Лабораторная работа №8 (Методы дискретного анализа)

В данной работе используйте информацию, приведенную в методическом пособии: Цифровая обработка сигналов на Python, стр. 72-78.

1. С помощью метода квадратур найдите приближенное решение уравнения

$$y(x) = \frac{5}{6}x + \frac{1}{2}\int_0^1 xsy(s)ds \quad x \in [0,1]$$

Если его точное решение $y(x) = x$, см см [16].

2. Решить следующие уравнение с помощью аппроксимации ядра вырожденным:

$$y(x) + \int_0^1 x(e^{xs} - 1)y(s)ds = e^x - 1; \quad x \in [0,1]$$

Замечание: если ядро интегрального уравнения невырожденное, но достаточно гладкое, тогда его можно аппроксимировать вырожденным, разложив его в ряд Тейлора.

3. Используя метод Галеркина-Петрова решите уравнение:

$$y(x) = 1 + \int_{-1}^{1} (x^2 + xs)y(s)ds; \quad x \in [-1,1]$$

Замечание:
$$y(x) = 1 + \int_{-1}^{1} (x^2 + xs)y(s)ds\,; \quad x \in [-1,1]$$

Точным решением этого уравнения является функция: $y(x) = 1 + 6x^2$ (см, [16]). Приближенное решение искать в виде:

$$\tilde{y}(x) = 1 + c_1\varphi_1(x) + c_2\varphi_2(x)$$

где $\varphi_1(x) = x$, $\varphi_2(x) = x^2$, из условия ортогональности невязки функциям $\psi_1(x) = 1$ и $\psi_2(x) = x$. Напишите программу, которая найдет решение методом Галеркина-Петрова, и сопоставьте его с точным решением. Точное решение $y(x) = 1 + 6x^2$ задачи и искомое решение задачи представлено на рис. 30.

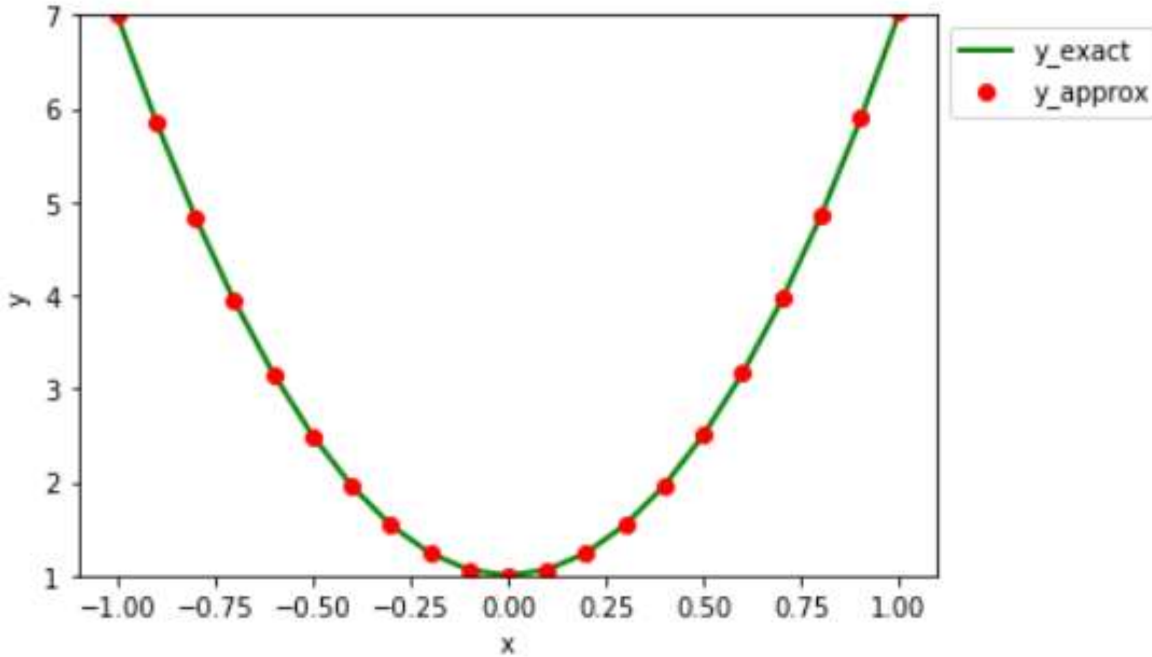

Рис. 30. Сплошной линией обозначено точное решение, круглыми символами – приближенное решение.