

Вариант 1

1. Дан симметричный ортогональный тензор $A(\mathbf{x}, \mathbf{x}) = x_1^2 - 2x_2^2 + x_3^2 - 4x_1x_2 - 8x_1x_3 + 4x_2x_3$. Записать характеристический многочлен. Записать тензор в главных осях. Выписать главные направления так, чтобы они составляли ортонормированный правый базис. ($\lambda = 6$)
2. Выделить симметричную S и антисимметричную A части ортогонального тензора $T = \begin{pmatrix} -4 & -2 & 6 \\ 8 & 2 & 3 \\ 2 & 1 & -7 \end{pmatrix}$. Симметричную часть разделить на шаровую часть и девиатор. Найти декартовы координаты вектора \mathbf{w} : $A = \mathbf{w} \times$
3. Ортогональный тензор T в базисе $\mathbf{e}_1 = \frac{2}{\sqrt{29}}\mathbf{i} + \frac{5}{\sqrt{29}}\mathbf{j}$, $\mathbf{e}_2 = -\frac{5}{\sqrt{29}}\mathbf{i} + \frac{2}{\sqrt{29}}\mathbf{j}$ имеет компоненты

$$\begin{matrix} t_{111} = 1 & t_{112} = 0 & t_{121} = 0 & t_{122} = 3 \\ t_{211} = 0 & t_{212} = 5 & t_{221} = 7 & t_{222} = 9 \end{matrix}$$
 Найти компоненту t_{121} в базисе $\{\mathbf{i}, \mathbf{j}\}$.
4. Тензор (t_{ijklmn}) , $i, j, k, l, m, n = 1, 2, 3, 4$ задан своими компонентами $t_{321124} = 1$, $t_{413122} = 3$, $t_{213114} = 5$, $t_{212124} = 7$, $t_{124123} = 9$, $t_{421123} = 11$, остальные компоненты равны нулю. Определим тензор $a_{ijklmn} = t_{[ijk][lm][n]}$. Вычислить a_{213124} .
5. Заданы: базис $\mathbf{e}_1 = \mathbf{i} + \mathbf{j} + 3\mathbf{k}$; $\mathbf{e}_2 = \mathbf{i} + 2\mathbf{j} + \mathbf{k}$; $\mathbf{e}_3 = -5\mathbf{i} + 2\mathbf{j} + \mathbf{k}$; тензор $(t_j^i) = (\mathbf{e}_1 + 2\mathbf{e}_2 + 3\mathbf{e}_3) \otimes (\mathbf{e}^1 - \mathbf{e}^2) + (-\mathbf{e}_1 + \mathbf{e}_2) \otimes (\mathbf{e}^1 + 3\mathbf{e}^2)$, ковектор $\mathbf{v} = \mathbf{e}^1 + \mathbf{e}^2 + 4\mathbf{e}^3$. Выписать координаты тензора (t_j^i) . Найти длину ковектора \mathbf{u} , если $u_j = t_j^i v_i$.

Вариант 2.

1. Дан симметричный ортогональный тензор $A(\mathbf{x}, \mathbf{x}) = 5x_1^2 + 2x_2^2 + 5x_3^2 - 4x_1x_2 - 8x_1x_3 + 4x_2x_3$. Записать характеристический многочлен. Записать тензор в главных осях. Выписать главные направления так, чтобы они составляли ортонормированный правый базис. ($\lambda = 10$)
2. Выделить симметричную S и антисимметричную A части ортогонального тензора $T = \begin{pmatrix} 2 & -2 & 1 \\ 6 & 1 & 3 \\ 9 & 7 & -6 \end{pmatrix}$. Симметричную часть разделить на шаровую часть и девиатор. Найти декартовы координаты вектора \mathbf{w} : $A = \mathbf{w} \times$
3. Ортогональный тензор T в базисе $\mathbf{e}_1 = \frac{1}{\sqrt{50}}\mathbf{i} + \frac{7}{\sqrt{50}}\mathbf{j}$, $\mathbf{e}_2 = -\frac{7}{\sqrt{50}}\mathbf{i} + \frac{1}{\sqrt{50}}\mathbf{j}$ имеет компоненты

$$\begin{matrix} t_{111} = 2 & t_{112} = 4 & t_{121} = 6 & t_{122} = 0 \\ t_{211} = 8 & t_{212} = 0 & t_{221} = 0 & t_{222} = 10 \end{matrix}$$
 Найти компоненту t_{212} в базисе $\{\mathbf{i}, \mathbf{j}\}$.
4. Тензор (t_{ijklmn}) , $i, j, k, l, m, n = 1, 2, 3, 4$ задан своими компонентами $t_{133242} = 2$, $t_{312324} = 4$, $t_{243224} = 63$, $t_{213243} = 8$, $t_{423213} = 10$, $t_{243231} = 12$, остальные компоненты равны нулю. Определим тензор $a_{ijklmnr} = t_{[ij][kl][mnr]}$. Вычислить a_{313224} .
5. Заданы: базис $\mathbf{e}_1 = \mathbf{i} + 3\mathbf{j} + \mathbf{k}$; $\mathbf{e}_2 = \mathbf{i} + \mathbf{j} - \mathbf{k}$; $\mathbf{e}_3 = 2\mathbf{i} - \mathbf{j} + \mathbf{k}$; тензор $(t_j^i) = (3\mathbf{e}_1 + \mathbf{e}_2 + \mathbf{e}_3) \otimes (\mathbf{e}^1 + \mathbf{e}^2) - (\mathbf{e}_1 + \mathbf{e}_2) \otimes (2\mathbf{e}^1 + \mathbf{e}^2)$, ковектор $\mathbf{v} = 5\mathbf{e}^1 + \mathbf{e}^2 + \mathbf{e}^3$. Выписать координаты тензора (t_j^i) . Найти длину ковектора \mathbf{u} , если $u_j = t_j^i v_i$.