

Самостоятельная работа к занятию 13

1. Найдите общее решение неоднородного уравнения $y'' - 2y' + y = \frac{e^x}{x}$.

2. Найдите общее решение системы
$$\begin{cases} \dot{x} = x + y \\ \dot{y} = y + t^2 e^t \end{cases}$$

3. Найдите общее решение системы
$$\begin{cases} \dot{x} = -4x - 2y + \frac{2}{e^t - 1} \\ \dot{y} = 6x + 3y - \frac{3}{e^t - 1} \end{cases}$$

4. Найдите решение, ограниченное на всей числовой прямой.

$$\begin{cases} \dot{x} = x - y - z \\ \dot{y} = x + y - 5 \\ \dot{z} = 3x + z \end{cases} \quad (\lambda_1 = 1, \lambda_2 = 2, \lambda_3 = 3).$$

5. Найдите общее решение неоднородного уравнения $x^2 y'' - 6y = 5x^3$.

Ответы и указания

1. Ответ: $y(x) = C_1 e^x + C_2 x e^x + x e^x \ln |x|$.

2. Ответ:
$$\begin{cases} x = C_1 e^t + C_2 t e^t + \frac{t^4}{12} e^t \\ y = C_2 e^t + \frac{t^3}{3} e^t \end{cases}$$

3. Ответ:
$$\begin{cases} x = C_1 + 2C_2 e^{-t} + 2e^{-t} \ln |e^t - 1| \\ y = -2C_1 - 3C_2 e^{-t} - 3e^{-t} \ln |e^t - 1| \end{cases}$$

4. Ответ:
$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} \equiv \begin{pmatrix} 1 \\ 4 \\ -3 \end{pmatrix}$$

5. Указания: воспользуйтесь методом вариации постоянных

Ответ: $y(x) = C_1 x^{-2} + C_2 x^3 + x^3 \ln |x|$