

Задачи к экзамену

ТКСФ-I

Задача 1

В пустой теплоизолированный сосуд втекает атмосферный воздух с температурой T_0 и давлением P_0 . Какая будет температура вошедшего в сосуд воздуха? Сразу после выравнивания давлений кран закрывается. Каким будет давление воздуха в сосуде, когда температура его за счет теплообмена сравняется с температурой атмосферного воздуха?

Задача 2

В процессе, описываемым уравнением $P = \alpha V$ (вариант $P = \beta/V^2$), объем идеального газа увеличивается от V_1 до V_2 . Найти изменение внутренней энергии, работу газа, количество тепла, поглощенного газом, и теплоемкость в этом процессе.

Задача 3

Найти изменение температуры воды при конвективном переносе на глубину 1 км с поверхности, считая что теплообмена за время погружения нет. Теплоемкость воды $C_p = 4 \text{ кДж/кг К}$, коэффициент теплового расширения $\alpha = \frac{1}{V} \left(\frac{\partial V}{\partial T} \right)_P = 1,3 \cdot 10^{-4} \text{ К}^{-1}$.

Задача 4

Найти изменение энтропии идеального газа при нагревании от температуры T_1 до T_2 при а) $P = \text{Const}$, б) $V = \text{Const}$.

Задача 5

Показать, что для уравнения состояния $P = f(V)T$ внутренняя энергия U не зависит от объема V .

Задача 6

Смесь двух идеальных газов, с числом молей ν_1, ν_2 и показателями адиабаты γ_1, γ_2 , адиабатически сжимают, так что относительное изменение объема равно $\delta V/V \ll 1$. Найти относительные изменения температуры $\delta T/T$ и давления $\delta P/P$.

Задача 7

Два тела с температурами T_1, T_2 и постоянными теплоемкостями C_1, C_2 приводятся в тепловой контакт. Найти конечную температуру и изменения энтропии каждого из тел. Увеличивается ли полная энтропия?

Задача 8

В процессе, описываемым уравнением $S = \gamma T$ (вариант $S = \beta/T$), температура идеального газа увеличивается от T_1 до T_2 . Найти изменение внутренней энергии, работу газа, количество тепла, поглощенного газом, и теплоемкость в этом процессе.

Задача 9

Замкнутая система состоит из двух подсистем, которые могут обмениваться энергией между собой. Энтропия первой системы S_1 связана с ее энергией U_1 соотношением $S_1 = \alpha(U_1/U_0)^2$, второй – $S_2 = \sqrt{U_2/U_0}$ (U_0 – полная энергия системы). Найти отношение U_1/U_0 в равновесии для больших значений параметра α .

Задача 10

Шары на плоском бильярде. На плоском (т.е. двумерном) бильярде находятся N шаров, которые упруго сталкиваются между собой и с бортами. Полная энергия шаров равна E_0 . Найти функцию распределения по энергии для одного шара. Рассмотреть предельный случай $N \rightarrow \infty$, $E/N = \text{Const}$.

Задача 11

Идеальный одноатомный больцмановский газ находится в вертикальном сосуде под поршнем массы M в поле тяжести. Число атомов газа $N \gg 1$. Система (газ + поршень) теплоизолирована и имеет энергию E . Используя микроканоническое распределение найти:

- 1) зависимость энтропии от энергии и высоты положения поршня h ;
- 2) равновесное положение поршня;
- 3) зависимость энергии от температуры и теплоемкость системы.

Задача 12

Вычислить среднюю энергию и теплоемкость системы из N осцилляторов с помощью микроканонического распределения.

Задача 13

N шаров движутся на плоском бильярде, испытывая упругие столкновения друг с другом и со стенками. Определить распределение шаров по компоненте скорости v_x . Принять, что для замкнутой системы шаров справедливо микроканоническое распределение.

Задача 14

Оценить количество N молекул в аудитории с кинетической энергией не менее ε_0 для $\varepsilon_0 = 1, 2, 3, 4$ эВ (согласно распределению Максвелла). Для случая, когда окажется $N \ll 1$, оценить время, спустя которое появится хотя бы одна молекула с такой энергией.

Задача 15

Средняя кинетическая энергия молекулы больцмановского газа равна $\frac{3}{2}T$. Найти среднюю величину кинетической энергии молекулы, падающей на стенку.

Задача 16

Два различных идеальных газа, находившиеся в объемах V_1 и V_2 , имели одинаковые температуры и давления и были разделены перегородкой. Перегородку убирают, и газы смешиваются (путем диффузии), равномерно заполняя весь объем $V_1 + V_2$. На сколько изменится суммарная энтропия газов? Числа частиц в указанных объемах были равны N_1 и N_2 .

Задача 17

Найти теплоемкость двухуровневой системы, причем верхний уровень имеет очень высокую степень вырождения g , так что даже $\ln g \gg 1$.

Задача 18

Газ состоит из молекул, которые имеют определенный дипольный момент и могут произвольным образом ориентироваться в пространстве. Найти диэлектрическую проницаемость газа в пределе высоких температур.

Задача 19

Газ находится в объёме V , в малой части которого V_1 имеется „потенциальная яма“ глубины $-U_0$. Найти теплоёмкость газа.

Задача 20

Найти теплоёмкость C бoльцмановского газа в потенциале

$$U(x) = \frac{A}{x} + Bx, \quad x > 0, A > 0, B > 0$$

в пределе высоких и низких температур. Нарисовать график $C(T)$.

Вариант

$$U(x) = \frac{A}{x^2} + Bx^2, \quad x > 0, A > 0, B > 0$$

Задача 21

Найти теплоёмкость бoльцмановского газа, заключенного в ящик высотой L при температуре T в поле тяжести. Рассмотреть пределы высоких и низких температур.

Задача 22

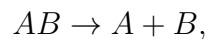
Для бoльцмановского газа ультрарелятивистских частиц найти среднюю энергию, теплоёмкость C_V и давление.

Задача 23

Рассмотреть зависимость теплоёмкости от температуры для газов CO_2 и H_2O . Молекулы CO_2 имеют линейную форму, а молекулы H_2O — треугольную.

Задача 24

Найти количество тепла, поглощенного в элементарной реакции диссоциации молекулы AB на атомы A и B ,



при постоянном объеме и температуре T . Энергия диссоциации молекулы равна W ($W \gg T$). Как изменится ответ, если постоянны давление и температура.

Задача 25

Молекула H_2 при адсорбции ее некоторыми металлическими поверхностями разделяется на атомы. Найти соотношение между количеством адсорбированных атомов и давлением газообразного водорода.

Задача 26

В цилиндре под поршнем помещена вода, над которой находится смесь воздуха и насыщенных водяных паров. Начальное давление равно атмосферному. Затем давление на поршень увеличивается в два раза. На сколько процентов изменится давление пара в цилиндре, если температура $T = 300^\circ K$ сохраняется неизменной?

Задача 27

Найти изменение объема пара с температурой для процесса, в котором пар все время находится в равновесии с жидкостью.

Задача 28

Определить теплоёмкость пара вдоль кривой равновесия жидкости и ее насыщенного пара.

Задача 29

Найти на сколько изменится температура плавления льда при увеличении давления на 10 атм. Теплота плавления $\lambda \approx 6 \cdot 10^3$ Дж/моль, плотность льда $\rho \approx 0.9$ г/см³.

Задача 30

Свободная энергия одноатомного больцмановского газа с учетом взаимодействия между атомами имеет вид

$$F(T, V) = F_{\text{ид}} + \frac{N^2}{V} (bT - a),$$

a, b – Const. Найти изменение температуры этого газа при расширении в пустоту от объема V_1 до объема V_2 .

Задача 31

Свободная энергия больцмановского газа с учетом слабого взаимодействия между частицами имеет вид:

$$F(T, V) = F_{\text{ид}}(T, V) - \frac{A}{\sqrt{VT}},$$

где $F_{\text{ид}}$ – свободная энергия идеального газа, A – Const. Найти поправки, связанные с взаимодействием между частицами, к давлению, энтропии, средней энергии и теплоемкости C_V .

Задача 32

Давление P (в мм. рт. столба) паров некоторого вещества над твердой фазой в зависимости от температуры (в $^{\circ}K$) выражается формулой

$$\ln P = 23,0 - \frac{3700}{T};$$

над жидкой фазой –

$$\ln P = 19,5 - \frac{3000}{T}.$$

Чему равна температура тройной точки?

Чему равна теплота плавления в тройной точке?

ТиСФ-II

Задача 1

Найти теплоемкость одномерного электронного газа (число электронов N) в потенциале гармонического осциллятора в пределе низких и высоких температур.

Задача 2

В объеме V находится N электронов. Найти среднюю энергию и давление электронного газа в пределе $T \rightarrow 0$.

Задача 3

Найти химический потенциал, среднюю энергию и давление электронов проводимости в меди, атомный вес $A \approx 64$ г/моль, плотность $\rho \approx 9$ г/см³, считая, что каждый атом меди поставляет один электрон проводимости.

Задача 3а

Оценить отношение кулоновской энергии взаимодействия к кинетической энергии электронов в металле.

Задача 4

Найти функцию распределения вырожденного ферми-газа по одной компоненте скорости.

Задача 5

В атомах с большим числом Z электронов большая часть из них движется вблизи ядра в объеме с характерным размером R . В модели Томаса – Ферми эти электроны рассматриваются как вырожденный электронный газ, температура которого равна нулю. Пренебрегая кулоновским взаимодействием электронов друг с другом, оценить величину R .

Задача 6

Оценить размер белого карлика (холодной звезды) массой M , в котором гравитационные силы компенсируются давлением вырожденного электронного газа.

Задача 7

Оценить предельное значение массы белого карлика, гравитационные силы в котором компенсируются давлением вырожденного ультрарелятивистского газа электронов.

Задача 8

Качественно оценить теплоемкость C_v , $C_p - C_v$ и магнитную восприимчивость электронного газа при низких температурах $T \ll \mu$.

Задача 9

Вычислить теплоемкость газа из N электронов в ящике объема V .

Задача 10

Найти теплоемкость электронов в поле гармонического осциллятора.

Задача 11

Найти квантовую поправку к давлению идеального ферми-газа

Задача 11а

Найти квантовую поправку к давлению идеального бозе-газа

Задача 12

Найти магнитную восприимчивость двумерного газа из N нейтронов (спин $1/2$, магнитный момент α_o), заключенного в ящик размера $L \times L$, в пределе низких и высоких температур.

Задача 13

N электронов находятся в цилиндре с поршнем при постоянной температуре T . Найти зависимость давления от объема.

Задача 14

Найти давление вырожденного газа фермионов с законом дисперсии $\epsilon = pc$. Число частиц N , объем V .

Задача 15

N электронов находятся в цилиндре с поршнем при постоянной температуре T . Найти магнитную восприимчивость, связанную с собственным магнитным моментом электрона, при больших и малых значениях объема.

Задача 16

Для донорного полупроводника найти зависимость химического потенциала и числа носителей заряда в зоне проводимости в зависимости от температуры.

Задача 17

Найти теплоёмкость газа электронов и дырок в чистом полупроводнике.

Задача 18

Найти температуру конденсации T_o для бозе-газа с законом дисперсии $\varepsilon(p) = pv_o$, заключенного в ящик объема V , а также теплоемкость ниже точки бозе-конденсации и при $T \gg T_o$.

Задача 19 Бозе-газ находится в поле $U = m\omega^2 r^2/2$. Найти температуру T_k конденсации Бозе – Эйнштейна, теплоёмкость при $T < T_k$ и скачок теплоёмкости в точке конденсации.

Задача 20

Изобразить изотермы бозе-газа на PV плоскости.

Задача 21

Найти вклад в теплоемкость жидкого гелия возбуждений (бозонов с равным нулю химическим потенциалом), имеющих закон дисперсии

$$\varepsilon(p) = \Delta + \frac{(p - p_o)^2}{2m},$$

при температуре $T \ll \Delta$, $T \ll p_o^2/2m$.

Задача 22

N бозе-частиц находятся в цилиндре с поршнем при постоянной температуре T . Нарисовать зависимость давления от объема.

Задача 23

Бозе-газ из N частиц находится в сферически симметричном потенциале $U(r) = \alpha r^3$. Найти: 1) температуру бозе-конденсации, 2) энергию, 3) теплоемкость, 4) энтропию ниже точки бозе-конденсации.

Задача 24

Найти соотношение между концентрациями электронов, позитронов и фотонов и соотношение между их энергиями при температуре $T \gg m_e c^2$ (такая высокая температура была в малые доли секунды после *Большого взрыва*; в этих условиях можно принять, что концентрации электронов и позитронов одинаковы).

Задача 25

Насколько изменится скорость звука $c_S^2 = (\partial P / \partial \rho)_S$ в газе заряженных частиц с плотностью n и массой m за счет присутствия фотонов, находящихся в равновесии при температуре $T \ll mc^2$. Газ нагрет до такой высокой температуры, что количество фотонов, находящихся с ним в равновесии, много больше количества частиц газа.

Задача 26

Абсолютно чёрное тело вращается вокруг Солнца по орбите Земли. До какой температуры нагреет его излучение Солнца?

Задача 27

Для равновесного газа фотонов в ящике объема V с температурой T найти зависимость числа фотонов и энтропии газа от объема и полной энергии фотонного газа.

Задача 28

Оценить число фотонов равновесного теплового излучения с температурой $T = 3^\circ K$ в объеме $V = 1 \text{ см}^3$.

Задача 29

Найти вклад в теплоемкость колебаний атомов двумерной решетки (атомы поглощаются на поверхности).

Задача 30

Оценить температуру, при которой вклад в теплоемкость металла электронов проводимости и колебаний решетки одинаков. Считать, что на один атом металла приходится один электрон проводимости, плотность числа электронов проводимости n_o , температура Дебая Θ_D .

Задача 31

Оценить среднеквадратичное смещение $\langle x^2 \rangle$ атома углерода (атомный вес 12 г/моль) из положения равновесия в решетке алмаза при комнатной температуре. Температура Дебая $\Theta_D \approx 2000^\circ K$. Сравнить $\sqrt{\langle x^2 \rangle}$ с постоянной решетки $d_o = 3.6 \cdot 10^{-8} \text{ см}$.

Задача 32

Найти квазистатические флуктуации $\langle (\Delta P \Delta T) \rangle$, $\langle \Delta V \Delta P \rangle$, $\langle \Delta V \Delta S \rangle$.

Задача 33

Найти флуктуации объёма больцмановского газа, ограниченного поршнем, площади A , который удерживается пружиной жесткости k . Внешнее давление P_0 , температура T_0 . В равновесии пружина не растянута.

Задача 34

Найти, как зависит от времени средний квадрат размера области, занятой „облаком“ броуновских частиц, которые стартовали одновременно из одной точки.

Задача 35.

Найти среднеквадратичное смещение $\langle r^2 \rangle$ частицы за время t . Уравнение движения имеет вид

$$\frac{dv}{dt} = \xi(t),$$

где v – скорость частицы, ξ – случайная сила с корреляторами $\langle \xi(t') \rangle = 0$, $\langle \xi(t') \xi(t'') \rangle = D \delta(t' - t'')$. Начальные условия: $v(0) = 0$, $r(0) = 0$.

Задача 36

Электрическая цепь состоит из последовательно соединенных конденсатора емкостью C и сопротивления R при температуре T . Найти корреляционную функцию заряда на конденсаторе $\langle q(t_1) q(t_2) \rangle$.

Задача 37

Получить из кинетического уравнения вид равновесного распределения по скоростям в газе в отсутствие внешних полей.

Задача 38

Оценить проводимость, коэффициенты диффузии, вязкости, теплопроводности среды, рассматриваемой как разреженный бoльцмановский газ с длиной свободного пробега λ , концентрацией числа частиц n , температурой T .

Задача 39

Найти проводимость электронного газа в металле в τ -приближении.

Задача 40

Найти коэффициент вязкости электронного газа в металле в τ -приближении.

Вопросы к экзамену

ТиСФ-I

1. Микроканоническое распределение. Статистический вес макросостояния. Энтропия, температура.
2. Каноническое распределение Гиббса. Статистическая сумма.
3. Больцмановский газ. Оценка температуры и плотности, при которых следует учитывать квантовую статистику.
4. Термодинамические функции идеального больцмановского газа.
5. Идеальный больцмановский газ. Распределение Максвелла.
6. Двухатомные молекулы, вращательные и колебательные степени свободы.
7. Распределение Гиббса с переменным числом частиц. Ω -потенциал.
8. Условие равновесия при реакциях. Ионизационное равновесие.
9. Условие равновесия фаз, уравнение Клапейрона-Клаузиуса.
10. Отсутствие магнетизма классического газа. Парамагнетизм Паули и диамагнетизм Ландау.
11. Неидеальные газы, короткодействующий потенциал. Вириальное разложение, газ ван-дер-Ваальса.
12. Неидеальные газы, далекодействующий потенциал. Самосогласованное поле. Термодинамика классической плазмы,

ТиСФ-II

13. Большое каноническое распределение. Вывод распределения Ферми-Дирака.
14. Большое каноническое распределение. Вывод распределения Бозе-Эйнштейна.
15. Вырожденный ферми-газ. Энергия Ферми, средняя энергия и давление при нулевой температуре.
16. Вырожденный ферми-газ. Зависимость химического потенциала от температуры.
17. Вырожденный ферми-газ. Теплоемкость электронного газа в металле.
18. Электроны и дырки в собственном полупроводнике. Зависимость концентрации и химического потенциала от температуры.
19. Донорный полупроводнике. Зависимость концентрации электронов в зоне проводимости и химического потенциала от температуры.
20. Бозе-газ. Конденсация Бозе-Эйнштейна.
21. Бозе-газ. Энергия, теплоемкость, энтропия и давление идеального бозе-газа ниже температуры конденсации Бозе-Эйнштейна.
22. Газ фотонов, распределение Планка. Химический потенциал, зависимость теплоемкости и давления от температуры.
23. Колебания в твердом теле. Модель Дебая, зависимость теплоемкости от температуры.
24. Колебания в твердом теле. Модель Дебая. среднеквадратичное смещение атомов.
25. Флуктуации энергии и числа частиц.
26. Флуктуации термодинамических величин.
27. Фазовые переходы II рода. Приближение молекулярного поля Вейсса.
28. Теория Ландау фазовых переходов II рода. Влияние флуктуаций.
29. Броуновское движение. Уравнение Ланжевена.
30. Бесстолкновительное уравнение Больцмана. плазменные колебания, затухание Ландау.
31. Уравнение Больцмана, интеграл столкновений, H -теорема Больцмана.

32. Уравнение Больцмана для электронного газа в металле, интеграл столкновений, τ -приближение.

33. Уравнение Больцмана в τ -приближении. Проводимость и теплопроводность электронного газа в металле. Закон Видемана-Франца

34. Уравнение Больцмана в τ -приближении. Термоэлектрические эффекты Зеебека и Пельтье. Гальваномагнитные эффекты. Эффект Холла.