Scheme (→)

Fallunterscheidung je nach Ausdruck:

• Literal l (1, #t, "Karotte", ...) [$eval_1$] l \rightsquigarrow l (keine Reduktion möglich)

- Identifier $\langle id \rangle$ [eval_{id}] $\langle id \rangle \rightsquigarrow \text{Wert}$, an den $\langle id \rangle$ gebunden
- Lambda-Abstraktion $[eval_{\lambda}]$ (lambda (...)...) \leadsto (lambda (...)...)
- Applikation (f $e_1e_2...$)

- f,
$$e_1$$
, e_2 , ... mittels \leadsto , erhalte f', e'_1 , e'_2 ...

$$\begin{bmatrix}
\text{Operation auf } e'_1, e'_2 \dots & \text{Falls f primitive} & [\text{apply/prim}] \\
\text{anwenden} & (\text{eingebaute}) & \text{Operation}
\end{bmatrix}$$
-
$$\begin{bmatrix}
\text{Argumentwerte } e'_1, e'_2, \dots & \text{falls f'} & [apply_λ] \\
\text{den Rumpf einsetzen, den} & \text{Lambda-Abstraktion} \\
\text{Rumpf mittels } \leadsto \text{ reduzieren}
\end{bmatrix}$$

Wiederhole Anwendung von → bis keine Reduktion mehr möglich ist.

Beispiele:

$$(+40\ 2)$$
 $\underset{eval_{id}}{\leadsto} (\#\langle \text{procedure:+} \rangle \ 40\ 2)$
 $eval_{lit} \cdot 2$
 $\underset{applyprim}{\leadsto} 42$

$$(\operatorname{sqr} 9) \underset{eval_{id}}{\leadsto} (lambda(x)(*xx))$$

$$eval_{lit}$$

$$\underset{apply_{\lambda}}{\leadsto} (*99)$$

$$\underset{eval_{id}}{\leadsto} (\#\langle procedure : *\rangle 99)$$

$$eval_{lit*2}$$

$$\underset{apply_{prim}}{\leadsto} 81$$

Einschub: Lexikalische Bindung

Bezeichnen (lambda (x) (* x x)) und (lambda (r) (* r r)) die gleiche Funktion? (... 9) $\stackrel{*}{\leadsto}$ 81

 $\Rightarrow JA!$

 \triangle Das hat Einfluss auf das korrekte Einsetzten von Argumenten für Parameter $(s.apply_{\lambda})$.

Das <u>bindende Vorkommen</u> eines Identifiers $\langle x \rangle$ im Programmtext kann systematisch bestimmt werden: Suche strikt "von innen nach außen" bis zum ersten

- (1) (lambda (x) ...)
- (2) (define x ...)

Das ist das Prinzip der <u>lexikalischen Bindung</u> (/!Syntaxprüfung in DrRacket)

Übliche Notation in der Mathematik: Fallunterscheidung!

maximum
$$(x_1, x_2) = \begin{pmatrix} x_1 \text{ falls } x_1 \ge x_2 \\ x_2 \leftarrow \text{sonst} \end{pmatrix}$$

<u>Tests</u> (auch <u>Prädikate</u>) sind Funktionen, die einen Wert der Signatur boolean liefern. Typische Primitive in Tests:

```
(: = (number number -> boolean))
(: < (real real -> boolean))
(: string=? (string string -> boolean))
(: boolean=? (boolean boolean ->boolean))
(: zero? (number -> boolean))
```

Weiter: add?, even?, positive?, negative?, ...

Spezialform Fallunterscheidung (conditional)

Führt die Tests in der Reihenfolge $\langle t_1 \rangle, \langle t_2 \rangle, \dots$ durch. Sobald $\langle t_i \rangle$ zu #t auswertet, werte Zweig $\langle e_i \rangle$ aus. $\langle e_i \rangle$ ist das Ergebnis der Fallunterscheidung. Wenn $\langle t_n \rangle$ #f liefert, dann liefere

```
Fehlermeldung "cond: alle Tests ergeben #ffalls kein else- Zweig, sonst \langle n+1 \rangle
```

Die Signatur one-of lässt genau einen der n aufgezählten Werte zu:

(one-of
$$\langle e_1 \rangle \langle e_2 \rangle \dots \langle e_n \rangle$$
)

Reduktion von cond $[eval_{cond}]$

- (cond ($\langle t_1 \rangle \langle e_1 \rangle$) ($\langle t_2 \rangle \langle e_2 \rangle$) ...)
 - (1) Reduziere $\langle t_1 \rangle$, erhalte $\langle t_1' \rangle$
 - (2) $\langle e_1 \rangle$ falls $\langle t_1 \rangle = \#t$ $(\text{cond } (\langle t_2 \rangle \langle e_2 \rangle)...)$
- (cond (else $\langle e_{n+1} \rangle$)) $\rightsquigarrow \langle e_{n+1} \rangle$ ($\langle t_1 \rangle$, $\langle e_2 \rangle$, ... sind <u>nicht</u> ausgewertet sonst $\langle e_1 \rangle$ nicht ausgewertet)
- (cond) \leadsto Fehler "cond alle Tests ergeben #f

Binäre Fallentscheidung:

$$(if \langle t_1 \rangle \langle e_2 \rangle \qquad (cond (\langle t_1 \rangle \langle e_3 \rangle)) \equiv (else \langle e_2 \rangle)$$

$$\langle e_1 \rangle))$$

Zusammengesetzte Daten

Daten können interessante intere Struktur (<u>Komponenten</u>) aufweisen. Beispiel: Ein Star Wars Charakter:

name	"Luke Skywalker"
jedi?	#f
force	25

Beispiel:

Records in Scheme

Record-Definition legst fest:

- Record-Signatur (Name)
- Konstruktor (bau aus komponenten einen Record)
- Prädikat (später)
- Liste von Selektoren (lesen je eine Komponente des Record)

```
(define-record-procedures \langle t \rangle Signaturname make-\langle t \rangle; Konstruktor \langle t \rangle?; Prädikat (\langle t \rangle - \langle comp_1 \rangle; Liste der Selektoren ... \langle t \rangle - \langle comp_n \rangle))

Liste der Selektoren legt Komponenten (Anzahl, Reihenfolge, Namen) fest. Signatur des Konstruktors/der Selektoren für Record-Signatur \langle t \rangle mit n Komponenten \langle comp_1 \rangle ... \langle comp_n \rangle:

(: make \langle t \rangle ( \langle t \rangle ... \langle t_n \rangle \rightarrow \langle t \rangle))

(: \langle t \rangle - \langle comp_1 \rangle (\langle t \rangle \rightarrow \langle t_1 \rangle))
```

```
\forall string n, boolean j, natural f:
(character-name (make-character n j f)) \rightsquigarrow n
(character-jedi? (make-character n j f)) \rightsquigarrow j
(character-force (make-character n j f)) \rightsquigarrow f
```

Aussagen üver die Interaktion von zwei (oder mehr) Funktionen: algebraische Eigenschaft.

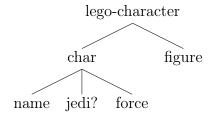
Spezialform check-property

```
(check-property (for-all((\langle id_1 \rangle \langle signatur_1 \rangle) ... (\langle id_n \rangle \langle signatur_n \rangle)) \langle expr \rangle)) expr ist das Prädikat, das sich auf \langle id_q \rangle ... \langle id_n \rangle bezieht.
```

Test erfolgreich, falls $\langle expr \rangle$ für beliebige Bindungen für $\langle id_1 \rangle$... $\langle id_n \rangle$ <u>immer</u> #t ergibt.

Interaktion von Konstruktor und Selektor

```
(check-property (for-all ((n string) (j boolean) (f natural))) (string=? (character-name (make-character n j f)) n))
```



<u>Beispiel:</u> Die Summe zweier natürlicher Zahlen ist mindestens so groß wie jede dieser Zahlen.

```
\forall x_1, x_2 \in \mathbb{N} : x_1 + x_2 \ge max(x_1, x_2)
(check-property (for-all ((x_1 natural))
(x_2 natural))
(\ge (+ x_1 x_2) (max x_1 x_2))))
```

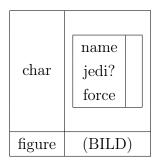
Konstruktion von Funktionen $\langle f \rangle,$ die zusammengesetzte Daten der Signatur $\langle t \rangle$ konsumiert.

- Welchen Record-Komponenten $\langle comp_i \rangle$ sind relevant für $\langle f \rangle$?
- $\bullet \Rightarrow$ Schablone:

```
(:\langle f \rangle \ (... \ \langle t \rangle \ ... \rightarrow ...))
(define \ \langle f \rangle
(lambda \ (... \ r \ ...)
... \ (\langle t \rangle - \langle comp_i \rangle \ r)...))
(: not \ (boolean -> boolean))
```

Prozedur $\langle f \rangle$, die zusammengetzte Daten der Signatur $\langle t \rangle$ konstruiert/produziert.

• Konstruktoraufruf für $\langle t \rangle$ muss enthalten sein!



Längen/Breitengrade

Breitengrade (latitude) Längengrade (longitude)



Sei $\langle p \rangle$ ein Prädikat mit Signatur ($\langle t \rangle \rightarrow$ boolean). Eine Signatur $\parallel (predicate \langle p \rangle)$

gilt für jeden Wert x mit Signatur $\langle t \rangle$ für den zusätzlich $(p\langle p \rangle x) \rightsquigarrow \#t$ gilt. Signatur (predicate $\langle p \rangle$) ist damit spezifischer (restriktiver) als Signatur $\langle t \rangle$.

Signaturnamen

Einführung eines neuen Signaturnamens (new-t) für die Signatur (t):

```
\| (\text{define } \langle \text{new-t} \rangle \text{ (signature } \langle \text{t} \rangle)) \|
```

Beispiele:

```
(define farbe
  (signature (one-of "Karo" "Herz" "Pik" "Kreuz")))
(define latitude
  (signature (predicate latitude?)))
```

Übersetze eine Ortsangabe mittels Google Geocoding API in eine Position auf der Erdkugel:

```
\| (:geocoder (string ->(mixed geocode geocode-))
```

Ein geocode besteht aus:

Adresse (address) string
Ortsangabe (loc) location
Nordostecke (northeast) location
Südwestecke (southwest) location
Typ (type) string
Genauigkeit (accuracy) string

Gemischte Daten

```
Die Signatur \underline{\text{mixed}}
```

```
\| (mixed \langle t_1 
angle \ldots \langle t_n 
angle)
```

ist gültig für jeden Wert, der mindestens eine Signatur $\langle t_1 \rangle$... $\langle t_n \rangle$ erfüllt. Beispiel: Datendefinition:

- ein Geocode (Signatur geocode)
- eine Fehlermeldung (Signatur geocode-error)

```
|| (mixed geocode geocode-error)
```

Beispiel

```
(eingebaute Funktion string -> number)
(: string -> number (string -> mixed number (one-of #f)))
```

Das Prädikat $\langle t \rangle$? einer Record-Signatur $\langle t \rangle$ unterscheidet Werte der Signatur $\langle t \rangle$ von allen anderen Werten:

```
\|(:\langle t\rangle? (any \rightarrow boolean))
```

Auch: Prädikate für eingebaute Signaturen.

number?, complex?, real?, rational?, integer?, Prozeduren, die gemischte natural?, string?, boolean?

Daten der Singatuen $\langle t_1 \rangle ... \langle t_n \rangle$ konsumieren:

```
(: \langle f \rangle(() \operatorname{mixed} \langle t_1 \rangle \dots \langle t_2 \rangle) \rightarrow \dots))
(\operatorname{define} \langle f \rangle
(\operatorname{lambda} (x))
(\operatorname{cond}((\langle t_1 \rangle; x) \dots))
\dots
((\langle t_n \rangle; x) \dots)))
```

Mittels let lassen sich Werte an lokale Namen! binden:

```
\| (let (\langle id_1\rangle\langle e_2\rangle) ... (\langle id_n\langle\langle e_n\rangle)) e)
```

Die Ausdrücke $\langle e_1 \rangle \dots \langle e_n \rangle$ werden parallel ausgewertet.

```
\Rightarrow \langle id_1 \rangle ... \langle id_n \ranglekönnen in \langle e \rangle (und nur dort!) verwendet werden.
```

Der Wert des let-Ausdruck ist der Wert von e. "nur dort": Verwendung nur in in $\langle e \rangle$, nicht in den in $\langle e_i \rangle$!

Lokal: Verwendung nicht außerhalb des (let...)

```
✓! Sprachlevel "Die Macht der Abstraktion"
```

```
\|(\text{let}) \equiv (\text{lambda}())
```

"Syntaktischer Zucker"= Dinge die nett sind aber ersetzt werden können.

```
\| (check-error \langle e \rangle \langle msg \rangle)
```

erwartet Abbruch mit Fehlermeldung $\langle msg \rangle$. Erzwingen des Programmabbruches mittels (violation $\langle msg \rangle$)

Polymorphe Signaturen

Beobachtung: Manche Prozeduren arbeiten völlig unabhängig von den Signaturen ihrer Argumente:

<u>parametrisch polymorphe Prozeduren</u> (griechisch: vielgestaltig). Nutze <u>Signaturvariablen</u>: Beispiele:

Beachte: Parametrisch polymorphe Prozeduren "wissen nichts" über ihre Argumente mit Signatur %a, %b, ... und können diese <u>nur</u> reproduzieren oder an andere polymorphe Prozeduren weiterreichen.

Eine polymorphe Signatur steht für die Signaturen, in denen die Signaturvariablen konistent durch konkrete Signaturen ersetzt werden.

Beispiel:

```
Wenn eine Prozedur ( %a number %b -> %a) erfüllt, dann auch (string number boolean -> string)
(boolean number natural -> boolean)
(string number string -> string)
(number number number -> number)
```

Polymorphe Paare und Listen

```
; Ein polymorphes Paar (pair) besteht aus
;- erster Komponente (first)
;- zweite Komponente (rest)
; wobei die komponenten jeweils beliebige Werte sind:
(define record-procedures-parametric pair pair-of
```

 $(pair-of \langle t_1 \rangle \langle t_2 \rangle)$

ist eine Signatur für Paare, deren erste und zweite Komponente von der Signatur $\langle t_1 \rangle$ bzw. $\langle t_2 \rangle$ sind.

```
(: make-pair ( %a %b -> (pair-of %a %b)))
(: first ((pair-of %a %b) -> %a))
(: rest ((pair-of %a %b) -> %b))
```

Liste

Eine Liste von Werten der Signatur $\langle t \rangle$, (list-of $\langle t \rangle$), ist entweder

- leer (Signatur empty-list) oder
- ein Paar (Signatur pair-of) aus
 - einem Listenkopf (Signatur $\langle t \rangle$) und
 - einer Restliste (Signatur (list-of $\langle t \rangle$)))

```
(define list-of
             ))))
```

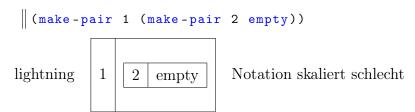
(list-of $\langle t \rangle$). Listen, deren Elemente die Signatur $\langle t \rangle$ besitzen.

Die Signatur empty-list ist bereits in DrRacket vordefiniert.

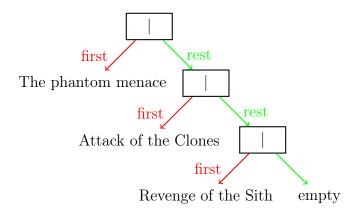
Ebenfalls vordefiniert ist:

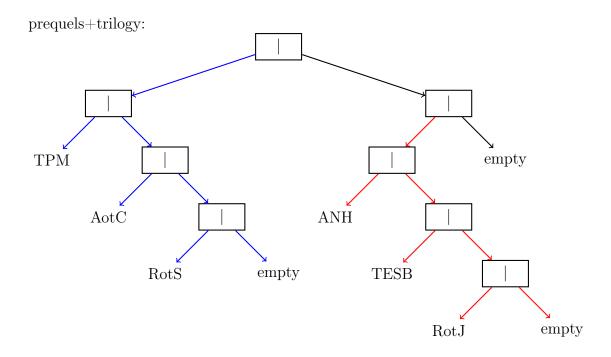
- (: empty empty-list)
- (: empty? (any -> boolean))

Visualisierung von Listen



Spines (Rückrad)





Prozeduren über Listen

Schablonen für gemischte und zusammengesetzte Daten Beispiel:

Schablone für Funktion $\langle f \rangle$, die Liste xs konsumiert:

```
(: \langle f \rangle \ ((\text{list-of} \ \langle t_1 \rangle) \ -> \langle t_2 \rangle))
(\text{define} \ \langle f \rangle
(\text{lambda} \ (\text{xs})
(\text{cond} \ ((\text{empty? xs}) \ \dots \ )
((\text{pair? xs}) \ \dots \ (\text{first xs}) \ \dots \ (\langle f \rangle \ (\text{rest xs})) \ \dots))))
\text{Signatur } t\_1
\text{signatur } t\_2
```

Neue Sprachebene "Macht der Abstraktion"

- Signatur (list-of %a) eingebaut
- Neuer syntaktischer Zucker eingebaut:

```
(\text{list } \langle e_1 \rangle \langle e_2 \rangle \dots \langle e_n \rangle)
\equiv
(\text{m-p } \langle e_1 \rangle (\text{m-p } \langle e_2 \rangle
\dots
(\text{m-p } \langle e_n \text{ empty}) \dots))
```

• Ausgabeformat für nicht-leere Listen

```
\#\langle \text{list } \langle e_1 \rangle \langle e_2 \rangle ... \langle e_n \rangle \rangle
```