

Вариант 1

- Дан симметричный ортогональный тензор $A(\mathbf{x}, \mathbf{x}) = 4(x_1)^2 + 7(x_2)^2 + 4(x_3)^2 + 4x_1x_2 + 8x_1x_3 - 4x_2x_3$. Записать характеристический многочлен. Записать тензор в главных осях. Выписать главные направления так, чтобы они составляли ортонормированный правый базис. ($\lambda = 8$)
- Выделить симметричную S и антисимметричную A части ортогонального тензора $T = \begin{pmatrix} -3 & -3 & 7 \\ 1 & 2 & 3 \\ 5 & 5 & 7 \end{pmatrix}$. Симметричную часть разделить на шаровую часть и девиатор. Найти декартовы координаты вектора \mathbf{w} : $A = \mathbf{w} \times$
- Ортогональный тензор T в базисе $\mathbf{e}_1 = \frac{2}{\sqrt{53}}\mathbf{i} - \frac{7}{\sqrt{53}}\mathbf{j}$, $\mathbf{e}_2 = \frac{7}{\sqrt{53}}\mathbf{i} + \frac{2}{\sqrt{53}}\mathbf{j}$ имеет компоненты $t_{111} = 0$, $t_{112} = 1$, $t_{121} = 3$, $t_{122} = 0$, $t_{211} = 5$, $t_{212} = 0$, $t_{221} = 0$, $t_{222} = 7$.
Найти компоненту t'_{221} в базисе $\{\mathbf{i}, \mathbf{j}\}$.
- Тензор $(t_{ijklmnr})$, $i, j, k, l, m, n, r = 1, 2, 3, 4, 5, 6$ задан своими компонентами $t_{3122465} = 11$, $t_{2321546} = 13$, $t_{2123154} = 15$, $t_{4623215} = 17$, $t_{1245634} = 19$, $t_{6321542} = 21$, остальные компоненты равны нулю. Определим тензор $a_{ijklmnr} = t_{[ij|k|lmnr]}$. Вычислить $a_{1326542}$.
- Заданы: базис $\mathbf{e}_1 = \mathbf{i} + \mathbf{j} + 3\mathbf{k}$; $\mathbf{e}_2 = \mathbf{i} + 2\mathbf{j} + \mathbf{k}$; $\mathbf{e}_3 = \mathbf{i} - 2\mathbf{j} + 3\mathbf{k}$; тензор $(t_j^i) = (\mathbf{e}_1 + \mathbf{e}_2 + 4\mathbf{e}_3) \otimes (\mathbf{e}^1 + 5\mathbf{e}^2) + (\mathbf{e}_1 + \mathbf{e}_2) \otimes (2\mathbf{e}^1 + 3\mathbf{e}^3)$, вектор $\mathbf{v} = \mathbf{e}_1 + \mathbf{e}_2 + 4\mathbf{e}_3$. Выписать координаты тензора (t_j^i) . Найти длину вектора \mathbf{u} , если $u^i = t_j^i v^j$.

Вариант 2.

- Дан симметричный ортогональный тензор $A(\mathbf{x}, \mathbf{x}) = 7(x_1)^2 + 4(x_2)^2 + 7(x_3)^2 - 4x_1x_2 - 8x_1x_3 + 4x_2x_3$. Записать характеристический многочлен. Записать тензор в главных осях. Выписать главные направления так, чтобы они составляли ортонормированный правый базис. ($\lambda = 3$)
- Выделить симметричную S и антисимметричную A части ортогонального тензора $T = \begin{pmatrix} 12 & 2 & 7 \\ -4 & -1 & -3 \\ 9 & -1 & -2 \end{pmatrix}$. Симметричную часть разделить на шаровую часть и девиатор. Найти декартовы координаты вектора \mathbf{w} : $A = \mathbf{w} \times$
- Ортогональный тензор T в базисе $\mathbf{e}_1 = \frac{6}{\sqrt{61}}\mathbf{i} - \frac{5}{\sqrt{61}}\mathbf{j}$, $\mathbf{e}_2 = \frac{5}{\sqrt{61}}\mathbf{i} + \frac{6}{\sqrt{61}}\mathbf{j}$ имеет компоненты $t_{111} = 2$, $t_{112} = 0$, $t_{121} = 0$, $t_{122} = 4$, $t_{211} = 0$, $t_{212} = 6$, $t_{221} = 8$, $t_{222} = 0$.
Найти компоненту t'_{112} в базисе $\{\mathbf{i}, \mathbf{j}\}$.
- Тензор $(t_{ijklmnr})$, $i, j, k, l, m, n, r = 1, 2, 3, 4, 5, 6$ задан своими компонентами $t_{3124556} = 12$, $t_{2346511} = 14$, $t_{2154356} = 16$, $t_{3124656} = 18$, $t_{4612355} = 20$, $t_{5326154} = 22$, остальные компоненты равны нулю. Определим тензор $a_{ijklmnr} = t_{[ijklm|n|r]}$. Вычислить $a_{6413255}$.
- Заданы: базис $\mathbf{e}_1 = 3\mathbf{i} + \mathbf{j} + \mathbf{k}$; $\mathbf{e}_2 = \mathbf{i} + \mathbf{j} - \mathbf{k}$; $\mathbf{e}_3 = \mathbf{i} - 2\mathbf{j} + 2\mathbf{k}$; тензор $(t_j^i) = (\mathbf{e}_1 + \mathbf{e}_2 + \mathbf{e}_3) \otimes (\mathbf{e}^1 + 7\mathbf{e}^2) + (-2\mathbf{e}_1 + \mathbf{e}_2) \otimes (2\mathbf{e}^1 - \mathbf{e}^3)$, вектор $\mathbf{v} = 4\mathbf{e}_1 + \mathbf{e}_2 + \mathbf{e}_3$. Выписать координаты тензора (t_j^i) . Найти длину вектора \mathbf{u} , если $u^i = t_j^i v^j$.