Самостоятельная работа к занятию 5

- 1. Укажите количество интегральных линий уравнения $y^{(n)} = x + y^2$, проходящих через точку (0;1) и имеющих в этой точке угловой коэффициент касательной равный 2, в зависимости от порядка уравнения.
 - **2**. Для уравнения $y'' = y \cdot \sqrt{x^2 (y')^2}$ заданы начальные условия

a)
$$\begin{cases} y(0) = 1 \\ y'(0) = 1 \end{cases}$$
 b) $\begin{cases} y(0) = 1 \\ y'(0) = 0 \end{cases}$ c) $\begin{cases} y(1) = 0 \\ y'(1) = 0. \end{cases}$

В каком случае можно гарантировать существование и единственность решения такой задачи Коши?

3. Для системы
$$\begin{cases} \dot{x} = y^3 + \ln(1+t) \\ x\dot{y} = \sqrt[3]{y-t} \end{cases}$$
 заданы начальные условия

a)
$$\begin{cases} x(0) = 0 \\ y(0) = 0 \end{cases}$$
 b) $\begin{cases} x(0) = 1 \\ y(0) = 0 \end{cases}$ c) $\begin{cases} x(0) = 1 \\ y(0) = 1 \end{cases}$ d) $\begin{cases} x(1) = 1 \\ y(1) = 1 \end{cases}$

В каком случае можно гарантировать существование и единственность решения такой задачи Коши?

4. Решите задачу Коши
$$\begin{cases} y \cdot y'' = x \cdot y' \\ y(1) = 1, \quad y'(1) = 2. \end{cases}$$

Можно ли утверждать, что задача Коши с начальными условиями $y(0)=0,\,y^{\,\prime}(0)=0$ имеет единственное решение $y\equiv 0$?

Ответы и указания

1. При n=1 таких линий нет; при n=2 единственная интегральная линия; при $n\geqslant 3$ бесконечно много.

- . c)
- . c)
- 4. $y = x^2$; нет.