

1. Решение дифференциального уравнения  $y' = f(x, y)$ . Постановка задачи Коши. Теорема Пикара для уравнения  $y' = f(x, y)$ . Гладкость решения.
2. Продолжение решения. Непродолжаемое решение. Теорема существования и единственности непродолжаемого решения задачи Коши для уравнения  $y' = f(x, y)$ .
3. Нормальная система дифференциальных уравнений 1-го порядка. Постановка задачи Коши. Теорема Пикара для нормальной системы. Уравнение  $n$ -го порядка. Постановка задачи Коши. Теорема Пикара для уравнения  $n$ -го порядка.
5. Линейная система уравнений 1-го порядка. Постановка задачи Коши. Теорема Пикара для линейной системы.
6. Линейная однородная система уравнений 1-го порядка. Структура множества решений. Линейная зависимость/независимость функций. Признак линейной зависимости решений. Размерность пространства решений.
7. Линейная однородная система уравнений. Матрица Вронского. Фундаментальная матрица. Структура фундаментальной матрицы. Формула Лиувилля. Критерий линейной независимости решений.
8. Линейная система с постоянными коэффициентами. Матричная экспонента: определение и свойства.
9. Линейное уравнение  $n$ -го порядка. Постановка задачи Коши. Теорема Пикара для линейного уравнения  $n$ -го порядка.
10. Линейное однородное уравнение  $n$ -го порядка. Структура множества решений. Формула Лиувилля. Критерий линейной независимости решений.
11. Линейное неоднородное уравнение  $n$ -го порядка. Структура множества решений. Принцип суперпозиции. Метод вариации постоянных.
12. Линейное уравнение  $n$ -го порядка с постоянными коэффициентами. ФСР. Характеристическое уравнение.
13. Линейное уравнение  $n$ -го порядка с постоянными коэффициентами. Функции  $\psi_k$ : определение, рекуррентные и явные формулы. Выражение матричной экспоненты через функции  $\psi_k$ . Неравенство Гельфанда-Шилова.
14. Автономные системы. Определение. Классификация траекторий. Линейные однородные системы с постоянными коэффициентами на плоскости. Классификация точек покоя.
15. Устойчивость по Ляпунову решения системы уравнений первого порядка. Асимптотическая устойчивость. Критерий устойчивости и асимптотической устойчивости нулевого решения линейной однородной системы.
16. Устойчивость по Ляпунову решения системы уравнений первого порядка. Асимптотическая устойчивость. Критерий устойчивости и асимптотической устойчивости нулевого решения линейной однородной системы с постоянными коэффициентами.
17. Функция Ляпунова. Теорема Ляпунова об устойчивости нулевого решения. Теорема Ляпунова об асимптотической устойчивости нулевого решения. Теорема об устойчивости по первому приближению.
18. Оператор Штурма-Лиувилля. Функция Грина оператора Штурма-Лиувилля как ядро обратного оператора. Построение функции Грина в невырожденном случае.
19. Размерность ядра оператора Штурма-Лиувилля. Необходимое (и достаточное) условие разрешимости краевой задачи. Структура решений краевой задачи.
20. Задача Штурма-Лиувилля. Свойства собственных значений и собственных функций оператора Штурма-Лиувилля. Теорема Стеклова.
21. Линейные однородные уравнения второго порядка с аналитическими коэффициентами. Понятие обыкновенной и особой точки. Представление решения в виде степенного ряда в окрестности обыкновенной точки.
22. Понятие регулярной особой точки линейного однородного уравнения второго порядка. Построение ФСР в виде обобщенных степенных рядов в окрестности регулярной особой точки.
23. Свойства нулей решений линейного однородного уравнения второго порядка. Теорема Штурма и её следствия.