

Лабораторная работа № 2.7

Измерение теплоемкости методом ступенчатого нагрева

Составитель: А. В. Багинский, канд. физ.-мат. наук (Институт
теплофизики СО РАН, Новосибирский государственный
университет)

Рецензент: Г. И. Сухинин, д-р физ.-мат. наук, профессор (Институт
теплофизики СО РАН, Новосибирский государственный
университет)

Оглавление

1. Введение. Некоторые сведения из термодинамики и теории теплообмена	2
2. Физические основы метода	12
3. Описание установки и методики измерений	13
3.1. Подключения	16
4. Порядок проведения измерений	17
4.1. Настройка	17
4.2. Измерение R_i (293 K)	18
4.3. Измерение теплоемкости	18
5. Задания	19
Приложение 1	21
Приложение 2	24
Приложение 3	26

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 2.7

ИЗМЕРЕНИЕ ТЕПЛОЕМКОСТИ МЕТОДОМ СТУПЕНЧАТОГО НАГРЕВА

Цель работы – ознакомление с одним из импульсных методов измерения теплоемкости и измерение теплоемкости вольфрама при высоких температурах.

Оборудование модуль измерительного моста, магазин сопротивлений, цифровой осциллограф, цифровой вольтметр, стабилизатор напряжения постоянного тока, маломощная лампа накаливания.

Метод ступенчатого нагрева, как и модуляционный метод (лабораторная работа 2.6), предназначен для исследования теплоемкости тонких проволоочных образцов при высоких температурах. (Некоторые общие сведения о подобных методах приведены во введении).

1. ВВЕДЕНИЕ. НЕКОТОРЫЕ СВЕДЕНИЯ ИЗ ТЕРМОДИНАМИКИ И ТЕОРИИ ТЕПЛООБМЕНА

Понятие «теплоемкость» вводится как количество тепла, которое необходимо, чтобы нагреть тело на 1 K , и определяется выражением:

$$\delta Q = C \cdot \delta T, \quad (1)$$

где δQ – бесконечно малое количества теплоты, полученное телом; δT – соответствующее приращение его температуры, C – теплоемкость.

Так же, как и количество тепла, теплоемкость есть функция процесса и приобретает однозначный смысл при указании условий нагрева. То есть при одном и том же δQ приращения температуры δT будут разными в зависимости от того как меняются внешние параметры (объем v , давление P и т. д.) в процессе нагрева.

Соответственно разными будут и теплоемкости, измеренные в разных процессах. В термодинамике особое значение имеют теплоемкости C_v и C_p в процессах с фиксированным объемом образца ($v = \text{const}$) и при фиксированном давлении ($P = \text{const}$), связанные с термодинамическими функциями (U – внутренняя энергия; H – энтальпия; S – энтропия) следующими соотношениями:

$$C_v = T(\partial S/\partial T)_v = (\partial U/\partial T)_v, \quad C_p = T(\partial S/\partial T)_p = (\partial H/\partial T)_p.$$

Удельная теплоемкость – это теплоемкость нормированная на единицу массы $[\text{Дж}/(\text{кг}\cdot\text{K})]$. В научной практике обычно используется нормировка на грамм-атом или грамм-молекулу $[\text{Дж}/(\text{моль}\cdot\text{K})]$, т. е. на массу, равную молекулярному весу вещества (молю). Так как 1 моль любого вещества содержит $N_A = 6,022 \cdot 10^{23}$ атомов/молекул (число Авогадро), нормировка на моль эквивалентна нормировке на атом/молекулу. В технических справочниках теплоемкость обычно приводится в $[\text{Дж}/(\text{кг}\cdot\text{K})]$ и для преобразования этой величины в $[\text{Дж}/(\text{моль}\cdot\text{K})]$ необходимо умножить ее на молекулярный вес вещества.

При измерении теплоемкости твердых веществ и жидкостей, как правило, измеряют C_p . Эксперименты по прямому измерению C_v уникальны. Связано это с тепловым расширением исследуемого образца при его нагреве в процессе измерений. Из-за очень малой сжимаемости конденсированных сред практически невозможно изготовить измерительную ячейку, которая бы не деформировалась под воздействием возникающих при нагреве образца сил, т. е. обеспечить выполнение условия $v = \text{const}$ не удастся. То, что коэффициенты теплового расширения твердых тел и жидкостей малы и при нагреве на несколько градусов объем образца увеличивается незначительно, не должно вводить в заблуждение. Здесь важна качественная сторона: какой из внешних параметров (P или v) поддерживается постоянным. При высоких температурах C_p может отличаться от C_v весьма значительно.

Строгое термодинамическое соотношение, связывающее C_v и C_p имеет вид

$$C_p - C_v = \frac{\alpha^2}{\chi_T} \nu T > 0, \quad (2)$$

где $\alpha = \frac{1}{\nu} \left(\frac{d\nu}{dT} \right)$ – коэффициент теплового расширения,

$\chi_T = -\frac{1}{\nu} \left(\frac{d\nu}{dP} \right)$ – изотермическая сжимаемость.

Для 1 моля идеального газа, как вы помните,

$$\frac{\alpha^2}{\chi_T} \nu T = R = 8.314 \dots \text{Дж} / (\text{моль} \cdot \text{К}).$$

Основной вклад в теплоемкость твердых тел дают тепловые колебания кристаллической решетки. В гармоническом приближении (теория Дебая) при температурах выше некоторой характеристической температуры θ_D (температура Дебая), C_v не зависит от температуры: $C_v^D = 3R = \text{const}$. Температура Дебая является индивидуальной характеристикой вещества. Значения θ_D некоторых веществ приведены в таблице.

Термодинамические и кинетические характеристики некоторых веществ в твердом состоянии

Вещество	$\theta_D, \text{К}$	$C_p, \text{Дж} / (\text{моль} \cdot \text{К})$		$\lambda, \text{Вт} / (\text{м} \cdot \text{К})$	
		T=273 К	T=T _{пл}	T=273 К	T=T _{пл}
Li	352	24,9	29,8	86,7	75,2
Be	1160	16,5	30,0	199,8	69,8(1400 К)
Al	423	24,4	33,9	237	208
Ti	426	25,4	40,9	22,3	33,1

Fe	457	25,1	45,0	79,9	35,0
Ni	476	26,0	36,7	90,4	69,0
Cu	342	24,5	33,4	401	317
Mo	259	23,9	55,1	139,8	89,7
W	388	24,3	49,8	162,8	99,0
Ta	247	25,3	46,0	55,2	87,0
Ag	228	25,4	32,0	430,0	361,0(1200 K)
Au	165	25,3	33,3	317,7	257,0
Pt	234	25,9	35,0	71,7	81,5(2000 K)
Pb	102	26,4	29,5	35,1	31,6
Sn	236	27,1	26,9	66,6	60,3

При температуре близкой к θ_D (для большинства веществ это область комнатных или несколько больших температур, (см. таблицу) $C_p \approx C_v$, что видно из таблицы. (Таким образом, вы всегда имеете возможность оценить теплоемкость твердого вещества при комнатной температуре, пользуясь только таблицей Менделеева)

С ростом температуры разность $C_p - C_v$ увеличивается, причем, как правило, значительно сильнее, чем можно было бы ожидать основываясь на (2). Это связано с тем, что с повышением температуры колебания атомов в узлах кристаллической решетки все более отличаются от гармонических и появляется дополнительный «ангармонический» вклад в $C_p(T)$, а для металлов становится существенной теплоемкость «газа» электронов проводимости. Электронная теплоемкость меняется с температурой почти линейно $C^e \approx \gamma_e T$. Коэффициент γ_e имеет величину порядка нескольких мДж/(моль·К²) и C^e становится сопоставимым с C_v только при достаточно высоких температурах (а также при очень низкой температуре, когда $C_v \sim T^3$ и $C_v < C^e$). Вид температурной зависимости ангармонической составляющей колебательной теплоемкости в настоящее время не установлен.

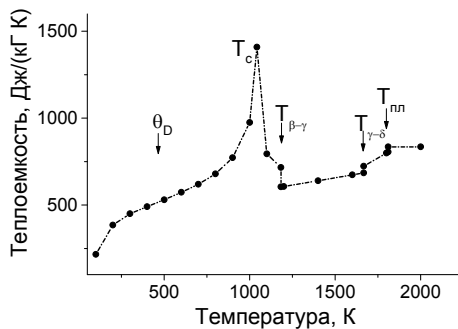


Рис.1. Удельная теплоемкость железа:
 θ_D —температура Дебая; T_C — температура Кюри; $T_{\beta-\gamma}$ и $T_{\gamma-\delta}$ — температуры структурных превращений; $T_{пл}$ — температура плавления

При очень высоких температурах, а также вблизи температур структурных и фазовых превращений появляются и другие составляющие теплоемкости. В результате вид $C_p(T)$ в широком температурном интервале может быть весьма сложным. В качестве примера на рис. 1 приведена температурная зависимость $C_p(T)$ железа.

Наиболее универсальными методами измерения теплоемкости, не требующими использования каких-либо модельных представлений о характере температурных изменений теплоемкости, являются методы основанные на том, что в исследуемый образец вводится определенное количество тепла и измеряется на сколько при этом изменится температура образца. Либо наоборот, образец нагревается (охлаждается) и измеряется сколько подведено (отведено) тепла. Примером может служить так называемый ледяной калориметр. При использовании этого метода предварительно нагретый до нужной температуры T_0 образец быстро переносится (сбрасывается) в «стакан», находящийся внутри герметичного сосуда Дьюара, заполненного смесью льда и воды, где и остывает до 0°C (количество льда в сосуде Дьюара таково, что при остывании образца плавится лишь его небольшая часть и температура смеси всегда равна 0°C). Количество отданного образцом тепла (изменение его энтальпии при изменении температуры от 0°C до T_0) определяется по количеству растаявшего льда (скрытая теплота плавления или энтальпия плавления воды 333.7 кДж/кг), а количество растаявшего льда – по изменению объема смеси лед–вода.

Однако, несмотря на кажущуюся простоту, эксперименты такого рода очень сложны технически и трудоемки. (Подумайте, какие трудности могут возникнуть при практической реализации данного метода измерений.) В связи с этим применяют, как правило, динамические методы измерений, причем при разработке методов стараются по возможности использовать особенности свойств исследуемого материала.

Так, при исследовании теплоемкости металлов удобно нагревать образец, пропуская через него электрический ток, т. е. использовать сам образец в качестве нагревателя.

Как правило, металлический образец можно использовать и в качестве термометра. Для этого достаточно знать (или определить в предварительном эксперименте) температурную зависимость его электросопротивления $R_t = R_t(T)$. Методы, в которых используется внутренний нагрев образцов электрическим током наиболее удобны в высокотемпературных измерениях, т. к. позволяют обходиться без сложных высокотемпературных печей. В экспериментах такого рода (лабораторные работы 2.6 и 2.7) используют обычно проволоочные образцы малого сечения и очень малой массы. Преимуществами данных методов являются возможность проводить измерения в очень широком интервале температур (до температур плавления тугоплавких металлов), высокая чувствительность ($\sim 0.1\%$), хорошее температурное разрешение (до 10^{-3} K). Основной недостаток методов, основанных на регистрации изменения сопротивления образца, заключается в необходимости знать температурную производную электросопротивления исследуемого металла. Измерить эту величину довольно трудно.

Динамические методы основаны на измерении таких параметров нагрева исследуемого образца, зависящих от теплоемкости, как скорость изменения температуры, времена запаздывания сигнала, фазовые соотношения и т. д. Формулы для расчета теплоемкости по результатам таких экспериментов получаются из решения соответствующих задач теплообмена. Поэтому для понимания дальнейшего необходимо дать некоторые определения теории теплообмена.

Теплопередача или теплообмен – это самопроизвольный необратимый процесс распространения тепла от областей среды с большей температурой к областям с меньшей температурой (или от более нагретых тел к менее нагретым). Перенос тепла осуществляется тремя основными способами: конвекцией (конвективный теплообмен), теплопроводностью (кондуктивный теплообмен) и тепловым излучением (радиационный теплообмен). В общем случае, когда действуют одновременно все три механизма, задача теплообмена очень сложна и может быть решена

только численно. Однако при проведении эксперимента искусственно создаются такие условия, при выполнении которых задача упрощается и оказывается возможным получить ее решение в аналитическом виде.

Конвективный теплообмен обусловлен перемещением объемов среды, возможен только в текучей среде (газ, жидкость) и неразрывно связан с массообменом.

Если жидкость (газ) контактирует с твердой поверхностью (стенкой), то конвективный теплообмен между стенкой и окружающей средой описывается уравнением (уравнение Ньютона):

$$dq = \alpha(T_w - T_\infty)ds, \quad (3)$$

где α – коэффициент теплоотдачи [$Bm/(m^2 \cdot K)$], зависящий от формы и качества обработки поверхности, ее положения (относительно направления силы тяжести), а также от теплопроводности, теплоемкости, плотности, коэффициента теплового расширения жидкости (газа); T_w – температура твердой поверхности; T_∞ – температура жидкости (газа) на удалении от стенки (при интенсивном конвективном перемешивании уже вне тонкого пристенного *пограничного* слоя температура в жидкости (газе) практически не отличается от T_∞); ds – элемент поверхности стенки; dq – тепловой поток с ds .

Теплопроводность – это молекулярный теплоперенос в неподвижных средах (твердое тело, а также жидкость или газ при отсутствии конвекции). Тепловой поток в неподвижной среде описывается уравнением Фурье

$$\vec{q} = -\lambda \cdot \vec{\nabla} T, \quad (4)$$

где \vec{q} – плотность теплового потока [Bm/m^2]; λ – коэффициент теплопроводности [$Вт/(м \cdot К)$]; $T = T(x, y, z)$ – температурное поле в среде. (Знак минус означает, что тепло течет в направлении противоположном направлению градиента температуры).

В случае одномерного температурного поля $T = T(x)$:

$$q = -\lambda \frac{dT}{dx}. \quad (5)$$

Согласно (5) температурное поле в бесконечной пластине, одна поверхность которой ($x = x_0$) нагрета до температуры $T(x_0) = T_0$, а другая ($x = x_1 > x_0$) – до температуры $T(x_1) = T_1 > T_0$, описывается линейной зависимостью:

$$T(x) = T_0 + \frac{T_1 - T_0}{x_1 - x_0} (x - x_0),$$

а плотность теплового потока равна

$$q = -\lambda \frac{T_1 - T_0}{x_1 - x_0} = -\lambda \frac{\Delta T}{\Delta x}.$$

Видно, что при прочих равных условиях перепад температуры тем больше, чем меньше теплопроводность материала.

Теплообмен излучением наблюдается между двумя или более телами, разделенными хотя бы частично прозрачной средой и зависит от температур и оптических свойств поверхностей тел, а также от оптических свойств среды. В чистом виде радиационный теплообмен наблюдается между телами в вакууме. Во всех других случаях – теплообмен сложный, причем радиационный, кондуктивный и конвективный тепловые потоки не аддитивны.

Плотность излучения в замкнутой полости, стенки которой имеют одинаковую температуру, описывается функцией Планка, не зависит от оптических свойств поверхностей и одинакова в любой точке полости. Такое излучение называется *черным*.

Интегральная (просуммированная по всем частотам) интенсивность черного излучения описывается зависимостью (закон Стефана-Больцмана):

$$I_T = n^2 \sigma T^4 \quad (6)$$

где $\sigma = 5.67 \cdot 10^{-8} \text{ Вт}/(\text{м}^2 \text{ К})$ – постоянная Стефана-Больцмана; n – показатель преломления окружающей среды; для воздуха – $n \approx 1$.

Во многих случаях излучение с единицы поверхности реального твердого тела (или жидкости) можно описать зависимостью такого же вида:

$$I_T = \varepsilon \cdot n^2 \sigma T^4 \quad (7)$$

Выражение (7) отличается от (6) только наличием множителя $0 < \varepsilon < 1$, который называется *излучательной способностью* или коэффициентом *черноты*, а излучение, описываемое выражением (7) – *серым* излучением. Коэффициент ε зависит от материала поверхности, качества ее обработки и от температуры.

Если на поверхность серого тела падает серое излучение, то часть его отражается, а часть поглощается. Причем коэффициент поглощения в точности равен коэффициенту черноты.

Лабораторное помещение можно рассматривать как черную полость с температурой излучения внутри нее равной комнатной температуре $T = T_{\text{ком}}$. Таким образом, если мы имеем тело с температурой поверхности T_w , то количество тепла, которое получает (теряет) тело в единицу времени с поверхности S за счет излучения:

$$P = \varepsilon n^2 \sigma S (T_w^4 - T_{\text{ком}}^4). \quad (8)$$

2. ФИЗИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ МЕТОДА

Пусть через тонкую проволочку (исследуемый образец) течет постоянный ток J_0 , и проволочка разогрета до равновесной температуры T_0 . Пусть в момент времени τ_0 ток через образец скачком возрастает на величину i .

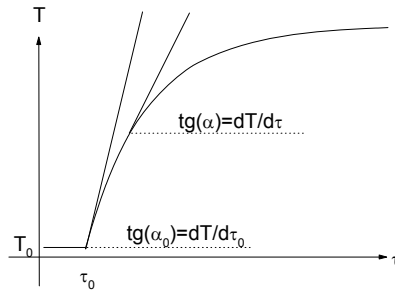


Рис. 1. Типичная кривая разогрева проволочки при ступенчатом возрастании тока

Проволочка начнет нагреваться, но не скачком, а плавно, поскольку обладает теплоемкостью (рис. 1). Если мы сможем измерить скорость нагрева при известной мощности нагрева, то мы легко сможем определить и теплоемкость, поскольку знаем, что

$\Delta P = C_p m \frac{\partial T}{\partial t}$. Самое сложное здесь – определить изменение

мощности нагрева ΔP , поскольку она определяется подводом и отводом тепла и, естественно, зависит от времени, т. к. от времени зависит отвод тепла. Однако в самом начале разогрева, когда температура и сопротивление образца еще не сильно изменились, можно считать, что отвод тепла остался прежним, а изменение подвода тепла определяется законом Джоуля-Ленца: $\Delta P = (J_0 + i)^2 R - J_0^2 R$. Если $i \ll J_0$, то $\Delta P \approx 2 J_0 i R$. Таким образом, измерив скорость роста температуры в момент изменения тока, сопротивление и величины токов, мы можем рассчитать теплоемкость

$$C_p = \frac{1}{m} \cdot \frac{2J_0 i R_t(T_0)}{dT/d\tau_0}, \quad (1.1)$$

где $dT/d\tau_0$ – асимптотическое значение $dT/d\tau$ при $\tau \rightarrow \tau_0$.

2. ОПИСАНИЕ УСТАНОВКИ И МЕТОДИКИ ИЗМЕРЕНИЙ

Для того чтобы вычислить C_p из (1.1) необходимо знать (измерить) ток J_0 и скачок тока i , начальное сопротивление образца $R_t(T_0)$, и кривую разогрева $R_t(\tau)$ при $\tau \geq \tau_0$. Для комплексного измерения этих величин очень удобна мостовая схема, показанная на рис. 2. Здесь исследуемый образец включен в одно из плеч моста, а измерительный ток моста используется одновременно для нагрева образца. В отличие от обычного, известного вам мостового метода измерения сопротивлений в данном случае применен метод неуравновешенного моста, который позволяет измерять непосредственно величину $\Delta R(\tau) = R_t(\tau) - R_t(\tau_0)$. Это обеспечивает высокую точность измерений в случае малых ΔR_t . Измеряемыми величинами являются напряжение разбаланса моста U (для этого нуль индикатор в измерительной диагонали заменен цифровым осциллографом, который выполняет роль запоминающего цифрового вольтметра с высоким входным сопротивлением) и полный ток J_{00} (вычисляется по падению напряжения на образцовом резисторе R_0). Зная $U(\tau)$, J_{00} и величины резисторов R_1 , R_2 , R можно рассчитать $\Delta R_t(\tau)$ в произвольный момент времени τ и ток через образец J_0 .

Если в начале опыта ($\tau < \tau_0$) мост скомпенсирован при некотором начальном значении полного тока J_{00}^H , то из условия баланса моста:

$$R_t(T_0) \equiv R_t(\tau_0) = \frac{R_2}{R_1} \cdot R \text{ и } J_0 = J_{00}^H \cdot \frac{1}{1 + R_2/R_1}. \quad (2.1)$$

(Значения R_1 , R_2 приведены на рис. 2. R - показания магазина сопротивлений.)

При замыкании одного из переключателей - В1 или В2 - (по своему назначению В1 и В2 эквивалентны) величина балластного сопротивления в цепи питания моста скачком уменьшается и соответственно, скачком увеличивается ток через образец. Сопротивление образца начинает возрастать из-за дополнительного разогрева и в измерительной диагонали моста появляется напряжение разбаланса $U(\tau)$.

«Записав» зависимость $U(\tau)$ (в данном случае при помощи цифрового осциллографа) и измерив новый полный ток J_{00}^{κ} , можно рассчитать $R_t(\tau) - R_t(\tau_0)$ в произвольный момент времени $\tau > \tau_0$. С учетом (2.1):

$$R_t(\tau) - R_t(\tau_0) \approx U(\tau) \cdot \frac{(R_1 + R)(1 + R_2/R_1)}{R_1 J_{00}^{\kappa}} \quad (2.2)$$

Балластное сопротивление в цепи питания моста меняется мало, малы также и изменения тока через образец, его температуры и сопротивления.

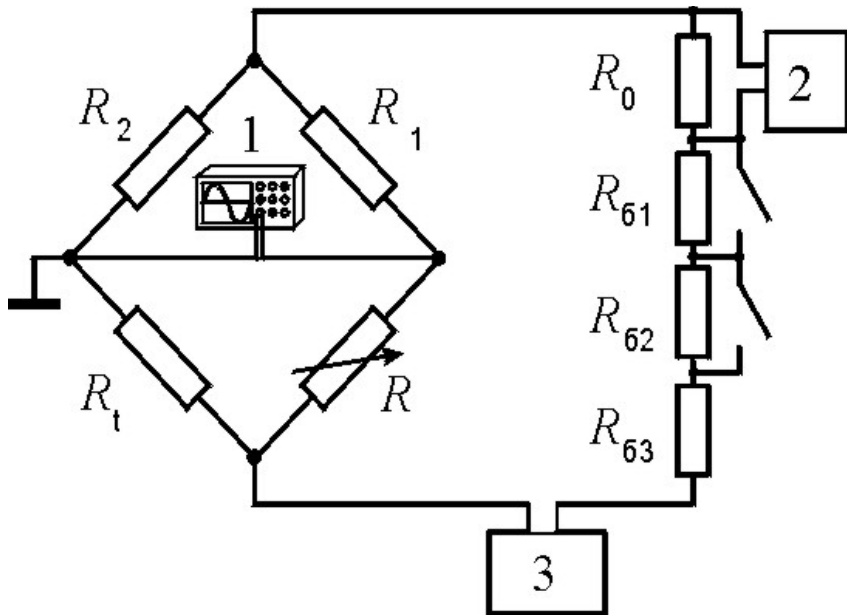


Рис. 2. Схема установки: 1 – цифровой осциллограф; 2 – цифровой вольтметр; 3 – стабилизатор напряжения постоянного тока; 4 – дополнительный нуль-индикатор; R_t – образец; R – магазин сопротивлений; $R_0 = 20.00$ Ом; $R_1 = 2000.0$ Ом; $R_2 = 20.00$ Ом; $R_{61} = 301.8$ Ом; $R_{62} = 38.2$ Ом; $R_{63} = 99.5$ Ом.

Поэтому можно воспользоваться линейной аппроксимацией $R_t(T)$:

$$R_t(T) = R_t(T_0) + R_t'(T_0)(T - T_0), \quad R_t'(T_0) = dR/dT. \quad (2.3)$$

Тогда из (2.2) и (2.3) можно получить выражение для dR/dT :

$$\frac{dT}{d\tau} = \frac{(R_1 + R)(1 + R_2/R_1)}{R_1 R_t'(T_0) J_{00}^\kappa} \cdot \frac{dU}{d\tau_0} \quad (2.4)$$

Скачок тока в момент $\tau = \tau_0$ рассчитывается из J_{00}^κ и J_{00}^η , измеренных в начальном и конечном равновесных состояниях:

$$i = \frac{J_{00}^\kappa - J_{00}^\eta - U/R_1}{1 + R_2/R_1}. \quad (2.5)$$

Температура образца вычисляется по измеренному значению $R_t(\tau_0) \equiv R_t(T_0)$ с использованием таблиц зависимости удельного сопротивления вольфрама от температуры (*Приложение 3*). Из этих же таблиц определяется и $R_t'(T_0)$.

Отметим, что приращение тока i можно рассчитать не только из (2.5), как разность между начальным и конечным токами, но и по скачку балластного сопротивления при неизменном напряжении источника питания. Оцените, какой из этих способов точнее, и используйте предпочтительный.

2.1. Подключения

Модуль измерительного моста представляет собой единый блок, в котором смонтированы постоянные резисторы моста, набор резисторов балластного сопротивления и образцовый резистор $R_0 = 20.00$ Ом. На лицевой панели модуля установлены переключатели В1 и В2. К клеммам модуля в соответствии с обозначениями схемы (рис. 2) подключаются: исследуемый образец («R»), магазин сопротивлений Р33 («R»), стабилизатор напряжения постоянного тока («питание») и цифровой вольтметр с разрешением 1 мкВ к клеммам «ток». Для регистрации напряжения разбаланса моста используется цифровой осциллограф, подключаемый к коаксиальному разъему на крышке модуля. При необходимости вместо осциллографа (или вместе с ним) можно подключить какой-либо другой регистрирующий прибор к дополнительным клеммам рядом с разъемом для подключения осциллографа.

В работе в качестве образца используется вольфрамовая нить маломощной лампы накаливания. Если масса нити не известна, измеряется не удельная теплоемкость вольфрама, а полная – mC_p . (В дополнительном задании используется никелевый образец из проволоочки диаметром 30 мкм, которая фиксируется в специальных зажимах - электроподводах. После выполнения всех измерений никелевая проволоочка аккуратно срезается с зажимов и взвешивается. Для уменьшения теплообмена с окружающей средой измерения производятся в вакууме. Поэтому при исследовании никелевого образца установка комплектуется дополнительно вакуумной камерой.)

4. ПОРЯДОК ПРОВЕДЕНИЯ ИЗМЕРЕНИЙ

4.1 Настройка

Настройка заключается в установке нулей цифрового осциллографа, дополнительного нуль-индикатора (если он используется) и цифрового вольтметра, применяемого для измерения тока J_{00} (падение напряжения на образцовом резисторе R_0 , см. схему установки), а также в калибровке цифрового вольтметра, если это предусмотрено инструкцией по его эксплуатации. При установке нулей приборов следует иметь в виду, что на выходе источника питания может присутствовать напряжение, даже если его регуляторы находятся в нулевом положении. Поэтому настройку нулей следует производить при временно отключенном от схемы источнике питания. Вначале нули устанавливаются при замкнутых входах приборов, постепенно повышая чувствительность до требуемого предела. После размыкания входа, показания прибора могут оказаться не нулевыми из-за наличия в схеме контактных и термо - ЭДС. Данное показание следует принять за рабочий нуль или сделать коррекцию нуля, если используемый измерительный прибор позволяет произвести сдвиг входного сигнала на постоянную величину. *Особое внимание уделите установке нуля цифрового осциллографа, т. к. плохая его настройка может явиться причиной больших ошибок.*

Проведите несколько пробных записей осциллограмм $U(\tau)$ в режиме однократной развертки с ручным запуском. По результатам этих экспериментов установите чувствительность, длительность развертки, время опережения и параметры запуска развертки в ждущем режиме.

4.2. Измерение $R_t(293\text{ K})$

Для того чтобы воспользоваться таблицами (*Приложение 3*) для расчета температуры и $R_t'(T_0)$, необходимо знать сопротивление исследуемого образца при какой-либо опорной температуре, например, комнатной. Измерение $R_t(293\text{ K})$ можно выполнить непосредственно на установке. Однако здесь возникает обычная для измерений сопротивления тонких проводников трудность - измерительный ток, даже малый, греет образец и измеренное значение сопротивления будет соответствовать не комнатной, а какой-то более высокой температуре. Если измерить эту температуру не представляется возможным, для определения $R_t(293\text{ K})$ используется метод экстраполяции к нулевому току. Метод описан в работе 2.6. Измерения выполняются по обычной, известной вам схеме с уравниванием моста. Однако, т. к. эти измерения необходимо проводить при предельно малых значениях тока, желательно к измерительной диагонали моста временно подключить дополнительный чувствительный нуль-индикатор вместо цифрового осциллографа (например, фотокомпенсационный нановольтметр Ф136).

4.3. Измерение теплоемкости

После того как значение $R_t(293\text{ K})$ найдено, можно приступить к измерениям теплоемкости. Измерения проводятся в следующей последовательности. В начале опыта ($\tau < \tau_0$) мост компенсируется при некотором начальном значении полного тока J_{00}'' . Величина тока регулируется изменением напряжения источника питания и выбирается такой, чтобы разогреть образец до требуемой температуры. (Напомним, что термометром является сам образец. Зависимость $R_t(T)$ приведена (в приложении). При начальной

балансировке моста осциллограф (в данном случае он используется как нуль индикатор) необходимо временно перевести в режим непрерывной развертки и установить подходящую длительность развертки.

После того как мост тщательно сбалансирован и в лабораторный журнал занесены значения R и J_{00}^H , устанавливается ждущий (однократный) режим развертки осциллографа, замыкается один из переключателей B_1 или B_2 и записывается кривая $U(\tau)$. По возможности необходимо использовать тот переключатель, которым замыкается меньшее балластное сопротивление. И только при проведении измерений в области низких температур (малых токов J_{00}), когда чувствительность осциллографа недостаточна, следует воспользоваться другим переключателем. После записи осциллограммы $U(\tau)$, используя « Δ – режим» осциллографа, рассчитайте асимптотическое значение $dU/d\tau$ при $\tau \rightarrow \tau_0$. При малых отклонениях τ от τ_0 зависимость $U(\tau)$ близка к линейной, эта задача особой сложности не представляет. Занесите в журнал полученное значение $dU/d\tau$ и новое значение тока – J_{00}^K . При подготовке следующего измерения не забудьте вернуть переключатель «В» в исходное положение.

Внимание! При «записи» осциллограммы масштабирующие множители должны равняться 1. При «снятии» показаний с экрана осциллографа изображение следует «растянуть».

5. ЗАДАНИЯ

Выполнить не менее 10–15 измерений $C_p(T)$ вольфрамового образца при различных температурах (до 2500–3000 K). Результаты, в том числе первичные, должны быть сведены в единую таблицу, в которой должны быть колонки значений J_{00}^H , J_{00}^K , i , $R_i(T_0)$, $dU/d\tau_0$, T_0 , mC_p .

Постройте график зависимости mC_p от температуры. Постройте гладкую, без экстремумов, кривую, отклонения экспериментальных точек от которой минимальны (сглаживающая кривая).

Постройте график зависимости $C_p(T)/C_p(T_{on})$. В качестве опорной температуры T_{on} удобно взять температуру близкую к минимальной или максимальной температуре эксперимента (хотя T_{on} может быть

любой). Значение $C_p(T_{on})$ «снимите» со сглаживающей кривой. На этот же график, в таких же координатах, нанесите справочные данные. Сопоставьте свои данные со справочными. Оцените массу и геометрические размеры нити накаливания.

Оцените погрешности отдельных измерений. При высокой температуре. При низкой температуре.

Используя метод наименьших квадратов постройте линейную аппроксимацию экспериментальных данных. Нанесите полученную зависимость на график $mC_p(T)$. Отклоняется ли экспериментальная зависимость $mC_p(T)$ от линейной? Вывод обосновать.

Дополнительно, по заданию преподавателя. Выполнить измерения и построить температурную зависимость $C_p(T)$ никеля в окрестности точки Кюри $T_c = 629.6 \text{ K}$.

ПРИЛОЖЕНИЕ 1

Расчетные соотношения неуравновешенного моста

Пусть входное сопротивление $R_{\text{вх}}$ прибора, включенного в измерительную диагональ неуравновешенного моста, очень велико так, что $R_{\text{вх}} \gg R_1, R_2, R_t$ (все обозначения соответствуют обозначениям (рис. 2) и основного текста). Тогда можно пренебречь током в измерительной диагонали и записать:

$$J_1 + J_2 = J_{00},$$

$$J_1(R_1 + R) = J_0(R_2 + R_t), \quad (1)$$

$$J_0 R_t - J_1 R = U.$$

В уравнениях (1): J_{00} - полный ток моста; J_1 - ток в ветви R_1, R ; J_0 - ток в ветви R_2, R_t .

Решив эту систему относительно J_0 и R_t получим:

$$J_0 = \frac{R_1 J_{00} - U}{R_1 + R_2}; \quad (2)$$

$$R_t = \frac{R_2}{R_1} R + \frac{U \cdot (R_1 + R) \cdot (1 + R_2/R_1)}{R_1 J_{00} - U}. \quad (3)$$

Пусть при начальном токе $J_{00} = J_{00}''$ мост сбалансирован (т. е. $U = 0$). Тогда из (2) и (3)

$$J_0'' = J_{00}'' / (1 + R_2/R_1); \quad (4)$$

$$R_t(0) = \frac{R_2}{R_1} R, \quad (5)$$

где: $R_t(0) \equiv R_t(\tau = \tau_0) \equiv R_t(T_0)$

По условию проведения эксперимента $i = J_0^\kappa - J_0^\eta$ мало. Малое изменение тока вызывает, соответственно, малые изменения T и R_t . То есть имеет место условие $R_t(\tau) - R_t(0) \ll R_t(0)$. Рассмотрим уравнение (3) совместно с (5) и разрешим его относительно $U/R_1 J_{00}^\kappa$:

$$\frac{U}{R_1 J_{00}^\kappa} = \frac{R_t(\tau) - R_t(0)}{(R_1 + R) \cdot (1 + R_2/R_1) + R_t(\tau) - R_t(0)}.$$

В схеме нашей установки $R_2/R_1 = 10^{-2}$. Тогда $R \approx 100R_1$ и, следовательно,

$$\frac{U}{R_1 J_{00}^\kappa} < \frac{R_t(\tau) - R_t(0)}{R} \approx 10^{-2} \frac{R_t(\tau) - R_t(0)}{R_t(0)} \ll 1.$$

Таким образом, слагаемым U в знаменателе (3) можно пренебречь и записать:

$$R_t(\tau) - R \frac{R_2}{R_1} \approx \frac{(R_1 + R) \cdot (1 + R_2/R_1)}{R_1 J_{00}^\kappa} \cdot U \quad (6)$$

(Детальный анализ показывает, что (6) справедливо даже при $(R_t(\tau) - R_t(0))/R_t(0) \sim 40\%$.)

Принимая во внимание (5) сделаем в (6) замену:

$$R_t(\tau) - \frac{R_2}{R_1} R = R_t(\tau) - R_t(0) = R'_t(T_0) \cdot (T - T_0).$$

Тогда

$$\frac{dT}{d\tau} = \frac{(R_1 + R) \cdot (1 + R_2/R_1)}{J_{00}^\kappa R_1 R'_t} \cdot \frac{dU}{d\tau}.$$

ПРИЛОЖЕНИЕ 2

Формулы линейной аппроксимации экспериментальных данных

Процедура аппроксимации экспериментальных данных методом наименьших квадратов подробно изложена в многочисленных учебных пособиях. Поэтому здесь мы ограничимся лишь приведением формул линейной аппроксимации. Безусловно, реальная зависимость $C_p(T)$ отличается от линейной, хотя и близка к ней. Однако, обработка экспериментальных данных полиномами более высокой степени и, тем более, другими функциями сопряжена с огромным объемом вычислений и оправдана только при выполнении расчетов на ЭВМ. В то же время, аппроксимация данных линейной зависимостью позволяет ознакомиться с общими принципами обработки результатов эксперимента.

При проведении N измерений теплоемкости мы имеем два экспериментальных массива температур $(T_1, T_2 \dots T_N)$ и теплоемкостей $(C_p(T_1), C_p(T_2) \dots C_p(T_N))$.

Задача состоит в нахождении линейной функции

$$C_p(T) = a_0 + a_1 \cdot (T - T_0),$$

которая наилучшим образом описывает экспериментальную температурную зависимость $C_p(T_1)$.

В методе наименьших квадратов коэффициенты a_i находятся из минимизации суммы:

$$S = \sum_{i=1}^N \{a_0 + a_1(T_i - T_0) - C_p(T_i)\}^2,$$

где $T_i, C_p(T_i)$ - экспериментальные значения.

Условия минимума – $\partial S / \partial a_0 = 0$ и $\partial S / \partial a_1 = 0$.

Наиболее простыми выражения для a_i получаются при выборе в качестве T_0 средней температуры

$$T_0 = \bar{T} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N T_i .$$

В этом случае

$$a_0 = \bar{C}_p = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N C_p(T_i) \quad a_1 = \frac{\overline{C_p T} - \bar{C}_p \bar{T}}{\bar{T}^2 - \bar{T}^2} ,$$

где $\overline{C_p T} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N C_p(T_i) T_i$, $\bar{T}^2 = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N T_i^2$.

Если принять $T_0 = 0$, то

$$a_0 = \frac{\overline{T^2 C_p} - \bar{T} \overline{C_p T}}{\bar{T}^2 - \bar{T}^2} , \quad a_1 = \frac{\overline{C_p T} - \bar{C}_p \bar{T}}{\bar{T}^2 - \bar{T}^2} .$$

ПРИЛОЖЕНИЕ 3

**Температурные зависимости удельного сопротивления
никеля**

При температурах ниже точки Кюри:

$$\begin{aligned}\rho(T) = & -1.907 + 30.28 \cdot 10^{-3} T - 22.55 \cdot 10^{-6} T^2 + \\ & + 82.48 \cdot 10^{-9} T^3 \text{ мкОм} \cdot \text{см}, \\ & 100 \text{ K} < T < 620 \text{ K} .\end{aligned}$$

При температурах выше точки Кюри:

$$\begin{aligned}\rho(T) = & -1.968 + 63.74 \cdot 10^{-3} T - 25.90 \cdot 10^{-6} T^2 + \\ & + 5.41 \cdot 10^{-9} T^3 \text{ мкОм} \cdot \text{см}, \\ & 650 \text{ K} < T < 1700 \text{ K} .\end{aligned}$$

Вблизи температуры Кюри:

$$\begin{aligned}\rho(T) = & 127.06 \left(\frac{T_c - T}{T_c} \right)^{1.3} - 104.5 \left(\frac{T_c - T}{T_c} \right) \text{ мкОм} \cdot \text{см}, \\ & T < T_c = 629.635 \text{ K} \\ \rho(T) = & 48.41 \left(\frac{T - T_c}{T_c} \right)^{0.9} - 34.61 \left(\frac{T - T_c}{T_c} \right) \text{ мкОм} \cdot \text{см}, \\ & T > T_c = 629.635 \text{ K}\end{aligned}$$

**Температурная зависимость удельного сопротивления
вольфрама**

$$\begin{aligned}\rho(T) \cdot 10^8 = & -2.116 + 24.1 \cdot 10^{-3} T + 3.05 \cdot 10^{-6} T^2 - 0.22 \cdot 10^{-9} T^3 \text{ Ом} \cdot \text{м}, \\ & 293 \text{ K} < T < 3653 \text{ K}\end{aligned}$$

Некоторые свойства вольфрама

Т, К	$\rho \cdot 10^8$ Ом · м	$d\rho/dT \cdot 10$ Ом · м / К	$\frac{R(T)}{R(300)}$	d , з/см ³	C_p , Дж/моль · К
300	5,383	0,0259	1	19,26	24,34
400	7,998	0,0264	1,486	19,23	24,97
500	10,669	0,0270	1,982	19,21	25,44
600	13,394	0,0275	2,488	19,18	25,87
700	16,173	0,0280	3,004	19,15	26,27
800	19,003	0,0286	3,530	19,12	26,64
900	21,884	0,0291	4,065	19,10	27,01
1 000	24,814	0,0295	4,610	19,07	27,36
1 100	27,792	0,0300	5,163		
1 200	30,816	0,0305	5,725	19,01	28,07
1 300	33,885	0,0309	6,295		
1 400	36,998	0,0313	6,873	18,95	28,83
1 500	40,154	0,0318	7,459		
1 600	43,351	0,0322	8,053	18,89	29,67
1 700	46,538	0,0326	8,645		
1 800	49,863	0,0329	9,263	18,82	30,63
1 900	53,175	0,0333	9,878		
2 000	56,524	0,0337	10,500	18,72	31,73
2 100	59,907	0,0340	11,129		
2 200	63,323	0,0343	11,764		33,04
2 300	66,772	0,0346	12,404		
2 400	70,251	0,0349	13,051		34,56
2 500	73,759	0,0352	13,702		
2 600	77,295	0,0355	14,359		36,37
2 700	80,858	0,0358	15,021		
2 800	84,447	0,0360	15,688		38,44
2 900	88,059	0,0362	16,359		
Погреш- ность, %	2			0,1	2,5