

Потери энергии на излучение в бетатроне

Ускорение частицы в магнитном поле равно:

$$\mathbf{w} = q \frac{\mathbf{v} \times \mathbf{H}}{\gamma m c}$$

Мощность потерь энергии на излучение равна

$$\frac{\partial \mathcal{E}}{\partial t} = \frac{2q^4 \gamma^2}{3m^2 c^3} \beta^2 H^2$$

Потери за период обращения

$$\Delta \mathcal{E} = \frac{2q^4 \gamma^2}{3m^2 c^3} \beta^2 H^2 \cdot T \quad (1)$$

Для центростремительного ускорения имеем

$$w = \frac{v^2}{\rho} = \frac{q \beta H}{\gamma m},$$

откуда

$$H = \frac{\gamma m v^2}{q \beta \rho}$$

Подставим период обращения $T = \frac{2\pi \rho}{v}$ в (1):

$$\Delta \mathcal{E} = \frac{2q^4 \gamma^2}{3m^2 c^3} \beta^2 \cdot \frac{\gamma^2 m^2 v^4}{q^2 \beta^2 \rho^2} \cdot \frac{2\pi \rho}{v}$$

С учетом $v \approx c$, $\beta \approx 1$ получим

$$\Delta \mathcal{E} \sim \frac{\gamma^4}{\rho} \quad (2)$$

Чтобы поддерживать электрон на ларморовской орбите, нужно сообщать ему энергию $\Delta \mathcal{E}$ на каждом обороте. Соотношение (2) показывает, что с учетом ограничений на величину $\Delta \mathcal{E}$ для увеличения максимальной энергии электрона (γ) только в 2 раза необходимо увеличить радиус ρ в 16 раз. Этим обусловлено принципиальное ограничение на возможности кольцевых ускорителей.