

## Вариант 1

1. Найти экстремали функционала

$$I[y] = \int_0^{\pi/4} ((y')^2 + 2yy' - 4y^2 + x + 2y \operatorname{tg} x) dx, \quad y(0) = 1, \quad y\left(\frac{\pi}{4}\right) = 0.$$

2. Решить систему

$$\begin{cases} 2\ddot{x}_1 + x_1 + 2x_2 + x_3 = 0, \\ \ddot{x}_2 + 2x_1 + 4x_2 + 2x_3 = 0, \\ 2\ddot{x}_3 + x_1 + 2x_2 + x_3 = 0. \end{cases}$$

3. Выяснить, при каких значениях параметра  $\omega > 0$  существуют периодические решения уравнения

$$y''' + 2y'' + y' + 2y = 4\cos(\omega t) - 1.$$

Найти все периодические решения, указать их периоды. При каких  $\omega > 0$  не существует периодических решений?

4. Найти производную по параметру  $\frac{\partial y}{\partial \mu} \Big|_{\mu=0}$  от решения задачи Коши

$$\begin{cases} y' = y + \mu \left( \ln y + \frac{1}{y} - 2t \right), \\ y|_{t=0} = 1 + \mu. \end{cases}$$

.....

## Вариант 2

1. Найти экстремали функционала

$$I[y] = \int_0^{\pi/4} \left( (y')^2 + yy' - y^2 + \frac{4y}{\cos^3 x} - 2x^4 \right) dx, \quad y(0) = 1, \quad y\left(\frac{\pi}{4}\right) = 0.$$

2. Решить систему

$$\begin{cases} 3\ddot{x}_1 + x_1 - x_2 + 2x_3 = 0, \\ 3\ddot{x}_2 - x_1 + x_2 - 2x_3 = 0, \\ 3\ddot{x}_3 + 2x_1 - 2x_2 + 4x_3 = 0. \end{cases}$$

3. Выяснить, при каких значениях параметра  $\omega > 0$  существуют периодические решения уравнения

$$y''' + y'' + y' + y = 2\cos(\omega t) - 3.$$

Найти все периодические решения, указать их периоды. При каких  $\omega > 0$  не существует периодических решений?

4. Найти производную по параметру  $\frac{\partial y}{\partial \mu} \Big|_{\mu=0}$  от решения задачи Коши

$$\begin{cases} y' = \frac{y}{t} + \mu (1 - 2y^2 - t \sin t), \\ y|_{t=1} = 1 - \mu. \end{cases}$$

### Вариант 3

1. Найти экстремали функционала

$$I[y] = \int_0^{\pi/8} \left( (y')^2 + 8yy' - 4y^2 - \frac{4y}{\cos 2x} + x^2 \right) dx, \quad y(0) = 0, \quad y\left(\frac{\pi}{8}\right) = 0.$$

2. Решить систему

$$\begin{cases} \ddot{x}_1 + x_1 + 3x_2 + x_3 = 0, \\ 2\ddot{x}_2 + 3x_1 + 9x_2 + 3x_3 = 0, \\ 2\ddot{x}_3 + x_1 + 3x_2 + x_3 = 0. \end{cases}$$

3. Выяснить, при каких значениях параметра  $\omega > 0$  существуют периодические решения уравнения

$$y''' + 5y'' + \omega^2 y' + 5\omega^2 y = \cos t - 5.$$

Найти все периодические решения, указать их периоды. При каких  $\omega > 0$  не существует периодических решений?

4. Найти производную по параметру  $\left. \frac{\partial y}{\partial \mu} \right|_{\mu=0}$  от решения задачи Коши

$$\begin{cases} y' = -y + \mu(2t + y^2), \\ y|_{t=0} = 1 + 2\mu. \end{cases}$$

.....

### Вариант 4

1. Найти экстремали функционала

$$I[y] = \int_0^{\pi/8} \left( (y')^2 + 2yy' - 4y^2 + \frac{2y}{\cos^3 2x} + \ln(1 + x^2) \right) dx, \quad y(0) = -1, \quad y\left(\frac{\pi}{8}\right) = 0.$$

2. Решить систему

$$\begin{cases} 4\ddot{x}_1 + x_1 - x_2 + 3x_3 = 0, \\ 2\ddot{x}_2 - x_1 + x_2 - 3x_3 = 0, \\ 4\ddot{x}_3 + 3x_1 - 3x_2 + 9x_3 = 0. \end{cases}$$

3. Выяснить, при каких значениях параметра  $\omega > 0$  существуют периодические решения уравнения

$$y''' + 2y'' + \omega^2 y' + 2\omega^2 y = 4 \cos t + 1.$$

Найти все периодические решения, указать их периоды. При каких  $\omega > 0$  не существует периодических решений?

4. Найти производную по параметру  $\left. \frac{\partial y}{\partial \mu} \right|_{\mu=0}$  от решения задачи Коши

$$\begin{cases} y' = -\frac{y}{t} + \mu \left( e^t + \frac{3}{y} \right), \\ y|_{t=1} = 1 - 2\mu. \end{cases}$$

## Вариант 5

1. Найти экстремали функционала

$$I[y] = \int_{\pi/8}^{\pi/4} \left( (y')^2 + yy' - 4y^2 - \frac{2y}{\sin 2x} - 2 \sin x \right) dx, \quad y\left(\frac{\pi}{8}\right) = 0, \quad y\left(\frac{\pi}{4}\right) = 0.$$

2. Решить систему

$$\begin{cases} 2\ddot{x}_1 + x_1 + x_2 + 2x_3 = 0, \\ 6\ddot{x}_2 + x_1 + x_2 + 2x_3 = 0, \\ 3\ddot{x}_3 + 2x_1 + 2x_2 + 4x_3 = 0. \end{cases}$$

3. Выяснить, при каких значениях параметра  $\omega > 0$  существуют периодические решения уравнения

$$y''' - y'' + \omega^2 y' - \omega^2 y = \sin t + 4.$$

Найти все периодические решения, указать их периоды. При каких  $\omega > 0$  не существует периодических решений?

4. Найти производную по параметру  $\frac{\partial y}{\partial \mu} \Big|_{\mu=0}$  от решения задачи Коши

$$\begin{cases} y' = \frac{2y}{t} + \mu (-y \cos t + 4t^2 e^{y/t}), \\ y|_{t=1} = 1 + \mu. \end{cases}$$

.....

## Вариант 6

1. Найти экстремали функционала

$$I[y] = \int_{\pi/4}^{\pi/2} ((y')^2 + 4yy' - 4y^2 + x^3 - 4y \operatorname{ctg} x) dx, \quad y\left(\frac{\pi}{4}\right) = 0, \quad y\left(\frac{\pi}{2}\right) = 0.$$

2. Решить систему

$$\begin{cases} \ddot{x}_1 + 4x_1 + 2x_2 + 2x_3 = 0, \\ 2\ddot{x}_2 + 2x_1 + x_2 + x_3 = 0, \\ 2\ddot{x}_3 + 2x_1 + x_2 + x_3 = 0. \end{cases}$$

3. Выяснить, при каких значениях параметра  $\omega > 0$  существуют периодические решения уравнения

$$y''' - 2y'' + y' - 2y = 3 \sin(\omega t) - 2.$$

Найти все периодические решения, указать их периоды. При каких  $\omega > 0$  не существует периодических решений?

4. Найти производную по параметру  $\frac{\partial y}{\partial \mu} \Big|_{\mu=0}$  от решения задачи Коши

$$\begin{cases} y' = 2y + \mu (e^{2t} + \ln y), \\ y|_{t=0} = 1 + 2\mu. \end{cases}$$

## Вариант 7

1. Найти экстремали функционала

$$I[y] = \int_{\pi/4}^{\pi/2} \left( (y')^2 + 2yy' - y^2 - \frac{2y}{\sin^3 x} + 1 + x \right) dx, \quad y\left(\frac{\pi}{4}\right) = 0, \quad y\left(\frac{\pi}{2}\right) = 1.$$

2. Решить систему

$$\begin{cases} 3\ddot{x}_1 + x_1 + 2x_2 - x_3 = 0, \\ 3\ddot{x}_2 + 2x_1 + 4x_2 - 2x_3 = 0, \\ 3\ddot{x}_3 - x_1 - 2x_2 + x_3 = 0. \end{cases}$$

3. Выяснить, при каких значениях параметра  $\omega > 0$  существуют периодические решения уравнения

$$y''' - y'' + y' - y = \sin(\omega t) - 4.$$

Найти все периодические решения, указать их периоды. При каких  $\omega > 0$  не существует периодических решений?

4. Найти производную по параметру  $\frac{\partial y}{\partial \mu} \Big|_{\mu=0}$  от решения задачи Коши

$$\begin{cases} y' = \frac{y}{t} + \mu \left( -\frac{1}{t} + t \cos y - y \right), \\ y|_{t=1} = 2 - \mu. \end{cases}$$

.....

## Вариант 8

1. Найти экстремали функционала

$$I[y] = \int_0^{\pi/4} \left( (y')^2 + 6yy' - y^2 - \frac{y}{\cos x} + x^4 \right) dx, \quad y(0) = 0, \quad y\left(\frac{\pi}{4}\right) = 0.$$

2. Решить систему

$$\begin{cases} 2\ddot{x}_1 + 9x_1 + 3x_2 + 3x_3 = 0, \\ \ddot{x}_2 + 3x_1 + x_2 + x_3 = 0, \\ 2\ddot{x}_3 + 3x_1 + x_2 + x_3 = 0. \end{cases}$$

3. Выяснить, при каких значениях параметра  $\omega > 0$  существуют периодические решения уравнения

$$y''' - 5y'' + \omega^2 y' - 5\omega^2 y = \sin t + 5.$$

Найти все периодические решения, указать их периоды. При каких  $\omega > 0$  не существует периодических решений?

4. Найти производную по параметру  $\frac{\partial y}{\partial \mu} \Big|_{\mu=0}$  от решения задачи Коши

$$\begin{cases} y' = -2y + \mu (te^{-2t} + y^2 + 1), \\ y|_{t=0} = 1 - \mu. \end{cases}$$

## Вариант 9

1. Найти экстремали функционала

$$I[y] = \int_{\pi/8}^{\pi/4} \left( (y')^2 + yy' - 4y^2 + \frac{8y}{\sin^3 2x} - x^3 \right) dx, \quad y\left(\frac{\pi}{8}\right) = 0, \quad y\left(\frac{\pi}{4}\right) = 1.$$

2. Решить систему

$$\begin{cases} 4\ddot{x}_1 + x_1 + 3x_2 - x_3 = 0, \\ 4\ddot{x}_2 + 3x_1 + 9x_2 - 3x_3 = 0, \\ 2\ddot{x}_3 - x_1 - 3x_2 + x_3 = 0. \end{cases}$$

3. Выяснить, при каких значениях параметра  $\omega > 0$  существуют периодические решения уравнения

$$y''' - 2y'' + \omega^2 y' - 2\omega^2 y = 3 \sin t + 2.$$

Найти все периодические решения, указать их периоды. При каких  $\omega > 0$  не существует периодических решений?

4. Найти производную по параметру  $\left. \frac{\partial y}{\partial \mu} \right|_{\mu=0}$  от решения задачи Коши

$$\begin{cases} y' = -\frac{y}{t} + \mu \left( y \sin t + \ln(ty) + \frac{1}{y} \right), \\ y|_{t=1} = 1 + \mu. \end{cases}$$

.....

## Вариант 10

1. Найти экстремали функционала

$$I[y] = \int_{\pi/4}^{\pi/2} \left( (y')^2 + 2yy' - y^2 - \frac{4y}{\sin x} + x^2 \right) dx, \quad y\left(\frac{\pi}{4}\right) = 0, \quad y\left(\frac{\pi}{2}\right) = \frac{\pi}{2}.$$

2. Решить систему

$$\begin{cases} 3\ddot{x}_1 + 4x_1 + 2x_2 + 2x_3 = 0, \\ 6\ddot{x}_2 + 2x_1 + x_2 + x_3 = 0, \\ 2\ddot{x}_3 + 2x_1 + x_2 + x_3 = 0. \end{cases}$$

3. Выяснить, при каких значениях параметра  $\omega > 0$  существуют периодические решения уравнения

$$y''' + y'' + \omega^2 y' + \omega^2 y = 2 \cos t + 3.$$

Найти все периодические решения, указать их периоды. При каких  $\omega > 0$  не существует периодических решений?

4. Найти производную по параметру  $\left. \frac{\partial y}{\partial \mu} \right|_{\mu=0}$  от решения задачи Коши

$$\begin{cases} y' = \frac{2y}{t} + \mu (y \sin t + t^2 e^{2y/t}), \\ y|_{t=1} = 1 - 2\mu. \end{cases}$$