

Урок 13

Емкость 2

1. (Задача 2.14) Пространство между обкладками сферического конденсатора частично заполнено диэлектриком, расположенным внутри телесного угла Ω с вершиной в центре обкладок. Радиусы обкладок – a и b , проницаемость диэлектрика – ϵ . Найти емкость конденсатора.

Решение 1. Емкость составного сферического конденсатора представляет собой емкость 2-х параллельно соединенных конденсаторов. (Подумайте, как это можно доказать). Тогда

$$C = C_1 + C_2.$$

$$\begin{aligned} C &= \frac{ab}{b-a} \left\{ \frac{S_{\text{сферы}} - S_{\text{угл.}}}{S_{\text{сферы}}} + \epsilon \frac{S_{\text{угл.}}}{S_{\text{сферы}}} \right\} = \frac{ab}{b-a} \left\{ 1 - \frac{\Omega}{4\pi} + \epsilon \frac{\Omega}{4\pi} \right\} \\ &= \frac{ab}{b-a} \left\{ 1 - \frac{\Omega}{4\pi} [1 - \epsilon] \right\}. \end{aligned}$$

2. (Задача 2.15) Найти взаимную емкость двух шаров радиуса a , если расстояние между их центрами равно $b \gg 2a$.

Решение Для поиска взаимной емкости необходимо поместить на каждый из шаров одинаковый (по модулю) заряд и посчитать емкость полученного "конденсатора". Пусть $q_1 = -q_2$. Тогда потенциалы на поверхности первого и второго шаров соответственно

$$\begin{aligned} \varphi_1 &= q_1 \left(\frac{1}{a} - \frac{1}{b-a} \right), \\ \varphi_2 &= q_1 \left(\frac{1}{b-a} - \frac{1}{a} \right). \end{aligned}$$

$$\varphi_1 - \varphi_2 = 2q_1 \left(\frac{1}{a} - \frac{1}{b-a} \right) = 2q_1 \frac{b-2a}{a(b-a)}$$

$$C = \frac{q_1}{\Delta\varphi} = \frac{a}{2} \frac{b-a}{b-2a}$$

Поскольку $b \gg 2a$

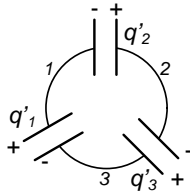
$$C \simeq \frac{a}{2} \left(1 + \frac{a}{b} \right).$$

3. (Задача 2.19) Внутри плоского конденсатора, заряженного до напряжения U , на расстоянии h от одной из пластин находится маленький металлический шарик радиуса r . Пренебрегая искажением поля конденсатора, найти заряд, появившийся на шарике, если соединить его с пластиной с нулевым потенциалом. Расстояние между пластинами d .

Решение $Q = -Uhr/d$.

4. (Задача 2.21) Трем одинаковым изолированным конденсаторам емкостью C были сообщены заряды q_1, q_2, q_3 соответственно. Потом конденсаторы соединили. Найти величины зарядов, оставшихся на конденсаторах.

Решение Пусть на конденсаторах после соединения появятся заряды как это показано на рисунке. Если знаки определены неверно, то после решения соответствующие заряды будут другого знака. Обозначим разность потенциалов между конденсатором 1 и 3 как φ_{13} (уточним, что речь идет о разности потенциалов между “+”-обкладками этих конденсаторов). Тогда для конденсатора с зарядом q'_1 можно записать $\varphi_{13} = \frac{q'_1}{C}$, где C – емкость конденсатора. С другой стороны, при обходе этого контура в противоположном направлении сумма падений потенциалов $\varphi_{13} = \varphi_{12} + \varphi_{23}$, а они в свою очередь из-за одинаковых емкостей могут быть записаны как



$$\varphi_{13} = -\frac{q'_2}{C} - \frac{q'_3}{C}.$$

Знак минус в этом уравнении связан с тем, что потенциал при переходе от положительной пластины к отрицательной убывает, а при обратном направлении возрастает. Приравнявая два выражения для φ_{13} получим

$$q'_1 + q'_2 + q'_3 = 0.$$

Теперь рассмотрим сохранение зарядов на каждом участке. При соединении конденсатора 1 и 2 сумма зарядов, которая была на этих пластинах сохранилась и поэтому можно записать

$$\left. \begin{aligned} q_1 - q_2 &= q'_1 - q'_2 \\ q_2 - q_3 &= q'_2 - q'_3 \end{aligned} \right\}$$

Решив систему из трех уравнений, получим

$$q'_i = q_i - \bar{q}, \quad \text{где } \bar{q} = \frac{1}{3}(q_1 + q_2 + q_3).$$