UNIVERSITATEA "ALEXANDRU IOAN CUZA" IAȘI FACULTATEA DE INFORMATICĂ



LUCRARE DE LICENȚĂ

Aplicații ale problemelor de tip Stable Matching

propusă de:

Student: Boca Ioan-Bogdan

Coordonator științific: Lect. dr. Frăsinaru Cristian

Sesiunea: iulie 2017

Declarație privind originalitatea și respectarea drepturilor de autor

Prin prezenta declar că Lucrarea de licență cu titlul "Aplicații ale problemelor de tip Stable Matching" este scrisă de mine și nu a mai fost prezentată niciodată la o altă facultate sau instituție de învățământ superior din țară sau din străinătate. De asemenea, declar că toate sursele utilizate, inclusiv cele preluate de pe Internet, sunt indicate în lucrare, cu respectarea regulilor de evitare a plagiatului:

- toate fragmentele de text reproduse exact, chiar în traducere proprie din altă limbă, sunt scrise între ghilimele și dețin referința precisă a sursei;
- reformularea în cuvinte proprii a textelor scrise de către alți autori deține referința precisă;
- codul sursă, imagini etc. preluate din proiecte open-source sau alte surse sunt utilizate cu respectarea drepturilor de auton și dețin referințe precise;
- rezumarea ideilor altor autori precizează referința precisă la textul original.

| Iaşi, 3 iulie 2018 | Absolvent Boca Ioan-Bogdan |
|--------------------|----------------------------|
| | |
| | (semnătură în original) |

Declarație de consimțământ

Prin prezenta declar că sunt de acord ca Lucrarea de licență cu titlul "Aplicații ale problemelor de tip Stable-Matching", codul sursă al programelor și celelalte conținuturi (grafice, multimedia, date de test etc.) care însoțesc această lucrare să fie utilizate în cadrul Facultății de Informatică. De asemenea, sunt de acord ca Facultatea de Informatică de la "Universitatea Alexandru Ioan Cuza" din Iași sa utilizeze, modifice, reproducă și să distribuie în scopuri necomerciale programele-calculator, format executabil și sursă, realizate de mine în cadrul prezentei lucrări de licență.

| Iași, 3 iulie | |
|---------------|----------------------------|
| | Absolvent Boca Ioan-Bogdar |
| | |
| | |
| | (semnătură în original) |

Cuprins

| De | eclar | ație de | 9 (| 201 | ısi | m | ţă | m | ıâ | .n | ıt | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
|----|-------|---------|-----|-----|------|-----|----------------|-----|----|----|------------------|----|-----|---|---|----|-----|----|---|----|----|---|----|---|----|-----------------|---|----------------------|---|-----|---|----|---|-----------------|-----|---|-----|----|----|----|---|--|
| L | Intr | oduce | re | ! | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| | 1.1 | Motiva | аţ | ie | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| | 1.2 | Contri | ibi | uți | i | | | | | | | • | • | | | | ı | | | | | | | | | | | | | | | | | | • | | | | | | | |
|) | Stal | ble-Ma | ιtο | ch: | ng | 5 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| | 2.1 | Prelim | ir | ıar | ii | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| | 2.2 | Algori | tn | กน | l lu | i | G_{∂} | ιle | 5 | Sk | $_{\mathrm{1a}}$ | p | le; | y | | | , | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| | 2.3 | Studer | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| | | 2.3.1 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| | | 2.3.2 | I | ٩l٤ | or | itr | nu | 1 . | ut | il | iz | a | t | | | | , | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 3 | Arh | itectu | ră | · S | ir | mı | nle | 'n | ne | er | ı t | ลา | re | , | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| | | Specifi | | | | - | - | | | | | | | | a | ti | i : | al | e | D. | rc | b | le | m | e. | lo [.] | r | $\mathrm{d}\epsilon$ | 9 | tii | D | St | a | b] ₂ | e . | Μ | [a: | tc | hi | ne | ŗ | |
| | | Dotali | | - 1 | | | - 1 | | | | | | • | | | 1 | | | | - | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | _ | | |

Introducere

1.1 Motivație

Problemele de tip *Stable-Matching* și-au găsit aplicări în numeroase domenii, pentru a automatiza probleme reale. Problema de construire a unei distribuții stabile apare in diferite forme: repartizarea medicilor rezidenți către spitale, a copiilor către școli, distribuirea studenților la opționale etc. În lucrarea de față se va prezenta o aplicație a unui algoritm de tip *Stable-Matching*, cadrul de lucru fiind modelarea și rezolvarea problemei înscrierii studenților la proiectele de licență.

O problemă de tip *Stable-Matching* este definită în mod clasic folosind două grupuri de entități: bărbați (**M**) și femei (**W**), fiecare individ având o listă de preferințe cu corespondenți din setul opus. Se pune astfel problema găsirii unei repartiții stabile între cele două grupuri. Stabilitatea este dată de inexistența a două elemente care s-ar prefera reciproc față de cei cu care au fost asignați.

În lucrarea "College admissions and the stability of marriage" apărută în 1962, Gale și Shapley au demonstrat că având listele de preferințe ale fiecărui element, se poate construi o repartiție stabilă, ba mai mult, au oferit și un algoritm care realizează acest lucru.

Prezenta lucrare este structurată în patru capitole după cum urmează:

- primul capitol conține noțiuni teoretice despre problemele de tip *Stable-Matching*, precum și descrierea algoritmului utilizat în rezolvarea problemei
- al doilea capitol conține descrierea sumară a tehnologiile utilizate în rezolvarea problemei
- penultimul capitol constituie o imagine de ansamblu asupra arhitecturii aplicației

■ ultimul capitol conține o perspectivă asupra aplicației, precum și extensiile ce ar putea constitui o direcție pe viitor pentru imbunătățirea procesul de repartiție al studenților către proiecte de licență

1.2 Contribuții

În multe universități, studenții în an terminal trebuie să realizeze un proiect sub coordonarea unui profesor pentru a-și finaliza studiile. Fiecare student are preferințe asupra proiectelor pe care le găsește ca fiind acceptabile, dar și profesorii au preferințe asupra studenților (de exemplu: o medie a studentului cât mai mare).

De la această idee a pornit și acest proiect. Se dorește a se automatiza procesul de înscriere și repartiție a studenților la proiecte de licență. În acest scop s-a realizat o aplicație Web modernă, scalabilă.

Varianta inițială a problemei propuse de Gale și Shapley, numită si *Stable-Marriage* se caracterizează prin aceeași dimensiune a celor două seturi de entități. Datorită faptului că aceasta problemă a caștigat popularitate, au apărut numeroase variații ale versiunii inițiale. Astfel, problemele de tip *Stable Matching* se împart in trei categorii:

- one-to-one: (ex: Stable-Marriage)
- one-to-many: (ex: Student-Project Allocation problem, Stable-Admissions problem, Hospital-Residents problem)
- many-to-many: (ex: Two-sided Market)

2.1 Preliminarii

Pentru a introduce noțiunile ce stau la baza algoritmilor de tip Stable-Matching, pentru început, mă voi folosi de modelul clasic stable matching, numit in continuare SM. O instanță a SM constă în același număr n de bărbați (M) și femei (W).

$$\mathbf{M} = \{m_1, m_2, m_3 \dots, m_n\}, \ \mathbf{W} = \{w_1, w_2, w_3 \dots, w_n\}$$

Fiecare persoană are o listă de preferințe care ordonează strict toți membrii din setul opus. Dacă în lista de preferințe a unui bărbat m w1 se află înaintea lui w2, vom nota acest lucru cu $w1 \succ_m w2$. O notație similară este folosită și în cazul preferințelor femeilor. O repartiție M este un set disjunct de perechi bărbat-femeie. Dacă într-o repartiție M un bărbat m este asociat unei femei w scriem că M(m) = w și M(w) = m. Spunem că un bărbat m și o femeie w formează o pereche blocantă dacă următoarele condiții sunt îndeplinite:

- $\blacksquare M(m) \neq w$
- $\mathbf{w} \succ_m M(m)$

Figure 2.1: O instanță a SM cu n=4

| Bărbați | Preferințe |
|---------|-------------------------|
| m_1 | m_2 m_1 m_4 m_3 |
| m_2 | m_4 m_3 m_1 m_2 |
| m_3 | m_1 m_4 m_3 m_2 |
| m_4 | m_2 m_1 m_4 m_3 |

| Femei | Preferințe |
|---------|-------------------------|
| w_1 | $w_2 \ w_4 \ w_1 \ w_3$ |
| w_2 | w_3 w_1 w_4 w_2 |
| w_3 | w_2 w_3 w_1 w_4 |
| $ w_4 $ | $w_4 \ w_1 \ w_3 \ w_2$ |

 \blacksquare $m \succ_w M(w)$

O repartiție este numită instabilă dacă există o pereche blocantă, iar in caz contrar este stabilă.

Exemplu: Considerăm o instanță a problemei **SM** cu n = 4 specificată prin listele de preferințe din Figura 2.1. Repartiția $\{(m_1, w_4), (m_2, w_3), (m_3, w_2), (m_4, w_1)\}$ este stabilă. Stabilitatea poate fi verificată considerând pe rând fiecare bărbat ca fiind un potențial membru al unei perechi blocante. m_1 ar putea forma o pereche blocantă cu w_2 , însă $m_3 \succ_{w_2} m_1$. Fiecare din m_1 și m_2 sunt repartizați către prima lor preferință, drept urmare nu pot forma o pereche blocantă. În final, m_4 poate forma o pereche blocantă doar cu w_4 , însă $m_1 \succ_{w_4} m_4$.

Această instanță a **SM** admite două repartizări stabile, cea de-a doua fiind $\{(m_1, w_4), (m_2, w_1), (m_3, w_2), (m_4, w_3)\}$. Stabilitatea poate fi verificată într-o manieră asemănătoare cu cea de mai sus. Pe de altă parte, repartiția $\{(m_1, w_1), (m_2, w_3), (m_3, w_2), (m_4, w_4)\}$ este instabilă deoarece (m_1, w_4) formează o pereche blocantă: $w_4 \succ_{m_1} w_1$ și $m_1 \succ_{w_4} m_4$. Alte repartiții instabile pot avea mai multe perechi blocante: de exemplu, repartiția $\{(m_1, w_1), (m_2, w_2), (m_3, w_4), (m_4, w_3)\}$ are șase perechi blocante.

2.2 Algoritmul lui Gale Shapley

În 1962, Gale și Shapley au prezentat un algoritm care rezolvă problema **SM** demonstrând că orice pentru orice instanță a problemei se poate construi o repartiție stabilă. Algoritmul utilizează trei variabile, k, X, si x și două constante n și Ω .

- n: numărul de femei = numărul de bărbați
- k: numărul de cupluri deja formate
- $\blacksquare X$: pretendentul
- x: femeia căruia pretendentul ii face propunerea
- \blacksquare Ω : bărbat imaginar (va fi adăugat la finalul listei de preferințe al fiecărei femei)

Algorithm 1 Gale Shapley Algorithm

```
1: k \leftarrow 0; all the women are (temporarily) engaged to \Omega;
 2: while k < n do
        X \leftarrow (k+1)-st man;
 3:
        while X \neq \Omega do
 4:
            x \leftarrow \text{best choice remaining on X's list};
 5:
            if x prefers X to her fiance then
 6:
                 engage X and x
 7:
                 X \leftarrow preceding fiance of x
 8:
            if X \neq \Omega then
 9:
                 widthdraw x from X's list
10:
        k \leftarrow k + 1
11.
12: celebrate n weddings
```

Descrierea algoritmului:

- La începutul algoritmului numărul de cupluri deja formate este inițializat cu 0, iar fiecare femeie este asociată temporar cu Ω
- Cât timp numărul de cupluri formate este mai mic decât *n* se fac următoarele operații:
 - Se alege X ca fiind al k+1-lea bărbat
 - Cât timp $x \neq \Omega$
 - * Se alege x ca fiind prima prima preferintă din lista lui X
 - * În cazul în care x preferă pe X mai mult decât pe partenerul curent atunci:
 - $\cdot (X, x)$ vor forma un cuplu
 - $\cdot \ X$ devine fostul partener al lui X
 - \cdot Se sterge x din lista de preferințe a lui X
 - Se reintră în bucla while interioară, urmând ca fostul partener al lui x să își găsească cu nouă parteneră
 - Se trece la următorul bărbat
- ullet La finalul buclei while exterioare vom avea formate n cupluri.

Algoritmul are ca și principiu adresarea propunerilor în funcție de ordinea elementelor în listele de preferință. Aceste propuneri se fac dintr-un singur sens; spre exemplu dacă din setul \mathbf{M} se fac propuneri către setul \mathbf{W} spunem că M este men-optional, însemnând că orice bărbat va forma o pereche cu femeia aflată cea mai sus în lista sa de preferințe pe care ar putea sa o obțină din \mathbf{W} .

Corectitudinea algoritmului:

Observația 1: Odată ce (m,w) formează un cuplu w poate forma un cuplu cu m' doar dacă m' $\succ_w m$, altfel rămâne cu m. Cu alte cuvinte, odată ce o femeie e căsătorită aceasta nu va mai fi liberă.

Observația 2: Bărbații propun femeilor aflate din ce în ce mai jos în lista lor de preferințe.

Vom demonstra, prin $reducere\ la\ absurd\$ că algoritmul lui Gale Shapley produce o repartiție M perfectă 1

• Presupunere Presupunem că M nu este o repartiție perfectă.

M nefiind o repartiție perfectă, înseamnă că există un bărbat m ce rămâne nerepartizat la finalul algoritmului. Deoarece algoritmul ia bărbații necăsătoriți în ordine, iar aceștia propun femeilor din lista lor de preferințe cărora nu le-au propus încă, rezultă că m a propus tuturor femeilor și a rămas fără parteneră. Acest lucru implică faptul că m a fost refuzat sau părăsit de toate cele n femei. O femeie w poate refuza un bărbat m_1 doar dacă este căsătorită cu m_2 și $m_2 \succ m_1$ sau dacă m_2 îi propune lui w și are loc aceeași relație. Din acest lucru rezultă că fiecare femeie a fost asociată cu un bărbat și conform Observației 1, acestea nu mai sunt libere. În concluzie, avem (n-1) bărbați căsătoriți cu n femei.

• Contradicție Avem n femei căsătorite cu n-1 bărbați.

Vom demonstra că algoritmul **GS** produce o repartiție M stabilă.

• Presupunere Presupunem că avem o pereche blocantă (m, w) în M. Fie $M(w)=m_1$ și $M(m)=w_1$.

Folosind presupunerea, observăm că m i-a propus lui w. Acest lucru rezultă din faptul că m formează un cuplu cu w_1 , care se află mai jos în lista sa de preferințe. Singura cale prin care m ar fi putut să îi propună lui w_1 ar fi fost să propună tuturor femeilor aflate înaintea acesteia, deci și lui w. O propunere poate avea două răspunsuri: da sau nu. Vom arăta că ambele răspunsuri duc la contradicție.

Da: În acest caz, perechea (m, w) a fost în M. Dar cum $(m, w) \notin M$, rezultă că w a părăsit m pentru un partener mai favorabil. Folosind presupunerea și definiția unei perechi blocante rezultă că, la un moment dat, în timpul rulării algoritmului w s-a asociat cu un partener mai puțin favorabil decât partenerul curent. (Contradicție)

¹de dimensiune n

Nu: Pentru ca w să refuze pe m, w ar fi trebuit să fie asignată cu un m_2 mai favorabil. Ținând cont de faptul că w formează o pereche cu m_1 în M și $m \succ_w m_1$, prin tranzitivitate rezultă și că $m \succ_w m_2$. (Contradicție, explicația fiind aceeași ca și în cazul anterior)

• Contradicție Fie m nu i-a propus lui w, fie w a părăsit m pentru un partener mai nefavorabil, ambele contrazicând algoritmul.

Complexitatea timp/spațiu a algoritmului este ordinul $0(n^2)$.

2.3 Student-Project Allocation

În multe universități din lume, studenții în an terminal sunt nevoiți să realizeze un proiect dintr-un anumit domeniu pentru a-și finaliza studiile. De obicei sunt propuse o gamă largă de proiecte, din care studenții au de ales. De multe ori, un profesor poate propune mai multe proiecte, cu toate că este probabil ca unele proiecte să nu fie alese.

Fiecare student are preferințe asupra proiectelor pe care dorește să le realizeze (ex: un student dorește o colaborare cu un anumit profesor, sau dorește să realizeze un proiect dintr-un domeniu ce l-a atras în timpul facultății). De asemenea, și profesorii au preferințe asupra studenților pe care îi coordonează (ex: medie a studentului cât mai mare).

Există anumite limite superioare: fiecare proiect are o anumită capacitate, care reprezintă numărul maxim de studenți ce pot realiza acel proiect, și fiecare profesor poate avea un număr maxim de studenți pe care îi poate superviza într-o sesiune de licență.

Ne vom referi în continuare la problema asignării studenților la proiecte, prescurtată SPA. Datorită faptului că în acest proces sunt implicați numeroși studenți există un interes mare în a automatiza acest proces folosindu-se scheme centralizate de repartiție. Asemenea scheme de repartiție se folosesc deja în următoarele instituții de învățământ: University of York, University of Southampton, etc.

SPA este o generalizare a clasicii probleme a repartizării medicilor rezidenți către spitale, care are aplicații într-una din cele mai mare scheme de repartiție din lume: National Resident Matching Program (NRMP). NRMP este dat în funcțiune încă din 1962, și în momentul de față se ocupă anual de repartiția a aproximativ 30000 de studenți absolvenți către spitale. Repartiția se face pe baza preferințelor medicilor rezidenți, dar și pe baza locurilor disponibile în spitale și a preferințelor spitalelor. Algoritmul găsește o repartizare stabilă, care este resident-optimal.

2.3.1 Definirea problemei

O instanță a **SPA** se definește prin $\mathbf{S} = \{s_1, s_2, s_3, \ldots, s_n\}$ o mulțime de studenți, $\mathbf{P} = \{p_1, p_2, p_3, \ldots, p_m\}$ o mulțime de proiecte și $\mathbf{L} = \{l_1, l_2, l_3, \ldots, l_k\}$ o mulțime de profesori. Fiecare student s_i își formează o listă de preferințe, ordonând o submulțime a \mathbf{P} în ordine strictă. Dacă proiectul p_j apare în lista de preferințe a lui s_i , spunem că proiectul p_j este acceptabil pentru studentul s_i . Vom nota cu A_i mulțimea proiectelor pe care studentul s_i le găsește ca acceptabile.

Fiecare profesor l_k oferă un set nevid de proiecte P_k . l_k are asociată o listă de preferințe în care sunt ordonați strict studenții care găsesc acceptabil un proiect propus de profesorul l_k . De asemenea l_k are asociat un număr întreg pozitiv, numit capacitate, reprezentând numărul de studenți pe care dorește să îi coordoneze. Similar, fiecare proiect are asociată o constrângere de capacitate ce indică numărul maxim de studenți ce pot realiza acel proiect.

O repartiție M este o submulțime a $S \times P$ astfel încât:

- \bullet $(s_i, p_j) \in M$ a.î. $p_j \in A_i$ (s_i este asignat unui proiect pe care îl găsește acceptabil)
- Pentru fiecare student $s_i \in S$ este îndeplinită relația $|\{(s_i, p_j) \in M : p_j \in P\}| \le 1$. (un student este asignat maxim unui proiect)

Notații:

- $\forall s_i \in S$ prin $M(s_i)$ notăm proiectul p_j cu care acesta a fost asignat. O notație asemănătoare va fi folosită și pentru proiecte.
- Spunem despre un proiect p_j că este under-subscribed, full sau over-subscribed dacă $|M(p_j)|$ este mai mic, mai mare sau egal în raport cu capacitatea acestuia.
- Prin $M(l_k)$ indicăm mulțimea studenților care au fost asignați unui proiect propus de l_k .
- Un profesor este under-subscribed, full sau over-subscribed considerând $|M(l_k)|$ în raport cu capacitatea acestuia.

Spre deosebire de *Stable-Marriage*, în *SPA*, listele de preferință nu trebuie să conțină toate elementele din setul opus, iar la terminarea algoritmului nu este garantat că fiecare student/proiect va avea un corespondent din setul opus.

Vom defini și în cazul **SPA** noțiunea de pereche blocantă. O pereche $(s_i, p_j) \in (S \times P) \setminus M$ este blocantă dacă:

FIGURE 2.2: O instanță SPA

| Studenți | Preferințe |
|----------|-----------------|
| s_1 | $p_1 p_3$ |
| s_2 | $p_1 p_2 p_3$ |
| s_3 | p_1 p_4 |
| s_4 | p_1 |

| Profesori | Preferințe |
|-----------|-------------------------|
| l_1 | $s_1 \ s_2 \ s_3 \ s_4$ |
| l_2 | $s_2 \ s_1 \ s_3$ |

 l_1 oferă p_1, p_2 . l_2 oferă p_3, p_4 Capacitatea proiectelor: $c_i=1$

Capacitatea profesorilor: $d_1=1, d_2=2$

- $p_i \in A_i$
- Fie s_i nu este asignat în M, fie s_i preferă p_j în detrimentul proiectului cu care este deja asignat.
- Fie
 - $-p_j$ este under-subscribed si l_k este under-subscribed, sau
 - $-p_j$ este under-subscribed, l_k este full, și fie $s_i \in M(l_k)$ fie l_k preferă s_i în detrimentul ultimului student din $M(l_k)$, sau
 - $-p_i$ este full și l_k preferă pe s_i în detrimentul ultimului student din $M(p_i)$

2.3.2 Algoritmul utilizat

Dat fiind faptul că există un interes ridicat pentru această problemă, ea a fost studiată de-a lungul timpului, și s-a găsit un algoritm care să o rezolve. În această secțiune voi prezenta algoritmul utilizat în rezolvarea problemei și cum a fost aplicat în cazul concret.

Algoritmul are la bază două operații fundamentale: cea de aplicare și cea de ștergere. Operația de aplicare este asemanatoare cu operația de propunere din cadrul Stable-Marriage. Prin operația de ștergere se înțelege ștergerea unei preferințe p_j din lista de preferințe a lui s_i .

Inițial, studenții nu au nici un proiect asignat. Cât timp există un student s_i care nu are un proiect asignat și are o listă de preferințe de lungime mai mare decât zero se va intra în bucla while interioară. Se va crea o asociere temporară între studentul s_i și primul proiect din lista sa de preferințe, p_i . Fie l_k profesorul care a propus acel proiect.

Dacă p_j este over-subscribed, se va rupe asocierea temporară dintre p_j și ultimul student student asociat la acest proiect în raport cu lista de preferințe a lui l_k . În cazul în care l_k este over-subscribed se va căuta studentul s_r printre studenții asignați la un proiect propus de l_k . s_r va fi ultimul student în raport cu lista de preferințe a lui l_k . Se va rupe asocierea dintre s_r și proiectul său asociat.

Algorithm 2 Project Allocation Algorithm

```
1: assign each student to be free;
 2: assign each project and lecturer to be totally unsubscribed;
    while some student s_i is free and s_i has non-empty list do
         p_i \leftarrow \text{first project on } s_i's list;
         l_k \leftarrow \text{lecturer who offers } p_i;
 5:
 6:
         M = M \cup (s_i, p_i)
         if p_i is over-subscribed then
 7:
             s_r \leftarrow \text{worst student assigned to } p_i
 8:
 9:
             M = M \setminus (s_r, p_i);
         else if l_k is over-subscribed then
10:
             s_r \leftarrow \text{worst student assigned to } l_k;
11:
             p_t \leftarrow \text{project assigned to} s_r;
12.
             M = M \setminus (s_r, p_t);
13:
         if p_i is full then
14:
             s_r \leftarrow \text{worst student assigned to } l_k;
15:
             for each succesor s_t of s_r on L_k do
16:
                  for each project p_u \in P_k \cap A_t do
17:
18:
                      delete (s_t, p_u);
19: return M
```

În cazul în care proiectul p_j este full, se va șterge proiectul p_j din lista de preferințe a studenților aflați după ultimul student asignat la p_j în raport cu lista de preferințe a lui l_k . Astfel, acești studenți nu vor mai avea oportunitatea de a aplica la acest proiect.

În cazul în care l_k este full, se va aplica un procedeu similar de ștergere.

Complexitatea timp a algoritmului depinde de cum sunt implementate operațiile de aplicare și de ștergere. Aceste operații pot fi implementate în timp constant, astfel complexitatea SPA devine $\Theta(\lambda)$, unde λ este lungimea totală a listelor de preferințe. Complexitatea spațiu este de ordinul a 0(mn), unde n este numărul de studenți, iar m este numărul de proiecte dintr-o instanță SPA.

Construcția lui M pentru instanța **SPA** din Figura 2.2

Etapa de inițializare:

```
• M=\emptyset

• s_1,s_2,s_3,s_4={
m free}

• l_1,l_2,p_1,p_2,p_3,p_4=under\text{-}subscribed
```

Bucla while în care se vor realiza asocierile:

• s_1 aplică la prima sa preferiță, p_1 . $M = \{(s_1, p_1)\}$

- p_1 este full. Ștergem din lista lui s_2, s_3, s_4 pe p_1 deoarece aceștia se află după s_1 în lista de preferințe a lui l_1 .
- l_1 este full. Ștergem din lista lui s_2 proiectul p_2 .
- s_2 aplică la p_3 . $M = \{(s_1, p_1), (s_2, p_2)\}$
- p_3 este full. Se aplică operația de ștergere pe (s_1, p_3) .
- s_3 aplică la p_4 . $M = \{(s_1, p_1), (s_2, p_2), (s_3, p_4)\}$
- Atât p_4 cât si l_2 sunt full, însă nu se mai operații de ștergere.

În final, se va returna M ca fiind $M = \{(s_1, p_1), (s_2, p_2), (s_3, p_4)\}$. Se observă că s_4 nu a fost repartizat nici unui proiect.

În contextul aplicației Web realizate, algoritmul folosit este SPA, cu mici modificări. În primul rând s-a eliminat constrângerea de capacitate pentru profesori. Astfel, numărul maxim de studenți pe care un profesor dorește să îi coordoneze este egal cu suma capacităților proiectelor propuse de el. Listele de preferință din partea profesorilor s-au mutat către proiecte. Astfel, fiecare proiect are propria sa listă de preferințe, cu studenții ce au aplicat la acest proiect. În acest mod, un profesor poate favoriza un student doar în contextul unui anumit proiect, mutându-l mai sus în lista de preferințe.

Arhitectură și implementare

În acest capitol se va discuta despre arhitectura proiectului cât și despre detaliile de implementare ale aplicației realizate.

Aplicația este separată în două proiecte:

- cel de front-end, construit cu Angular 5
- cel de back-end, realizat în Java

Pentru a oferi o imagine de ansamblu a aplicației realizate, în figura 4.1 este prezentată arhitectura generală a proiectului.

HTTP methods

Apache
Tomcat

user/roles

FIGURE 3.1: Arhitectura generală a proiectului

3.1 Specificații funcționale Aplicații ale problemelor de tip Stable Matching

Nume alternativ: FII License Matcher

Tip Aplicație: Web

Domeniu de activitate: Educație

Descriere generala

Pentru a-și finaliza studiile, studenții în an terminal sunt nevoiți să realizeze un proiect sub îndrumarea unui profesor. Datorită faptului că în acest proces este implicat un număr mare de studenți, se pune problema automatizării acestuia. În acest scop, s-a realizat o aplicație Web. Aplicația va înlesni procesul de înscriere a studenților către proiecte de licență și repartizarea acestora.

Obiectivele aplicației:

- Managementul înscrierilor la licență: importarea studenților, a notelor, a cursurilor și a profesorilor, stabilirea perioadelor în care este posibilă aplicarea la proiecte
- Definirea proiectelor: Baze de date de tip graf, Algoritmi evolutivi pentru rețele de sortare, etc.
- Definirea preferințelor: Se vor forma liste de preferințe pentru fiecare student/proiect
- Vizualizarea unor statistici
- Vizualizarea situatiei anilor trecuti
- Repartizarea proiectelor către studenți: se va realiza o potrivire între studenți și proiecte

Scenarii de utilizare:

Pentru a utiliza aplicația, utilizatorul va trebui să introducă e-mailul si parola. În cazul în care există un cont asociat cu informațiile introduse, acesta va putea accesa funcționalitățile aplicației. Fiecare rol are asociat un set de acțiuni pe care le poate efectua in aplicație. În continuare, vor fi descrise aceste roluri și acțiunile posibile.

Profesor: Acțiunea fundamentală pe care un profesor o poate realiza este cea de a adăuga proiecte. Pentru a adăuga un proiect, un profesor va trebui sa completeze următoarele câmpuri: titlul proiectului, descrierea și capacitatea acestuia. Fără aceste

informații completate, proiectul nu va putea fi adăugat. Pe lângă acestea, se vor putea introduce și următoarele informații suplimentare: etichete (ce vor fi folosite pentru căutarea proiectelor), referințe bibliografice, un set de întrebări (la care studentul va trebui să răspundă în momentul aplicării la proiect) și este posibilă și încărcarea unui fișier.

De asemenea, un profesor poate edita sau șterge proiecte propuse de el și poate vizualiza anumite statistici (numărul de studenți înscriși la un proiect, media studenților care au aplicat la un proiect, și media poziției unui proiect în lista de preferințe a studenților).

Pentru fiecare proiect propus, profesorul va putea vizualiza lista de studenți care au aplicat pentru acel proiect. Această listă este sortată inițial după media generală a notelor studenților. Este posibil ca prin drag and drop să se reordoneze lista, astfel unii studenți putând fi favorizați. Pentru fiecare student care a aplicat, se vor putea vizualiza informații suplimentare, cum ar fi notele studentului, răspunsurile pe care le-a oferit în momentul aplicării și nota personală.

Proiectele propuse de către profesori în anii trecuți vor putea fi importate și în anul curent, evitând astfel completarea formularului în cazul în care se dorește refolosirea unui proiect.

Student: Un student are la dispoziție o listă cu proiecte propuse, și poate aplica la ele. Un student poate aplica la un proiect o singură dată. În momentul aplicării, dacă proiectul are asociate întrebări, studentul va fi nevoit să răspundă la ele pentru a putea aplica. De asemenea studentul poate atașa și o notă personală în momentul aplicării.

Aplicând la diverse proiecte, studentul își va forma o listă de preferințe. Această lista va fi sortată inițial după data aplicării, însă va putea fi reordonată prin drag and drop. De asemenea, un student își poate retrage aplicarea la proiectele din lista sa.

Pentru a facilita căutarea de proiecte, acestea pot fi căutate după titlul proiectului, după etichete sau dupa numele profesorului.

Administrator: Un administrator se ocupă de buna funcționare a aplicației. Acțiunile pe care le poate realiza sunt organizatorice. Astfel, un admin poate stabili perioadele în care înscrierile la proiecte sunt posibile, poate pregăti aplicația pentru a nouă sesiune de înscriere la licență prin: importarea în aplicație a profesorilor, a cursurilor, a studenților și a notelor studenților. Tot un administrator poate vizualiza lista tuturor utilizatorilor aplicației și poate șterge conturi dacă e necesar.

Istoricul repartizărilor din fiecare an este salvat, și va putea fi vizualizat. Se va alege un an, și un fișier de tip pdf cu numele studenților și ce proiecte au realizat va fi descărcat. Această funcționalitate este disponibilă doar administratorilor.

3.2 Detalii de implementare

Aplicația este separată în două proiecte (unul de back-end și unul de front-end). S-a ales această separare deoarece cele două proiecte pot fi dezvoltate independent, astfel am putut lucra doar la o singură parte a aplicației la un moment dat.

3.2.1 Front-end

Partea de front-end a fost realizată în principal folosind framework-ul Angular.

Angular este unul dintre cele mai populare framework-uri în ziua de azi ce ne permite să dezvoltăm aplicații de tip single-page. În aplicațiile web tradiționale, serverul răspunde la fiecare cerere a utilizatorilor prin pagini HTML. În single-page applications, întregul site este încărcat doar la prima cerere, cererile următoare urmând să modifice diferite porțiuni ale acestuia. Astfel dezvoltăm aplicații web mai rapide, oferind utilizatorilor o experiență mai fluidă.

Încă un aspect cheie al acestui framwerok este dezvoltarea unei aplicații bazată pe componente. Componentele sunt bucăți mici de cod care sunt independente între ele. Componentele sunt încapsulate și pot fi folosite în diferite părți ale aplicației, evitând astfel scrierea de cod duplicat. Angular are la bază un mecanism de dependency injection foarte bine pus la punct. Scopul acestuia este de a simplifica management-ul dependințelor dintre componente. Astfel componentele sunt mai decuplate, pot fi testate mult mai ușor si codul este mai flexibil.

Versiunea de Angular folosită în cadrul proiectului este 5, fiind ultima versiune stabilă în momentul realizării proiectului.

Pentru a ușura munca, am ales ca partea de front-end să fie bazată pe componente. Astfel am folosit Angular Material. Angular Material este un set de componente moderne realizate de către echipa Angular, bazate pe specificația de material design introdusă de Google. Această specificație este descrisă ca un set de instrucțiuni, pictograme și componente care se combină pentru a crea o experiență unificată a utilizatorilor pe telefon, calculator sau tabletă.

Astfel a rezultat o bibliotecă de componente care sintetizează principiile bunului design. Componentele sunt modulare și ușor de integrat în aplicație. Componentele din această bibliotecă ne ajută să realizăm rapid design-ul aplicației, având un prototip funcțional într-un timp foarte scurt.

Angular Material nu vine cu suport direct pentru responsivitate. Pentru ca aplicația să poată fi folosită pe dispozitive de diferite dimensiuni a fost necesară utilizarea Flex-Layout. Flex-Layout este un pachet suplimentar pentru Angular ce ne pune la dispoziție un set de directive pe care le putem folosi direct în template. Nu avem nevoie de un fișier separat pentru CSS.

3.2.2 Back-end

Pe partea de back-end am ales să folosesc drept limbaj de programare Java, iar ca framework Spring. Spring este un framework care asigură un model de configurare și de programare inteligent pentru aplicații moderne scrise în Java, indiferent de platforma folosită. Spring se bazează pe principiul de convenție. Datorită acestui lucru programatorul trebuie să facă mai puține configurații, care de cele mai multe ori sunt sursa erorilor, astfel putându-se concentra asupra codului scris.

Câteva dintre caracteristicile framework-ului sunt: dependency injection, programare orientată pe aspecte (AOP), suport fundamental pentru JDBC, JPA, etc.

Datorită faptului că cele două proiecte sunt separate, este nevoie de o metodă de comunicare între ele. Am ales ca cele două componente să comunice prin REST, server-ul expunând un astfel de serviciu, iar de pe front-end este consumat.

Spring oferă un modul care facilitează crearea de servicii REST, reducând drastic cantitatea de cod scris necesar expunerii unui asemenea serviciu.

```
* Find a Project by id

* Gparam id the Id to search by

* Greturn An Project Object / message if the object was successfully found or not

*/

@RequestMapping(value = "/{id}", method = RequestMethod.GET)

public ResponseEntity<ProjectDto> getProjectById(@PathVariable Long id) throws ResourceNotFoundException {

Project project = projectService.findById(id);

if (project == null) {

throw new ResourceNotFoundException(String.format("Projectul cu id-ul=%s nu a fost gasit!", id));
}

return ResponseEntity.ok(modelMapper.map(project, ProjectDto.class)); // return 200, with json body
}

(A) Spring Boot REST endpoint

public getProject(id: number): Observable<any> {

return this.http.get(`${APP_CONSTANTS.ENDPOINT}/projects/` + id);
}

(B) Client Angular
```

FIGURE 3.2: Exemplu comunicare back-end cu front-end

REST este acronimul pentru Representational State Transfer si reprezintă un model arhitectural pentru crearea serviciilor Web. REST descrie o arhitectură orientată pe resurse. Într-o arhitectură REST se deosebesc două trăsături importante:

- datele asupra cărora clientul îi spune serverului să opereze se află în URI
- operația pe care serverul o face asupra datelor este descrisă direct de metoda HTTP

În figura 3.2 am prezentat un model de comunicare între cele două componente ale proiectului. Serverul expune o anumită informație la o adresă, iar clientul face o cerere la acea adresă folosind o metodă HTTP adecvată.

Proiectul de pe partea de back-end respectă pattern-ul Entity-Control-Boundry (**ECB**). **ECB** este o variație a pattern-ului Model-View-Controller. Entity, Control și Boundry sunt stereotipuri de clasă, dar UML are câteva icoane speciale pentru a le reprezenta.

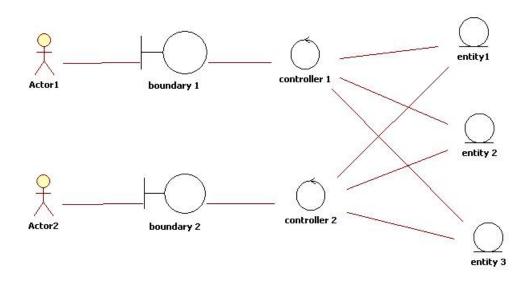


FIGURE 3.3: Entity-Control-Boundry pattern

Entity reprezintă obiecte care reprezintă datele sistemului: utilizatori, proiecte, întrebări etc.

Boundry sunt obiectele cu care interfațează cu actorii sistemului: interfețe utilizator, gateway-uri, proxy-uri etc.

Controller sunt obiectele care mediază comunicarea între boundry și entity. Ele orchestrează execuția comenzilor ce vin de la boundry.

Implementarea unui repository care folosește Java Persistence API a fost până acum ceva timp un proces care necesita mult timp și care presupune scriere de cod foarte încărcat. Prea mult cod duplicat trebuie scris pentru a executa interogări simple, precum

și pentru a adăuga paginare. Spring Data JPA urmărește să îmbunătățească în mod semnificativ implementarea acestor repository-uri. În calitate de programator, vei scrie doar interfețe și metode care respectă anumite convenții, urmând ca Spring Data JPA să ofere implementarea în mod automat.

```
# User Entity Repository

#/

@Repository

public interface UserRepository extends JpaRepository<User, Long> {
    User findByEmail(String email);
    Page<User> findAllByEmailStartingWith(String email, Pageable pageable);
}
```

Figure 3.4: Exemplu utilizare Spring Data JPA

Spring Security este un modul oferit de Spring ce asigură servicii de securitate pentru aplicații dezvoltate pe platforma Java EE. Cele două mari arii în ceea ce privește securitatea sunt autentificarea si autorizarea. Autorizarea se referă la procesul de a decide dacă unui utilizator îi este permis să execute o acțiune într-o aplicație, iar autorizarea este procesul prin care identitatea utilizatorului este recunoscută. Spring Security oferă un set de capacități de autorizare foarte bine puse la punct. Există trei domenii principale de interes: autorizarea solicitărilor web, autorizarea metodelor (dacă pot fi invocate sau nu) și autorizarea accesului la instanțele de obiecte ale domeniului.

Având în vedere cele prezentate, acest modul a fost folosit în aplicația realizată. Ținând cont de natura aplicației, se identifică trei tipuri de utilizatori: studenți, profesori și administratori. Astfel, a fost nevoie de un mecanism de autorizare bazat pe roluri (RBAC) în cadrul căruia utilizatorii aparținând unei anumite categorii pot apela diverse metode. Acesta s-a implementat cu ajutorul acestei librării, folosind JSON Web Token(JWT).

JSON Web Token este un standard deschis, bazat pe JSON (RFC 7519) pentru crearea de tokeni de acces cu anumite revendicări. De exemplu, un server ar putea genera un token care are revendicarea de "logat ca administrator" și să îl furnizeze unui client. Clientul ar putea folosi acel token pentru a dovedi ca este logat ca administrator. Tokenii sunt semnați de cheia privată a unei părți (de obice serverul), astfel încât ambele părți pot verifica dacă tokenul este legitim. Acesta este un mecanism de autorizare fără stare, deoarece serverul nu va stoca informații despre utilizator într-o sesiune, astfel se eliberează memoria serverului.

După ce se realizează procesul de autentificare, clientul va primi un token pe care îl va salva în local-storage. Utilizatorul va trebui să trimită JWT la fiecare cerere facută către server, de obicei în antetul Authorization, folosind schema Bearer. Conținutul antetului ar trebui să arate dupa cum urmează:

Authorization: Bearer < token>

Spring oferă un mod facil de externalizare a proprietăților, în fișiere de configurare ce vor fi citite automat de către server. Astfel, în acest fișier au fost incluse și anumite proprietăți utilizate în procesul de autentificare și autorizare.

```
jwt.header = Authorization
jwt.expires_in = 300
jwt.mobile_expires_in = 600
jwt.secret = smapp
```

FIGURE 3.5: Constante JWT

În figura 3.4 sunt prezentate aceste proprietăți. Tokenii au o anumită durată de viață, reprezentată de câmpul jwt.expires_in. Durata de viață a acestora este de 300 secunde. În cazul în care utilizatorul se conectează de pe un dispozitiv mobil, durata de viață a token-ului va fi de 600 secunde. Termenul de expirare identifică timpul după care token-ul nu va mai fi acceptat pentru procesare. Este util în cazul în care un token-ul este furat de către o terță parte. În cazul în care token-ul este furat, utilizatorul rău-voitor nu va putea accesa resursele protejate decât în perioada în care token-ul este valid.

Aplicația dispune de un mecanism de reîmprospătare a tokenilor, pentru a nu fi necesară autentificarea utilizatorilor de fiecare dată când token-ul expiră.

Câmpul jwt.secret reprezintă cheia cu care se realizează semnătura digitală a token-ului. Algoritmul de semnare folosit este ${\bf HS512}$.