

Плоская монохроматическая волна

$$\mathbf{E} = \mathbf{E}_0 \exp [i(\omega t - (\mathbf{k} \cdot \mathbf{r}) + \phi)],$$

где $\mathbf{k} = \frac{\omega}{c} \sqrt{\epsilon \mu} \mathbf{e}_z$ – волновой вектор.

Модуль волнового вектора $|\mathbf{k}| = k$ связан с другими параметрами волны соотношениями

$$k = \frac{n\omega}{c} = \sqrt{\epsilon \mu} \frac{\omega}{c} = \frac{2\pi}{\lambda},$$

где $n = \sqrt{\epsilon \mu}$ – показатель преломления среды, λ – длина волны.

Для плоской монохроматической волны векторы \mathbf{E} и \mathbf{H} связаны соотношением:

$$\mathbf{H} = \frac{c}{\omega \mu} [\mathbf{k} \times \mathbf{E}], \quad \mathbf{E} = -\frac{c}{\omega \epsilon} [\mathbf{k} \times \mathbf{H}].$$

Скорость распространения волны

Фазовая скорость распространения волны $\mathbf{v} = \frac{c}{\sqrt{\epsilon \mu}}$. Фазовая скорость относится к перемещению геометрического места точек, в которых волна характеризуется неизменной фазой, и не совпадает в общем случае ни по величине, ни по направлению со скоростью движения материальных объектов. Поэтому v может превышать скорость света в вакууме (ничто не запрещает существование среды, для которой одновременно $\epsilon = 1$ и $\mu < 1$).

Энергия волны

Вектор Пойнтинга в волне

$$\mathbf{S} = \frac{c}{4\pi} [\mathbf{E} \times \mathbf{H}].$$

Физический смысл i -й компоненты вектора Пойнтинга – энергия излучения, падающая в единицу времени на единичную площадку с нормалью, направленной вдоль оси x_i .

В случае плоской волны абсолютная величина вектора Пойнтинга равна

$$\begin{aligned} S &= \frac{c}{4\pi} \mathbf{E} \cdot \mathbf{H} = \frac{c}{8\pi} \left(\mathbf{E} \cdot \sqrt{\frac{\epsilon}{\mu}} \mathbf{E} + \mathbf{H} \cdot \sqrt{\frac{\mu}{\epsilon}} \mathbf{H} \right) = \\ &= \frac{c}{\sqrt{\epsilon \mu}} \left(\frac{ED}{8\pi} + \frac{HB}{8\pi} \right) = v_{\Phi} \left(\frac{ED}{8\pi} + \frac{HB}{8\pi} \right). \end{aligned}$$

Плотность энергии в волне $w = \frac{dW}{dV} = \frac{ED}{8\pi} + \frac{HB}{8\pi}$. Таким образом, формально плоскую монохроматическую волну можно описывать как распределение плотности энергии неизменной формы, движущееся со скоростью \mathbf{v}_{Φ} . При этом следует понимать, что до тех пор, пока волна остается идеальной плоской монохроматической во всем пространстве, никакой прибор не сможет обнаружить отличие ее от неподвижного в пространстве распределения плотности энергии, переменной во времени. Другими словами, плоская монохроматическая волна не несет информации от некоторого источника, поэтому бессмысленно применять к ней понятие скорости распространения сигнала.

Средний по времени вектор Пойнтинга равен

$$\langle \mathbf{S} \rangle = \frac{c}{8\pi} \text{Re}\{[\mathbf{E} \times \mathbf{H}^*]\}.$$

Поляризация

Пусть плоская монохроматическая волна распространяется вдоль оси z , которая направлена на нас. Зафиксируем плоскость $z=\text{const}$ и рассмотрим в этой плоскости вектор $\mathbf{E}(t)$ как функцию времени. Нетрудно показать, что в общем случае конец вектора $\mathbf{E}(t)$ с течением времени описывает эллипс, который в частных случаях может представлять собой окружность, либо отрезок. Перечисленным случаям соответствует эллиптическая, круговая и линейная поляризация волны. В двух первых случаях вектор поворачивается со временем либо по ходу часовой стрелки (правая поляризация), либо против хода часовой стрелки (левая поляризация).

Поляризацию волны удобно характеризовать двумерным вектором

$$\mathbf{E}_0(t) = E_x e^{i\omega t} \cdot \mathbf{e}_x + E_y e^{i(\omega t + \phi)} \cdot \mathbf{e}_y = E_0(t) (a; b e^{i\phi}),$$

где a и b – действительные числа.

Линейная поляризация: $\phi = m\pi$, где m – целое (частный случай $a = 0$ или $b = 0$).

Круговая поляризация: $a = b$, $\phi = \pm\pi/2$.

Общий случай – эллиптическая поляризация (левая при $\phi < 0$, правая при $\phi > 0$).

Обратим внимание на то, что ту же волну можно было бы описывать выражениями

$$\begin{aligned} E_x(\mathbf{r}, t) &= E_{0x} \exp i [(\mathbf{k} \cdot \mathbf{r}) - \omega t], \\ E_y(\mathbf{r}, t) &= E_{0y} \exp i [(\mathbf{k} \cdot \mathbf{r}) - \omega t + \phi]. \end{aligned}$$

Тогда случай $\phi > 0$ соответствует отставанию, а не опережению по фазе, и при прежних прочих условиях отвечает левой, а не правой поляризации.