

Задание 3 (сдать до 17 декабря)

Вариант 1

1. Целые функции f и g удовлетворяют неравенству $|f(z)| \leq |g(z)|$ для всех $z \in \mathbb{C}$. Докажите, что $f = \lambda g$ для некоторого числа $\lambda \in \mathbb{C}$.
2. Докажите, что всякую целую функцию $f(z)$, не имеющую нулей, можно представить в виде $f(z) = \exp(g(z))$, где функция $g(z)$ также целая.
3. Найдите количество нулей полинома

$$P(z) = 1 + 2z + 6z^2 + 7z^3 + 6z^4 + 5z^5 + z^6 + z^7$$

в правой полуплоскости.

4. Используя теорему Руше, для всех целых $n \geq 0$ найдите количество решений уравнения

$$\frac{n(z-2)}{z+5} + 2z^n + 7 = 0,$$

лежащих в круге $|z| < 4$.

5. Для $a \in \mathbb{C}$ вычислите интеграл

$$\int_0^\pi \operatorname{ctg}(x+a) dx,$$

а если он расходится, то найдите главное значение по Коши.

6. Вычислите интеграл

$$\int_0^{+\infty} \frac{x \sin x}{x^4 + 4} dx.$$

7. Для целого $n \geq 0$ вычислите интеграл

$$\int_0^{2\pi} e^{\sin \phi} \cos(n\phi + \cos \phi) d\phi.$$

8. Для $t \in \mathbb{R}$ найдите главное значение интеграла

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\cos tx}{1-x^4} dx.$$

Задание 3 (сдать до 17 декабря)

Вариант 2

1. Целые функции f и g удовлетворяют неравенству $|f(z)| \leq |g(z)|$ для всех $z \in \mathbb{C}$. Докажите, что $f = \lambda g$ для некоторого числа $\lambda \in \mathbb{C}$.
2. Докажите, что всякую целую функцию $f(z)$, не имеющую нулей, можно представить в виде $f(z) = \exp(g(z))$, где функция $g(z)$ также целая.
3. Найдите количество нулей полинома

$$P(z) = 1 + 2z + 6z^2 + 7z^3 + 7z^4 + 5z^5 + 2z^6 + z^7$$

в правой полуплоскости.

4. Используя теорему Руше, для всех целых $n \geq 0$ найдите количество решений уравнения

$$\frac{n(z-2)}{z+5} + 2z^n + 7 = 0,$$

лежащих в круге $|z| < 4$.

5. Для $a \in \mathbb{C}$ вычислите интеграл

$$\int_0^\pi \operatorname{ctg}(x+a) dx,$$

а если он расходится, то найдите главное значение по Коши.

6. Вычислите интеграл

$$\int_0^{+\infty} \frac{x \sin x}{x^4 + 4} dx.$$

7. Для целого $n \geq 0$ вычислите интеграл

$$\int_0^{2\pi} e^{\sin \phi} \cos(n\phi + \cos \phi) d\phi.$$

8. Для $t \in \mathbb{R}$ найдите главное значение интеграла

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\cos tx}{1-x^4} dx.$$

Задание 3 (сдать до 17 декабря)

Вариант 3

1. Целые функции f и g удовлетворяют неравенству $|f(z)| \leq |g(z)|$ для всех $z \in \mathbb{C}$. Докажите, что $f = \lambda g$ для некоторого числа $\lambda \in \mathbb{C}$.
2. Докажите, что всякую целую функцию $f(z)$, не имеющую нулей, можно представить в виде $f(z) = \exp(g(z))$, где функция $g(z)$ также целая.
3. Найдите количество нулей полинома

$$P(z) = 1 + 2z + 5z^2 + 7z^3 + 6z^4 + 5z^5 + 2z^6 + z^7$$

в правой полуплоскости.

4. Используя теорему Руше, для всех целых $n \geq 0$ найдите количество решений уравнения

$$\frac{n(z-2)}{z+5} + 2z^n + 7 = 0,$$

лежащих в круге $|z| < 4$.

5. Для $a \in \mathbb{C}$ вычислите интеграл

$$\int_0^\pi \operatorname{ctg}(x+a) dx,$$

а если он расходится, то найдите главное значение по Коши.

6. Вычислите интеграл

$$\int_0^{+\infty} \frac{x \sin x}{x^4 + 4} dx.$$

7. Для целого $n \geq 0$ вычислите интеграл

$$\int_0^{2\pi} e^{\sin \phi} \cos(n\phi + \cos \phi) d\phi.$$

8. Для $t \in \mathbb{R}$ найдите главное значение интеграла

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\cos tx}{1-x^4} dx.$$

Задание 3 (сдать до 17 декабря)

Вариант 4

1. Целые функции f и g удовлетворяют неравенству $|f(z)| \leq |g(z)|$ для всех $z \in \mathbb{C}$. Докажите, что $f = \lambda g$ для некоторого числа $\lambda \in \mathbb{C}$.
2. Докажите, что всякую целую функцию $f(z)$, не имеющую нулей, можно представить в виде $f(z) = \exp(g(z))$, где функция $g(z)$ также целая.
3. Найдите количество нулей полинома

$$P(z) = 1 + 2z + 5z^2 + 6z^3 + 7z^4 + 5z^5 + 2z^6 + z^7$$

в правой полуплоскости.

4. Используя теорему Руше, для всех целых $n \geq 0$ найдите количество решений уравнения

$$\frac{n(z-2)}{z+5} + 2z^n + 7 = 0,$$

лежащих в круге $|z| < 4$.

5. Для $a \in \mathbb{C}$ вычислите интеграл

$$\int_0^\pi \operatorname{ctg}(x+a) dx,$$

а если он расходится, то найдите главное значение по Коши.

6. Вычислите интеграл

$$\int_0^{+\infty} \frac{x \sin x}{x^4 + 4} dx.$$

7. Для целого $n \geq 0$ вычислите интеграл

$$\int_0^{2\pi} e^{\sin \phi} \cos(n\phi + \cos \phi) d\phi.$$

8. Для $t \in \mathbb{R}$ найдите главное значение интеграла

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\cos tx}{1-x^4} dx.$$

Задание 3 (сдать до 17 декабря)

Вариант 5

1. Целые функции f и g удовлетворяют неравенству $|f(z)| \leq |g(z)|$ для всех $z \in \mathbb{C}$. Докажите, что $f = \lambda g$ для некоторого числа $\lambda \in \mathbb{C}$.
2. Докажите, что всякую целую функцию $f(z)$, не имеющую нулей, можно представить в виде $f(z) = \exp(g(z))$, где функция $g(z)$ также целая.
3. Найдите количество нулей полинома

$$P(z) = 1 + 2z + 5z^2 + 6z^3 + 6z^4 + 5z^5 + z^6 + z^7$$

в правой полуплоскости.

4. Используя теорему Руше, для всех целых $n \geq 0$ найдите количество решений уравнения

$$\frac{n(z-2)}{z+5} + 2z^n + 7 = 0,$$

лежащих в круге $|z| < 4$.

5. Для $a \in \mathbb{C}$ вычислите интеграл

$$\int_0^\pi \operatorname{ctg}(x+a) dx,$$

а если он расходится, то найдите главное значение по Коши.

6. Вычислите интеграл

$$\int_0^{+\infty} \frac{x \sin x}{x^4 + 4} dx.$$

7. Для целого $n \geq 0$ вычислите интеграл

$$\int_0^{2\pi} e^{\sin \phi} \cos(n\phi + \cos \phi) d\phi.$$

8. Для $t \in \mathbb{R}$ найдите главное значение интеграла

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\cos tx}{1-x^4} dx.$$

Задание 3 (сдать до 17 декабря)

Вариант 6

1. Целые функции f и g удовлетворяют неравенству $|f(z)| \leq |g(z)|$ для всех $z \in \mathbb{C}$. Докажите, что $f = \lambda g$ для некоторого числа $\lambda \in \mathbb{C}$.
2. Докажите, что всякую целую функцию $f(z)$, не имеющую нулей, можно представить в виде $f(z) = \exp(g(z))$, где функция $g(z)$ также целая.
3. Найдите количество нулей полинома

$$P(z) = 1 + 2z + 5z^2 + 7z^3 + 7z^4 + 6z^5 + 2z^6 + z^7$$

в правой полуплоскости.

4. Используя теорему Руше, для всех целых $n \geq 0$ найдите количество решений уравнения

$$\frac{n(z-2)}{z+5} + 2z^n + 7 = 0,$$

лежащих в круге $|z| < 4$.

5. Для $a \in \mathbb{C}$ вычислите интеграл

$$\int_0^\pi \operatorname{ctg}(x+a) dx,$$

а если он расходится, то найдите главное значение по Коши.

6. Вычислите интеграл

$$\int_0^{+\infty} \frac{x \sin x}{x^4 + 4} dx.$$

7. Для целого $n \geq 0$ вычислите интеграл

$$\int_0^{2\pi} e^{\sin \phi} \cos(n\phi + \cos \phi) d\phi.$$

8. Для $t \in \mathbb{R}$ найдите главное значение интеграла

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\cos tx}{1-x^4} dx.$$

Задание 3 (сдать до 17 декабря)

Вариант 7

1. Целые функции f и g удовлетворяют неравенству $|f(z)| \leq |g(z)|$ для всех $z \in \mathbb{C}$. Докажите, что $f = \lambda g$ для некоторого числа $\lambda \in \mathbb{C}$.
2. Докажите, что всякую целую функцию $f(z)$, не имеющую нулей, можно представить в виде $f(z) = \exp(g(z))$, где функция $g(z)$ также целая.
3. Найдите количество нулей полинома

$$P(z) = 1 + 2z + 6z^2 + 7z^3 + 6z^4 + 5z^5 + 2z^6 + z^7$$

в правой полуплоскости.

4. Используя теорему Руше, для всех целых $n \geq 0$ найдите количество решений уравнения

$$\frac{n(z-2)}{z+5} + 2z^n + 7 = 0,$$

лежащих в круге $|z| < 4$.

5. Для $a \in \mathbb{C}$ вычислите интеграл

$$\int_0^\pi \operatorname{ctg}(x+a) dx,$$

а если он расходится, то найдите главное значение по Коши.

6. Вычислите интеграл

$$\int_0^{+\infty} \frac{x \sin x}{x^4 + 4} dx.$$

7. Для целого $n \geq 0$ вычислите интеграл

$$\int_0^{2\pi} e^{\sin \phi} \cos(n\phi + \cos \phi) d\phi.$$

8. Для $t \in \mathbb{R}$ найдите главное значение интеграла

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\cos tx}{1-x^4} dx.$$

Задание 3 (сдать до 17 декабря)

Вариант 8

1. Целые функции f и g удовлетворяют неравенству $|f(z)| \leq |g(z)|$ для всех $z \in \mathbb{C}$. Докажите, что $f = \lambda g$ для некоторого числа $\lambda \in \mathbb{C}$.
2. Докажите, что всякую целую функцию $f(z)$, не имеющую нулей, можно представить в виде $f(z) = \exp(g(z))$, где функция $g(z)$ также целая.
3. Найдите количество нулей полинома

$$P(z) = 1 + 2z + 3z^2 + 7z^3 + 5z^4 + 5z^5 + 2z^6 + z^7$$

в правой полуплоскости.

4. Используя теорему Руше, для всех целых $n \geq 0$ найдите количество решений уравнения

$$\frac{n(z-2)}{z+5} + 2z^n + 7 = 0,$$

лежащих в круге $|z| < 4$.

5. Для $a \in \mathbb{C}$ вычислите интеграл

$$\int_0^\pi \operatorname{ctg}(x+a) dx,$$

а если он расходится, то найдите главное значение по Коши.

6. Вычислите интеграл

$$\int_0^{+\infty} \frac{x \sin x}{x^4 + 4} dx.$$

7. Для целого $n \geq 0$ вычислите интеграл

$$\int_0^{2\pi} e^{\sin \phi} \cos(n\phi + \cos \phi) d\phi.$$

8. Для $t \in \mathbb{R}$ найдите главное значение интеграла

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\cos tx}{1-x^4} dx.$$

Задание 3 (сдать до 17 декабря)

Вариант 9

1. Целые функции f и g удовлетворяют неравенству $|f(z)| \leq |g(z)|$ для всех $z \in \mathbb{C}$. Докажите, что $f = \lambda g$ для некоторого числа $\lambda \in \mathbb{C}$.
2. Докажите, что всякую целую функцию $f(z)$, не имеющую нулей, можно представить в виде $f(z) = \exp(g(z))$, где функция $g(z)$ также целая.
3. Найдите количество нулей полинома

$$P(z) = 1 + 2z + 6z^2 + 5z^3 + 7z^4 + 3z^5 + 2z^6 + z^7$$

в правой полуплоскости.

4. Используя теорему Руше, для всех целых $n \geq 0$ найдите количество решений уравнения

$$\frac{n(z-2)}{z+5} + 2z^n + 7 = 0,$$

лежащих в круге $|z| < 4$.

5. Для $a \in \mathbb{C}$ вычислите интеграл

$$\int_0^\pi \operatorname{ctg}(x+a) dx,$$

а если он расходится, то найдите главное значение по Коши.

6. Вычислите интеграл

$$\int_0^{+\infty} \frac{x \sin x}{x^4 + 4} dx.$$

7. Для целого $n \geq 0$ вычислите интеграл

$$\int_0^{2\pi} e^{\sin \phi} \cos(n\phi + \cos \phi) d\phi.$$

8. Для $t \in \mathbb{R}$ найдите главное значение интеграла

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\cos tx}{1-x^4} dx.$$

Задание 3 (сдать до 17 декабря)

Вариант 10

1. Целые функции f и g удовлетворяют неравенству $|f(z)| \leq |g(z)|$ для всех $z \in \mathbb{C}$. Докажите, что $f = \lambda g$ для некоторого числа $\lambda \in \mathbb{C}$.
2. Докажите, что всякую целую функцию $f(z)$, не имеющую нулей, можно представить в виде $f(z) = \exp(g(z))$, где функция $g(z)$ также целая.
3. Найдите количество нулей полинома

$$P(z) = 1 + 3z + 6z^2 + 5z^3 + 7z^4 + 4z^5 + 2z^6 + z^7$$

в правой полуплоскости.

4. Используя теорему Руше, для всех целых $n \geq 0$ найдите количество решений уравнения

$$\frac{n(z-2)}{z+5} + 2z^n + 7 = 0,$$

лежащих в круге $|z| < 4$.

5. Для $a \in \mathbb{C}$ вычислите интеграл

$$\int_0^\pi \operatorname{ctg}(x+a) dx,$$

а если он расходится, то найдите главное значение по Коши.

6. Вычислите интеграл

$$\int_0^{+\infty} \frac{x \sin x}{x^4 + 4} dx.$$

7. Для целого $n \geq 0$ вычислите интеграл

$$\int_0^{2\pi} e^{\sin \phi} \cos(n\phi + \cos \phi) d\phi.$$

8. Для $t \in \mathbb{R}$ найдите главное значение интеграла

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\cos tx}{1-x^4} dx.$$

Задание 3 (сдать до 17 декабря)

Вариант 11

1. Целые функции f и g удовлетворяют неравенству $|f(z)| \leq |g(z)|$ для всех $z \in \mathbb{C}$. Докажите, что $f = \lambda g$ для некоторого числа $\lambda \in \mathbb{C}$.
2. Докажите, что всякую целую функцию $f(z)$, не имеющую нулей, можно представить в виде $f(z) = \exp(g(z))$, где функция $g(z)$ также целая.
3. Найдите количество нулей полинома

$$P(z) = 1 + 2z + 5z^2 + 7z^3 + 7z^4 + 8z^5 + 2z^6 + z^7$$

в правой полуплоскости.

4. Используя теорему Руше, для всех целых $n \geq 0$ найдите количество решений уравнения

$$\frac{n(z-2)}{z+5} + 2z^n + 7 = 0,$$

лежащих в круге $|z| < 4$.

5. Для $a \in \mathbb{C}$ вычислите интеграл

$$\int_0^\pi \operatorname{ctg}(x+a) dx,$$

а если он расходится, то найдите главное значение по Коши.

6. Вычислите интеграл

$$\int_0^{+\infty} \frac{x \sin x}{x^4 + 4} dx.$$

7. Для целого $n \geq 0$ вычислите интеграл

$$\int_0^{2\pi} e^{\sin \phi} \cos(n\phi + \cos \phi) d\phi.$$

8. Для $t \in \mathbb{R}$ найдите главное значение интеграла

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\cos tx}{1-x^4} dx.$$

Задание 3 (сдать до 17 декабря)

Вариант 12

1. Целые функции f и g удовлетворяют неравенству $|f(z)| \leq |g(z)|$ для всех $z \in \mathbb{C}$. Докажите, что $f = \lambda g$ для некоторого числа $\lambda \in \mathbb{C}$.
2. Докажите, что всякую целую функцию $f(z)$, не имеющую нулей, можно представить в виде $f(z) = \exp(g(z))$, где функция $g(z)$ также целая.
3. Найдите количество нулей полинома

$$P(z) = 1 + 3z + 5z^2 + 5z^3 + 7z^4 + 4z^5 + 2z^6 + z^7$$

в правой полуплоскости.

4. Используя теорему Руше, для всех целых $n \geq 0$ найдите количество решений уравнения

$$\frac{n(z-2)}{z+5} + 2z^n + 7 = 0,$$

лежащих в круге $|z| < 4$.

5. Для $a \in \mathbb{C}$ вычислите интеграл

$$\int_0^\pi \operatorname{ctg}(x+a) dx,$$

а если он расходится, то найдите главное значение по Коши.

6. Вычислите интеграл

$$\int_0^{+\infty} \frac{x \sin x}{x^4 + 4} dx.$$

7. Для целого $n \geq 0$ вычислите интеграл

$$\int_0^{2\pi} e^{\sin \phi} \cos(n\phi + \cos \phi) d\phi.$$

8. Для $t \in \mathbb{R}$ найдите главное значение интеграла

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\cos tx}{1-x^4} dx.$$