

Вариант 1

1. Решить задачу Коши

$$\begin{cases} y(y')^3 y'' = (y')^5 + \cos x \cdot (\sin x)^3 y^5, \\ y\left(\frac{\pi}{2}\right) = 5, \quad y'\left(\frac{\pi}{2}\right) = -5. \end{cases}$$

2. Найти общее решение системы

$$\begin{cases} \dot{x} = -x + 3y, \\ \dot{y} = 2x + 2y + 2z, \\ \dot{z} = -x - 5y - 2z. \end{cases}$$

Указание. Собственные числа $\lambda_1 = \lambda_2 = 0$, $\lambda_3 = -1$.

3. Найти все решения системы

$$\begin{cases} \dot{x} = 6x - 4y + e^{2t} \ln t, \\ \dot{y} = x + y + e^{2t} \ln t. \end{cases}$$

4. Найти все решения уравнения

$$y'' + 36y = \frac{12}{\cos(6t)}.$$

5. Найти все решения уравнения

$$x^2 y'' - 2xy' + 2y = -9x, \quad x > 0.$$

.....

Вариант 2

1. Решить задачу Коши

$$\begin{cases} y^4 y'' = y^3 (y')^2 - \frac{\sin x}{(\cos x)^5} (y')^5, \\ y(0) = 3, \quad y'(0) = -3. \end{cases}$$

2. Найти общее решение системы

$$\begin{cases} \dot{x} = x - 2y + 2z, \\ \dot{y} = x - 2y + 2z, \\ \dot{z} = -x + 2y - 2z. \end{cases}$$

Указание. Собственные числа $\lambda_1 = \lambda_2 = 0$, $\lambda_3 = -3$.

3. Найти все решения системы

$$\begin{cases} \dot{x} = 2x + y + e^{3t} \ln t, \\ \dot{y} = -2x + 5y + e^{3t} \ln t. \end{cases}$$

4. Найти все решения уравнения

$$y'' + \frac{y}{49} = \frac{1}{\sin(t/7)}.$$

5. Найти все решения уравнения

$$x^2 y'' - 3xy' + 3y = 10x, \quad x > 0.$$

Вариант 3

1. Решить задачу Коши

$$\begin{cases} y(y')^5 y'' = (y')^7 + \cos x \cdot (\sin x)^5 y^7, \\ y\left(\frac{\pi}{2}\right) = 6, \quad y'\left(\frac{\pi}{2}\right) = -6. \end{cases}$$

2. Найти общее решение системы

$$\begin{cases} \dot{x} = -2x + 3y, \\ \dot{y} = x + y + z, \\ \dot{z} = x - 4y - z. \end{cases}$$

Указание. Собственные числа $\lambda_1 = \lambda_2 = 0$, $\lambda_3 = -2$.

3. Найти все решения системы

$$\begin{cases} \dot{x} = -2x + 6y + e^{4t} \ln t, \\ \dot{y} = -x + 5y + e^{4t} \ln t. \end{cases}$$

4. Найти все решения уравнения

$$y'' + 16y = \frac{2}{\cos(4t)}.$$

5. Найти все решения уравнения

$$x^2 y'' - 4xy' + 4y = -12x, \quad x > 0.$$

.....

Вариант 4

1. Решить задачу Коши

$$\begin{cases} y^6 y'' = y^5 (y')^2 - \frac{\sin x}{(\cos x)^7} (y')^7, \\ y(0) = 8, \quad y'(0) = -8. \end{cases}$$

2. Найти общее решение системы

$$\begin{cases} \dot{x} = 2x + y - z, \\ \dot{y} = -4x - 2y + 2z, \\ \dot{z} = 2x + y - z. \end{cases}$$

Указание. Собственные числа $\lambda_1 = \lambda_2 = 0$, $\lambda_3 = -1$.

3. Найти все решения системы

$$\begin{cases} \dot{x} = -x + 6y + e^{5t} \ln t, \\ \dot{y} = 2x + 3y + e^{5t} \ln t. \end{cases}$$

4. Найти все решения уравнения

$$y'' + \frac{y}{25} = \frac{2}{\sin(t/5)}.$$

5. Найти все решения уравнения

$$x^2 y'' - 5xy' + 5y = 8x, \quad x > 0.$$

Вариант 5

1. Решить задачу Коши

$$\begin{cases} y(y')^7 y'' = (y')^9 + \cos x \cdot (\sin x)^7 y^9, \\ y\left(\frac{\pi}{2}\right) = 4, \quad y'\left(\frac{\pi}{2}\right) = -4. \end{cases}$$

2. Найти общее решение системы

$$\begin{cases} \dot{x} = -3x + y, \\ \dot{y} = x + y + z, \\ \dot{z} = 2x - 2y - z. \end{cases}$$

Указание. Собственные числа $\lambda_1 = \lambda_2 = 0$, $\lambda_3 = -3$.

3. Найти все решения системы

$$\begin{cases} \dot{x} = 5x - 6y + e^{-t} \ln t, \\ \dot{y} = -2x + y + e^{-t} \ln t. \end{cases}$$

4. Найти все решения уравнения

$$y'' + 49y = \frac{7}{\cos(7t)}.$$

5. Найти все решения уравнения

$$x^2 y'' - 6xy' + 6y = -5x, \quad x > 0.$$

.....

Вариант 6

1. Решить задачу Коши

$$\begin{cases} y^8 y'' = y^7 (y')^2 - \frac{\sin x}{(\cos x)^9} (y')^9, \\ y(0) = 9, \quad y'(0) = -9. \end{cases}$$

2. Найти общее решение системы

$$\begin{cases} \dot{x} = x + 2y - z, \\ \dot{y} = -x - 2y + z, \\ \dot{z} = 2x + 4y - 2z. \end{cases}$$

Указание. Собственные числа $\lambda_1 = \lambda_2 = 0$, $\lambda_3 = -3$.

3. Найти все решения системы

$$\begin{cases} \dot{x} = -3x + y + e^{-2t} \ln t, \\ \dot{y} = 3x - 5y + e^{-2t} \ln t. \end{cases}$$

4. Найти все решения уравнения

$$y'' + \frac{y}{9} = \frac{1}{\sin(t/3)}.$$

5. Найти все решения уравнения

$$x^2 y'' + 2xy' - 2y = 9x, \quad x > 0.$$

Вариант 7

1. Решить задачу Коши

$$\begin{cases} y(y')^{-5}y'' = (y')^{-3} + \cos x \cdot (\sin x)^{-5}y^{-3}, \\ y\left(\frac{\pi}{2}\right) = 7, \quad y'\left(\frac{\pi}{2}\right) = -7. \end{cases}$$

2. Найти общее решение системы

$$\begin{cases} \dot{x} = -4x - y, \\ \dot{y} = 2x + 2y + 2z, \\ \dot{z} = 2x - y - 2z. \end{cases}$$

Указание. Собственные числа $\lambda_1 = \lambda_2 = 0$, $\lambda_3 = -4$.

3. Найти все решения системы

$$\begin{cases} \dot{x} = -x - 2y + e^{-3t} \ln t, \\ \dot{y} = -5x + 2y + e^{-3t} \ln t. \end{cases}$$

4. Найти все решения уравнения

$$y'' + 25y = \frac{10}{\cos(5t)}.$$

5. Найти все решения уравнения

$$x^2y'' + 3xy' - 3y = -8x, \quad x > 0.$$

.....

Вариант 8

1. Решить задачу Коши

$$\begin{cases} y^{-4}y'' = y^{-5}(y')^2 - \sin x \cdot (\cos x)^3(y')^{-3}, \\ y(0) = 11, \quad y'(0) = -11. \end{cases}$$

2. Найти общее решение системы

$$\begin{cases} \dot{x} = 2x - 2y + 4z, \\ \dot{y} = x - y + 2z, \\ \dot{z} = -x + y - 2z. \end{cases}$$

Указание. Собственные числа $\lambda_1 = \lambda_2 = 0$, $\lambda_3 = -1$.

3. Найти все решения системы

$$\begin{cases} \dot{x} = x - 5y + e^{-4t} \ln t, \\ \dot{y} = 3x - 7y + e^{-4t} \ln t. \end{cases}$$

4. Найти все решения уравнения

$$y'' + \frac{y}{36} = \frac{1}{6 \sin(t/6)}.$$

5. Найти все решения уравнения

$$x^2y'' + 4xy' - 4y = 10x, \quad x > 0.$$

Вариант 9

1. Решить задачу Коши

$$\begin{cases} y(y')^{-7}y'' = (y')^{-5} + \cos x \cdot (\sin x)^{-7}y^{-5}, \\ y\left(\frac{\pi}{2}\right) = 2, \quad y'\left(\frac{\pi}{2}\right) = -2. \end{cases}$$

2. Найти общее решение системы

$$\begin{cases} \dot{x} = -2x - y, \\ \dot{y} = -x - y - z, \\ \dot{z} = 3x + 2y + z. \end{cases}$$

Указание. Собственные числа $\lambda_1 = \lambda_2 = 0$, $\lambda_3 = -2$.

3. Найти все решения системы

$$\begin{cases} \dot{x} = x - 6y + e^{-5t} \ln t, \\ \dot{y} = 2x - 7y + e^{-5t} \ln t. \end{cases}$$

4. Найти все решения уравнения

$$y'' + 9y = \frac{4}{\cos(3t)}.$$

5. Найти все решения уравнения

$$x^2y'' + 5xy' - 5y = -3x, \quad x > 0.$$

.....

Вариант 10

1. Решить задачу Коши

$$\begin{cases} y^{-6}y'' = y^{-7}(y')^2 - \sin x \cdot (\cos x)^5(y')^{-5}, \\ y(0) = 10, \quad y'(0) = -10. \end{cases}$$

2. Найти общее решение системы

$$\begin{cases} \dot{x} = -2x + 2y + z, \\ \dot{y} = 2x - 2y - z, \\ \dot{z} = 2x - 2y - z. \end{cases}$$

Указание. Собственные числа $\lambda_1 = \lambda_2 = 0$, $\lambda_3 = -5$.

3. Найти все решения системы

$$\begin{cases} \dot{x} = -4x + 5y + e^t \ln t, \\ \dot{y} = 3x - 2y + e^t \ln t. \end{cases}$$

4. Найти все решения уравнения

$$y'' + \frac{y}{16} = \frac{1}{\sin(t/4)}.$$

5. Найти все решения уравнения

$$x^2y'' + 6xy' - 6y = 7x, \quad x > 0.$$