

Вариант 1

1. Дан симметричный ортогональный тензор $A(\mathbf{x}, \mathbf{x}) = 3x_1^2 + 3x_2^2 + 3x_3^2 - 2x_1x_2 + 2x_1x_3 - 2x_2x_3$. Записать характеристический многочлен. Записать тензор в главных осях. Выписать главные направления так, чтобы они составляли ортонормированный правый базис. ($\lambda = 5$)
2. Выделить симметричную S и антисимметричную A части ортогонального тензора $T = \begin{pmatrix} 4 & -1 & 7 \\ 5 & 4 & 4 \\ 3 & 2 & -2 \end{pmatrix}$. Симметричную часть разделить на шаровую часть и девиатор. Найти декартовы координаты вектора \mathbf{w} : $A = \mathbf{w} \times$
3. Ортогональный тензор T в базисе $\mathbf{e}_1 = \frac{2}{\sqrt{13}}\mathbf{i} - \frac{3}{\sqrt{13}}\mathbf{j}$, $\mathbf{e}_2 = \frac{3}{\sqrt{13}}\mathbf{i} + \frac{2}{\sqrt{13}}\mathbf{j}$ имеет компоненты

$$\begin{matrix} t_{111} = 1 & t_{112} = 2 & t_{121} = 3 & t_{122} = 4 \\ t_{211} = 5 & t_{212} = 6 & t_{221} = 7 & t_{222} = 8 \end{matrix}$$
 Найти компоненту t_{221} в базисе $\{\mathbf{i}, \mathbf{j}\}$.
4. Тензор (t_{ijklmn}) , $i, j, k, l, m, n = 1, 2, 3, 4$ задан своими компонентами $t_{413123} = 1$, $t_{413321} = 2$, $t_{213413} = 5$, $t_{131234} = 4$, $t_{113123} = 7$, $t_{313412} = 3$, остальные компоненты равны нулю. Определим тензор $a_{ijklmn} = t_{[ijk|lmn]}$. Вычислить a_{113243} .
5. Заданы: базис $\mathbf{e}_1 = \mathbf{i} + 2\mathbf{j} + 3\mathbf{k}$; $\mathbf{e}_2 = \mathbf{i} + \mathbf{j} + \mathbf{k}$; $\mathbf{e}_3 = -2\mathbf{i} + \mathbf{j} + \mathbf{k}$; тензор $(t_j^i) = 2\mathbf{e}_1 \otimes \mathbf{e}^2 + 4\mathbf{e}_2 \otimes \mathbf{e}^1 + 3\mathbf{e}_2 \otimes \mathbf{e}^3 + 5\mathbf{e}_3 \otimes \mathbf{e}^2$, ковектор $\mathbf{v} = \mathbf{e}^1 + 3\mathbf{e}^2 + 5\mathbf{e}^3$. Найти длину ковектора \mathbf{u} , если $u_j = t_j^i v_i$.

Вариант 2.

1. Дан симметричный ортогональный тензор $A(\mathbf{x}, \mathbf{x}) = 3x_1^2 + 3x_3^2 + 4x_1x_2 - 2x_1x_3 + 4x_2x_3$. Записать характеристический многочлен. Записать тензор в главных осях. Выписать главные направления так, чтобы они составляли ортономированный правый базис. ($\lambda = -2$)
2. Выделить симметричную S и антисимметричную A части ортогонального тензора $T = \begin{pmatrix} 5 & 2 & 1 \\ 4 & -5 & 5 \\ 7 & 9 & 6 \end{pmatrix}$. Симметричную часть разделить на шаровую часть и девиатор. Найти декартовы координаты вектора \mathbf{w} : $A = \mathbf{w} \times$
3. Ортогональный тензор T в базисе $\mathbf{e}_1 = \frac{5}{\sqrt{26}}\mathbf{i} - \frac{1}{\sqrt{26}}\mathbf{j}$, $\mathbf{e}_2 = \frac{1}{\sqrt{26}}\mathbf{i} + \frac{5}{\sqrt{26}}\mathbf{j}$ имеет компоненты

$$\begin{matrix} t_{111} = 1 & t_{112} = 2 & t_{121} = 3 & t_{122} = 4 \\ t_{211} = 5 & t_{212} = 6 & t_{221} = 7 & t_{222} = 8 \end{matrix}$$
 Найти компоненту t_{112} в базисе $\{\mathbf{i}, \mathbf{j}\}$.
4. Тензор (t_{ijklmn}) , $i, j, k, l, m, n = 1, 2, 3, 4$ задан своими компонентами $t_{123144} = 7$, $t_{412143} = 2$, $t_{243141} = 3$, $t_{112143} = 4$, $t_{321144} = 5$, $t_{123414} = 6$, остальные компоненты равны нулю. Определим тензор $a_{ijklmnr} = t_{[ijk|lm|n]}$. Вычислить a_{341142} .
5. Заданы: базис $\mathbf{e}_1 = \mathbf{i} + 3\mathbf{j} + \mathbf{k}$; $\mathbf{e}_2 = -2\mathbf{i} + \mathbf{j} - \mathbf{k}$; $\mathbf{e}_3 = \mathbf{i} - \mathbf{j} + 2\mathbf{k}$; тензор $(t_j^i) = \mathbf{e}_1 \otimes \mathbf{e}^2 + 2\mathbf{e}_1 \otimes \mathbf{e}^3 + 4\mathbf{e}_2 \otimes \mathbf{e}^1 + 3\mathbf{e}_3 \otimes \mathbf{e}^1$, ковектор $\mathbf{v} = 4\mathbf{e}^1 + 2\mathbf{e}^2 + \mathbf{e}^3$. Найти длину ковектора \mathbf{u} , если $u_j = t_j^i v_i$.