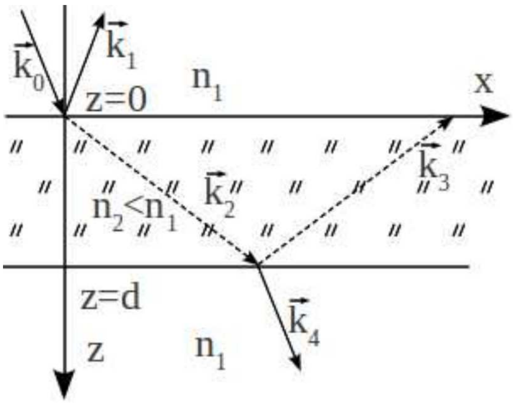
Вопрос.

В задаче 1.25 нормальная компонента вектора Пойнтинга в области 3 отлична от нуля (поскольку там $E_4 \neq 0$). В слое же $\hat{k}_{2z} = |k_{2z}|i$ и $\hat{k}_{3z} = -|k_{2z}|i$, поэтому для каждой волны там $\langle S_n \rangle = 0$. Например



$$\langle S_{2z} \rangle = -\tfrac{c}{8\pi}\mathrm{Re}\{E_{2y}H^*_{2x}\} = \tfrac{c}{8\pi}\mathrm{Re}\{E_{2y}k^*_{2z}E^*_{2y}\} =$$

$$= \tfrac{c}{8\pi}\mathrm{Re}\{i|k_{2z}||E_{2y}|^2\} = 0.$$

Откуда тогда берется поток энергии под слоем?

Ответ.

Дело в том, что, поскольку вектор Пойнтинга квадратичен по амплитуде поля, к нему неприменим принцип суперпозиции. В слое нормальная компонента вектора Пойнтинга равна не сумме $\langle S_n \rangle$ для каждой из волн 2 и 3, а функции от суммарных полей. Это не одно и то же:

$$\langle S_{2z\Sigma} \rangle = -\frac{c}{8\pi}\mathrm{Re}\{(E_{2y}+E_{3y})(H^*_{2x}+H^*_{2x})\} = -\frac{c}{8\pi}\mathrm{Re}\{E_{2y}H^*_{2x}+E_{3y}H^*_{3x}+E_{2y}H^*_{3x}+E_{3y}H^*_{2x}\}.$$

Первые два слагаемые действительно дают ноль. Рассмотрим подробнее оставшуюся сумму:

$$E_{2y}H^*_{3x}+E_{3y}H^*_{2x} = -E_{2y}k_{3z}E^*_{3y} - E_{3y}k_{2z}E^*_{2y} = iE_{2y}|k_{2z}|E^*_{3y} - iE_{3y}|k_{2z}|E^*_{2y} = i|k_{2z}|(E_{2y}E^*_{3y} - E_{3y}E^*_{2y}) =$$

$$= 2i|k_{2z}|\mathrm{Im}\{E_{2y}E^*_{3y}\}i,$$

где учтено, что разность комплексно сопряженных выражений равна удвоенной мнимой части одного из слагаемых. Тогда полученное выражение представляет собой произведение двух мнимых чисел, то есть является действительным числом.

Остается выяснить, откуда возникает мнимая часть у выражения $E_{2y}E^*_{3y}$. Она не может возникнуть за счет множителей $\mathrm{e}^{ik_{2z}z}$ в выражениях для E_{2y}, E^*_{3y}, поскольку эти множители чисто действительны. Но она возникает вследствие наличия сдвига по фазе между предэкспоненциальными множителями E_2, E_3. Напомним, что в выражениях $\hat{E}_i = E_i\,\mathrm{e}^{i(k_{ix}x+k_{iz}z-\omega t)}$ множители E_i рассматриваются как комплексные выражения. Решение системы уравнений на неизвестные E_1, E_2, E_3, E_4 показывает, что при $k_{2z} \neq 0$ E_i являются комплексными выражениями, отличающимися как по модулю, так и по аргументу. Следовательно,

$$\langle S_{2z\Sigma} \rangle = -\frac{c}{8\pi}\mathrm{Re}\{E_{2y}H^*_{3x}+E_{3y}H^*_{2x}\} \neq 0.$$