

ФЕДЕРАЛЬНОЕ АГЕНТСТВО ПО ОБРАЗОВАНИЮ  
НОВОСИБИРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

Физический факультет  
Кафедра общей физики

Н. А. Маслов, В. М. Бойко, М. П. Голубев,  
А. А. Павлов, Ал. А. Павлов, Г. А. Поздняков

## **ОПТИЧЕСКИЕ ПРИБОРЫ**

Учебное пособие

Новосибирск  
2008

УДК 535

ББК В 343 + В 344

О 62

**Оптические приборы:** Учебное пособие / Н. А. Маслов, В. М. Бойко, М. П. Голубев, А. А. Павлов, Ал. А. Павлов, Г. А. Поздняков / Новосиб. гос. ун-т. Новосибирск, 2008. 163 с.

ISBN 978-5-94356-759-9

Учебное пособие посвящено основам построения оптических устройств. Его содержание и уровень рассчитаны на то, чтобы дать студенту базу, достаточную для будущей научной работы. Кратко изложены теоретические вопросы, необходимые для выполнения лабораторных работ: основные уравнения распространения электромагнитных волн, явления интерференции и дифракции, принципы работы спектральных приборов.

Приводится описание лабораторных работ, предлагаемых в рамках лабораторного практикума по физической оптике. Пособие знакомит студентов с принципами работы призмных спектрометров, дифракционных решеток, интерферометра Фабри – Перо, интерференционных фильтров; применением двухлучевой интерферометрии, спекл-интерферометрии, лазерной доплеровской анемометрии в физических измерениях.

Рассчитано на студентов второго курса физического факультета, факультета естественных наук и геолого-геофизического факультета НГУ.

Издание подготовлено в рамках выполнения инновационно-образовательной программы *«Инновационные образовательные программы и технологии, реализуемые на принципах партнерства классического университета, науки, бизнеса и государства»* национального проекта «Образование».

ISBN 978-5-94356-759-9

© Новосибирский государственный университет, 2008

© Н. А. Маслов, В. М. Бойко,  
М. П. Голубев, А. А. Павлов,  
Ал. А. Павлов, Г. А. Поздняков, 2008

## ОГЛАВЛЕНИЕ

<b>ПРЕДИСЛОВИЕ .....</b>	<b>4</b>
<b>ЧАСТЬ 1. ОСНОВНЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ</b>	
<b>ЭЛЕКТРОМАГНИТНОЙ ВОЛНЫ. ИНТЕРФЕРЕНЦИЯ</b>	
<b>СВЕТА .....</b>	<b>5</b>
ГЛАВА 1. ПЛОСКИЕ ВОЛНЫ .....	5
ГЛАВА 2. ГАРМОНИЧЕСКИЕ ВОЛНЫ.....	7
ГЛАВА 3. РАЗЛОЖЕНИЕ ПЛОСКОЙ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОЙ ВОЛНЫ	
НА ГАРМОНИЧЕСКИЕ ВОЛНЫ .....	10
ГЛАВА 4. РАЗЛОЖЕНИЕ ПРОСТРАНСТВЕННО МОДУЛИРОВАННОЙ	
МОНОХРОМАТИЧЕСКОЙ ВОЛНЫ НА ПЛОСКИЕ ВОЛНЫ .....	11
ГЛАВА 5. ИНТЕНСИВНОСТЬ .....	14
ГЛАВА 6. ПОЛЯРИЗАЦИЯ .....	17
ГЛАВА 7. ИНТЕРФЕРЕНЦИЯ ДВУХ МОНОХРОМАТИЧЕСКИХ ВОЛН .....	21
ГЛАВА 8. ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ДВУХЛУЧЕВОЙ ИНТЕРФЕРЕНЦИИ	
В ИЗМЕРИТЕЛЬНЫХ ПРИБОРАХ .....	24
ГЛАВА 9. МНОГОЛУЧЕВАЯ ИНТЕРФЕРЕНЦИЯ МОНОХРОМАТИЧЕСКИХ	
ВОЛН.....	28
ГЛАВА 10. ИНТЕРФЕРЕНЦИЯ ДИФFUЗНЫХ ВОЛН, СПЕКЛЫ И СПЕКЛ-	
ИНТЕРФЕРОМЕТРИЯ .....	32
<b>ЧАСТЬ 2. СПЕКТРАЛЬНЫЕ ПРИБОРЫ .....</b>	<b>43</b>
ГЛАВА 1. УСТРОЙСТВО И ХАРАКТЕРИСТИКИ СПЕКТРАЛЬНЫХ	
ПРИБОРОВ .....	45
ГЛАВА 2. ПРИЗМА .....	50
ГЛАВА 3. ДИФРАКЦИОННАЯ РЕШЕТКА .....	54
ГЛАВА 4. ИНТЕРФЕРОМЕТР ФАБРИ – ПЕРО .....	62
ГЛАВА 5. СВЕТОФИЛЬТРЫ .....	68
<b>ЧАСТЬ 3. ЛАБОРАТОРНЫЕ РАБОТЫ.....</b>	<b>81</b>
РАБОТА 5.1. ИЗУЧЕНИЕ ПРИЗМЕННОГО СПЕКТРОМЕТРА .....	81
РАБОТА 5.2. ИЗУЧЕНИЕ ФАЗОВОЙ ДИФРАКЦИОННОЙ РЕШЕТКИ .....	86
РАБОТА 5.3. ИЗУЧЕНИЕ СПОСОБОВ ФИЛЬТРАЦИИ ОПТИЧЕСКОГО	
ИЗЛУЧЕНИЯ.....	89
РАБОТА 5.4. ИЗУЧЕНИЕ ИНТЕРФЕРОМЕТРА ФАБРИ – ПЕРО.....	111
РАБОТА 5.6. ДВУХЛУЧЕВАЯ ИНТЕРФЕРОМЕТРИЯ .....	115
РАБОТА 5.8. СПЕКЛ-ИНТЕРФЕРОМЕТРИЯ.....	136
РАБОТА 5.10. ЛАЗЕРНЫЙ ДОПЛЕРОВСКИЙ АНЕМОМЕТР.....	152
<b>СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ .....</b>	<b>163</b>

## Предисловие

Оптические явления и закономерности, описываемые в рамках физической (волновой) оптики, находят широкое практическое применение не только в экспериментальной физике, но и повседневной жизни. В данном пособии предлагается ряд лабораторных работ по физической оптике, призванных ознакомить студентов с принципами, лежащими в основе некоторых широко используемых оптических приборов и устройств, а также методов оптических измерений. Кратко рассматриваются теоретические вопросы, необходимые для выполнения лабораторных работ данного раздела, а также приводятся описания конкретных лабораторных работ. В первой части даны основные уравнения распространения электромагнитных волн. Обсуждаются теоретические принципы основополагающих для физической оптики явлений интерференции и дифракции. Приводятся некоторые обобщающие примеры использования этих явлений в оптических устройствах и методах оптических измерений. Вторая часть посвящена описанию принципов работы спектральных приборов. В третьей приводится описание конкретных лабораторных работ.

Данный материал является не учебником по физической оптике, а именно пособием для выполнения лабораторных работ и вспомогательным материалом при изучении некоторых практических вопросов в рамках теоретического курса по электродинамике. При этом предполагается, что читатель, хотя бы в рамках используемой терминологии, уже имеет некоторые представления об обсуждаемых здесь вопросах. Следует отметить, что в текстах описания конкретных лабораторных работ (часть 3) повторяются некоторые положения, приведенные в первых двух частях. Это связано с возможностью использования студентами при выполнении лабораторных работ описаний к конкретной работе. Так как приборный парк университета постоянно обновляется, то схемы установок, приведенные в данном пособии, могут отличаться от реально существующих.

# Часть 1. Основные характеристики электромагнитной волны. Интерференция света

## Глава 1. Плоские волны

Основными параметрами электромагнитной волны, к регистрации которых сводятся оптические методы диагностики и работа с оптическими приборами, являются: интенсивность  $I$ , частота излучения  $\omega$ , фаза  $\phi$ , поляризация и направление распространения (волновой вектор  $\mathbf{k}$ ). Прежде чем перейти к обсуждению работы оптических приборов, рассмотрим основные параметры электромагнитной волны в вакууме. Это необходимо потому, что при знакомстве с используемыми в лабораторных работах оптическими элементами для интерпретации, обсуждения экспериментальных данных и получения конечных результатов нам придется оперировать величинами и понятиями, изначально определяемыми в физической оптике для электромагнитной волны в вакууме. Кроме того, при использовании оптических методов конечным звеном системы регистрации в подавляющем числе случаев выступают приборы и устройства, для описания выходного сигнала которых нет необходимости в привлечении материальных уравнений (уравнений, описывающих взаимодействие излучения с веществом).

Электромагнитное поле в вакууме описывается системой уравнений Максвелла:

$$\operatorname{rot} \mathbf{E} = -\frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t}, \quad (1.1)$$

$$\operatorname{rot} \mathbf{H} = \frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t}, \quad (1.2)$$

$$\operatorname{div} \mathbf{E} = 0, \quad (1.3)$$

$$\operatorname{div} \mathbf{H} = 0. \quad (1.4)$$

Здесь и далее жирным шрифтом обозначены векторные величины. Продифференцировав (1.2) по времени и подставив  $\partial \mathbf{H} / \partial t$  из (1.1), получим:

$$\operatorname{rot} \operatorname{rot} \mathbf{E} = \operatorname{grad} \operatorname{div} \mathbf{E} - \Delta \mathbf{E} = -\frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial t^2}.$$

Учитывая соотношение (1.3), в результате имеем:

$$\Delta \mathbf{E} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial t^2} = 0. \quad (1.5)$$

Аналогичным образом выводится соотношение и для магнитного поля  $\mathbf{H}$ :

$$\Delta \mathbf{H} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \mathbf{H}}{\partial t^2} = 0. \quad (1.6)$$

Уравнения (1.5) и (1.6), называемые волновыми, линейны по  $\mathbf{E}$  и  $\mathbf{H}$ . Это позволяет свести их к скалярным уравнениям, в каждое из которых входит только одна компонента  $\mathbf{E}$  или  $\mathbf{H}$ .

Пусть напряженность электрического и магнитного полей зависит только от одной координаты  $z$  и времени  $t$ . Это случай плоской волны. При этом для  $z$  компоненты из (1.2) имеем:

$$\frac{\partial H_y}{\partial x} - \frac{\partial H_x}{\partial y} = \frac{1}{c} \frac{\partial E_z}{\partial t} = 0. \quad (1.7)$$

Поскольку  $E_z$  не зависит от времени, то для осциллирующей во времени волны мы должны принять  $E_z = 0$ . Аналогично из (1.1)  $H_z = 0$ . Таким образом, плоские электромагнитные волны являются поперечными. С учетом этого перепишем (1.1) и (1.2) в скалярном виде, сгруппировав их следующим образом:

$$(\text{rot} \mathbf{E})_y = \frac{\partial E_x}{\partial z} = -\frac{1}{c} \frac{\partial H_y}{\partial t}, \quad (\text{rot} \mathbf{H})_x = -\frac{\partial H_y}{\partial z} = \frac{1}{c} \frac{\partial E_x}{\partial t}, \quad (1.8)$$

$$-(\text{rot} \mathbf{E})_x = \frac{\partial E_y}{\partial z} = \frac{1}{c} \frac{\partial H_x}{\partial t}, \quad (\text{rot} \mathbf{H})_y = \frac{\partial H_x}{\partial z} = \frac{1}{c} \frac{\partial E_y}{\partial t}. \quad (1.9)$$

Из (1.8) видно, что  $E_x$  зависит только от координаты  $z$ , времени и ортогональной ей компоненты магнитного поля  $H_y$  и наоборот. То же самое относится к  $E_y$  и  $H_x$  (1.9). Таким образом, плоскую электромагнитную волну можно представить в виде суперпозиции двух независимых плоских волн. Обе распространяются вдоль оси  $z$ . Одна характеризуется компонентами  $E_x$  и  $H_y$ , а другая —  $E_y$  и  $H_x$ . Волны, для которых вектор электрического поля находится в одной плоскости (меняется только его величина и знак), называются линейно поляризованными. Направление вектора электрического поля принято называть направлением, или вектором поляризации  $\mathbf{e}$ . Предпочтение, отданное электрическому полю, объясняется тем, что взаимодействие излучения с веществом связано в основном с электрическим полем.

Так как любую плоскую волну можно представить как суперпозицию двух плоских линейно поляризованных независимых волн, при рассмотрении основных параметров электромагнитного излучения мы, как правило, будем использовать только одну из этих волн. Для  $E_x$  волновое уравнение имеет вид

$$\frac{\partial^2 E_x}{\partial z^2} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 E_x}{\partial t^2} = 0. \quad (1.10)$$

Его решением является

$$E_x = f_1(t - z/c) + f_2(t + z/c). \quad (1.11)$$

В общем решении уравнения (1.10) могут присутствовать аддитивные составляющие  $c_1$ ,  $c_2 z$ ,  $c_3 t$ , где  $c_1$ ,  $c_2$  и  $c_3$  – константы интегрирования. Из физических соображений мы их приравниваем к нулю. Действительно,  $c_1$  соответствует постоянной составляющей, а  $c_2 z$  и  $c_3 t$  – компонентам поля, линейно увеличивающимся (уменьшающимся) по соответствующей координате, что несвойственно осциллирующей в пространстве и во времени электромагнитной волне. В решение (1.11) входят две волны  $f_1$  и  $f_2$ . Первая распространяется по  $z$ , вторая – в обратном направлении со скоростью  $c$ . Используя (1.8) и (1.11), легко доказать, что  $E_x = H_y$ .

Таким образом, плоские электромагнитные волны являются поперечными. Произвольная плоская волна может быть представлена как суперпозиция двух независимых линейно поляризованных волн с взаимно ортогональной поляризацией. Вектор электрического поля равен ортогональному ему вектору магнитного поля. Векторы электрических и магнитных полей удовлетворяют волновым уравнениям типа (1.10), общим решением которого является (1.11).

## Глава 2. Гармонические волны

Рассмотрим плоскую волну  $E_x(z, t) = f_1(t - z/c)$ , распространяющуюся вдоль оси  $z$ . Пусть  $E_x(0, t) = a \cdot \cos(\omega t)$ . Тогда в области  $z \geq 0$

$$E_x(z, t) = a \cdot \cos(\omega t - \omega z/c) = a \cdot \cos(\omega t - 2\pi z/\lambda) = a \cdot \cos(\omega t - kz). \quad (1.12)$$

Волны, распределение напряженности электрического и магнитного полей в которых подчиняется соотношению (1.12), называются гармоническими. Используемые в (1.12) параметры:  $a$  – амплитуда волны;  $\omega$  – круговая частота;  $\lambda = 2\pi c/\omega$  – длина волны;  $k = 2\pi/\lambda$ . Параметр  $\Phi = \omega t - kz$  называется полной фазой волны. Поверхности постоянной фазы  $\Phi = \text{const}$  – волновым фронтом. На рис. 1.1 представлено поведение векторов электрического и магнитного полей в пространстве (и во времени) для плоской гармонической волны.

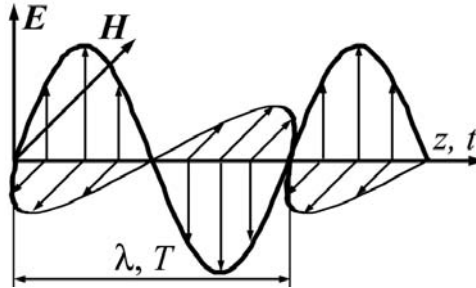


Рис. 1.1. Распределение электрического и магнитного полей в гармонической линейно поляризованной волне

В общем случае плоская, линейно поляризованная гармоническая волна, распространяющаяся в произвольном направлении, описывается соотношением

$$\mathbf{E}(z, t) = a\mathbf{e} \cdot \cos(\omega t - \mathbf{k} \cdot \mathbf{r} + \varphi_0). \quad (1.13)$$

Здесь  $\varphi_0$  – постоянный сдвиг фазы, определяемый началом системы координат и времени;  $\mathbf{k} \cdot \mathbf{r} = k_x x + k_y y + k_z z$  – скалярное произведение радиус-вектора  $\mathbf{r}$  и волнового вектора  $\mathbf{k} = 2\pi\mathbf{n}/\lambda$ ;  $\mathbf{e}$  и  $\mathbf{n}$  – единичные вектора, определяющие направление поляризации и распространения волны соответственно.

Частота волны в видимом диапазоне определяет цвет излучения, воспринимаемый глазом. Поэтому гармонические волны называют еще монохроматическими (*monos* в переводе с греческого означает «один», *chroma* – «цвет»). Оптическое излучение можно характеризовать не только длиной волны  $\lambda$  и частотой  $\nu$ , но и связанными с ними параметрами: энергией кванта  $h\nu$  (джоули [Дж], электрон-вольты [эВ]), величиной, обратной длине волны  $\lambda^{-1}$  (обратные сантиметры [ $\text{см}^{-1}$ ]). Первый параметр используется в основном в ультрафиолетовом (УФ) диапазоне, второй – в инфракрасном (ИК). На рис. 1.2 приведена шкала электромагнитных волн.

Излучение в диапазоне длин волн  $\lambda \approx 380\div 780$  нм, регистрируемое человеческим глазом, называется видимым, или просто светом. В зависимости от восприятия глазом видимый свет можно разделить на цветовые диапазоны от фиолетового до красного (см. табл.). К оптическому диапазону относят также ИК- и УФ-излучения. УФ – не видимое глазом излучение, спектральная область которого лежит между рентгеновским и видимым излучением в диапазоне  $1\div 380$  нм. Излучение с  $\lambda < 280$  нм распространяется только в вакууме. ИК-излучение тоже не регистрируется глазом и лежит в диапазоне  $0,780\div 1\,000$  мкм. В диагностике потоков жидкостей и газа используется в основном видимое и ИК-излучение в



диапазоне  $\sim 0,4 \div 1,1$  мкм. Для данного диапазона длин многие среды являются прозрачными и, кроме того, имеются качественные источники излучения и чувствительные фотоприемники.

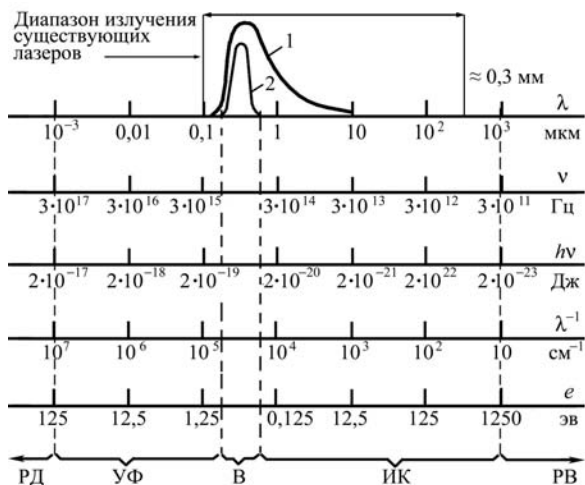


Рис. 1.2. Шкала оптического излучения:  
 1 – спектр абсолютно черного тела при  $T = 6000$  К,  
 2 – кривая чувствительности глаза;  
 УФ – ультрафиолетовый, В – видимый,  
 ИК – инфракрасный участки спектра,  
 РД – рентгеновское излучение, РВ – радиоволны

Цвет	Длина волны, нм
Фиолетовый	380÷455
Синий	455÷485
Голубой	485÷505
Зеленый	505÷550
Желтый	550÷585
Оранжевый	585÷610
Красный	610÷780

### Глава 3. Разложение плоской электромагнитной волны на гармонические волны

Плоская гармоническая волна является идеализированным объектом. Поле реальных волн может быть произвольно модулировано во времени и пространстве и существенно отличаться от плоской гармонической волны. Однако в физической оптике эти волны являются хотя и частным, но очень важным случаем. Это связано с тем, что любую электромагнитную волну можно представить в виде суммы (суперпозиции) непрерывного или дискретного множества плоских гармонических волн. Математически это выражается в виде преобразования Фурье. Важным является то, что подобное разложение с хорошим приближением можно осуществить физически с помощью достаточно простых устройств.

Пусть у нас имеется плоская волна  $E(z, t) = E(t - z/c)$ . Функцию  $E(t - z/c)$  можно представить в виде интеграла Фурье:

$$E(z, t) = E(t - z/c) = \frac{1}{\pi} \int_0^{\infty} E(\omega) \cos[\omega t - kz - \varphi(\omega)] d\omega, \quad (1.14)$$

т. е. разложить в спектр по гармоническим колебаниям:

$$E_{\omega}(\omega, z, t) = E(\omega) \cos[\omega t - kz - \varphi(\omega)], \quad (1.15)$$

где  $E(\omega) = \sqrt{a^2(\omega) + b^2(\omega)}$ ;  $\operatorname{tg} \varphi(\omega) = b(\omega) / a(\omega)$ ;

$$a(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} E(0, t) \cos \omega t dt; \quad b(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} E(0, t) \sin \omega t dt,$$

а полное поле волны

$$E(z, t) = \frac{1}{\pi} \int_0^{\infty} E_{\omega}(\omega, z, t) d\omega. \quad (1.16)$$

На рис. 1.3 приведена схема физического разложения плоской электромагнитной волны по монохроматическим волнам, которая применялась еще Ньютоном при исследовании солнечного света. Пусть на стеклянную призму падает плоская, но не монохроматическая волна белого цвета. Для стекол, как и для всех материальных сред, коэффициент преломления для гармонических волн с различными частотами имеет разные значения. В области прозрачности коэффициент преломления увеличивается с ростом частоты. В результате на выходе призмы получаем веер плоских монохроматических волн, выходящих под разными углами в зависимости от

частоты. Волна с большей частотой (фиолетовый цвет) выйдет под большим углом, чем волна с меньшей частотой (красный цвет). Используя дополнительную линзу, в ее фокальной плоскости можно получить разложение исходной волны в частотный спектр по пространственной координате.

Схемы, аналогичные приведенной на рис. 1.3, широко используются в спектральных приборах. В качестве дисперсионных элементов кроме призм могут выступать дифракционные решетки. Для более тонкого изучения спектра применяют и другие подходы, в частности различные методики с использованием эффектов интерференции света. Вопросам, связанным с исследованием спектрального состава излучения и применением спектрального анализа в практических приложениях, посвящены лабораторные работы 5.1 и 5.2.

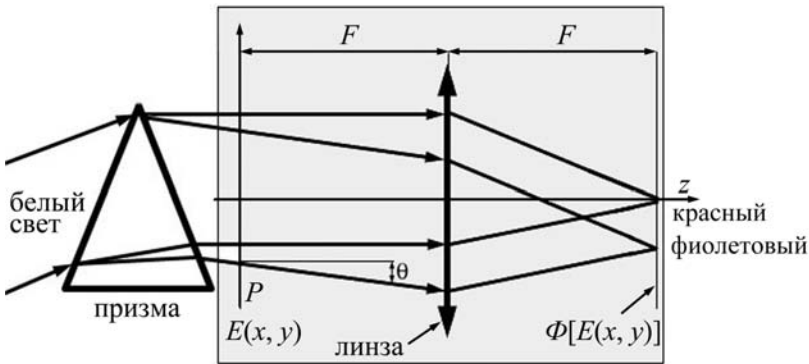


Рис. 1.3. Схема, иллюстрирующая разложение световой волны на гармонические и плоские волны (выделенная часть)

## Глава 4. Разложение пространственно модулированной монохроматической волны на плоские волны

Достаточно просто осуществляется разложение произвольной волны и по плоским волнам. Простейшая схема представлена на рис. 1.3 (выделенная часть). Предположим, что на линзу падает монохроматический пучок света, имеющий в некоторой плоскости  $P$  распределение напряженности электрического поля  $E(x, y, t)$ . (Для простоты на рисунке изображена только координата  $x$ .) Исходная волна представляет собой суперпозицию конечного или бесконечного набора плоских волн. Каждая из этих волн независимо от других фокусируется линзой в соответствующей точке ее фокальной плоскости.

Математически представление произвольной волны в виде набора плоских волн выражается в виде разложения Фурье исходной волны по так называемым пространственным частотам. Пусть у нас имеется монохрома-

тический модулированный в пространстве пучок света. При этом временная зависимость напряженностей полей описывается только одной частотой  $\omega$ , т. е.

$$E(\mathbf{r}, t) = [A(\mathbf{r})e^{i\omega t} + \text{к.с.}]/2. \quad (1.17)$$

Параметр  $A(\mathbf{r})$  называется комплексной амплитудой. Сокращение к.с. означает комплексно-сопряженную величину. Используя (1.17), из волнового уравнения (1.5) получим уравнение Гельмгольца для  $A(\mathbf{r})$ , зависящей только от пространственных координат:

$$\Delta A(\mathbf{r}) + k^2 A(\mathbf{r}) = 0. \quad (1.18)$$

Пусть в плоскости  $z = 0$  распределение комплексной амплитуды  $A(x, y, 0) = A_0(x, y)$ . Разложим это поле в двумерный интеграл Фурье:

$$A_0(x, y) = \frac{1}{(2\pi)^2} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} A_0(k_x, k_y) \exp[-i(k_x x + k_y y)] dk_x dk_y. \quad (1.19)$$

Здесь  $k_i$  – проекция волнового вектора на соответствующую ось. При этом  $A_0(k_x, k_y)$  определяется обратным преобразованием Фурье:

$$A_0(k_x, k_y) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} A_0(x, y) \exp[i(k_x x + k_y y)] dx dy. \quad (1.20)$$

Будем искать решение уравнения Гельмгольца в виде, аналогичном (1.19), но с комплексной амплитудой, зависящей от  $z$ :

$$A(x, y, z) = \frac{1}{(2\pi)^2} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} A(k_x, k_y, z) \exp[-i(k_x x + k_y y)] dk_x dk_y. \quad (1.21)$$

Правомерность представления решения в таком виде можно обосновать следующими соображениями. В общем случае  $A(x, y, z)$  можно представить в виде трехмерного интеграла Фурье:

$$A(x, y, z) = \frac{1}{(2\pi)^3} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} A'(k_x, k_y, k_z) \exp[-i(k_x x + k_y y + k_z z)] dk_x dk_y dk_z.$$

Перепишем данное соотношение в виде:

$$A(x, y, z) = \frac{1}{(2\pi)^2} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \left[ \frac{1}{(2\pi)} \int_{-\infty}^{\infty} A'(k_x, k_y, k_z) \exp(-ik_z z) dk_z \right] \exp[-i(k_x x + k_y y)] dk_x dk_y.$$

Очевидно, что функция, заключенная в квадратные скобки, полученная в результате интегрирования по  $k_z$ , зависит только от  $k_x$ ,  $k_y$  и  $z$ . Именно со значением этой функции мы и связываем  $A(k_x, k_y, z)$  в соотношении (1.21).

Подставляя (1.21) в (1.18), получим уравнение для  $A(k_x, k_y, z)$ :

$$\partial^2 A(k_x, k_y, z) / \partial z^2 + (k^2 - k_x^2 - k_y^2) A(k_x, k_y, z) = 0, \quad (1.22)$$

решением которого является

$$A(k_x, k_y, z) = A_0(k_x, k_y) \exp(-iz\sqrt{k^2 - k_x^2 - k_y^2}) = A_0(k_x, k_y) \exp(-izk_z). \quad (1.23)$$

Для  $A(x, y, z)$  из (21) и (23) получим:

$$A(x, y, z) = \frac{1}{(2\pi)^2} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} A_0(k_x, k_y) \exp[-i(k_x x + k_y y + k_z z)] dk_x dk_y. \quad (1.24)$$

Таким образом, если для монохроматической волны в плоскости  $z = 0$  известно распределение напряженности вектора электрического поля, то, используя соотношения (1.17, 1.19, 1.24), можно представить данную волну в виде дискретного или непрерывного множества плоских волн с комплексными амплитудами  $A_0(k_x, k_y)$ .

Компоненты волнового вектора  $k_x = 2\pi \cos(\theta_x)/\lambda$ ,  $k_y = 2\pi \cos(\theta_y)/\lambda$ ,  $k_z = 2\pi \cos(\theta_z)/\lambda$ , где  $\theta_x$ ,  $\theta_y$ ,  $\theta_z$  – углы между направлением вектора  $\mathbf{k}$  и соответствующей осью, называются пространственными частотами. Интерпретация данного понятия достаточно проста:  $k_i$  соответствует количеству периодов волны на единицу длины вдоль соответствующей оси, умноженному на  $2\pi$ . Иначе говоря, пространственные частоты аналогичны понятию круговой частоты относительно пространственных координат. Иногда используются величины  $\tilde{k}_i = k_i / 2\pi$ , которые соответствуют просто количеству периодов волны на единицу длины вдоль оси. С этой точки зрения модуль волнового вектора является пространственной частотой вдоль оси, совпадающей с направлением распространения плоской монохроматической волны. Иногда  $\cos(\theta_i)$  называют направляющими косинусами. В некоторых работах (при известной и постоянной  $\lambda$ ) пространственными частотами называют непосредственно  $\cos(\theta_i)$ .

Так как пространственные частоты плоской волны однозначно определяются направлением ее распространения,  $A_0(k_x, k_y)$  называют пространственной спектральной амплитудой, а разложение волны по плоским волнам – разложением в пространственный спектр, или разложением в спектр по пространственным частотам.

Таким образом, произвольную электромагнитную волну можно разложить по плоским монохроматическим волнам. Подобные волны являются своего рода тестовыми идеализированными объектами. Однако это разло-

жение с высокой, зависящей от параметров используемого оборудования точностью осуществимо физически. Важность подобного разложения определяется тем, что в силу линейности уравнений, описывающих распространение электромагнитных волн, решение многих как теоретических, так и прикладных оптических задач проще и целесообразнее находить для отдельных монохроматических плоских волн.

Кроме представления излучения в виде суперпозиции плоских волн, возможно разложение также и по другим типам волн, в частности по сферическим. С этим вопросом можно ознакомиться в любом учебнике по физической оптике, и мы подробно на этом останавливаться не будем.

Соотношение (1.24) с учетом (1.19), по сути, является решением дифракционной задачи. С его помощью можно описать большинство дифракционных явлений, рассматриваемых в рамках как данного практикума, так и теоретического курса по электродинамике. Иногда соотношение (1.24) называют дифракционной формулой (в пространственно частотной области). Можно показать, что дифракционная формула эквивалентна интегралу Френеля – Киргофа.

## Глава 5. Интенсивность

Многие параметры электромагнитного излучения однозначно определяются только в приближении плоских, монохроматических волн. Например, не имеет смысла говорить о волновом векторе, определяющем направление и длину волны (частоту) излучения для произвольной, модулированной во времени и пространстве электромагнитной волны. Одним из основных оптических параметров является интенсивность света. По большому счету, любые оптические измерения сводятся к регистрации интенсивности.

Как известно, вектор потока энергии электромагнитной волны  $\mathbf{S} = (c/4\pi)[\mathbf{E}\mathbf{H}]$ . При этом связь между модулями векторов  $\mathbf{E}$  и  $\mathbf{H}$  определяется соотношением  $\mu^{1/2}\mathbf{H} = \varepsilon^{1/2}\mathbf{E}$ . В вакууме  $\mu = \varepsilon = 1$  и  $\mathbf{S} = |\mathbf{S}| = (c/4\pi)\mathbf{E}^2$ . Для плоской монохроматической волны в плоскости наблюдения  $P$ , без учета постоянной составляющей фазы, модуль вектора  $\mathbf{E}$  можно представить в виде  $E = a \cdot \cos(\omega t)$ . При этом

$$S = (c/4\pi)a^2\cos^2(\omega t) = (c/8\pi)a^2[1 + \cos(2\omega t)] \quad (1.25)$$

определяет поток энергии через единичную площадку, ортогональную направлению распространения волны. Таким образом,  $S$  осциллирует с удвоенной частотой относительно среднего значения  $S = (c/8\pi)a^2$ .

Для видимого диапазона, например, для излучения зеленого цвета с  $\lambda = 500$  нм, частота света составляет  $\nu = \omega/2\pi = 6 \cdot 10^{14}$  Гц. В настоящее время не существует приемников, позволяющих регистрировать подобные

осцилляции. Практически все приемники света в той или иной степени инерционны и обладают некоторым временем интегрирования  $\tau$ . Для наиболее быстродействующих из известных в настоящее время устройств (фотоэлектронные умножители, лавинные и pin-фотодиоды) это время составляет несколько наносекунд, что на 6-7 порядков больше периода осцилляций потока энергии световой волны. Поэтому приемники излучения оптического диапазона реагируют на среднее значение потока энергии, т. е. сигнал с фотоприемника пропорционален  $\langle S \rangle \sim \langle E^2 \rangle$ . (Значки  $\langle \rangle$  – это усреднение по времени.) Такие датчики называются квадратичными. Для стационарного случая  $a(t) = \text{const}$ , и мы можем брать среднее значение как по одному периоду световой волны, так и по бесконечности. В реальных измерениях во многих случаях  $a(t) \neq \text{const}$ , тогда время усреднения определяется временем интегрирования фотоприемника, а для устройств, работающих в режиме накопления сигнала (фотокамеры, фотопленка и т. п.) – временем экспозиции.

В физической оптике усредненный по времени поток световой энергии через единичную площадку, ортогональную направлению распространения волны, называется интенсивностью  $I = \langle S \rangle$ . С некоторым приближением данное понятие можно обобщить на любые, в том числе и неплоские волны. Таким образом, если мы имеем распределение напряженности электрического поля в плоскости наблюдения  $E(x, y) = a(x, y) \cos [\omega t + \varphi(x, y)]$ , то распределение интенсивности

$$I(x, y) = (c/4\pi) \langle E^2(x, y) \rangle = (c/8\pi) a^2(x, y). \quad (1.26)$$

При  $a(t) \neq \text{const}$  отклик фотоприемника будет описываться соотношением

$$I(x, y, t) = (c/4\pi) \langle E^2(x, y) \rangle_\tau = (c/8\pi) \langle a^2(x, y, t) \rangle_\tau, \quad (1.26^*)$$

где  $\tau$  – время интегрирования фотоприемника.

Отметим, что в справочниках, учебниках, монографиях и публикациях можно найти разные определения понятия интенсивности. Более того, в Международной системе единиц (СИ) вообще нет такой величины. При решении задач, связанных с интерференцией, голографией, дифракцией и некоторых других, интенсивность обычно ассоциируется с откликом регистрирующего устройства – почернение фотопластинки, электрический ток или напряжение, восприятие яркости изображения глазом и др. Например, восприятие наблюдателем освещенности матового экрана (интенсивность рассеянного света) при одной и той же удельной мощности будет зависеть от длины волны. Самой высокой интенсивность излучения будет ощущаться для  $\lambda \approx 0,5$  мкм, существенно меньшей для  $\lambda \approx 0,7$  мкм и нулевой для  $\lambda \approx 1$  мкм.

Во многих случаях, например, при использовании методов оптической интерферометрии и в задачах, связанных с дифракцией света, информацию

несут в основном пространственное положение максимумов и минимумов и их относительная интенсивность. При этом постоянные множители, не зависящие от пространственных координат, можно не учитывать. Поэтому под интенсивностью иногда понимают  $I = \langle E(x, y)^2 \rangle$  или  $I \sim \langle E(x, y)^2 \rangle$ . Необходимо, однако, помнить, что при исследовании взаимодействия излучения с веществом (особенно нелинейных процессов, таких как удвоение частоты лазерного излучения и т. п.) и при расчете реальных энергетических параметров излучения данный подход неприемлем, и необходимо оперировать четко определенными физическими параметрами.

В некоторых случаях электромагнитные волны удобно представлять в комплексном виде, аналогично соотношению (1.17), а именно:

$$E(x, y, z, t) = a(\mathbf{r})\cos[\omega t + \varphi(x, y, z)] = [a(\mathbf{r})e^{i\omega t + i\varphi(x, y, z)} + \text{к.с.}]/2. \quad (1.27)$$

Интенсивность света с точностью до постоянного множителя в данном представлении будет

$$I(x, y) = \langle E^2(x, y) \rangle = a^2(x, y)/2. \quad (1.28)$$

При решении ряда задач применяют упрощенную запись в виде

$$E(x, y, z, t) = a(x, y, z)e^{i\omega t + i\varphi(x, y, z)} = A(x, y, z)e^{i\omega t}, \quad (1.29)$$

благополучно забывая о комплексно сопряженном слагаемом. Интенсивность света при этом представляется в виде

$$I = A(x, y, z) \cdot A(x, y, z)^* = |A(x, y, z)|^2 = a^2(x, y), \quad (1.30)$$

где символ  $*$  означает комплексно сопряженную величину. При такой записи отпадает необходимость в усреднении по времени, что упрощает теоретические выкладки. Многие студенты затрудняются ответить, на каком основании это делается и когда данное представление правомерно, а когда нет. Ответ достаточно прост. Поле  $E(x, y, z, t)$  в представлении (1.27) можно трактовать как проекцию на действительную ось вектора  $A(x, y, z)$ , вращающегося в фазовой плоскости с круговой частотой  $\omega$ . Очевидно, что усредненное по времени значение квадрата модуля проекции равномерно вращающегося вектора будет пропорционально квадрату модуля исходного вектора с коэффициентом пропорциональности  $1/2$ . Это соблюдается и для суммы (суперпозиции, интерференции) нескольких или континуума волн одной и той же частоты, поскольку итоговый вектор  $A_{\Sigma}(x, y, z)$  будет векторной суммой комплексных амплитуд исходных волн, а его проекция на действительную ось – их суммой в представлении (1.27). Как было отмечено выше, для многих задач постоянный множитель в итоговом значении для амплитуд и интенсивностей не несет информативной нагрузки. Это является основанием для использования более простого представления волны в виде (1.29) при решении задач с линейными относительно  $E$



преобразованиями (суммирование и вычитание волн, интегрирование, умножение на не зависящий от амплитуды исходной волны множитель и т. п.). Однако при решении задач, описываемых нелинейными относительно амплитуды электромагнитной волны уравнениями, и при расчете реальных энергетических параметров излучения данный подход может привести к ошибочным конечным результатам.

Для регистрации интенсивности света существуют различные методы и приборы, которые мы будем называть фотоприемниками. В данном пособии мы не рассматриваем вопросы, связанные с принципами их работы и особенностями применения. Но отметим, что фотоприемники могут быть локальными, регистрирующими интегральную по приемному зрачку интенсивность (фотосопротивления, болометры, фотодиоды, фотоэлектронные умножители – ФЭУ и др.), и панорамными, позволяющими регистрировать пространственное распределение интенсивности на площади фотоприемника (фотопленка, фототропные пленки, телекамеры и др.).

## Глава 6. Поляризация

В гл. 1 мы ввели понятие плоской, линейно поляризованной волны. При этом в общем случае электромагнитную волну можно представить как суперпозицию двух волн с взаимно ортогональной поляризацией. Для гармонической волны, распространяющейся вдоль оси  $z$ , в плоскости  $z = \text{const}$  напряженность электрических полей в зависимости от времени можно записать в виде

$$E_x = E_{x0} \cos(\omega t + \varphi_1), \quad E_y = E_{y0} \cos(\omega t + \varphi_2). \quad (1.31)$$

Соотношения (1.31) представляют уравнение эллипса, отображающего движение конца вектора электрического поля  $\mathbf{E}(x, y) = (E_x, E_y)$  в плоскости  $z = \text{const}$  (рис. 1.4). Конец вектора может двигаться как по часовой стрелке – волна с правой поляризацией (см. рис. 1.4, а, б), так и против часовой стрелки – волна с левой поляризацией (см. рис. 1.4, в), с частотой, равной частоте электромагнитной волны.

Частными случаями эллиптической поляризации являются круговая, когда полуоси эллипса равны между собой (см. рис. 1.4, б), и линейная, когда одна из полуосей равна нулю (см. рис. 1.4, в). Круговая поляризация реализуется при условии  $E_{x0} = E_{y0}$ ,  $\Delta\varphi = \varphi_2 - \varphi_1 = \pm \pi/2$ . Линейная – при  $\Delta\varphi = \pm \pi$ , для любых  $E_{x0}$  и  $E_{y0}$ . Полуось эллипса поляризации в общем случае наклонена к оси  $x$  под углом  $\alpha$ , который может быть найден из условия экстремума для модуля вектора  $\mathbf{E}$ . Однако очевидно, что всегда существует система координат, в которой полуоси эллипса поляризации параллельны координатным осям ( $x'$ ,  $y'$ ). Данная система координат для эл-

лиса поляризации называется канонической. Она удобна тем, что в ней всегда  $\Delta\varphi(x',y') = \pm \pi/2$ .

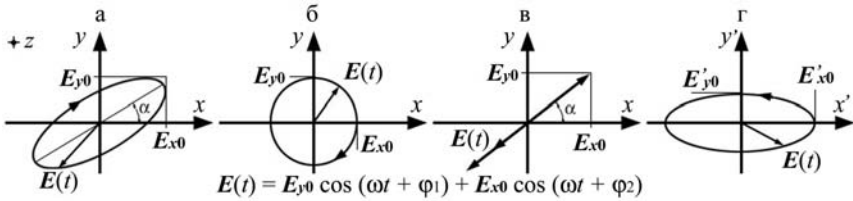


Рис. 1.4. Возможные состояния поляризации плоской монохроматической волны:  
 а – эллиптическая правая; б – круговая правая; в – линейная;  
 г – эллиптическая левая в канонической системе координат

Таким образом, гармоническая волна всегда поляризована. При этом характер ее поляризации остается неизменным в пространстве и во времени, так как для гармонических волн остаются постоянными  $E_{x0}$ ,  $E_{y0}$  и  $\Delta\varphi$ . Однако излучение реальных источников света не является гармоническим и его можно представить как суперпозицию многих гармонических волн, каждая из которых имеет свою частоту. Суммарный вектор электрического поля в плоскости  $z = \text{const}$  будет описывать достаточно сложную геометрическую фигуру. На рис. 1.5 представлены некоторые возможные траектории конца вектора  $\mathbf{E}$  в плоскости  $z = \text{const}$  при суперпозиции нескольких гармонических волн.

Иногда для упрощения записи эллиптически поляризованную волну представляют в комплексном виде  $E = E_x + iE_y$ . Монохроматическая, эллиптически поляризованная волна в канонической системе координат при этом запишется в виде  $E = E_x \cos(\omega t) + iE_y \sin(\omega t)$ , а волна с круговой поляризацией – в виде  $E = E_0 \exp(i\omega t)$ . Однако этот случай необходимо отличать от представления в комплексном виде линейно поляризованной волны. Также как и для линейно поляризованной волны, некорректное использование подобной записи при решении некоторых задач может приводить к ошибкам, аналогичным рассматриваемым в гл. 5, тем более когда эти представления смешивают между собой.

Интересно рассмотреть следующие ситуации. Во-первых, суперпозицию конечного числа гармонических волн с соизмеримыми частотами, когда выполняется условие  $f_i = (q + i)\Delta f$  ( $\Delta f$  – разница соседних частот,  $q$  и  $i$  – целые числа). Такая ситуация реализуется, например, для излучения лазера, работающего на нескольких продольных модах. На рис. 1.5 этому соответствуют ряды А, Б, В, Г. Траектория, описываемая вектором  $\mathbf{E}$ , повторяется во времени с периодом, равным наименьшему кратному от периодов всех волн.

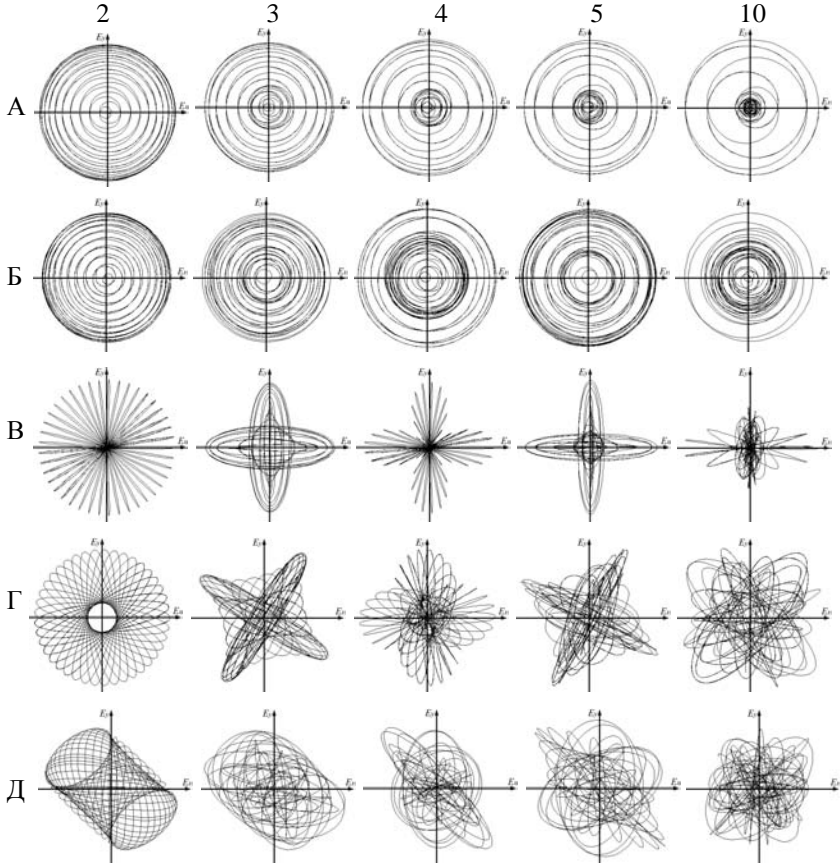


Рис. 1.5. Некоторые возможные траектории конца вектора  $\mathbf{E}$  в плоскости  $z = \text{const}$  при суперпозиции нескольких гармонических волн. Столбцы слева направо:

2, 3, 4, 5 и 10 гармонических волн соответственно.

*A* – поляризация круговая правая,  $|\mathbf{E}_i| = \text{const}$ ,  $f_i = \Delta f \cdot (m + i)$ ,  $\mathbf{E}_i(t = 0) \parallel 0x$ ;

*B* – поляризация круговая правая,  $|\mathbf{E}_i| = \text{const}$ ,  $f_i = \Delta f \cdot (m + i)$ ,  $\mathbf{E}_i(t = 0)$  – случайные;

*B* – поляризация круговая разная,  $|\mathbf{E}_i| = \text{const}$ ,  $f_i = \Delta f \cdot (m + i)$ ,  $\mathbf{E}_i(t = 0) \parallel 0x$ ;

*Г* – поляризация круговая разная,  $f_i = \Delta f \cdot (m + i)$ ,  $|\mathbf{E}_i|$  и  $\mathbf{E}_i(t = 0)$  – случайные;

*Д* – поляризация, амплитуды и фазы волн – случайные величины

Особенно интересен случай синхронизованных волн (см. рис. 1.5, *A*), когда в некоторый момент времени все  $\mathbf{E}_i$  параллельны друг другу, например,  $\mathbf{E}_i(t = 0) \parallel 0x$ . При этом излучение представляет регулярную последовательность импульсов. Для двух волн это обыкновенные биения с коси-

нусоидальным изменением интенсивности излучения. При увеличении количества волн импульсы излучения становятся все более короткими, а промежуток времени между ними увеличивается. На рис. 1.5 это проявляется в виде сгущения траектории конца вектора  $\mathbf{E}$  в области нулевых значений. На этом эффекте основано получение сверхкоротких импульсов света при синхронизации мод лазерного излучения.

При отсутствии синхронизации для соизмеримых частот с увеличением количества волн траектория вектора  $\mathbf{E}$ , несмотря на ее повторяемость, становится все более запутанной. Для несоизмеримых частот с увеличением количества волн, а тем более для непрерывного континуума волн реального источника света, поведение вектора  $\mathbf{E}$  становится абсолютно хаотичным и непредсказуемым. Говорить о какой-либо поляризации такого излучения не имеет смысла. Этот свет называется естественно, или хаотически, поляризованным. Исключение составляют линейно поляризованные волны. Однако модуль  $\mathbf{E}$  при этом претерпевает случайные изменения, аналогично поведению на рис. 1.5 проекции  $\mathbf{E}$  на любую из осей координат.

Линейно поляризованный свет получают из неполяризованного излучения с помощью устройств (поляризаторов), изготовленных из веществ, коэффициент преломления или поглощения которых (комплексный коэффициент преломления) зависит от поляризации света. Обычно это анизотропные кристаллы или полимерные пленки. Кристаллические поляризационные призмы позволяют получать линейно поляризованный свет практически со 100 %-й степенью поляризации. Полимерные пленки (поляризационные светофильтры) позволяют получать свет с поляризацией около 99 %. К неоспоримому достоинству последних относится существенно меньшая по сравнению с кристаллическими устройствами стоимость, что способствовало их широкому распространению. При анализе степени и типа поляризации излучения используются устройства, аналогичные применяемым для получения поляризованного света. При этом в литературе их обычно называют анализаторами. Следует отметить, что излучение лазеров, используемых для диагностики, как правило, изначально обладает линейной (иногда эллиптической) поляризацией.

Поляризация является исключительно важным параметром электромагнитной волны. От нее могут существенно зависеть, например, коэффициенты поглощения и преломления и соответственно эффективность процессов взаимодействия излучения с веществом. При диагностике излучение может направляться на исследуемую поверхность под произвольным углом падения  $\beta$ , т. е. углом между лучом и нормалью к поверхности. Если вектор  $\mathbf{E}$  плоско поляризованной волны параллелен плоскости падения, то такая электромагнитная волна называется  $P$ -волной, если перпендикулярен – то  $S$ -волной. Обычно  $P$ -волны испытывают меньшее отражение по сравнению с  $S$ -волнами в широком диапазоне углов падения.

## Глава 7. Интерференция двух монохроматических волн

Интерференционные методы находят широкое применение при исследовании прозрачных (фазовых) неоднородностей и, в частности, при исследовании газовых потоков. В данной главе мы дадим некоторые соотношения, описывающие интерференцию электромагнитных волн.

Рассмотрим простейший случай, а именно интерференцию двух монохроматических волн. Пусть на экран  $P$  (рис. 1.6) падают две монохроматические линейно поляризованные волны  $E_1$  и  $E_2$ , с параллельными векторами поляризации. Это позволяет использовать скалярное приближение. В силу линейности уравнений Максвелла по  $E$  для суммарной волны в плоскости  $P$  имеем:

$$E_p(x, y) = E_1(x, y, t) + E_2(x, y, t).$$

Для интенсивности излучения, согласно (1.26\*), получим:

$$\begin{aligned} I(x, y, t) &= \langle [E_1(x, y, t) + E_2(x, y, t)]^2 \rangle = \\ &= \langle [a_1 \cos(\omega_1 t + \varphi_1)]^2 + [a_2 \cos(\omega_2 t + \varphi_2)]^2 + 2a_1 a_2 \cos(\omega_1 t + \varphi_1) \cos(\omega_2 t + \varphi_2) \rangle = \\ &= I_1 + I_2 + 2(I_1 I_2)^{1/2} \langle \cos(\Delta\varphi + \Delta\omega t) \rangle + 2(I_1 I_2)^{1/2} \langle \cos[(\omega_1 + \omega_2)t + \varphi_1 + \varphi_2] \rangle, \end{aligned} \quad (1.32)$$

где  $\Delta\varphi = \varphi_2(x, y) - \varphi_1(x, y)$ , а  $\langle \rangle$  обозначает усреднение по времени. Здесь и далее в некоторых случаях для сокращения записи зависимость переменных  $I$ ,  $a$  и  $\varphi$  от координат  $(x, y)$  не обозначена.

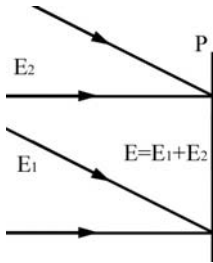


Рис. 1.6. Схема, поясняющая интерференцию двух волн

Последнее слагаемое в (1.32) в результате усреднения по времени становится равным нулю, в итоге имеем:

$$I(x, y) = I_1(x, y) + I_2(x, y) + 2[I_1(x, y)I_2(x, y)]^{1/2} \langle \cos[\Delta\varphi(x, y) + \Delta\omega t] \rangle. \quad (1.33)$$

Если время интегрирования фотоприемника равно  $\tau$ , то для косинусоидального множителя в последнем слагаемом (1.33) получим:

$$\begin{aligned} \langle \cos(\Delta\varphi + \Delta\omega t) \rangle &= \frac{1}{\tau} \int_{t-\tau}^t \cos(\Delta\varphi + \Delta\omega t) dt = \\ &= \frac{2 \sin(\tau\Delta\omega / 2)}{\tau\Delta\omega} \cos(\Delta\varphi - \tau\Delta\omega / 2 + t\Delta\omega). \end{aligned}$$

В результате:

$$I = I_1 + I_2 + 2 \operatorname{sinc}(\tau\Delta\omega / 2) \sqrt{I_1(x, y) I_2(x, y)} \cos(\Delta\varphi - \tau\Delta\omega / 2 + t\Delta\omega). \quad (1.34)$$

Уравнение (1.34) является основным соотношением для интерференции двух монохроматических волн. Слагаемое, содержащее косинус разности фаз интерферирующих волн, называется интерференционным членом.

Важными являются следующие характерные случаи.

1.  $\Delta\omega = 0$ . Частоты обеих интерферирующих волн равны.

При этом

$$I(x, y) = I_1(x, y) + I_2(x, y) + 2\sqrt{I_1(x, y) I_2(x, y)} \cos[\Delta\varphi(x, y)]. \quad (1.35)$$

Соотношение (1.35) описывает простейший случай интерференции двух волн. При этом в плоскости наблюдения формируется стационарная интерференционная картина. При равенстве интенсивностей волн  $I_1(x, y) = I_2(x, y) = I_0$  выражение (1.35) существенно упрощается:

$$I(x, y) = 2I_0(x, y) \{1 + \cos[\Delta\varphi(x, y)]\}. \quad (1.35^*)$$

Например, для двух плоских волн с направлением волновых векторов, близких к нормали поверхности экрана Р (ось Oz) и параллельных плоскости  $(z, 0, y)$ , разность фаз будет линейно зависеть от координаты  $(y)$ , т. е.  $\Delta\varphi(x, y) = \Delta\varphi(y) = \varphi_0 + 2\pi\alpha y/\lambda$ , где  $\alpha$  – угол между волновыми векторами интерферирующих волн. При этом на экране наблюдается стационарная интерференционная картина в виде эквидистантных параллельных оси (0х) интерференционных полос с шагом  $h = \lambda/\alpha$ . Соотношение  $\Delta\varphi(x, y)_{\max} = 2m\lambda$  является уравнением для максимумов, а  $\Delta\varphi(x, y)_{\min} = (2m + 1)\lambda$  – для минимумов интерференционных полос. Число  $m$  (в общем случае дробное) называется порядком интерференционной полосы, или просто порядком интерференции.

2.  $\Delta\omega \neq 0$ . Время интегрирования существенно меньше обратной величины  $\Delta\omega$  т. е.  $\tau\Delta\omega \ll 1$ .

При этом

$$I(x, y) = I_1(x, y) + I_2(x, y) + 2\sqrt{I_1(x, y) I_2(x, y)} \cos[\Delta\varphi(x, y) + \Delta\omega t], \quad (1.36)$$

а аналогом (1.35\*) является выражение

$$I(x, y) = 2I_0(x, y)\{1 + \cos[\Delta\varphi(x, y) + \Delta\omega t]\}. \quad (1.36^*)$$

В плоскости наблюдения реализуется нестационарная интерференционная картина. Интерференционные полосы движутся с фазовой скоростью  $\Delta\omega$ .

3.  $\Delta\omega \neq 0$ , а время интегрирования сравнимо с обратной величиной  $\Delta\omega$ , т. е.  $\tau\Delta\omega \approx 1$ .

Интенсивность выражается соотношением (1.34). Так же как и в предыдущем случае, наблюдается нестационарная интерференционная картина. Контраст (видность) интерференционных полос  $K = (I_{\max} - I_{\min})/(I_{\max} + I_{\min})$  зависит от времени интегрирования (экспозиции) фотоприемника.

4.  $\Delta\omega \neq 0$ , а время интегрирования много больше обратной величины  $\Delta\omega$ , т. е.  $\tau\Delta\omega \gg 1$ .

Интерференционная картина не регистрируется, а интенсивность в плоскости экрана равна сумме интенсивностей исходных волн:

$$I(x, y) = I_1(x, y) + I_2(x, y). \quad (1.37)$$

Первый случай является наиболее распространенным, как при описании интерференции как таковой, так и в методах оптической интерферометрии. При этом иногда говорится о том, что интерференция света возможна только для волн с равной частотой, образованных от одного источника света. Однако это утверждение некорректно, так как интерференция электромагнитных волн при рассмотрении ее с точки зрения суперпозиции (сложения) электромагнитных полей, очевидно, существует в любом случае. Мы можем говорить только о невозможности существования **стационарной** интерференционной картины при несовпадении частот интерферирующих волн или при образовании их от отдельных, не согласованных по фазе источников света.

Например, при использовании дифференциальных схем ЛДА интерференция двух волн с  $\Delta\omega \neq 0$  используется для создания измерительного объема в схемах, позволяющих определять направление вектора скорости. Кроме того, в дифференциальных схемах полезный сигнал с фотоприемника также описывается соотношениями для интерференции волн с  $\Delta\omega \neq 0$ . Другой характерный пример, демонстрирующий возможность регистрации заведомо нестационарной интерференционной картины, реализующейся при использовании отдельных источников света для формирования интерферирующих волн, рассматривается в лабораторной работе 5.6 (часть 3).

## Глава 8. Использование двухлучевой интерференции в измерительных приборах

Эффекты, возникающие при интерференции двух монохроматических волн, находят широкое применение в различных приборах и методах оптических измерений. Одним из характерных приложений является использование методов оптической интерферометрии для исследования фазовых неоднородностей. Под фазовыми объектами понимаются среды, при прохождении которых изменяется только фаза световой волны. Характерными примерами подобных сред являются жидкости и газы, в том числе и воздух. Локальное изменение их плотности приводит к изменению показателя преломления и, как следствие, характера распространения излучения. К фазовым объектам относятся также отражающие и преломляющие поверхности. Оптическая интерферометрия используется для контроля их качества, в частности при изготовлении зеркал, линз и других оптических элементов. Рассмотрим возможности исследования фазовых объектов на примере регистрации газовых неоднородностей.

Пусть одна из волн проходит через оптическую неоднородность, имеющую некоторое пространственное распределение показателя преломления  $n = n_0 + \delta n(x, y, z)$  ( $n_0$  – показатель преломления для невозмущенной области). В результате фаза  $\varphi(x, y)$  волны в плоскости регистрации изменится на величину

$$\delta\varphi(x, y) = (2\pi/\lambda) \int_L \delta n(x, y, z) \cdot dz, \quad (1.38)$$

где интегрирование производится по пути луча внутри неоднородности. Изменится и  $\Delta\varphi$  в соотношении (1.35)  $\Delta\varphi = \Delta\varphi_0 + \delta\varphi(x, y)$ , что приведет к сдвигу интерференционных полос. (При малых изменениях показателя преломления угловыми отклонениями лучей, возникающими вследствие преломления в исследуемом объекте, пренебрегают.) Сдвиг полосы в некоторой точке будет

$$\delta m = m - m_0 = \delta\varphi(x, y) / 2\pi, \quad (1.39)$$

где  $m_0$  – порядок интерференционной полосы при отсутствии неоднородности, а  $m$  – порядок полосы в этой же точке при ее наличии. При этом  $\delta m = 1$  соответствует сдвигу на одну интерференционную полосу. По интерферограммам можно определить  $\delta m$  и, используя соотношения (1.38), (1.39), значение интеграла от изменения показателя преломления вдоль пучка, проходящего через неоднородность.

Данный принцип лежит в основе интерференционных методов исследования прозрачных неоднородностей. Для этого могут использоваться интерференционные установки различного типа. Наибольшее распростра-



нение получили интерферометры с амплитудным разделением пучков, и среди них интерферометр Маха – Цандера (рис. 1.7). Точечный источник света 1, расположенный в фокальной плоскости коллиматорной линзы 2, создает параллельный пучок, попадающий на полупрозрачное зеркало 3. Это зеркало делит амплитуду пучка на две равные части. Одна часть проходит через зеркало 3, другая отражается от него. Затем оба пучка полностью отражаются зеркалами 4, 5 и вновь объединяются на втором полупрозрачном зеркале 6. Один из пучков (измерительный) проходит через исследуемую неоднородность 7, а другой (опорный) – через невозмущенную область. Объективом 8 изображение неоднородности проецируется на экран 9, где наблюдается интерференционная картина. Таким образом, в плоскости наблюдения формируется стационарная (квазистационарная при изменении параметров неоднородности) картина, соответствующая случаю ( $\Delta\omega = 0$ ). При отсутствии неоднородности и симметричном относительно нормали к плоскости наблюдения угле падения пучков на экране будут наблюдаться прямые интерференционные полосы с шагом  $h = \lambda / 2\sin(\alpha/2)$ , где  $\alpha$  – угол между интерферирующими пучками. Для малых  $\alpha$  шаг полос  $h \approx \lambda / \alpha$ . Наклоном зеркала 6 можно регулировать угол  $\alpha$ , и тем самым – шаг и наклон интерференционных полос.

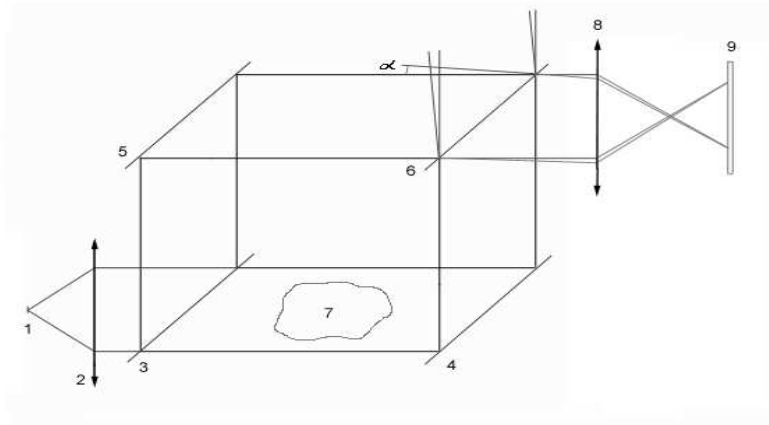


Рис. 1.7. Схема интерферометра Маха – Цандера. 1 – источник света; 2, 8 – объективы; 3, 6 – полупрозрачные зеркала; 4, 5 – зеркала; 7 – исследуемая неоднородность; 9 – плоскость регистрации

В общем случае по интерферограмме, полученной при одном направлении просвечивания неоднородности, невозможно однозначно определить 3-мерное распределение изменения показателя преломления  $\delta n(x, y, z)$  по  $\delta t(x, y)$ . Однако при некоторых симметриях исследуемого объекта, например при  $\delta n(x, y, z) = \delta n(x, y)$ , имеется однозначное решение. При этом

выражение (1.38) преобразуется к виду  $\delta\varphi(x, y) = 2\pi L \delta n(x, y) / \lambda$ , а (1.39) перейдет в

$$\delta m(x, y) = L \delta n(x, y) / \lambda. \quad (1.40)$$

Выражение (1.40) дает возможность определить изменение показателя преломления по сдвигу полос  $\delta n(x, y) = \delta m(x, y) \lambda / L$ . Знание  $\delta n(x, y)$  позволяет для газов определить изменение плотности, так как для них с высокой точностью выполняется линейная зависимость показателя преломления от плотности

$$n = 1 + \xi \rho, \quad (1.41)$$

где  $\xi$  – постоянная Гладсона – Дейла (для разных газов разная),  $\rho$  – плотность газа.

Похожий вид имеет зависимость показателя преломления растворов многих веществ в воде при малых концентрациях. В этом случае

$$n = n_0 + \chi C, \quad (1.42)$$

где  $n_0 = 1,333$  – показатель преломления дистиллированной воды,  $\chi$  – некоторая постоянная, зависящая от вида растворимого вещества,  $C$  – концентрация раствора. Например, на рис. 1.8 приведена зависимость показателя преломления раствора соли NaCl от ее концентрации при температуре 25 °С. Из рисунка видно хорошее удовлетворение табличных данных соотношению (1.42) со значением  $\chi = 1,01 \cdot 10^{-2}$  л/моль и  $n = 1,333 + 1,01 \cdot 10^{-2} C$ .

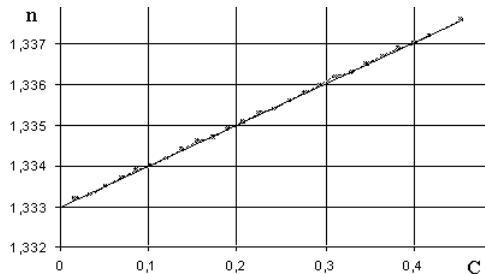


Рис. 1.8. Зависимость коэффициента преломления раствора соли в воде от концентрации  $C$  [моль/л]. Точки – табличные данные, сплошная линия соответствует уравнению  $n = 1,333 + 1,01 \cdot 10^{-2} C$

Другим известным интерферометром, используемым для исследования фазовых неоднородностей, является интерферометр Майкельсона. Одна из возможных схем прибора, применявшаяся для изучения процесса диффузии раствора соли в воде в лаборатории практикума по физической оптике НГУ, приведена на рис. 1.9. Расходящееся когерентное излучение от полу-

проводникового лазера ML1016R мощностью 30 мВт с длиной волны  $\lambda = 0,65$  мкм 1, линзой 2 преобразуется в плоскопараллельный пучок и подается в интерферометр Майкельсона. Интерферометр образован светоделительным кубиком 3 и зеркалами 4, 5. Одно из зеркал закреплено в оптической качалке 6, с помощью которой осуществляется настройка интерферометра и регулируется шаг и наклон интерференционных полос. Пучок света, проходящий через данное плечо, является опорным. В другом плече интерферометра расположена рабочая кювета 7.

Торцевыми стенками кюветы служат поверхность светоделительного кубика и подложки отражающего зеркала. Зеркальная поверхность расположена на задней поверхности подложки для исключения возможности ее повреждения раствором. Таким же образом расположено зеркало и в первом плече интерферометра. При этом зеркальная поверхность защищена конструктивными элементами качалки от случайных повреждений. Толщина кюветы составляет 13,5 мм. Боковые стенки кюветы 8 изготовлены из стекла. Выходящее из интерферометра излучение, пройдя собирающую линзу 9, подается на телекамеру 10. Видеосигнал с телекамеры поступает на компьютер 11, где и запоминаются полученные изображения интерферограмм.

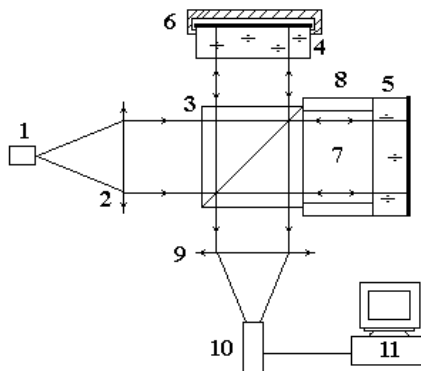


Рис. 1.9. Установка для изучения процесса диффузии раствора соли в воде:  
1 – полупроводниковый лазер; 2, 9 – линзы; 3 – светоделительный кубик;  
4, 5 – зеркала; 6 – оптическая качалка; 7 – кювета; 8 – боковые стенки кюветы;  
10 – телекамера; 11 – компьютер

Возможно визуальное наблюдение интерференционной картины. При этом непосредственно за интерферометром устанавливается матовый экран или лист белой бумаги. Так как размеры исследуемой области и отклонения лучей малы, то вблизи от кюветы наблюдается четкое изображение

ние исследуемого объекта. Существенным отличием интерферометра Майкельсона от интерферометра Маха – Цандера является двойное прохождение рабочего пучка через исследуемый объем, что нужно учитывать при получении количественных данных.

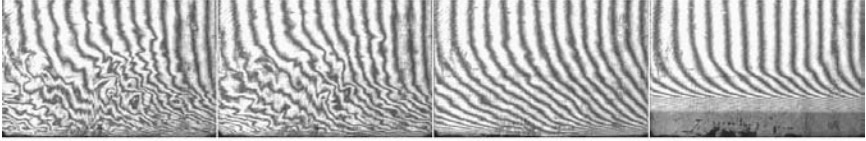


Рис. 1.10. Интерферограммы, демонстрирующие процесс перемешивания раствора соли, влитого в воду

На рис. 1.10 представлены интерферограммы, демонстрирующие процесс выравнивания по горизонтали концентрации раствора соли, налитого в кювету с дистиллированной водой, под действием силы тяжести. На последнем кадре резкая граница обусловлена рефракцией излучения, связанной с большими градиентами концентраций и вызванными этим большими градиентами преломления по вертикальной координате. Постепенно, в течение нескольких часов, в результате диффузии она исчезает, а концентрация соли выравнивается и по вертикали. При этом интерференционные полосы становятся практически прямолинейными, как в верхней части последнего изображения.

## Глава 9. Многолучевая интерференция монохроматических волн

Очевидно, что интерференцию света можно наблюдать и при суперпозиции многих волн. Особенно интересен случай интерференции волн, отличающихся друг от друга на постоянный в общем случае комплексный множитель  $\alpha e^{i\Delta\phi}$ . При этом для  $l$  интерферирующих волн комплексная амплитуда суммарной волны

$$A_{\Sigma} = \sum_{k=1}^l A_1 \alpha^k e^{ik\Delta\phi} = A_1 \frac{1 - \alpha^l e^{il\Delta\phi}}{1 - \alpha e^{i\Delta\phi}}, \quad (1.43)$$

а интенсивность

$$I_{\Sigma} = A_{\Sigma} A_{\Sigma}^* = A_1^2 \frac{1 - \alpha^l e^{il\Delta\phi}}{1 - \alpha e^{i\Delta\phi}} \cdot \frac{1 - \alpha^l e^{-il\Delta\phi}}{1 - \alpha e^{-i\Delta\phi}} = I_1 \frac{1 + \alpha^{2l} - 2\alpha^l \cos(l\Delta\phi)}{1 + \alpha^2 - 2\alpha \cos(\Delta\phi)}. \quad (1.44)$$

Очевидно, что соотношение (1.44) должно выполняться для одиночной волны и при интерференции двух волн. Для одиночной волны  $I_{l=1} = I_1$  следует сразу из (1.44). Для двух волн ( $l = 2$ ) имеем:

$$\begin{aligned} I_{\Sigma, l=2} &= I_1 \frac{1 + \alpha^4 - 2\alpha^2[2\cos^2(\Delta\varphi) - 1]}{1 + \alpha^2 - 2\alpha\cos(\Delta\varphi)} = \\ &= I_1 \frac{(1 + \alpha^2)^2 - 4\alpha^2[\cos^2(\Delta\varphi)]}{(1 + \alpha^2) - 2\alpha\cos(\Delta\varphi)} = I_1 \frac{(1 + \alpha^2)^2 - [2\alpha\cos(\Delta\varphi)]^2}{(1 + \alpha^2) - 2\alpha\cos(\Delta\varphi)} = \\ &= I_1[1 + \alpha^2 + 2\alpha\cos(\Delta\varphi)] = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} \cos(\Delta\varphi), \end{aligned}$$

что полностью совпадает с полученным ранее соотношением (1.35). Таким образом, интерференцию двух волн можно рассматривать как частный случай многолучевой интерференции.

Эффекты, связанные с интерференцией многих волн, описываемые соотношениями (1.43) и (1.44), лежат в основе работы многих оптических приборов, в частности, многолучевых интерферометров и дифракционных решеток. Одним из наиболее известных типов многолучевых интерферометров является интерферометр Фабри – Перо (ИФП), простейшая схема которого приведена на рис. 1.11. ИФП состоит из двух плоских зеркальных пластин с коэффициентами амплитудного пропускания  $\tau_1$  и  $\tau_2$  и коэффициентами амплитудного отражения  $\rho_1$  и  $\rho_2$ , установленных параллельно на расстоянии  $d$ . Коэффициенты пропускания и отражения в общем случае являются комплексными величинами, т. е. могут изменять не только модуль амплитуды, но и ее фазу. В более общем случае коэффициенты отражения и пропускания могут отличаться и для волн, падающих слева и справа, а также зависеть от углов падения. Энергетические коэффициенты отражения и пропускания равны соответственно  $R = |\rho|^2 = \rho\rho^*$  и  $T = |\tau|^2 = \tau\tau^*$ . Из закона сохранения энергии следует, что

$$R + T + G = 1, \quad (1.45)$$

где  $G = |\gamma|^2 = \gamma\gamma^*$  – энергетический, а  $\gamma$  – амплитудный коэффициент поглощения.

На эталон направляется расходящийся пучок света от протяженного источника. На рис. 1.11, *a* показаны лучи, идущие под определенным углом  $\theta$ . Образование когерентных, в принципе бесконечного количества, интерферирующих волн происходит в результате многократного отражения падающей волны от отражающих плоскостей и частичного выхода ее после каждого отражения.

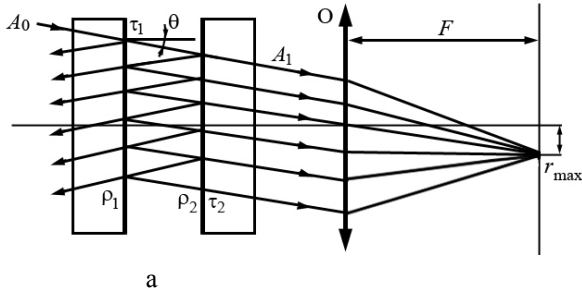


Рис. 1.11. Интерферометр Фабри – Перо: *а* – схема образования интерферирующих пучков; *б* – схема, поясняющая расчет разности хода  $\Delta S$  интерферирующих пучков

При параллельной установке зеркал на расстоянии  $d$  разность хода  $\Delta S$  и разность фаз  $\Delta\varphi$  для двух соседних интерферирующих лучей определяется углом падения света на интерферометр (см. рис. 1.11, б) и равна:

$$\Delta S = 2d \cos(\theta), \quad \Delta\varphi = 2\pi\Delta S / \lambda = 4\pi d \cos(\theta) / \lambda. \quad (1.46)$$

Для нахождения амплитуды прошедшего света в соотношениях (1.43) и (1.44) необходимо взять  $A_1 = A_0\tau_1\tau_2 e^{i2\pi d \cos(\theta) / \lambda}$ . Для простейшего случая  $\tau_1 = \tau_2$ ,  $\rho_1 = \rho_2$  и без учета не существенного для выходного сигнала, постоянного для всех интерферирующих волн фазового множителя  $e^{i2\pi d \cos(\theta) / \lambda}$  имеем  $A_1 = A_0 T$ ,  $I_1 = I_0 T^2$ . Постоянный множитель при нахождении суммы геометрической прогрессии будет  $re^{i\Delta\varphi}$ , и с учетом того, что  $|r| < 1$ , для бесконечного числа интерферирующих волн соотношение (1.44) запишется в виде

$$I_{\Sigma, l \rightarrow \infty} = I_1 \frac{1}{1 + R^2 - 2R \cos(\Delta\varphi)} = I_0 \frac{T^2}{(1 - R)^2 + 4R \sin^2(\Delta\varphi / 2)}. \quad (1.47)$$

Соотношение (1.47) известно под названием формулы Эйри.

Интерференционные максимумы будут наблюдаться для углов  $\theta$ , для которых разность хода интерферирующих лучей кратна длине волны  $\lambda$ :

$$2d \cos(\theta) = m\lambda. \quad (1.48)$$

Число  $m$ , так же как и при интерференции двух волн, называется порядком интерференции. Если за интерферометром поставить объектив  $O$  (см. рис. 1.11, а), то в силу цилиндрической симметрии интерференционная структура, возникающая в его фокальной плоскости, будет иметь вид концентрических колец – полос равного наклона, каждое из которых соответствует углу падения  $\theta$ , определяемому условием (1.48). Процесс формирования и характер локализации полос в ИФП аналогичен интерферен-

ции, возникающей при отражении света от плоскопараллельной пластины, при прохождении через интерференционные фильтры и т. п.

Запишем соотношение (1.47) для углов  $\theta$  вблизи интерференционных максимумов. В этом случае в соотношении (1.47) мы можем взять  $\Delta\varphi$  без аддитивной составляющей, кратной  $2\pi$ , что дает  $\Delta\varphi \ll 1$ , и для интенсивности прошедшей волны имеем

$$I_{\Sigma, l \rightarrow \infty} = I_0 \frac{T^2}{(T + G)^2 + R\Delta\varphi^2}, \quad (1.49)$$

а непосредственно в максимуме ( $\Delta\varphi = 0$ )

$$I_{\Sigma, l \rightarrow \infty} = I_0 \frac{T^2}{(T + G)^2}. \quad (1.50)$$

Из соотношения (1.50) видно, что интенсивность прошедшего света в максимуме, при условии, что коэффициент поглощения не превышает существенно коэффициента пропускания, достаточно высока даже для коэффициентов отражения  $R \approx 1$ . Кроме того, при  $G \ll T$  наблюдается полное прохождение  $I_{\Sigma, l \rightarrow \infty} = I_{\max} = I_0$ , хотя каждая из пластин обладает большой отражательной способностью.

При большой отражательной способности пластин интерференционная картина имеет вид узких светлых колец на почти темном фоне. Минимальная интенсивность будет при  $\Delta\varphi = 2\pi N + \pi$ , т. е. когда интерферирующие волны  $A_i$  и  $A_{i+1}$  приходят в противофазе. Но при  $R \approx 1$ , даже при небольших сдвигах разности фаз  $\delta\varphi$  от условия резонанса  $\Delta\varphi = 2\pi N$ , происходит практически полное гашение прошедшего излучения. Из соотношения (1.49) условие на полуширину линии пропускания  $\delta\lambda_{\text{п.ш.,}\epsilon}$  по уровню  $\epsilon$  ( $\epsilon < 1$ ) можно записать в виде

$$\frac{I_{\Sigma, l \rightarrow \infty}}{I_0} = \frac{1}{(T + G)^2 / T^2 + R\Delta\varphi^2 / T^2} = \epsilon. \quad (1.51)$$

Отсюда

$$\delta\varphi = (T + G) \sqrt{(\epsilon^{-1} - 1) / R}, \quad (1.52)$$

или при условии  $G \ll T$

$$\delta\varphi = T \sqrt{(\epsilon^{-1} - 1) / R}. \quad (1.52^*)$$

Свяжем изменение разности фаз  $\delta\phi$  вблизи резонанса с изменением длины волны излучения. Для этого воспользуемся соотношением (1.46). В результате имеем:

$$\delta\phi = \delta\Delta\phi = -4\pi d \cos(\theta) \delta\lambda \lambda^2. \quad (1.53)$$

Подставив (1.53) в (1.52), получим соотношение для полуширины спектральной линии:

$$\delta\lambda_{\text{п.ш.}\varepsilon} = \frac{(T+G)\lambda^2 \sqrt{(\varepsilon^{-1}-1)}}{4\pi d \cos(\theta) \sqrt{R}},$$

а для полной ширины  $\delta\lambda = 2\delta\lambda_{\text{п.ш.}\varepsilon} -$

$$\delta\lambda = \frac{(T+G)\lambda^2 \sqrt{(\varepsilon^{-1}-1)}}{2\pi d \cos(\theta) \sqrt{R}}. \quad (1.54)$$

Для ширины линии по уровню  $\varepsilon = 1/2$ , при условии  $G \ll T$ , соотношение (1.54) запишется в виде

$$\delta\lambda = \frac{T\lambda^2}{2\pi d \cos(\theta) \sqrt{R}}.$$

Более подробно свойства интерферометра Фабри – Перо рассматриваются в лабораторной работе 5.4.

Другим важным примером многолучевой интерференции является случай суперпозиции волн равной амплитуды с постоянным значением сдвига фаз между ними. Подобная ситуация реализуется, в частности, в дифракционных решетках и описывается соотношением (1.44) при  $\alpha = 1$ :

$$I_{\Sigma, \alpha=1} = I_1 \frac{1 - \cos(m\Delta\phi)}{1 - \cos(\Delta\phi)} = I_1 \frac{\sin^2(m\Delta\phi/2)}{\sin^2(\Delta\phi/2)}. \quad (1.55)$$

Данные устройства рассматриваются в лабораторной работе 5.2.

## Глава 10. Интерференция диффузных волн, спеклы и спекл-интерферометрия

Соотношение (1.35) и вытекающие из него частные случаи получены без каких-либо ограничений на пространственное распределение амплитуд и фаз интерферирующих волн. Они верны и для интерференции диффузных волн с хаотической пространственной модуляцией амплитуды и фазы. Распределение интенсивности произвольной (диффузной) монохроматической волны в плоскости регистрации имеет вид пятнистой структуры, на-



зываемой в современной литературе спекл-структурой. Типичная спеклограмма представлена на рис. 1.12.

Отдельные пятна – спеклы в общем случае являются нерегулярными, как по форме, так и по размерам образованиями. Для монохроматического света спеклы существуют во всем пространстве распространения волны и имеют, как правило, вытянутую форму вдоль преимущественного направления излучения. Их формирование можно рассматривать как результат интерференции континуума плоских волн, на которые можно разложить произвольную электромагнитную волну. Характерные среднестатистические размеры спеклов определяются спектром пространственных частот, присутствующих в разложении.

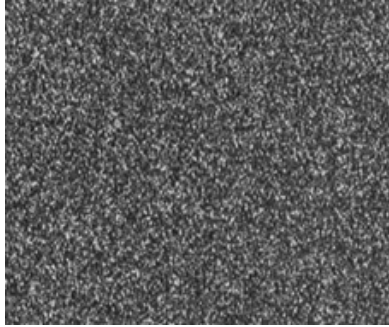


Рис. 1.12. Типичная спеклограмма

Нахождение среднестатистических геометрических характеристик спеклов является довольно сложной задачей. Многие вопросы по статистике спеклов рассмотрены в соответствующей литературе. Однако для понимания материала, изложенного ниже, достаточно приближенных соотношений для их характерных размеров. В частности, при нормальном распределении пространственных частот в конечном, цилиндрически симметричном диапазоне эти размеры в фокальной плоскости объектива определяются соотношениями

$$\delta \approx \lambda F / D = \lambda / \theta, \quad \ell \approx \delta^2 / \lambda = \lambda (F / D)^2 = \delta (F / D). \quad (1.56)$$

где  $\delta$  и  $\ell$  – среднестатистический поперечный и продольный размеры спеклов соответственно,  $\lambda$  – длина волны излучения,  $F$  – фокусное расстояние приемного объектива,  $D$  – диаметр зрачка объектива,  $\theta = D / F$  – угловая апертура объектива, являющаяся в то же время угловым диапазоном регистрируемых пространственных частот. С этой точки зрения распределение интенсивности любой волны в плоскости регистрации можно рассматривать как спекл-структуру с характерным видом, определяемым спектром пространственных частот. В частности, распределение интенсивности в

гауссовом пучке является одиночным спеклом. Интерференционные полосы при суперпозиции двух плоских волн тоже можно трактовать как спеклы. При этом в ортогональном направлении размер спеклов одинаков для всех полос и определяется разностью пространственных частот интерферирующих волн. Размер вдоль полос бесконечен (в идеальном случае), что соответствует одной пространственной частоте в данном направлении.

При интерференции двух диффузных волн результирующая волна также модулирована спеклами, характерные размеры которых определяются спектром пространственных частот суммарной волны. Интерференционные соотношения, полученные выше, верны и в этом случае. Интерференция диффузных волн может использоваться в методах оптической интерферометрии. Подобные методы, по крайней мере, некоторые из них, часто называют методами спекл-интерферометрии. Они находят широкое применение в измерительной практике. Условно их можно разделить на три основные группы.

### *1. Методы спекл-фотографии.*

При освещении диффузно рассеивающего объекта его изображение модулировано спеклами. Поперечный относительно направления регистрации сдвиг объекта приводит к смещению спеклов в плоскости регистрации без существенного изменения их структуры. Фиксируя изображения до и после смещения, можно получить данные о величине сдвига в любой физической малой области изображения – споте. Отдельный спот должен, тем не менее, иметь конечные размеры и содержать достаточно большое для обработки количество отдельных спеклов. При этом предполагается, что регистрируемый параметр в области спота с необходимой для измерений точностью остается постоянным. Сдвиг может меняться по полю изображения, т. е. возможны панорамные измерения. Данный подход используется при регистрации деформаций и полей скорости (PIV-методы), для визуализации газовых потоков растровыми методами и др. Возможна регистрация спекл-структуры с применением когерентного излучения, а также регистрация изображений в белом свете. В качестве аналога спеклов при этом могут выступать изображения частиц, присутствующих в потоке, неоднородности структуры светорассеивающей поверхности, элементы раstra, используемого для пространственной модуляции зондирующего пучка, и т. п.

Первоначально для получения количественных данных о сдвиге спекл-структуры, как правило, применялся оптический подход. Определяющими в этом плане явились работы Бурча и Токарского. Они предложили использовать известный факт образования полос Юнга в фокальной плоскости объектива при дифракции плоской волны на двух идентичных струк-

турах, сдвинутых относительно друг друга в плоскости, ортогональной оптической оси. Математически этот факт можно объяснить следующим образом. Пусть у нас имеется транспарант с пропусканием

$$T(x, y) = T_0(x, y) + T_0(x + \delta x, y),$$

расположенный в фокальной плоскости объектива  $O$  с фокусным расстоянием  $f$  (рис. 1.13).

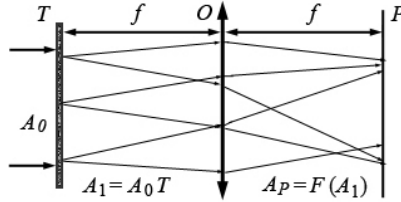


Рис. 1.13. Схема, поясняющая образование полос Юнга при дифракции плоской волны на двойном изображении

Пусть на данный транспарант падает плоская волна с комплексной амплитудой  $A_0$ . Амплитуда прошедшей волны  $A_1 = A_0 T$ . Как известно, распределение комплексной амплитуды в задней фокальной плоскости идеальной линзы связано с распределением амплитуды в передней фокальной плоскости через преобразование Фурье, т. е.

$$\begin{aligned} A_P(x_1, y_1) &= F[A_1(x, y)] = \\ &= \frac{A_0}{i\lambda f} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} A_1(x, y) \exp[-i \frac{2\pi}{\lambda f} (x_1 x + y_1 y)] dx dy = \\ &= \frac{A_0}{i\lambda f} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} T_0(x, y) \exp[-i \frac{2\pi}{\lambda f} (x_1 x + y_1 y)] dx dy + \\ &+ \frac{A_0}{i\lambda f} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} T_0(x + \delta x, y) \exp[-i \frac{2\pi}{\lambda f} (x_1 x + y_1 y)] dx dy. \end{aligned} \quad (1.57)$$

Первое интегральное слагаемое в (1.57) является Фурье-образом исходной волны, дифрагированной на одиночной структуре  $A_1 = F[A_0 T_0]$ . Второе слагаемое, в силу того, что интегрирование производится по бесконечным пределам, а пропускание любого реального транспаранта стремится к нулю на бесконечности, мы можем преобразовать к виду

$$\begin{aligned} & \frac{A_0}{i\lambda f} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} T_0(x + \delta x, y) e^{-i\frac{2\pi}{\lambda f}(x_1 x + y_1 y)} dx dy = \\ & = e^{i2\pi x_1 \delta x / \lambda f} \frac{A_0}{i\lambda f} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} T_0(x + \delta x, y) e^{-i2\pi[x_1(x + \delta x) + y_1 y] / \lambda f} d(x + \delta x) dy = A_1 e^{i2\pi x_1 \delta x / \lambda f}. \end{aligned}$$

В результате в фокальной плоскости  $P$  объектива  $O$  мы имеем суперпозицию двух волн, отличающихся друг от друга только фазовым множителем  $\exp(i2\pi x_1 \delta x / \lambda f)$ :

$$A_P(x_1, y_1) = A_0 F[T_0(x, y)][1 + \exp(i2\pi x_1 \delta x / \lambda f)] = A_1 [1 + \exp(i2\pi x_1 \delta x / \lambda f)].$$

Интенсивность суммарной волны

$$I_P(x_1, y_1) = |A_P|^2 = A_P A_P^* = 2|A_1|^2 [1 + \cos(2\pi x_1 \delta x / \lambda f)]. \quad (1.58)$$

В итоге в фокальной плоскости  $P$  мы имеем интерференцию двух идентичных волн с линейной по параллельной сдвигу координате разностью фаз  $\Delta\phi = x_1(2\pi\delta x / \lambda f)$ . Это соответствует относительному наклону волновых фронтов интерферирующих волн на угол  $\alpha \approx \lambda / h$ , где  $h = \lambda f / \delta x$  – шаг полос (см. гл. 8 ч. 1). Соотношение (1.58) абсолютно идентично соотношению (1.35\*) для интерференции двух волн, полученному в гл. 7. Таким образом, Фурье-образ волны, дифрагированной на сдвоенной структуре, соответствует Фурье-образу одиночного изображения, модулированного интерференционными полосами (полосами Юнга) перпендикулярному сдвигу изображений. Шаг и наклон полос определяется величиной и направлением сдвига, что позволяет использовать данную информацию в соответствующих оптических методах.

При измерениях сдвига в ходе эксперимента регистрируются спеклограммы в виде суммы изображений, полученных до и после сдвига объекта ( $I_1 + I_2$ ). Для получения количественных данных спеклограмма сканируется тонким лазерным пучком. При этом на экране, расположенном за спеклограммой в дальней зоне (в фокальной плоскости объектива), наблюдаются интерференционные полосы (полосы Юнга), шаг и наклон которых зависит от величины и направления сдвига. Изначально эти методы назывались методами спекл-интерферометрии, хотя понятие интерференции в них было необходимо только на этапе обработки, при использовании оптических схем формирования полос Юнга. По этой причине в современной литературе эти методы чаще называют методами спекл-фотографии.

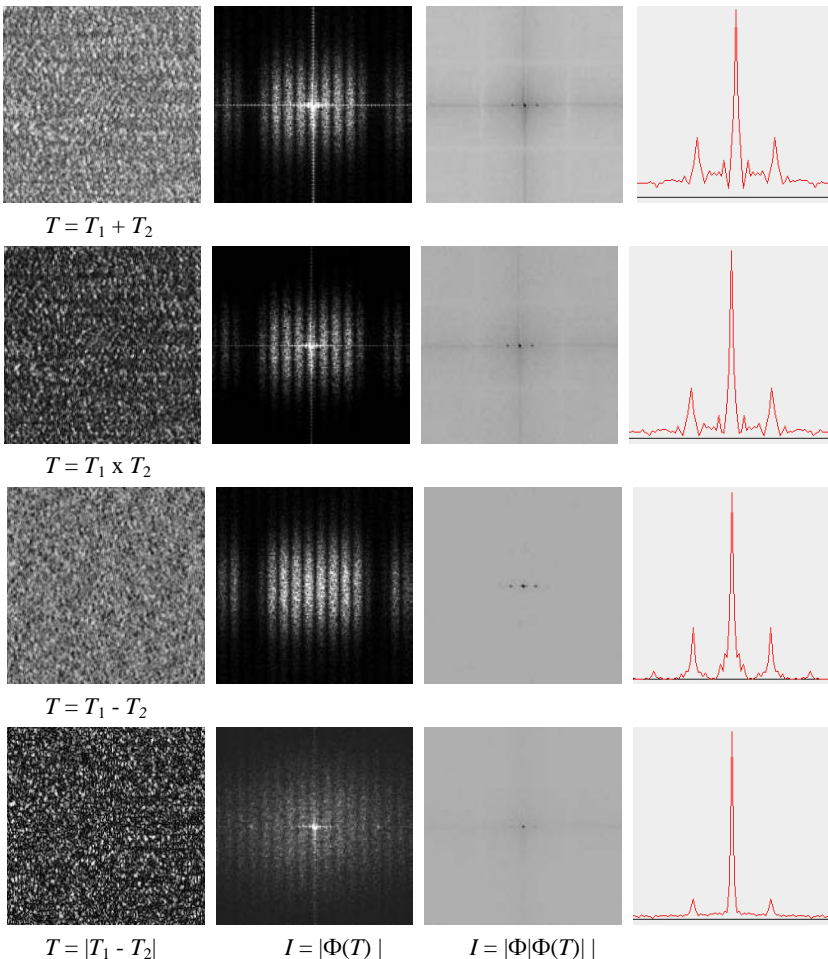


Рис. 1.14. Результаты обработки фрагментов спеклограмм размером 200 x 200 пикселей с использованием преобразования Фурье

В настоящее время, как правило, применяется электронная регистрация изображений с последующей численной обработкой на основе корреляционного или Фурье-анализа. Используются методики как с отдельной регистрацией кадров  $I_1$  и  $I_2$ , так и с регистрацией суммарного изображения, а также с регистрацией более двух кадров. На рис. 1.14 приведены результаты обработки фрагментов спеклограмм размером 200 x 200 пикселей с использованием преобразования Фурье. Спеклограммы в левом столбце яв-

ляются комбинацией двух идентичных изображений, сдвинутых по горизонтали относительно друг друга на 16 пикселей. Приведены случаи сложения, умножения, вычитания и вычитания по модулю исходных спеклограмм. Во втором столбце приведены взятые по модулю результаты Фурье-преобразования изображений первого столбца. Третий столбец – модуль Фурье-преобразования от изображений второго столбца (инвертированный). В результате исключения фазовой составляющей Фурье-образа (взятие по модулю) после второго преобразования Фурье результатом является не исходное изображение, а четко выделенные максимумы. Расстояние между максимумами и направление прямой линии, проходящей через них, однозначно определяют модуль и направления сдвига. В четвертом столбце приведены графики интенсивности вдоль прямой, проходящей через максимумы. Расстояние между центральным и боковым пиками равно 16 пикселям, что соответствует исходному сдвигу изображений. Методы обработки принципиально не отличаются для случая регистрации спекл-структуры в когерентном свете и для регистрации непосредственно изображений исследуемого объекта в белом свете.

## 2. Корреляционная спекл-интерферометрия.

Ко второй группе относятся методы, предназначенные для регистрации смещения объекта вдоль направления регистрации (ортогонально исследуемой поверхности). В данной ситуации с увеличением смещения происходят все более сильные изменения микроструктуры спеклограммы. Рассмотрим механизм этих изменений более подробно.

Соотношение (1.56) для продольных размеров спекла в виде  $\ell \approx \delta(F/D)$  можно трактовать как глубину резкости приемной оптической системы для элементов исследуемой поверхности с характерными поперечными размерами  $\delta$ . Это соотношение остается верным и при работе в белом свете. Принципиальные отличия при работе с когерентным освещением и белым светом заключаются в следующем. В когерентном свете при смещении исследуемой поверхности сами спеклы как таковые не исчезают, и их среднестатистические свойства остаются неизменными. Однако с увеличением сдвига расположение и форма спеклов меняются и степень корреляции между изображениями, зарегистрированными до и после смещения, уменьшается. Это может использоваться для количественных измерений. При обработке применяются алгоритмы на основе корреляционного анализа.

При работе в белом свете, при сдвиге плоскости регистрации в пространстве объекта на расстояние порядка  $\ell$  и более изображения соседних элементов начинают перекрываться, а при сдвигах, существенно превышающих глубину резкости, полностью размываются. Это происходит и при смещении исследуемой поверхности. Элементы изображения, являю-

щиеся аналогами спеклов, с увеличением расфокусировки (смещения исследуемой поверхности) становятся все менее видимыми на фоне общей засветки. При этом можно использовать более простые алгоритмы, основанные на нахождении степени контраста изображения  $K = (I_{\max} - I_{\min}) / (I_{\max} + I_{\min})$ . Данный подход широко применяется, например, в схемах автоматической подстройки резкости фото- и телеаппаратуры.

В рассмотренных методах, так же как и в спекл-фотографии, понятие оптической интерференции не используется, и в современной литературе эти методы чаще называются методами корреляционной спекл-фотографии.

### 3. Фазовая (корреляционная) спекл-интерферометрия.

Наряду с уже рассмотренными существуют методы, в которых описание изменения спекл-структуры невозможно без использования понятия интерференции. К ним, в частности, относятся методы, получившие название методов корреляционной спекл-интерферометрии. Пусть в плоскости наблюдения интерферируют две волны  $A_{1,2}(x, y) = a_{1,2}(x, y) \cos[\psi_{1,2}(x, y)]$ . Предположим, что в ходе эксперимента пространственное распределение амплитуд  $a_1$  и  $a_2$  остается постоянным, а разность фаз между волнами  $A_1$  и  $A_2$  меняется на  $\Delta\varphi = \Delta\varphi(\xi(t))$ , где  $\xi$  – некоторый параметр, характеризующий исследуемый процесс. Интерферограммы, зарегистрированные с интервалом времени  $\Delta t = t_2 - t_1$ , можно представить в виде

$$I_1 = I_1 + I_2 + 2(I_1 I_2)^{1/2} \cos(\Delta\psi), \quad I_2 = I_1 + I_2 + 2(I_1 I_2)^{1/2} \cos(\Delta\psi + \Delta\varphi). \quad (1.59)$$

Для плоских волн отличие интерферограмм  $I_1$  и  $I_2$  заключается в обычном сдвиге полос на  $\Delta N = \Delta\varphi / 2\pi$ . Для диффузных волн, из-за хаотичного распределения начальных фаз и амплитуд, невозможно визуально связать  $\Delta\varphi$  с изменением вида интерферограмм (спеклограмм). Однако при соответствующей обработке можно получить информацию о  $\Delta\varphi$ , а значит, и об изменении параметра  $\xi$ . Как следует из (1.59),  $I_2$  будет совпадать с  $I_1$  в областях, для которых  $\Delta\varphi = 2\pi m$  ( $m$  – целое число), или, как иногда говорят, спекл-структуры коррелируют между собой. Этот факт и отражен в названии данных методов. Возможна оптическая обработка, осуществляемая путем совмещением изображения одной из интерферограмм с негативным изображением второй. При этом наблюдается аналог интерференционных полос бесконечной ширины с минимумами в областях с  $\Delta\varphi = 2\pi m$ , которые, по сути дела, являются обычными муаровыми полосами.

Использование численной обработки изображений позволяет существенно улучшить качество итоговых интерферограмм. При этом следует отметить, что термин «корреляционная спекл-интерферометрия», на наш взгляд, является не вполне удачным, поскольку для исходных волн  $A_1$  и  $A_2$

нарушение амплитудной корреляции должно быть минимальным, иначе метод не будет работать. Должна меняться только разность фаз интерферирующих волн. Кроме того, в алгоритмах обработки не обязаны присутствовать какие-либо корреляционные функции. По этой причине в дальнейшем подобные методы мы будем иногда называть методами *фазовой* спекл-интерферометрии.

Возможно применение различных алгоритмов обработки для получения итогового изображения. В основе одного из них лежит следующая процедура:

$$I = \langle (I_2 - I_1)^2 \rangle / [\{ \langle I_1^2 \rangle - \langle I_1 \rangle^2 \} + \{ \langle I_2^2 \rangle - \langle I_2 \rangle^2 \}] = 1 - \cos \Delta\varphi. \quad (1.60)$$

В соотношении (1.60) угловые скобки означают усреднение по случайной начальной фазе  $\Delta\psi$  по массиву спеклов в физически малой области (споте). При этом предполагается, что интенсивности интерферирующих волн  $I_1$  и  $I_2$  не претерпевают существенного изменения за время между регистрацией спеклограмм. Слагаемые в знаменателе соотношения (1.60), выделенные фигурными скобками, при соблюдении последнего условия равны между собой, что позволяет контролировать эффективность схемы регистрации и возможность применения метода в реальных экспериментах. Подробнее вопросы обработки подобных интерферограмм рассматриваются в соответствующей литературе, посвященной конкретным методам регистрации (полей скорости, давления, поверхностного трения).

Например, на рис. 1.15 приведена схема, использующаяся для визуализации полей давления на поверхности и результаты визуализации давления от струи с полным давлением в набегающем потоке менее 5 см водяного столба. Суть метода заключается в том, что на исследуемую поверхность наносится тонкий слой упругого прозрачного вещества (см. рис. 1.15, а). Под действием сил давления этот слой сжимается. Если на него подать зондирующее излучение, то меняется и разность хода волн, отраженных от первой и второй поверхности слоя. Регистрируя интерферограммы до включения потока и во время него, можно получить информацию о полях давления.

Еще раз подчеркнем необходимое требование малых изменений  $I_1$  и  $I_2$  за время регистрации всех рабочих спеклограмм. Это условие, при отсутствии паразитных смещений за время между регистрацией кадров, сводится к малости изменения разности хода между интерферирующими волнами  $A_1$  и  $A_2$  по сравнению с продольными размерами спеклов ( $\Delta\phi\lambda/2\pi \ll \ell$ ). Например, при использовании в приемной схеме объектива с относительным отверстием  $F/D = 8$  и для  $\lambda = 0,5$  мкм характерные размеры спеклов будут составлять  $\delta \approx 4$  мкм,  $\ell \approx 32$  мкм, что позволит достаточно надежно регистрировать сдвиг поверхности  $\Delta S \leq 10 \lambda \approx 5$  мкм. Это равнозначно десяти интерференционным полосам.



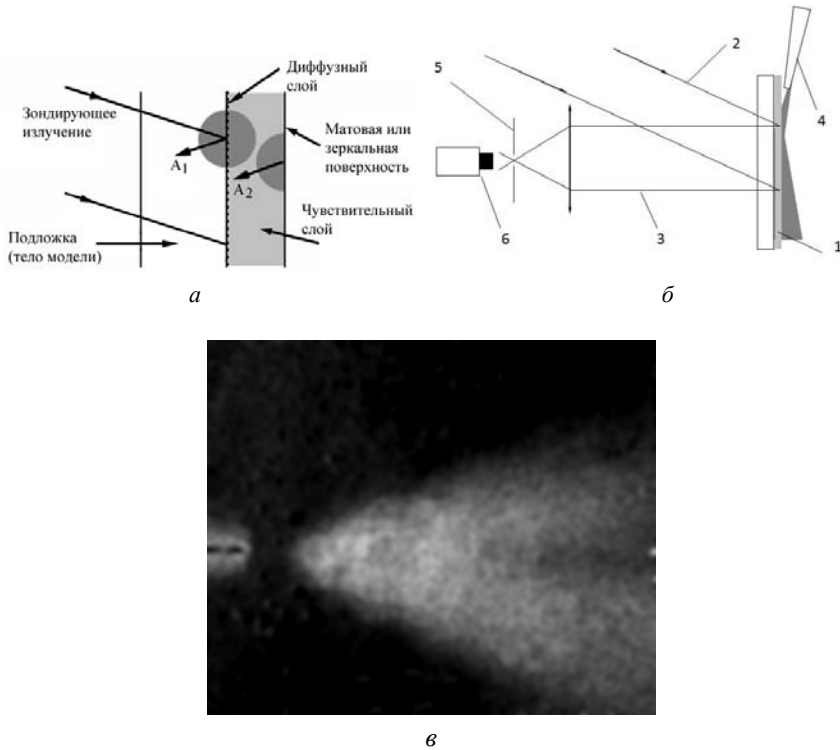


Рис. 1.15. Общая схема эксперимента (*а, б*) и визуализация (*в*) давления от звуковой струи, распространяющейся вдоль поверхности:

- 1 – чувствительный слой; 2 – зондирующее излучение;  
 3 – отраженное (рассеянное) от поверхностей чувствительного слоя излучение;  
 4 – струя; 5 – диафрагма ограничивающая диапазон пространственных частот;  
*б* – телекамера

Таким образом, фазовую спекл-интерферометрию можно рассматривать как обычную оптическую интерферометрию в диффузном свете. Спеклы, формирующиеся при интерференции когерентных диффузных волн, есть не что иное, как нерегулярные интерференционные полосы, и более правильно их именно так и трактовать. Схемы практически всех известных оптических интерферометров, используемых для физических измерений, могут быть реализованы в методах спекл-интерферометрии. Регистрируемые при этом спеклограммы с полным основанием можно описывать не только как интерферограммы, но и как голограммы сфокусированного изображения, в общем случае с диффузной опорной волной.

Именно поэтому оптические методы восстановления интерференционных (корреляционных) полос в методах двухэкспозиционной корреляционной спекл-интерферометрии по сути своей являются развитием или модификацией методов, используемых в двухэкспозиционной голографической интерферометрии.

## Часть 2. Спектральные приборы

Чтобы полностью охарактеризовать электромагнитное излучение, необходимо определить, как изменяются во времени напряженности электрического и магнитного полей. К сожалению, для оптического диапазона электромагнитного излучения сегодня не существует приборов, позволяющих измерять эти величины непосредственно (характерное время изменения поля слишком мало, порядка  $10^{-15}$  с). Доступны только энергетические измерения, т. е. измерения потока энергии, передаваемой излучением детектору, усредненного за время интегрирования приемника. Такие измерения, однако, не в полной мере отражают характеристики излучения. В то же время известно, что частным решением волнового уравнения, описывающего распространение света, являются плоские или сферические волны, напряженности полей в которых изменяются по гармоническому закону, их еще называют *монохроматическими*. Характер взаимодействия (интерференции) различных монохроматических волн определяется их частотами. Также от них зависит и коэффициент преломления, входящий в волновое уравнение для излучения, распространяющегося через вещество. Атомы и молекулы любой среды можно представить как совокупность осцилляторов, а значит, взаимодействие излучения с этими атомами и молекулами (в том числе и поляризуемость среды, напрямую связанная с коэффициентом преломления) зависит от соотношения частоты электромагнитной волны и собственных частот этих осцилляторов. Таким образом, характер распространения, преломления и взаимодействия с веществом монохроматического света зависит от его длины волны. Поскольку любую абсолютно-интегрируемую функцию с помощью преобразования Фурье можно представить в виде суперпозиции гармонических составляющих, в дополнение к интегральному энергетическому потоку у излучения появляется новая важная характеристика – спектральный поток, приходящийся на единичный интервал длин волн, или просто *спектр*. Раздел физики, посвященный изучению спектров электромагнитного излучения, называется спектроскопией.

Одним из основных приложений спектроскопии является спектральный анализ – совокупность методов определения состава (например, химического) объекта, основанный на изучении свойств приходящего от него излучения (в частности, света). Уже говорилось о том, что атомы каждого химического элемента имеют строго определенные резонансные частоты. В результате именно на этих частотах они излучают или поглощают свет. Интенсивность спектральных линий зависит от количества вещества и да-

же его состояния. В количественном спектральном анализе определяют содержание исследуемого вещества по относительной или абсолютной интенсивностям линий или полос в спектрах. Различают атомный и молекулярный спектральный анализ, эмиссионный «по спектрам испускания» и абсорбционный «по спектрам поглощения».

Разложение электромагнитного излучения на гармонические составляющие осуществляется различного рода спектральными приборами. Это могут быть фильтры, пропускающие свет только в заданной узкой спектральной области. Например, абсорбционные фильтры основаны на том, что различные вещества по-разному поглощают излучение. Существуют различные приборы, действие которых основано на многолучевой интерференции. Иногда они могут быть оформлены в виде фильтра – прозрачной подложки с напыленными на нее тонкими пленками. В некоторых приборах, основанных на селективной частотной и амплитудной модуляциях, измеряется функция автокорреляции исследуемого излучения, а преобразование Фурье уже выполняется на компьютере (Фурье-спектрометры).

Однако чаще всего гармонический анализ падающего излучения осуществляется с помощью диспергирующего элемента, отклоняющего лучи разных длин волн на разные углы.

## Глава 1. Устройство и характеристики спектральных приборов

Спектральные исследования проводятся на установках, включающих три основных элемента: спектральный прибор, приемник излучения и измерительное устройство. Идеальным следует считать такой спектральный прибор, распределение энергии на выходе которого определяется только свойствами источника излучения. В действительности и спектральный прибор, и приемник излучения вносят в спектр искажения.

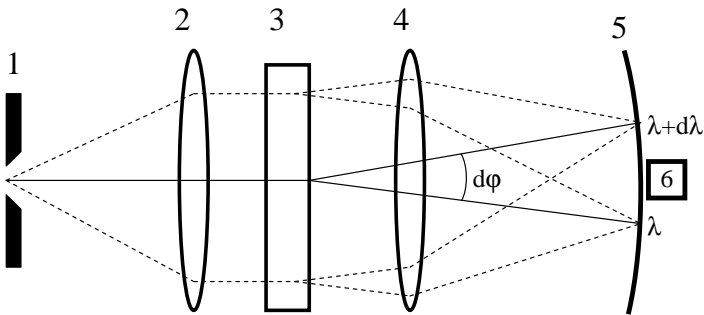


Рис. 2.1. Общая схема спектрального прибора

Рассмотрим типичную схему спектральной установки, приведенной на рис 2.1. Она содержит входную щель 1, фокусирующую оптику 2 и 4, диспергирующий элемент 3. Щель обычно помещается в фокусе объектива 2, называемого коллиматорным. С его помощью диспергирующий элемент освещается параллельным пучком лучей. Отклоненный диспергирующим элементом свет фокусируется с помощью камерного объектива 4, и спектр, представляющий собой дискретную или непрерывную последовательность монохроматических изображений щели, образованных лучами различных длин волн, образуется на фокальной поверхности 5. Эти изображения попадают на приемник 6, которым может быть глаз, фотопластинка или фотоземель какого-либо типа. В зависимости от способа регистрации – визуальной, фотографической или фотоэлектрической – спектральный прибор называют спектро스코пом, спектрографом или спектрометром. В последнем случае приемник может не обладать способностью пространственного разрешения отдельных элементов спектра, и для их выделения в фокальной плоскости прибора располагают соответствующую диафрагму. Для регистрации распределения энергии в спектре такие приборы снабже-

ны сканирующим механизмом. Благодаря развитию полупроводниковой техники подобные устройства практически полностью вытеснены спектрометрами с многоэлементными фотоприемниками – каждый фотодиод такого приемника регистрирует свой участок спектра.

## 1. Дисперсия

Изменение угла отклонения луча  $\varphi$  с изменением длины волны  $\lambda$  характеризует *угловую дисперсию* прибора:

$$D_{\varphi} = \frac{d\varphi}{d\lambda}. \quad (2.1.1)$$

Прибор характеризуется также *линейной дисперсией*, часто называемой просто дисперсией, которая по определению равна

$$D_l = \frac{dl}{d\lambda}, \quad (2.1.2)$$

где  $l$  – длина дуги, отсчитанная от какой-нибудь точки фокальной поверхности до места пересечения с лучом. Вместо этой величины прибор часто характеризуют обратной величиной – *обратной дисперсией*:

$$\frac{1}{D_l} = \frac{d\lambda}{dl}. \quad (2.1.3)$$

Измеряется обратная дисперсия обычно в ангстремах на миллиметр.

## 2. Разрешающая способность и аппаратная функция

Рассмотрим идеализированный случай, когда спектр излучения состоит из конечного числа отдельных монохроматических линий. Если бы прибор не вносил искажений в спектральное распределение энергии этого идеализированного источника, то на выходе прибора мы бы получили ряд бесконечно узких спектральных линий. В действительности же спектральный прибор, регистрируя монохроматическое излучение, записывает некоторый контур конечной ширины. Каждому элементу этого контура соответствует сигнал

$$d\Phi = \Phi f(\lambda)d\lambda, \quad (2.1.4)$$

где  $\Phi$  – интегральный сигнал, соответствующий полному регистрируемому потоку. Функция  $f(\lambda)$  определяется свойствами спектрального прибора и носит название *аппаратной функции*, или *инструментального*

**контура.** В спектрографе каждой длине волны соответствует угол отклонения  $\varphi$  и определенная точка фокальной поверхности с координатой  $x$ . Поэтому аппаратная функция может быть также записана в виде  $f(x)$  или  $f(\varphi)$ .

Форма инструментального контура может быть самой разнообразной. Рассмотрим причины, по которым образованные спектральным прибором линии всегда имеют конечную ширину.

Спектральная линия является изображением входной щели, которая в реальном приборе всегда имеет конечную ширину. Если ширина входной щели  $a$ , фокусные расстояния коллиматора –  $f_1$  и камерного объектива –  $f_2$ , то ширина изображения щели будет

$$a' = \frac{f_2}{f_1} a,$$

а инструментальный контур (см. рис. 2.2, а) –

$$f(x) = \begin{cases} 1/a' & \text{при } |x| \leq a'/2, \\ 0 & \text{при } |x| \geq a'/2. \end{cases} \quad (2.1.5)$$

Если входная щель достаточно узка, то ее изображение расширяется вследствие дифракции на краях диспергирующего элемента. В этом случае аппаратная функция рассчитывается по формуле френгоферовской дифракции на прямоугольном отверстии, границами которого являются края диспергирующего элемента (рис. 2.2, б). Если  $b$  – линейный размер диафрагмы, ограничивающей ширину пучка, то распределение освещенности вдоль направления дисперсии будет задаваться функцией

$$f(x) = \frac{\sin^2 u}{u^2}, \text{ где } u = \frac{\pi b}{\lambda} \frac{x}{f_2}. \quad (2.1.6)$$

Кроме описанных причин, на свойства инструментального контура будут влиять аберрации в фокусирующей оптике, различные дефекты, характеристики регистрирующего устройства.

В общем случае, когда имеется несколько причин уширения линии, результирующая аппаратная функция представляет собой последовательную свертку инструментальных контуров, вызванных каждой из причин. Например, если причины две и им соответствуют контуры  $f_1(x)$  и  $f_2(x)$ , один из контуров можно разбить на малые элементы с координатами  $x'$  и

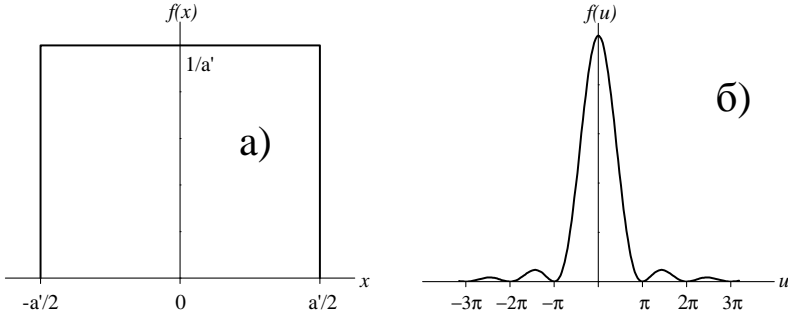


Рис. 2.2. Инструментальные контуры:  $a$  – прямоугольный;  $b$  – дифракционный

шириной  $dx'$ . Каждый из этих элементов, будучи уширен действием второй причины, даст контур, описываемый функцией  $f_2(x)$ , но смещенный на величину  $x'$  вдоль оси  $x$ . Проинтегрировав по всем элементам  $x'$ , получим суммарный контур:

$$F(x) = \int_{-\infty}^{\infty} f_1(x') f_2(x - x') dx' . \quad (2.1.7)$$

При рассмотрении инструментального контура спектрального прибора мы полагали, что его щель освещена монохроматическим излучением. В действительности всякая линия занимает некоторый интервал длин волн, спектральное распределение в пределах которого задается функцией

$$\varphi(\lambda) = d\Phi / d\lambda , \quad (2.1.8)$$

описывающей контур спектральной линии. За меру ширины линии обычно принимается тот интервал длин волн, на котором значение функции  $\varphi(\lambda)$  уменьшается до половины своего максимального значения. Таким же образом характеризуется и ширина инструментального контура.

Аналогичным вышеприведенному образом можно показать, что в случае немонохроматической линии ее реально наблюдаемый контур также будет сверткой контура самой спектральной линии и общего инструментального контура:

$$u(x) = \int_{-\infty}^{\infty} F(x') \varphi(x - x') dx' . \quad (2.1.9)$$



Целью спектральных измерений является получение истинного, не искаженного прибором распределения энергии в спектре исследуемого источника, т. е. задача сводится к нахождению  $\varphi(\lambda)$  по известным величинам  $u(x)$  и  $F(x)$ . Данная задача выполнима, однако даже незначительные погрешности определения функций  $u(x)$  и  $F(x)$  могут в общем случае приводить к существенным ошибкам. Таким образом, для получения достаточно полных сведений о распределении энергии в спектре ширина инструментального контура должна быть сравнимой, а еще лучше меньше ширины исследуемого участка спектра. В данном случае форма свертки этих двух контуров практически совпадает с реальным. Отсюда видно, что возможность детально исследовать спектр определяется формой инструментального контура. Это свойство прибора удобно характеризовать величиной, которая называется разрешающей способностью. Критерий разрешающей способности был впервые установлен Рэлеем для случая дифракционного уширения спектральной линии. Согласно Рэлею, наименьший разрешимый интервал  $\delta\lambda$  равен расстоянию между главным максимумом и первым минимумом функции, описывающей инструментальный контур (рис. 2.3). В этом случае провал освещенности в центре суммарной кривой составляет 20 % от максимальной освещенности. Данное уменьшение легко наблюдается практически при любых условиях измерения. Величину  $\delta\lambda$  называют **пределом разрешения**. В качестве характеристики разрешающей силы обычно указывается безразмерная величина

$$R = \frac{\lambda}{\delta\lambda},$$

которая называется разрешающей силой по Рэлею, или **теоретической разрешающей силой**.

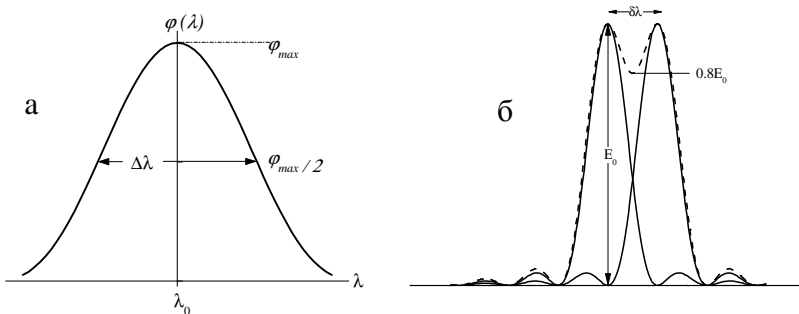


Рис. 2.3. Спектральные линии: а – определение ширины линии; б – критерия Рэлея

Критерий Рэлея можно обобщить и для любой формы инструментального контура: две монохроматические линии равной интенсивности считать раздельными, если провал яркости между ними составляет 20 %. Практическая разрешающая сила определяется аналогично и всегда меньше предельной теоретической.

На практическую разрешающую силу влияет ширина входной щели, уменьшая ее, можно добиться увеличения разрешающей способности, но только до некоторого предела. Ширина щели, при которой ширины прямоугольного и дифракционного инструментальных контуров сравниваются, называется **нормальной шириной щели**. Делать входную щель уже нормальной – бессмысленно.

### 3. Прочие характеристики

Кроме вышеперечисленных, у спектральных приборов есть еще ряд характеристик.

Из общей энергии, испускаемой источником, до приемника доходит лишь небольшая часть, пропускаемая спектральным прибором. Она характеризуется **светосилой** прибора, которая различна для излучений разных длин волн. **Чувствительность** приемника также зависит от длины волны. **Область свободной дисперсии** определяет интервал длин волн, в которых прибором можно проводить измерения.

## Глава 2. Призма

Первым известным устройством для спектрального разложения света является призма, предложенная еще Ньютоном. Спектральной призмой называется многогранник, сделанный из прозрачного вещества, обладающего значительной дисперсией ( $dn/d\lambda$ ). При прохождении через призму пучок лучей меняет свое направление, причем угол выхода лучей зависит от показателя преломления на данной длине волны. На рис. 2.4 приведена кривая дисперсии различных оптических материалов. Поскольку показатель преломления для различных длин волн неодинаков, разными будут и углы, на которые отклоняется пучок.

### 1. Краткая теория

Для начала рассмотрим преломление лучей в плоскости главного сечения призмы (рис. 2.5). Предположим, что на грань призмы падает пучок лучей, составляющих угол  $\alpha_1$  с нормалью  $N_1$  к первой грани призмы. Угол преломления этого луча обозначим  $\beta_1$ , угол падения его на вторую грань  $\beta_2$  и угол выхода из нее  $\alpha_2$ . Угол раствора призмы  $A = \beta_1 + \beta_2$ .

Угол  $\varphi = \alpha_1 + \alpha_2 - A$ , составленный падающим и выходящим лучами, называется углом отклонения. Воспользовавшись вышеуказанными равенствами углов и законом преломления, получим систему из 4 уравнений:

$$\begin{aligned}\varphi &= \alpha_1 + \alpha_2 - A, \quad A = \beta_1 + \beta_2, \quad \sin \alpha_1 = n \sin \beta_1, \\ \sin \alpha_2 &= n \sin \beta_2.\end{aligned}\quad (2.2.1)$$

Три величины  $A$ ,  $n$  и  $\alpha_1$  обычно заданы, и этого достаточно, чтобы определить остальные.

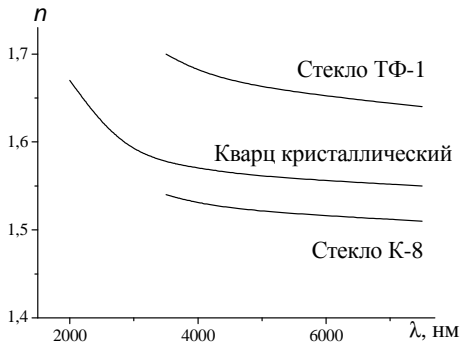


Рис. 2.4. Кривые дисперсии некоторых оптических материалов

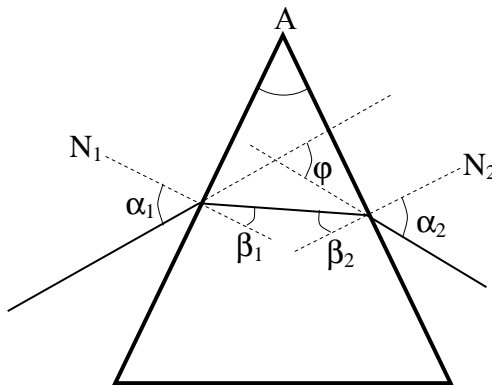


Рис. 2.5. Преломление лучей в плоскости главного сечения призмы

## 2. Основные спектральные характеристики

Для вычисления угловой дисперсии продифференцируем по  $\lambda$  эти уравнения. Учитывая, что  $d\alpha_1/d\lambda = 0$ , получаем:

$$\frac{d\varphi}{d\lambda} = \frac{d\alpha_2}{d\lambda} = \frac{\sin A}{\cos \alpha_2 \cos \beta_1} \frac{dn}{d\lambda}. \quad (2.2.2)$$

Воспользовавшись критерием Рэлея, можно вычислить разрешающую способность призмы:

$$R = \frac{\sin A}{\cos \alpha_1 \cos \beta_2} \frac{dn}{d\lambda} b, \quad (2.2.3)$$

где  $b$  – апертура падающего пучка. Следует отметить, что рэлеевская разрешающая способность призмы сравнительно редко может быть реализована, обычно реальная разрешающая способность ее значительно ниже. Дополнительно на нее влияют поглощение в призме, дефекты, **астигматизм и кривизна спектральных линий**.

Астигматизм связан с различием преломляющего действия призмы в двух взаимно перпендикулярных направлениях. Рассматривая преломление пучка света в призме в плоскости, перпендикулярной ее главному сечению, легко видеть, что призма в этом случае действует как плоскопараллельная пластинка, которая не изменяет направления лучей, а в плоскости главного сечения преломление происходит по указанному выше закону. Таким образом, гомоцентрический пучок после прохождения призмы становится астигматичным (рис. 2.6). Объектив, поставленный за призмой, будет фокусировать изображение точки  $S$  в плоскости  $P$  в виде отрезка прямой, перпендикулярной преломляющему ребру призмы, а в плоскости  $Q$  – в виде отрезка, параллельного этому ребру. Использование коллиматора, установленного так, что через призму проходит пучок почти параллельных лучей, снижает астигматизм. Однако практически любой коллиматор, кроме зеркального, вносит некоторую **хроматическую aberrацию** (из-за различия коэффициентов преломления, фокусное расстояние объектива меняется в зависимости от длины волны). Поэтому он дает параллельный пучок только для одной длины волны. Лучи других длин волн, падающие на призму, образуют сходящиеся или расходящиеся пучки, т. е. дают астигматичное изображение.

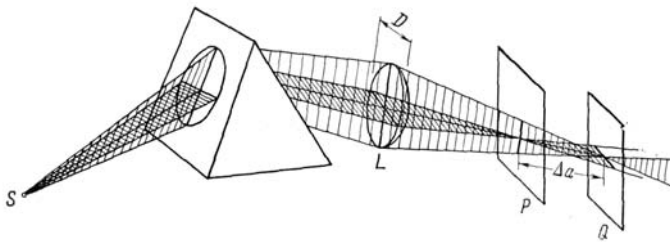


Рис. 2.6. Астигматизм призмы

Рассмотрим теперь преломление лучей, идущих под углом к плоскости главного сечения призмы. Для получения спектра мы всегда пользуемся щелью, параллельной преломляющему ребру призмы и установленной в фокусе коллиматора так, чтобы лучи, идущие из ее середины, образовывали пучок, параллельный плоскости главного сечения. Очевидно, что лучи, идущие от других точек щели, также образуют после прохождения коллиматорной линзы параллельные пучки, однако они составляют с плоскостью главного сечения некий угол, тем больший, чем дальше рассматриваемая точка от середины щели. Соответственно проекция луча на плоскость главного сечения отклоняется больше, чем луч, лежащий в этой плоскости, т. е. изображения спектральных линий становятся искривленными. Одним из существенных следствий кривизны спектральных линий является ухудшение качества изображения щели при наличии астигматизма. Астигматизм сам по себе не приводит к уменьшению разрешающей способности – изображение каждой точки щели рисуется отрезком прямой, параллельной щели, и не вызывает уширения. Иначе обстоит дело в случае, когда имеет место искривление изображения щели (рис. 2.7).

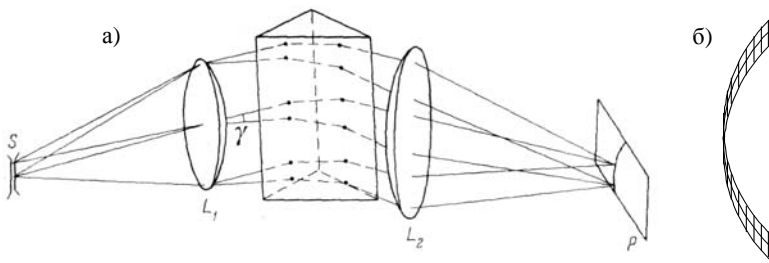


Рис. 2.7. Кривизна линий: а – ход лучей через призму; б – форма спектральной линии, вызванная совместным влиянием астигматизма и кривизны линий

### Глава 3. Дифракционная решетка

Регулярные дифракционные решетки представляют собой совокупность большого числа расположенных на равном расстоянии штрихов одинаковой формы, нанесенных на плоскую или сферическую поверхность. Первая дифракционная решетка, изобретённая Фраунгофером, представляла собой стеклянную пластину со штрихами, нанесенными алмазным резцом, и работала в проходящем свете. Такой тип решеток, состоящих из периодической последовательности щелей, разделенных непрозрачными промежутками, является простейшим примером *амплитудной* дифракционной решетки. В *фазовых* дифракционных решетках штрихам придается специальная форма, которая приводит к периодическому изменению фазы световой волны. Сегодня почти во всех дифракционных решетках, применяемых для спектральных исследований, используется дифракция при отражении. По способу изготовления решетки бывают нарезные (оригинальные), реплики (копии с оригинальных) и голографические, получаемые путем фотографирования интерференционных полос.

#### 1. Краткая теория

Рассмотрим сначала плоскую амплитудную решетку с периодом  $t$  и шириной непрозрачных и прозрачных участков  $a$  и  $b$  (рис. 2.8). Пусть на такую решетку нормально падает параллельный пучок света.

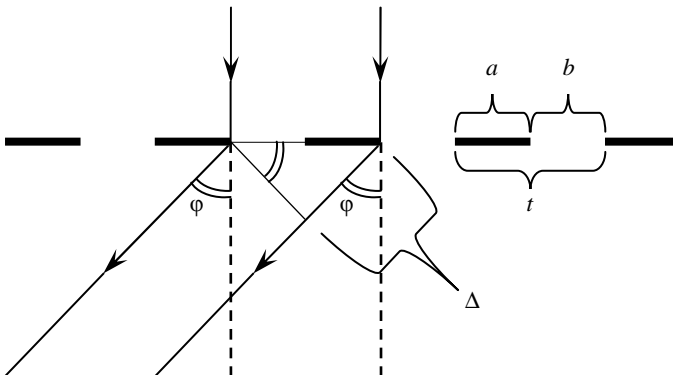


Рис. 2.8. Дифракция на прозрачной решетке

Результирующее колебание, обусловленное всеми дифрагированными в направлении  $\varphi$  волнами, есть интеграл от всех элементарных колебаний, прошедших через решетку и пропорционально

$$S \propto \int_0^L A(x) e^{2\pi i \frac{x \sin \varphi}{\lambda}} dx = \sum_{k=0}^{N-1} \int_{kx}^{kx+t} A(x) e^{2\pi i \frac{x \sin \varphi}{\lambda}} dx, \quad (2.3.1)$$

где  $A(x)$  – амплитуда электромагнитной волны в плоскости решетки на расстоянии  $x$  от края решетки перпендикулярно направлению штриха. Введем обозначение  $\Delta = t \sin \varphi$  – геометрическую разность хода между пучками, дифрагировавшими от соседних щелей:

$$S \propto \sum_{k=0}^{N-1} \int_0^t A(x) e^{2\pi i \frac{x \sin \varphi}{\lambda}} e^{2\pi i \frac{k\Delta}{\lambda}} dx = \left( \int_0^t A(x) e^{2\pi i \frac{x \sin \varphi}{\lambda}} dx \right) \cdot \left( \sum_{k=0}^{N-1} e^{2\pi i \frac{k\Delta}{\lambda}} \right).$$

Введем обозначения

$$u = \pi \frac{b \sin \varphi}{\lambda} \quad \text{и} \quad v = \pi \frac{\Delta}{\lambda}. \quad (2.3.2)$$

Как можно видеть, интеграл разбивается на произведение. Суть первого множителя – амплитуда волны, дифрагирующей в направлении  $\varphi$  на единичном штрихе. Хорошо известно, что в случае щели она пропорциональна  $\sin u/u$ . Второй множитель описывает угловое распределение энергии при интерференции одинаковых пучков света от  $N$  штрихов. Он представляет собой сумму первых  $N$  членов геометрической прогрессии с показателем  $e^{2iv}$ . Проведя суммирование, в итоге получим:

$$S = A \cdot \left( \frac{\sin u}{u} \right) \cdot \left( \frac{e^{2iNv} - 1}{e^{2iv} - 1} \right), \quad (2.3.3)$$

где  $A$  – множитель пропорциональности. Для получения углового распределения энергии (рис. 2.9 и 2.10) нужно умножить  $S$  на комплексно сопряженную величину  $S^*$ :

$$I = SS^* = A^2 \left( \frac{\sin u}{u} \right)^2 \left( \frac{\sin Nv}{\sin v} \right)^2 = A^2 \cdot I_1(u) \cdot I_2(v), \quad (2.3.4)$$

$$I_1(u) = \left( \frac{\sin u}{u} \right)^2 \quad \text{и} \quad I_2(v) = \left( \frac{\sin Nv}{\sin v} \right)^2. \quad (2.3.5)$$

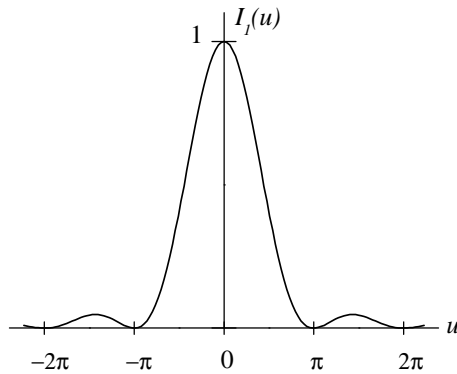


Рис. 2.9. Угловое распределение  $I_1(u)$  имеет максимум при  $u = 0$   
(получается при раскрытии неопределенности  $0/0$ )  
и нулевые значения при  $\sin u = 0$  ( $u \neq 0$ )

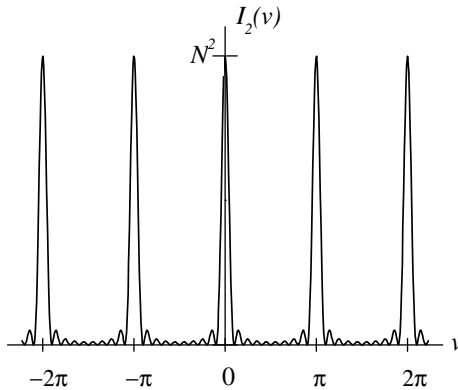


Рис. 2.10. Угловое распределение  $I_2(v)$ .  $\sin(v)$  обращается в нуль при  $v = m\pi$ , где  $m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$ . Раскрытие неопределенности показывает, что в этих случаях  $I_2(v)$  принимает максимальное значение: получаются дифракционные максимумы, которые называются главными. Дополнительные (или, как их еще называют, побочные) максимумы имеют при большом  $N$  практически нулевую интенсивность, и мы их рассматривать не будем



В случае отражающей амплитудной решетки разность хода между лучами, дифрагировавшими от соседних отражающих «штрихов» (рис. 2.11), равна

$$\Delta = \Delta_1 - \Delta_2 = t(\sin \psi + \sin \varphi), \quad (2.3.6)$$

для случая, когда углы  $\psi$  и  $\varphi$  лежат по одну сторону от нормали к решетке. Если  $\psi$  и  $\varphi$  лежат по разные стороны от нормали к решетке, соотношение остается верным, если считать, что углы падения и дифракции имеют разные знаки, если лежат по разные стороны от нормали к решетке.

Таким образом, переменные  $u$  и  $v$  в этом случае принимают вид:

$$u = \frac{\pi}{\lambda} b \cos \psi \sin(\varphi + \psi) \quad \text{и} \quad v = \frac{\pi}{\lambda} t(\sin \varphi + \sin \psi), \quad (2.3.7)$$

а условие главных максимумов:

$$t(\sin \psi + \sin \varphi) = m\lambda. \quad (2.3.8)$$

Если заданы угол падения  $\psi$  и период решетки  $t$ , положение главных максимумов зависит от длины волны  $\lambda$ . При этом каждой длине волны соответствует свой набор главных максимумов. Их нумеруют в соответствии с числом  $m$ , а число  $m$  называют **порядком спектра**. Для угла  $\varphi = -\psi$  будет наблюдаться нулевой дифракционный максимум, который не содержит разложения света в спектр. С обеих сторон от него будут располагаться спектры первого порядка ( $m = \pm 1$ ), второго ( $m = \pm 2$ ) и т. д.

Существенным недостатком подобного типа решеток является то, что энергетическое распределение имеет максимум при угле  $\varphi$ , равном углу зеркального отражения (рис. 2.12). При  $\varphi = -\psi$  как  $u$ , так и  $v$  одновременно обращаются в нуль независимо от значения  $\lambda$ . Основная яркость приходится на главный максимум нулевого порядка, т. е. не разложенный в спектр и, соответственно, неинформативный.

Если отражающая дифракционная решетка имеет профилированные штрихи (рис. 2.13), возникает дополнительная разность хода, которая зависит от высоты ступеньки штриха. В этом случае

$$u = \frac{\pi}{\lambda} b \cos \psi \sin(\varphi + \psi + 2\alpha). \quad (2.3.9)$$

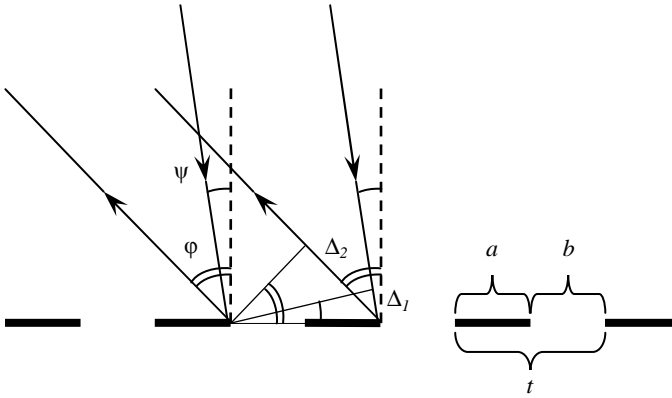


Рис. 2.11. Дифракция на отражающей амплитудной решетке

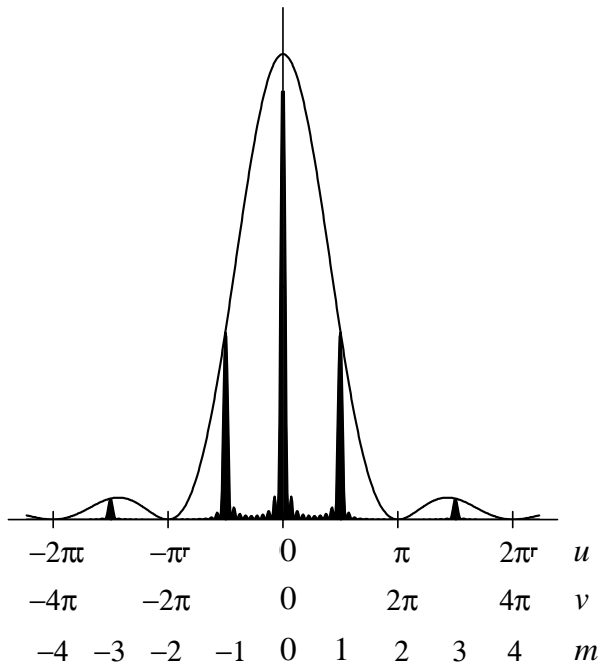


Рис. 2.12. Распределение яркости по порядкам дифракционной решетки для случая  $a = b$

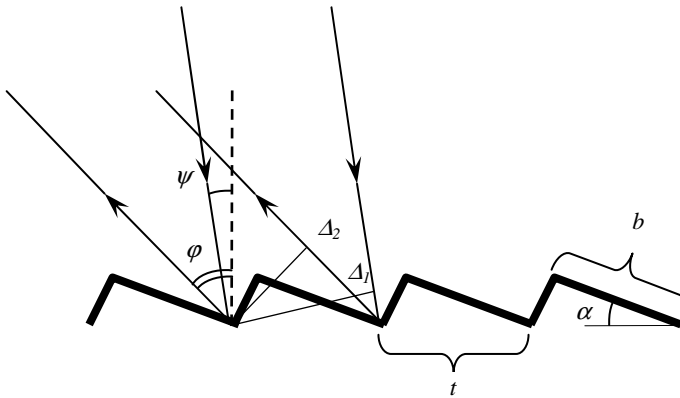


Рис. 2.13. Дифракция на отражающей фазовой решетке

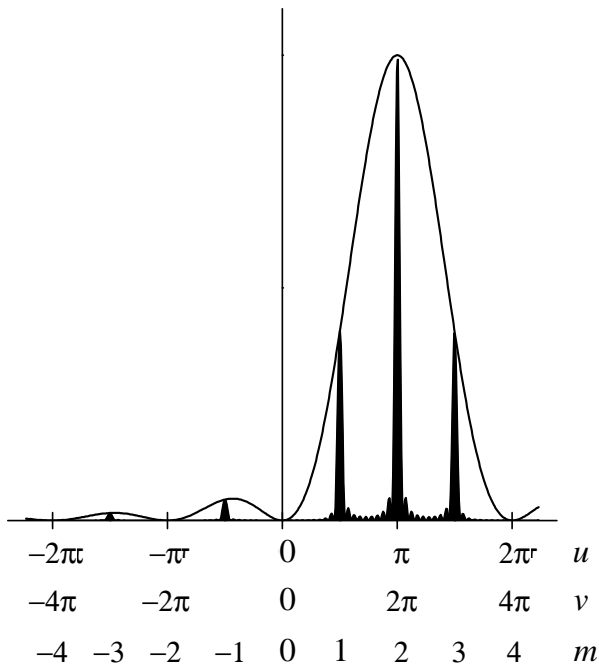


Рис. 2.14. Распределение яркости по порядкам профилированной дифракционной решетки

Главный максимум функции  $I_1(u)$  возникает при  $\varphi = -(\psi + 2\alpha)$ . Этот угол соответствует зеркальному отражению от грани штриха (*угол блеска*). При таком значении  $\varphi$  величина  $v$ , вообще говоря, отлична от нуля, т. е. нулевой порядок дифракционной решетки не совпадает с максимумом энергетического распределения для одного штриха (рис. 2.14). Если эта величина равна  $m\pi$ , то в направлении  $\varphi$  образуется дифракционный максимум  $m$ -го порядка. Таким образом, подбирая величину  $\alpha$ , можно получить максимальную концентрацию света в желаемом порядке дифракционной решетки.

Если решетка будет не строго периодической, то кроме основных дифракционных максимумов в спектре появятся дополнительные ложные спектральные линии, которые называются «духами» Роуланда. Они возникают из-за периодической ошибки шага винта делительной машины, на которой нарезаются решетки. Яркость этих линий в первом порядке спектра для изучаемой решетки составляет 0,1 % от яркости фактической линии.

## 2. Основные спектральные характеристики

### 1. Угловая дисперсия.

Угловая дисперсия решетки  $\frac{d\varphi}{d\lambda}$  может быть вычислена путем дифференцирования соотношения (2.3.8):

$$d[t(\sin \psi + \sin \varphi)] = m d\lambda$$

$$t \cos \varphi d\varphi = m d\lambda$$

и

$$\frac{d\varphi}{d\lambda} = \frac{m}{t \cos \varphi} = \frac{\sin \psi + \sin \varphi}{t \cos \varphi}. \quad (2.3.10)$$

Как видно из формулы, угловая (а следовательно, и линейная) дисперсия прямо пропорциональна порядку дифракции и обратно пропорциональна расстоянию между соседними штрихами. Поэтому чем больше требуется дисперсия, тем большее число штрихов необходимо иметь на единицу длины.

### 2. Область свободной дисперсии.

При заданных углах падения и дифракции условие главных максимумов (2.3.8) выполняется для многих длин волн, лишь бы произведение по-

рядка спектра  $m$  на длину волны  $\lambda$  сохранялось постоянным. Область свободной дисперсии для решетки определяется поэтому условием

$$m(\lambda + \Delta\lambda_0) = (m+1)\lambda$$

или

$$\Delta\lambda_0 = \frac{\lambda}{m}. \quad (2.3.11)$$

Например, в спектре второго порядка для длины волны  $\lambda = 500$  нм область свободной дисперсии  $\Delta\lambda_0$  составляет 200 нм и простирается в обе стороны от рабочей длины волны, т. е. в области спектра от 400 нм до 600 нм во втором порядке мы не встретим длину волны 400 нм третьего порядка.

### 3. Разрешающая способность.

Угловое расстояние между главным максимумом и ближайшим к нему минимумом можно определить, полагая для них

$$v_1 = m_1\pi/N \quad v_2 = (m_2 + 1)\pi/N ,$$

откуда

$$v_2 - v_1 = \frac{\pi}{\lambda}(\sin \varphi_2 - \sin \psi)t - \frac{\pi}{\lambda}(\sin \varphi_1 - \sin \psi)t ,$$

$$v_2 - v_1 = \frac{\pi}{\lambda}(\sin \varphi_2 - \sin \varphi_1)t ,$$

$$\sin \varphi_2 - \sin \varphi_1 = \lambda/tN . \quad (2.3.12)$$

Поскольку  $\lambda/tN \ll 1$ , выражение принимает вид

$$\cos \varphi \cdot \delta\varphi = \lambda/tN . \quad (2.3.13)$$

Согласно критерию Рэлея, величина  $\delta\varphi$  представляет собой минимальное угловое расстояние между спектральными линиями, разрешаемыми с помощью данной решетки. Соответствующее расстояние в длинах волн найдем, воспользовавшись формулой для угловой дисперсии:

$$\delta\lambda = \frac{\delta\varphi}{d\varphi/d\lambda} = \frac{t \cos \varphi}{m} \delta\varphi = \frac{\lambda}{Nm} . \quad (2.3.14)$$

Отсюда теоретическая разрешающая способность решетки определяется равенством

$$R_{\text{теор}} = mN. \quad (2.3.15)$$

В отличие от дисперсии, зависящей от числа штрихов на единицу длины решетки, разрешающая сила в данном порядке пропорциональна только общему числу штрихов, т. е. фактически разрешающая способность зависит от ширины решетки и, как, впрочем, и для любого другого диспергирующего элемента, определяется фраунгоферовской дифракцией на прямоугольном отверстии, границами которого являются края диспергирующего элемента.

## Глава 4. Интерферометр Фабри – Перо

Интерферометр Фабри – Перо используется в качестве спектрального прибора высокой разрешающей силы. Он разработан в 1896 году двумя французскими физиками Фабри и Перо.

Интерферометр Фабри – Перо состоит обычно из двух кварцевых или стеклянных пластин, установленных параллельно друг другу. Обращенные внутрь поверхности пластин покрыты отражающими металлическими или диэлектрическими слоями, частично пропускающими свет. При сборке и юстировке интерферометра эти поверхности устанавливаются взаимно параллельно с точностью до 0,01 длины световой волны. Интерферометр с фиксированным расстоянием между пластинами называют *эталоном* Фабри – Перо.

### 1. Краткая теория

*Сходящийся* или *расходящийся* монохроматический световой пучок, вошедший в интерферометр, расщепляется на каждой из зеркальных поверхностей на два пучка — прошедший и отраженный (рис. 2.15). В результате многократных отражений от полупрозрачных поверхностей образуется ряд параллельных пучков, которые, интерферируя друг с другом, создают в фокальной плоскости объектива, установленного за интерферометром, систему резких концентрических колец.

Рассмотрим случай, когда зеркала разделены воздушным промежуток. Разность хода между соседними пучками равна (рис. 2.16):

$$\Delta = AB + BC - AD = 2AB - AC \sin \varphi$$

$$\Delta = \frac{2h}{\cos \varphi} - 2h \frac{\sin^2 \varphi}{\cos \varphi} = 2h \cos \varphi, \quad (2.3.1)$$

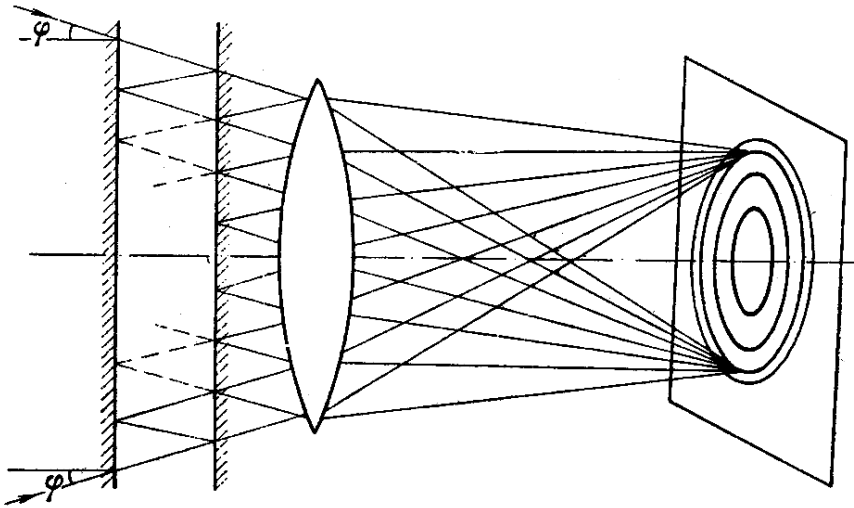


Рис. 2.15. Схема образования интерференционных колец в интерферометре Фабри – Перо

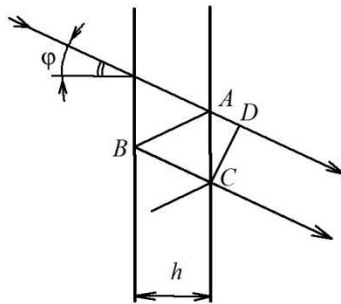


Рис. 2.16. Схема, поясняющая расчет разности хода соседних пучков

где  $\varphi$  – угол падения волны,  $h$  – расстояние между пластинами. Величину  $h$  называют **толщиной** интерферометра.

Условие образования интерференционных максимумов имеет вид

$$2h \cos \varphi = m\lambda. \quad (2.3.2)$$

Это условие выполняется для всех лучей, составляющих угол  $\varphi$  с нормалью к поверхности интерферометра. Поэтому, если за интерферометром

поместить линзу и освещать его сходящимся или расходящимся пучком, то в фокальной плоскости линзы образуется ряд ярких колец, соответствующих различным  $m$ .

Пусть оба зеркала характеризуются одинаковыми коэффициентами отражения  $R$ , поглощения  $G$  и пропускания  $T$  ( $R + G + T = 1$ ). Поскольку это коэффициенты для интенсивностей, то соответствующие коэффициенты для амплитуды будут  $\sqrt{R}$ ,  $\sqrt{G}$  и  $\sqrt{T}$ . Уравнение для световой волны, падающей на интерферометр, может быть записано в виде

$$S = Ae^{i(\omega t + \varphi_0)}. \quad (2.3.3)$$

Для первого пучка, прошедшего через два зеркальных слоя без отражений, можно записать:

$$S_1 = T \cdot Ae^{i(\omega t + \varphi_1)}. \quad (2.3.4)$$

Для второго пучка, который кроме двух проходов через зеркала испытал и два отражения, имеем:

$$S_2 = TR \cdot Ae^{i(\omega t + \varphi_1 + \delta)}, \quad (2.3.5)$$

где  $\delta = 2\pi\Delta/\lambda$  – изменение фазы колебания в результате прохождения пучком разности хода  $\Delta$ . Для  $k$ -го пучка

$$S_k = TR^{k-1} \cdot Ae^{i(\omega t + \varphi_1 + (k-1)\delta)}. \quad (2.3.6)$$

Для получения окончательного результата произведем суммирование всех колебаний (эта сумма представляет собой бесконечную геометрическую прогрессию):

$$S = \sum_{k=1}^{\infty} S_k = \frac{T}{1 - R \cdot e^{i\delta}} \cdot Ae^{i(\omega t + \varphi_1)}. \quad (2.3.7)$$

Для нахождения интенсивности света, прошедшего через интерферометр, умножим эту величину на комплексно-сопряженную:

$$I = SS^* = I_0 \frac{T^2}{(1 - R^2) + 4R \sin^2(\delta/2)}. \quad (2.3.8)$$

Полученное выражение носит название формулы Эйри. График этой функции для различных значений  $R$  приведен на рис. 2.17. При выводе этой формулы мы не учли возможных изменений фазы при отражении, однако, поскольку они эквивалентны незначительному изменению толщины интерферометра, они не влияют на конечный результат.



## 2. Основные спектральные характеристики

### 1. Угловая дисперсия.

Угловая дисперсия интерферометра  $\frac{d\varphi}{d\lambda}$  может быть вычислена путем дифференцирования соотношения (2.3.2):

$$\frac{d\varphi}{d\lambda} = -\frac{m}{2h \sin \varphi} = -\frac{1}{\lambda \cdot \operatorname{tg} \varphi}. \quad (2.3.9)$$

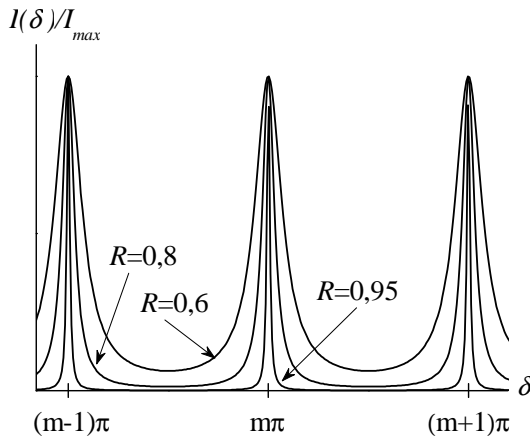


Рис. 2.17. Распределение относительных интенсивностей  $I(\delta)/I_{\max}$  в интерференционной картине эталона при разных коэффициентах отражения зеркал  $R$ . Максимумы функции  $I(\delta)$  имеют место при  $\delta/2 = m\pi$

Знак минус показывает, что с ростом угла наблюдения  $\varphi$  уменьшается длина волны, для которой имеет место соответствующий максимум. Из формулы следует, что угловая дисперсия интерферометра не зависит от его параметров (в отличие от призмы и решетки) и определяется исключительно углом падения  $\varphi$  интерферирующих лучей, т. е. для всех интерферометров Фабри – Перо при одном и том же угле  $\varphi$  (но различных порядках интерференции  $m$ ) угловая дисперсия будет одинакова. Вблизи нормали дисперсия обращается в бесконечность.

## 2. Область свободной дисперсии.

При заданных углах падения и дифракции условие главных максимумов (2.3.2) выполняется для многих длин волн, лишь бы произведение порядка спектра  $m$  на длину волны  $\lambda$  сохранялось постоянным. Область свободной дисперсии для интерферометра (ее также называют **постоянной интерферометра Фабри – Перо**) определяется поэтому условием

$$m(\lambda + \Delta\lambda_0) = (m+1)\lambda, \quad (2.3.10)$$

или

$$\Delta\lambda_0 = \frac{\lambda}{m} = \frac{\lambda^2}{2h \cos \varphi} \approx \frac{\lambda^2}{2h}. \quad (2.3.11)$$

Она представляет собой спектральный интервал, в пределах которого наложение соседних порядков еще не имеет места. Эта величина определяет требования к степени монохроматичности исследуемого излучения; в пределах интервала  $\Delta\lambda$  можно исследовать структуру излучения, т. е. различать две или несколько спектральных линий.

## 3. Разрешающая способность.

При определении разрешающей способности интерферометра Фабри – Перо мы не можем пользоваться критерием Рэлея, так как аппаратный контур в этом случае не имеет побочных максимумов и минимумов. Обычно считают, что интерферометр разрешает две линии, расположенные на расстоянии  $\delta\lambda$ , равном плуширине этих линий. Для нахождения  $\delta\lambda$  воспользуемся формулой (2.3.8), положив в ней  $I/I_{\max} = 1/2$ . Если максимум аппаратного контура соответствует  $\delta/2 = m\pi$ , то точке контура, где  $I/I_{\max} = 1/2$ , соответствует  $\delta/2 = (m + \Delta m)\pi$  ( $\Delta m$  – небольшая дробная доля порядка), поскольку  $\Delta m$  – мало:

$$|\sin(m + \Delta m)\pi| = |\sin \Delta m\pi| \approx |\Delta m\pi|. \quad (2.3.12)$$

Подставляя в (2.3.8)  $\sin^2(\delta/2) = (\Delta m\pi)^2$  и учитывая, что расстояние  $\delta m$  между двумя линиями, находящимися на пределе разрешения, равно удвоенному расстоянию  $\Delta m$ , получим для малых углов падения света на интерферометр:

$$R = \frac{\lambda}{\delta\lambda} = \left| \frac{m}{\Delta m} \right| = \frac{2h}{\lambda} \frac{\pi\sqrt{R}}{1-R}. \quad (2.3.13)$$

Таким образом, разрешающая сила интерферометра прямо пропорциональна толщине эталона. По аналогии с формулой для дифракционной решетки можно записать:

$$R = \frac{2h}{\lambda} \cdot \frac{\pi\sqrt{R}}{1-R} = m \cdot N_{эфф}. \quad (2.3.14)$$

Здесь,  $N_{эфф}$  – эффективное число пучков, т. е. число пучков одинаковой интенсивности, которое по разрешающей силе эквивалентно бесконечной последовательности пучков убывающей интенсивности. Сравнивая (2.3.14) и (2.3.11), видим, что расстояние между соседними максимумами для интерферометра Фабри – Перо в  $N_{эфф}$  раз больше, чем разрешимый спектральный интервал.

### 3. Методика измерений

Исходя из выражения для условия образования интерференционных максимумов (2.3.2), можно получить соотношения для определения длины волны излучения  $\lambda$  и расстояния между линиями в спектре  $\Delta\lambda$ .

Интерференционные максимумы в фокальной плоскости объектива, установленного за интерферометром, имеют вид резких концентрических колец. Если  $f$  – фокусное расстояние объектива,  $D_{m,\lambda}$  – диаметр светлого кольца порядка  $m$  для длины волны  $\lambda$ , а угол  $\varphi$  не слишком велик, то  $\varphi_{m,\lambda} = D_{m,\lambda}/2f$ , откуда следует соотношение для определения длины волны излучения:

$$\begin{aligned} \frac{\lambda}{2h} &= \cos \varphi_{m,\lambda} - \cos \varphi_{m-1,\lambda} \approx \frac{1}{2} (\varphi_{m-1,\lambda}^2 - \varphi_{m,\lambda}^2), \\ \lambda &= \frac{h}{4f^2} (D_{m-1,\lambda}^2 - D_{m,\lambda}^2). \end{aligned} \quad (2.3.15)$$

Аналогично расстояние между линиями в спектре  $\Delta\lambda$  определяется выражением

$$\begin{aligned} \Delta\lambda = \lambda_1 - \lambda_2 &= \frac{2h}{m} (\cos \varphi_{m,\lambda_1} - \cos \varphi_{m,\lambda_2}) \approx \frac{\lambda}{2} (\varphi_{m,\lambda_2}^2 - \varphi_{m,\lambda_1}^2), \\ \Delta\lambda &= \frac{\lambda}{8f^2} (D_{m,\lambda_2}^2 - D_{m,\lambda_1}^2). \end{aligned} \quad (2.3.16)$$

## Глава 5. Светофильтры

При проведении исследований с применением оптических методов часто возникает необходимость выделить (отфильтровать) из широкого спектра некоторый спектральный интервал длин волн (полосу), отрезать часть спектра, мешающую в измерениях, или уменьшить интенсивность попадающего на регистрирующее устройство (датчик) излучения.

Перечислим некоторые характерные примеры задач, когда приходится производить фильтрацию излучения:

- выделение спектрального диапазона, лежащего в области *свободной дисперсии* спектральных приборов;
- при наблюдении за удаленными объектами часто приходится использовать оранжевые фильтры, чтобы устранить «дымку», возникающую вследствие рассеяния атмосферой коротковолновой части видимого излучения;
- выделение узкого спектрального диапазона, в котором находится характеристическая линия или полоса интересующего исследователя элемента, молекулы или радикала. Регистрируя изображение объекта в выбранных спектральных диапазонах, можно определить распределение соответствующего вещества, температуры, определить зоны, в которых протекают химические процессы с участием этих элементов, молекул или радикалов;
- отсечение теплового излучения для уменьшения нагрева исследуемого объекта зондирующим излучением или отсечение ультрафиолетового излучения, которое может влиять на характеристики изучаемого объекта, в том числе вызывать флюоресценцию и деструкцию веществ, из которых изготовлен объект;
- выделение линии излучения на фоне сплошного спектра излучения с целью получения пространственного распределения интересующего исследователя вещества и его физических характеристик. Например, выделяя линию  $H_{\alpha}$ , астрофизики получают распределение плотности атомарного водорода в солнечной атмосфере и ее температуры;
- выделение излучения с определенной поляризацией. Например, для устранения бликов, возникающих при отражении от диэлектрических поверхностей;
- устанавливая полосовые фильтры в резонатор лазера, можно осуществлять селекцию длины волны генерируемого излучения. Этот метод используется в схемах, так называемых, одночастотных лазеров.

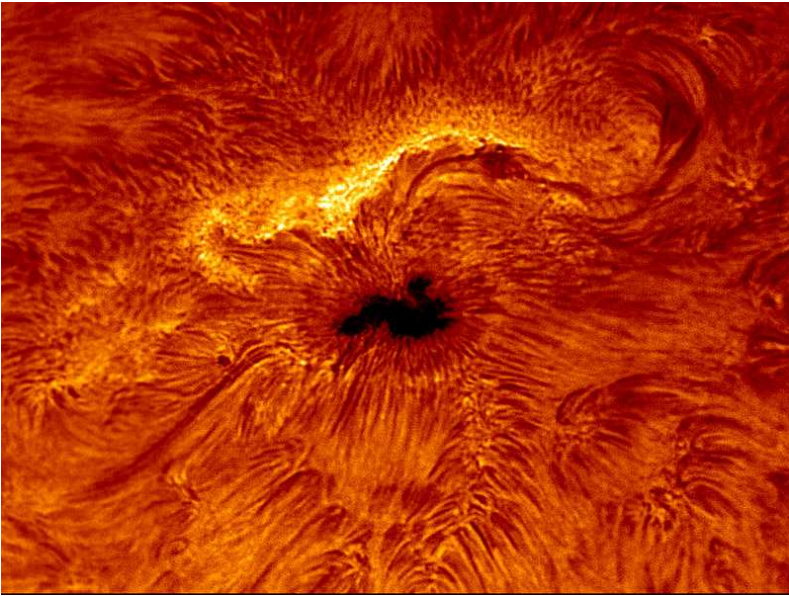


Рис. 2.18. Фотография солнечного пятна, полученного с помощью интерференционного фильтра

На рис. 2.18 показана фотография солнечного пятна, полученного с помощью интерференционного фильтра, пропускающего линию атомарного водорода  $H_\alpha$  с полосой пропускания 0,06 нм.

Использование дифракционных или призмных монохроматоров в целях оптической фильтрации не всегда возможно. Так, например, невозможно с помощью монохроматора получить монохроматическое изображение исследуемого объекта. Другое ограничение, присущее монохроматорам, – их относительно низкая светосила. Светосилой называется отношение диаметра объектива (коллиматора в случае монохроматора) к его фокусному расстоянию. Чем больше светосила, тем ярче изображение спектра. Одновременно с увеличением светосилы прибора ухудшается пространственное спектральное разрешение, пропорциональное фокусному расстоянию коллиматора. Кроме перечисленных недостатков, монохроматоры достаточно громоздки и дороги. Поэтому для фильтрации спектра часто применяют светофильтры. Уступая по степени монохроматизации света спектральным приборам высокой разрешающей силы – монохроматорам (типичная величина спектрального разрешения дифракционных монохроматоров  $\Delta\lambda/\lambda$  имеет порядок  $10^{-3} \div 10^{-4}$ ), светофильтры широко применяются для относительно грубой фильтрации излучения. При этом светофильтры обладают значительно большей светосилой, а также

позволяют работать с большими сечениями фильтруемых световых пучков.

### 1. Краткая теория

По виду спектральной характеристики светофильтры подразделяются на полосовые и отрезающие (рис. 2.19, *а*, *б*). Основными параметрами полосового фильтра являются: прозрачность  $T_0$  в максимуме полосы пропускания  $T_0 = I_0 / I_{\text{пад}}$ , где  $I_0$  – интенсивность прошедшего излучения,  $I_{\text{пад}}$  – падающего; рабочая длина волны  $\lambda_0$ , ширина полосы  $\Delta\lambda$  на половине максимальной прозрачности. Прозрачность  $T_\phi$  за пределами полосы (фон) и контрастность, выражаемая отношением  $T_0/T_\phi$ . Величина  $\lambda_0/\Delta\lambda$ , называемая добротностью фильтра  $Q$ , в простейших случаях составляет  $Q \sim 10 \div 100$ . В применении к спектральным приборам величину  $\lambda_0/\Delta\lambda$  называют разрешающей способностью (силой). У спектральных приборов высокой разрешающей силы величина  $\lambda_0/\Delta\lambda$  достигает  $10^6 \div 10^7$ .

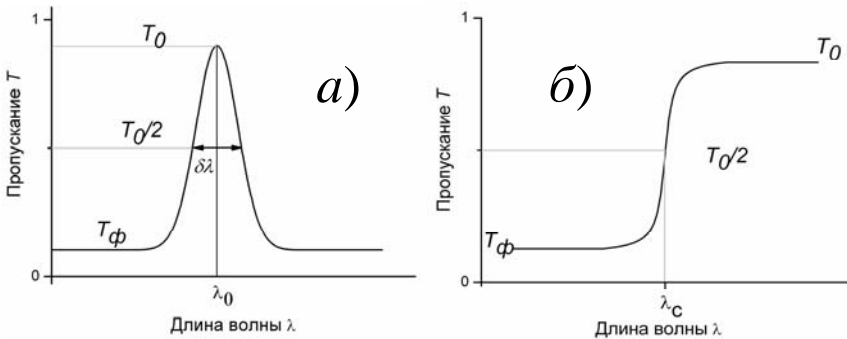


Рис. 2.19. Спектральные характеристики фильтров:  
*а* – полосового; *б* – отрезающего

Для отрезающих фильтров (см. рис. 2.19, *б*), кроме длины волны  $\lambda_c$  перехода от прозрачности к непрозрачности, важной величиной является крутизна спектральной характеристики. Отрезающие фильтры широко используются для устранения мешающего коротковолнового излучения, а также в комбинации с другими фильтрами.

Фильтры, предназначенные для ослабления излучения, а не для его монохроматизации, называются серыми или нейтральными, их оптическая плотность  $D = -\lg(T)$  в исследуемом спектральном диапазоне по возможности должна не зависеть от длины волны. На практике даже самые лучшие нейтральные светофильтры обладают некоторой селективностью.

Достаточно нейтральными в видимой и ближней ультрафиолетовой областях спектра являются тонкие пленки алюминия и платины, полученные путем напыления металла на стеклянную или кварцевую подложку.

По принципу действия фильтрующие устройства делятся на две группы. Первую образуют поглощающие (абсорбционные) светофильтры. Поглощение излучения в этих фильтрах может приводить к нежелательному нагреву фильтра и фотохимическим и механическим повреждениям в нем. Поэтому абсорбционные фильтры следует оберегать от излишнего облучения.

Действие фильтров второй группы основано на пространственном перераспределении излучения за счет дисперсии, отражения, рассеяния, дифракции, интерференции. Характеристики этих фильтров в большинстве критичны к направленности светового потока. Для обеспечения хороших параметров такие фильтры располагают по возможности в параллельном пучке лучей.

## 2. Абсорбционные светофильтры

Благодаря простоте изготовления и удобству использования поглощающие (абсорбционные) светофильтры широко распространены. Обычно это окрашенные стекла, пленки, растворы и т. п. Световой поток, прошедший через поглощающий слой, ослабляется в соответствии с законом Бугера:

$$I_{\text{прош}} = I_{\text{пад}} \exp(-k(\lambda)l). \quad (2.4.1)$$

Здесь  $k(\lambda)$  – коэффициент поглощения, а  $l$  – толщина слоя. В настоящее время наиболее употребительны стеклянные абсорбционные светофильтры. Известны отечественные наборы цветных стекол размером  $80 \times 80 \text{ мм}^2$  и  $40 \times 40 \text{ мм}^2$ , состоящие из 117 паспортизованных образцов. Стеклянные светофильтры обладают по сравнению с другими рядом преимуществ, к которым в первую очередь следует отнести устойчивость к световым и тепловым воздействиям, а также высокое оптическое качество. Ассортимент цветных стекол почти во всех случаях позволяет решать задачу предварительной монохроматизации или отсека нежелательной части спектра. Располагая друг за другом несколько стеклянных светофильтров, можно получить довольно узкополосные фильтры для всей видимой и ближней ультрафиолетовой части спектра.

Реже применяются жидкостные и газовые абсорбционные фильтры. Они используются преимущественно для ультрафиолетовой области, так как стеклянных светофильтров для нее практически нет. Воздух служит естественным газовым фильтром, действующим во всех спектроскопических исследованиях, проводимых с невакуумированной аппаратурой. Воз-

дух непрозрачен для области спектра с длиной, короче 180 нм, вследствие поглощения кислородом. В качестве газовых фильтров в видимом диапазоне могут использоваться некоторые молекулярные газы, например, бром, окись азота, пары йода. Однако эти вещества весьма агрессивны.

В качестве жидкостных фильтров могут использоваться как чистые жидкости, так и растворы, помещенные в специальные кварцевые кюветы. Например, раствор медного купороса в воде эффективно поглощает в красной и инфракрасной областях и хорошо пропускает коротковолновое излучение вплоть до ультрафиолетового.

Для оптических свойств полупроводников наиболее типично существование резкого края поглощения  $\lambda_c$  (рис. 2.20). Полупроводники непрозрачны для излучения с длиной волны, меньшей  $\lambda_c$ , и прозрачны для более длинноволнового излучения. Положение края поглощения определяется зонной структурой полупроводника и соответствует энергии перехода из валентной зоны в зону проводимости.

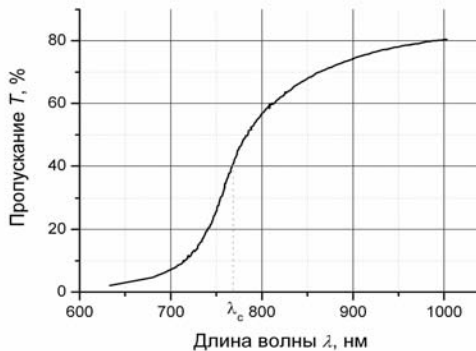


Рис. 2.20. Спектральное пропускание  $T$  пленки аморфного селена толщиной 2,06 мкм

Поэтому полупроводники являются прекрасными светофильтрами, обрезающими спектр с коротковолновой стороны. Большинство из них прозрачно лишь в инфракрасной области. Полупроводником, обладающим уникальным спектром пропускания с  $\lambda_c = 240$  нм и не имеющим полос поглощения в более длинноволновой области, является алмаз. В настоящее время выпускаются поликристаллические алмазные окна и пластинки с толщиной до 3 мм по CVD-технологии.



### 3. Отражающие светофильтры

Отражающие светофильтры изготавливаются путем нанесения металлических и диэлектрических покрытий на стеклянные или кварцевые подложки. Металлические пленки, наносимые в виде тонких слоев путем испарения в высоком вакууме или катодным распылением, применяются для приготовления нейтральных или селективных светофильтров. В отличие от абсорбционных фильтров, фильтры из металлических пленок ослабляют проходящий свет в основном в результате отражения от поверхности. Благодаря этому такие фильтры нагреваются излучением меньше, чем абсорбционные. Для получения нейтральных металлических слоев обычно используют платину, палладий или родий, реже алюминий. Тонкие металлические пленки серебра и щелочных элементов могут служить для выделения разных участков в ультрафиолетовой области спектра. На рис. 2.21 в качестве примера приведены спектральные зависимости коэффициентов отражения  $R$  для серебра и алюминия. Так, например, тонкие пленки серебра могут применяться для выделения излучения в области 310÷340 нм.

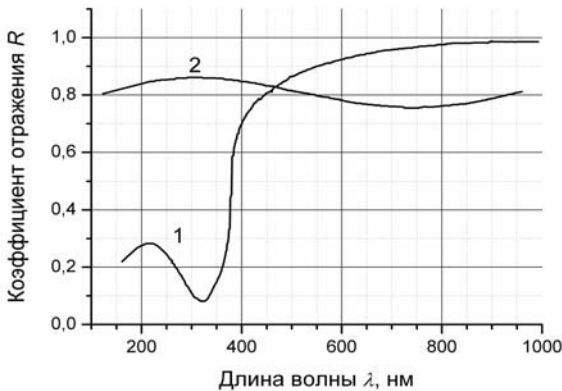


Рис. 2.21. Спектральные коэффициенты отражения: 1 – серебра; 2 – алюминия

Многослойные диэлектрические зеркала также принадлежат к отражательным светофильтрам. Методы многолучевой интерферометрии позволяют создавать на оптических поверхностях как отражающие, так и про-светляющие диэлектрические покрытия при очень малых потерях на поглощение. Зеркала подобного типа используются в лазерной технике.

Особый интерес в оптике представляют свойства однородной диэлектрической пленки, расположенной между двумя однородными средами (рис. 2.22).

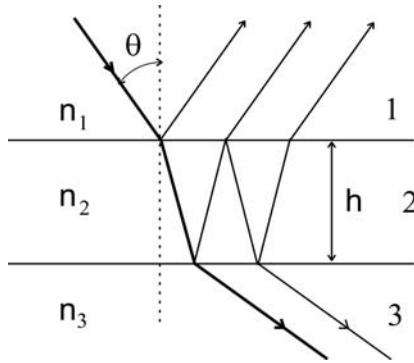


Рис. 2.22. Отражение плоской волны в плоскопараллельном слое диэлектрика

Отражательная способность такой пленки существенным образом зависит от показателей преломления  $n_1$ ,  $n_2$ ,  $n_3$ , а также от её толщины. В частном случае нормального падения световой волны ( $\theta = 0$ ) и при толщине  $n_2 h = \lambda_0/4$  отражательная способность  $R$  равна:

$$R = ((n_1 n_3 - n_2^2) / (n_1 n_3 + n_2^2))^2. \quad (2.4.2)$$

Коэффициент отражения  $R$  принимает нулевое значение, если  $n_2 = \sqrt{n_1 n_3}$ . С физической точки зрения при этом происходит погашение волн, отраженных от передней и задней поверхностей слоя, т. е. наступает «просветление». Технология такого просветления используется, например, при изготовлении объективов и окуляров. В этом случае длину волны  $\lambda_0$  обычно выбирают лежащей в зеленой области спектра. В результате такого просветления оптические элементы обычно приобретают синеватый оттенок, поскольку в коротковолновой области коэффициент отражения увеличивается. Для целей просветления оптики в видимой области спектра в качестве материала слоя 2 обычно используют фтористый магний  $\text{MgF}_2$  ( $n = 1,38$ ) или криолит  $\text{NaFAlF}_3$  ( $n = 1,35$ ) (среды 1 – воздух, 3 – стекло).

Из выражения (2.4.2) следует другое важное свойство четвертьволнового слоя – возможность увеличения отражения от поверхности по сравнению с отражением от той же поверхности без слоя. При выполнении условий

$$n_2^2 \gg n_1 n_3 \text{ или } n_2^2 \ll n_1 n_3 \quad (2.4.3)$$

величина  $R$  стремится к 1. На практике чаще всего не удается подобрать диэлектрики, удовлетворяющие соотношениям (2.4.3) и дающие прочные покрытия, прозрачные в нужной области спектра. Поэтому добиться высо-

ких коэффициентов отражения ( $R > 30\%$ ) нанесением одного слоя на стеклянную поверхность практически невозможно. Для изготовления зеркал с большим коэффициентом отражения применяют многослойные диэлектрические покрытия из чередующихся четвертьволновых слоев с высоким  $n_2$  и низким  $n_3$  показателями преломления (рис. 2.23), расположенными между двумя однородными средами с показателями преломления  $n_e$  и  $n_n$ . Как показывает расчет, отражательная способность такой системы с общим числом слоев  $2N$  и при нормальном падении равна

$$R_{2N} = \left[ (1 - n_n / n_e (n_2 / n_3)^{2N}) / (1 + n_n / n_e (n_2 / n_3)^{2N}) \right]^2. \quad (2.4.4)$$

Отсюда следует, что для фиксированного числа двойных слоев  $N$  отражательная способность  $R_{2N}$  растет при увеличении соотношения  $n_2/n_3$ , а для фиксированного значения этого отношения  $R_{2N}$  увеличивается с ростом  $N$ .

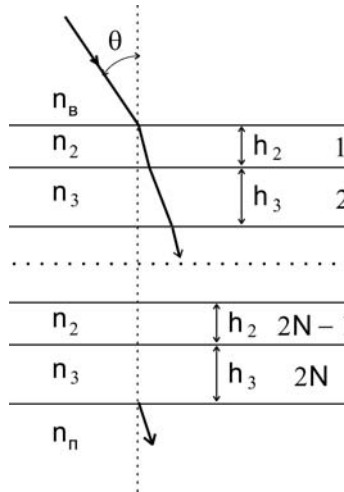


Рис. 2.23. Периодическая многослойная система ( $n_2 h_2 = n_3 h_3 = \lambda/4$ ):

$n_e$  и  $n_n$  – показатели преломления воздуха и подложки,  
справа приведены номера слоев от 1 до  $2N$

На практике, однако, при превышении некоторого числа слоев, зависящего от технологии, отражение начинает ухудшаться за счет возрастания рассеяния и поглощения. Ширина  $\Delta\lambda$  области высокого отражения многослойного зеркала, составленного из четвертьволновых слоев, также зависит от  $n_2/n_3$ : чем это отношение больше, тем шире область высокого отражения. Зависимости коэффициентов отражения  $R(\lambda/\lambda_0)$  показаны на рис. 2.24.

Отражение света от многослойного диэлектрического зеркала с точки зрения физической оптики представляет собой не что иное, как дифракцию света на объемной решетке, образованной периодически расположенными рассеивающими плоскостями (рис. 2.25). Как известно, дифракция на объемных решетках осуществляется в соответствии с законом Брэгга:

$$2d \sin \theta = \lambda. \quad (2.4.5)$$

Для объемной решетки выбор угла падения определяет и угол, и длину волны дифракции. Максимум дифракции возникает, когда углы, образованные падающим и отраженным лучами с рассеивающими плоскостями, равны (как показано на рис. 2.25), причем угол удовлетворяет условию (2.4.5).

Закон Брэгга обуславливает селективность по отношению к длине волны падающего излучения при заданных значениях  $\theta$  и  $d$ . Объемные решетки в конденсированной среде могут создаваться как методами акустооптики путем возбуждения в веществе акустических волн, так и методами голографии путем записи в объеме фоточувствительного материала интерференционной картины.

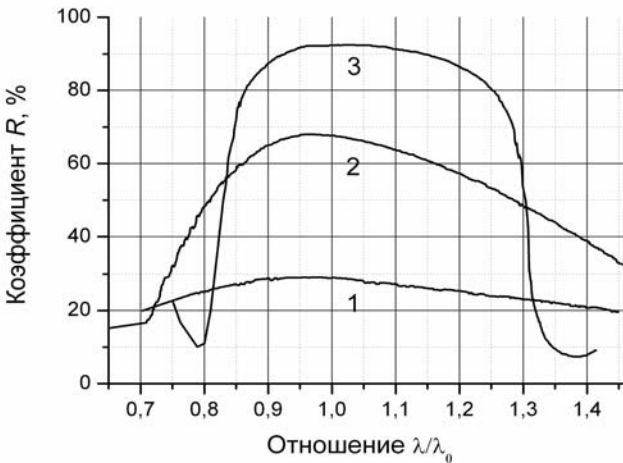


Рис. 2.24. Кривые отражения многослойных диэлектрических зеркал с показателями преломления слоев  $n_2 = 2,3$ ;  $n_3 = 3,8$ , напыленных на стекло ( $n_n = 1,52$ ) начиная со слоя  $n_2$ : 1 – один слой, 2 – три слоя, 3 – девять слоев

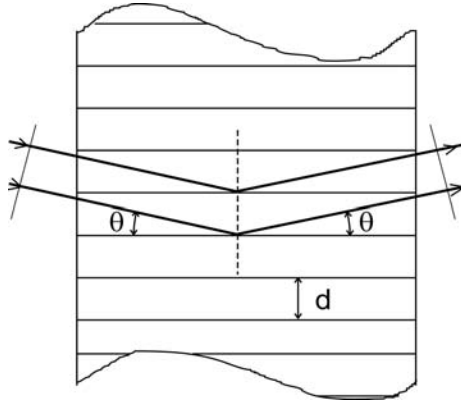


Рис. 2.25. Дифракция света на объемной решетке

Вне зависимости от способа и создания объемной фазовой решетки их дифракционная эффективность (д. э.) по отношению к отражаемому ими световому потоку может достигать 100 %. Так, например, д. э. отражательной голограммы описывается выражением

$$I_{\text{отп}} / I_{\text{пад}} = th^2(\pi \Delta n T / \lambda), \quad (2.4.6)$$

где  $\Delta n$  – амплитуда модуляции показателя преломления голограммы,  $T$  – толщина голограммы. Из (2.4.6) видно, что д. э. асимптотически приближается к 1 по мере увеличения произведения  $\Delta n T$ . При отклонении длины волны света от той, которая удовлетворяет условиям Брэгга (2.4.5), д. э. резко уменьшается. Ширина основного дифракционного максимума может составлять несколько нанометров. Благодаря такой высокой спектральной селективности отражательных голограмм для их освещения (восстановления) можно применять источники белого света. Однако такая голограмма также представляет собой и узкополосный отражательный светофильтр.

#### 4. Интерференционные светофильтры

В настоящее время очень широкое распространение получили интерференционные светофильтры (ИС), представляющие собой интерферометр Фабри – Перо с очень малым диэлектрическим промежутком между зеркалами (порядка нескольких длин волн). Простота и удобство при использовании ИС сочетаются с возможностью выделения излучения любой длины волны от вакуумного ультрафиолета ( $\lambda \sim 100$  нм) до ИК-области спектра с хорошей избирательностью.

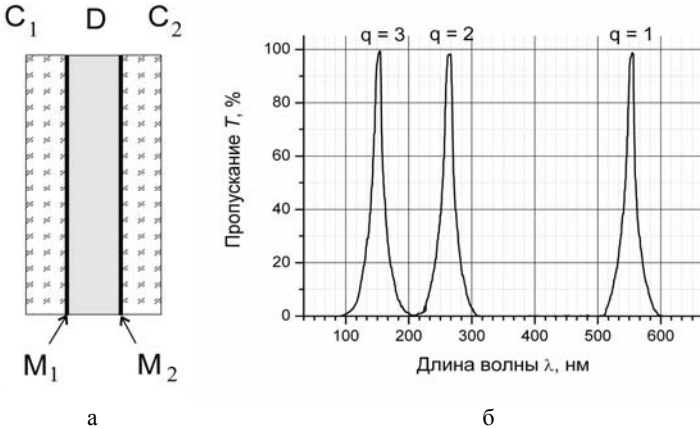


Рис. 2.26. интерференционные светофильтры:  
 а – конструкция; б – кривая пропускания ИС толщиной  $nh = 280$  нм

ИС изготавливается путем нанесения на полированную стеклянную или кварцевую подложку  $C_1$  (рис. 2.26, а) двух отражающих покрытий  $M_1$  и  $M_2$ , разделенных тонким слоем диэлектрика  $D$  толщины  $h$ .

Для защиты от механических повреждений и выделения нужной полосы пропускания нанесенные слои покрываются второй стеклянной пластинкой  $C_2$  из цветного стекла (абсорбционным светофильтром). Зеркала  $M_1$  и  $M_2$  могут быть как металлическими, так и многослойными диэлектрическими.

Падающее на такой ИС излучение, как и в интерферометре Фабри – Перо, испытывает многократные отражения от зеркальных поверхностей  $M_1$  и  $M_2$ . На выходе из ИС образуется бесконечная последовательность убывающих по амплитуде, интерферирующих между собой лучей с равной разностью хода между ними. Выражения для разности хода (сдвига по фазе) и распределения интенсивности в спектре пропускания совершенно аналогичны соответствующим выражениям для интерферометра Фабри – Перо, т. е. сдвиг по фазе между соответствующими интерферирующими лучами определяется выражением

$$\delta = \frac{4\pi}{\lambda} nh \cos \theta + 2\varphi, \quad (2.4.7)$$

где  $n$  – показатель преломления вещества между зеркалами,  $\theta$  – угол отражения от зеркальных поверхностей  $M_1$  и  $M_2$ ,  $\varphi$  – сдвиг фазы при внутреннем отражении.

Пропускание ИС в случае идентичных зеркальных покрытий описывается функцией Эйри:

$$T_{ис} = (1 - A / (1 - R))^2 / (1 + F \sin^2(\delta / 2)), \quad (2.4.8)$$

где  $R$  – коэффициент отражения,  $A$  – потери на зеркалах и в диэлектрике, параметр  $F = 4R/(1 - R)^2$ .

Из (2.4.8) следует, что при нормальном падении ( $\theta = 0$ ) белого света на ИС в прошедшем свете появляются максимумы интенсивности на длинах волн  $\lambda_q$ , удовлетворяющих условию  $\delta = 2\pi q$ , где  $q$  – целое число, т. е.

$$\lambda_q = 2nh / (q - \phi / \pi). \quad (2.4.9)$$

Если оптическая толщина пластинки составляет одну или несколько полуволин видимого света, то полосы пропускания в видимой области принадлежат низким порядкам и широко разнесены по длинам волн (рис. 2.26, б). Поэтому обычно можно не пропускать все эти полосы, кроме одной, либо при помощи вспомогательных абсорбционных фильтров, либо воспользовавшись селективной реакцией фотоприемника.

Важными характеристиками ИС служат максимальное пропускание

$$T_{\max} = (1 - A / (1 - R))^2 \quad (2.4.10)$$

и ширина полосы пропускания  $(\Delta\lambda)_q$  по уровню  $1/2T_{\max}$ . Для оценки ширины  $(\Delta\lambda)_q$  можно пользоваться выражением:

$$(\Delta\lambda)_q \cong 4\lambda_q / \pi q \sqrt{F} = \lambda_q (1 - R) / \pi q \sqrt{F}. \quad (2.4.11)$$

Из (2.4.10) и (2.4.11) видно, что более узкополосные ИС должны изготавливаться с применением высокоотражающих покрытий ( $R \sim 1$ ), однако при этом они обладают меньшим пропусканием.

В настоящее время промышленно изготавливаются ИС с ширинами полос от единиц до десятков нм с максимальным пропусканием, достигающим 90 %. Следует отметить, что наибольшая величина пропускания при данной полуширине достигается с применением отражающих покрытий, состоящих из диэлектрических пленок. Например, ИС, изготовленный с применением диэлектрических покрытий из сульфида цинка и криолита, при величине пропускания 50 % ( $\lambda = 660$  нм) имеет ширину  $\Delta\lambda = 4$  нм (при ширине  $\Delta\lambda = 13$  нм пропускание достигает 90 %). Составляя аналогично сложным эталонам Фабри – Перо мультиплексные фильтры, можно увеличивать фильтрующую способность ИС. При этом ширина полосы пропускания в основном определяется фильтром высокого порядка, а устранение добавочных максимумов достигается фильтром низкого порядка.

Часто такие сложные ИС изготавливают на одной подложке, комбинируя отражающие и промежуточные слои.

Как следует из (2.4.7) и (2.4.8), положение максимума полосы пропускания ИС зависит от угла падения света. Этим можно пользоваться для небольшого (несколько полуширин) смещения полосы пропускания фильтра в коротковолновую сторону. На практике фильтры низшего порядка можно перестроить путем наклона примерно на 10 нм. Узкополосные фильтры более высокого порядка допускают перестройку длины волны не более чем на  $1 \div 2$  нм. Однако следует иметь в виду, что при этом растет ширина полосы пропускания, а при больших углах наклона происходит расщепление полосы. Это связано с различием в фазовых сдвигах при отражении компонент, поляризованных в плоскости падения и нормально к ней ( $S$ - и  $P$ -компоненты). Для фильтров с широкой полосой пропускания расщепление наступает при углах наклона, больших  $30^\circ$ , и может достигать нескольких десятков нанометров (рис. 2.27). У узкополосных ИС оно может наблюдаться и при меньших углах.

Подобное разделение луча бывает полезным, так как позволяет получать монохроматическое линейно-поляризованное излучение. Наличие металлических слоев в ИС не влияет на степень поляризации.

При использовании в качестве подложки ИС прозрачной слюды максимумы в спектре пропускания также раздваиваются вследствие различия показателей преломления  $n_o$  и  $n_e$  обыкновенного и необыкновенного лучей. Измеряя величину расщепления  $\Delta\lambda_q$  в спектре  $q$ -го порядка, можно вычислить  $\delta n = n_o - n_e = (1 - q) \Delta\lambda_q / 2h$  и исследовать зависимость этой разности от длины волны.

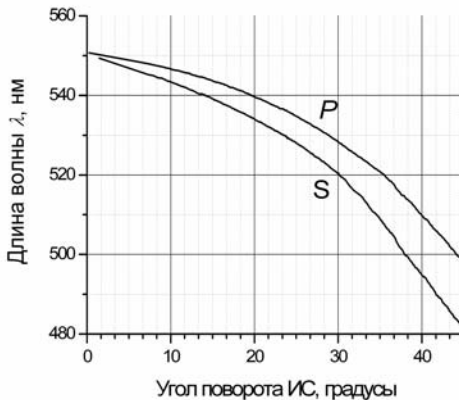


Рис. 2.27. Зависимость положения максимума полосы пропускания для  $S$ - и  $P$ -компонент светового пучка от угла его падения на ИС ( $\theta$  – угол преломления)



## Часть 3. Лабораторные работы

### Работа 5.1. Изучение призмного спектрометра

**Цель работы:** ознакомиться с работой спектральных приборов на примере спектрометра, оснащенного призмой в качестве диспергирующего элемента.

**Оборудование:** монохроматор УМ-2, цифровая фотокамера, источники света – ртутная люминесцентная лампа и натриевая лампа.

#### 1. Описание установки

В данной работе используется монохроматор УМ-2, снабженный призмой Аббе. Оптическая схема монохроматора приведена на рис. 3.1. Действующее сечение пучка – 45 мм. В монохроматоре применяются два одинаковых ахроматических объектива с фокусом 280 мм. Призма вращается с помощью винта, на барабане которого нанесены деления в произвольных единицах.

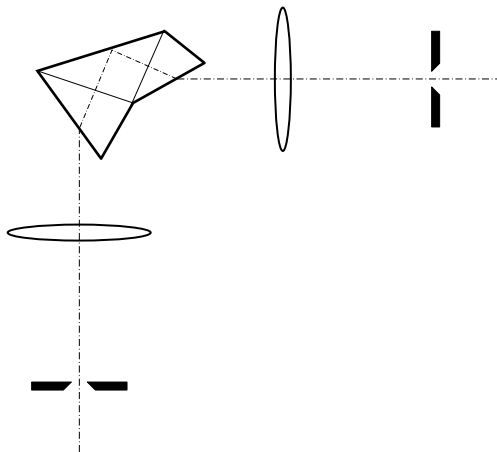


Рис. 3.1. Оптическая схема монохроматора УМ-2

У монохроматора вместо выходной щели стоит цифровая ПЗС-видеокамера (рис. 3.2). Это позволяет в плоскости щели наблюдать разложенное в спектр излучение. Таким образом, из *монохроматора* получается *спектрометр*. Размер матрицы видеокамеры 6,6 x 4,9 мм, разрешение – 1392 x 1032 пикселей.

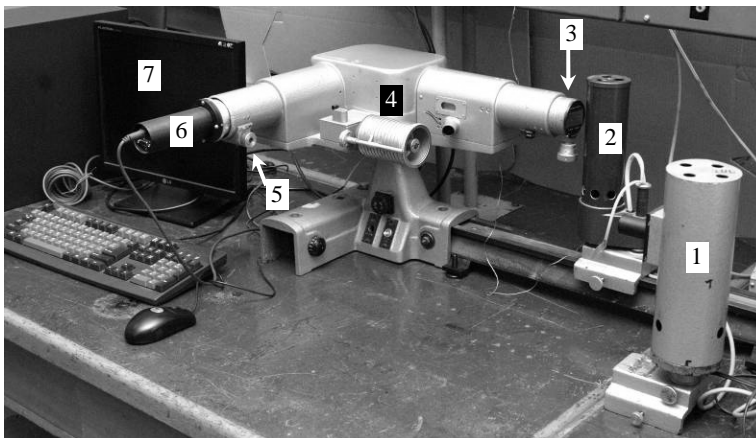


Рис. 3.2. Фотография установки:

- 1 – люминесцентная лампа; 2 – натриевая лампа;  
 3 – входная щель монохроматора; 4 – вращающий призму барабан;  
 5 – крепежный винт; 6 – цифровая видеокамера; 7 – компьютер

В качестве источника линейчатого спектра используется люминесцентная лампа. Ниже приведены основные спектральные линии и химические элементы, ответственные за их появление.

$\lambda$ , нм	Цвет	Элемент
631,1	красный	европий
611,6	красный	европий
599,7	оранжевый	европий
593,4	оранжевый	европий
587,6	оранжевый	европий
579,0	желтый	ртуть
577,0	желтый	ртуть
546,1	зеленый	ртуть
435,8	синий	ртуть
404,7	фиолетовый	ртуть

Изображение с видеокамеры регистрируется на компьютере с помощью программы CamView. Ярлык для запуска программы расположен на рабочем столе Windows. На рис. 3.3 приведено изображение интерфейса программы. В поле *A* можно наблюдать изображение с видеокамеры. С помощью кнопки *1* можно сохранить полученное изображение. Кнопка *2* открывает диалог с настройками камеры. Они понадобятся, чтобы устанавливать необходимую экспозицию. С помощью кнопки *3* можно управлять настройками отображения, в частности, масштабом изображения. Кнопка *4* запускает захват одного кадра, кнопка *5* – циклический захват, который можно остановить кнопкой *6*. В поле *B* отображается некоторая информация о полученном кадре. С помощью кнопки *7* выбирается отображение информации о точке картинки, на которую наведен курсор мыши. Кнопка *8* выбирает отображение горизонтального распределения яркости на уровне курсора.

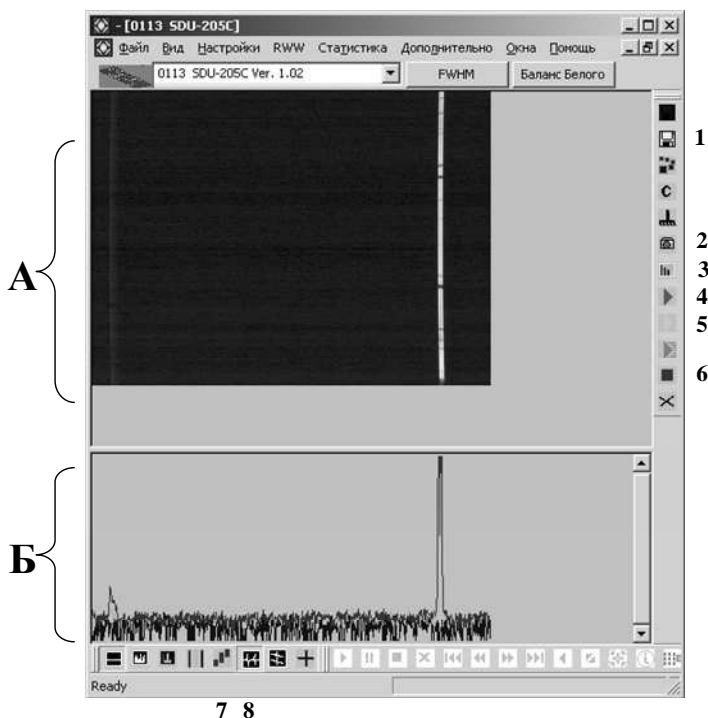


Рис. 3.3. Интерфейс программы CamView

## 2. Порядок выполнения работы

1. Внимательно ознакомиться с введением, главами 1, 2 второй части, экспериментальной установкой.
2. Перед входной щелью монохроматора поставить люминесцентную лампу и включить её. Получить изображение спектральных линий. Повернуть барабан монохроматора таким образом, чтобы зеленая линия ртути оказалась в центре изображения. Подобрать экспозицию, чтобы яркость изображения не уходила в насыщение. Уменьшить входную щель до минимума, при котором еще видна эта линия. *(При необходимости: отпустив винт, закрепляющий оправку видеокамеры, передвигая камеру, добиться минимальной ширины зеленой линии. Закрепить камеру.)*
3. Построить градуировочную кривую монохроматора. Поскольку размеры матрицы недостаточны для регистрации всего спектра, его необходимо измерять по частям. Для этого повернуть барабан монохроматора так, чтобы зеленая линия была в левом краю изображения. Установить экспозицию, чтобы была видна синяя спектральная линия. Сохранить изображение, повернуть барабан, чтобы зеленая линия оказалась справа, сохранить изображение. Затем в вашем любимом графическом редакторе склеить полученные изображения. Зная размеры и разрешение матрицы, определить координаты каждой линии, начиная от самой коротковолновой. Сравнить с имеющимся атласом спектральных линий натрия, построить зависимость координаты от длины волны, определить  $D_\phi$  и  $D_l$ .
4. Заменить люминесцентную лампу на натриевую. Измерить длины волн линий желтого дублета. Сравнить длины волн и спектральное расстояние между линиями дублета с табличными значениями.
5. На одной из узких линий исследовать зависимость инструментального контура от ширины входной щели. Оценить теоретическую разрешающую способность монохроматора, нормальную ширину щели. Сравнить с экспериментальными результатами. Почему узкими могут быть только линии в некотором небольшом спектральном диапазоне? Что необходимо сделать, чтобы добиться максимальной разрешающей способности во всем диапазоне измеряемых длин волн?
6. Измерить радиус кривизны спектральных линий.

### 3. Приложение

Как склеивать рисунки в графическом редакторе Paint.NET.

1. Открыть файл, содержащий левую часть изображения, с помощью пунктов меню **File** → **Open**.
2. Увеличить размер изображения в два раза по горизонтали с помощью пунктов меню **Image** → **Canvas Size**. В открывшемся окне указать новое значения ширины изображения:  
**Width: 2784 Pixels**  
**Anchor: Left**
3. Создать новый слой и загрузить в него правую часть изображения с помощью пунктов меню **Layers** → **Import From File**.
4. Двигая изображение с помощью курсора мыши, добиться совмещения совпадающих частей изображения.
5. Склеить слои с помощью пунктов меню **Layers** → **Merge Layer Down**.
6. Нажать клавишу **S** и выделить рамкой ту часть изображения, которую Вы хотите оставить. Нажать **Ctrl-Shift-X**.
7. Сохранить полученное изображение с помощью пунктов меню **File** → **SaveAs**.

При перемещении курсора по изображению в правом нижнем углу окна редактора отображаются координаты курсора. Вы можете использовать это для проведения измерений.

## Работа 5.2. Изучение фазовой дифракционной решетки

**Цель работы:** ознакомиться с работой спектральных приборов на примере фазовой дифракционной решетки.

**Оборудование:** гониометр, фазовая дифракционная решетка, ртутная лампа.

### 1. Описание установки

Для определения основных характеристик дифракционной решетки необходимо произвести измерение углов, на которых наблюдаются главные максимумы для различных длин волн. В настоящей работе для измерения углов используется гониометр ГС-5.

Свет ртутной лампы 1 фокусируется с помощью линзы 2 на входную щель 3 коллиматора 4. На его выходе образуется параллельный пучок света, который падает на дифракционную решетку 5. Для наблюдения интерференционных максимумов используется зрительная труба 6, которая состоит из объектива и окуляра 7. Объектив фокусирует параллельные лучи, идущие под одинаковыми углами, в одну точку фокальной плоскости (рис. 3.4). Эта дифракционная картина рассматривается через окуляр (как через лупу). Отсчетное устройство 8 (рис. 3.5) позволяет измерять угол между падающим на дифракционную решетку и наблюдаемым параллельными пучками.

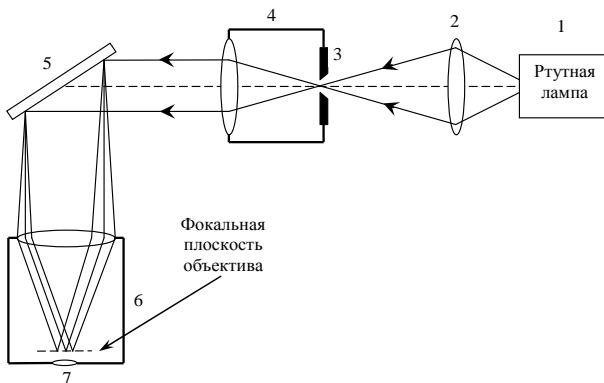


Рис. 3.4. Схема установки: 1 – ртутная лампа;  
2 – линза, фокусирующая излучение лампы на входную щель;  
3 – входная щель коллиматора; 4 – коллиматор;  
5 – поворотный столик с дифракционной решеткой; 6 – зрительная труба;  
7 – окуляр зрительной трубы

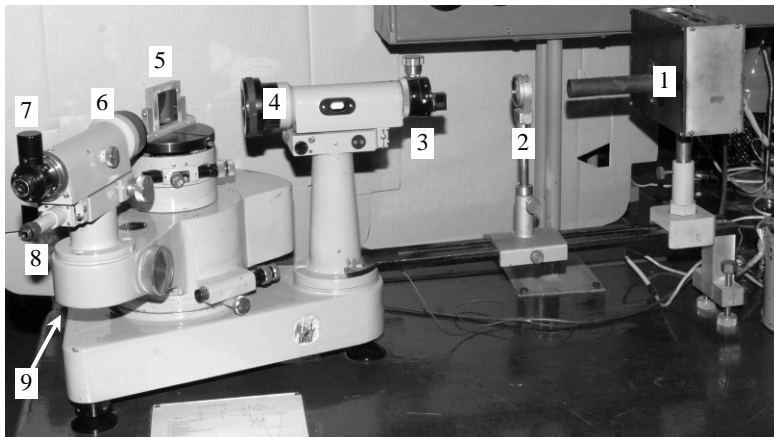


Рис. 3.5. Фотография установки: 1 – ртутная лампа;  
 2 – линза, фокусирующая излучение лампы на входную щель;  
 3 – входная щель коллиматора; 4 – коллиматор;  
 5 – поворотный столик с дифракционной решеткой; 6 – зрительная труба;  
 7 – окуляр зрительной трубы; 8 – окуляр отсчетного устройства;  
 9 – тумблер освещения шкалы

## 2. Порядок выполнения работы

1. Внимательно ознакомиться с введением, главами 1, 3 второй части, экспериментальной установкой.
2. Включить тумблером освещение шкалы для определения углов. Повернуть дифракционную решетку на столике гониометра параллельно оси коллиматора. Включить ртутную лампу. Установить входную щель коллиматора  $\approx 0,1$  мм, сфокусировать зрительную трубу, получив четкое изображение щели, и отсчитать значение угла поворота стола. Повернуть дифракционную решетку на столике гониометра так, чтобы угол падения составлял  $60^\circ$ . (Воспользуйтесь тем, что под углом зеркального отражения наблюдается нулевой порядок интерференции, т. е. неразложенное в спектр изображение щели.)
3. По зеленой и фиолетовой линиям ртути определить период решетки с учетом того, что углы  $\psi$  и  $\varphi$  находятся по одну сторону от нормали к решетке. Измерение проделать для нескольких порядков.  $\lambda_3 = 546$  нм,  $\lambda_\phi = 435,8$  нм.
4. Измерив угловое расстояние между желтыми линиями ( $\lambda_1 = 576,9$  нм,  $\lambda_2 = 579$  нм), определить угловую дисперсию решетки  $\frac{d\varphi}{d\lambda}$  в первом

- порядке и результат сопоставить с соотношением (2.3.10). Вычисление провести для разных углов падения света на решетку.
5. Вычислить теоретически и экспериментально проверить, в каком порядке спектры начинают перекрываться.
  6. Определить число штрихов на миллиметр и полное число штрихов решетки.
  7. Для спектра первого порядка по желтому дублету ртути вычислить теоретическую разрешающую способность решетки. Оценить также практическую разрешающую силу. Для этого определить, во сколько раз ширина линий  $\gamma$  меньше расстояния между ними. Поделив  $d\lambda$  между линиями на величину  $\gamma$ , получим тот интервал  $\delta\lambda$ , который входит в выражение для  $R_{np}$ .
  8. При вычислении всех указанных характеристик решетки обязательно вычислить погрешности измерений:
    - а) оценить систематическую ошибку при измерении углов;
    - б) вычислив в соответствии с п. 6 период решетки, определить среднеквадратичную ошибку для периода, используя результаты, например, пяти измерений.



## Работа 5.3. Изучение способов фильтрации оптического излучения

**Цель работы:** ознакомиться с характеристиками различных оптических фильтров.

**Оборудование:** спектрометр S100, источник света – галогенная лампа накаливания, барабан револьверного типа с набором светофильтров, оптическая система для формирования светового пучка.

### 1. Описание установки

Работа выполняется с помощью спектрометра S100 с компьютерным управлением и регистрацией спектра пропускания на РС. Схема установки изображена на рис. 3.6, а ее фотография – на рис. 3.7.

Свет от источника сплошного спектра 1 (автомобильная галогенная лампа накаливания типа Н7 с напряжением питания 12,6 В и мощностью 55 Вт), расположенного в фокальной плоскости коллиматорной линзы 2, проходя через нее, параллельным пучком падает на исследуемый светофильтр, установленный в револьверном диске А (4). Плоскость исследуемого фильтра может быть выставлена под разными углами к оптической оси установки поворотом столика 3. Угол поворота измеряется по горизонтальному круговому лимбу. Далее свет проходит через второй набор фильтров.

Первый набор светофильтров находится в оправе револьверного диска А. Диск вращается с фиксацией вокруг горизонтальной оси и тем самым позволяет ввести в поле зрения поочередно исследуемые фильтры. Каждая оправа на диске помечена цифрой; соответствие между цифрами и содержимым оправ следующее:

- 1) пустое отверстие;
- 2) диэлектрическое зеркало;
- 3) слюдяная пластинка;
- 4) интерференционный светофильтр.

После исследуемого фильтра расположен поляризатор 5, установленный на салазках, прикрепленных к оправе револьверного диска Б со вторым набором светофильтров 6. Оправа анализатора может вращаться вокруг горизонтальной оптической оси установки. На его оправе имеются градусные деления ( $0^\circ$ ,  $45^\circ$ ,  $90^\circ$ ), по которым отмечается положение анализатора. Анализатор может либо вдвигаться в оптический тракт установки (рабочее положение), либо выдвигаться из него (нерабочее положение).

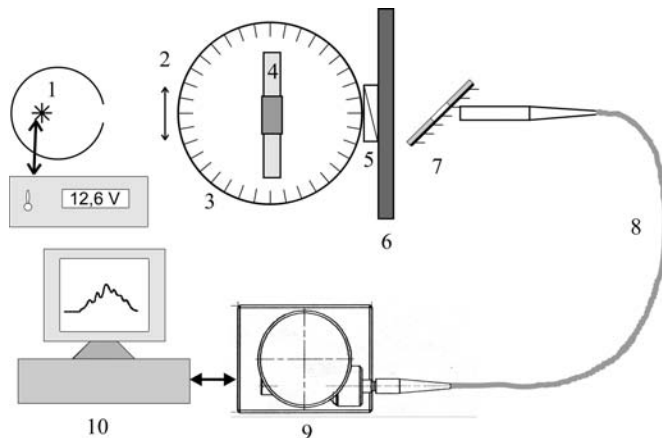


Рис. 3.6. Схема установки: 1 – лампа накаливания с источником питания; 2 – коллиматор; 3 – поворотный столик; 4 – револьверный диск А с первым набором фильтров; 5 – анализатор; 6 – револьверный диск Б со вторым набором фильтров; 7 – поворотное зеркало с приемной частью; 8 – световод; 9 – спектрометр S100; 10 – компьютер

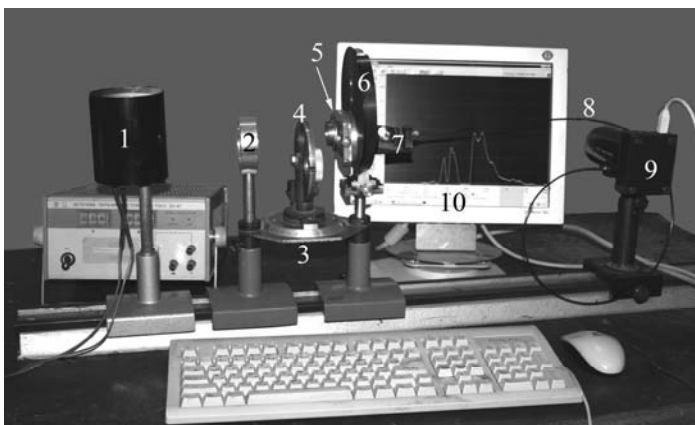


Рис. 3.7. Фотография установки: 1 – лампа накаливания с источником питания; 2 – конденсор; 3 – поворотный столик; 4 – револьверный диск А с первым набором фильтров; 5 – анализатор; 6 – револьверный диск Б со вторым набором фильтров; 7 – поворотное зеркало с приемной частью; 8 – световод; 9 – спектрометр S100; 10 – монитор

Диск Б имеет десять фиксированных положений, в каждом из которых в оптический тракт устанавливается один из фильтров, исключая положение «0», когда открывается пустое отверстие. Второй набор светофильтров содержит девять абсорбционных стеклянных и отражающих фильтров, изготовленных путем напыления металлов на стеклянную подложку.

На оправе диска Б, с противоположной от анализатора стороны, установлена приемная часть, имеющая в своем составе поворотное зеркало 7 и узел крепления световода 8. Поворотное зеркало имеет отверстие в центре, через которое исследуемое излучение попадает на вход световода, по которому излучение поступает на вход спектрометра 9. Спектрометр соединен с компьютером 10 с помощью USB-кабеля. С помощью поворотного зеркала можно визуально наблюдать за воздействием установленных фильтров на исходное излучение.

## 2. Порядок выполнения работы

Перед непосредственным выполнением работы следует ознакомиться с введением, главами 1, 4 второй части, устройством и принципом действия спектрометра S100, воспользовавшись приложениями 1 и 2. Программное обеспечение, сопровождающее прибор, описано в приложении 3, входящем в состав данного руководства. При изучении программного обеспечения следует в первую очередь научиться:

- запускать и останавливать регистрацию с записью результата в файлы;
- считывать длину волны и спектральную интенсивность перемещением курсора;
- изменением времени экспозиции изменять амплитуду сигнала.

Работа выполняется в следующем порядке:

1. Включить осветительную лампу 1, плоскость револьверного диска А выставить нормально к оптической оси установки (на круговом лимбене нониус должен располагаться на отметке 0°). Вращая барабаны револьверных дисков, ввести в оптический тракт пустые отверстия. Анализатор 5 выставить в нерабочее положение. Убедиться в том, что свет от лампы заполняет отверстие в диске Б, а световод 8 соединяет спектрометр с приемной частью.
2. Включить компьютер и запустить программу «CCDTool». Включить режим непрерывной регистрации спектра и запустить регистрацию спектров. Юстировкой оптической схемы и выбором времени экспозиции добиться появления сигнала, подобного приведенному на рис. 3.8. Записать его в файл. При дальнейшей обработке результатов данные из этого файла следует использовать для вычисления спектральных коэффициентов пропускания фильтров.

3. При выставленном пустом отверстии диска А (оправа 1) произвести наблюдение всех спектров пропускания абсорбционных и отражающих фильтров, установленных в диске Б. Записать в файлы для дальнейшей обработки спектры пропускания некоторых фильтров по согласованию с преподавателем.

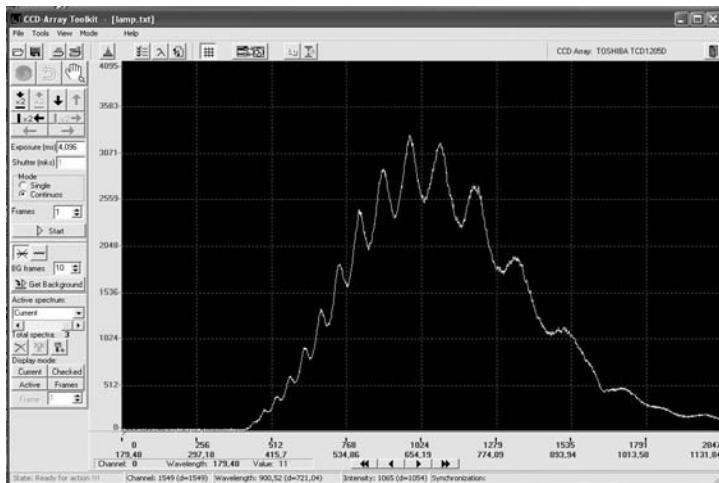


Рис. 3.8. Спектр лампы накаливания

4. При выставленном пустом отверстии диска Б произвести запись в файлы спектров пропускания при трех положениях анализатора ( $0^\circ$ ,  $45^\circ$ ,  $90^\circ$ ) и без него:
  - а) диэлектрического зеркала (оправа 2) при двух положениях диска А ( $0^\circ$ ,  $20^\circ$ );
  - б) интерферометра Фабри – Перо на основе слюдяной пластинки (оправа 3) при двух положениях диска А ( $0^\circ$ ,  $45^\circ$ );
  - в) интерференционного светофильтра (оправа 4) при двух положениях диска А ( $0^\circ$ ,  $35^\circ$ ).
5. Используя любую из доступных программ для обработки полученных данных (EXEL, ORIGIN, MATLAB, MATHCAD), вычислить зависимости спектральных коэффициентов пропускания фильтров. Распечатать соответствующие графики. Для удобства сравнения данных их следует сгруппировать на четырех листах. Один лист с графиками для абсорбционных и отражательных фильтров и три листа с результатами для трех фильтров, установленных на диске А.
6. Определить  $\lambda_{\text{макс}}$  всех фильтров, указать погрешность определения  $\lambda_{\text{макс}}$ .
7. Определить ширины спектров пропускания всех фильтров.

8. Объяснить зависимость  $\lambda_{\text{макс}}$  ИС, диэлектрического зеркала и интерферометра Фабри – Перо на основе слюдяной пластинки от углов их наклона и положения плоскости поляризации света.
9. Вычислить спектральную зависимость  $n_o - n_e$  для слюды.
10. Объяснить вид спектра лампы накаливания (см. рис. 3.8).

### 3. Приложения

#### 1. Краткое техническое описание спектрометра S100.

#### Характеристики спектрометра

Дифракционная решетка, штр/мм (среднее значение)	300
Фокусное расстояние, мм	99
Длина спектра, мм	30
Относительное отверстие	1:6
Обратная линейная дисперсия, нм/мм (среднее значение)	33,28
Спектральный диапазон и разрешение, нм	190–1100 1,2
Входная щель, ширина × высота, не более, мм	0,02×3,0
Размеры, мм	66×86×149
Вес, кг	0,75

### **Конструкция прибора**

S100 (см. рис. 3.9) состоит из спектрографа 1 и системы регистрации 2 на базе CCD-линейки Toshiba TCD1205D, предназначенной для регистрации спектров. Прибор подсоединяется напрямую к порту USB любого настольного компьютера либо ноутбука с помощью USB-кабеля 4.

Спектрометр S100 портативный; может быть установлен на «ножки» в любом удобном для Вас месте. Доставка анализируемого оптического излучения в спектрометр S100 осуществляется при помощи оптического волокна 3.

Комплект запасных частей и принадлежностей S100 содержит прямой и обратный кабели синхронизации, позволяющие при необходимости организовать связь между источником излучения и спектрометром S100.

Оптическая схема спектрометра S100 показана на рис. 3.10. Излучение, прошедшее входную щель 1, направляется поворотным зеркалом 2 на вогнутую дифракционную решетку 3. Дифракционная решетка 3, являясь одновременно диспергирующим и фокусирующим элементом, раскладывает излучение на монохроматические составляющие и создает в своей фокальной плоскости монохроматические изображения входной щели, совокупность которых образует спектр. Светочувствительная поверхность CCD детектора совпадает с фокальной плоскостью дифракционной решетки.

На рис. 3.11 изображена конструкция прибора S100. Корпус 4 спектрометра S100 включает входную щель 1, поворотное зеркало 2 и держатель решетки 3, который содержит вогнутую дифракционную решетку и ее юстировочные винты. Положение поворотного зеркала 2 регулируется юстировочными винтами 9. Фокусировка входной щели 1 осуществляется с помощью винта 10.

Вышеописанные процедуры юстировки выполняются только при наладке и калибровке прибора изготовителем.

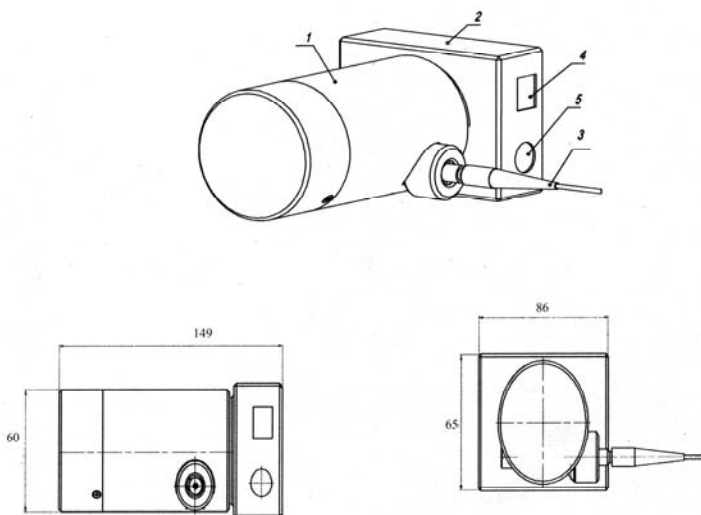


Рис. 3.9. Внешний вид спектрометра S100: 1 – спектрограф; 2 – детектор;  
3 – оптическое волокно; 4 – разъем для USB-кабеля;  
5 – разъем для кабеля синхронизации

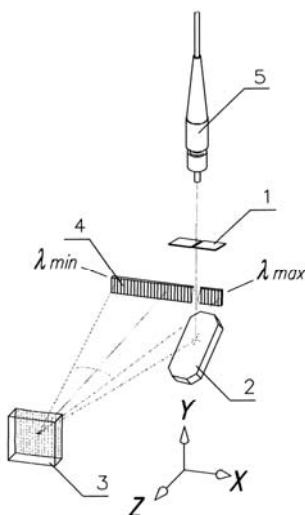


Рис. 3.10. Оптическая схема S100: 1 – входная щель;  
2 – поворотное зеркало; 3 – вогнутая дифракционная решетка;  
4 – фокальная плоскость спектрографа; 5 – оптическое волокно

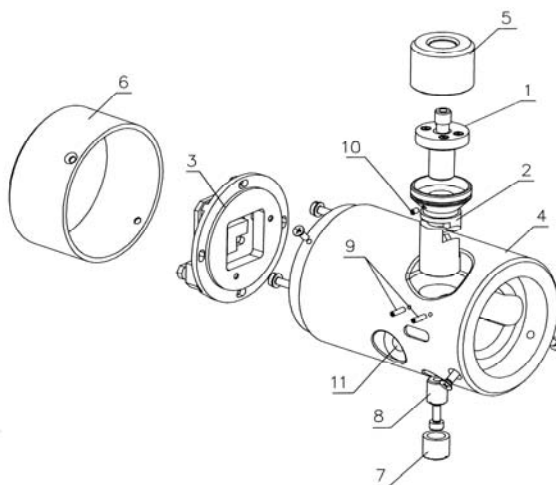
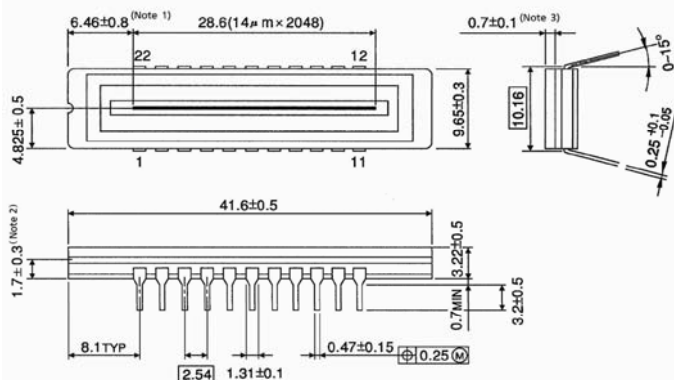


Рис. 3.11. Внешний вид и конструкция S100: 1 – узел входной щели; 2 – узел поворотного зеркала; 3 – держатель дифракционной решетки; 4 – корпус S100; 5, 6, 7 – боковые крышки; 8 – гайка крепления волокна; 9 – юстировочные винты поворотного зеркала; 10 – установочный винт входной щели; 11 – крепежное отверстие

#### OUTLINE DRAWING

WDIP22-G-400-2.54A (D)

Unit : mm



(Note 1) No. 1 SENSOR ELEMENT (S1) TO EDGE OF PACKAGE.

(Note 2) TOP OF CHIP TO BOTTOM OF PACKAGE.

(Note 3) GLASS THICKNES (n = 1.5)

Рис. 3.12. Эскиз CCD-линейки TCD1205D



**Характеристики CCD-детектора Toshiba TCD1205D**

Количество пикселей	2048
Размер пикселя, мм	0,014 x 0,2
Длина светочувствительной зоны, мм	28,6
Чувствительность в максимуме, В/лк·с	80
Антиблюминг	Да
Минимальное время накопления, мсек	4,2
Максимальное время накопления, не менее, сек	4
Динамический диапазон (для 1 скана)	900
Разрядность АЦП	12 бит
Среднеквадратический шум чтения, отсч. АЦП	18
Интерфейс связи с компьютером	Full-Speed USB
Синхронизация	IN/OUT

*Антиблюминг:* свойство детектора, исключаящее перетекание зарядов из пересеченных пикселей в соседние.

*Максимальным временем накопления* считается время, при котором темновой сигнал достигает 10 % динамического диапазона.

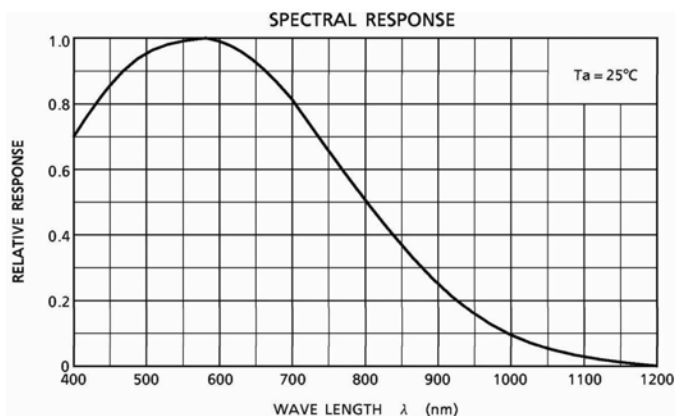


Рис. 3.13. Спектральная чувствительность CCD-линейки TCD1205D

## 2. Краткое описание программного обеспечения спектрометра S100.

Перед началом работы с прибором убедитесь, что он соединен с компьютером кабелем USB. Запустите программу «CCDTool». На экране появится окно программы (рис. 3.14).

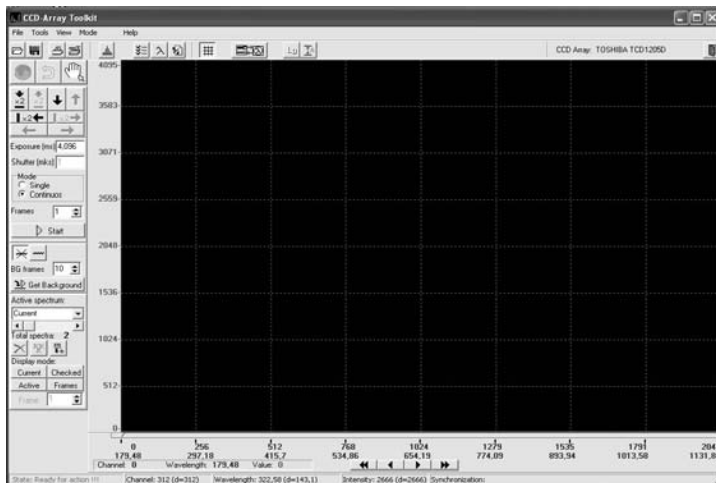


Рис. 3.14. Окно программы CCDTool

### Параметры регистрации

Перед началом работы необходимо задать параметры регистрации:

**Exposure** – время выдержки (экспозиции), или время накопления заряда. Задается в миллисекундах, может быть только кратным минимальному времени накопления (около 4 мс);

**Mode** – режим регистрации;

**Single** – регистрация одного спектра (помещается в текущий (первый) кадр);

**Continuous** – непрерывная регистрация – регистрация по мере отображения (помещается в текущий (первый) кадр);

**Frames** – количество усредняющихся кадров. На экране отображаются усредненные спектры, из которых вычитается фон (при необходимости), используется для увеличения соотношения сигнал – шум.

### Регистрация

Управление регистрацией осуществляется кнопками:


**Run** – запускает регистрацию с установленными параметрами;

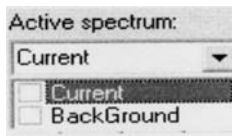
**Stop** – останавливает непрерывную регистрацию или досрочно прекращает регистрацию одного или последовательности кадров.

### Отображение зарегистрированных спектров

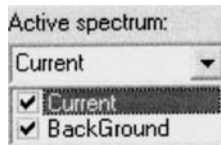
По умолчанию отображаются все спектры. Спектры отображаются в одном координатном пространстве, но различными цветами:

- **Current** – текущий (присутствует всегда), отображается зеленым цветом, используется для хранения и отображения результатов в режимах **Single** и **Continuos**;
- **Active** – активный (выбирается с помощью полосы прокрутки или выпадающего списка **Active spectrum**). Отображается белым цветом. По нему работает маркер;
- все остальные отображаются серым цветом.

Имена, даваемые программой спектрам по умолчанию, можно менять в строке редактирования выпадающего списка **Active spectrum**. Он отображается, если нажать на кнопку справа .

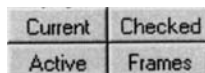


В выпадающем списке можно пометить любые спектры, как показано на рисунке:



Используя кнопку **Checked**, можно отобразить на экране только необходимые спектры из списка. Остальные отображаться не будут.

Для того, чтобы не загромождать область отображения и увеличить скорость прорисовки, набор отображаемых спектров можно ограничить нажатием кнопок:



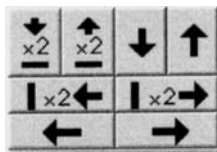
- **Current** – отображается только текущий спектр;
- **Active** – отображается только активный (выбранный) спектр;

- **Checked** – отображаются только отмеченные в выпадающем списке и активный спектры;
- **Frames** – отображаются отдельные кадры активного спектра. Если в параметрах регистрации установлено несколько **Frames**, то спектром будет усредненный сигнал. Кнопка **Frames** отобразит все спектры без усреднения.

Если не нажата ни одна кнопка, то отображаются все кадры. Соответствующие команды также находятся в разделе меню **View\Show**.

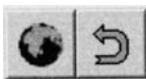
### *Масштабирование и выбор области просмотра*

Для более детального анализа спектров можно выделить отдельные части кадров. Для этого можно использовать правую кнопку мыши либо следующие кнопки:

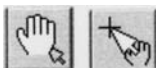


Описание кнопок (слева направо, сверху вниз):

- 1) в 2 раза увеличить масштаб по вертикали;
- 2) в 2 раза уменьшить масштаб по вертикали;
- 3) сдвинуть отображаемую область на её размер вниз;
- 4) сдвинуть отображаемую область на её размер вверх;
- 5) в 2 раза увеличить масштаб по горизонтали;
- 6) в 2 раза уменьшить масштаб по горизонтали;
- 7) сдвинуть отображаемую область на величину её размера влево;
- 8) сдвинуть отображаемую область на величину её размера вправо.



– отобразить всю область (положительной интенсивности) и возврат к предыдущей выделенной области (–30 шагов)



– переключение действия правой клавиши мыши: «лапка» – перетаскивать область просмотра, «стрелка» – выделить новую область.

Для кратковременного переключения можно удерживать нажатой клавишу «Ctrl» на клавиатуре при нажатии правой клавиши.



– автоматическое масштабирование по оси **Y**. Спектр отображается таким образом, что его максимум соответствует наибольшему значению отображаемой области, а минимум – наименьшей.

Соответствующие команды также находятся в разделе меню **View**.



– логарифмический масштаб по оси **Y**. При включении данной опции данные по оси **Y** представляются в логарифмическом масштабе

### **Вычитание фона (темнового сигнала)**

Для автоматического вычитания фонового сигнала необходимо первоначально зарегистрировать его. Для этого надо выбрать количество кадров для усреднения (**BG frames**) и запустить регистрацию нажатием кнопки



**Get Background.** Кнопки («перечеркнутый фоновый сигнал») и («неперечеркнутый фоновый сигнал») соответственно выключают и включают автоматическое вычитание фонового сигнала из усредненного спектра после его регистрации. Если активизирована кнопка «неперечеркнутый фоновый сигнал», то отображается сигнал с вычтенным фоном.

Сам спектр, представляющий фоновый сигнал, всегда является вторым в списке зарегистрированных спектров (по умолчанию имя **BackGround**). Изначально этот спектр – «сплошной ноль».

### **Отображение сетки**

Включение\выключение координатной сетки производится с помощью



клавиши либо пункта меню **View\Show Grid**.

### **Измерения длин волн и интенсивности**

Помещая маркер (маркер отображается красной вертикальной линией и ползунком под областью отображения) на определенный канал, снизу слева окна можно видеть длину волны, соответствующую данному каналу (прежде необходимо выполнить калибровку) и интенсивность в данном канале выбранного кадра.

Маркер можно перемещать с помощью клавиш «Left», «Right», «Up», «Down», «PageUp», «PageDown», «Home», «End» (полоса прокрутки с ползунком при этом должна быть активна), или левой кнопки мыши, а также кнопок



Внизу в статус-строке отображаются координаты (канал, длина волны, интенсивность) курсора мыши и (в скобках) разница с координатами маркера.

### Режим спектрометра

Предназначен для обчета длины волны и полуширины спектральных линий.

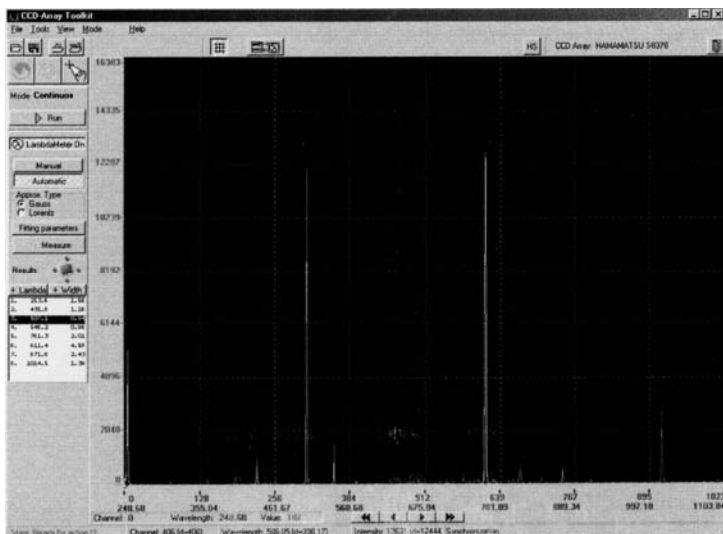


Рис. 3.15. Режим спектрометра

Переходить в режим спектрометра (рис. 3.15) и обратно в режим настроек можно с помощью пунктов меню (**Mode/Settings** и **Mode/LambdaMeter**), кнопки на панели инструментов, клавиш «F11» и «F12».

В этом режиме можно запускать регистрацию (здесь есть кнопки **Run/Stop**) и дальше анализировать спектр (измерять длину волны и полуширину спектральных линий). Для этого необходимо «включить» лямбда-метр кнопкой (**LambdaMeter On/Off**).

С помощью пунктов (**Gauss/Lorentz**) можно выбирать вид кривой, используемой для аппроксимации спектральной линии.

Затем нужно выбрать спектр, который будет обсчитываться. Всегда обсчитывается активный спектр (*Active spectrum*).

Существуют два режима работы.

### ***Ручной (Manual) режим***

В ручном режиме с помощью левой и правой кнопок мыши задайте границы спектральной линии и нажмите кнопку **Measure**. Измерение также автоматически запускается после окончания регистрации.

Если удерживать клавишу **Shift**, то отключается задание границ с помощью мыши, и левая кнопка мыши перемещает маркер, а правая таскает или выделяет область просмотра (в зависимости от режима).

При переходе в режим настроек границы спектральной линии, заданные в режиме спектрометра (и если таковые присутствовали), остаются видимыми, но изменить их невозможно.

### ***Автоматический (Automatic) режим***

В автоматическом режиме программа автоматически определяет границы всех «распознанных» линий и обсчитывает их. Обработывается только область спектра, которая в данный момент отображается в окне просмотра. Требования к спектру для корректной обработки в автоматическом режиме:

- линии должны быть не очень широкими (не более 50–60 пикселей);
- фон относительно ровный и горизонтальный (если нет, то могут пропускаться слабые линии);
- линии больше среднего шума в 4–5 раз и отстоят друг от друга на 2–4 ширины.

Если спектр достаточно сложный (например, фон неровный) и слабые линии пропускаются, то можно выделить меньший диапазон спектра и пересчитать их заново, тогда обработка произойдет более корректно.

При выборе строки результата в списке автоматически подсвечивается соответствующая линия в окне отображения спектров (голубым цветом), а две соседние линии с каждой стороны (соответствующие соседним результатам в списке) подсвечиваются желтым.

Текущую линию можно также выбрать, кликнув левой либо правой клавишей мыши по линии в области просмотра. Соответствующий результат также автоматически подсвечивается.

### ***Параметры аппроксимации (Fitting Parameters)***

В окне, вызываемом кнопкой **Fitting parameters**, можно установить некоторые параметры аппроксимации.

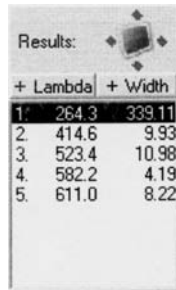
**Fitting coefficient** – коэффициент, который определяет способ аппроксимации спектральной линии заданным контуром. Чем он больше, тем

точнее контур аппроксимирует центральную, интенсивную часть линии. Чем меньше, тем точнее крылья. Для аппроксимации с помощью контура Гаусса коэффициент должен быть  $\geq 1$ , Лоренца –  $\geq 2$ . Значение по умолчанию – 3.

**Enabled Line intensity filter, Intensity threshold** (действует только для автоматического режима) включают и задают порог фильтрации линий по интенсивности. Линии с интенсивностью, меньше заданной, игнорируются. Могут быть использованы, если спектр очень сложный и нужно измерять только основные, интенсивные линии. По умолчанию фильтр отключен.

**Disabled auto line width, Expected linewidth** (действует только для автоматического режима). По умолчанию автоматически ищутся линии, имеющие ширину порядка «количество пикселей в линейке»/50. Если линия значительно уже либо шире данной величины, то она может пропускаться. Для этого предусмотрено задание примерной ширины вручную. Ширина задается в тех единицах (пиксели или нанометры), в которых происходит измерение и выдается результат. Если присутствуют линии различной ширины, то ожидаемую ширину лучше задать большей, так как линии с шириной, меньшей, чем ожидаемая, определяются лучше линий с шириной, большей, чем ожидаемая.

### Окно результатов (Results)



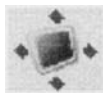
Results:		
	+ Lambda	+ Width
1.	264.3	339.11
2.	414.6	9.93
3.	523.4	10.98
4.	582.2	4.19
5.	611.0	8.22

Результат измерения длины волны и FWHM спектральных линий выводится в окно **Results**.

С помощью кнопок **Lambda/Width** можно отключить индикацию соответственно длины волны или полуширины спектральной линии, если в данный момент они не нужны.

В автоматическом режиме выводится весь список полученных результатов.





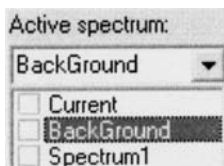
Кнопка выводит на экран дополнительное окно, в котором дублируются результаты обработки. В нем применен более крупный шрифт. Никакой другой функции оно не несет.

### ***Добавить спектр в список***

При регистрации спектра данные записываются и отображаются в текущем окне. Каждая новая регистрация удаляет предыдущую информацию. Можно сохранить текущий спектр в памяти компьютера и в дальнейшем использовать его. Используя кнопку



, добавить текущий спектр в список. По умолчанию ему будет присвоено имя *Spectrum1*. В выпадающем списке он будет последним.



Этот спектр сохраняется в списке спектров и в дальнейшем может быть отображен и сохранен в файл.

Можно добавлять несколько спектров. В разделе «Удаление кадров» описано, как удалить отдельный спектр или все спектры сразу.

### ***Удаление кадров***

Чтобы удалить из памяти желаемый спектр, нужно выбрать его с помощью полосы прокрутки или выпадающего списка **Active frame** и нажать



кнопку (красный крест). Кнопка



(три красных креста) удаляет все спектры, предварительно запросив подтверждение.

### ***Обработка спектров***

Окно **Spectra processing** открывается пунктом меню **Tools\Spectra processing...** или кнопкой



на панели инструментов и выглядит следующим образом:

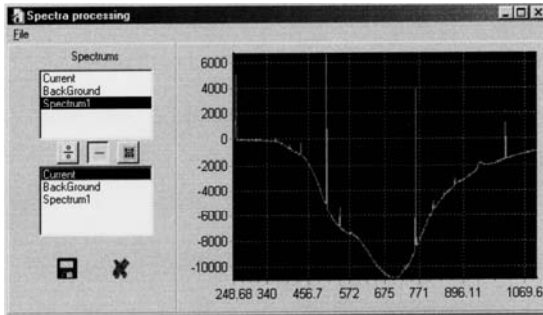





Рис. 3.16. Режим обработки спектров


В поле слева расположены два списка. В них отображаются все спектры, которые сохранены в памяти компьютера (см. разд. «Добавить спектр в список»). В каждом из этих списков можно выбрать по одному спектру.

В правой части окна выводятся графики. Всего их может быть три: желтый, зеленый и красный. На рис. 3.16 изображен только зеленый график.

Три кнопки  управляют графиками соответствующего цвета.

Кнопка  (**Reference**) отображает график отношения двух выбранных спектров. График желтого цвета.


Кнопка  (**Differential spectrum**) выводит график разности двух спектров. График зеленого цвета. На рис. 3.16 изображен результат вычитания текущего спектра *Current* из спектра *Spectrum 1*.

Кнопка  (**Polarization**) отображает красный график. Он вычисляется по формуле

$$(S1 - S2) / (S1 + S2),$$

где  $S1$  и  $S2$  – это спектры, выделенные в первом и втором списках.

Кнопка  или пункт меню **File|Save as...** открывают диалог сохранения результатов обработки в файл.

Кнопка  закрывает окно.

### *Запись на диск*

Для записи данных на диск необходимо выбрать пункт меню

**File\Save...** или нажать кнопку  на панели управления.

Затем нужно выбрать спектры, которые будут записаны в файл, и указать имя сохраняемого файла. Если имя файла однажды было указано, то оно будет предлагаться и в следующий раз. Если же необходимо указать новое имя, то следует нажать кнопку **Output file**.

Файл записывается в виде текстовой (ASCII) таблицы, которую можно просмотреть в любом текстовом редакторе. В первом столбце таблицы указывается номер канала, во втором – длина волны и далее – выбранные спектры. Данные разделяются пробелами. В первой строке сохраняются названия спектров.

В конце файла сохраняются дополнительные данные: информация о времени создания и данные калибровки.


При выборе имени сохраняемого файла по умолчанию присваивается расширение TXT. Можно также указать другие варианты (CSV, DAT), если программа, в которую экспортируются данные, настроена на них. Внутренний формат файла остается прежним.

Можно сохранить файл с расширением XLS. Формат этого файла отличается от TXT, CSV, DAT. Файлы, сохраненные с таким расширением, открываются программой EXCEL, но их нельзя открыть программой CCDTool.

Программа CCDTool позволяет также сохранять данные в двоичном формате (**File\Export\As Binary**) и в виде растрового изображения (**File\Export\As BitMap**).

### *Чтение с диска сохраненного файла*

Для чтения данных с диска необходимо выбрать пункт меню **File\Open**

или нажать кнопку  на панели управления.


Запрашивается подтверждение на удаление существующих спектров либо на добавление новых спектров в конец.

Если файл был создан этой программой, то будет также предложено прочитать из файла данные о калибровке.


### *Печать*

Перед печатью необходимо указать параметры. Это можно сделать,

выбрав пункт меню **File\Print Setup** либо нажав кнопку .

Для запуска печати следует выбрать пункт меню File\Print либо нажать кнопку . Изображение области отображения кадров будет напечатано в том виде, в каком оно видно на экране, но в инверсном цвете.

### Режим статистики

Включается/выключается кнопкой  на панели инструментов. Может быть использован в режимах *Single* и *Continuos*. В этом режиме регистрируется спектр, затем строится гистограмма распределения по интенсивностям (зависимость количества точек с данным значением интенсивности от значения интенсивности) и вычисляются среднее, среднеквадратичное отклонения.

Возможны два варианта.

**Pixel Range** – по диапазону пикселей; используется усредненный спектр в отображаемом в данный момент диапазоне (используйте **Zoom In, Zoom Out, Show All** либо правую клавишу мыши).

**Pixel** – рассматривается один пиксель, но во всех кадрах пакета.

### Формат калибровочного файла

Из-за индивидуальных свойств спектрального прибора и датчика регистрирующей части одинаковый по интенсивности, но разный по длине волны световой сигнал дает разный отклик на выходе системы. Программа предоставляет пользователю возможность компенсировать эту зависимость. Для этого используется файл с калибровочными коэффициентами, предварительно созданный пользователем в формате TXT. Оцифрованные сигналы детектора будут умножены на соответствующие коэффициенты калибровочного файла. На экране монитора будет отображаться спектр, откорректированный по интенсивности.

Можно создавать и использовать два типа калибровочных файлов. В одном случае калибровка может происходить по пикселям светочувствительной линейки. В другом – по длинам волн. В этом случае прибор должен быть откалиброван по длинам волн, а соответствующая опция в программе должна быть включена.

Ниже приведён пример файла калибровки по пикселям.

```
100 1,01
200 1,11
300 0,2
400 1
401 0,8
1300 1,5
3000 0,9
Type=Pixel
```

Первый столбец – это номер пикселя. Второй – калибровочный коэффициент. Промежуточным пикселям, явно не указанным в файле, также будут сопоставлены калибровочные коэффициенты. Используется линейная аппроксимация. Вне указанного диапазона пикселей калибровки не будет. Последняя строчка указывает на то, что это файл калибровки по пикселям. Строки должны быть отсортированы по возрастанию номера пикселя.

Ниже приведён пример файла калибровки по длинам волн.

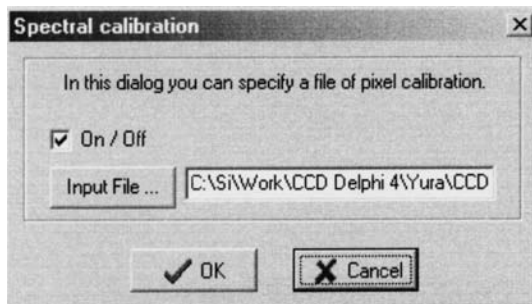
```
200 1,01
210 1,11
230 0,2
240 1
250 0,8
260 1,5
270 0,9
Type=Wavelength
```

*Замечание.* В качестве десятичного символа также может быть использована точка.

Первый столбец – это длина волны. Второй – калибровочный коэффициент. Промежуточным значениям длин волн, явно не указанным в файле, также будут сопоставлены калибровочные коэффициенты. Используется линейная аппроксимация. Вне указанного диапазона пикселей калибровки не будет. Последняя строчка указывает на то, что это файл калибровки по длинам волн. В программе должна быть включена опция калибровки по длинам волн. Программа сама определяет тип файла.

### ***Загрузка предварительно сформированного калибровочного файла***

Чтобы использовать имеющуюся калибровку, пользователь должен указать калибровочный файл. Выберите пункт меню **Tool | Spectral calibration**. Откроется диалоговое окно:



Установленная галочка в **On/Off** включает или выключает калибровку.

Ниже отображается полное имя файла. Кнопка **Input File...** откроет диалоговое окно, в котором можно найти и указать файл. Кнопка **Ok** сохранит изменения в программе. Кнопка **Cancel** закроет диалог без изменений в программе. При выходе из программы эти параметры будут сохранены в INI-файле и автоматически загружены при старте программы.

## Работа 5.4. Изучение интерферометра Фабри – Перо

**Цель работы:** ознакомиться с работой спектральных приборов на примере интерферометра Фабри – Перо.

**Оборудование:** интерферометр Фабри – Перо, цифровая фотокамера, источник света – ртутная лампа.

### 1. Описание установки

Регистрация спектра в данной работе осуществляется при помощи интерферометра Фабри – Перо (рис. 3.17).

При освещении интерферометра Фабри – Перо *расходящимся* пучком света ртутной лампы в фокальной плоскости объектива  $O_2$  (база интерферометра  $h$  и фокусное расстояние объектива  $f$  указаны на установке) наблюдается система концентрических светлых и темных колец. В плоскости наблюдения интерференционной картины расположена светочувствительная матрица ПЗС-видеокамеры. Изображение с видеокамеры фиксируется на компьютере. Интерферометр Фабри – Перо, объектив  $O_2$  и цифровая (ПЗС) видеокамера объединены в один блок, установленный на юстировочном столике.

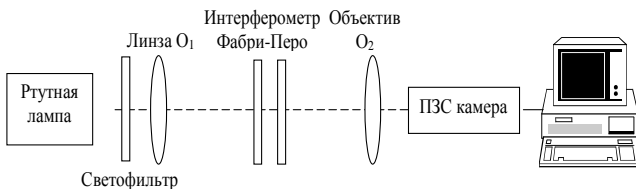


Рис. 3.17. Принципиальная схема экспериментальной установки

Изображение с видеокамеры регистрируется на компьютере с помощью программы CamView. Ярлык для запуска программы расположен на рабочем столе Windows. На рис. 3.18 приведено изображение интерфейса программы. В поле *A* можно наблюдать изображение с видеокамеры. С помо-

щью кнопки 1 можно сохранить полученное изображение. Кнопка 2 открывает диалог с настройками камеры. Они понадобятся, чтобы устанавливать необходимую экспозицию. С помощью кнопки 3 можно управлять настройками отображения, в частности, масштабом изображения. Кнопка 4 запускает захват одного кадра, кнопка 5 – циклический захват, который можно остановить кнопкой 6. В поле *Б* отображается некоторая информация о полученном кадре. С помощью кнопки 7 выбирается отображение информации о точке картинки, на которую наведен курсор мыши. Кнопка 8 выбирает отображение горизонтального распределения яркости на уровне курсора.

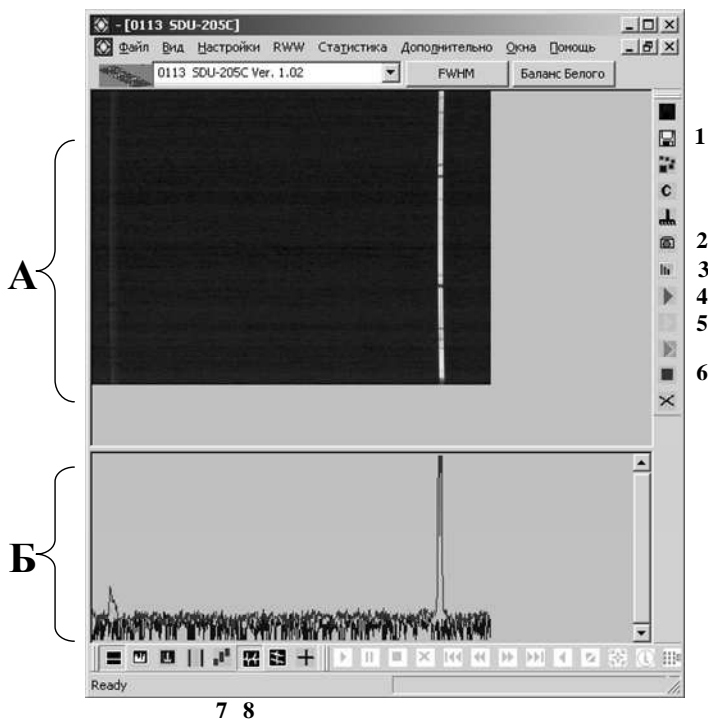


Рис. 3.18. Интерфейс программы CamView



## 2. Порядок выполнения работы

1. Вывести окно видеоизображения и, настраивая установку, добиться получения четкой интерференционной картины. Это можно сделать, вращая кольцо настройки на резкость объектива О2.
2. Сохранить полученное видеоизображение.
3. Вычислить длину волны зеленой линии ртути и величину ее сверхтонкого расщепления по шкале длин волн методом квадратов диаметров колец по формулам (13), (14). Для измерения диаметра выбранного кольца можно воспользоваться любой программой для обработки графической информации, в том числе и OpTizerNSU, разработанной в НГУ.
4. Вычислить область свободной дисперсии и практическую разрешающую способность интерферометра, сравнить с расчетными данными.

## 3. Приложение

Работа с программой OpTizerNSU.

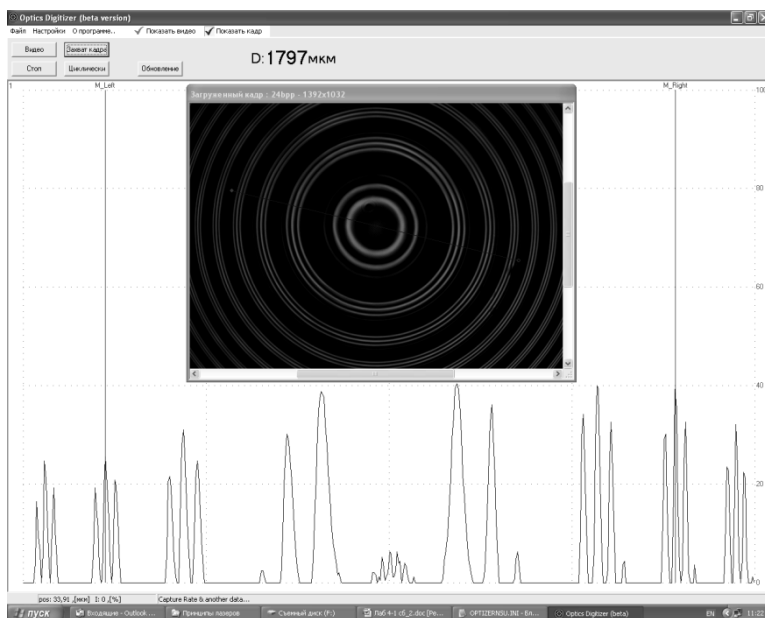


Рис. 3.19. Изображение окна программы OpTizerNSU

Ярлык для запуска программы расположен на рабочем столе Windows. Окно программы состоит из системного меню и кнопок управления (*вверху*), графика линейного распределения интенсивности (*внизу*) (рис. 3.19). В данной работе используется только программа для обработки изображений, поэтому кнопка «Показать видео» должна быть выключена, а кнопка «Показать кадр» включена.

Загрузить нужное изображение через меню «Файл» кнопкой «Загрузить картинку», при этом изображение появляется в специальном окне, в котором присутствует маркер в виде синей линии. График распределения интенсивности показывает распределение вдоль этой линии.

Для расчетов необходимо знать диаметры полученных интерференционных колец. Чтобы не было ошибок, линия должна проходить точно через центр интерференционной картины. Установить маркер можно с помощью мыши, хватая и перемещая точки (красные), обозначающие концы линии. Убрать это окно можно, выключив кнопку «Показать кадр». При этом останется график линейного распределения интенсивности с двумя красными маркерами. Маркеры **M\_Left** и **M\_Right** устанавливаются на левый и правый максимумы, соответствующие выбранному кольцу. Вычисленный диаметр кольца отображается на панели системного меню.

## Работа 5.6. Двухлучевая интерферометрия

**Цель работы:** на практике ознакомить студентов с физическим явлением интерференции монохроматических волн и основами интерференционных методов исследования прозрачных (фазовых) неоднородностей. На примере регистрации интерферограмм с использованием интерферометра с формированием опорной и предметной волн от отдельных источников света дать более глубокое понимание явления интерференции. На примере исследования пламени свечи показать возможность получения количественной информации о пространственном распределении показателя преломления методами оптической интерферометрии и на основе полученных знаний оценить распределение температуры в пламени.

**Основное оборудование:** два оптических коллиматора; два гелий-неоновых лазера; ПЗС-телекамера; персональный компьютер; оптические и механические элементы (объективы, зеркала, оптические столики и стойки и др.), необходимые для компоновки схемы лабораторной установки.

### 1. Краткая теория

#### 1. Интерференция двух монохроматических волн

Интерференционные методы находят широкое применение при исследовании фазовых неоднородностей, в частности, при исследовании газовых потоков. В данной работе мы дадим некоторые соотношения, описывающие интерференцию электромагнитных волн. Рассмотрим простейший случай, а именно, интерференцию двух монохроматических волн. Пусть на экран  $P$  (рис. 3.20) падает две монохроматические линейно поляризованные волны  $E_1$  и  $E_2$ , с параллельными векторами поляризации. Это позволяет использовать скалярное приближение. В силу линейности уравнений Максвелла по  $E$  для суммарной волны в плоскости  $P$  имеем:

$$E_p(x, y) = E_1(x, y, t) + E_2(x, y, t).$$

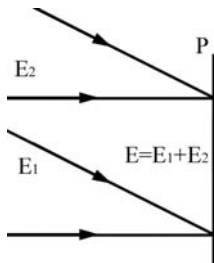


Рис. 3.20. Схема, поясняющая интерференцию двух волн

Для интенсивности излучения получим:

$$\begin{aligned} I(x, y, t) &= \langle [E_1(x, y, t) + E_2(x, y, t)]^2 \rangle = \\ &= \langle [a_1 \cos(\omega_1 t + \varphi_1)]^2 + [a_2 \cos(\omega_2 t + \varphi_2)]^2 + 2a_1 a_2 \cos(\omega_1 t + \varphi_1) \cos(\omega_2 t + \varphi_2) \rangle = \\ &= I_1 + I_2 + 2(I_1 I_2)^{1/2} \langle \cos(\Delta\varphi + t\Delta\omega) \rangle + 2(I_1 I_2)^{1/2} \langle \cos[(\omega_1 + \omega_2)t + \varphi_1 + \varphi_2] \rangle, \end{aligned} \quad (5.6.1)$$

где  $\Delta\varphi = \varphi_2(x, y) - \varphi_1(x, y)$ , а  $\langle \rangle$  обозначает усреднение по времени. Здесь и далее в некоторых случаях для сокращения записи зависимость переменных  $I$ ,  $a$  и  $\varphi$  от координат  $(x, y)$  не обозначена.

Последнее слагаемое в (5.6.1) в результате усреднения по времени становится равным нулю, в итоге

$$I(x, y) = I_1(x, y) + I_2(x, y) + 2[I_1(x, y)I_2(x, y)]^{1/2} \langle \cos\{\Delta\varphi(x, y) + t\Delta\omega\} \rangle.$$

Если время интегрирования фотоприемника равно  $\tau$ , то для косинусоидального множителя в последнем слагаемом получим:

$$\begin{aligned} \langle \cos(\Delta\varphi + \Delta\omega t) \rangle &= \frac{1}{\tau} \int_{t-\tau}^t \cos(\Delta\varphi + \Delta\omega t) dt = \\ &= \frac{2 \sin(\tau\Delta\omega/2)}{\tau\Delta\omega} \cos(\Delta\varphi - \tau\Delta\omega/2 + t\Delta\omega). \end{aligned}$$

В результате:

$$I = I_1 + I_2 + 2 \operatorname{sinc}(\tau\Delta\omega/2) \sqrt{I_1(x, y)I_2(x, y)} \cos(\Delta\varphi - \tau\Delta\omega/2 + t\Delta\omega). \quad (5.6.2)$$

Уравнение (5.6.2) является основным соотношением для интерференции двух монохроматических волн. Слагаемое, содержащее косинус разности фаз интерферирующих волн, называется интерференционным членом.

Важными являются следующие характерные случаи.

1. Частоты обеих интерферирующих волн равны ( $\Delta\omega = 0$ ). При этом

$$I(x, y) = I_1(x, y) + I_2(x, y) + 2\sqrt{I_1(x, y)I_2(x, y)} \cos[\Delta\varphi(x, y)]. \quad (5.6.3)$$

Соотношение (5.6.3) описывает простейший случай интерференции двух волн. При этом в плоскости наблюдения формируется стационарная интерференционная картина. При равенстве интенсивностей волн  $I_1(x, y) = I_2(x, y) = I_0$  выражение (5.6.3) существенно упрощается

$$I(x, y) = 2I_0(x, y) \{1 + \cos[\Delta\varphi(x, y)]\}. \quad (5.6.3^*)$$

Например, для двух плоских волн с направлением волновых векторов, близких к нормали поверхности экрана  $P$  (ось  $Oz$ ) и параллельных плоскости  $(z, 0, y)$ , разность фаз линейно зависит от координаты  $(y)$ , т. е.

$\Delta\varphi(x, y) = \Delta\varphi(y) = \cos(\varphi_0 + 2\pi\alpha y/\lambda)$ , где  $\alpha$  – угол между волновыми векторами интерферирующих волн. На экране наблюдается стационарная интерференционная картина в виде эквидистантных параллельных оси ( $Ox$ ) полос с шагом  $h = \lambda/\alpha$ . Соотношение  $\Delta\varphi(x, y)_{\max} = 2m\lambda$  является уравнением для максимумов, а  $\Delta\varphi(x, y)_{\min} = (2m + 1)\lambda$  – для минимумов интерференционных полос. Число  $m$  (в общем случае дробное) называется порядком интерференционной полосы, или просто порядком интерференции.

2.  $\Delta\omega \neq 0$ , однако время интегрирования существенно меньше обратной величины  $\Delta\omega$ , т. е.  $\tau\Delta\omega \ll 1$ . При этом

$$I(x, y) = I_1(x, y) + I_2(x, y) + 2\sqrt{I_1(x, y)I_2(x, y)} \cos[\Delta\varphi(x, y) + \Delta\omega\tau], \quad (5.6.4)$$

а аналогом (5.6.3\*) является выражение

$$I(x, y) = 2I_0(x, y)\{1 + \cos[\Delta\varphi(x, y) + \Delta\omega\tau]\}. \quad (5.6.4*)$$

В плоскости наблюдения реализуется нестационарная интерференционная картина. Интерференционные полосы движутся с фазовой скоростью  $\Delta\omega$ .

3.  $\Delta\omega \neq 0$ , а время интегрирования сравнимо с обратной величиной  $\Delta\omega$ , т. е.  $\tau\Delta\omega \approx 1$ . Интенсивность выражается соотношением (5.6.2). Так же как и в предыдущем случае, наблюдается нестационарная интерференционная картина. Контраст (видность) интерференционных полос  $K = (I_{\max} - I_{\min})/(I_{\max} + I_{\min})$  зависит от времени интегрирования (экспозиции) фотоприемника.

4.  $\Delta\omega \neq 0$ , а время интегрирования много больше обратной величиной  $\Delta\omega$ , т. е.  $\tau\Delta\omega \gg 1$ . Интерферограмма не регистрируется, а интенсивность в плоскости экрана равна сумме интенсивностей исходных волн:

$$I(x, y) = I_1(x, y) + I_2(x, y). \quad (5.6.5)$$

Первый случай является наиболее распространенным, как при описании интерференции как таковой, так и в методах оптической интерферометрии. При этом иногда говорится о том, что интерференция света возможна только для волн с равной частотой, образованных от одного источника света. Однако это утверждение некорректно, так как интерференция электромагнитных волн при рассмотрении ее с точки зрения суперпозиции (сложения) электромагнитных полей, очевидно, существует в любом случае. Мы можем говорить только о невозможности существования **стационарной** интерференционной картины при несовпадении частот интерферирующих волн или при образовании их от отдельных, несогласованных по фазе источников света.

Например, при использовании дифференциальных схем ЛДА интерференция двух волн с  $\Delta\omega \neq 0$  используется для создания измерительного объема в схемах, позволяющих определять направление вектора скорости.

Кроме того, в дифференциальных схемах полезный сигнал с фотоприемника также описывается соотношениями для интерференции волн с  $\Delta\omega \neq 0$ . Другой характерный пример, демонстрирующий возможность регистрации заведомо нестационарной интерференционной картины, реализующейся при использовании отдельных источников света для формирования интерферирующих волн, рассматривается в данной лабораторной работе

## 2. Использование двухлучевой интерференции в измерительных приборах.

Эффекты, возникающие при интерференции двух монохроматических волн, находят широкое применение в различных приборах и методах оптических измерений. Рассмотрим некоторые из них.

Очень широко методы оптической интерферометрии используются для исследования фазовых неоднородностей. Под фазовыми объектами понимаются среды, при прохождении которых меняется только фаза световой волны. Характерными примерами подобных сред являются жидкости и газы, в частности воздух. Локальное изменение их температуры и / или плотности приводит к изменению показателя преломления и, как следствие, характера распространения излучения. К фазовым объектам относятся также прозрачные твердые среды (стекла, кристаллы, керамики и т. п.) и отражающие и преломляющие поверхности. Методы оптической интерферометрии эффективно используются для контроля их качества, в частности, контроля изготовления зеркал, линз и других оптических элементов. Рассмотрим возможности исследования фазовых объектов на примере регистрации газовых неоднородностей.

Пусть одна из волн проходит через оптическую неоднородность, имеющую некоторое пространственное распределение показателя преломления  $n = n_0 + \delta n(x, y, z)$  ( $n_0$  – показатель преломления для невозмущенной области). В результате для данной волны фаза  $\phi(x, y)$  в плоскости регистрации изменится в зависимости от  $\delta n(x, y, z)$  на величину

$$\delta\phi(x, y) = (2\pi/\lambda) \int_L \delta n(x, y, z) dz. \quad (5.6.6)$$

Интегрирование производится по пути луча внутри неоднородности. При этом изменится и  $\Delta\phi$  в соотношении (5.6.3)  $\Delta\phi = \Delta\phi_0 + \delta\phi(x, y)$ , что приведет к сдвигу интерференционной полосы. (При малых изменениях показателя преломления угловыми отклонениями лучей, возникающими вследствие преломления в исследуемом объекте, пренебрегают.) Сдвиг полосы в некоторой точке экрана будет определяться соотношением

$$\delta t = t - t_0 = \delta\phi(x, y) / 2\pi, \quad (5.6.7)$$

где  $m_0$  – порядок интерференционной полосы при отсутствии неоднородности, а  $m$  – порядок полосы в этой же точке при ее наличии. При этом  $\delta m = 1$  соответствует сдвигу на одну интерференционную полосу. По интерферограммам можно определить  $\delta m$  и, используя соотношения (5.6.6), (5.6.7), значение интеграла от изменения показателя преломления вдоль пучка, проходящего через неоднородность.

Приведенные рассуждения лежат в основе интерференционных методов. На практике для регистрации и измерения разности фаз световых лучей используются интерференционные установки различного типа. Наибольшее распространение получили интерферометры с амплитудным разделением пучков, и среди них интерферометр Маха – Цандера (рис. 3.21). Точечный источник света 1, расположенный в фокальной плоскости коллиматорной линзы 2, создает параллельный пучок света, попадающий на полупрозрачное зеркало 3. Это зеркало делит амплитуду падающего пучка на две равные части. Одна часть проходит через зеркало 3, другая отражается от него. Затем оба пучка полностью отражаются зеркалами 4, 5 и вновь объединяются вторым полупрозрачным зеркалом 6. Один из пучков проходит к зеркалу 6 через исследуемую неоднородность 7 (измерительный), а другой – через невозмущенную область (опорный). Объективом 8 изображение неоднородности проецируется на экран 9, где наблюдается интерференционная картина. Таким образом, в плоскости наблюдения формируется стационарная (квазистационарная при изменении параметров неоднородности) картина, соответствующая случаю ( $\Delta\omega = 0$ ).

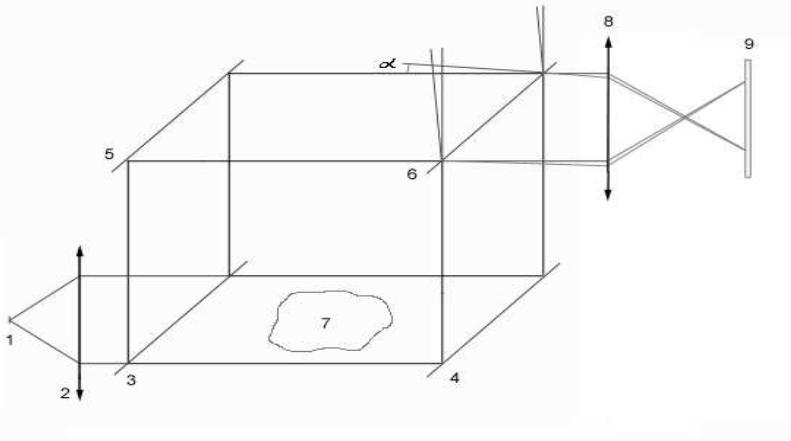


Рис. 3.21. Схема интерферометра Маха – Цандера: 1 – источник света; 2, 8 – объективы; 3, 6 – полупрозрачные зеркала; 4, 5 – зеркала; 7 – исследуемая неоднородность; 9 – плоскость регистрации

При отсутствии неоднородности и симметричном относительно нормали к плоскости наблюдения угле падения пучков на экране будут наблюдаться прямые интерференционные полосы с шагом  $h = \lambda / 2\sin(\alpha/2)$ , где  $\alpha$  – угол между интерферирующими пучками. Для малых  $\alpha$  шаг полос  $h \approx \lambda / \alpha$ . Наклоном зеркала  $b$  можно регулировать угол  $\alpha$ , и тем самым – шаг и наклон интерференционных полос.

Так как информацию об изменении фазы в некоторой точке интерферограммы несет только относительное изменение порядка интерференции, величина  $m(x, y)$  определяется с точностью до постоянного целого числа, присвоением какой-либо интерференционной полосе  $m = 0$ .

В общем случае по интерферограмме, полученной при одном направлении просвечивания неоднородности, невозможно однозначно определить 3-мерное распределение изменения показателя преломления  $\delta n(x, y, z)$  по  $\delta m(x, y)$ . Однако при некоторых симметриях исследуемого объекта, например при  $\delta n(x, y, z) = \delta n(x, y)$ , имеется однозначное решение. При этом выражение (5.6.6) преобразуется к виду  $\delta\phi(x, y) = 2\pi L\delta n(x, y) / \lambda$ , а (5.6.7) перейдет в

$$\delta m(x, y) = L\delta n(x, y) / \lambda. \quad (5.6.8)$$

Выражение (5.6.8) дает возможность определить изменение показателя преломления по сдвигу полос  $\delta n(x, y) = \delta m(x, y)\lambda / L$ . Знание  $\delta n(x, y)$  позволяет, например, для газов определить изменение плотности, так как для них с высокой точностью выполняется линейная зависимость показателя преломления от плотности

$$n = 1 + \xi\rho, \quad (5.6.9)$$

где  $\xi$  – постоянная Гладсона – Дейла (для разных газов разная),  $\rho$  – плотность газа.

Похожий вид имеет зависимость показателя преломления растворов многих веществ в воде при малых концентрациях. В этом случае

$$n = n_0 + \chi C, \quad (5.6.10)$$

где  $n_0 = 1,333$  – показатель преломления дистиллированной воды,  $\chi$  – некоторая постоянная, зависящая от вида растворяемого вещества,  $C$  – концентрация раствора. Например, на рис. 3.22 приведена зависимость показателя преломления раствора соли NaCl от ее концентрации при температуре 25 °С. Из рисунка видно хорошее удовлетворение табличных данных соотношению (5.6.10) со значением  $\chi = 1,01 \cdot 10^{-2}$  л/моль и  $n = 1,333 + 1,01 \cdot 10^{-2}C$ .



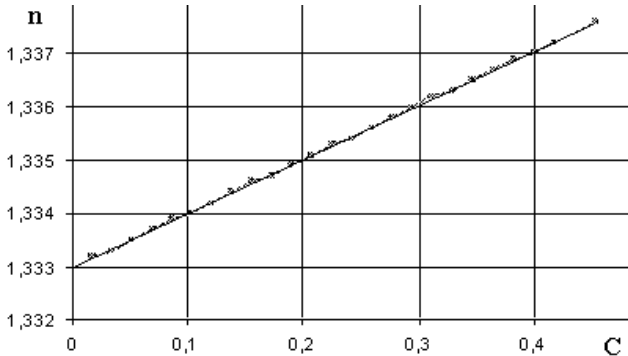


Рис. 3.22. Зависимость коэффициента преломления раствора соли в воде от концентрации  $C$  [моль/л]. Точки – табличные данные, сплошная линия соответствует уравнению  $n = 1,333 + 1,01 \cdot 10^{-2} \cdot C$

Другим, широко известным, интерферометром, используемым для исследования фазовых неоднородностей, является интерферометр Майкельсона. Одна из возможных схем прибора, использовавшаяся для изучения процесса диффузии раствора соли в воде в лаборатории практикума по физической оптике НГУ, приведена на рис. 3.23. Расходящееся когерентное излучение от полупроводникового лазера ML1016R мощностью 30 мВт с длиной волны  $\lambda = 0,65$  мкм 1, коллиматорной линзой 2 преобразуется в плоскопараллельный пучок и подается в интерферометр Майкельсона. Интерферометр образован светоделительным кубиком 3 и зеркалами 4, 5. Одно из зеркал закреплено в оптической качалке 6, с помощью которой осуществляется настройка интерферометра и регулируется шаг и наклон интерференционных полос. Пучок света, проходящий через данное плечо, является опорным. В другом плече интерферометра расположена рабочая кювета 7.

Торцевыми стенками кюветы служат поверхность светоделительного кубика и подложки отражающего зеркала. Зеркальная поверхность расположена на задней поверхности подложки для исключения возможности ее повреждения раствором. Таким же образом расположено зеркало и в первом плече интерферометра. При этом зеркальная поверхность защищена конструктивными элементами качалки от случайных повреждений. Толщина кюветы составляла 13,5 мм. Боковые стенки кюветы 8 изготовлены из стекла. Выходящее из интерферометра излучение, пройдя собирающую линзу 9, подается на телекамеру 10. Видеосигнал с телекамеры поступает на компьютер 11, где и запоминаются полученные изображения интерферграмм.

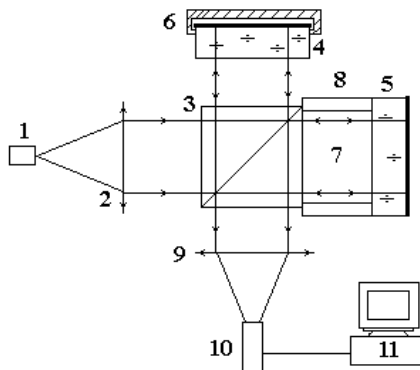


Рис. 5.6.4. Установка для изучения процесса диффузии раствора соли в воде:  
 1 – полупроводниковый лазер; 2, 9 – линзы; 3 – светоделительный кубик;  
 4, 5 – зеркала; 6 – оптическая качалка; 7 – кювета; 8 – боковые стенки кюветы;  
 10 – телекамера; 11 – компьютер

Возможно визуальное наблюдение интерференционной картины. При этом непосредственно за интерферометром устанавливается матовый экран или лист белой бумаги. Так как размеры исследуемой области и отклонения лучей малы, то вблизи от кюветы наблюдается четкое изображение исследуемого объекта. Отличие интерферометра Майкельсона по сравнению с интерферометром Маха – Цандера заключается в двойном прохождении рабочего пучка через исследуемый объем, что нужно учитывать при получении количественных данных.

На рис. 3.24 представлены интерферограммы, демонстрирующие процесс выравнивания по горизонтали концентрации раствора соли, добавленного в кювету с дистиллированной водой под действием силы тяжести. На последнем кадре резкая граница обусловлена рефракцией излучения, связанной с большими градиентами концентраций и вызванными этим большими градиентами преломления по вертикальной координате. Постепенно в результате диффузии она исчезает.

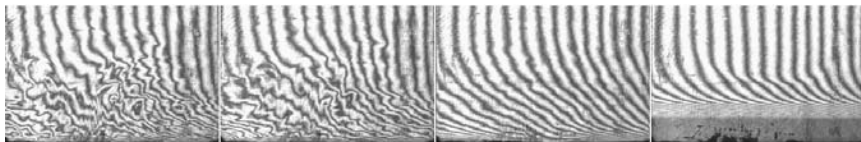


Рис. 3.24. Интерферограммы, демонстрирующие процесс растворения соли в воде

### 3. Некоторые особенности использования интерференционных методов в аэрофизическом эксперименте.

Использование интерференционных методов позволяет не только регистрировать качественные картины визуализации, но и для некоторых типов течений с известной симметрией получать количественные данные о распределении полей плотности. Однако реализация этих методов с использованием классических интерферометров типа Маха – Цандера (см. рис. 3.21), использующих амплитудное деление пучков, на крупных аэродинамических установках сталкивается с существенными техническими трудностями. В некоторых случаях габариты и конструктивные особенности установки делают вообще невозможным применение подобных интерферометров. Например, на рис. 3.25 приведена упрощенная схема сверхзвуковой аэродинамической трубы Т-313 Института теоретической и прикладной механики им. С. А. Христиановича СО РАН (ИТПМ) с ее характерными геометрическими размерами. Очевидно, что габариты и конструктивные особенности данной установки делают практически невозможным использование подобных интерферометров.

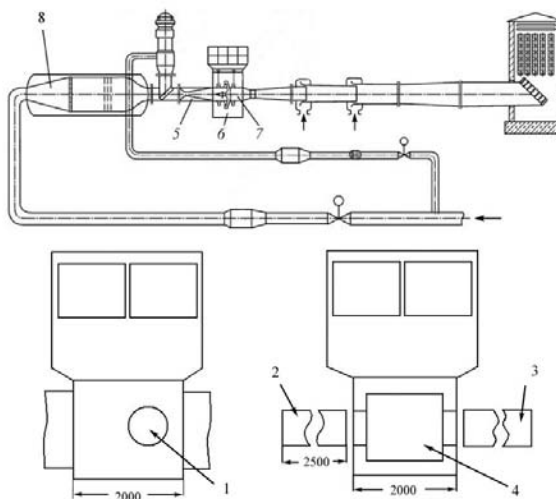


Рис. 3.25. Аэродинамическая труба Т-313, ИТПМ СОРАН:

- 1 – оптическое окно; 2 – коллиматорная часть теневого прибора ИАБ-451; 3 – приемная часть теневого прибора; 4, 7 – рабочая часть;  
5 – коробка сопел; 6 – камера давления; 8 – форкамера

В данной работе студентам предлагается ознакомиться с методом регистрации интерферограмм с формированием опорной волны от отдельного источника света, разработанным в лаборатории Оптических методов диаг-

ностики газовых потоков ИТПМ СО РАН. Использование данного подхода позволяет существенно расширить возможности использования интерференционных методов. Ознакомление с данным методом является одним из основных этапов предлагаемой лабораторной работы.

*4. Обоснование возможности регистрации интерференции волн, сформированных от двух отдельных источников света.*

Основной особенностью всех типов двухлучевых интерферометров является использование одного источника света для формирования как предметной, так и опорной волн. Именно этот факт и приводит к трудностям в реализации оптической интерферометрии на крупных установках. Использование отдельного источника света для формирования опорной волны существенно упрощает ситуацию. До недавнего времени данный подход был невозможен. Однако с появлением высокоскоростных, чувствительных приемников изображения положение коренным образом изменилось и сделало реальным использование данного подхода. Рассмотрим этот вопрос более подробно.

Одно из возможных представлений предполагает, что излучение света, в том числе и лазерным источником, происходит в виде последовательности волновых цугов, фаза которых принимает случайные значения. Если в интерферометре опорная и предметная волны сформированы от одного источника, то их случайные изменения фазы коррелированы. При условии, что разность хода  $\Delta S$  интерферирующих волн не превышает существенно длину когерентности  $L = c\tau$  ( $\tau$  – время когерентности), возможно наблюдение стационарной интерференционной картины. Схематично данная ситуация представлена на рис. 3.26, а, где изображена последовательность цугов двух интерферирующих волн, образованных от одного источника. Заштрихованные области соответствуют прохождению одного и того же цуга для обеих волн. При этом их разность фаз постоянна. Именно эти промежутки времени и вносят вклад в образование стационарной интерференционной картины.

Предположим, что излучение лазеров происходит в виде цугов равной интенсивности длительностью, подчиняющейся распределению Пуассона, со средним временем  $\tau_1$ . Функция распределения для вероятности появления цуга длительностью больше  $t$  при этом имеет вид

$$P(t) = \exp(-t/\tau_1), \quad (5.6.11)$$

а дифференциальная функция распределения, определяющая вероятность появления цуга с длительностью, лежащей в диапазоне от  $t$  до  $t + dt$ :

$$P_d(t) = \exp(-t/\tau_1) dt/\tau_1. \quad (5.6.11^*)$$

Контраст (видность) интерференционной картины при этом определяется соотношением  $K = \exp(-|\Delta S|/c\tau_1)$ . При увеличении разности хода контраст уменьшается и стремится к нулю при  $|\Delta S| \rightarrow \infty$ .

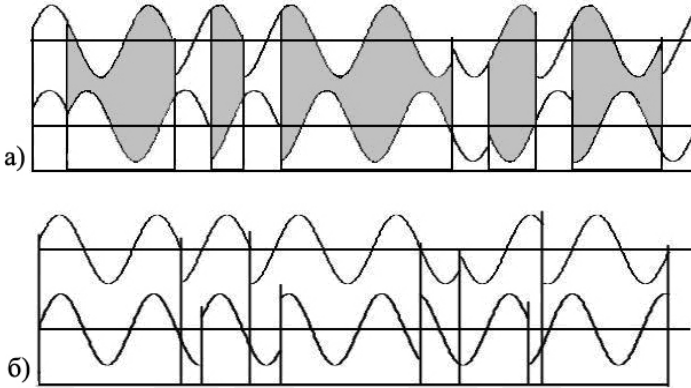


Рис. 3.26. Схематичное изображение волновых цугов интерферирующих волн: *а* – опорная и предметная волны образованы от одного источника света; *б* – от отдельных источников света

Ситуация коренным образом меняется при использовании для формирования опорной волны отдельного источника излучения (рис. 2.26, б). Так как начало и длительность цугов для различных лазеров независимы друг от друга, то в плоскости фотоприемника фаза интерференционных полос будет меняться случайным образом при смене цуга любого из источников излучения. Вероятность появления промежутка времени длительностью больше  $t$ , без смены цуга ни для одного из лазеров, согласно теореме о произведении вероятностей, будет равна

$$P_2(t) = \exp(-2t/\tau_1), \quad (5.6.12)$$

т. е. среднее время стационарной интерференционной картины  $\tau = \tau_1/2$ , что составляет половину времени когерентности для отдельного источника света. (В дальнейшем время  $\tau$  по аналогии с обычным случаем будем называть временем когерентности при интерференции волн от независимых источников света, или просто временем когерентности.)

Таким образом, изображение, регистрируемое за некоторое время экспозиции  $T$ , будет представлять сумму отдельных интерференционных картин с относительной интенсивностью (яркостью)  $I_i$ , пропорциональной времени их существования  $t_i$ . При этом интенсивность отдельной интерференционной картины можно представить в виде  $I_i \sim t_i \{1 + \cos[\varphi(x, y) + \Psi_i]\}$ , где  $\varphi(x, y)$  – изменение фазы, характеризующее исследуемый объект, а  $\Psi_i$  –

сдвиг фазы, претерпевающий скачок на случайную величину при смене пуга излучения, любого из используемых лазеров. Яркость суммарной интерференционной картины будет определяться выражением

$$I_{\Sigma} \sim \sum_i t_i \{1 + \cos[\varphi(x, y) + \Psi_i]\} \sim 1 + K \cos[\varphi(x, y) + \Psi_{\Sigma}], \quad (5.6.13)$$

где  $K$  – контраст интерферограммы,  $\Psi_{\Sigma}$  – случайное, меняющееся от кадра к кадру, значение начальной фазы.

Случайное значение фазы  $\Psi_{\Sigma}$  не играет особой роли при получении количественной информации. Однако значение контраста является основным параметром, определяющим качество регистрируемых интерферограмм. Схематично  $I_{\Sigma}$  для отдельной реализации можно представить в виде вектора в фазовой плоскости  $I_{\Sigma} = T + V$ , являющегося суммой вектора  $T$ , лежащего на оси абсцисс, и вектора  $V$  (рис. 3.27). При этом  $|T| = \sum_i |t_i|$ , а вектор  $V = \sum_i t_i$  представляет собой сумму векторов  $t_i$  со случайной фазой  $\Psi_i$ . (Здесь и далее векторные величины обозначены жирными символами, а символами в обычном написании – модули этих величин.) При движении по изображению интерферограммы результирующая интенсивность будет меняться в зависимости от  $\varphi(x, y)$ , что соответствует вращению вектора  $V$ . Контраст интерференционной картины определяется соотношением

$$K = (I_{\max} - I_{\min}) / (I_{\max} + I_{\min}). \quad (5.6.14)$$

Максимумы интерференционных полос соответствует положению 1 вектора  $V$  и интенсивности  $I_{\max} = T + V$ , а минимумы – положению 2  $I_{\min} = T - V$ . Отсюда

$$K = V/T. \quad (5.6.14^*)$$

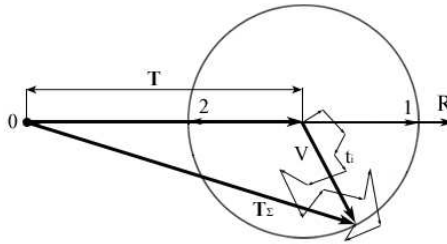


Рис. 3.27. Схема, поясняющая результат суммирования нескольких интерферограмм со случайными фазами

Модуль  $V$  принимает случайные значения для отдельных реализаций, т. е. имеет смысл говорить только о среднестатистическом значении (математическом ожидании) данного параметра  $M(V)$ . То же относится и к контрасту интерферограмм, который может меняться в диапазоне  $K = 0 \div 1$ .

Очевидно, что среднестатистический контраст должен уменьшаться с увеличением времени экспозиции  $T$ , т. е. и  $M(V)$ , и  $M(K)$  есть некоторые функции от  $T$ .

Получить аналитическое выражение для  $M(V)$  не представляется возможным, так как решение сводится к многократным эллиптическим интегралам второго рода. Однако достаточно просто получить соотношение для среднего квадрата модуля вектора  $V$ . Очевидно, что  $M(V^2)$  также является функцией от  $T$ , т. е.  $M(V^2) = F(T)$ . Для отдельной реализации имеем

$$\begin{aligned} V^2 &= \left( \sum_i t_i \sin \psi_i \right)^2 + \left( \sum_i t_i \cos \psi_i \right)^2 = \\ &= \sum_i t_i^2 + 2 \sum_i \sum_{j \neq i} t_i t_j (\sin \psi_i \sin \psi_j + \cos \psi_i \cos \psi_j). \end{aligned} \quad (5.6.15)$$

Средний квадрат вектора получим при усреднении выражения (5.6.15) по углам в диапазоне от 0 до  $2\pi$  и всем возможным комбинациям длин цугов  $t_i$  с учетом вероятностей их появления. Так как  $t_i$  и  $\Psi_i$  – не зависящие друг от друга случайные величины, то интегрирование по углам суммы перекрестных членов в соотношении (5.6.15) дает 0, в результате имеем:

$$F(T) = \langle V(T)^2 \rangle = \langle \sum_i t_i^2 \rangle, \quad (5.6.16)$$

где значки  $\langle \rangle$  обозначают усреднение по возможным комбинациям  $t_i$ .

Выражение для  $F(T)$  можно получить из рекуррентного соотношения:

$$F(T) = \int_0^T e^{-t/\tau} t^2 dt / \tau + \int_0^T e^{-t/\tau} F(T-t) dt / \tau + e^{-T/\tau} T^2. \quad (5.6.17)$$

Первое слагаемое в (5.6.17) соответствует среднему квадрату длительности первого за время экспозиции цуга, при условии, что он короче времени экспозиции. Второе слагаемое является средней суммой квадратов цугов, прошедших за оставшееся время экспозиции после первого цуга. При этом весовым множителем подынтегральных выражений является вероятность появления первого цуга длительностью  $t < T$ . Третье слагаемое учитывает возможность появления первого и в этом случае единственного за время экспозиции цуга, длительностью больше  $T$ .

После взятия интеграла в первом слагаемом и замене переменной во втором ( $t = T - t^*$ ) получим:

$$F(T) e^{T/\tau} = 2\tau^2 e^{T/\tau} - 2\tau^2 - 2\tau T + \frac{1}{\tau} \int_0^T e^{t^*/\tau} F(t^*) dt^*, \quad (5.6.18)$$

а после дифференцирования по  $T$ :

$$\frac{dF(T)}{dT} = 2\tau(1 - e^{-T/\tau}). \quad (5.6.19)$$

Решение уравнения (5.6.19), с учетом того, что  $F(0) = 0$ , дает

$$F(T) = 2T\tau + 2\tau^2(e^{-T/\tau} - 1). \quad (5.6.20)$$

Для среднеквадратичного контраста  $K^* = (\langle K^2 \rangle)^{1/2} = (\langle V^2 \rangle)^{1/2} / T$  имеем:

$$K^*(T) = \sqrt{F(T)} / T. \quad (5.6.21)$$

Представляет интерес два предельных случая зависимости среднеквадратичного контраста от времени экспозиции:

$$K^*(T)|_{T \rightarrow 0} \rightarrow 1; \quad (5.6.22)$$

$$K^*(T)|_{T \gg \tau} = (2\tau/T)^{1/2}. \quad (5.6.23)$$

Как и следовало ожидать, контраст интерферограмм стремится к максимально возможному  $K^* = 1$  при уменьшении времени экспозиции. При увеличении  $T$  контраст стремится к нулю. Однако, как видно из (5.6.23), даже при временах экспозиции, в 100 раз больших времени когерентности  $K^* \approx 14\%$ , что является вполне приемлемой величиной для методов оптической интерферометрии.

При выводе полученных выше соотношений предполагался однократный режим генерации используемых лазеров. Можно показать, что для лазеров, генерирующих на нескольких частотах

$$K_{\nu=q}^*(T) = \frac{\sqrt{F(T)}}{T} \frac{\sqrt{\sum_q I_q^2}}{\sum_q I_q}, \quad (5.6.24)$$

где  $q$  – количество генерируемых частот,  $I_q$  – интенсивность отдельной частоты. При равной интенсивности излучения всех генерируемых частот

$$K_{\nu=q}^*(T) = \frac{\sqrt{F(T)}}{T\sqrt{q}}. \quad (5.6.25)$$

Из соотношений (5.6.23) и (5.6.25) следует, что при временах экспозиции, существенно превышающих  $\tau$ , увеличение числа генерируемых частот равносильно увеличению времени экспозиции в  $q$  раз.

Очевидно, что полученные для контраста соотношения будут выполняться только в случае равенства частот обоих источников света. При не-



совпадении частот интерференционные полосы движутся со скоростью, пропорциональной  $\Delta\nu = |\nu_1 - \nu_2|$ , что приводит к снижению контраста получаемых картин. Оценим необходимую точность совпадения частот. В случае, когда время экспозиции превышает время когерентности ( $T > \tau$ ), итоговое изображение представляет собой результат суммирования некоторого количества интерферограмм со случайными фазами. Среднее время стабильности фазы –  $\tau$ . Для получения контрастной итоговой интерференционной картины необходимо, чтобы отдельные интерферограммы сами по себе были достаточно контрастны. При этом контраст интерферограммы для каждого цуга, так же как и для суммарной интерферограммы, будет определяться как

$$K^{**} \approx \chi K^*, \quad (5.6.26)$$

где  $\chi = \sin(\pi T \Delta\nu) / (\pi T \Delta\nu)$ . В случае ( $T < \tau$ )  $\chi = \sin(\pi T \Delta\nu) / (\pi T \Delta\nu)$ .

Для проверки соотношения (5.6.21) был проведен численный эксперимент с использованием метода Монте-Карло, результаты которого приведены на рис. 3.28.

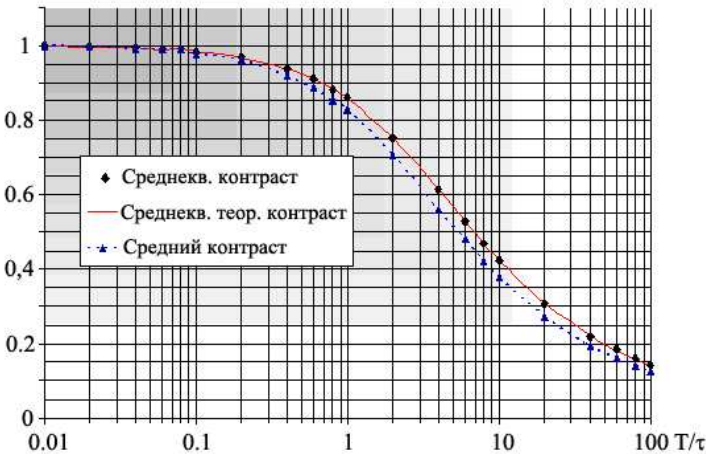


Рис. 3.28. Результаты численного эксперимента по оценке контраста

Результаты численного эксперимента совпали со значениями, полученными из аналитического выражения, с точностью до десятых долей процента. Этот факт, с одной стороны, указывает на правильность полученных соотношений, а с другой – служит подтверждением того, что используемая последовательность псевдослучайных чисел достаточно равномерна для наших целей, а реализованный алгоритм расчета верен и достаточно эффективен. Треугольники на пунктирной кривой – результаты для сред-

нестатистического контраста. Как и следовало ожидать, они несколько ниже, чем соответствующие значения для среднеквадратичного контраста. Однако даже для времен экспозиции, в 100 раз больших времени когерентности, среднестатистический контраст интерферограмм превышает 10 %, что вполне достаточно для регистрации.

Время когерентности  $\tau$  определяется средней длительностью цугов лазерного излучения  $\tau_1 = 2\tau$ . Для газовых лазеров характерные значения  $\tau_1$  составляют величины порядка  $10^{-3}$  с. Современные телекамеры позволяют регистрировать изображения за времена  $T \sim 10^{-6}$  с, что существенно меньше  $\tau_1$ . Это дает возможность без особых трудностей использовать газовые лазеры для реализации схем с формированием опорной волны от отдельного источника света. При этом среднестатистический контраст регистрируемых интерферограмм в основном определяется разностью частот используемых лазеров (см. соотношение (5.6.26)).

## 2. Описание установки

На рис. 3.29 приведена оптическая схема интерферометра с формированием опорной волны от отдельного источника света. Излучение от гелий-неонового лазера 1 с помощью объективов 2 и коллиматорной линзы 3 формируется в плоскопараллельный пучок, который служит предметной волной. После прохождения исследуемой фазовой неоднородности 4 и собирающей линзы 5 зондирующее излучение подается на регистрирующее устройство, включающее в себя светоделительный кубик 6, гелий-неоновый лазер 7 и приемную телекамеру 8. Излучение лазера 7 используется в качестве опорного пучка (волны сравнения). Регистрируемые изображения сохраняются на компьютере 9. На рис. 3.30 и рис. 3.31 приведены фотографии установки.

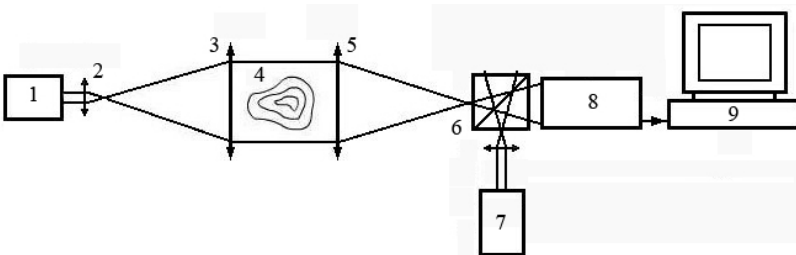


Рис. 3.29. Схема экспериментальной установки.

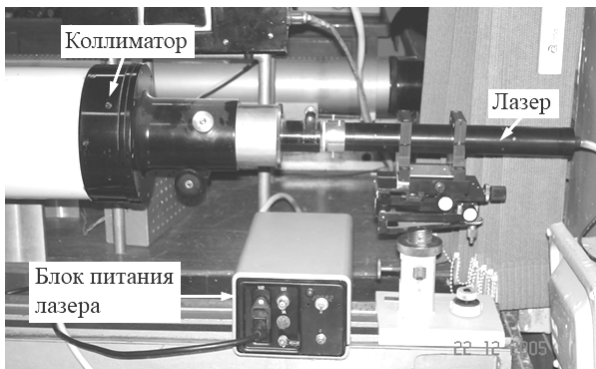
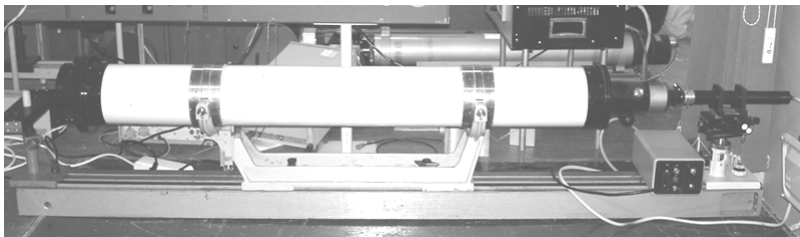


Рис. 3.30. Коллиматорная часть интерферометра

Как уже было показано, для получения качественных интерферограмм необходимо, чтобы частоты излучения обоих источников света совпадали с достаточной точностью. Однако на установке, имеющейся в лабораторном практикуме, используются обычные гелий-неоновые лазеры, частоты которых могут существенно отличаться друг от друга, что не позволяет регистрировать необходимые интерферограммы. Проблема регистрации интерферограмм решается следующим образом. Как известно, длины волн генерируемого лазерным источником излучения удовлетворяют условию  $\Delta S = m\lambda$ , где  $\Delta S = 2L$  – удвоенная оптическая длина лазерного резонатора,  $m$  – целое число. Изменяя длину резонатора, можно изменять (сканировать) длину волны излучения лазера.

При включении лазера, в результате омического нагрева газоразрядной трубки, нагреваются и конструктивные элементы резонатора, что приводит к увеличению его длины  $L$ , а тем самым и к изменению частоты генерации. Этот факт лежит в основе способа регистрации интерферограмм. Один из лазеров включается заблаговременно и со временем выходит на стационарный режим работы. Частота излучения при этом меняется достаточно медленно. После этого включается второй лазер. Частота его генерации в результате нагрева изменяется существенно быстрее. Это приво-

дит к совпадению частот генерации обоих лазеров в некоторые, в нашем случае неизвестные (случайные), моменты времени. Однако если в момент включения второго лазера начать ввод серии изображений, то существует достаточно высокая вероятность регистрации необходимых интерферограмм. Как правило, для регистрации достаточно ввода 2–3 серий изображений из  $\sim 100$  кадров. На рис. 2.32 приведена типичная интерферограмма пламени спиртовки, полученная данным способом. Время экспозиции составляло 1,125 мкс. На установке лабораторного практикума используются непрерывные He-Ne-лазеры мощностью до 2 мВт, работающие на 1–2 продольных модах, и телевизионная камера *Leutron Vision LV8500*.

Таким образом, можно констатировать, что современные чувствительные устройства регистрации изображений позволяют применять в методах оптической интерферометрии отдельные источники света для формирования опорной волны. Это позволяет увеличить возможные размеры анализируемых фазовых объектов, упростить процесс получения интерферограмм на установках, оснащенных обычными теневыми приборами, и расширить применение методов оптической интерферометрии в аэрофизическом эксперименте.

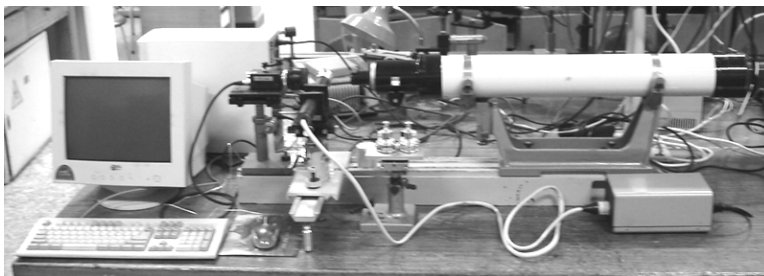


Рис. 3.31. Приемная часть интерферометра

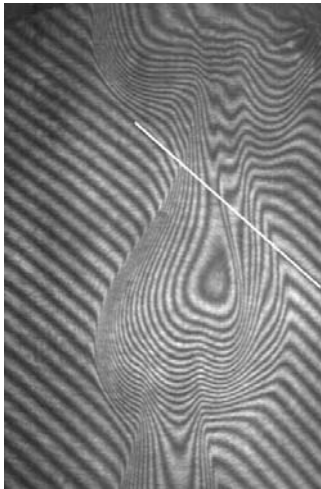


Рис. 3.32. Пример интерферограммы пламени спиртовки, зарегистрированной предлагаемым способом

### 3. Порядок выполнения работы

1. Включить компьютер и один из лазеров.
2. Ознакомиться с инструкцией по работе с программным обеспечением управления телекамерой. Так как могут использоваться разные телекамеры, взять описание программного обеспечения у дежурного инженера.
3. Научиться включать телекамеру в режиме непрерывного просмотра – **телевизионного режима**.
4. Научиться осуществлять ввод серии изображений.
5. Включить камеру в **телевизионный режим**.
6. Убедиться в правильной настройке интерферометра. Для этого включить второй лазер. Внимательно наблюдать за регистрируемым изображением. При правильной настройке интерферометра, в процессе нагрева резонатора лазера, в моменты совпадения лазерных частот будут на короткое время появляться изображения, модулированные интерференционными полосами, аналогичным присутствующим на рис. 3.32. При отсутствии данного эффекта в течение времени, превышающем 1–2 минуты, обратиться к преподавателю за помощью в настройке интерферометра.

**Внимание!!! Не пытайтесь сами настроить интерферометр, так как данная процедура достаточно сложна и требует определенных навыков.**

7. Дать остыть резонатору второго лазера. Для этого выключить его на некоторое время (5–10 минут).
8. Установить в рабочую область интерферометра исследуемый объект – зажженную свечу.
9. Включить второй лазер.
10. Непосредственно после включения лазера ввести серию изображений и просмотреть ее. При наличии в серии кадров, модулированных интерференционными полосами, достаточного для их обработки качества, эксперимент можно считать законченным. При отсутствии подобных кадров ввести новую серию. Обычно хватает ввода 2–4 серий.

***Внимание!!! При вводе рабочих серий обеспечьте равномерное, не колеблющееся от потоков воздуха пламя. Для этого при необходимости укоротите фитиль свечи и попросите товарищей не производить резких движений и перемещений по лаборатории вблизи установки.***

11. Сохраните значимые кадры в вашей директории.
12. Установив в рабочей области объект с известными размерами, зарегистрируйте его изображения для определения масштаба  $M$  [мм/пиксель].
13. В предположении равенства показателя преломления (однородная плотность и состав продуктов горения) в пламени оценить изменение показателя преломления. Оценить температуру пламени в предположении равенства постоянной Гладсона – Дейла для продуктов сгорания и воздуха. Процедура обработки интерферограмм изложена в следующем пункте.

#### **4. Обработка интерферограмм**

На рис. 3.33 приведен фрагмент интерферограммы пламени свечи, полученной студентами при выполнении данной работы. Для расшифровки интерферограммы необходимо произвести следующие действия.

1. Выбрать сечение пламени  $S$ .
2. Пронумеровать интерференционные полосы (с точностью до постоянного целого числа). Так как плотность (коэффициент преломления) к центру пламени убывает, номер интерференционной полосы в этом направлении тоже должен убывать.
3. Продолжить интерференционные полосы из невозмущенной области для определения их положения в отсутствии исследуемого объекта.
4. Получить значения номеров невозмущенных интерференционных полос  $N_0(x_S)$  в выбранном сечении в зависимости от координаты  $x_S$  (координаты вдоль линии  $S$ ). На рис. 3.33  $N_0(x_S) = \text{const} = 0$ . При наклон-

ных базовых интерференционных полосах, как на рис. 3.32,  $N_0(x_s) \neq \text{const}$ .

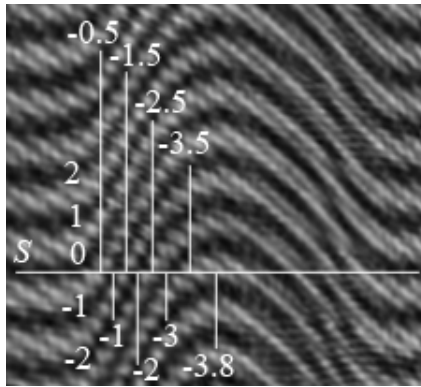


Рис. 3.33. Фрагмент интерферограммы пламени свечи

5. Получить значения номеров невозмущенных интерференционных полос в выбранном сечении в зависимости от координаты  $x_s$ .
6. Найти  $\Delta N(x_s) = N(x_s) - N_0(x_s)$ .

## Работа 5.8. Спекл-интерферометрия

**Цель работы:** ознакомиться с понятием и изучить свойства спеклов, ознакомиться с методикой регистрации смещений на основе спекл-интерферометрии.

**Оборудование:** полупроводниковый лазер, ПЗС-камера, объективы, диффузор, персональный компьютер.

### 1. Краткая теория

Если осветить лазерным пучком матовую поверхность, то в рассеянном свете будет наблюдаться хаотичная зернистая картина. Каждое зерно такой картины называется спеклом (от англ. *speckle* – «пятнышко, крапинка»). Возможность наблюдать спеклы появилась только с созданием источников интенсивного когерентного излучения – лазеров. Спеклы обладают многими интересными свойствами и позволяют существенно расширить возможности дистанционных измерений движения физических тел, изучения формы тел и структуры их поверхности, расширить методы обработки изображения.

#### 1. Спеклы в пространстве предметов

Рассмотрим плоскую матовую поверхность (рис. 3.34), рассеивающую лазерное излучение. Каждая точка поверхности, по принципу Гюйгенса – Френеля, является источником вторичных волн, причем на всей площади каждой неровности фазы этих волн совпадают. Таким образом, спекл-картина получается в результате интерференции множества хаотически расположенных источников. Рассмотрим экран, находящейся на расстоянии  $L$  от матовой поверхности.

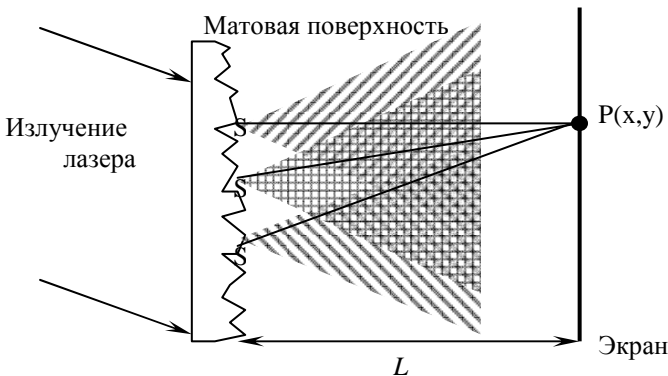


Рис. 3.34. Оптическая схема формирования спеклов



По принципу суперпозиции напряженность электрического поля в точке Р с координатами (х, у) есть сумма полей каждого источника:

$$\mathbf{E}(x, y) = \sum_i \mathbf{E}_i = \sum_i \mathbf{E}_{0i}(x, y) \cdot \exp(i \cdot \mathbf{k}_i \mathbf{r}_i + \varphi_i).$$

Интенсивность в точке Р есть

$$I(x, y) = \mathbf{E} \mathbf{E}^* = \sum_i \sum_j \mathbf{E}_i \mathbf{E}_j^* = \\ \sum_i I_i(x, y) + \sum_{\substack{i, j \\ i \neq j}} \mathbf{E}_{0i} \mathbf{E}_{0j}^* \exp(i \mathbf{k}_i \mathbf{r}_i - i \mathbf{k}_j \mathbf{r}_j + \Delta \varphi_{ij}).$$

Без потери общности можно полагать, что такие источники точечные, имеют одинаковые амплитуды и одинаково поляризованы. Тогда для  $N$  источников:

$$\mathbf{E}_{0i} = \mathbf{E}_{0j}; \quad \mathbf{k}_i \parallel \mathbf{r}_i; \quad k_i = k_j = \frac{2\pi}{\lambda}; \\ I(x, y) = N \cdot I_0(x, y) + \\ I_0(x, y) \sum_i \sum_{j>i} \left[ \exp\left(i \frac{2\pi}{\lambda} (r_i - r_j) + i \Delta \varphi_{ij}\right) + \exp\left(-i \frac{2\pi}{\lambda} (r_i - r_j) - i \Delta \varphi_{ij}\right) \right] = \\ = N \cdot I_0(x, y) + 2I_0(x, y) \sum_i \sum_{j>i} \cos\left(\frac{2\pi}{\lambda} (r_i - r_j) + \Delta \varphi_{ij}\right) = \\ = I_0(x, y) \cdot \left[ N + 2 \sum_i \sum_{j>i} \cos\left(\frac{2\pi}{\lambda} (r_i - r_j) + \Delta \varphi_{ij}\right) \right].$$

Найдем  $r_i - r_j$ . Если на матовой поверхности приписать каждому источнику координаты  $(x_i, y_i)$ , то квадрат длины вектора, исходящего из этой точки в точку измерения  $(x, y)$ , будет:

$$r_i^2 = (x - x_i)^2 + (y - y_i)^2 + L^2 \Rightarrow \\ \Rightarrow r_i^2 - r_j^2 = 2x(x_i - x_j) + 2y(y_i - y_j) + (x_i^2 - x_j^2) + (y_i^2 - y_j^2) \Rightarrow \\ \Rightarrow r_i^2 - r_j^2 = (r_i - r_j)(r_i + r_j) = 2L \cdot (r_i - r_j), \quad r_i \approx r_j \approx L \Rightarrow \\ \Rightarrow r_i - r_j = \frac{x(x_i - x_j) + y(y_i - y_j)}{L} + \frac{(x_i^2 - x_j^2) + (y_i^2 - y_j^2)}{2L} \Rightarrow$$

$$I(x, y) = I_0 \left[ N + 2 \sum_i \sum_{j>i} \cos \left( 2\pi \frac{x(x_i - x_j) + y(y_i - y_j)}{\lambda \cdot L} + \Delta\psi_{ij} \right) \right], \quad (5.8.1)$$

где в  $\Delta\psi_{ij}$  включены члены, зависящие от  $x_{ij}$ ,  $y_{ij}$  и фазы источников. При выводе полагалось, что  $r_i \approx L$ , т. е.  $r_i - r_j \ll L$ , для всех  $i, j$ . Это равносильно тому, что размер освещенной области на поверхности гораздо меньше расстояния до экрана.

Итак, соотношение (5.8.1) задает распределение интенсивности на экране от  $N$  точечных источников. При  $N = 2$  получается известное выражение для опыта Юнга – интерференция двух точечных источников. Наблюдаемая картина представляет собой чередование светлых и темных эквидистантных полос. В случае  $N > 2$  картина задается наложением интерференционных картин от каждой пары точечных источников. На рис. 3.35, *a–в* представлены результаты численного моделирования интенсивности для разного числа произвольно расположенных источников с использованием (5.8.1). На каждом шаге к имеющимся источникам добавляется набор новых.

Видно, что с ростом числа интерферирующих источников степень регулярности картины уменьшается и при  $N = 8$  в рамках выбранного масштаба становится иррегулярной.

Рассмотрим одномерный случай. Предположим, что все источники расположены на оси  $Ox$  на некотором отрезке с длиной  $D$ . Тогда интенсивность описывается соотношением

$$I(x) = I_0(x) \cdot \left[ N + 2 \sum_i \sum_{j>i} \cos \left( 2\pi \frac{x(x_i - x_j)}{\lambda \cdot L} + \Delta\psi_{ij} \right) \right].$$

При этом по оси  $Ox$  имеется набор пространственных частот  $f = a/(L\lambda)$ , зависящий от расстояния  $a = x_i - x_j$  между источниками. Интенсивность складываемых с указанной частотой пропорциональна числу пар таких источников, которое может быть выражено через линейную плотность источников и длину  $(D - a)$  занимаемого ими отрезка (рис. 3.36). Тогда распределение частот будет выглядеть следующим образом:  $N_f \sim f_{max} - f$  (рис. 3.37), где  $f_{max} = D/(L\lambda)$ .

Для такого распределения среднее значение величины будет равно  $f_{max}/3$ . Таким образом, получаем:

$$I(x) = N \cdot I_0(x) \cdot \left[ 1 + \cos \left( 2\pi \frac{x \cdot D}{3\lambda \cdot L} \right) \right] = N \cdot I_0(x) \cdot \left[ \cos^2 \left( \pi \frac{x \cdot D}{3\lambda \cdot L} \right) \right].$$

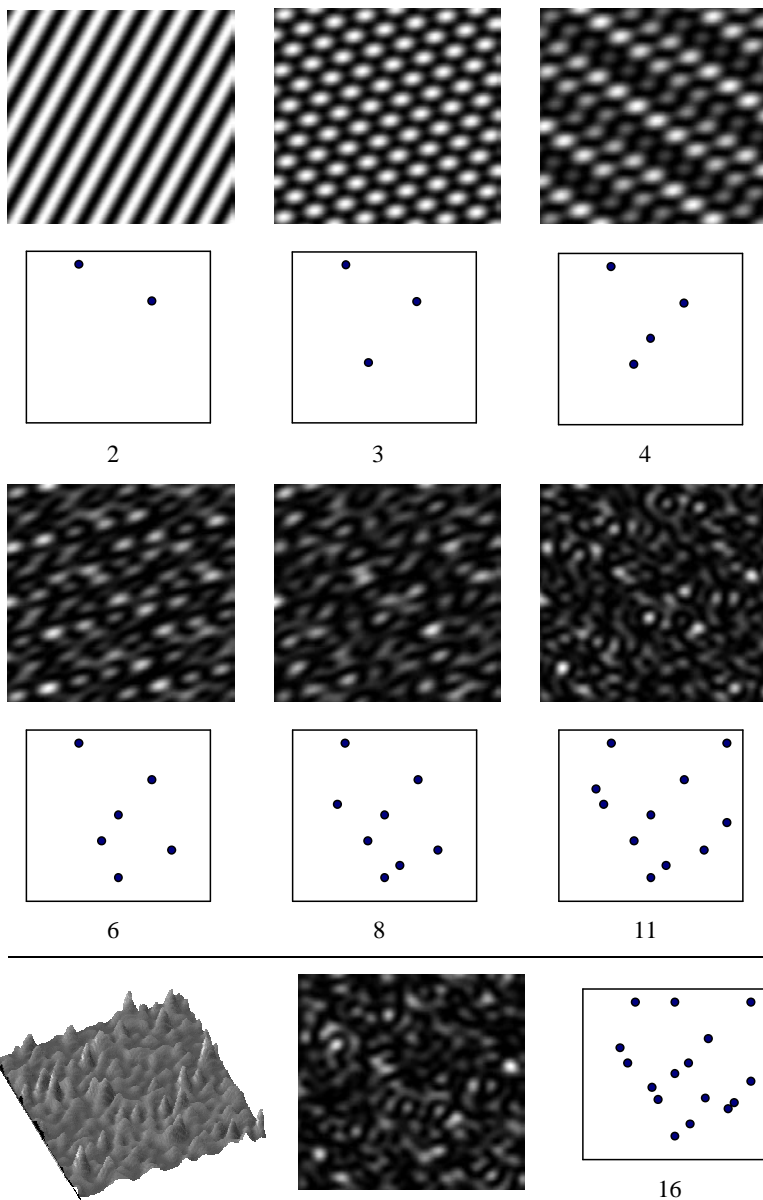


Рис. 3.35. Интерференционная картина 2, 3, 4, 6, 8, 11, 16 точечных источников. Под спеклограммами показано расположение источников на матовой поверхности в плоскости  $XY$

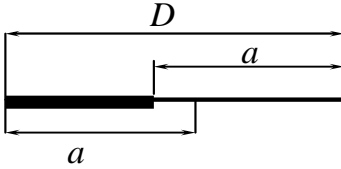


Рис. 3.36. Схема, поясняющая вычисление количества пар точек на отрезке, разделенных расстоянием  $a$

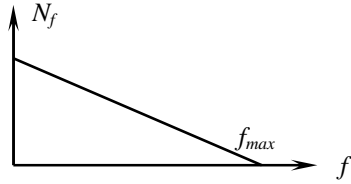


Рис. 3.37. Спектр пространственных частот

Если  $b$  – размер спекла (ширина на полувысоте), то  $I(b/2) = 0,5 \cdot I(0)$  и, следовательно:

$$b = \frac{1,5 \cdot L \cdot \lambda}{D}. \quad (5.8.2)$$

Рассмотренные в данном разделе спеклы называются спеклами в пространстве предметов.

## 2. Спеклы в пространстве изображений.

Рассмотрим изображение  $S'$  точечного источника  $S$ , формируемое объективом  $O$  с круглой оправой диаметра  $A = 2a$  (рис. 3.38). Поскольку линза является элементом, выполняющим преобразование Фурье, то амплитуда в плоскости изображения  $\pi'$  дается фурье-образом круговой функции объекта. Таким образом, амплитуда может быть выражена как

$$E(r) = \frac{2J_1(Z)}{Z}, \quad Z = \frac{2\pi a r}{\lambda L}, \quad (5.8.3)$$

где  $J_1(Z)$  – функция Бесселя первого порядка переменной  $Z$ . Кривые на рис. 3.39 и 3.40 показывают, как изменяется амплитуда  $E(r)$  и интенсивность  $I = |E(r)|^2$  в зависимости от  $Z$ .

Очевидно, что рассматриваемая картина имеет круговую симметрию (ее называют кругом Эйри). В ней имеется очень яркое центральное пятно, окруженное последовательностью светлых и темных колец. Для первого темного кольца таблица функций Бесселя дает значение  $Z = 3,83$ . По формуле (5.8.3) можно вычислить его диаметр:

$$\frac{2\pi a r}{\lambda L} = 3,83 \quad b = 2r = \frac{3,83 \cdot \lambda L}{\pi a} = 1,22 \cdot \frac{\lambda L}{a}. \quad (5.8.4)$$

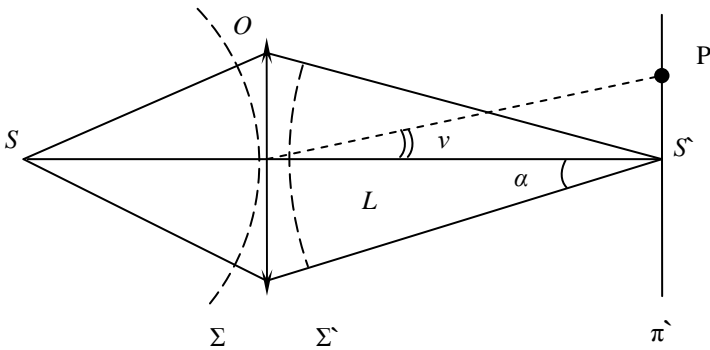
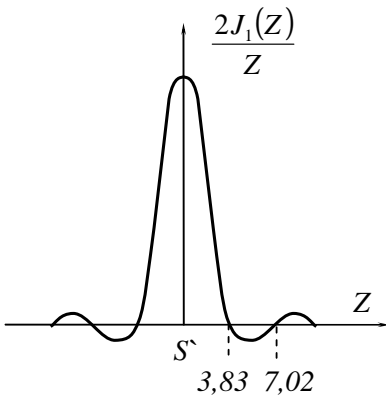
Рис. 3.38. Схема расположения точечного источника  $S$  и его изображения  $S'$ 

Рис. 3.39. Распределение амплитуды в изображении точечного источника

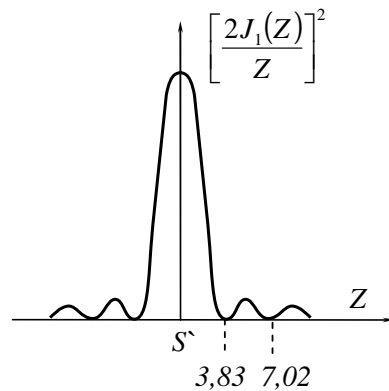


Рис. 3.40. Распределение интенсивности в изображении точечного источника

Иначе говоря, изображение точечного источника представляет собой картину дифракции сферической волны  $\Sigma$  на круглом отверстии радиуса  $a$ . При этом расходящаяся волна  $\Sigma$  преобразуется в сходящуюся волну  $\Sigma'$  (см. рис. 3.38).

Таким образом, все точечные источники, располагающиеся на матовой поверхности, будут создавать на экране одинаковые изображения, лишь сдвинутые относительно друг друга по оси  $Ox$  (рис. 3.41,  $a$ ). Их амплитуды, хотя и одинаковы, но будут суммироваться с учетом фазы конкретно каждого источника. На экране будет наблюдаться картина, состоящая из

хаотически расположенных светлых пятен (см. рис. 3.41, б). Эти пятна называются спеклами в пространстве изображений.

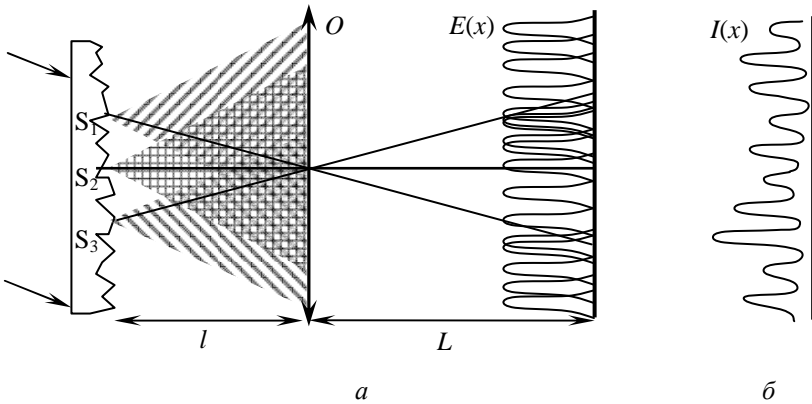


Рис. 3.41. Формирование спеклов: *а* – кривые распределения амплитуд изображений точечных источников; *б* – суммарное распределение интенсивности

Используя понятие дельта-функции, говорят, что спеклы в пространстве изображений представляют собой результат свертки амплитуды дифракционной картины, формируемой объективом  $O$ , со всеми дельта-функциями, соответствующими всем геометрическим изображениям источников.

### 3. Регистрация смещений с использованием спекл-интерферометрии.

Пусть имеется транспарант, функция пропускания которого равна

$$\tau(x, y) = \tau_0(x, y) + \tau_0(x - d, y),$$

т. е. фактически состоящий из двух идентичных изображений, сдвинутых на расстояние  $d$  относительно друг друга. Будем рассматривать изображение транспаранта, освещенного плоской волной  $E_0$  (рис. 3.42). Амплитуда в фокальной плоскости на расстоянии  $f$  (фокусное расстояние) от объектива будет задаваться преобразованием Фурье от амплитуды волны ( $E_0\tau$ ), полученной в результате прохождения через транспарант:

$$\begin{aligned}
E_f(\xi, \eta) &= \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} E_0 \tau(x, y) \exp \left[ -i \frac{2\pi}{\lambda f} (x\xi + y\eta) \right] dx dy = \\
&= \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} E_0 \tau_0(x, y) \exp \left[ -i \frac{2\pi}{\lambda f} (x\xi + y\eta) \right] dx dy + \\
&+ \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} E_0 \tau_0(x-d, y) \exp \left[ -i \frac{2\pi}{\lambda f} (x\xi + y\eta) \right] dx dy.
\end{aligned}$$

Поскольку интегрирование идет по всему пространству, то простейшей заменой переменной  $x \rightarrow x-d$  второе слагаемое сводится к произведению Фурье-образа  $\tau_0$  функции  $\tau$  на фазовый множитель:

$$\begin{aligned}
E_f(\xi, \eta) &= E_0 \tau_{0f}(\xi, \eta) + E_0 \tau_{0f}(\xi, \eta) \exp \left( -i \frac{2\pi d}{\lambda f} \xi \right) = \\
&= E_0 \tau_{0f}(\xi, \eta) \exp \left( -i \frac{\pi d}{\lambda f} \xi \right) \cos \left( \frac{\pi d}{\lambda f} \xi \right).
\end{aligned}$$

Возводя в квадрат модуль амплитуды, получаем интенсивность в плоскости изображения:

$$I_f(\xi, \eta) = E_0^2 \tau_{0f}^2(\xi, \eta) \left[ 1 + \cos \left( 2\pi \frac{d}{\lambda f} \xi \right) \right]$$

Видно, что изображение в Фурье-плоскости объектива, иначе называемое фурье-спектром транспаранта, модулировано интерференционными полосами с шагом

$$h = \frac{\lambda f}{d}, \quad (5.8.5),$$

измеряя который можно вычислить исходное смещение изображений  $d$  на транспаранте.

Техника спекл-интерферометрии предполагает двукратное экспонирование спекл-картины (до сдвига и после) с последующим изготовлением транспаранта (суммы спекл-картин) и изучением его спектра. При этом транспарант будет представлять собой набор хаотически расположенных пар отверстий (см. рис. 3.42).

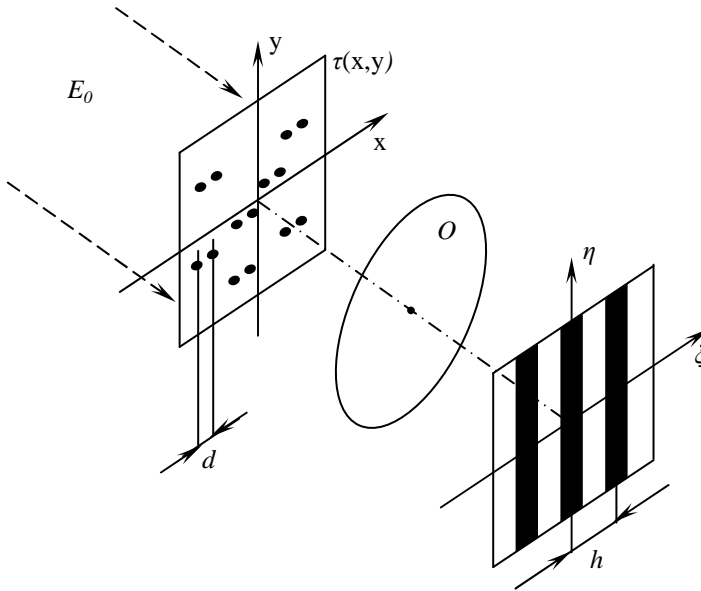


Рис. 3.42. Схема получения спектра транспаранта, содержащего большое число хаотически расположенных пар отверстий

В случае регистрации спеклов в пространстве предметов сдвиг спекл-картины  $d$  будет равен сдвигу диффузора в силу геометрии схемы. Таким образом, из (5.8.5) будем иметь

$$d = \frac{\lambda f}{h}. \quad (5.8.6)$$

Рассмотренный метод является одним из видов интерферометрии интенсивности, в которой, в отличие от обычной интерферометрии, коррелируют не амплитуды электромагнитных волн, а их интенсивности. Хотя данная методика и называется спекл-интерферометрией, строго говоря, понятие интерференции в ней необходимо только на этапе обработки. В настоящее же время, как правило, применяется электронная регистрация изображений с последующей численной обработкой на основе корреляционного или Фурье-анализа, а сами методы иногда называют методами спекл-фотографии.

В начале параграфа, при выводе соотношения (5.8.5), мы рассматривали сдвиг произвольного изображения, поэтому данная методика может применяться безотносительно спеклов. Регистрация спекл-структуры возможна с применением когерентного излучения, а регистрация изображе-



ния присутствующих в потоке частиц или неоднородностей структуры светорассеивающей поверхности – в том числе и в белом свете. Данный подход с успехом используется при регистрации деформаций, полей скорости, визуализации газовых потоков растровыми (фоновыми) теневыми методами и др.

## 2. Описание экспериментальной установки

В качестве источника когерентного излучения в работе используется полупроводниковый лазер 1, снабженный объективом 2 (рис. 3.43). В качестве диффузора используется тefлоновая пластинка в оправе 3, закрепленная на столике с микровинтом. Для формирования изображения предусмотрен объектив 4 с изменяемой апертурой (диафрагмой), а для формирования Фурье-спектра используется объектив 4' с рамкой для транспаранта. Спекл-картины регистрируются ПЗС-камерой 5 и сохраняются в компьютере 6.

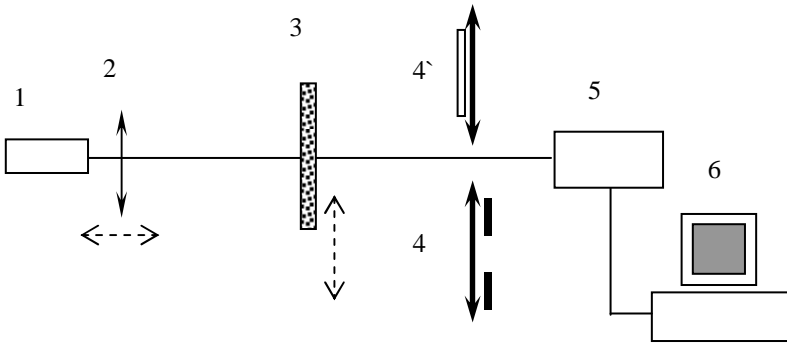


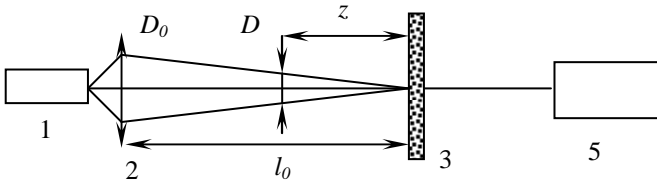
Рис. 3.43. Оптическая схема экспериментальной установки

## 3. Выполнение работы

*1. Экспериментальная проверка зависимости размера спекла в пространстве предметов от размера освещенной области на диффузоре.*

1. Ослабить винт фиксации направляющей объектива 2.
2. Передвигая объектив 2, сфокусировать лазерное излучение на расстоянии 30–40 см.
3. Установить стойку с диффузором 3. При этом плоскость диффузора должна примерно совпадать с плоскостью фокусировки излучения.

4. На расстоянии ~20 см от диффузора установить камеру 5. По изображению на мониторе (инструкции по работе с программой см. на рабочем месте) убедиться, что спекл-картина попадает на матрицу.
5. Аккуратно передвигая стойку с диффузором, добиться максимального размера спеклов в плоскости ПЗС-матрицы. В данном положении излучение максимально точно сфокусировано на матовой поверхности.
6. Измерить расстояние  $l_0$  от объектива лазера до плоскости диффузора. Данное положение лазера принимается за начальное.
7. Передвигая стойку лазера в направлении диффузора и измеряя величину сдвига  $z$  от начального положения, регистрировать спекл-картины.



8. Построить зависимость размера спекла  $b(D)$  (см. прил. 1). Сравнить с зависимостью (5.8.2). Из геометрии схемы диаметр освещенной области выражается как

$$D = D_0 \frac{z}{l_0}, D_0 = 2 \text{ см.}$$

## 2. Экспериментальная проверка зависимости размера спекла в пространстве изображений от апертуры объектива.

1. Придвинуть диффузор на расстояние ~5 см к объективу 2.
2. На расстоянии 30 см от диффузора установить объектив 4 с диафрагмой  $f = 15$  см.
3. Передвигая стойку камеры 5, настроить положение ПЗС-матрицы на изображение диффузора.
4. Изменяя размер диафрагмы  $A = 2a$  и регистрируя соответствующие спеклограммы, построить зависимость  $b(A)$ . Сравнить с теоретической по формуле (5.8.3).

## 3. Измерение смещения диффузора методом спекл-интерферометрии.

1. На оптической скамье оставить только лазер, диффузор и камеру.
2. Перестраивая объектив 2, добиться параллельности пучка лазерного излучения (см. прил. 2).

3. Передвигая стойку камеры вдоль оси, добиться размера спекла в плоскости ПЗС-матрицы около 5 пикселей.
4. Зарегистрировать спеклограммы до и после смещения диффузора в поперечном направлении. Сдвиг произвести на 50–70 мкм.
5. Распечатать транспаранты (см. прил. 3).
6. Убрать из схемы стойку с диффузором 3.
7. Внести в схему объектив с оправой для транспаранта  $4^* f = 55$ . Вставить транспарант. Стойку с объективом придвинуть ближе к лазеру.
8. Передвигая стойку камеры вдоль оси, добиться совпадения Фурье-плоскости объектива  $4^*$  с плоскостью ПЗС-матрицы.
9. По наблюдаемому спектру транспаранта, используя формулу (3.2), измерить смещение диффузора.

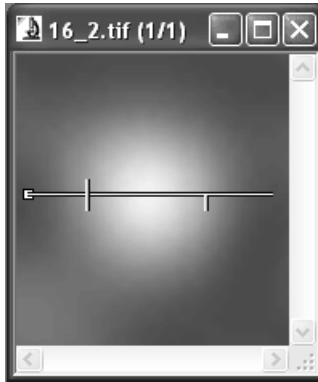
#### 4. Исследование свойств линзы.

1. Если необходимо, перестраивая объектив 2, добиться параллельности пучка лазерного излучения (см. прил. 2).
2. Установить на скамье объектив 4. Открыть максимально диафрагму. Объектив  $4^*$  должен быть убран.
3. Внести в схему диффузор. Установить объектив на расстоянии  $\sim 20$  см от диффузора.
4. Передвигая стойку с камерой и периодически перемещая диффузор микровинтом, добиться того, чтобы спекл-картина при смещении матовой поверхности оставалась неизменной и неподвижной.
5. Измерить расстояние от объектива до плоскости ПЗС-матрицы. Объяснить явление.

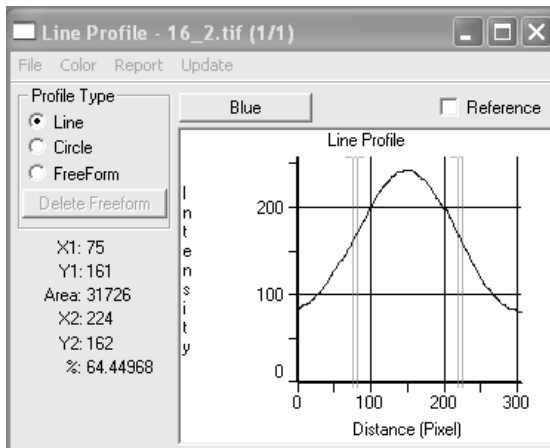
## 4. Приложения

### 1. Измерение размера спеклов.

1. Используя графический редактор, вырезать 5–6 изображений спеклов для каждого эксперимента, увеличить в 4–5 раз.
2. Открыть изображение в программе Image-Pro Plus 4.5.
3. В меню выбрать **Measure** → **Line Profile...**
4. Перетаскивая появившийся линейный маркер (за центр и/или за края), установить его на центральное сечение спекла. Края должны находиться за границами спекла.



5. В открывшемся окне **Line Profile...** справа находится профиль яркости, отображающий попиксельное распределение интенсивности вдоль маркера.



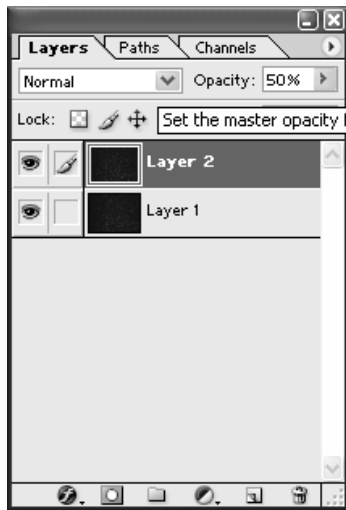
6. Слева находится информационная панель, показывающая положение  $x_1, x_2$  измерительных маркеров (двойные линии на диаграмме) и  $y_1, y_2$  – значения интенсивности в точках  $x_1, x_2$ .
7. Любым маркером измерить значение интенсивности в максимуме  $y_0$ . Измерить значение в минимуме слева и справа от максимума  $y_{ml}, y_{mr}$ . Установить оба маркера на полувысоту от разницы полученных значений. Размер спекла будет разницей от положений  $x_1, x_2$  (с учетом масштаба).

*2. Формирование параллельного излучения лазера.*

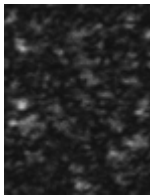
1. Поднести листок миллиметровой бумаги вплотную к объективу лазера. На просвет измерить диаметр пучка.
2. Отодвинуть листок на расстояние ~50 см.
3. Перемещая объектив, добиться того же размера пучка.
4. Отодвинуть листок на максимально возможное расстояние.
5. Повторить п. 3.

*3. Изготовление транспарантов.*

1. Открыть оба изображения в графическом редакторе Adobe Photoshop.
2. Выделить окно одного из изображений.
3. Нажать последовательность клавиш Ctrl+A, Ctrl+Insert, Ctrl+N. Эквивалентно выделению всего изображения, копированию в буфер обмена и созданию нового файла.
4. В открывшемся окне создания файла нажать ОК.
5. Нажать Shift+Insert (вставить из буфера обмена).
6. Выделить окно второго изображения.
7. Нажать последовательность клавиш Ctrl+A, Ctrl+Insert. Выделить окно нового изображения. Нажать Shift+Insert. В результате в новом файле будет два слоя изображения.
8. Открыть окно **Layers** работы со слоями. В главном меню, в закладке **Window** выбрать **Layers**.
9. Выделить верхний слой нажатием левой кнопки мыши в списке слоев.



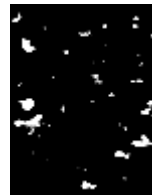
10. Открыть окно настройки контраста и яркости, выбрав в главном меню **Image** → **Adjustments** → **Brightness/Contrast**. На следующих этапах проводится фильтрация изображения.
11. Перемещением ползунка **Contrast** в диапазоне +80 – +98 добиться резких контуров и исчезновения мелкой структуры, ползунка **Brightness** в диапазоне –50 – –20 – среднего расстояния между изображениями спеклов превосходящего как минимум вдвое их размеры.
12. На следующем рисунке представлены результаты пошагового выполнения п. 11. На исходном изображении *а* был увеличен контраст, повысилась яркость всех спеклов, контуры их изображений стали более четкими (изображение *б*). После этого была понижена общая яркость, часть спеклов исчезла.



а



б



в

13. Произвести вычитание слоев, сменив в поле **Normal** на **Difference**. Теперь изображение должно стать «двойным»
14. Перевести изображение в режим градаций серого. Для этого в главном меню выбрать **Image** → **Mode** → **Grayscale**. В открывшемся окне нажать кнопку **Flatten (Merge)**.
15. В главном меню **File** выбрать **Print with Preview (Ctrl+P)**. В открывшемся окне в разделе **Scaled Print Size** установить значение поля **Width** 4 см вместо 36,83 см. Поле **Height** автоматически изменится.
16. В разделе **Position** снять галочку **Center Image**. Установить значение полей **Top, Left** по 2 см. (Отвечает за расположение изображения на печатаемом листе относительно верхнего левого угла.)
17. Нажать кнопку **Print**. Выбрать принтер **Hewlett Packard \*\*6**. Качество печати 1200 dpi.
18. Вставить пленку для печати в лоток подачи бумаги – расположен со стороны лицевой части принтера снизу.
19. Отправить изображение на печать.
20. Держа лист с распечатанным транспарантом в руке, поместить изображение в параллельный пучок. Убедиться в наличии хорошо различимых полос в спектре.

21. Повторить распечатку транспаранта на том же листе пленки для остальных значений смещений (либо новых, если необходимо). Для этого проделать все операции пп. 1–15.
22. В п. 16 установить значение полей **Top**, **Left** так, чтобы новое изображение не наложилось на предыдущее. Рекомендуется установить поле **Top** на 5 см больше, чем для предыдущего (например, 7 12 17 и т. д.).
23. Далее выполнить пп. 17–20.
24. При отчетливом наблюдении полос в спектрах вырезать транспаранты.

## Работа 5.10. Лазерный доплеровский анемометр

**Цель работы:** изучить принцип работы лазерного доплеровского анемометра (ЛДА) и измерить скорости движущейся нити по смещению частоты рассеянного света.

**Оборудование:** полупроводниковый лазер, оптическая схема фокусировки лазерного пучка, выделения двух лазерных пучков и сбора рассеянного излучения, вращающаяся нить, фотоприемник (фототранзистор), цифровой осциллограф, оптический микроскоп и цифровая фотокамера, персональный компьютер.

### 1. Краткая теория

#### 1. Принципы лазерной анемометрии.

Для установления количественных зависимостей, которые положены в основу доплеровского метода измерения скорости, рассмотрим, как меняется частота света при рассеянии на движущемся объекте, например, на частице, находящейся в потоке жидкости или газа.

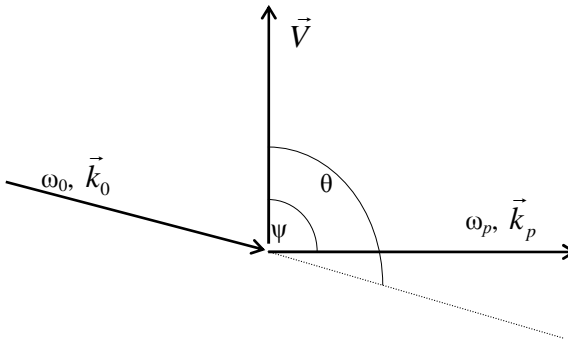


Рис. 3.44. Схема, иллюстрирующая рассеяние света движущейся частицей

Пусть монохроматический источник света испускает волну с круговой частотой  $\omega_0$  и волновым вектором  $\vec{k}_0$  (рис. 3.44). По абсолютной величине волновой вектор  $k_0 = 2\pi/\lambda_0$ , где  $\lambda_0$  – длина волны излучения, испускаемого источником. Свет, падая на движущуюся со скоростью  $\vec{V}$  частицу, рас-



сеивается во все стороны. Рассеянная волна с волновым вектором  $\vec{k}_p$  будет иметь частоту  $\omega_p$ . Установим связь между частотами  $\omega_p$  и  $\omega_0$ .

Движущаяся частица воспринимает электромагнитную волну с частотой  $\omega'$ , которая, согласно эффекту Доплера, равна

$$\omega' = \omega_0 \left( 1 - \frac{V}{c} \cos \theta \right), \quad (5.10.1)$$

где  $\theta$  – угол между направлением распространения волны и направлением скорости частицы. Если частица удаляется от источника, то она воспринимает меньшую частоту колебаний; если приближается к источнику, то частота будет больше.

Частота рассеянных движущейся частицей волн равна частоте воспринимаемых ею колебаний, т. е. частота рассеянной волны, которую будет воспринимать неподвижный приемник, выражается формулой, обратной выражению (5.10.1), и равна

$$\omega_p = \frac{\omega'}{1 - \frac{V}{c} \cos \psi}, \quad (5.10.2)$$

где  $\psi$  – угол между направлением рассеяния волны и направлением движения источника.

Подставляя в последнее выражение частоту  $\omega'$  из (5.10.1), находим частоту рассеянной волны  $\omega_p$ :

$$\omega_p = \omega_0 \frac{1 - \frac{V}{c} \cos \theta}{1 - \frac{V}{c} \cos \psi}. \quad (5.10.3)$$

Поскольку скорости частиц, рассеивающих свет, в области применимости ЛДА  $\frac{V}{c} \ll 1$ , то оставляя в выражении (5.10.3) только члены, линейные относительно  $V$ , получим:

$$\omega_p = \omega_0 \left[ 1 - \frac{V}{c} (\cos \theta - \cos \psi) \right]. \quad (5.10.4)$$

Соотношение (5.10.4) положено в основу доплеровского метода измерения скорости.

Из (5.10.4) можно получить выражение для сдвига частоты рассеянной волны  $\omega_D$ , обусловленного эффектом Доплера:

$$\omega_D = \omega_p - \omega_0 = -\omega_0 \frac{V}{c} (\cos \theta - \cos \psi). \quad (5.10.5)$$

Последнее соотношение можно записать и в другом виде через волновые векторы падающей  $\vec{k}_0$  и рассеянной  $\vec{k}_p$  волн.

Учитывая, что  $\vec{k}_0 = 2\pi/\lambda_0 = \omega_0/c$ ,  $\vec{k}_p = \omega_p/c$ , а изменение частоты мало, т. е.  $k_0 \approx k_p$ , доплеровский сдвиг частоты примет вид

$$\omega_D = (\vec{k}_p - \vec{k}_0) \vec{V} = \vec{K} \vec{V}. \quad (5.10.6)$$

Вектор  $\vec{K} = (\vec{k}_p - \vec{k}_0)$  называют вектором чувствительности.

Таким образом, сдвиг частоты при рассеянии света на движущейся частице однозначно определяется проекцией вектора скорости частицы на вектор чувствительности.

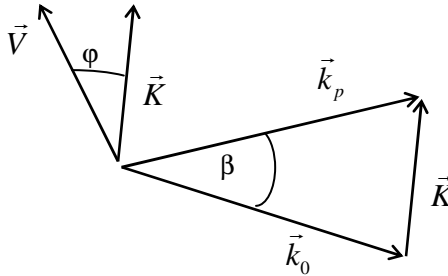


Рис. 3.45. Схема, поясняющая вычисление доплеровского сдвига частоты

Для дальнейшего анализа удобно ввести следующие углы (см. рис. 3.45):  $\beta$  – угол между направлением падающей и рассеянной волн,  $\varphi$  – угол между вектором чувствительности  $\vec{K}$  и вектором скорости  $\vec{V}$ . Тогда (5.10.6) примет вид

$$\omega_D = 2Vk_0 \sin \frac{\beta}{2} \cos \varphi. \quad (5.10.7)$$

Если вектор скорости перпендикулярен вектору чувствительности, т. е. совпадает с биссектрисой угла  $\beta$ , доплеровский сдвиг частоты в рассеянном свете отсутствует ( $\cos \varphi = 0$ ).

В среде с показателем преломления, отличным от единицы, величина доплеровского сдвига частоты увеличивается в  $n$  раз:

$$\omega_D = 2V k_0 n \sin \frac{\beta}{2} \cos \varphi, \quad (5.10.8)$$

где  $k_0$  – модуль волнового вектора для волны падающего света в вакууме, а углы  $\varphi$  и  $\beta$  берутся в среде с показателем преломления  $n$ .

## 2. Дифференциальная схема ЛДА.

В лазерной анемометрии используется много различных оптических схем, среди которых наиболее широкое распространение получили так называемые дифференциальные схемы (рис. 3.46). В этих схемах на движущийся объект направляется не один, а два монохроматических пучка, и доплеровский сдвиг не зависит от направления наблюдения рассеянного излучения. Будем считать, что в общем случае частоты этих пучков неодинаковы.

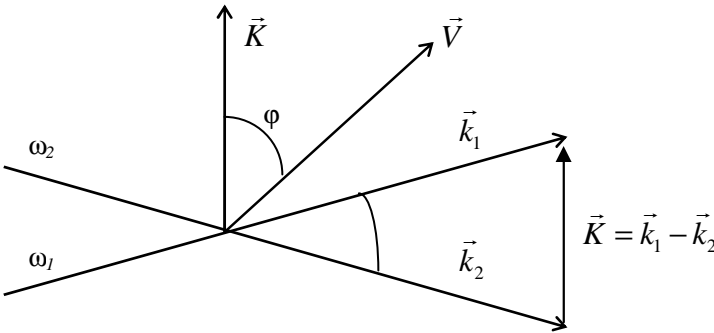


Рис. 3.46. Дифференциальная схема ЛДА

Если  $\omega_1, \vec{k}_1$  – частота и волновой вектор одной волны, а  $\omega_2, \vec{k}_2$  – частота и волновой вектор второй волны, то частоты рассеянного движущейся частицей света можно найти по формуле (5.10.4). С учетом выражений (5.10.5) и (5.10.6) эти частоты равны соответственно

$$\omega_{1p} = \omega_1 + (\vec{k}_{1p} - \vec{k}_1) \vec{V},$$

$$\omega_{2p} = \omega_2 + (\vec{k}_{2p} - \vec{k}_2) \vec{V}.$$

Так как рассеянное излучение от двух лазерных пучков регистрируется в одном направлении, то можно принять  $|\vec{k}_{1p}| = |\vec{k}_{2p}|$ . Тогда доплеровский сдвиг частоты

$$\omega_d = \omega_{2p} - \omega_{1p} = (\omega_2 - \omega_1) + (\vec{k}_1 - \vec{k}_2)\vec{V} = (\omega_2 - \omega_1) + \vec{K}\vec{V}.$$

При равенстве частот двух падающих волн ( $\omega_1 = \omega_2$ ) получаем выражение для доплеровского сдвига частоты (см. рис. 3.46):

$$\omega_d = \vec{K}\vec{V} = 2Vk_0 \sin \frac{\alpha}{2} \cos \varphi \quad (5.10.9)$$

Соотношение (5.10.9) описывает случай интерференции двух рассеянных на частице волн, имеющих разные частоты (см. выражение (1.36)). При этом в плоскости наблюдения реализуется нестационарная интерференционная картина, полосы которой движутся относительно входного отверстия фотоприемника с фазовой скоростью  $\omega_d = \omega_{2p} - \omega_{1p}$ .

Таким образом, измеряя  $\omega_d$  и зная угол между падающими пучками, из (5.10.9) можно найти проекцию вектора скорости частицы на вектор чувствительности  $\vec{K}$ .

Помимо рассмотренного выше доплеровского подхода к объяснению принципа работы дифференциальной схемы ЛДА существует и эквивалентный ему времяпролетный подход, суть которого состоит в следующем. Известно, что при пересечении двух когерентных пучков в заданной области среды образуется интерференционная картина с периодическим пространственным распределением интенсивности результирующего поля (рис. 3.47). При этом ширина интерференционной полосы (расстояние между соседними порядками интерференции) определяется соотношением (в плоскости, перпендикулярной биссектрисе угла)

$$d = \frac{\lambda_0}{2 \sin \frac{\alpha}{2}}, \quad (5.10.10)$$

где  $\alpha$  – угол между падающими пучками. Если через эту интерференционную картину будет двигаться частица со скоростью  $V$ , то, очевидно, что излучение, рассеянное этой частицей, будет модулировано по интенсивности. При этом частота модуляции будет равна величине  $\nu = 1/\Delta t$ , обратной времени пересечения частицей одной интерференционной полосы шириной  $d$ :

$$v = \left( \frac{V}{d} \right) \cos \varphi = 2 \left( \frac{V}{\lambda_0} \right) \sin \frac{\alpha}{2} \cos \varphi, \quad (5.10.11)$$

$$\omega = 2\pi v = 2Vk_0 \sin \frac{\alpha}{2} \cos \varphi.$$

Легко заметить, что данное выражение совпадает с выражением (5.10.9), полученным при использовании доплеровской интерференции.

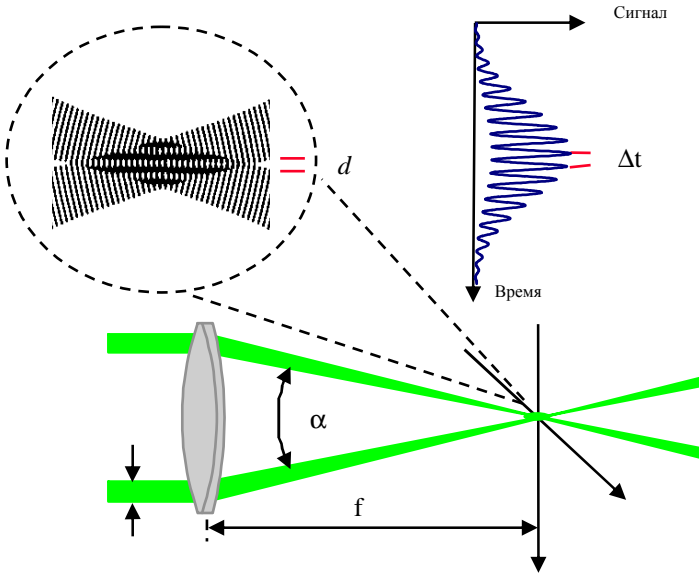


Рис. 3.47. Времяпролетная модель дифференциальной схемы ЛДА

Таким образом, с точки зрения этого подхода база измерения задается периодической структурой из  $N$  максимумов интерференционной картины. Крайние случаи дифференциальных измерений, когда  $N = 1$  или  $N = 2$ , называются времяпролетными методами, которые также получили достаточно широкое распространение при измерениях скорости.

Во времяпролетном методе с одним лазерным пучком базовым расстоянием является размер самого пучка (диаметр  $d$ ), отсчитываемый на определенном уровне плотности мощности. Регистрируя импульс рассеянного излучения с помощью фотоприемника, получаем электрический сигнал, длительность которого  $\Delta t_1$  характеризует скорость частицы  $U = d/\Delta t_1$ .

Во время пролета метода с двумя лазерными пучками линейная база задается расстоянием  $l$  между пучками. Измерение скорости частиц сводится к измерению времени задержки между двумя импульсами фототока и вычислению отношения значения базы ко времени задержки  $U = l/\Delta t_2$ .

Для измерения частоты доплеровского сигнала можно использовать различные системы для определения периода при известном числе импульсов и т. д. Отметим, например, что при использовании анализатора спектра в дифференциальной схеме осуществляется двойное фурье-преобразование: первое осуществляется фокусирующим объективом, когда двугорбое распределение поля в его фокальной плоскости трансформируется в периодическую структуру (интерференционную картину), второе – анализатором спектра, сигнал которого имеет два максимума (кроме нулевого).

## 2. Описание установки

Оптическая схема лазерного доплеровского анемометра показана на рис. 3.48 и состоит из двух основных частей: осветительной и приемной. Объектом измерения в данной работе является тонкая нить, закрепленная на вращающемся диске 4 (в области отверстия).

Осветительная часть при дифференциальных измерениях предназначена для формирования заданной системы интерференционных полос и состоит из источника света 1 (полупроводникового лазера), фокусирующего объектива 2 и устройства, формирующего два пучка света 3 (используется наиболее простая реализация – диафрагма с двумя отверстиями). Осветительная часть выполнена в виде единого блока, установленного на одной площадке с вращающимся диском. Площадка установлена на рейтере, жестко закрепленном на оптическом столе.

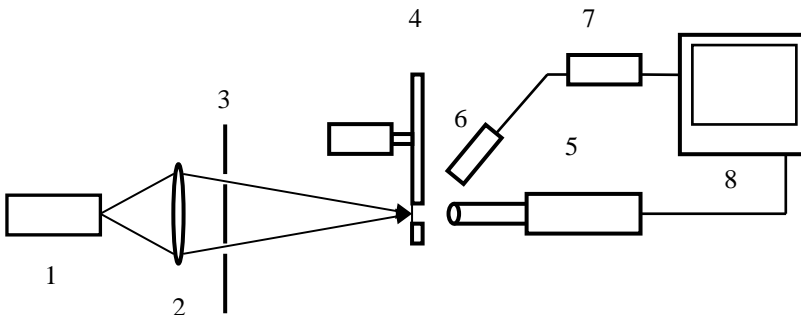


Рис. 3.48. Оптическая схема лазерного доплеровского анемометра

Приемная часть предназначена для регистрации рассеянного излучения и выполнена в виде единой конструкции – блока фотодетектора 6, который включает фототранзистор с микрообъективом, предварительный усилитель и систему питания. Блок фотодетектора устанавливается на рейтере и может передвигаться по оптическому столу.

Для регистрации интерференционной картины и измерения расстояния между интерференционными полосами используется цифровая видеокамера с микрообъективом 5, которая закреплена на рейтере и также может передвигаться по оптическому столу. Для ослабления интенсивности света при регистрации интерференционной картины применяется съемный светофильтр.

Изображение с видеокамеры регистрируется на компьютере с помощью программы CamView. Ярлык для запуска программы расположен на рабочем столе Windows. На рис. 3.49 приведено изображение интерфейса программы. В поле *A* можно наблюдать изображение с видеокамеры. С помощью кнопки 1 можно сохранить полученное изображение. Кнопка 2 открывает диалог с настройками камеры. Они понадобятся, чтобы устанавливать необходимую экспозицию. С помощью кнопки 3 можно управлять настройками отображения, в частности масштабом изображения. Кнопка 4 запускает захват одного кадра, кнопка 5 циклический захват, который можно остановить кнопкой 6. В поле *B* отображается некоторая информация о полученном кадре. С помощью кнопки 7 выбирается отображение информации о точке картинке, на которую наведен курсор мыши. Кнопка 8 выбирает отображение горизонтального распределения яркости на уровне курсора.

В данной схеме (см. рис. 3.48) из широкого луча полупроводникового лазера 1 при помощи непрозрачной диафрагмы 3 с двумя отверстиями выделяются два пучка света. Эти пучки объективом 2, установленным между лазером и диафрагмой, фокусируются в измерительном объеме, где они пересекаются, образуя систему интерференционных плоскостей, которую можно наблюдать с помощью цифровой видеокамеры с микрообъективом 5 на экране персонального компьютера 8. Движущийся через интерференционные полосы объект рассеивает излучение, которое регистрируется фотоприемником, расположенном в блоке фотодетектора 6. С выхода фотодетектора сигнал поступает на аналого-цифровой преобразователь (АЦП) 7 и далее в персональный компьютер 8. АЦП с соответствующим программным обеспечением позволяет реализовать на компьютере многофункциональный прибор, включая цифровой запоминающий осциллограф, анализатор спектра, цифровой измерительный прибор (вольтметр, амперметр, омметр) и генератор сигналов сложной формы.

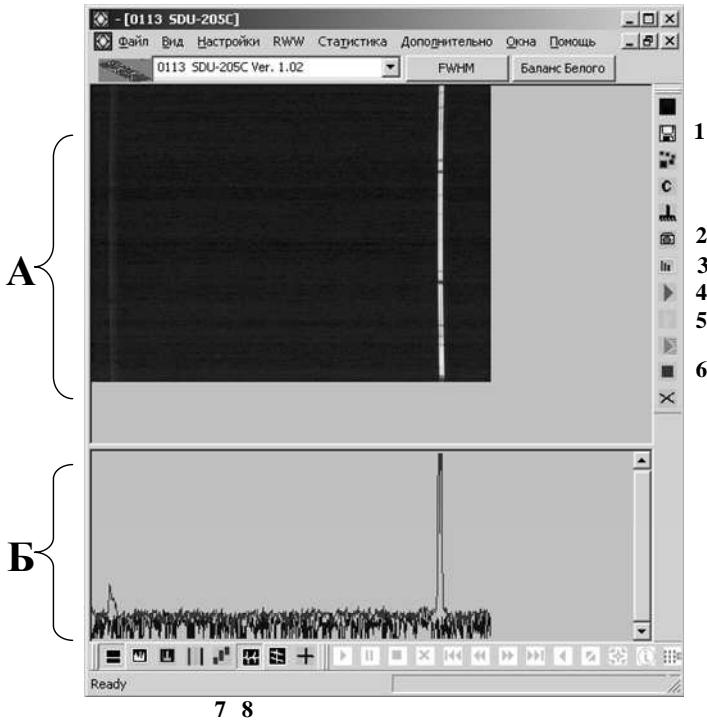


Рис. 3.49. Интерфейс программы CamView

Таким образом, при каждом прохождении нити через измерительный объем формируется серия импульсов, интервал между которыми обратно пропорционален проекции вектора скорости  $\vec{V}$  на вектор чувствительности  $\vec{K} = \vec{k}_1 - \vec{k}_2$ , а средняя частота сигнала пропорциональна этой проекции (см. соотношение (5.10.9)). С помощью цифрового осциллографа регистрируется форма этого сигнала и выполняются все необходимые изменения его параметров, например, при изменении скорости вращения диска.

### 3. Порядок выполнения работы

1. Ознакомьтесь с описанием работы.
2. Осветительная часть и вращающийся диск жестко закреплены на подставке и не требуют настройки. Фокусировка точки пересечения падающих лучей на проволочке в плоскости диска 4 осуществляется при помощи объектива. Фокусировка требуется только при замене



проволочки и проводится обслуживающим персоналом или преподавателями.

3. Получите на экране монитора четкое изображение интерференционных полос и проволочки. Для этого поверните диск так, чтобы проволочка находилась в области пересечения лазерных пучков. Установите на столе видеокамеру с микрообъективом 5 вплотную к диску 4. Ось микрообъектива должна идти соосно с биссектрисой угла между лучами, а излучение лазера попадать на центр входного окна микрообъектива. При правильной настройке на экране компьютера 8 проецируется интерференционная картина из чередующихся вертикальных светлых и темных полос и изображение проволочки. Поворачивая диафрагму с отверстиями, добейтесь, чтобы интерференционные полосы были ориентированы параллельно проволочке. Сохраните файл с изображением интерференционной картины.
4. По полученным изображениям определите расстояние между интерференционными полосами  $d$ . Оцените погрешности измерения. Для определения коэффициента увеличения микрообъектива следует получить четкое изображение объект-микрометра на экране компьютера. Объект-микрометр выдает дежурный инженер.
5. Сдвиньте в сторону видеокамеру 5 и установите вместо нее блок фотоприемника 6 таким образом, чтобы рассеянный свет попадал на линзу фототранзистора. Включите блок питания электромотора. При вращающемся диске подайте сигнал с выхода фотоприемника на вход осциллографа и убедитесь в наличии импульсов рассеянного света. Объясните наблюдаемую картину. Определите положение нужного сигнала на этой картине. Подберите чувствительность осциллографа, установите соответствующую скорость развертки. Подстройте положение приемного блока на максимум сигнала от проволочки. Сохраните файл.
6. По полученным осциллограммам определите период  $T$  и частоту  $\omega_d$  доплеровского сигнала. Вычислите линейную скорость вращения диска  $V$ . Оцените погрешности измерения.
7. Вычислите значение  $V = V(U)$ , определив радиус окружности, на которой измеряется скорость, и время одного оборота диска. Выполните измерения при четырех-пяти значениях напряжения источника питания электромотора, вращающего диск, в диапазоне  $U = 0 \div 10$  В. Постройте зависимость  $\omega_D = \omega_D(V)$ , где  $V$  – линейная скорость вращения диска.
8. Из графика  $\omega_D = \omega_D(V)$  определите коэффициент пропорциональности  $K = \omega_D/V$  и сравните его со значением  $K$ , вычисленным из геометрии схемы в соответствии с соотношением (9).

#### **4. Контрольные вопросы**

1. Объясните принцип работы дифференциальной схемы ЛДА. Зависит ли частота доплеровского сигнала в дифференциальной схеме от направления наблюдения?
2. Можно ли с помощью схемы, используемой в данной работе, измерять вектор скорости?
3. Чем определяется пространственное разрешение ЛДА? Чем определяется число интерференционных полос в измерениях?

## Список литературы

*Бойко В. М., Оришич А. М., Павлов А. А., Пикалов В. В.* Теоретические основы и методы оптической диагностики в аэрофизическом эксперименте: Учеб. пособие. Новосибирск: НГУ, 2008.

*Борн М., Вольф Э.* Основы оптики. М.: Наука, 1973.

*Вентцель Е. С.* Теория вероятностей. М.: Высш. шк., 2001.

*Гудмен Д. Ж.* Введение в Фурье-оптику. М.: Мир, 1970.

*Дубнищев Ю. Н., Ринкевичус Б. С.* Методы лазерной доплеровской анемометрии. М.: Наука, 1982.

*Зайдель А. Н., Островская Г. В., Островский Ю. И.* Техника и практика спектроскопии. М.: Наука, 1976.

*Климкин В. Ф., Папырин А. Н., Солоухин Р. И.* Оптические методы регистрации быстропротекающих процессов. Новосибирск: Наука, 1980.

*Клочков В. П., Козлов Л. Ф., Потыкевич И. В., Соскин М. С.* Лазерная анемометрия, дистанционная спектроскопия и интерферометрия. Киев: Наукова думка, 1985.

*Кольер Р., Беркхард К., Лин Л.* Оптическая голография. М.: 1973.

*Ландсберг Г. С.* Оптика. М.: Наука, 1976.

*Лебедева В. В.* Техника оптической спектроскопии. 2-е изд., перераб. и доп. М.: Изд-во МГУ, 1986.

*Оптика и атомная физика.* 2-е изд., перераб. и доп. Новосибирск: Наука, 1983.

*Ринкевичус Б. С.* Лазерная диагностика потоков. М.: Изд-во МЭИ, 1990.

*Фомин Н. А.* Спекл-интерферометрия газовых потоков. Минск: Наука и техника, 1989.

*Франсон М.* Оптика спеклов. М.: Мир, 1980.

*Durst F., Melling A., Whitelaw J. H.* Principles and practice of laser-doppler anemometry. L.: Academic press, 1981.

Маслов Николай Анатольевич, Бойко Виктор Михайлович,  
Голубев Максим Павлович, Павлов Александр Алексеевич,  
Павлов Алексей Александрович, Поздняков Георгий Алексеевич