

EBERHARD KARLS UNIVERSITÄT TÜBINGEN

# Informatik I Vorlesung

Wintersemester 2016/2017

Mitschrieb von  
Julian Wolff

Aktueller Stand 22. November 2016

# Inhaltsverzeichnis

<b>1</b>	<b>Scheme: Ausdrücke, Auswertung und Abstraktion</b>	<b>2</b>
1.1	REPL . . . . .	2
1.2	Literale . . . . .	2
1.3	Zusammengesetzte Ausdrücke . . . . .	3
1.4	Identifizier . . . . .	3
1.5	Lambda-Abstraktion . . . . .	3
1.6	Kommentare . . . . .	4
1.7	Signaturen . . . . .	4
1.8	Prozedur-Signaturen . . . . .	5
1.9	Testfälle . . . . .	5
1.10	Erinnerung . . . . .	5
1.11	Top-Down-Entwurf (Programmieren mit "Wunschdenken") . . . . .	6
1.12	Reduktionsregeln für Scheme ( $\rightsquigarrow$ ) . . . . .	7
1.12.1	Einschub: Lexikalische Bindung . . . . .	8
1.13	Übliche Notation in der Mathematik: <u>Fallunterscheidung!</u> . . . . .	8
1.14	Spezialform Fallunterscheidung (conditional) . . . . .	8
1.15	Binäre Fallentscheidung: . . . . .	9
1.16	Zusammengesetzte Daten . . . . .	9
1.17	<u>Records</u> in Scheme . . . . .	10
1.18	Spezialform check-property . . . . .	10
1.18.1	Interaktion von Konstruktor und Selektor . . . . .	10
1.19	Längen/Breitengrade . . . . .	12
1.20	Signaturnamen . . . . .	12
<b>2</b>	<b>Gemischte Daten</b>	<b>12</b>
2.1	Polymorphe Signaturen . . . . .	14
2.2	Polymorphe Paare und Listen . . . . .	15
2.3	Liste . . . . .	15

# Scheme: Ausdrücke, Auswertung und Abstraktion

## REPL

Definition	DrRacket
Interaktion	REPL

Die Anwendung von Funktionen wird in Scheme ausschließlich in Präfixnotation durchgeführt:

Mathematik	Scheme
44-2	(-44 2)
f(x,y)	(f x y)
$\sqrt{81}$	(sqrt 81)
$\lfloor x \rfloor$	(floor x)
$9^2$	(expt 9 2)
3!	(! 3)

Allgemein:  $\langle \text{Funktion} \rangle \langle \text{argument} \rangle$

(+ 402) und (odd? 42) sind Beispiele für die Ausdrücke, die bei Auswertung einen Wert liefern. (Notation  $\rightsquigarrow$ ) heißt Auswertung/Evaluation/Reduktion.

(+ 40 2)  $\rightsquigarrow$  42  
 (add? 42)  $\rightsquigarrow$  #f  
Eval Eval

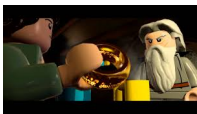
Interaktionsfenster:

Read  $\rightsquigarrow$  Eval  $\rightsquigarrow$  Print  
Loop

REPL

## Literale

Literale stehen für einen konstanten Wert (auch: Konstante) und sind nicht weiter reduzierbar.

<u>Literal</u>		<u>Signatur</u>
#t #f	(true, false, Wahrheitswerte)	boolean
„ac“ „x“ „“	(Zeichenketten)	string
0 1904 -42 007	(ganze Zahlen)	integer
0.42 3.1415 -273.15	(Fließkommazahlen)	real
1/2 3/4 -1/10	(rationale Zahlen)	rational
	(Bilder)	image

## Zusammengesetzte Ausdrücke

Auswertung zusammengesetzte Ausdrücke (composite expression) in mehreren Schritten (Steps), "von innen nach außen", bis keine weitere Reduktion möglich ist:

$$(+ (+20\ 20) (+\ 1\ 1)) \rightsquigarrow (+\ 40\ (+\ 1\ 1)) \rightsquigarrow (+\ 40\ 2) \rightsquigarrow 42$$

Beispiel:

$$0.7 + (\tfrac{1}{2}/0.25) - (0.6/0.3) = 0.7$$

⚠Achtung: Scheme rundet bei Arithmetik mit Fließkommazahlen (interne Darstellung nicht präzise). Die Arithmetik mit rationalen Zahlen ist exakt.

## Identifizier

Ein Wert kann an einen Namen (identifier) gebunden werden, durch `(define⟨id⟩⟨expression⟩)`. Es erlaubt konsistente Wiederverwendung und dient der Selbstdokumentation von Programmen.

⚠Achtung: Dies ist eine Spezialform und kein Ausdruck. Insbesondere besitzt diese Spezialform keinen Wert, sondern einen Effekt: der Name `⟨id⟩` wird durch den Wert von `⟨expression⟩` gebunden. Namen können in Scheme fast beliebig gewählt werden, solange

- die Zeichen `()[]{}",';#\` nicht vorkommen
- der name nicht einem numerischen Literal gleicht
- keinen Whitespaße (Leerzeichen, Tabulatoren, Neuwlines) enthalten sind

Beispiel: `Euro`  $\rightarrow$  `US-$`

⚠Achtung: Groß-/Kleinschreibung ist in Identifiern nicht relevant.

## Lambda-Abstraktion

Eine Lambda-Abstraktion (auch: Funktion, Prozedur) erlaubt die Formulierung von Ausdrücken, in denen mittels Parametern von konkreten Werten abstrahiert wird:

$$(\text{lambda } (\langle p_1 \rangle \langle p_2 \rangle \dots) \langle \text{expr} \rangle)$$

`expr` ist der Rumpf und enthält Vorkommen der Parameter `⟨pi⟩`.

(lambda...) ist eine Spezialform. Der Wert der Lambda-Abstraktion #⟨procedure⟩  
 Die Anwendung (auch: Applikation) der Lambda-Abstraktion führt zur Ersetzung  
 aller Vorkommen der Parameter im Rumpf durch die angegebenen konkreten Argumente:

(lambda (days)(*days(*155 minutes-in-a-day)) 365) $\xrightarrow{!}$ (*365 ( 155 minutes-in-a-day)) $\rightsquigarrow$ ... $\rightsquigarrow$ 81468000
--

## Kommentare

In Scheme leitet ein Semikolon einen Kommentar ein, der bis zum Zeilenende reicht  
 und von Racket bei der Auswertung ignoriert wird.

Prozeduren/Funktionen sollen im Programm eine ein- bis zweizeilige Kurzbeschreibung  
 vorangestellt werden.


## Signaturen

Eine Signatur prüft, ob ein Name ⟨id⟩ an einen Wert einer angegebenen Sorte ge-  
 bunden wird. Signaturverletzungen werden protokolliert.

(: ⟨ id ⟩ ⟨signatur⟩)

Bereits eingebundene Signaturen sind:

- natural     $\mathbb{N}$
- ingeger     $\mathbb{Z}$
- rational    $\mathbb{Q}$
- real        $\mathbb{R}$
- number     $\mathbb{C}$
- boolean
- string
- image

 Der Doppelpunkt „:“ ist eine Spezialform und hat daher keinen Wert, aber  
 einen Effekt: Eine Signaturprüfung wird durchgeführt.

## Prozedur-Signaturen

Prozedur-Signaturen spezifizieren Signaturen sowohl für die Parameter  $\langle p_1 \rangle, \langle p_2 \rangle, \dots$  als auch für den Ergebniswert der Prozedur:

$(:\langle \text{id} \rangle(\langle \text{signatur-}p_1 \rangle \langle \text{signatur-}p_2 \rangle \dots \rightarrow \langle \text{signatur-ergebnis} \rangle))$

Prozedur-Signaturen werden bei jeder Anwendung der Funktion  $\langle \text{id} \rangle$  auf Verletzung geprüft.

## Testfälle

Testfälle dokumentieren das erwartende Ergebnis einer Prozedur für ausgewählte Argumente:

$(\text{check-expect } \langle e_1 \rangle \langle e_2 \rangle)$

Werte den Ausdruck  $\langle e_1 \rangle$  aus und teste, ob der erhaltene Wert der Erwartung (=Wert des Ausdruck  $\langle e_2 \rangle$ ) entspricht.

Einer Prozedurdefinition sollten Testfälle direkt vorangestellt werden.

$\triangle!$ , „check-expect“ ist eine Spezialform und hat daher keinen Wert. Eine Testverletzung wird als Effekt protokolliert.

## Erinnerung

Konstruktionsanleitung für Prozeduren:

- kurzbeschreibung (ein- bis zweizeiliger Kommentar mit Bezug auf Parameternamen und Ergebnis)
- Signatur  $(:\langle \text{name} \rangle (\dots \rightarrow))$
- Testfälle check-expect/ ceack-within
- Prozedurgerüst  $(\text{define } \langle \text{name} \rangle (\text{lambda } (\langle p_1 \rangle \langle p_2 \rangle ) )$
- Rumpf programmieren  $\langle \text{rumpf} \rangle)$

## Top-Down-Entwurf (Programmieren mit "Wunschdenken")

Beispiel: Sunset auf Tatooine (SW Episode IV)

Zeichne Szene zu Zeitpunkt  $t$  ( $t=0 \dots 100$ )

- (1) Himmel verfärbt sich von blau ( $t=0$ ) zu rot ( $t=100$ )
- (2) Sonne(n) versinkt (bei  $t=100$  hinter Horizont)
- (3) Luke startt auf Horizont (bei jeden  $t$ )

Zeichne Szene von hinten nach vorne:



Abbildung 1: Frodo auf dem Weg nach Mord... äh ich meine natürlich Luke auf Tatooine

```
||;Zeichne Tatooine Sunset zu Zeitpunkt t
|(:tatooine (natural -> image))
|(define tatooine
|  (lambda (t)
|    (overlay/pinhole (luke t)
|                     (sun t )
|                     (sky t ))))
```

## Reduktionsregeln für Scheme ( $\rightsquigarrow$ )

Fallunterscheidung je nach Ausdruck:

- Literal  $l$  ( $1$ ,  $\#t$ , "Karotte", ...)  $[eval_1]$   
 $l \rightsquigarrow l$  (keine Reduktion möglich)
- Identifier  $\langle id \rangle$   $[eval_{id}]$   
 $\langle id \rangle \rightsquigarrow$  Wert, an den  $\langle id \rangle$  gebunden
- Lambda-Abstraktion  $[eval_\lambda]$   
 $(\text{lambda } (...)...) \rightsquigarrow (\text{lanmbda } (...)...)$
- Applikation ( $f\ e_1 e_2 \dots$ )

–  $f, e_1, e_2, \dots$  mittels  $\rightsquigarrow$ , erhalte  $f', e'_1, e'_2 \dots$

–	<div style="display: flex; justify-content: space-between; align-items: center;"> <div style="text-align: center;"> <p>Operation auf <math>e'_1, e'_2 \dots</math> anwenden</p> </div> <div style="text-align: center;"> <p>Falls <math>f</math> primitive (eingebaute) Operation</p> </div> <div style="text-align: right;"> <p><math>[apply/prim]</math></p> </div> </div>
–	<div style="display: flex; justify-content: space-between; align-items: center;"> <div style="text-align: center;"> <p>Argumentwerte <math>e'_1, e'_2, \dots</math> in den Rumpf einsetzen, den Rumpf mittels <math>\rightsquigarrow</math> reduzieren</p> </div> <div style="text-align: center;"> <p>falls <math>f'</math> Lambda-Abstraktion</p> </div> <div style="text-align: right;"> <p><math>[apply_\lambda]</math></p> </div> </div>

Wiederhole Anwendung von  $\rightsquigarrow$  bis keine Reduktion mehr möglich ist.

Beispiele:

$(+ 40 2)$

$\rightsquigarrow_{eval_{id}} (\# \langle \text{procedure:} + \rangle 40 2)$

$eval_{lit} \cdot 2$

$\rightsquigarrow_{apply_{prim}} 42$

$(\text{sqr } 9) \rightsquigarrow_{eval_{id}} (\text{lambda}(x)(*xx))$

$eval_{lit}$

$\rightsquigarrow_{apply_\lambda} (* 9 9)$

$\rightsquigarrow_{eval_{id}} (\# \langle \text{procedure : } * \rangle 9 9)$

$eval_{lit*2}$

$\rightsquigarrow_{apply_{prim}} 81$



## Einschub: Lexikalische Bindung

Bezeichnen  $(\text{lambda } (x) (* x x))$  und  $(\text{lambda } (r) (* r r))$  die gleiche Funktion?

$(... 9) \rightsquigarrow^* 81$

$\Rightarrow$  JA!

$\triangle!$  Das hat Einfluss auf das korrekte Einsetzen von Argumenten für Parameter  $(s.apply_\lambda)$ .

Das bindende Vorkommen eines Identifiers  $\langle x \rangle$  im Programmtext kann systematisch bestimmt werden: Suche strikt "von innen nach außen" bis zum ersten

(1)  $(\text{lambda } (x) \dots)$

(2)  $(\text{define } x \dots)$

Das ist das Prinzip der lexikalischen Bindung ( $\triangle!$  Syntaxprüfung in DrRacket)

## Übliche Notation in der Mathematik: Fallunterscheidung!

$$\text{maximum } (x_1, x_2) = \begin{pmatrix} x_1 \text{ falls } x_1 \geq x_2 \\ x_2 \leftarrow \text{sonst} \end{pmatrix}$$

Tests (auch Prädikate) sind Funktionen, die einen Wert der Signatur boolean liefern.

Typische Primitive in Tests:

```
(: = (number number -> boolean))
(: < (real real -> boolean))
(: string=? (string string -> boolean))
(: boolean=? (boolean boolean -> boolean))
(: zero? (number -> boolean))
```

Weiter: add?, even?, positive?, negative?, ...

## Spezialform Fallunterscheidung (conditional)

$(\text{cond } (\langle t_1 \rangle \langle e_1 \rangle))$

$(\langle t_2 \rangle \langle e_2 \rangle)$

...

$(\langle t_n \rangle \langle e_n \rangle)$

$(\text{else } \langle e_{n+1} \rangle))$  <- optional

Führt die Tests in der Reihenfolge  $\langle t_1 \rangle, \langle t_2 \rangle, \dots$  durch. Sobald  $\langle t_i \rangle$  zu #t ausgewertet, werte Zweig  $\langle e_i \rangle$  aus.  $\langle e_i \rangle$  ist das Ergebnis der Fallunterscheidung. Wenn  $\langle t_n \rangle$  #f liefert, dann liefere

$\left( \begin{array}{l} \text{Fehlermeldung "cond: alle Tests ergeben \#f falls kein else- Zweig, sonst} \\ \langle e_{n+1} \rangle \end{array} \right)$

Die Signatur one-of lässt genau einen der n aufgezählten Werte zu:

$(\text{one-of } \langle e_1 \rangle \langle e_2 \rangle \dots \langle e_n \rangle)$

Reduktion von cond  $[eval_{cond}]$

- $(\text{cond } (\langle t_1 \rangle \langle e_1 \rangle) (\langle t_2 \rangle \langle e_2 \rangle) \dots)$ 
  - (1) Reduziere  $\langle t_1 \rangle$ , erhalte  $\langle t'_1 \rangle$
  - (2)  $\langle e_1 \rangle$  falls  $\langle t_1 \rangle = \#t$   
 $(\text{cond } (\langle t_2 \rangle \langle e_2 \rangle) \dots)$
- $(\text{cond } (\text{else} \langle e_{n+1} \rangle)) \rightsquigarrow \langle e_{n+1} \rangle$  (  $\langle t_1 \rangle, \langle e_2 \rangle, \dots$  sind nicht ausgewertet  
sonst  
 $\langle e_1 \rangle$  nicht ausgewertet)
- $(\text{cond}) \rightsquigarrow$  Fehler "cond alle Tests ergeben #f"

## Binäre Fallentscheidung:

$$\begin{array}{lcl}
 (\text{if } \langle t_1 \rangle \langle e_2 \rangle & (\text{cond } (\langle t_1 \rangle \\
 \langle e_3 \rangle) & \equiv & (\text{else } \langle e_2 \rangle) \\
 \langle e_1 \rangle)) & & 
 \end{array}$$

## Zusammengesetzte Daten

Daten können interessante interne Struktur (Komponenten) aufweisen.

Beispiel: Ein Star Wars Charakter:

name	"Luke Skywalker"
jedi?	#f
force	25

Beispiel:

```

;Ein Charakter (character) besteht aus
; - Name (name)
; - Jedi-Status (jedi?)
; - Staerke der Macht (force)
(define-record-procedures character
  make-character
  character?
  ( character-name
    character-jedi?
    character-force))

(make-character n j f) %rightsquigarrow %langle Tabelle%rangle Konstruktion
(character-name <Tabelle>) %rightsquigarrow n Selektor (komponenten auslesen)
(character-jedi? <Tabelle>) %rightsquigarrow j
(character-force <Tabelle>) %rightsquigarrow f

```

## Records in Scheme

Record-Definition legt fest:

- Record-Signatur (Name)
- Konstruktor (bau aus komponenten einen Record)
- Prädikat (später)
- Liste von Selektoren (lesen je eine Komponente des Record)

(define-record-procedures  $\langle t \rangle$  Signaturname

make- $\langle t \rangle$  ;Konstruktor

$\langle t \rangle$ ? ;Prädikat

( $\langle t \rangle$ - $\langle comp_1 \rangle$  ;Liste der Selektoren

...  $\langle t \rangle$ - $\langle comp_n \rangle$ ))

Liste der Selektoren legt Komponenten (Anzahl, Reihenfolge, Namen) fest. Signatur des Konstruktors/der Selektoren für Record-Signatur  $\langle t \rangle$  mit n Komponenten  $\langle comp_1 \rangle$  ...  $\langle comp_n \rangle$ :

(: make  $\langle t \rangle$  (  $\langle t \rangle$  ...  $\langle t_n \rangle \rightarrow \langle t \rangle$ ))  
n Komponentensignaturen

(:  $\langle t \rangle$ - $\langle comp_1 \rangle$  ( $\langle t \rangle \rightarrow \langle t_1 \rangle$ ))

$\forall$  string n, boolean j, natural f:

(character-name (make-character n j f))  $\rightsquigarrow$  n

(character-jedi? (make-character n j f))  $\rightsquigarrow$  j

(character-force (make-character n j f))  $\rightsquigarrow$  f

Aussagen über die Interaktion von zwei (oder mehr) Funktionen: algebraische Eigenschaft.

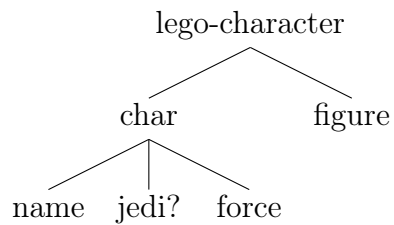
## **Spezialform check-property**

(check-property (for-all(( $\langle id_1 \rangle \langle signatur_1 \rangle$ ) ... ( $\langle id_n \rangle \langle signatur_n \rangle$ ))  $\langle expr \rangle$ ))  $\langle expr \rangle$  ist das Prädikat, das sich auf  $\langle id_q \rangle$  ...  $\langle id_n \rangle$  bezieht.

Test erfolgreich, falls  $\langle expr \rangle$  für beliebige Bindungen für  $\langle id_1 \rangle$  ...  $\langle id_n \rangle$  immer #t ergibt.

## **Interaktion von Konstruktor und Selektor**

(check-property (for-all ((n string) (j boolean) (f natural))) (string=? (character-name (make-character n j f)) n))



Beispiel: Die Summe zweier natürlicher Zahlen ist mindestens so groß wie jede dieser Zahlen.

$\forall x_1, x_2 \in \mathbb{N} : x_1 + x_2 \geq \max(x_1, x_2)$   
 (check-property (for-all (( $x_1$  natural)  
 ( $x_2$  natural))  
 ( $\geq (+ x_1 x_2) (\max x_1 x_2)$ ))))

Konstruktion von Funktionen  $\langle f \rangle$ , die zusammengesetzte Daten der Signatur  $\langle t \rangle$  konsumiert.

- Welchen Record-Komponenten  $\langle comp_i \rangle$  sind relevant für  $\langle f \rangle$ ?
- $\Rightarrow$  Schablone:  
 $(:\langle f \rangle (\dots \langle t \rangle \dots \rightarrow \dots))$   
 (define  $\langle f \rangle$   
 (lambda ( $\dots r \dots$ )  
 $\dots (\langle t \rangle\text{-}\langle comp_i \rangle r) \dots$ )  
 (: not (boolean  $\rightarrow$  boolean)))

Prozedur  $\langle f \rangle$ , die zusammengezte Daten der Signatur  $\langle t \rangle$  konstruiert/produziert.

- Konstruktoraufruf für  $\langle t \rangle$  muss enthalten sein!

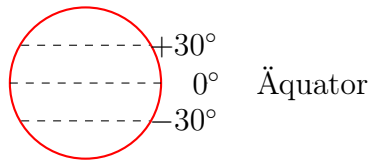
```

|| (: <f> ( ... -> <t> ))
|| (define <f>
||   (lambda (...)
||     (... (make-<t> ...) ...))
  
```

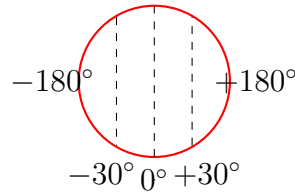
char	<table> <tr> <td>name</td><td></td></tr> <tr> <td>jedi?</td><td></td></tr> <tr> <td>force</td><td></td></tr> </table>	name		jedi?		force	
name							
jedi?							
force							
figure	(BILD)						

## Längen/Breitengrade

Breitengrade (latitude)



Längengrade (longitude)



Sei  $\langle p \rangle$  ein Prädikat mit Signatur  $(\langle t \rangle \rightarrow \text{boolean})$ . Eine Signatur

$\parallel (\text{predicate } \langle p \rangle)$

gilt für jeden Wert  $x$  mit Signatur  $\langle t \rangle$  für den zusätzlich  $(p(\langle p \rangle x) \rightsquigarrow \#t)$  gilt. Signatur  $(\text{predicate } \langle p \rangle)$  ist damit spezifischer (restriktiver) als Signatur  $\langle t \rangle$ .

## Signaturnamen

Einführung eines neuen Signaturnamens  $\langle \text{new-t} \rangle$  für die Signatur  $\langle t \rangle$ :

$\parallel (\text{define } \langle \text{new-t} \rangle (\text{signature } \langle t \rangle))$

Beispiele:

```
 $\parallel$  (define farbe
      (signature (one-of "Karo" "Herz" "Pik" "Kreuz")))
 $\parallel$  (define latitude
      (signature (predicate latitude?)))
```

Übersetze eine Ortsangabe mittels Google Geocoding API in eine Position auf der Erdkugel:

$\parallel (: \text{geocoder } (\text{string} \rightarrow (\text{mixed geocode geocode} -)))$

Ein geocode besteht aus:

	<u>Signatur</u>
Adresse (address)	string
Ortsangabe (loc)	location
Nordostecke (northeast)	location
Südwestecke (southwest)	location
Typ (type)	string
Genauigkeit (accuracy)	string

## Gemischte Daten

Die Signatur mixed

$\parallel (\text{mixed } \langle t_1 \rangle \dots \langle t_n \rangle)$

ist gültig für jeden Wert, der mindestens eine Signatur  $\langle t_1 \rangle \dots \langle t_n \rangle$  erfüllt.

Beispiel: Datendefinition:

- ein Geocode (Signatur geocode)
- eine Fehlermeldung (Signatur geocode-error)

```
|| (mixed geocode geocode-error)
```

Beispiel

```
|| (eingebaute Funktion string -> number)
|| (: string -> number (string -> mixed number (one-of #f)))
```

Das Prädikat  $\langle t \rangle?$  einer Record-Signatur  $\langle t \rangle$  unterscheidet Werte der Signatur  $\langle t \rangle$  von allen anderen Werten:

```
|| (: (t) ? (any -> boolean))
```

Auch: Prädikate für eingebaute Signaturen.

number?, complex?, real?, rational?, integer?, Prozeduren, die gemischte  
natural?, string?, boolean?

Daten der Singatuen  $\langle t_1 \rangle \dots \langle t_n \rangle$  konsumieren:

```
|| (: (f) ((mixed (t1)... (t2)) -> ...))
|| (define (f)
||   (lambda (x)
||     (cond ((t1)? x) ...
||           ...
||           ((tn)? x) ...)))
```

Mittels let lassen sich Werte an lokale Namen! binden:

```
|| (let ((id1 (e2)) ... (idn (en))) e)
```

Die Ausdrücke  $\langle e_1 \rangle \dots \langle e_n \rangle$  werden parallel ausgewertet.

$\Rightarrow \langle id_1 \rangle \dots \langle id_n \rangle$  können in  $\langle e \rangle$  (und nur dort!) verwendet werden.

Der Wert des let-Ausdruck ist der Wert von e. "nur dort": Verwendung nur in  $\langle e \rangle$ , nicht in den in  $\langle e_i \rangle$ !

Lokal: Verwendung nicht außerhalb des (let...)

 Sprachlevel "Die Macht der Abstraktion"

```
|| (let () ≡ (lambda () ))
```

„Syntaktischer Zucker“ = Dinge die nett sind aber ersetzt werden können.

```
|| (check-error (e) (msg))
```

erwartet Abbruch mit Fehlermeldung  $\langle msg \rangle$ . Erzwingen des Programmabbruches mittels (violation  $\langle msg \rangle$ )

## Polymorphe Signaturen

Beobachtung: Manche Prozeduren arbeiten völlig unabhängig von den Signaturen ihrer Argumente:

parametrisch polymorphe Prozeduren (griechisch: vielgestaltig). Nutze Signaturvariablen:

Beispiele:

```
; Identitaet
(: id ( %a -> %a))
(define id (lambda (x) x))

; konstante Funktion (ignoriert zweites Argument)
(: const ( %a %b -> %a)) "Anstatt %b kann auch any benutzt werden"
"
(define const
  (lambda (x y) x))

; Projektion (ein Argument auswaehlen)
(: proj ((one-of 1 2) %a %b -> (mixed %a %b)))
(define proj
  (lambda (i x y)
    (cond ((= i 1) x)
          ((= i 2) y))))
```

Beachte: Parametrisch polymorphe Prozeduren "wissen nichts" über ihre Argumente mit Signatur %a, %b, ... und können diese nur reproduzieren oder an andere polymorphe Prozeduren weiterreichen.

Eine polymorphe Signatur steht für die Signaturen, in denen die Signaturvariablen konistent durch konkrete Signaturen ersetzt werden.

Beispiel:

Wenn eine Prozedur ( %a number %b -> %a) erfüllt, dann auch

- (string number boolean -> string)
- (boolean number natural -> boolean)
- (string number string -> string)
- (number number number -> number)

## Polymorphe Paare und Listen

```
;; Ein polymorphes Paar (pair) besteht aus
;;- erster Komponente (first)
;;- zweite Komponente (rest)
;; wobei die Komponenten jeweils beliebige Werte sind:

(define record-procedures-parametric pair pair-of
  make-pair
  pair?
  (first
   rest))
```

$(\text{pair-of } \langle t_1 \rangle \langle t_2 \rangle)$

ist eine Signatur für Paare, deren erste und zweite Komponente von der Signatur  $\langle t_1 \rangle$  bzw.  $\langle t_2 \rangle$  sind.

```
((: make-pair ( %a %b -> (pair-of %a %b)))
 (: first ((pair-of %a %b) -> %a))
 (: rest ((pair-of %a %b) -> %b)))
```

## Liste

Eine Liste von Werten der Signatur  $\langle t \rangle$ ,  $(\text{list-of } \langle t \rangle)$ , ist entweder

- leer (Signatur  $\text{empty-list}$ ) oder
- ein Paar (Signatur  $\text{pair-of}$ ) aus
  - einem Listenkopf (Signatur  $\langle t \rangle$ ) und
  - einer Restliste (Signatur  $(\text{list-of } \langle t \rangle)$ )

```
((define list-of
  (lambda (t)
    (signature (mixed empty-list
                      (pair-of t (list-of t))
                      )))))
```

$(\text{list-of } \langle t \rangle)$ . Listen, deren Elemente die Signatur  $\langle t \rangle$  besitzen.

Die Signatur  $\text{empty-list}$  ist bereits in DrRacket vordefiniert.

Ebenfalls vordefiniert ist:

- $(: \text{empty } \text{empty-list})$
- $(: \text{empty? } (\text{any } -> \text{boolean}))$