

2. und 3. Labor

Numerik für lineare Gleichungssysteme

1. Fehleranalyse. Es seien die Matrizen

$$A = \begin{bmatrix} 10 & 7 & 8 & 7 \\ 7 & 5 & 6 & 5 \\ 8 & 6 & 10 & 9 \\ 7 & 5 & 9 & 10 \end{bmatrix} \quad \text{und} \quad \tilde{A} = \begin{bmatrix} 10 & 7 & 8.1 & 7.2 \\ 7.08 & 5.04 & 6 & 5 \\ 8 & 6 & 9.98 & 9 \\ 6.99 & 4.99 & 9 & 9.98 \end{bmatrix}$$

bzw. die Vektoren

$$b^T = \begin{bmatrix} 32 & 23 & 33 & 31 \end{bmatrix} \quad \text{und} \quad \tilde{b}^T = \begin{bmatrix} 32.1 & 22.9 & 33.1 & 30.9 \end{bmatrix}.$$

- a) Man schreibe ein Programm für das Gaußsche Eliminationsverfahren.
- b) Man löse (mit dem Programm aus a))

$$Ax = b \quad \text{und} \quad \tilde{A}\tilde{x} = \tilde{b}$$

und vergleiche die zwei Lösungen x und \tilde{x} .

- c) Man finde die Umkehrmatrizen A^{-1} und \tilde{A}^{-1} , deren Eigenwerte und dann die 1, 2 und ∞ Normen von $A, \tilde{A}, A^{-1}, \tilde{A}^{-1}$.

2. Die Cholesky Zerlegung (s. [Trîmbiţaş])

- a) Man untersuche ob A symmetrisch und positiv definit ist.
- b) Man schreibe ein Programm zur berechnung der Cholesky Zerlegung.
- c) Man löse $Ax = b$ mit Hilfe der Cholesky Zerlegung.

3. Klassische iterative Verfahren

- a) Man schreibe ein Programm zum Jacobi Verfahren.
- b) Man schreibe ein Programm zum Gauß-Seidel Verfahren.
- c) Man vergleiche die Anzahl von Iterationen und Rechenzeit welche die iterativen Verfahren brauchen um einen Fehler $\epsilon < 0.0001$ zu erreichen [bei lösen von $Ax = b$ mit A und b aus Aufgabe 1]. Man vergleiche dann die Rechenzeiten mit denen des Cholesky Verfahrens.

Einreichtermin: Freitag den 21.03, 22⁰⁰ Uhr