

1 Домашнее задание

1. (2 балла) Пусть дано уравнение авторегрессии порядка 2:

$$u_t = \beta_1 u_{t-1} + \beta_2 u_{t-2} + \varepsilon_t.$$

Известно, что $u_0 = 0$, $\{\varepsilon_t\}$ - н.о.р., $E\varepsilon_1^2 < \infty$, $\beta_1, \beta_2 \in R$. Нужно построить оптимальный среднекв. прогноз u_{n+1}^* (на один шаг), а также посчитать его среднекв. ошибку.

2. (2 балла) Дано уравнение

$$u_t = \varepsilon_t - \alpha \varepsilon_{t-1}, \quad t = 1, 2, \dots, n.$$

Известно, что $\varepsilon_0 = 0$, $\{\varepsilon_t; t \geq 1\}$ - н.о.р., ε_1 имеет стандартное нормальное распределение $N(0, 1)$. Необходимо выписать уравнение правдоподобия для оценивания α (решать его не нужно).

3. (3 балла) Пусть дана схема засорения следующего вида:

$$\begin{cases} u_t = \beta u_{t-1} + \varepsilon_t, & t \in Z, \quad |\beta| < 1 \\ y_t = u_t + z_t^\gamma \xi_t \end{cases}$$

Известно, что $\{\varepsilon_t\}$ - н.о.р., $E\varepsilon_1 = 0$, $0 < E\varepsilon_1^2 < \infty$. Пусть $\beta \neq 0$. // Оценка β_n^* ищется как корень уравнения

$$\sum_{t=1}^n y_{t-2}(y_t - \theta y_{t-1}) = 0.$$

Будет ли оценка β_n^* робастна по смещению?

4. (3 балла) Пусть дана схема засорения следующего вида:

$$\begin{cases} u_t = \alpha + \varepsilon_t \\ y_t = u_t + z_t^\gamma \xi_t \end{cases}$$

Известно, что $\{\varepsilon_t\}$ - н.о.р. с плотностью вероятности $g(x)$, для которой верно, что $g(x) = g(-x)$, $g(0) > 0$.

По y_1, y_2, \dots, y_n строят оценку α , которая равна корню уравнения

$$\sum_{t=1}^n \psi(y_t - \theta) = 0,$$

где ψ - нечетная функция, которая ограничена по модулю, строго возрастает и дифференцируема $\forall x$. Требуется узнать, будет ли оценка a_n^* робастна по смещению?