

Вариант 1

1. Дан симметричный ортогональный тензор $A(\mathbf{x}, \mathbf{x}) = -x_1^2 - 4x_2^2 - x_3^2 - 4x_1x_2 - 8x_1x_3 + 4x_2x_3$. Записать характеристический многочлен. Записать тензор в главных осях. Выписать главные направления так, чтобы они составляли ортонормированный правый базис. ($\lambda = -5$)
2. Выделить симметричную S и антисимметричную A части ортогонального тензора $T = \begin{pmatrix} -11 & 0 & 6 \\ 3 & 5 & -1 \\ -2 & -4 & 8 \end{pmatrix}$. Симметричную часть S разделить на шаровую часть и девиатор. Найти декартовы координаты вектора \mathbf{w} : $A = \mathbf{w} \times$
3. Ортогональный тензор T в базисе $\mathbf{e}_1 = \frac{3}{\sqrt{73}}\mathbf{i} + \frac{8}{\sqrt{73}}\mathbf{j}$, $\mathbf{e}_2 = -\frac{8}{\sqrt{73}}\mathbf{i} + \frac{3}{\sqrt{73}}\mathbf{j}$, имеет компоненты $t_{111} = 2$, $t_{112} = 8$, $t_{121} = 4$, $t_{122} = 1$, $t_{211} = 7$, $t_{212} = 13$, $t_{221} = 0$, $t_{222} = 9$. Найти компоненту t'_{112} в базисе $\{\mathbf{i}, \mathbf{j}\}$.
4. Тензор (t_{klmnrs}^{ij}) , $i, j, k, l, m, n, r, s = 1, 2, 3, 4, 5, 6$, задан своими компонентами $t_{163245}^{13} = 6$, $t_{216354}^{13} = 14$, $t_{412563}^{13} = 4$, $t_{624315}^{31} = 16$, $t_{261345}^{13} = 20$, $t_{315264}^{13} = 2$, $t_{523456}^{13} = 16$, остальные компоненты равны нулю. Определим тензор $a_{klmnrs}^{ij} = t_{[klmnrs]}^{ij}$. Вычислить a_{512463}^{13} .
5. Заданы: базис $\mathbf{e}_1 = \mathbf{i} + 3\mathbf{j} + \mathbf{k}$; $\mathbf{e}_2 = -\mathbf{i} + \mathbf{j}$; $\mathbf{e}_3 = \mathbf{i} - \mathbf{j} - 2\mathbf{k}$; тензор $(t_j^i) = (2\mathbf{e}_1 + \mathbf{e}_2 + 3\mathbf{e}_3) \otimes (\mathbf{e}^1 + 2\mathbf{e}^2) + (\mathbf{e}_2 - 2\mathbf{e}_3) \otimes (\mathbf{e}^2 + \mathbf{e}^3)$, ковектор $\mathbf{v} = 2\mathbf{e}^1 + 4\mathbf{e}^2 + 3\mathbf{e}^3$. Выписать координаты тензора (t_j^i) . Найти длину вектора \mathbf{u} , если $u^i = t_j^i v^j$.

Вариант 2.

1. Дан симметричный ортогональный тензор $A(\mathbf{x}, \mathbf{x}) = 7x_1^2 + 4x_2^2 + 7x_3^2 - 4x_1x_2 - 8x_1x_3 + 4x_2x_3$. Записать характеристический многочлен. Записать тензор в главных осях. Выписать главные направления так, чтобы они составляли ортонормированный правый базис. ($\lambda = 3$)
2. Выделить симметричную S и антисимметричную A части ортогонального тензора $T = \begin{pmatrix} 1 & 7 & -4 \\ 5 & -12 & 9 \\ -1 & 3 & 2 \end{pmatrix}$. Симметричную часть S разделить на шаровую часть и девиатор. Найти декартовы координаты вектора \mathbf{w} : $A = \mathbf{w} \times$
3. Ортогональный тензор T в базисе $\mathbf{e}_1 = \frac{1}{\sqrt{17}}\mathbf{i} + \frac{4}{\sqrt{17}}\mathbf{j}$, $\mathbf{e}_2 = -\frac{4}{\sqrt{17}}\mathbf{i} + \frac{1}{\sqrt{17}}\mathbf{j}$, имеет компоненты $t_{111} = 1$, $t_{112} = 0$, $t_{121} = 3$, $t_{122} = 5$, $t_{211} = 16$, $t_{212} = 12$, $t_{221} = 10$, $t_{222} = 14$. Найти компоненту t'_{212} в базисе $\{\mathbf{i}, \mathbf{j}\}$.
4. Тензор (t_{klmnrs}^{ij}) , $i, j, k, l, m, n, r, s = 1, 2, 3, 4, 5, 6$, задан своими компонентами $t_{136245}^{62} = 11$, $t_{634125}^{62} = 9$, $t_{516324}^{62} = 7$, $t_{312654}^{26} = 19$, $t_{452136}^{62} = 21$, $t_{532651}^{62} = 1$, $t_{635142}^{62} = 7$, остальные компоненты равны нулю. Определим тензор $a_{klmnrs}^{ij} = t_{[klmnrs]}^{ij}$. Вычислить a_{316245}^{62} .
5. Заданы: базис $\mathbf{e}_1 = \mathbf{i} + \mathbf{j} + 3\mathbf{k}$; $\mathbf{e}_2 = -2\mathbf{i} - \mathbf{j} + \mathbf{k}$; $\mathbf{e}_3 = \mathbf{i} - 2\mathbf{j} + 3\mathbf{k}$; тензор $(t_j^i) = (\mathbf{e}_1 + 5\mathbf{e}_2 + 2\mathbf{e}_3) \otimes (\mathbf{e}^2 + \mathbf{e}^3) + (-3\mathbf{e}_2 + \mathbf{e}_3) \otimes (\mathbf{e}^1 + 2\mathbf{e}^3)$, ковектор $\mathbf{v} = 2\mathbf{e}^1 + \mathbf{e}^2 + 3\mathbf{e}^3$. Выписать координаты тензора (t_j^i) . Найти длину вектора \mathbf{u} , если $u^i = t_j^i v^j$.