СТАТИСТИЧЕСКАЯ ФИЗИКА
Лекция 14 Термоэлектрические явления.

Образовский Е. Г.

20 декабря 2022 г.

Термоэлектрические явления

План лекции:

План лекции:

- **Термоэлектрические явления**

План лекции:

- **Термоэлектрические явления**
- **Гальваномагнитные явления**

План лекции:

- Термоэлектрические явления
- Гальваномагнитные явления
- Термомагнитные явления

Теплопроводность электронного газа

Пусть в металле имеется градиент температуры, распределение температуры $T(x)$. Это следует понимать так, что в каждой "точке" есть свое, локальное равновесие и функция распределения — фермиевская, но с локальными значениями температуры. Кроме того, непременно есть отклонение функции распределения от равновесной за счет влияния "соседних" точек.

$$f(\mathbf{r}, \mathbf{p}) = f_0 + \delta f,$$

причем f_0 зависит от энергии и температуры, а следовательно, и от x, через комбинацию $z = (\varepsilon - \mu)/T(x)$. Будем также полагать, что градиент температуры мал.

Термоэлектрические явления

Исходное уравнение

$$\frac{\partial f}{\partial t} + \mathbf{v}\frac{\partial f}{\partial \mathbf{r}} + \mathbf{F}\frac{\partial f}{\partial \mathbf{p}} = -\frac{\delta f}{\tau}. \qquad (1)$$

Поскольку f не зависит от времени и $\mathbf{F}=0$, в левой части уравнения остается лишь слагаемое $v_x\frac{\partial f}{\partial x}$.

Термоэлектрические явления

Учитывая, что

$$\frac{\partial f_0}{\partial \varepsilon} = \frac{\partial f_0}{\partial z} \frac{1}{T},$$

получаем

$$\frac{\partial f}{\partial x} = -\frac{\partial f}{\partial z} \frac{\varepsilon - \mu}{T^2} \frac{\partial T}{\partial x} = -\frac{\partial f}{\partial \varepsilon} \frac{\varepsilon - \mu}{T} \frac{\partial T}{\partial x}.$$

Термоэлектрические явления

Подставим $\dfrac{\partial f}{\partial x}$ в уравнение (1):

$$-v_x \frac{\partial f_0}{\partial \varepsilon} \frac{\varepsilon - \mu}{T} \frac{dT}{dx} = -\frac{\delta f}{\tau}.$$

Отсюда определяется δf Мы не стали выписывать ещё одно слагаемое

$$-\frac{\partial f}{\partial \varepsilon} \frac{\partial \mu}{\partial T} \frac{dT}{dx}.$$

В металле электронный газ вырожденный, поэтому величина $\dfrac{\partial \mu}{\partial T} \sim \dfrac{T}{\mu}$ очень мала и неучтенное слагаемое отличается от учтенного в тексте множителем $\sim \dfrac{T}{\mu} \ll 1$. δf имеет такую же зависимость от углов, как и в задаче про проводимость. Значит, можно провести аналогичные преобразования, выразив ответ через транспортное сечение, так что τ – приближение в кинетическом уравнении и в задаче о теплопроводности можно считать вполне обоснованным.

Термоэлектрические явления

Запишем плотность потока тепла [1]

$$q_x = \int v_x \delta f\,(\varepsilon - \mu)\, d^3p = \frac{\tau}{T}\,\frac{dT}{dx}\,\int (\varepsilon-\mu)^2\,\frac{\partial f_0}{\partial \varepsilon}\,v_x^2\,d^3p.$$

[1] Так как речь идет о переносимом тепле, надо учесть, что $\delta Q = TdS = dE - \mu dN = (\varepsilon - \mu)dN$. В процессе теплопроводности принимают участие электроны с энергиями, близкими к энергии Ферми, для которых $\epsilon = |\varepsilon - \mu| \ll \mu$. Происходит перенос квазичастиц с энергией ϵ. Как и в задаче о теплоемкости, мы проводим расчет в рамках картины частиц, отсчитывая энергию, переносимую электроном, от уровня Ферми.

Термоэлектрические явления

Легко видеть, что v_x^2 под интегралом можно заменить на $v^2/3$, после чего можно записать

$$q_x = \frac{2\tau}{3mT}\,\frac{dT}{dx}\int (\varepsilon-\mu)^2\,\frac{\partial f_0}{\partial\varepsilon}\varepsilon\; d^3p.$$

Здесь

$$d^3p = \nu(\varepsilon)d\varepsilon,\; \nu(\varepsilon) = A\sqrt{\varepsilon},\; A = \frac{3n}{2\mu^{3/2}}.$$

Мы пришли к интегралу вида

$$J = \int F(\varepsilon)\frac{\partial f_0}{\partial \varepsilon} d\varepsilon = -\int f_0 \frac{\partial F}{\partial \varepsilon} d\varepsilon,$$

(учтено, что $F(0) = f_0(\infty) = 0$). Применяя формулу (**??**), находим

$$J = -F(\mu) - \frac{\pi^2}{6} T^2 F''(\mu). \tag{2}$$

Термоэлектрические явления

В нашем случае $F(\varepsilon) \propto (\varepsilon - \mu)^2 \varepsilon \nu(\varepsilon)$, поэтому вклад в интеграл даст лишь второе слагаемое и притом оба дифференцирования должны быть применены к первому сомножителю. Итак,

$$q_x = -\frac{dT}{dx} \cdot \frac{2\tau}{3mT} \frac{\pi^2 T^2}{6} \nu(\mu) = -\frac{\pi^2 n T \tau}{3m} \frac{dT}{dx}$$

Множитель при $-dT/dx$ и есть коэффициент теплопроводности $\varkappa = \pi^2 n T \tau / 3m$.
Сравнивая коэффициент теплопроводности с проводимостью, получаем

$$\frac{\varkappa}{\sigma} = \frac{\pi^2 T}{3e^2}.$$

Это соотношение, называемое законом Видемана – Франца.

Термоэлектрические эффекты

Пусть помимо градиента температуры есть и электрическое поле, параллельное оси x; кинетическое уравнение приводится к виду

$$eEv_x \frac{\partial f_0}{\partial \varepsilon} - v_x \frac{\partial f_0}{\partial \varepsilon} \cdot \frac{\varepsilon - \mu}{T} \cdot \frac{dT}{dx} = -\frac{\partial f}{\tau},$$

откуда плотность потока тепла

$$q_x = \frac{\tau}{T} \cdot \frac{dT}{dx} \int (\varepsilon - \mu)^2 \frac{\partial f_0}{\partial \varepsilon} v_x^2 d^3p - eE\tau \int (\varepsilon - \mu) v_x^2 \frac{\partial f_0}{\partial \varepsilon} d^3p$$

и плотность тока

$$j_x = -e^2 E\tau \int v_x^2 \frac{\partial f_0}{\partial \varepsilon} d^3p + \frac{\tau e}{T} \cdot \frac{dT}{dx} \int (\varepsilon - \mu) v^2 x \frac{\partial f_0}{\partial \varepsilon} d^3p.$$

Термоэлектрические явления

Первые слагаемые в q_x и j_x, нам уже известны (это $-\varkappa\frac{dT}{dx}$ и σE), вторые — новые. Оба они выражаются через один и тот же интеграл. Вводя обозначение

$$\beta = e\int(\varepsilon-\mu)v_x^2\tau\frac{\partial f_0}{\partial\varepsilon}d^3p,$$

получаем

$$q_x = -\varkappa\frac{dT}{dx} + \beta E, \tag{3}$$

$$j_x = \sigma E - \alpha\frac{dT}{dx}. \tag{4}$$

Термоэлектрические явления

Здесь $\alpha = \beta/T$. Величина β легко выражается с помощью формулы (2):

$$\beta = \frac{2\pi^2 e T^2}{9m} \frac{\partial}{\partial \varepsilon} (\tau(\varepsilon)\varepsilon\nu(\varepsilon))|_{\varepsilon=\mu}.$$

Примем для упрощения записи, что τ не зависит от ε, и подставим ν:

$$\beta = \frac{\pi^2 n e T^2 \tau}{2m\mu}.$$

В эксперименте по измерению теплопроводности образец не включают в замкнутую цепь. Пусть на концах образца температуры равны T_1 и T_2, а ток равен нулю, $j_x = 0$. Тогда в образце, согласно уравнению (4), появляется электрическое поле

$$E = Q\frac{dT}{dx}, \quad Q = \frac{\alpha}{\sigma},$$

а для потока тепла из уравнения (3) получаем

$$q_x = -\left(\varkappa - \frac{\beta^2}{T\sigma}\right)\frac{dT}{dx}.$$

Коэффициент при $-dT/dx$ и надо было бы называть коэффициентом теплопроводности. Впрочем,

$$\varkappa \gg \frac{\beta^2}{T\sigma} \sim \varkappa\frac{T^2}{\mu^2},$$

так что поправка к $\varkappa$ мала.

Однако появление электрического поля, обусловленного градиентом температуры, — новое явление. Чтобы наблюдать его, нужно сделать замкнутую цепь из разных проводников; величины Q различны для каждого из них, и поэтому по цепи пойдет ток. Это явление называется *эффектом Зеебека*, а величина Q — *абсолютной дифференциальной термоэлектродвижущей силой*.

Это явление используется, например, в термометрах на основе термопар.

Характерная величина термоэлектродвижущей силы для металлов — $Q \sim 10^{-8}$В/К. Для полупроводников характерная величина термоэлектродвижущей силы на два порядка выше.

Термоэлектрические явления

В каком-то смысле обратное явление получается при пропускании тока по кольцу, спаянному из разных проводников; даже в случае, когда все кольцо находится в термостате, по проводникам пойдет поток тепла:

$$q = \Pi j, \quad \Pi = \beta/\sigma$$

(величины Π называются *коэффициентами Пельтье*). Ток по кольцу идет один и тот же, а коэффициенты Пельтье для разных веществ различны, в результате на спаях выделяется или поглощается тепло. Это явление называется *эффектом Пельтье*. Его иногда используют в холодильниках. Равенство $\Pi = QT$ называют соотношением Кельвина.

Эффект Томсона. Запишем

$$E_x = \frac{j_x}{\sigma} + \frac{\alpha}{\sigma}\frac{dT}{dx} = \rho j_x + Q\frac{dT}{dx}, \tag{5}$$

$$q_x = -\kappa\frac{dT}{dx} + \beta E_x = \beta\rho j_x - (\kappa - \beta Q)\frac{dT}{dx} = \Pi j_x - \kappa'\frac{dT}{dx}. \tag{6}$$

Количество теплоты, выделевшейся в ед. объема в ед. времени

$$\frac{\partial W}{\partial t} = j_x E_x - \frac{\partial q_x}{\partial x} = \rho j_x^2 + j_x\frac{dT}{dx}\left(Q - \frac{\partial \Pi}{\partial T}\right). \tag{7}$$

Используя $\Pi = QT$, получим

$$\frac{\partial W}{\partial t} = \rho j_x^2 - j_x T\frac{\partial Q}{\partial T}\frac{dT}{dx}. \tag{8}$$

Томсоновское тепло (второй член) в отличие от джоулева тепла (первый член) пропорционально j_x и меняет знак при изменении направления тока.

Гальваномагнитные явления

Надем связь между плотностью электрического тока j_x вдоль оси x и приложенным электрическим полем E_x в том же направлении при наличии магнитного поля, направленного вдоль оси z.

Учтем, что из-за искривления траекторий носителей зарядов в среде (если это полупроводник, то это электроны и/или дырки) во внешнем магнитном поле B вдоль оси z на поверхности проводника (с нормалью вдоль оси y) скапливаются заряды и появляется y-составляющая электрического поля.

Гальваномагнитные явления

В стационарном и однородном поле уравнение Больцмана сводится к

$$\frac{\mathbf{F}}{m}\frac{\partial f}{\partial \mathbf{v}} = -\frac{\delta f}{\tau}, \tag{9}$$

где

$$\frac{\mathbf{F}}{m} = \frac{e\mathbf{E}}{m} + \frac{e}{mc}[\mathbf{v}\times\mathbf{B}] = \frac{e\mathbf{E}}{m} + \omega_c[\mathbf{v}\times\mathbf{h}], \tag{10}$$

где $\omega_c = eB/mc$ – циклотронная частота, $\mathbf{h}$ – единичный вектор вдоль магнитного поля. По аналогии с определением проводимости только в электрическом поле, ищем решение уравнения Больцмана в виде

$$\delta f = -\frac{e\tau}{m}\mathbf{D}\cdot\frac{\partial f_0}{\partial \mathbf{v}} = -\frac{e\tau}{m}\mathbf{D}\cdot\frac{\partial \varepsilon}{\partial \mathbf{v}}\frac{\partial f_0}{\partial \varepsilon} = -\tau e\mathbf{D}\cdot\mathbf{v}\frac{\partial f_0}{\partial \varepsilon} \tag{11}$$

с неизвестным пока вектором $\mathbf{D}$, так чтобы $\mathbf{j} = \sigma\mathbf{D}$, где опять $\sigma = ne^2\tau/m$.

Гальваномагнитные явления

Из уравнения Больцмана имеем

$$\delta f = -\tau e\mathbf{E}\cdot\mathbf{v}\frac{\partial f}{\partial\varepsilon} - \tau\omega_c[\mathbf{v}\times\mathbf{h}]\cdot\frac{\partial f}{\partial\mathbf{v}} \qquad (12)$$

В первом члене функцию распределения можно заменить на равновесную, $f \to f_0$, однако во втором члене нужно подставлять $\partial\delta f/\partial\mathbf{v}$, поскольку

$$[\mathbf{v}\times\mathbf{h}]\cdot\frac{\partial f_0}{\partial\mathbf{v}} = [\mathbf{v}\times\mathbf{h}]\cdot\mathbf{v}\frac{\partial f_0}{\partial\varepsilon} = 0 \qquad (13)$$

Гальваномагнитные явления

Тогда

$$\frac{\partial \delta f}{\partial \mathbf{v}} = -\tau e \mathbf{D} \frac{\partial f_0}{\partial \varepsilon} \tag{14}$$

и следовательно

$$\delta f = -\tau e \mathbf{E} \cdot \mathbf{v} \frac{\partial f_0}{\partial \varepsilon} - \tau \omega_c [\mathbf{v} \times \mathbf{h}] \cdot \left(-\tau e \mathbf{D} \frac{\partial f_0}{\partial \varepsilon} \right) \tag{15}$$

После преобразования

$$[\mathbf{v} \times \mathbf{h}] \cdot \mathbf{D} = -[\mathbf{D} \times \mathbf{h}] \cdot \mathbf{v} \tag{16}$$

Гальваномагнитные явления

получаем уравнение на неизвестный вектор D

$$-\tau e\mathbf{D}\cdot\mathbf{v}\frac{\partial f_0}{\partial\varepsilon} = -\tau e\mathbf{E}\cdot\mathbf{v}\frac{\partial f_0}{\partial\varepsilon} - \tau\omega_c[\mathbf{D}\times\mathbf{h}]\cdot\left(\tau e\mathbf{v}\frac{\partial f_0}{\partial\varepsilon}\right) \qquad (17)$$

откуда, ввиду произвольности $\mathbf{v}$, следует

$$\mathbf{D} = \mathbf{E} + \tau\omega_c[\mathbf{D}\times\mathbf{h}] \qquad (18)$$

Вспоминая, что должно иметь место равенство $\mathbf{j} = \sigma\mathbf{D}$, имеем

$$\mathbf{j} = \sigma\mathbf{E} + \tau\omega_c[\mathbf{j}\times\mathbf{h}] \qquad (19)$$

Гальваномагнитные явления

Это уравнение объясняет эффект Холла. Связь между возникающим на боковых поверхностях проводника электрическим полем E_y и протекающим вдоль проводника током j_x можно найти приравнивая $j_y = 0$

$$E_y = \frac{\tau\omega_c}{\sigma} j_x = \frac{1}{nec} B j_x \tag{20}$$

Таким образом, измерив разность потенциалов между боковыми поверхностями проводника и ток вдоль проводника в поперечном магнитном поле с известным значением, можно определить знак и плотность носителей заряда данного проводника.

Гальваномагнитные явления

Умножив векторно уравнение

$$\mathbf{j} = \sigma\mathbf{E} + \tau\omega_c[\mathbf{j}\times\mathbf{h}] \tag{21}$$

на $\mathbf{h}$, получим

$$[\mathbf{j}\times\mathbf{h}] = \sigma[\mathbf{E}\times\mathbf{h}] + \tau\omega_c\left(\mathbf{h}(\mathbf{j}\cdot\mathbf{h}) - \mathbf{j}\right), \tag{22}$$

тогда как скалярное произведение дает

$$\mathbf{j}\cdot\mathbf{h} = \sigma\mathbf{E}\cdot\mathbf{h}. \tag{23}$$

Подставляя это выражение в уравнение на $\mathbf{j}$, получим

$$\mathbf{j} = \frac{\sigma}{1+\omega_c^2\tau^2}\left(\mathbf{E} + \tau\omega_c[\mathbf{E}\times\mathbf{h}] + \omega_c^2\tau^2\mathbf{h}(\mathbf{h}\cdot\mathbf{E})\right) \tag{24}$$

Термомагнитные явления

Пусть помимо градиента температуры имеется электрическое и магнитное поле; кинетическое уравнение приводится к виду

$$-\vec{v}\frac{\partial f_0}{\partial \varepsilon}\cdot\frac{\varepsilon-\mu}{T}\cdot\vec{\nabla}T + e\vec{E}\cdot\vec{v}\frac{\partial f_0}{\partial \varepsilon} + \frac{e}{c}[\vec{v}\times\vec{B}]\cdot\frac{\partial \delta f}{\partial \vec{p}} = -\frac{\partial f}{\tau}, \quad (25)$$

Ищем решение в виде

$$\delta f = -\tau\vec{v}\cdot\vec{D}\frac{\partial f_0}{\partial \varepsilon}. \quad (26)$$

Имеем

$$\frac{e}{c}[\vec{v}\times\vec{B}]\cdot\frac{\partial \delta f}{\partial \vec{p}} = -\frac{e\tau}{mc}[\vec{v}\times\vec{B}]\cdot\vec{D}\frac{\partial f_0}{\partial \varepsilon}. \quad (27)$$

Термомагнитные явления

Тогда, используя

$$\vec{D} \cdot [\vec{v} \times \vec{B}] = \vec{v} \cdot [\vec{B} \times \vec{D}], \qquad (28)$$

получим

$$-\vec{v}\frac{\partial f_0}{\partial \varepsilon} \cdot \frac{\varepsilon - \mu}{T} \cdot \vec{\nabla} T + e\vec{E} \cdot \vec{v}\frac{\partial f_0}{\partial \varepsilon} - \frac{e\tau}{mc}\vec{v} \cdot [\vec{B} \times \vec{D}] \cdot \frac{\partial f_0}{\partial \varepsilon} = \vec{v} \cdot \vec{D}\frac{\partial f_0}{\partial \varepsilon}. \qquad (29)$$

В итоге в силу произвольности $\vec{v}$

$$\vec{D} = -\frac{\varepsilon - \mu}{T} \cdot \vec{\nabla} T + e\vec{E} - \frac{e\tau}{mc}\vec{v} \cdot [\vec{B} \times \vec{D}]. \qquad (30)$$

В линейном по полю B приближении

$$\delta f = \vec{v}\cdot\left(e\vec{E} - \frac{\varepsilon-\mu}{T}\vec{\nabla}T - \omega_c\tau\left[\vec{h}\times\left(e\vec{E} - \frac{\varepsilon-\mu}{T}\vec{\nabla}T\right)\right]\right)\tau\left(-\frac{\partial f_0}{\partial\varepsilon}\right), \quad (31)$$

где $\vec{B} = \vec{h}B$ и $\omega_c = eB/mc$.

Термомагнитные явления

Плотность тока

$$\vec{j} = e\int \vec{v}\delta f d^3p = \vec{E}e^2\int \frac{v^2}{3}(-\tau)\frac{\partial f_0}{\partial\varepsilon}d^3p + e\vec{\nabla}T\int \frac{v^2}{3}\frac{\varepsilon-\mu}{T}\tau\frac{\partial f_0}{\partial\varepsilon}d^3p +$$

$$+e^2\omega_c[\vec{h}\times\vec{E}]\int \frac{v^2}{3}(-\tau^2)\frac{\partial f_0}{\partial\varepsilon}d^3p - e\omega_c[\vec{h}\times\vec{\nabla}T]\int \frac{v^2}{3}\frac{\varepsilon-\mu}{T}\tau^2\frac{\partial f_0}{\partial\varepsilon}d^3p. \tag{32}$$

Плотность потока тепла

$$\vec{q} = \int \vec{v}(\varepsilon-\mu)\delta f d^3p = \vec{E}e\int \frac{v^2}{3}(-\tau)(\varepsilon-\mu)\frac{\partial f_0}{\partial\varepsilon}d^3p +$$

$$+\vec{\nabla}T\int \frac{v^2}{3}\frac{(\varepsilon-\mu)^2}{T}\tau\frac{\partial f_0}{\partial\varepsilon}d^3p +$$

$$+e\omega_c[\vec{h}\times\vec{E}]\int\frac{v^2}{3}(\varepsilon-\mu)(-\tau^2)\frac{\partial f_0}{\partial\varepsilon}d^3p - \omega_c[\vec{h}\times\vec{\nabla}T]\int\frac{v^2}{3}\frac{(\varepsilon-\mu)^2}{T}\tau^2\frac{\partial f_0}{\partial\varepsilon}d^3p. \tag{33}$$

Термомагнитные явления

Запишем для краткости плотность тока в виде

$$\vec{j} = \sigma \vec{E} - \alpha \vec{\nabla} T - \beta [\vec{h} \times \vec{E}] - \gamma [\vec{h} \times \vec{\nabla} T]. \tag{34}$$

С точностью до членов первого порядка по магнитному полю

$$\sigma \vec{E} = \vec{j} + \alpha \vec{\nabla} T + \frac{\beta}{\sigma} [\vec{h} \times \left(\vec{j} + \alpha \vec{\nabla} T \right)] + \gamma [\vec{h} \times \vec{\nabla} T] =$$

$$= \vec{j} + \alpha \vec{\nabla} T + \frac{\beta}{\sigma} [\vec{h} \times \vec{j}] + \left(\gamma + \frac{\alpha \beta}{\sigma} \right) [\vec{h} \times \vec{\nabla} T]. \tag{35}$$

Термомагнитные явления

Вычисляем коэффициенты $\alpha, \beta, \gamma, \sigma$, используя

$$\int_0^\infty F(\varepsilon)\frac{\partial f_0}{\partial \varepsilon}d\varepsilon \approx F(0) - F(\mu) - \frac{\pi^2 T^2}{6}\frac{\partial^2 F}{\partial \varepsilon^2}\Big|_{\varepsilon=\mu}. \qquad (36)$$

и условие нормировки

$$n = \int f_0 d^3p = \int f_0 \mathcal{N}\sqrt{\varepsilon}d\varepsilon = \frac{2\mathcal{N}}{3}\mu^{3/2}, \;\rightarrow\; \mathcal{N} = \frac{3n}{2\mu^{3/2}}. \qquad (37)$$

Имеем

$$\sigma = e^2 \int \frac{v^2}{3} \tau \frac{\partial f_0}{\partial \varepsilon} d^3 p = e^2 \int\limits_0^{\infty} \frac{v^2}{3} \tau \frac{\partial f_0}{\partial \varepsilon} d^3 p =$$

$$= \frac{2e^2 \mathcal{N}}{3m} \int\limits_0^{\infty} \tau \varepsilon^{3/2} \frac{\partial f_0}{\partial \varepsilon} d\varepsilon = \frac{n e^2 \tau(\mu)}{m}; \qquad (38)$$

$$\beta = e^2 \omega_c \int \frac{v^2}{3} \tau^2 \frac{\partial f_0}{\partial \varepsilon} d^3 p = \frac{n e^2 \omega_c \tau^2(\mu)}{m}; \qquad (39)$$

Термомагнитные явления

$$\alpha = -e \int \frac{v^2}{3} \tau \frac{\varepsilon - \mu}{T} \frac{\partial f_0}{\partial \varepsilon} d^3 p = -\frac{2e\mathcal{N}}{3mT} \int\limits_0^\infty \tau \varepsilon^{3/2} (\varepsilon - \mu) \frac{\partial f_0}{\partial \varepsilon} d\varepsilon =$$

$$= \frac{\pi^2 neT}{3m\mu^{3/2}} \frac{\partial}{\partial \varepsilon} \left(\varepsilon^{3/2} \tau(\varepsilon) \right)_{\varepsilon = \mu}; \qquad (40)$$

$$\gamma = -\frac{\pi^2 neT\omega_c}{3m\mu^{3/2}} \frac{\partial}{\partial \varepsilon} \left(\varepsilon^{3/2} \tau^2(\varepsilon) \right)_{\varepsilon = \mu}. \qquad (41)$$

Термомагнитные явления

Отношение $\beta/\sigma = \omega_c\tau(\mu)$. Тогда

$$\gamma + \frac{\alpha\beta}{\sigma} = -\frac{\pi^2 neT\omega_c}{3m\mu^{3/2}}\left[\frac{\partial}{\partial\varepsilon}\left(\varepsilon^{3/2}\tau^2(\varepsilon)\right)_{\varepsilon=\mu} - \tau(\mu)\frac{\partial}{\partial\varepsilon}\left(\varepsilon^{3/2}\tau(\varepsilon)\right)_{\varepsilon=\mu}\right] =$$

$$= -\frac{\pi^2 neT\omega_c\tau(\mu)}{3m}\left.\frac{\partial\tau}{\partial\varepsilon}\right|_{\varepsilon=\mu}. \qquad (42)$$

Аналогично

$$\vec{q} = \nu\vec{E} - \kappa\vec{\nabla}T - \mu[\vec{h} \times \vec{E}] + \delta[\vec{h} \times \vec{\nabla}T]. \qquad (43)$$

С точностью до членов первого порядка по магнитному полю

$$\vec{q} = \frac{\nu}{\sigma}\vec{j} - \left(\kappa - \frac{\alpha\nu}{\sigma}\right)\vec{\nabla}T - \frac{\mu}{\sigma}[\vec{h} \times \vec{j}] + \left(\delta - \frac{\alpha\mu}{\sigma}\right)[\vec{h} \times \vec{\nabla}T]. \qquad (44)$$

Интегралы вычисляются аналогично предыдущим. Удобно переписать полученные выражения в линейном приближении по магнитному полю так:

$$\vec{E} = \rho\vec{j} + R\left[\vec{B} \times \vec{j}\right] + Q\vec{\nabla}T + N\left[\vec{B} \times \vec{\nabla}T\right], \qquad (45)$$

$$\vec{q} = \Pi\vec{j} + V\left[\vec{B} \times \vec{j}\right] - \kappa\vec{\nabla}T + L\left[\vec{B} \times \vec{\nabla}T\right]. \qquad (46)$$

Связь коэффициентов: $V = NT$ (выражаются через одинаковые интегралы и учтено $\Pi = QT$).
Эти уравнения описывают следующие явления.
Пусть поле $\vec{B}$ направлено по оси z, основное направление тока по оси x.
Кроме обычного эффекта Холла при $dT/dy = 0$ если $q_y = 0$, то

$$E_y = (R + QV/\kappa)Bj_x. \qquad (47)$$

Термомагнитные явления

Если имеется ток j_x, но $dT/dx = 0$ и при $q_y = 0$, $j_y = 0$, появляется

$$\frac{dT}{dy} = \frac{V}{\kappa} B j_x. \tag{48}$$

– эффект Эттингсхаузена.
Если $j_x = 0$, но $dT/dx \neq 0$ и при $q_y = 0$, $j_y = 0$, $j_x = 0$ появляется

$$\frac{dT}{dy} = \frac{L}{\kappa} \frac{dT}{dx} B \tag{49}$$

– эффект Ледюка-Риги.
Если $j_x = j_y = 0$, $dT/dy = 0$ появляется

$$E_y = N \frac{dT}{dx} B \tag{50}$$

– эффект Нернста.