

Антисимметричное отношение

Содержание

- 1 Основные определения
- 2 Примеры антисимметричных отношений
- 3 Свойства антисимметричного отношения
- 4 См. также
- 5 Источники информации

Основные определения

Определение:

Бинарное отношение R на множестве X называется **антисимметричным** (англ. *antisymmetric binary relation*), если для любых элементов a и b множества X из выполнения отношений aRb и bRa следует равенство a и b .

$$\forall a, b \in X, aRb \wedge bRa \Rightarrow a = b$$

Или эквивалентное

Определение:

Бинарное отношение R на множестве X называется **антисимметричным**, если для любых неравных элементов a и b множества X из выполнения отношения aRb следует невыполнение отношения bRa .

$$\forall a, b \in X, aRb \wedge a \neq b \Rightarrow \neg bRa$$

Определение антисимметричного отношения как $aRb \Rightarrow \neg bRa$ является избыточным (и потому неверным), поскольку из такого определения также следует антирефлексивность R .

Антисимметричность отношения не исключает симметричности. Существуют бинарные отношения:

- одновременно симметричные и антисимметричные (отношение равенства);
- ни симметричные, ни антисимметричные;
- симметричные, но не антисимметричные;
- антисимметричные, но не симметричные ("меньше или равно", "больше или равно");

Антирефлексивное антисимметричное отношение иногда называют асимметричным. Следует различать эти два понятия. Формальное определение:

Определение:

Бинарное отношение R на множестве X называется **асимметричным** (англ. *asymmetric binary relation*), если для любых элементов a и b множества X одновременное выполнение отношений aRb и bRa невозможно.

Примеры антисимметричных отношений

Примерами антисимметричных отношений являются, по определению, все отношения полного и частичного порядка ($<$, $>$, \leq , \geq и другие).

Антисимметрично отношение делимости на натуральных числах (если $a \mid b$ и $b \mid a$, то $a = b$)

Отношение включения на 2^U , где U — универсум, антисимметрично ($A \subseteq B \wedge B \subseteq A \Rightarrow A = B$).

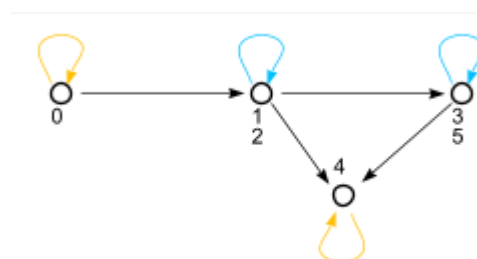
Свойства антисимметричного отношения

Матрица смежности антисимметричного отношения может содержать единицы на главной диагонали, притом если элемент a_{ij} матрицы равен единице, то элемент a_{ji} равен нулю.

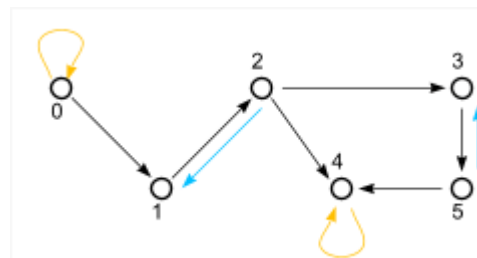
Например, если A — матрица смежности отношения " \leq " на $X \subset N$, $X = \{1, 2, 3, 4, 5\}$; B — матрица смежности отношения делимости на том же множестве X , то

```
A=\bordermatrix{
& 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \cr
1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \cr
2 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \cr
3 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \cr
4 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \cr
5 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \cr }
```

```
B=\bordermatrix{
& 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \cr
1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \cr
2 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \cr
3 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \cr
4 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \cr
5 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \cr }
```



Граф антисимметричного отношения (не имеет кратных ребер)



Граф отношения, не являющегося антисимметричным

Ориентированный граф, изображающий антисимметричное отношение, не имеет двух дуг с противоположной ориентацией между двумя различными вершинами, однако в нём могут быть петли.

Если a и b — некоторые антисимметричные отношения, то антисимметричными также являются отношения:

1. $a \cap b$
2. a^{-1}
3. b^{-1}

Однако объединение и композиция a и b могут не сохранять антисимметричности.

См. также

- Бинарное отношение
- Симметричное отношение

Источники информации

- Антисимметричное отношение — Википедия (http://ru.wikipedia.org/wiki/Антисимметричное_отношение)
- Антисимметричное отношение — статья на английской Википедии (http://en.wikipedia.org/wiki/Antisymmetric_relation)
- Статья на сайте МАДИ (http://www.madi.ru/study/kafedra/asu_new/metod_new/mil/tpr09_13.shtml#1)
- Wikipedia | Asymmetric relation (http://en.wikipedia.org/wiki/Asymmetric_relation)

Источник — «http://neerc.ifmo.ru/wiki/index.php?title=Антисимметричное_отношение&oldid=85117»

-
- Эта страница последний раз была отредактирована 4 сентября 2022 в 19:25.