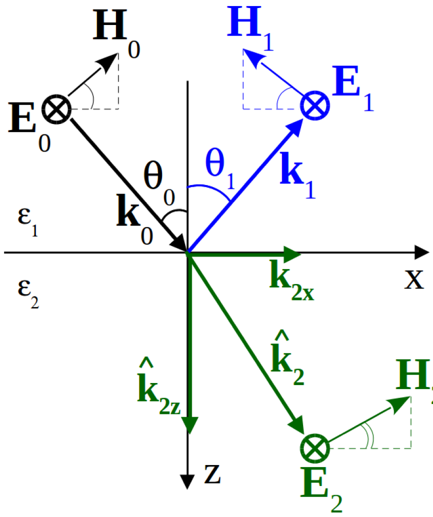
Задача

Получить выражения для амплитудных коэффициентов отражения в формулах Френеля в виде зависимости от угла падения θ_0 и относительного показателя преломления $\frac{n_2}{n_1}$. Положить $\mu_1 = \mu_2 = 1$.

Решение.

Рассмотрим отдельно случай падающей TE-волны (см. рисунок).



Для переменной $\xi_1 = \frac{E_1}{E_0}$ получается решение:

$$\xi_1 = \frac{k_{0z} - k_{2z}}{k_{0z} + k_{2z}}. \tag{1}$$

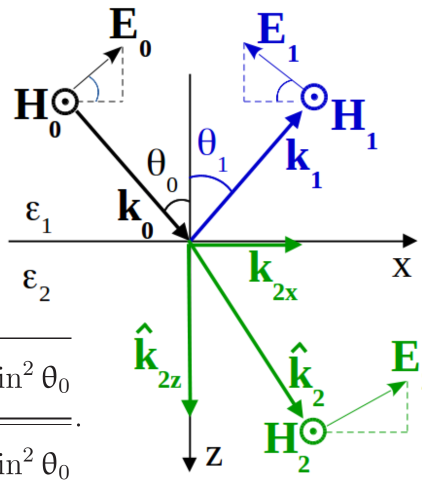
Выразим проекции волновых векторов так, чтобы получить зависимость от θ_0, n_1 и n_2:

$$k_{0z} = k_0 \cos\theta_0, \quad k_{2z} = \sqrt{k_2^2 - k_{2x}^2} = \sqrt{k_0^2 \frac{n_2^2}{n_1^2} - k_{0x}^2} \tag{2}$$

С учетом (2) формула (1) приобретает вид:

$$\xi_1 = \frac{\cos\theta_0 - \sqrt{\left(\frac{n_2}{n_1}\right)^2 - \sin^2\theta_0}}{\cos\theta_0 + \sqrt{\left(\frac{n_2}{n_1}\right)^2 - \sin^2\theta_0}} = \frac{\sqrt{1-\sin^2\theta_0} - \sqrt{\left(\frac{n_2}{n_1}\right)^2 - \sin^2\theta_0}}{\sqrt{1-\sin^2\theta_0} + \sqrt{\left(\frac{n_2}{n_1}\right)^2 - \sin^2\theta_0}}. \tag{3}$$

Теперь рассмотрим случай падающей TM-волны (см. рисунок).



Для переменной $\zeta_1 = \frac{E_1}{E_0}$ получается решение:

$$\zeta_1 = \frac{\frac{k_2}{k_0}k_{0z} - \frac{k_0}{k_2}k_{2z}}{\frac{k_2}{k_0}k_{0z} + \frac{k_0}{k_2}k_{2z}} = \frac{\left(\frac{n_2}{n_1}\right)^2 k_{0z} - k_{2z}}{\left(\frac{n_2}{n_1}\right)^2 k_{0z} + k_{2z}}. \tag{4}$$

С учетом (2) выражение (4) переписывается в виде

$$\zeta_1 = \frac{\left(\frac{n_2}{n_1}\right)^2 \cos\theta_0 - \sqrt{\left(\frac{n_2}{n_1}\right)^2 - \sin^2\theta_0}}{\left(\frac{n_2}{n_1}\right)^2 \cos\theta_0 + \sqrt{\left(\frac{n_2}{n_1}\right)^2 - \sin^2\theta_0}} = \frac{\left(\frac{n_2}{n_1}\right)^2 \sqrt{1-\sin^2\theta_0} - \sqrt{\left(\frac{n_2}{n_1}\right)^2 - \sin^2\theta_0}}{\left(\frac{n_2}{n_1}\right)^2 \sqrt{1-\sin^2\theta_0} + \sqrt{\left(\frac{n_2}{n_1}\right)^2 - \sin^2\theta_0}}.$$

В случае полного внутреннего отражения выражение под квадратным корнем во вторых слагаемых в числителе и знаменателе отрицательные, поэтому ξ_1 и ζ_1 оказываются комплексными.