

ФЕДЕРАЛЬНОЕ АГЕНТСТВО ПО ОБРАЗОВАНИЮ
НОВОСИБИРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

Физический факультет
Кафедра общей физики

**Лабораторный практикум
“ЭЛЕКТРИЧЕСТВО И МАГНЕТИЗМ”**

Учебно-методическое пособие

ВЫПУСК 1

Новосибирск
2008

Данный выпуск является первым из шести выпусков сборников описаний лабораторных работ лабораторного практикума «Электричество и магнетизм», выполняемого в рамках учебного плана третьего семестра по специальности «физика».

В первом разделе настоящего выпуска кратко описаны задачи практикума, обсуждены основные принципы проведения эксперимента, сформулированы правила выполнения, оформления и защиты выполняемой в рамках практикума курсовой работы. В справочном разделе дано сжатое изложение принципов обработки экспериментальных данных, описаны системы единиц, приведены табличные данные, необходимые при выполнении лабораторных работ.

Второй раздел данного выпуска содержит описание лабораторных работ раздела «Электростатика и магнитостатика».

Составители И. А. Иванов, Б. А. Князов, А. Г. Костюрина,
А. М. Ражев, Л. Н. Смирных, А. Г. Харламов, В. С. Черкасский

Отв. за выпуск Б. А. Князов

Под общей ред. доктора физ.-мат. наук, проф. Б. А. Князева

Рецензент
канд. физ.-мат. наук, доцент С. А. Бордзиловский

© Новосибирский государственный
университет, 2008

© И. А. Иванов, Б. А. Князов,
А. Г. Костюрина, А. М. Ражев,
А. Г. Харламов, В. С. Черкасский
2008

ОГЛАВЛЕНИЕ

Оглавление	3
1. Введение в практикум	4
1.1. Предисловие.....	4
1.2. Задачи практикума и правила для студентов	5
1.3. Роль эксперимента в физике.....	6
1.4. Регистрация, запись и представление экспериментальных данных	8
1.5. Программы обработки; особенности обработки цифровых данных	9
1.6. Правила выполнения курсовых работ	12
2. Справочные данные	13
2.1. О векторах электрического и магнитного полей	13
2.2. Системы единиц измерения	14
2.3. Основы обработки экспериментальных данных..	20
2.4. Справочные таблицы	32
3. Лабораторные работы.....	41
3.1. ЭЛЕКТРОСТАТИКА.....	41
3.2. Лабораторная работа №1.1. ЭЛЕКТРОСТАТИЧЕСКАЯ ИНДУКЦИЯ.....	49
3.3. Лабораторная работа №1.2. ЭЛЕКТРОСТАТИЧЕСКИЙ ГЕНЕРАТОР.....	53
3.4. МАГНИТОСТАТИКА.....	59
3.5. Лабораторная работа №1.3. ИЗМЕРЕНИЕ ПОЛЯ МАГНИТНОГО ДИПОЛЯ.....	64
Библиографический список.....	84

1. ВВЕДЕНИЕ В ПРАКТИКУМ

1.1. Предисловие

Практикум по электричеству и магнетизму сопровождает на физическом факультете первый семестр курса электродинамики. Первое полностью завершённое собрание описаний работ практикума было издано под редакцией Р.И.Солоухина (1975) [1]. Следующая существенно изменённая по стилю версия была издана под ред. Е.А.Кушниренко и И.Н.Мешкова (1988) [2]. За прошедшее время лабораторный практикум дополнился новыми работами, существенно обновилась приборная база, а на смену первому поколению компьютеров пришли ПК. Произошли также некоторые изменения в изложении теоретического курса электродинамики при сохранении его общей идеологии.

Наиболее характерной особенностью в преподавании физики на физическом факультете НГУ остается отсутствие стандартного разделения на курсы «общей» и «теоретической» физики. Благодаря интенсивному курсу математики уже на младших курсах физические курсы преподаются на высоком теоретическом уровне при сохранении связи с экспериментальной физикой. Это позволяет завершить в основном подготовку студентов по основам физики уже на 3-м курсе, когда они приступают в практике в научно-исследовательских институтах Сибирского отделения РАН. Обратной стороной этой системы являются повышенные требования к уровню доуниверситетской подготовки студентов и более высокая, по сравнению с традиционным курсом, степень формализма лекций. В силу последней причины, значение лабораторного практикума как мостика, связывающего физический формализм с физической реальностью, для студентов НГУ особенно велико.

Все эти обстоятельства требуют существенной переработки содержания, стиля и методов преподавания в лабораторном практикуме. В течение двух последних лет проведена радикальная модернизация аппаратной базы лабораторного практикума, который оснащен современными, главным образом цифровыми, измерительными приборами. Для регистрации результатов и их обработки широко используются персональные компьютеры и современное прикладное программное обеспечение.

Настоящий выпуск является первым в серии, содержащей полные описания всех работ практикума. В подготовке первого выпуска участвовали: **Б. А. Князев (разделы ... и общая редакция), И. А. Иванов (...), А. Г. Костюрина (...), В. С. Черкасский (...), А. М. Ражев ...(), А. Г. Харламов (...).**

1.2. Задачи практикума и правила для студентов

Практикум преследует следующие цели:

- 1) практически продемонстрировать основные законы электромагнетизма;
- 2) привить начальные навыки экспериментальной работы;
- 3) ознакомить с принципами работы измерительной аппаратуры;
- 4) дать практическое представление о системах единиц измерения и их практическом использовании;
- 5) дать качественное представление о некоторых явлениях электромагнетизма, выходящих за рамки теоретического курса, но являющихся существенными для воспитания физика-экспериментатора;
- 6) закрепить навыки статистической обработки данных реальных экспериментов, полученные в предыдущих практикумах кафедры.

Работы практикума «Электричество и магнетизм» сгруппированы в шесть разделов: 1) Электростатика и магнитостатика, 2) Электрический ток в вакууме, 3) Электрический ток в газах и жидкостях, 4) Электрические и магнитные свойства твердых тел, 5) Электромагнитные колебания и анализ сигналов, 6) Проникновение электромагнитного поля в вещество. В настоящем издании каждой группе работ соответствует отдельный выпуск.

В практикуме имеется по два рабочих места для каждой работы, а несколько работ существуют в единственном экземпляре. Это означает, что студентам (особенно в первой половине семестра) часто приходится выполнять работы, теоретические основы которых они еще не изучали в лекционном курсе. По этой причине в описании каждой работы мы старались по-возможности просто изложить основы теории, которые необходимо представлять при выполнении работы, и дать качественные объяснения исследуемых явлений. Вопросы, общие для всех работ данного раздела, собраны в теоретических введениях, предпосланных каждому выпуску. Для более гл-

бокого понимания студенту рекомендуется обращаться к цитируемым учебникам. Для осмысленного выполнения эксперимента студент обязан подготовиться к ее выполнению дома, используя описание работы. По разделам, не изучаемым в теоретическом курсе (например, движение частиц в газе и вакууме, газовый разряд, явления в твердом теле), можно использовать дополнительную литературу, указанную в описаниях работ.

Для получения зачета по практикуму студент должен выполнить девять регулярных работ и курсовую работу. Студенты группы информатики освобождены от выполнения курсовой работы, но обязаны выполнить 10 работ. Если в течение семестра по причине праздников группой пропущено два или более занятий, число обязательных работ уменьшается на одну.

Отчеты о всех работах, выполненных студентом, должны быть собраны в одной рабочей тетради, которая для получения зачета в конце семестра должна быть представлена преподавателю. Каждый студент сдает работу в индивидуальной беседе с преподавателем, предъявляя ему письменный отчет, обязательно включающий в себя основы теории, схему эксперимента, таблицы и графики исходных данных, а при необходимости — результаты статистической обработки. Компьютерные распечатки должны быть вклеены в рабочую тетрадь. Все параметры и данные измерений должны быть приведены с указанием их размерностей. Строгое правило в практикуме: студент не имеет права приступать к следующей работе, если у него накопилось две не сданные работы.

Темы курсовых работ должны быть определены не позже, чем через месяц после начала семестра. Список тем курсовых работ представляется преподавателями для утверждения куратору практикума. Полностью оформленные курсовые работы должны быть сданы преподавателю до 15 декабря. Защита курсовых работ проводится в период с 16 по 22 декабря, как правило, в форме научного семинара.

1.3. Роль эксперимента в физике

При всем уважении к физической теории и ее блестящим достижениям, следует четко понимать, что единственным способом получения достоверных знаний о физической природе окружающего мира и критерием истины является эксперимент. Планирование и

проведение эксперимента, а также обработка экспериментальных данных требуют от экспериментатора глубоких знаний и большого искусства, а полученный ранее опыт экспериментирования позволяет избежать ошибок, которые столь характерны для начинающих исследователей.

Теория изучает явления в их «чистом» виде и получает четкие и красивые ответы в виде законов, выраженных в математических выражениях. Экспериментатор имеет дело с реальными объектами и приборами, которые реагируют одновременно на самые разные внешние воздействия, и выделить из полученных результатов зависимости, обязанные влиянию изучаемого им явления бывает порой весьма нелегко. Например, при исследовании токов, протекающих в вакуумной диоде, вы можете столкнуться с шумами, связанными с «дробовым эффектом» при испускании электронов катодом, тепловым шумом в резисторах измерительной схемы, токовым и генерационно-рекомбинационным шумами в полупроводниковых элементах. Показания приборов с механическими рабочими частями (стрелочные приборы и т. п.) могут быть искажены вибрацией. На показания электронных приборов могут влиять электромагнитные наводки от внешних электромагнитных полей (50-герцовая силовая сеть, источники импульсных полей и т. п.). При измерении сопротивления проводников методом измерения глубины проникновения переменного электромагнитного поля в вещество ошибки могут возникнуть из-за нагрева проводника, что приводит к изменению удельного сопротивления.

Почти всегда наблюдаемые явления представляют собой комбинацию процессов различной природы. Например, при разряде молнии электрические явления сопровождаются химическими процессами, возникновением ударных волн, излучением света. Следовательно, экспериментатор должен либо найти способ выделить в сложных экспериментальных зависимостях влияние изучаемого явления, либо придумать такой метод измерений, при котором изучаемое явление доминирует.

Из сказанного ясно, что приобретение навыков экспериментатора оказывается порой гораздо более трудным делом, чем изучение теоретического материала. Вдумывайтесь в то, что и как вы делаете, не походите к эксперименту формально.

Задачей экспериментатора является *получение достоверных экспериментальных данных*. В этом, и только в этом случае, его работа имеет ценность в настоящем, и будет иметь в будущем. Получив данные, исследователь имеет право на их интерпретацию, на выдвижение гипотез и разработку на их основе теории. Даже если интерпретация результатов окажется впоследствии неверной, это никак не снижает ценности собственно эксперимента! Но при выполнении следующих условий: (1) в публикации четко описана постановка задачи и методы ее решения, (2) обязательно приведены первичные данные эксперимента, (3) проанализированы источники и величины возможных систематических ошибок, (4) набрана необходимая статистика и приведены результаты статистической обработки. Иными словами, прочитав опубликованную работу, другой исследователь сможет ее повторить и проверить ваши результаты. Это и только это является единственно научным подходом к исследованию природы.

Лабораторная работа является упрощенной моделью реальных экспериментов и при ее выполнении и оформлении следует руководствоваться указанными выше четырьмя правилами.

1.4. Регистрация, запись и представление экспериментальных данных

Совершенно необходимая часть культуры эксперимента – культура записи экспериментальных данных. Несмотря на возможность накопления данных в компьютерах, рабочий журнал экспериментатора остается главным накопителем результатов экспериментов. В нем, прежде всего, должна быть нарисована подробная схема экспериментальной установки и записаны все параметры эксперимента. Если эти параметры задаются с помощью компьютерной системы управления установкой, распечатайте их все и вклейте в журнал.

Тот же принцип следует применять и к результатам экспериментов. Если объем данных невелик, то их тоже следует записать (вклеить) в виде таблиц и графиков. Большие объемы данных, например, матрицу изображения размером 1024x1024 элемента, снятого с помощью ПЗС-камеры, следует, конечно, сохранять на диске или на компакт-диске, но параллельно следует распечатать ее в виде рисунка и вклеить в тетрадь. Массивы данных, снятых с помо-

щью АЦП, также следует сохранить на диске, обязательно вклеив соответствующий им график в журнал.

Особо отметим, что никогда не следует пренебрегать сохранением первичных данных. Именно эти данные являются основной ценностью ваших исследований. Современная электроника во многих случаях позволяет, конечно, обрабатывать первичные данные в реальном времени и выводить результаты, уже обработанные по заданному вами алгоритму. Но, сохранив только обработанные данные, вы рискуете полностью потерять порой многомесячный труд, если вдруг обнаружите, что не обратили внимания, например, на наличие паразитной постоянной составляющей, накладывавшейся на вашу осциллограмму. Обнаружив такие вещи, вы легко сможете получить правильные результаты, обработав заново старые данные. В противном случае все придется начинать сначала. Мы уже не говорим о том, что на каждом новом витке углубления в проблему могут возникнуть идеи о более глубокой обработке данных или появиться новые алгоритмы для их обработки.

1.5. Программы обработки; особенности обработки цифровых данных

Для обработки данных по сложным, в особенности, по многократно используемым алгоритмам, часто пишут специальные программы на СИ++ или на других языках программирования. Во многих случаях, однако сейчас более удобно бывает использовать стандартные пакеты для математических и инженерных вычислений, такие как Mathcad или Matlab. В них обеспечен простой интерфейс ввода данных, имеются заготовленные форматы графиков, большое количество встроенных функций. Особенно важно, что в качестве расширения к ним прилагаются специализированные программы обработки сигналов и изображений, функции статистической обработки и многое другое. Из многочисленных графических пакетов можно выделить пакет Origin, ставший де-факто почти стандартом для обработки данных, по крайней мере, для физиков.

Естественно, что использование программ не должно быть бездумным. Вы обязаны знать, какие операции совершает программа, какие формулы лежат в основе вычислений и какой физический смысл они имеют. Во всех измерениях, где возможен набор статистики, это необходимо делать. Основы статистической обработки

данных в объеме, необходимом для обработки результатов и защиты работы перед преподавателем, изложены в пособии [3]. Для более подробного изучения можно использовать прекрасные книги [4, 5].

Графики должны быть построены в наиболее адекватной системе координат. Например, если нужно показать, что какая-либо величина экспоненциально спадает со временем, то график следует нарисовать в полулогарифмическом масштабе. Иначе говоря, временная шкала должна быть линейной, а по оси ординат откладывается логарифм измеряемой величины. Если ожидаемая зависимость — степенная $y = x^n$, то $\lg y = n \lg x$, а значит, в этом случае лучше использовать логарифмическую шкалу по обеим координатам. Тогда точки должны ложиться на кривую, по наклону которой можно найти показатель степени n .

При записи любых численных значений, как параметров установки, так и результатов измерений, обязательно укажите размерности этих величин. При вычислениях не забывайте, что не только численные значения величин, но и вид физических выражений в общем случае различен при записи в разных системах единиц. Вопрос об использовании систем единиц будет рассмотрен далее.

Нужно особо предупредить об ошибках, возникающих при использовании цифровых регистраторов сигнала — цифровых осциллографов, аналого-цифровых преобразователей и т. п. В этом случае нужно следить за тем, чтобы частота дискретизации была не ниже, чем удвоенное значение максимальной частоты в спектре сигнала. В противном случае его форма будет неузнаваемо искажена. Другая распространенная ошибка возникает при обработке данных. Если, например, вы записали почти гармонический сигнал с частотой, плавно меняющейся вдоль оси абсцисс (рис. 1), и представляете его с помощью пакета Origin в виде графика с ограниченным числом точек, то вы рискуете получить сигнал, мало похожий на истинный, и долго думать, например, над физической причиной «наблюдаемых» биений,

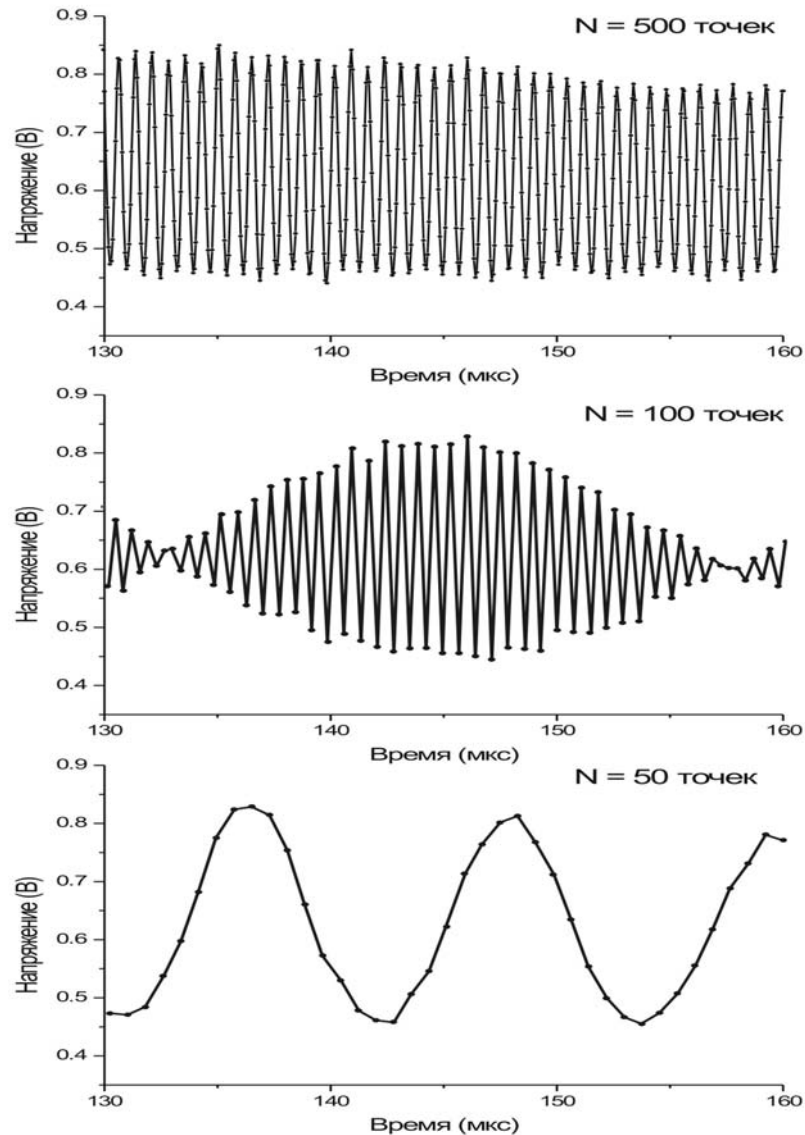


Рис. 1. Квазигармонический сигнал с увеличивающимся периодом, записан цифровым осциллографом в виде массива, содержащего 500 точек (верхняя осциллограмма). Если выбрать каждую пятую точку массива (средняя «осциллограмма») или каждую десятую точку (нижняя «осциллограмма»), то вид сигнала будет существенно искажен. Такие ошибки могут возникать как при обработке данных, так и в случае, если на осциллографе (аналого-цифровом преобразователе или ином цифровом устройстве) неправильно выбрана частота дискретизации при записи.

тогда как действительной причиной оказывается то, что по умолчанию пакет ограничивает число изображаемых точек массива некоторой предустановленной величиной. Этот пример еще раз говорит

о том, что ко всем этапам экспериментальной работы следует относиться с большим вниманием.

После обработки данных крайне полезно сравнить, если это возможно, найденные вами значения с табличными. Если вам точно известно, какую величину вы измеряете, то сравнение с таблицей позволит оценить точность ваших измерений, а может быть, и найти ошибку в расчетах. Если вы ищете какую-либо физическую величину для вещества, которое вам не указывается в описании работы, то, сверяясь с таблицами, можете попытаться определить, с каким объектом вы имели дело. Например, вы определяли потенциал ионизации некоторого газа. Можно предположить, что это мог быть водород, гелий, неон или аргон (использование других газов возможно, но маловероятно). Сравнивая результаты с таблицей, можно определить, каким газом наполнено исследуемое устройство. Таблицы величин, которые могут вам встретиться при выполнении работ, приведены ниже.

1.6. Правила выполнения курсовых работ

Курсовая работа является небольшим самостоятельным исследованием, задачей которого является приобретение опыта постановки и проведения эксперимента, обработки данных и их письменного представления. Работы можно выполнить либо на базе лабораторного практикума, либо на одном из экспериментальных факультативов, либо научно-исследовательском институте.

Порядок отчета соответствует стандартам научных статей: аннотация, введение, описание экспериментальной установки и методов измерений, результаты обработки измерений, обсуждение результатов, выводы, благодарности, список литературы. Как показывает опыт, очень немногим студентам легко дается «научное сочинительство» (в зарубежных вузах студентам читают курс Technical Writing, чего нам явно не хватает). То, что анализ результатов и описание работы занимает так много времени, оказывается для многих студентов совершенно неожиданным. Постарайтесь закончить эксперименты и приступить к работе над текстом курсовой работы не позднее, чем за месяц до сдачи работы.

2 СПРАВОЧНЫЕ ДАННЫЕ

2.1. О векторах электрического и магнитного полей

В классических учебниках [6 – 9], следуя традиции, возникшей на ранних стадиях развития электродинамики, при описании явлений в вакууме в качестве основных векторов электрического и магнитного полей вводятся векторы **E** и **H**, называемых в соответствии с традицией *напряженностями* электрического и магнитного поля, соответственно. Последний затем при описании явлений в среде заменяется вектором **B** (в прежней формулировке – *магнитной индукцией*). В учебниках нового поколения [10 – 16] принято использовать логически более обоснованный подход, при котором уже в вакууме в качестве «силовых» векторов электрического и магнитного полей вводятся **E** и **B**, благодаря чему сила Лоренца, которая является основной измеримой на практике величиной и на основе которой строится вся теория электромагнетизма, имеет одинаковый вид и в вакууме, и в среде:

$$\mathbf{F} = q\mathbf{E} + q\left[\frac{\mathbf{v}}{c} \times \mathbf{B}\right] \quad (\text{СГС}), \quad (1a)$$

$$\mathbf{F} = q\mathbf{E} + q[\mathbf{v} \times \mathbf{B}] \quad (\text{СИ}). \quad (1б)$$

Здесь c – скорость света, q – электрический заряд, а \mathbf{v} – скорость движения заряда¹. В курсе электродинамики НГУ используется именно эта система обозначений электрических и магнитных векторов, и мы предостерегаем студентов, пользующихся разными учебниками, от возможных недоразумений.

Разумность данной системы обозначений стала особенно очевидной после становления теории относительности, которая показала, что пара векторов **E** и **B** (равно как **D** и **H**) не существует отдельно, а представляет собой антисимметричный тензор второго ранга. Иначе говоря, как физическая реальность, в общем случае

¹ В гауссовой системе имеется три независимых размерности: см, г, с, из которых образуются размерности всех остальных величин, в том числе и электрических. Отсюда и происходит аббревиатура СГС. В системе СИ к тем же по смыслу механическим величинам (м, кг, с) добавляется чисто электрическая величина – *сила тока*, А.

существует электромагнитное поле. При этом наблюдатели, находящиеся в движущихся с разными скоростями системах отсчета, будут измерять разные значения величин этих полей. Например, статическое электрическое поле \mathbf{E}_1 , созданное в одной системе, при измерении в движущейся системе координат оказывается полем имеющим как $\mathbf{E}_2 \neq \mathbf{E}_1$, так и \mathbf{B}_2 компоненты.

Исторически причиной противоречий в обозначениях является то, что физическая сущность явлений магнетизма стала понятной значительно позже, чем была создана их формальная теория. В противном случае вектор \mathbf{H} был бы введен по аналогии с вектором $\mathbf{D} = \epsilon \mathbf{E}$ как вектор $\mathbf{H} = \text{const} \cdot \mathbf{B}$, где $\text{const} = 1/\mu$ (см. [14]), а μ – магнитная проницаемость вещества.

Далее мы будем использовать, как правило, следующую терминологию. Векторы \mathbf{E} и \mathbf{B} мы будем называть векторами электрического и магнитного полей, или просто электрическим и магнитным полем, а вспомогательные векторы \mathbf{D} и \mathbf{H} будем называть “вектором D ” и “вектором H ”.

2.2. Системы единиц измерения

Каждый физический закон описывается некоторым выражением, связывающим несколько физических величин, таких как заряд, сила, работа и т. п. Для того, чтобы все законы образовывали систему, отражающую существующую в природе взаимосвязь физических величин, необходимо ввести размерности этих величин, что обеспечивает, в частности, возможность при выполнении идентичных измерений получать идентичный результат.

Международная система единиц СИ, согласно международным соглашениям и российским законам, является сегодня обязательной к применению. Поскольку в школьной физике изучается только эта система, то студенты испытывают значительные трудности в использовании других систем и в переводе величин из одной системы единиц в другую. Так как знание гауссовой системы единиц абсолютно необходимо в релятивистской электродинамике, в данном разделе мы обсудим вопрос о системах единиц вообще, а также об изменении вида уравнений и правилах перевода величин при переходе из гауссовой системы в систему СИ, и наоборот.

Система СИ, вполне приемлемая при описании явлений механики и термодинамики, является исключительно неудачной при описании явлений электродинамики. Мы настоятельно рекомендуем студентам внимательно прочитать §85 в учебнике Сивухина [12], где обстоятельно объясняется, что такое система единиц и почему «абсолютные системы единиц», одной из которых является гауссова система (для краткости она обозначена аббревиатурой СГС), более обоснованы при изучении электродинамики и единственно возможны в теории относительности.

В описаниях лабораторных работ в качестве основной обычно используется система единиц СГС. В некоторых работах, относящихся к разделу электрических цепей, используется система СИ, истоки которой лежат в области электротехники и которая здесь более удобна для расчетов. В целях сохранения преемственности со школьным курсом и соблюдения законности везде, где формулы в двух системах различаются, студенты должны уметь записать их для обеих систем. При записи результатов экспериментов следует обязательно указать в явном виде единицу измерений и привести тот же результат в другой системе единиц.

Чтобы понять, как образуются в гауссовой системе размерности электромагнитных величин и как можно вычислить эти размерности, найдем в качестве примера размерность электрического заряда. Предположим, что мы еще не знаем размерностей электрических величин. Используем в этом случае один из физических законов, куда кроме заряда входят только механические величины, размерность которых нам известна, хотя бы из сравнения с системой СИ. В нашем случае таким законом является фундаментальный закон Кулона (ср. с выражением (1.1)), описывающий силу взаимодействия между двумя зарядами:

$$F = \frac{q^2}{r^2}. \text{ (СГС)} \quad (2)$$

Обозначая размерности единиц квадратными скобками, легко получим

$$[q] = [F^{1/2} \cdot r].$$

Поскольку из закона механики $F = ma$ имеем $[F] = [\text{г} \cdot \text{см} \cdot \text{с}^{-2}]$, то в результате находим размерность заряда:

$$[q] = [\Gamma^{1/2} \cdot \text{см}^{3/2} \cdot \text{с}^{-1}]. \quad (3)$$

Для определения размерностей других электрических величин можно уже будет использовать найденную размерность заряда. Проверьте сами, что с помощью выражения для работы A , совершаемой электрическим полем над зарядом,

$$A = q\varphi \text{ (СГС)} \quad (4)$$

легко находится размерность потенциала:

$$[\varphi] = [\Gamma^{1/2} \text{см}^{1/2} \text{с}^{-1}]. \quad (5)$$

Экспериментаторы на самом деле часто используют для вычислений смешанную систему единиц, т.е. используют численные значения, выраженные в единицах разных систем, следя за тем, чтобы в конце вычислений сохранились только размерности одной из систем. Если, например, плотность электронов n задана в см^{-3} , их скорость v – в см/с , сечение электронного пучка S – в см^2 , а заряд e в кулонах (Кл), то их произведение $I = envS$ после алгебраических операций с размерностями имеет размерность

$$[I] = [\text{Кл} \cdot \text{см}^{-3} \cdot \text{см/с} \cdot \text{см}^2] = [\text{Кл/с}] \quad (6)$$

что, по определению, является ампером [А]. Следовательно перевод механических величин из гауссовой системы в систему СИ в данном случае был бы пустой тратой времени.

В уже упомянутом параграфе учебника [9] детально объясняется, как формулы, записанные в системе СГС, перевести в систему СИ. Для этого все электрические величины необходимо умножить на определенные размерные коэффициенты, приведенные в табл. 1. После алгебраических сокращений получается формула в системе СИ. Для обратного преобразования необходимо те же величины умножить на обратные значения тех же констант.

Таблица 1. Преобразование выражений и формул из гауссовой системы в систему СИ и обратно.

Наименование	Гауссова система	Система СИ
Скорость света	C	$1 / \sqrt{\varepsilon_0 \mu_0}$
Вектор («напряженность») электрического поля, потенциал	E, φ	$\sqrt{4\pi\varepsilon_0} (E, \varphi)$
Вектор D («электрическая индукция»)	D	$\sqrt{4\pi / \varepsilon_0} D$
Заряд, плотность заряда, ток, плотность тока, поляризация	q, ρ, I, j, P	$\frac{(q, \rho, I, j, P)}{\sqrt{4\pi\varepsilon_0}}$
Вектор магнитного поля («магнитная индукция»), магнитный поток	B, Φ	$\sqrt{4\pi / \mu_0} (B, \Phi)$
Вектор H («напряженность магнитного поля»)	H	$\sqrt{4\pi\mu_0} H$
Магнитный момент, намагниченность	m, M	$\sqrt{\mu_0 / 4\pi} (m, M)$
Относительные электрическая и магнитная проницаемости	ε, μ	ε, μ
Электрическая поляризуемость, магнитная восприимчивость	α, κ	$(1 / 4\pi)(\alpha, \kappa)$
Удельная проводимость	σ	$\sigma / (4\pi\varepsilon_0)$
Сопротивление	R	$4\pi\varepsilon_0 R$
Емкость	C	$(1 / 4\pi\varepsilon_0) C$
Индуктивность	L	$(4\pi / \mu_0) L$

Таблица 2. Перевод численных значений физических величин из системы СИ в гауссову систему

Наименование	Обозначение	Система СИ	Гауссова система (СГС)
1	2	3	4
Длина	l	1 м (метр)	10^2 см
Масса	m	1 кг (килограмм)	10^3 г
Время	t	1 с (секунда)	1 с
Сила	\vec{F}	1 Н (ньютон)	10^5 дин
Работа, энергия	A, W	1 Дж (джоуль)	10^7 эрг
Мощность	P	1 Вт (ватт)	10^7 эрг/с
Давление	P	1 Па (паскаль)	10 дин/см ²
Сила электрического тока	I	1 А (ампер)	$3 \cdot 10^9$ статампер
Электрический заряд	q	1 Кл (кулон)	$3 \cdot 10^9$ статкулон
Электрический потенциал	φ	1 В (вольт)	$(1/300)$ статвольт
Электрическое поле (напряженность электрического поля)	\mathbf{E}	1 В/м	$(1/3) \cdot 10^{-4}$ ед. СГС
Электрическая постоянная	ε_0	$8.854 \cdot 10^{-12}$ Ф/м	1
Поляризация	\mathbf{P}	1 Кл/м^2	$3 \cdot 10^5$ ед. СГС
Вектор \mathbf{D} (электрическая индукция)	\mathbf{D}	1 Кл/м	$12\pi \cdot 10^5$ ед. СГС

Наименование	Обозначение	Система СИ	Гауссова система (CGS)
Электрическая емкость	C	1 Ф (фарада)	$9 \cdot 10^{11}$ см
Электрическое сопротивление	R	1 Ом (ом)	$(1/9) \cdot 10^{-11}$ с·см ⁻¹
Удельное электрическое сопротивление	ρ	1 Ом·м	$(1/9) \cdot 10^{-9}$ с
Электрическая проводимость	$\lambda = 1/R$	1 См (сименс)	$9 \cdot 10^{11}$ см·с ⁻¹
Удельная электрическая проводимость	σ	1 См/м	$9 \cdot 10^9$ с ⁻¹
Магнитный поток	Φ	1 Вб (вебер)	10^8 Мкс (максвелл)
Магнитная постоянная	μ_0	$1.256 \cdot 10^{-6}$ Гн/м	1
Магнитное поле (магнитная индукция)	\mathbf{B}	1 Тл (тесла)	10^4 Гс (гаусс)
Вектор \mathbf{H} (напряженность магнитного поля)	\mathbf{H}	1 А/м	$4\pi \cdot 10^{-3}$ Э (эрстед)
Намагниченность	\mathbf{I}	1 А/м	$\frac{1}{4\pi} \cdot 10^4$ Гс
Индуктивность	L	1 Гн (генри)	10^9 см

2.3. Основы обработки экспериментальных данных

2.3.1. Первичная обработка данных и их сохранение

При проведении эксперимента, в котором используется современная цифровая регистрирующая аппаратура, экспериментатор записывает большой объем данных, и первый вопрос, который возникает, как их сохранить. Приборы разных производителей часто имеют собственные форматы записи данных, но, как правило, допускают сохранение результатов либо в виде простого текстового файла со столбиками цифр, разделенных пробелом, табуляцией или запятой, либо в формате наиболее широко распространенных приложений, например, таблицы MS Excel.

Для обработки таких данных их необходимо импортировать в ту программу, с помощью которой они будут обрабатываться. Рассмотрим считывание экспериментальных данных из текстового файла в три программы, которые чаще всего используются в наших практикумах и с которыми знакомы студенты: MS Excel, Mathcad и Matlab.

2.3.2. Считывание текстового файла с данными в MS Excel

Если данные подготовлены с помощью пакета MS Excel (или система регистрации данных установки сохраняет данные в формате MS Excel), то проблем нет. Но, как правило, экспериментальные данные представляют собой текстовые файлы. Это могут быть либо данные, записанные с помощью цифровых приборов, либо данные, набранные в каком-то простом редакторе. Пусть данные представляют собой столбцы текстового файла с данными, разделенными запятыми (csv – comma separated value). Пример фрагмента данных, полученных с осциллографа Tektronix показаны на рис. 2

```
.
Sample Interval, 1.000000e-01, ,-124.900000000000, -0.20000,
Trigger Point, 1.250000000000e+03, ,-124.800000000000, -0.20000,
,,,-124.700000000000, -0.20000,
,,,-124.600000000000, -0.20000,
```

```

,,,-124.500000000000, -0.20000,
Source,CH1,,,-124.400000000000, -0.20000,
Vertical Units,V,,,-124.300000000000, -0.20000,
Vertical Scale,5.000000e+00,,,-124.200000000000, -0.20000,
Vertical Offset,0.000000e+00,,,-124.100000000000, -0.20000,
Horizontal Units,s,,,-124.000000000000, -0.20000,
Horizontal Scale,2.500000e+01,,,-123.900000000000, -0.20000,
Pt Fmt,Y,,,-123.800000000000, -0.20000,
Yzero,0.000000e+00,,,-123.700000000000, -0.40000,
Probe Atten,1.000000e+00,,,-123.600000000000, -0.40000,
Firmware Version,FV:v6.08,,,-123.500000000000, -0.20000,
,,,-0123.400000000000, -0.20000,
,,,-0123.300000000000, -0.20000,
,,,-0123.200000000000, -0.20000,
,,,-0123.100000000000, -0.20000,
,,,-0123.000000000000, -0.20000,
,,,-0122.900000000000, -0.20000,
,,,-0122.800000000000, -0.20000,
,,,-0122.700000000000, -0.20000,

```

Рис. 2. Пример текстового файла, записанного осциллографом Tektronix

Кажущийся хаос цифр и знаков, особенно в первых строках файла, связан с тем, что в строке предполагается 5 записей, а в некоторых строках их меньше (напомним, что каждую позицию в строке отделяет запятая). Первые строки файла являются информационными и содержат сведения о настройках осциллографа, а собственно экспериментальные данные начинаются с 16 строки. Для обработки этих данных в Excel необходимо войти в меню **Файл**, выбрать команду **Открыть** и в окне диалога в пункте **Тип файла** установить тип **Все файлы (*.*)**. После этого необходимо найти требуемый файл и нажать кнопку **Открыть**. В версии MS Excel 2003 считанные таким образом данные помещаются в первую ячейку каждой строки. Для того, чтобы разделить их по столбцам необходимо выделить все необходимые данные и в пункте меню **Данные** выбрать пункт меню **Текст по столбцам**. После очевидных действий с помощью мастера считывания текста таблица становится читаемой с данными, распределенными по столбцам. Далее с ними можно работать. Если MS Excel настроен на работу с русским форматом записи числовых данных, то может оказаться, что часть дан-

ных будет прижата к левому краю ячеек, а часть – к правому. Необходимо в этом случае заменить во всех ячейках разделитель целой и дробной частей «точку» на «запятую». Признаком того, что введенные в ячейку цифры воспринимаются как число, а не как текст, является их расположение в правой части ячейки. После таких преобразований можно сохранить переписанные данные под своим именем, не забыв сменить в диалоговом окне сохранения тип файла на Книга Microsoft Excel (*.xls).

2.3.3. Считывание текстового файла с данными в Matlab

Для считывания файла с данными, разделенными запятыми, в Matlab имеется функция **CSVREAD('NameFile',row, col, range)**. В отличие от Excel, Matlab читает только цифровые данные, поэтому если в начале имеются строки с текстовой информацией, то их надо либо заранее исключить с помощью текстового редактора, либо задать номер строки (row) и номер столбца (col), с которого надо начинать считывание. Для примера, приведенного выше, это row=17 и col=0 (эта программа начинает счет строк и столбцов с нуля). Если необходимо считать не всю таблицу, а только ее часть, то можно указать диапазон (параметр range). Этот параметр задается (в случае его использования) в виде [R1 C1 R2 C2], где R1 и C1 – координаты левого верхнего угла диапазона, а R2 и C2 – правого нижнего угла диапазона. Вызов этой функции имеет вид

```
M = csvread(filename, row, col, range);
```

Массив с результатами заносится в матрицу M. Если файл с экспериментальными данными в качестве разделителя содержит другой символ – например, пробел или «;», то можно использовать аналогичную процедуру **DLMREAD(NameFile,delimiter, range)**, где **delimiter** – символ-разделитель. Кроме считывания данных с помощью описанных и подобных им функций, в Matlab, как и в других подобных пакетах имеются методы считывания данных с помощью мастера считывания данных. Подробнее об этой и подобных ей функциях можно подробнее прочитать в руководстве по системе Matlab.

2.3.4. Считывание текстового файла с данными в MathCad

В MathCad существует несколько процедур для считывания файлов, причем MathCad, как и другие подобные программы, может считывать файлы разных форматов (например, файлы в формате Excel или формате Matlab). Мы же ограничимся методами считывания текстовых файлов с данными, разделенными запятыми. Для считывания таких данных в MathCad имеется функция **READPRN("NameFile")**. Если файл содержит не только числовые данные, эта процедура считывает только числа, которые встречаются в соответствующих строках. Обращение к нему имеет вид

C:=READPRN("NameFile").

Пустые позиции в файле заменяются нулями.

2.3.5. Сглаживание экспериментальных данных

Большой объем данных, которые позволяет получить современная цифровая регистрирующая аппаратура, ставит перед экспериментатором еще одну задачу – усреднение и/или сглаживание полученных данных. Типичный вид экспериментальной зависимости, полученной после воспроизведения на экране файла данных, записанных с цифрового осциллографа, и сами цифровые данные, показаны на рис. 3.

Как видно из рисунка, полученные данные содержат большую шумовую составляющую на тех участках осциллограммы, которые расположены вблизи нуля. В зависимости от поставленной задачи это может быть либо существенным для дальнейшей обработки, либо не играть никакой роли. В данном конкретном случае требовалось определить точку пересечения этих участков с осью абсцисс, т.е. определить точку перехода через ноль. Ясно, что в своем первоначальном виде эти данные не пригодны для такой обработки, поскольку на участке нарастания напряжения экспериментальная кривая «пересекает» ось абсцисс несколько раз.

Для сглаживания этих данных использовался один из вариантов метода скользящего среднего, известный в литературе под именем алгоритма «Савицкого-Голла» [17]. Этот алгоритм описан в книге [18] и реализован в качестве стандартных функций во многих при-

ложениях, например, в Matlab и Origin. Например, после обработки приведенной выше осциллограммы с помощью функции **smooth(y, 'sgolay', degree)** точка пересечения осциллограммы с нулем определяется однозначно.

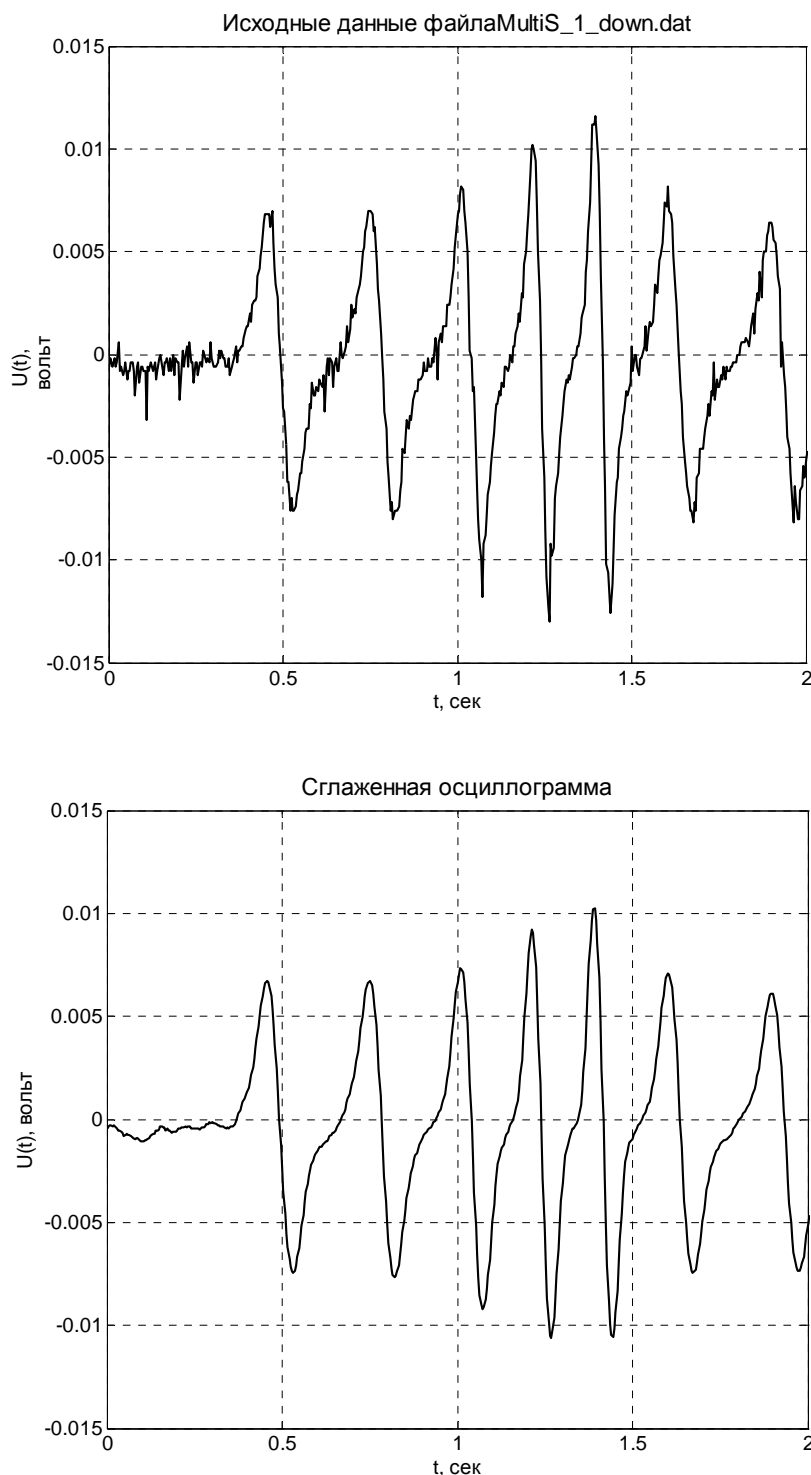


Рис. 3. Исходные экспериментальные данные: (вверху) и сглаженные методом скользящего среднего (внизу)

Задачи, подобные этой возникают также при необходимости вычислить производную от экспериментальных данных – и в этом случае сглаживание необходимо. Процедура сглаживания **smooth** может использоваться вместе с различными методами сглаживания (метод скользящего среднего, метод линейной аппроксимации по нескольким точкам и т.д.). Могут использоваться процедуры сглаживания типа свертки с различными ядрами.

Аналогичные процедуры сглаживания имеются в Mathcad (**ksmooth(vx,vy,b)** – сглаживание данных с гауссовым ядром, **supsmooth(vx,vy)** – кусочное сглаживание с использованием ближайших соседей). Существует еще проблема сглаживания данных с выбросами. Как правило, такие данные сглаживаются с помощью медианного фильтра. В Mathcad такая процедура называется **medsmooth(vy,n)**, а в MatLab это процедура **medfilt1(x,n)** и **medfilt2(x,n)** для сглаживания изображений.

2.3.6. Правила обработки прямого многократного измерения

Для определения статистических параметров измеренной величины, как правило, ограничиваются 2-3 статистическими параметрами. Иногда для более полного статистического параметра приходится вычислять и другие параметры. Далее в табл. 3 приведены функции, которые могут понадобиться для проведения статистического анализа полученных результатов.

Таблица 3. Вычисление статистических параметров

Действие	Формула	MS Excel	MatLab	MathCad
Вычислить среднее	$\bar{X} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i$	СРЗНАЧ	mean(X)	mean(X)
Вычислить оценку дисперсии	$\hat{\sigma}^2 = s_n^2 = \frac{\sum (X_i - \bar{X})^2}{(n-1)}$	ДИСП	var(X)	Var(X)
Вычислить стандартное отклонение	$\hat{\sigma} = s_n = \sqrt{\frac{\sum (X_i - \bar{X})^2}{(n-1)}}$	СТАНДОТКЛОН	std(X)	Std(X)

Вычислить стандартную ошибку	$s_x = \frac{s_n}{\sqrt{n}}$	Вычислить по формуле	Вычислить по формуле	Вычислить по формуле
Вычислить параметры Стьюдента	$\Delta X = s_x t(P, \nu)$	СТЬЮД- РАСПОБР	$\text{tinv}(p, \nu)$	$\text{Qt}(p, d)$

Формула в последней строке таблицы позволяет определить доверительный интервал для среднего значения измеренной переменной при выбранной доверительной вероятности P .

Следует еще обратить внимание на то, что при вычислении какой-либо величины, при соответствующих настройках программы, можно получить чрезмерно большое количество знаков. Например, если результат вычислений выглядит следующим образом $340,29774 \pm 0,75634$, то, очевидно, что корректная запись этой величины должна быть $340,3 \pm 0,8$.

2.3.7. Метод наименьших квадратов

2.3.7.1. Основы метода наименьших квадратов

В предыдущем разделе мы рассмотрели вопрос о статистической обработке результатов измерения некоторой величины, которую мы обозначим здесь буквой y , при фиксированных условиях эксперимента (например, определение сопротивления отрезка провода многократным измерением напряжения и тока при неизменных условиях). Точность полученного значения \bar{y} характеризуется величиной стандартной ошибки, определяемой в результате многократных измерений. Более надежным способом определения сопротивления является многократное измерение напряжения при различных токах. Тогда зависимость напряжения от тока описывается линейной функцией вида

$$y = a + bx, \quad (7)$$

где a и b — постоянные, которые необходимо определить. Хотя в теоретической зависимости напряжения от тока коэффициент a

равен нулю, но при обработке экспериментальных данных не стоит им пренебрегать заранее, о чем далее будет сказано подробнее.

Следует обратить внимание на то, что когда говорят о линейной аппроксимации, то речь идет о линейности по коэффициентам a и b . Это может быть, например, зависимость вида $y = a + b \sin(x)$ или $y = a + b\sqrt{x}$.

Пусть при нескольких значениях x_i измерены средние значения величины y_i и ее погрешность (эти погрешности показаны на рисунке вертикальными линиями с горизонтальными ограничителями). Значения y_i могут быть представлены точками на графике (см. рис. 4). Теперь можно задать вопрос, как, используя эти данные, определить параметры a и b прямой, которая наилучшим образом проходила бы через экспериментальные точки.

Имеется стандартный метод решения такой задачи, называемый методом наименьших квадратов, который является частным примером применения метода максимального правдоподобия (см., например, [19]).

Разумно предположить, что наилучшим приближением к “истинной” кривой будет такая прямая, для которой сумма

$$S = \sum_{i=1}^n (y_i - bx_i - a)^2 \quad (8)$$

минимальна. Здесь выражение в скобках — расстояние i -й экспериментальной точки от прямой с параметрами a и b .

Приравняв нулю производную по варьируемому параметру, получаем систему уравнений, которой должны удовлетворять искомые значения параметров:

$$\frac{\partial S}{\partial b} = \sum_{i=1}^n (-2x_i)(y_i - bx_i - a) = 0, \quad (9)$$

$$\frac{\partial S}{\partial a} = \sum_{i=1}^n (-2)(y_i - bx_i - a) = 0. \quad (10)$$

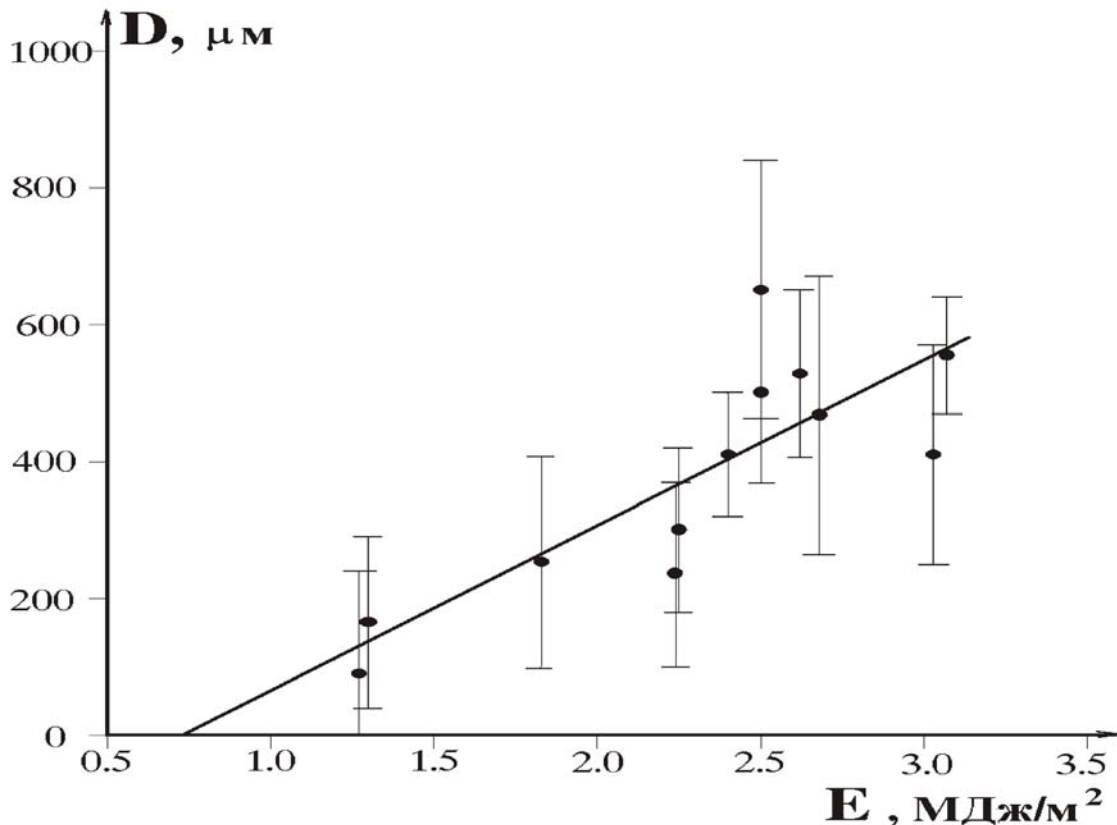


Рис. 4. Аппроксимация методом наименьших квадратов экспериментальной зависимости глубины кратера в металлическом образце от локальной плотности энергии импульсного электронного пучка

Просуммировав и обратив внимание, что $\sum x_i/n$ и $\sum y_i/n$ есть просто \bar{x} и \bar{y} координаты «центра тяжести» экспериментальных точек, получим

$$b \sum x_i^2 + a \sum x_i = \sum x_i y_i, \quad (11)$$

$$b\bar{x} + a = \bar{y}. \quad (12)$$

Решая систему уравнений (11 – 12), получим

$$a = \bar{y} - b\bar{x}, \quad (13)$$

а значение b вычисляется по формуле:

$$b = \frac{\sum x_i y_i - \bar{y} \sum x_i}{\sum x_i^2 - \bar{x} \sum x_i} = \frac{\overline{xy} - \bar{x} \cdot \bar{y}}{\overline{x^2} - \bar{x}^2}. \quad (14)$$

Таким образом, мы получим аналитическое выражение для прямой, наилучшим образом аппроксимирующее экспериментальные точки. Поскольку число точек конечно, прямая, полученная из другой серии измерений, будет идти несколько по-другому. Используя значения s_{y_i} для точек y_i , вычислить среднеквадратичную ошибку для параметров b и a и представить окончательный ответ в виде

$$y = (b \pm \Delta b)x + (a \pm \Delta a), \quad (15)$$

где
$$(\Delta b)^2 = \frac{\sum (y_i - bx_i - c)^2}{(n-2) \sum (x_i^2 - n\bar{x}^2)}, \quad (16)$$

$$(\Delta a)^2 = \left(\frac{\sum (x_i^2 - n\bar{x}^2)}{n} + \bar{x}^2 \right) \cdot (\Delta b)^2. \quad (17)$$

Подробнее о способе вычисления Δb и Δa см. [4].

При обработке данных по методу наименьших квадратов возникает много «подводных» камней, которые мы здесь не разбираем. Тем не менее, один вопрос стоит обсудить. Речь идет об аппроксимации экспериментальных данных прямой, проходящей через начало координат.

Зачастую из теории ясно, что аппроксимируемая зависимость должна проходить через начало координат, т.е. $a = 0$. Это, например, имеет место при измерении зависимости тока от напряжения для проводников, подчиняющихся закону Ома. Тем не менее, при обработке таких данных нельзя использовать зависимость вида $y = bx$, поскольку это эквивалентно добавлению несуществующих экспериментальных точек к реально измеренному набору данных. Более того, аппроксимация экспериментальных данных зависимостью вида (7) позволяет определить систематическую погрешность, которая присутствует в измерениях. Если величина a не равна нулю и «нуль» не попадает внутрь диапазона погрешности $\pm \Delta a$, то следует сделать вывод, что либо принятая модель (т.е., что $y = bx$) неверна, либо погрешность проведенных экспериментов (например, неучтенная систематическая погрешность) больше статистической и невозможно с требуемой точностью определить величину b .

Для более аккуратного определения величины b необходимо, как правило, расширить диапазон изменения x_i в эксперименте,

если же это не улучшает ситуацию, то необходимо проверить, нет ли других источников систематической ошибки.

2.3.7.2. Определение коэффициентов линейной регрессии с помощью MS Excel

В Excel коэффициенты уравнения линейной регрессии удобнее всего определять с помощью построения соответствующего графика. Выделите в таблице с экспериментальными данными столбцы (или строки) со значениями аппроксимируемых y и x . Постройте графическую зависимость $y(x)$ используя тип диаграммы **Точечная**, вид точечной диаграммы 1-я. В созданной диаграмме выделите ряд данных, щелкнув один раз левой кнопкой мыши по одной из точек ряда. Вызовите правой кнопкой мыши контекстное меню и выберите команду **Добавить линию тренда**. В открывшемся диалоговом окне на вкладке **Тип** выберите **Линейная**, а на вкладке **Параметры** включите флажки **Показывать уравнение на диаграмме** и Поместить на диаграмму величину достоверности аппроксимации. Счетчик **Прогноз назад** или **Прогноз вперед** можно использовать для определения пересечения прямой с осью X . Коэффициенты уравнения линейной регрессии будут выведены на график.

Для нахождения коэффициентов уравнения линейной регрессии можно также воспользоваться функцией **ЛИНЕЙН**. Особенность этой функции заключается в том, что результатом ее работы является не одно число, а массив чисел. Помимо величин a и b эта функция может вычислить и другие статистические характеристики. Желающие могут познакомиться с этой и другими функциями статистического анализа с помощью справочной системы Excel.

2.3.7.3. Определение коэффициентов линейной регрессии с помощью Matlab

Параметры линейной регрессии методом наименьших квадратов можно найти, введя в Matlab исходные данные и, записав коэффициенты системы уравнений (11 – 12), решить эту систему уравнений средствами Matlab, обратив соответствующую матрицу. Зачастую матрица оказывается плохо определенной, и такой путь приводит к

плохим результатам. Гораздо проще решить эту задачу, используя встроенную функцию $\text{polyfit}(y,x,n)$, которая находит коэффициенты полиномиальной аппроксимации. Поскольку нас интересует линейная аппроксимация, то $n=1$. Тогда обращение к этой функции имеет вид $A=\text{polyfit}(y,x,1)$, A – это вектор, причем $A(1)=b$, а $A(2)=a$.

2.3.7.4. Определение коэффициентов линейной регрессии с помощью Matcad

Параметры линейной регрессии можно получить в Mathcad с помощью функции $\text{line}(X,Y)$. Обратившись к этой функции в виде $V:=\text{line}(X,Y)$ получим в результате вектор V такой, что $V(1)=a$, $V(2)=b$. Существуют еще две функции, которые позволяют найти отдельно свободный член a в уравнении регрессии и угол наклона прямой b . Это функции $a:=\text{intercept}(X,Y)$, $b:=\text{slope}(X,Y)$. Ни в одном из пакетов нам не удалось найти готовых функций для оценки погрешностей коэффициентов. Их придется определять самостоятельно по известным формулам, либо воспользоваться пакетом графической обработки данных Origin, в котором эта возможность существует для большого набора функциональных зависимостей.

2.4. Справочные таблицы

Таблица П1. **Физические постоянные**

Скорость света	$c=2,997 \cdot 10^{10}$ см/с
Постоянная тонкой структуры	$\alpha = e^2 / \hbar c = 1 / 137$
Постоянная Планка	$h=6,63 \cdot 10^{-27}$ эрг/с; $\hbar = h / 2\pi$
Число Авогадро	$N=6,02 \cdot 10^{23}$ моль ⁻¹
Атомная единица массы	а.е.м. = $1,66 \cdot 10^{-24}$ г
Масса покоя электрона	$m=9,11 \cdot 10^{-28}$
Заряд электрона	$e = 4,80 \cdot 10^{-10}$ СГС
Постоянная Ридберга	$Ry = me^4 / 4\pi\hbar^3 c = 1,097 \cdot 10^5$ см ⁻¹ = 13,61 эВ
Боровский радиус	$a_0 = \alpha / 4\pi Ry = 5,29 \cdot 10^{-9}$ см
Классический радиус электрона	$r_0 = \alpha^3 / 4\pi Ry = 2,82 \cdot 10^{-13}$ см
Комптоновская длина волны	$\lambda_c = h / m_e c = 2,43 \cdot 10^{-10}$ см
Газовая постоянная	$R_0 = 8,31 \cdot 10^7$ эрг/(моль/К)
Постоянная Больцмана	$k = R_0 / N = 1,38 \cdot 10^{-16}$ эрг/К
Постоянная Стефана-Больцмана	$\sigma = \pi^2 k^4 / 60 \hbar^3 c^2 =$ $5,67 \cdot 10^{-5}$ эрг/(с·см ² ·К ⁴)

Таблица П2. **Полезные соотношения**Энергии $W = 1 \text{ эВ} = 1.60 \cdot 10^{-12} \text{ эрг}$ соответствуют

Температура $T = W / k$ К	11610 К
Частота $\nu = W / h$	$2,418 \cdot 10^{14} \text{ с}^{-1}$
Длина волны $\lambda = hc / W$	$1,240 \cdot 10^{-4} \text{ см}$
Волновое число $\bar{\nu} = W / hc$	$8\,065 \text{ см}^{-1}$

Соотношения между единицами измерений

Заряд	$1 \text{ Кл} = 3 \cdot 10^9 \text{ СГС} = 6,25 \cdot 10^{18} \text{ элементарных зарядов} = 9 \cdot 10^{11} \text{ В} \cdot \text{см}$
Заряд электрона	$1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Кл} = 1,44 \cdot 10^{-7} \text{ В} \cdot \text{см}$ (в формуле $E = e / r^2$)
Ток	$1 \text{ А} = 1 \text{ Кл} \cdot \text{с} = 3 \cdot 10^9 \text{ СГС} = 6,25 \cdot 10^{18} \text{ элементарных зарядов, } c = 9 \cdot 10^{11} \text{ В} \cdot \text{см/с}$
Напряжение	$1 \text{ В} = 1/300 \text{ СГС}$
Сопротивление	$1 \text{ Ом} = 1/(9 \cdot 10^{11}) \text{ СГС [с/см]} = 1 \cdot (30 \cdot c);$ $(1/c) = 30 \text{ Ом}$
Емкость	$1 \text{ Ф} = 9 \cdot 10^{11} \text{ см}; 1 \text{ пФ} = 0,9 \text{ см}$
Индуктивность	$1 \text{ Гн} = 1 \cdot 10^9 \text{ см}; 1 \text{ мкГн} = 1\,000 \text{ см}$

Таблица ПЗ.

Удельное сопротивление ρ и температурный коэффициент сопротивления α металлов при 20 °С

Металл	ρ , Ом · мм ² / м	α , град ⁻¹
Алюминий	0,028	0,0049
Медь	0,0175	0,0039
Латунь	0,025 – 0,06	0,002 – 0,007
Железо	0,098	0,0062
Титан	0,55	0,0035

Примечания. 1. Указанные в таблице значения являются средними. Их величина зависит от степени чистоты, термообработки и т. д.

2. Температурным коэффициентом сопротивления называется отношение относительного изменения сопротивления к изменению температуры $\alpha = \Delta\rho / \rho\Delta T$. Таким образом, $\rho = \rho_0[1 + \alpha(t - 20)]$, где t – температура в градусах Цельсия.

Таблица П4

Диэлектрическая проницаемость ϵ жидкостей при 20 °С

Вещество	ϵ	Вещество	ϵ
Силиконовое	2,2 –	Глицерин	56,2
масло	2,8	Вода дистил-	
Ацетон	21,4	лированная	80
Этиловый спирт	25,0		

Таблица П5

Свойства сегнетоэлектрических кристаллов (точка Кюри T_K , спонтанная поляризация P_s , диэлектрическая проницаемость ϵ)

Кристалл	T_K К	P_s (СГС)	$\epsilon_{\text{макс}}$
Сегнетова	297 –	800	~ 9 000
соль	255	48 000	~ 10 ⁴
Титанат ба- рия	391		

Примечание. Для некоторых сегнетоэлектриков их свойства проявляются в определенной области температур. В этих случаях указываются верхнее и нижнее значения температуры Кюри.

Таблица П6

Свойства сегнетокерамики для варикондов (T_K – температура Кюри, ε_n – начальная диэлектрическая проницаемость в слабом переменном поле $\sim 2 - 5$ кВ / м, $\operatorname{tg}\delta$ – тангенс угла диэлектрических потерь)

Материал	T_K , °C	ε_n , при 20 °C	$\operatorname{tg}\delta$ при 20 °C
ВК – 1	75	2 300 – 2 500	0,02
ВК – 2	75	2 000 – 2 500	0,01
ВК – 3	25	10 000 – 20 000	0,03
ВК – 4	105	1 800 – 2 000	0,015
ВК – 5	25	2 000 – 3 000	0,01
ВК – 6	200	400 – 500	0,03

Таблица П7

Подвижность положительных u_+ и отрицательных u_- ионов в газах (при 760 мм рт. ст. и 20 °C)

Газ	u_+ , см ² / (В · с)	u_- , см ² / (В · с)
Азот	2,7	–
Кислород	1,29	1,79
Углекислый газ	0,84	0,87
Воздух сухой	1,4	1,9
Воздух, насыщенный парами воды	1,4	2,1

Примечания. 1. Подвижность ионов в сильной степени зависит от чистоты газа, поэтому приведенные в таблице значения следует рассматривать как ориентировочные.

2. Подвижность ионов изменяется обратно пропорционально плотности газа; при постоянной температуре подвижность изменяется обратно пропорционально давлению.

Таблица П8

Подвижность u ионов в водных растворах при 18 °С

Катионы	u , см ² / (В · с)	Анионы	u , см ² / (В · с)
H ⁺	0,003263	ОН ⁻	0,00180
K ⁺	0,000669	NO ₃ ⁻	0,00062
Na ⁺	0,000450	MnO ₄ ⁻	0,00053

Примечание. При повышении температуры на 1 °С подвижности ионов возрастают примерно на 2 %.

Таблица П9

Эмиссионные постоянные металлов в поликристаллическом состоянии

Элемент	φ , эВ	A', А / (см · град) ²	Элемент	φ , эВ	A', А / (см · град) ²
Вольфрам	4,54	60 – 100	Никель	4,84	30
Железо	4,36	26	Платина	5,29	32
Медь	4,47	65	Торий	3,41	70
Молибден	4,37	115	Цезий	1,89	160

Примечание. Работа выхода сильно зависит от чистоты поверхностей и от примесей. Приведенные данные относятся к чистым образцам.

Таблица П10

Эмиссионные постоянные пленок на металлах

Металл	Пленка	φ , эВ	A' , А / (см · град) ²
Вольфрам	Барий Ва	1,56	1,5
«	Торий Th	2,63	3,0
«	Двуокись тория ThO ₂	2,5	

Таблица П11

Работа выхода φ тугоплавких соединений переходных металлов с неметаллами

Металл	φ , эВ	φ , эВ, для соединений		
		бориды (WB ₂)	карбиды (W ₂ C)	Силициды (WSi ₂)
Вольфрам	4,54	2,62	2,6 – 4,6	4,04 – 4,62

Таблица П112

Потенциалы ионизации φ атомов и молекул

Газ	φ , В	Газ	φ , В	Газ	φ , В
Н	13,5	О	13,5	He	24,5
H ₂	15,4	O ₂	12,2	Ne	21,5
N	14,5	CO	14,1	Ar	15,7
N ₂	15,8	CO ₂	13,7	Kr	13,9
				Xe	12,8

Таблица П13

Резонансные $\varphi_{\text{рез}}$ и метастабильные $\varphi_{\text{мет}}$ потенциалы

Газ	$\varphi_{\text{рез}}, \text{В}$		$\varphi_{\text{мет}}, \text{В}$	
He	21,2		19,8	20,7
Ne	16,7	16,8	16,6	16,7
Ar	11,65; 11,8; 13,1 – 13,4		11,55; 11,7; 12,9 – 13,25	
Kr	10,0	10,6	9,9	10,5
Xe	8,5	9,6	8,3	9,4
H	10,2		–	
H ₂	11,2	12,2	–	
N	10,2		–	
N ₂	6,1		6,2	

Таблица П14

Свойства полупроводников (E_g – ширина запрещенной зоны, m^* – эффективные массы, u_- , u_+ – подвижности электронов и дырок, σ_l – электропроводность при $T = 300 \text{ К}$)

Кристалл	$E_g(\text{эВ})$	$\frac{m_n^*}{m_0}$	$\frac{m_p^*}{m_0}$	$\frac{u_-}{\text{см}^2 / (\text{В с})}$	$\frac{u_+}{\text{см}^2 / (\text{В с})}$	$\frac{\sigma_l}{(\text{Ом} \cdot \text{см})^{-1}}$
Кремний (Si)	1.14	0.26	0.49	1 300	500	$5 \cdot 10^{-6}$
Германий (Ge)						
Антимонид индия (InSb)	0.67	0.12	0.3	3 900	1 900	$2 \cdot 10^{-2}$
	0.18	0,013	0.5	77 000	750	$2 \cdot 10^2$

Таблица П15

Магнитные свойства электротехнических сталей

Марка стали	$\mu_{\text{нач}},$ гс/э	$\mu_{\text{макс}},$ гс/э	$H_c,$ э	B (при 25 э) гс
Э 31	250	5 500	0,55	14 600
Э 41	300	6 000	0,45	14 600
Э 42	400	7 500	0,4	14 500
Э 45	600	10 000	0,25	14 600

Таблица П16

Магнитное поле B и потери на гистерезис в ферромагнетиках

Материалы	Индукция B (Гс) для H (Э)					Потери на гистерезис в 1 см^3 , эрг
	0,1	0,5	2,0	10,0	500	
Сталь мягкая (0,1 % С)	30	300	6 000	14	21	5 000
Сталь листовая	40	400	9 000	000 14 500	000 21 000	2 500

Таблица П17

Молярная магнитная восприимчивость χ_A некоторых элементов при комнатной температуре

Диамагнетики			Парамагнетики		
	$\chi_A \cdot 10^6$ см ³ / моль			$\chi_A \cdot 10^6$ см ³ / моль	
Неон He	− 2		Алюминий Al	16	
Кремний Si	− 4		Калий K	22	
Медь Cu	− 6		Титан Ti	150	
Германий Ge	− 9		Платина Pt	156	
Индий In	− 13		Вольфрам W	41	
Ксенон Xe	− 42		Марганец Mn	490	
Ртуть Hg	− 34		Цирконий Zr	120	
Висмут Bi	− 280		Кислород O	1 700	

Таблица П18

Критические значения показателей степени γ и β в законе Кюри–Вейсса и температура Кюри T_K , для некоторых ферромагнетиков

Вещество	γ	β	T_K , К
Fe	1,33	0,34	1 043
Ni	1,35	0,42	627,2
Gd	1,3	–	292,5
CrO ₂	1,63	–	386,5
CrBr ₃	1,215	0,368	32,56
EuS	–	0,33	16,50

Таблица П19

Длины волн видимой части спектра

Цвет	Границы, нм	Цвет	Границы, нм
Фиолетовый	380 – 4 00	Желто-зеленый	550 – 575
Синий	450 – 4 80	Желтый	575 – 585
Голубой	480 – 5 10	Оранжевый	585 – 620
Зеленый	510 – 5 50	Красный	620 – 700

3. ЛАБОРАТОРНЫЕ РАБОТЫ

3.1. ЭЛЕКТРОСТАТИКА

3.1.1. История

Изучение явлений электричества и магнетизма принято начинать с явлений электростатики. Явления, связанные с данным разделом, и по сей день являются актуальными и используются во множестве окружающих нас предметах быта. Так большинство телевизоров и мониторов на основе электроннолучевых трубок используют ускорение электронов до нескольких десятков киловольт в электростатических ускоряющих секциях, а в лазерных принтерах используется эффект локальной электризации бумаги с помощью мощного светового луча с последующим нанесением порошковой краски и запеканием.

Природные электростатические явления известны очень давно - еще в VI веке до н. э. древнегреческий философ Фалес Милетский писал, что ткачи заметили удивительную особенность янтаря (из этой окаменевшей смолы в те времена изготавливали веретена для пряжи), если его потереть шерстяной тканью, то он приобретает способность притягивать соломинки, пушинки и другие легкие предметы. Именно от греческого слова $\eta\lambda\epsilon\kappa\tau\rho\nu$, означавшего «янтарь», и был впоследствии образован термин «электричество». Этот термин был введен в конце XV века придворным медиком английской королевы Елизаветы I Уильямом Гильбертом, который обнаружил, что способность электризоваться присуща и многим другим веществам.

В древности были известны и некоторые другие электрические явления. Особого упоминания заслуживает самое мощное природное явление электрической природы – молния. Так, издавна было замечено, что молния ударяет преимущественно в предметы, которые возвышаются над окружающей местностью. Еще много сотен лет до нашей эры этот факт был использован в Египте, где при раскопках на стенах разрушенных храмов были найдены надписи, го-

ворящие, что высокие столбы, заостренные сверху и установленные вокруг храма, служат для защиты от «небесного огня».

Первая книга, специально посвященная сведениям об электричестве (эта книга была написана аббатом Нолле) вышла из печати в уже 1747 г. Однако, непротиворечивая теория, описывающая электрические явления была создана только в 1855-1865 гг. Максвеллом. Уравнения, выведенные Максвеллом, поныне являются основой учения об электричестве и магнетизме - основой классической электродинамики.

3.1.2. Проводники в электрическом поле

Под действием внешнего электростатического поля заряды в проводнике (электроны проводимости в металлическом проводнике) перераспределяются таким образом, что напряженность результирующего поля в любой точке внутри проводника равна нулю ($E = 0$). Во всех точках его поверхности $E = E_n \neq 0$ и $E_\tau = 0$, где E_n и E_τ – соответственно нормальная и касательная составляющие вектора электрического поля. Весь объем проводника является эквипотенциальным: во всех точках внутри проводника потенциал φ одинаков. Поверхность проводника также эквипотенциальна. В заряженном проводнике uncompensated электрические заряды располагаются только на его поверхности.

Векторы электрического поля в однородном и изотропном диэлектрике на поверхности заряженного проводника (вне его) связаны с поверхностной плотностью зарядов σ выражениями

$$D = \sigma \quad (\text{СИ}), \quad (18)$$

$$E = \frac{\sigma}{\varepsilon \varepsilon_0} \quad (\text{СИ}), \quad (19)$$

$$D = 4\pi\sigma \quad (\text{СГС}), \quad (18a)$$

$$E = \frac{4\pi\sigma}{\varepsilon} \quad (\text{СГС}), \quad (19a)$$

где $\varepsilon_0 = 8.854 \cdot 10^{-12}$ Ф/м – электрическая постоянная, ε – относительная диэлектрическая проницаемость пространства, окружающего проводник.

В проводниках электричество в состоянии равновесия распределяется по наружной поверхности. Если наэлектризованный проводник имеет шарообразную форму и удален от других наэлектризованных тел, то поверхностная плотность для всех точек его сферической поверхности будет одинакова. В случае проводника удлиненной формы наибольшая плотность оказывается на его концах, а наименьшая – в середине. Какова бы ни была форма наэлектризованного проводника, наибольшая плотность электричества всегда оказывается в местах наибольшей выпуклости поверхности проводника: на ребрах и остриях. Это объясняется тем, что заряды, взаимно отталкиваясь, стремятся занять положения наибольшей удаленности друг от друга, и, таким образом, значительная часть общего заряда проводника оказывается вытесненной на выступающие наружу части поверхности. На поверхностях внутренних полостей в проводниках $\sigma = 0$. Многократная передача зарядов полую проводнику повышает его потенциал до величин, ограничиваемых стеканием зарядов с проводника.

На элемент dS поверхности заряженного проводника действует сила $d\mathbf{F}$, направленная в сторону внешней нормали к поверхности проводника. Если проводник находится в вакууме, то

$$dF = \frac{\sigma^2 dS}{2\varepsilon_0} = \frac{\varepsilon_0 E^2 dS}{2} \quad (\text{СИ}), \quad (20)$$

$$dF = 2\pi\sigma^2 dS = \frac{E^2 dS}{8\pi} \quad (\text{СГС}), \quad 20a)$$

где E – электрическое поле у поверхности проводника. Если проводник находится в однородном жидком или газообразном диэлектрике, то благодаря явлению электрострикции сила dF в ε раз меньше, чем в вакууме:

$$dF = \frac{\sigma^2 dS}{2\varepsilon_0\varepsilon} = \frac{\varepsilon_0\varepsilon E^2 dS}{2} \quad (\text{СИ}), \quad (21)$$

$$dF = \frac{2\pi\sigma^2 dS}{\varepsilon} = \frac{\varepsilon E^2 dS}{8\pi} \quad (\text{СГС}). \quad (21a)$$

Давление p на поверхность заряженного проводника, вызванное этой силой, равно:

$$p = \frac{dF}{dS} = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon E^2}{2} \quad (\text{СИ}), \quad (22)$$

$$p = \frac{dF}{dS} = \frac{\varepsilon E^2}{8\pi} \quad (\text{СГС}). \quad (22a)$$

Силы F притяжения, действующие на разноименно заряженные обкладки плоского конденсатора, разделенные твердым диэлектриком, такие же, как и в том случае, когда между обкладками находится вакуум:

$$F = \frac{\sigma^2 S}{2\varepsilon_0} \quad (\text{СИ}), \quad (23)$$

$$F = 2\pi\sigma^2 S \quad (\text{СГС}), \quad (23a)$$

где S – площадь обкладки, σ – поверхностная плотность свободных зарядов на обкладках.

Если пространство между пластинами заполнено однородным жидким или газообразным диэлектриком, то

$$F = \frac{\sigma^2 S}{2\varepsilon\varepsilon_0} = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon E^2 S}{2} \quad (\text{СИ}), \quad (24)$$

$$F = 2\pi\sigma^2 S = \frac{\varepsilon E^2 S}{8\pi} \quad (\text{СГС}). \quad (24a)$$

где E – величина поля в конденсаторе.

Электростатической индукцией называется явление, состоящее в электризации незаряженного проводника во внешнем электростатическом поле. Оно заключается в разделении положительных и отрицательных зарядов, имеющих в проводнике в равных количествах. *Наведенные (индуцированные) заряды* исчезают при удале-

нии проводника из электрического поля. При любом способе электризации проводника электрические заряды распределяются на его поверхности, и внутренняя полость в замкнутом проводнике экранируется от внешних электростатических полей.

3.1.3. Емкость

При увеличении заряда q проводника пропорционально возрастает поверхностная плотность зарядов в любой точке его поверхности:

$$\sigma = kq, \quad (25)$$

где k – некоторая функция координат рассматриваемой точки поверхности. Потенциал поля, создаваемого заряженным проводником в однородном и изотропном диэлектрике:

$$\varphi = \frac{1}{4\pi\epsilon_0\epsilon} \oint_s \frac{\sigma dS}{r} = \frac{q}{4\pi\epsilon_0\epsilon} \oint_s \frac{k dS}{r} \quad (\text{СИ}), \quad (26)$$

$$\varphi = \frac{1}{\epsilon} \oint_s \frac{\sigma dS}{r} = \frac{q}{\epsilon} \oint_s \frac{k dS}{r} \quad (\text{СГС}). \quad (26a)$$

Для точек поверхности S проводника интеграл зависит только от ее размеров и формы.

Потенциал φ уединенного заряженного проводника, на который не действуют внешние электростатические поля, пропорционален его заряду q . Величина

$$C = \frac{q}{\varphi} \quad \text{или} \quad C = 4\pi\epsilon\epsilon_0 R, \quad (\text{СИ}) \quad (27)$$

$$C = \epsilon \left(\oint_s \frac{k ds}{r} \right)^{-1} \quad (\text{СГС}) \quad (27a)$$

называется *емкостью* (емкостью) уединенного проводника. Она численно равна заряду, изменяющему потенциал проводника на одну единицу. Емкость проводника зависит от его формы и линейных размеров. Емкость не зависит от материала про-

водника, его агрегатного состояния и прямо пропорциональна относительной диэлектрической проницаемости среды, в которой находится проводник.

Емкость уединенного шара:

$$C = 4\pi\epsilon\epsilon_0 R \quad (\text{СИ}), \quad (28)$$

$$C = \epsilon R \quad (\text{СГС}), \quad (28a)$$

где R – радиус шара, ϵ – относительная диэлектрическая проницаемость окружающей среды, ϵ_0 – электрическая постоянная.

Взаимной электроемкостью двух проводников называется величина, численно равная заряду q , который нужно перенести с одного проводника на другой для того, чтобы изменить разность потенциалов между ними $\varphi_1 - \varphi_2$ на единицу:

$$C = \frac{q}{\varphi_1 - \varphi_2}. \quad (29)$$

Взаимная емкость зависит от формы, размеров и взаимного расположения проводников, а также от относительной диэлектрической проницаемости среды, в которой они находятся.

Конденсатором называется система двух разноименно заряженных равными по абсолютной величине зарядами проводников, имеющих такую форму и расположение друг относительно друга, что поле, создаваемое такой системой, сосредоточено (локализовано) в ограниченной области пространства. Сами проводники называются обкладками конденсатора. Электроемкость конденсатора является взаимной емкостью его обкладок.

Емкость плоского конденсатора:

$$C = \frac{\epsilon\epsilon_0 S}{d} \quad (\text{СИ}), \quad (30)$$

$$C = \frac{\epsilon \cdot S}{4\pi d} \quad (\text{СГС}), \quad (30a)$$

где S – площадь каждой из пластин или меньшей из них, d – расстояние между пластинами.

3.1.4. Диэлектрики в электрическом поле

Диэлектриками называются вещества, не проводящие электрического тока. В них отсутствуют свободные электрические заряды.

По своим электрическим свойствам молекулы диэлектрика эквивалентны электрическим диполям с моментом $p_e = ql$, где q – суммарная величина положительных (или равных им отрицательных) зарядов молекулы, l – расстояние между центрами тяжести положительных и отрицательных зарядов. Если в отсутствие внешнего электрического поля $l = 0$, то диэлектрики называются *неполярными*; если в тех же условиях $l \neq 0$, то диэлектрики называются *полярными*.

В молекулах неполярных диэлектриков (H_2 , N_2 , CCl_4 , углеводороды и др.) центры тяжести положительных и отрицательных зарядов в отсутствие внешнего поля совпадают и дипольный момент молекулы равен нулю. При помещении таких диэлектриков во внешнее электрическое поле происходит деформация молекулы (атома) и возникает индуцированный дипольный электрический момент молекулы (*индуцированный*, или *квазиупругий, диполь*), пропорциональный напряженности поля E :

$$p_e = \varepsilon_0 \alpha E \quad (\text{СИ}), \quad (31)$$

$$p_e = \alpha E \quad (\text{СГС}), \quad (31a)$$

где α – коэффициент *поляризуемости* (*поляризуемость*) молекулы или атома, ε_0 – электрическая постоянная. Тепловое движение молекул неполярных диэлектриков не влияет на возникновение у них дипольных моментов: α не зависит от температуры.

Молекулы полярных диэлектриков (H_2O , NH_3 , HCl , CH_3Cl и др.) имеют постоянный дипольный момент $p_e = \text{const}$, связанный с асимметрией в расположении электронных облаков и ядер этих молекул. Центры тяжести положительных и отрицательных зарядов в таких молекулах не совпадают (находятся на практически постоянном расстоянии l друг от друга – “жесткий” диполь).

На жесткий диполь с электрическим моментом \mathbf{p}_e , помещенный во внешнее однородное электрическое поле \mathbf{E} , действует пара сил с моментом \mathbf{M}

$$\mathbf{M} = [\mathbf{p}_e \times \mathbf{E}], \quad (32)$$

стремящаяся повернуть диполь в направлении вектора напряженности поля.

Для малых полей и изотропного вещества, не обладающего сегнетоэлектрическими свойствами, вектор \mathbf{D} в веществе связан с напряженностью внешнего поля \mathbf{E} соотношением

$$\mathbf{D} = \varepsilon \mathbf{E} \quad (33)$$

где ε - диэлектрическая постоянная вещества. С помощью вектора \mathbf{p} величина \mathbf{D} может быть выражена следующим образом:

$$\mathbf{D} = \mathbf{E} + 4\pi\mathbf{P} \quad (34)$$

Явление электростатической индукции подробно описано в книгах [9, 11, 12, 20].

3.1.5. Условия проведения экспериментов

Для получения правильных результатов в опытах по электростатике необходимо выполнение некоторых условий. Важнейшее из них – сухая поверхность изолирующих частей приборов. При осаждении водяных паров на поверхности эбонита или другого диэлектрика, из которого изготовлены части электростатических приборов (что всегда происходит в сырую или холодную погоду), поверхностное сопротивление диэлектрика сильно уменьшается, и это вызывает быструю утечку электрических зарядов. Поэтому необходимо не допускать высокой влажности в помещении, где проводятся опыты по электростатике. Чтобы устранить утечку электрических зарядов, надо хорошо просушить приборы. При проведении экспериментов необходимо заземление, поэтому экспериментальный стол должен иметь специальную клемму.

Используемые в работе пластины укреплены на изолирующих ручках (подставках). Эти ручки должны быть чистыми, т.к. при их загрязнении изолирующие свойства ручек неконтролируемым образом ухудшаются. При этом искажаются получаемые экспериментальные результаты.

Для удаления случайным образом образовавшегося заряда на пластинах и ручках до начала эксперимента их следует протереть заземленным проводящим материалом.

Для уменьшения электростатических наводок вольтметр следует поместить в экранирующую металлическую коробку [21].

3.2. Лабораторная работа №1.1.

ЭЛЕКТРОСТАТИЧЕСКАЯ ИНДУКЦИЯ

Цель работы – Экспериментальное изучение явлений электростатической индукции.

Проверка законов электростатической индукции. Освоение метода измерения поверхностной плотности заряда.

3.2.1. Эксперимент

Наиболее просто проверять законы электростатической индукции, экспериментируя с проводниками. Если две тонкие одинаковые металлические пластины, прижатые друг к другу плоскостями, внести в однородное поле E конденсатора (см. Рис. 5) так чтобы вектор нормали к пластинам совпал с вектором E , - на боковых плоскостях составной пластины возникнут индуцированные заряды такие, чтобы электрическое поле внутри пластин было равно нулю, поэтому поверхностная плотность зарядов σ определяется соотношением:

$$\sigma = \pm \frac{E}{4\pi} \quad (\text{СГС}) \quad \text{или} \quad \sigma = \pm \epsilon_0 E \quad (\text{СИ}). \quad (35)$$

(Заметим, что суммарный заряд составной пластины равен нулю)

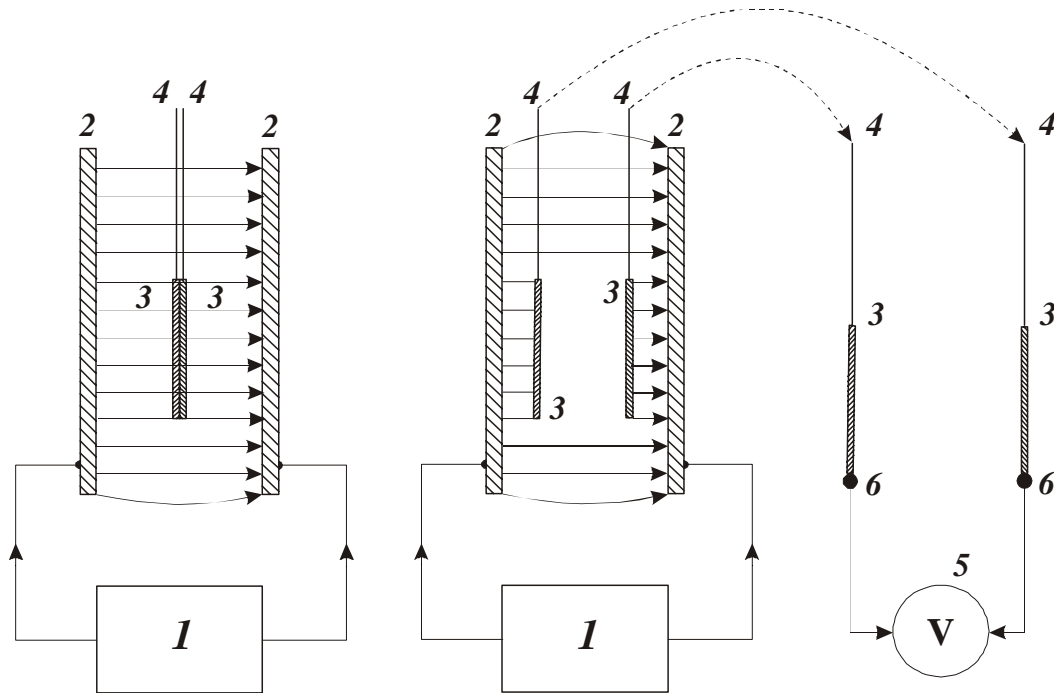


Рис. 5. Схема измерения величины индуцированного заряда: **1** - источник питания с высоким выходным сопротивлением; **2** - пластины конденсатора; **3** - измерительные пластины; **4** - изолирующие ручки; **5** - статический вольтметр; **6** - входные клеммы вольтметра.

Если теперь развести тонкие пластины на небольшое расстояние так, чтобы они не соприкасались, и затем вынести из поля \mathbf{E} , - на каждой пластине останется заряд

$$Q = \sigma S, \quad (36)$$

где S - площадь пластины. Величину этого заряда можно измерить, если прикоснуться вынесенными из поля пластинами к клеммам электростатического вольтметра и измерить напряжение U . Очевидно, что

$$U = \frac{Q}{C_B + C_n}, \quad (37)$$

где C_B и C_n - емкость вольтметра и пластин соответственно. Емкость можно измерить, проведя дополнительно опыт с известной емкостью C_k , присоединенной к входу вольтметра. Измеряя

$$U_1 = \frac{Q}{C_B + C_n} \quad \text{и} \quad U_2 = \frac{Q}{C_B + C_n + C_K}, \quad (38)$$

можно найти Q и $C_B + C_n$.*

Следует отметить, что предложенный в работе метод определения величины наведенного заряда может быть использован для измерения напряженности электростатического поля.

3.2.2. Указания и рекомендации

1. Используемые в работе пластины укреплены на изолирующих ручках. Ручки должны быть чистыми, ибо при загрязнении изолирующие свойства ручек неконтролируемым образом ухудшаются, что искажает экспериментальные результаты.

2. Для удаления случайным образом образовавшегося заряда на пластинах и ручках, перед проведением эксперимента, их следует протереть заземленным проводящим материалом. Или вымыть водой с мылом и дать самостоятельно высохнуть.

3. Во время создания наведенного заряда на пластинах необходимо учитывать, что на краю конденсатора электрическое поле не является однородным. Поэтому, пластины необходимо помещать в центр конденсатора и раздвигать параллельно друг другу.

4. Присоединяемые к клеммам вольтметра пластины имеют собственную и взаимную емкость, зависящую от расположения пластин при прикосновении к клеммам вольтметра. Поэтому для повторяемости эксперимента потенциальный электрод выполнен в

* Очевидно, что можно найти множество других способов нахождения емкости вольтметра и пластин. Например - соединить последовательно известную емкость с вольтметром и подать на эту цепь постоянное напряжение. Напряжение между емкостями поделится обратно пропорционально емкостям. Таким образом, неизвестная емкость будет выражаться как $C_X = \frac{U_{\text{вход}} - U_X}{U_X} \cdot C$, где C_X -

неизвестная емкость, C - известная емкость, $U_{\text{вход}}$ - напряжение, подаваемое на всю цепь, U_X - напряжение на неизвестной емкости (в нашем случае на вольтметре).

виде полый проводящей коробки, т.н. клетки Фарадея. *Присоединение пластины к электроду изнутри, очевидно, будет снимать весь запасенный заряд с пластины.* При снятии заряда с пластины учитывайте то обстоятельство, что электрическое поле все равно “проваливается” вглубь отверстия в полой электроде.

5. Для уменьшения электростатических наводок следует поместить вольтметр в экранирующую металлическую заземленную коробку.

6. Убедитесь, что даже при чистых поверхностях изолирующих ручек, возникает индуцированное напряжение на вольтметре при качании (перекатывании) вашей стопы по полу

7. Учитывая вышеизложенный факт, рекомендуется выполнять работу при заземленных браслетах на руках.

3.2.3. Задания

1. Измерьте время изменения напряжения на вольтметре за счет утечки заряда. Очевидно, что оно будет зависеть от влажности, типа и чистоты поверхности изоляторов вольтметра. При выполнении последующих заданий необходимо учитывать время измерений по сравнению со временем утечек.

2. Благодаря тому, что потенциальный электрод является полым (см. пункт 3, раздела **Указания и рекомендации**) при недостаточном напряжении на вольтметре можно повторять процесс снятия наведенных зарядов с пластины N раз. (На основе данного метода в 1775 г. Александром Вольта был создан первый **электрофор**. Почти через столетие после изобретения электрофора идея этого прибора была развита Гольцем, построившим первые **электрофорные машины**.) При этом напряжение в единичном эксперименте будет в N раз меньше. Проведите измерения и нанесите на график зависимость напряжения на вольтметре, возникающего при снятии с пластин индуцированного заряда, от напряженности поля в конденсаторе (напряжение на конденсаторе 50÷200 В) в двух случаях – без дополнительного конденсатора и с дополнительным конденсатором.

3. По данным пункта 3 постройте график зависимости поверхностной плотности заряда, индуцированного на пластине, от величины напряженности электрического поля в конденсаторе.
4. Нанесите на график теоретическую кривую, соответствующую данному явлению. Объясните возможные расхождения.
5. Оцените погрешности эксперимента, укажите пути их минимизации.

3.2.4. Контрольные вопросы

1. Предложите схему эксперимента для измерения ϵ диэлектрика с помощью использованной в данной работе методики.
2. Если внести в поле конденсатора диэлектрический шар, поле перестанет быть однородным. Оцените возможность измерения индуцированного дипольного момента шара с помощью использованной в работе методики. Как следовало бы изменить площадь и форму пластин, вносимых в поле для измерения дипольного момента шара?
3. Перечислите известные Вам и придумайте новые методы измерения напряженности электростатического поля.

3.3. Лабораторная работа №1.2.

ЭЛЕКТРОСТАТИЧЕСКИЙ ГЕНЕРАТОР

Цель работы – Экспериментальное изучение величины взаимной емкости проводников.

Освоение методов измерения емкости и диэлектрической проницаемости веществ.

3.3.1. Эксперимент

Рассмотрим систему проводников и связанную с ними электрическую схему, показанную на Рис. 6а. Между двумя пластинами 1 и 2 располагается изолятор 3 толщиной Δ и диэлектрической проницаемостью ϵ . Когда пластины располагаются максимально близко друг к другу, т.е. расстояние D почти равно нулю, на пластину 2

подается напряжение U , в результате на потенциальных проводниках системы появится заряд Q , равный:

$$Q = (c_v + c_n + c_{\text{вз}}) \cdot U, \quad (39)$$

где C_v – суммарная емкость вольтметра, соединительных проводов и паразитная емкость пластины 2 на земляные проводники (данная емкость считается неизменной при проведении эксперимента), C_n – емкость пластины 2 относительно бесконечности, $C_{\text{вз}}$ – взаимная емкость пластин. Как легко понять, в идеальном случае, когда расстояние между пластинами приближается к нулю емкость $C_{\text{вз}}$ стремится к величине емкости плоского конденсатора.

При этом подключенный к обеим пластинам вольтметр покажет величину поданного напряжения U_0 . Однако если отключить напряжение от пластины и отвести ее на расстояние D , то взаимная емкость пластин существенно уменьшится, при этом, т.к. полный заряд Q является постоянным, изменится напряжение, измеряемое вольтметром адекватно с изменением емкости системы. Взаимную емкость идеального плоского конденсатора с диэлектрической пластиной и подключенного к нему вольтметра можно представить в виде эквивалентной схемы, содержащей три конденсатора, соединенные так, как показано на Рис. 6, б. Результирующая емкость такого конденсатора может быть рассчитана по формуле

$$C = C_1 + \frac{C_2 \cdot C_\partial}{C_2 + C_\partial}, \quad (1.2)$$

где $C_1 = C_v + C_n$, C_∂ – емкость конденсатора с диэлектриком, C_2 – емкость конденсатора без диэлектрика. Соответственно с этим, можно написать экспериментальную зависимость напряжения на вольтметре от расстояния D :

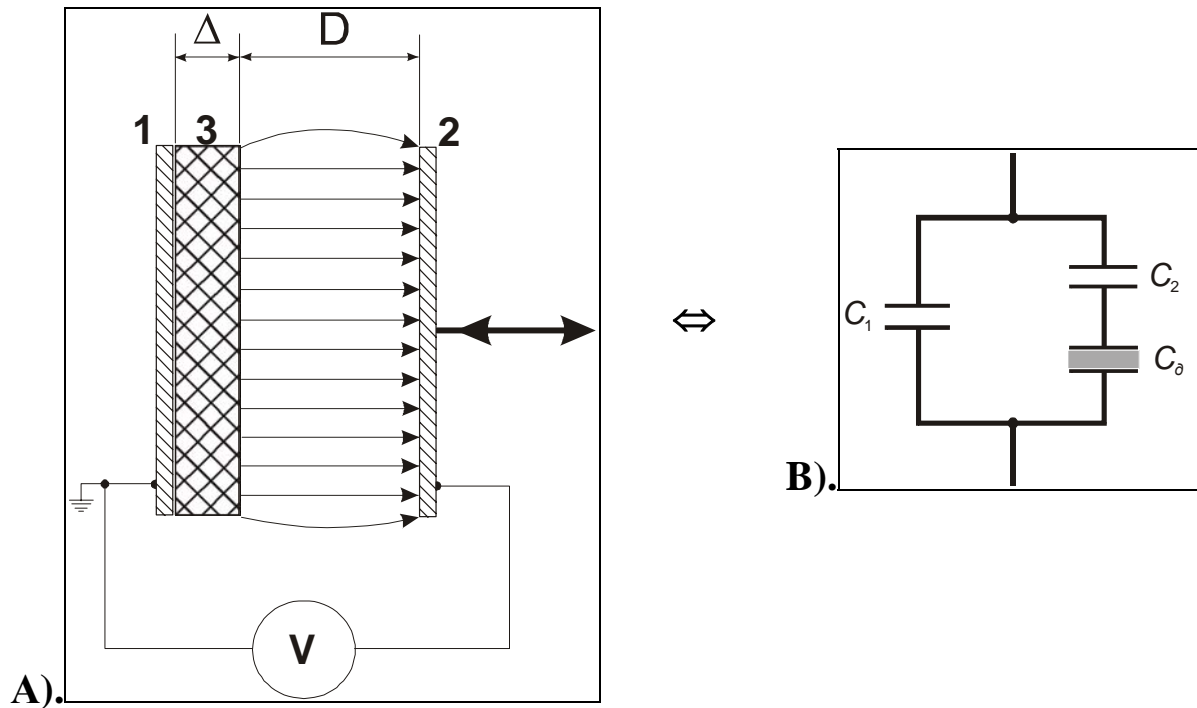


Рис. 6. а – схема измерения наведенного напряжения в переменном конденсаторе: 1 – земляная пластина конденсатора; 2 – потенциальная пластина конденсатора; 3 - диэлектрик; V - статический вольтметр. б – эквивалентная схема эксперимента.

$$U = \frac{Q}{c_v + c_n + \frac{\varepsilon_0 \cdot S}{\frac{\Delta}{\varepsilon} + D}} = U_0 \cdot \frac{c_v + c_n + c_{\varepsilon 3}^0}{c_v + c_n + \frac{\varepsilon_0 \cdot S}{\frac{\Delta}{\varepsilon} + D}} \quad (\text{СИ}), \quad (40)$$

$$U = U_0 \cdot \frac{c_v + c_n + c_{\varepsilon 3}^0}{c_v + c_n + \frac{S}{4\pi \cdot \left(\frac{\Delta}{\varepsilon} + D\right)}} \quad (\text{СГС}). \quad (41)$$

Как в случае идеального, так и неидеального плоского конденсатора при разнесении пластин на большое расстояние (в нашем случае достаточно уже на масштаб линейного размера пластин) взаимная емкость пластин становится значительно меньше емкости C_n , которая в случае определения ее в системе единиц СГС пропорциональна линейному размеру пластины в сантиметрах (причем 1 см эквивалентен 0.9^{-1} пФ).

Если строить экспериментальную зависимость напряжения от расстояния между пластинами, то она будет несколько отличаться от величины, описанной выше. Это связано с отличием идеальной взаимной емкости пластин от реальной (т.к. при разнесении пластин друг от друга, из-за краевых эффектов, на краю пластин скапливается поверхностный заряд больший, чем определяемый в идеальном случае, в результате получаемая емкость оказывается несколько выше).

Легко увидеть, что в данном эксперименте можно рассчитать величину суммарной емкости $C_I = C_v + C_n$, измерив напряжение на вольтметре в двух случаях - при сильно разведенных пластинах $D' \sim 10$ см (напряжение U') и близко сведенных, например $D_0 = 3$ мм (напряжение U_0). Тогда

$$C_I = \frac{C_0 \cdot U_0 - C' \cdot U'}{U' - U_0}, \quad (42)$$

где $C_0 = \frac{S}{4\pi \cdot D_0}$ и $C' \approx \frac{S}{4\pi \cdot D'} \quad (*) \quad (\text{СГС}). \quad (43)$

Аналогичным способом можно определить емкость конденсатора с диэлектриком. Измерив $U_0(D=0)$ и $U'(D \sim 10 \text{ см})$ получим:

$$C_d = \frac{C_0 \cdot U_0 - C' \cdot U'}{U' - U_0}, \quad (44)$$

где $C_0 = \frac{\varepsilon \cdot S}{4\pi \cdot \Delta}$ и $C' \approx \frac{S}{4\pi \cdot D'} \quad (\text{СГС}).$ В результате можно определить величину диэлектрической проницаемости используемого диэлектрика.

* Данная формула для нахождения емкости C' является приближенной из-за существенного разнесения пластин друг относительно друга, однако, ее можно использовать для нахождения емкости C_I т.к. величина напряжения U' определяется в основном емкостью $C_I \gg C'$. Поэтому погрешность в определении величины C_I используя данную оценку величины C' не превышает 5%.

3.3.2. Задания

1. Измерьте время изменения напряжения на вольтметре за счет утечки заряда. Очевидно, что оно будет зависеть от влажности, типа и чистоты поверхности изоляторов. При выполнении последующих заданий необходимо учитывать время измерений по сравнению со временем утечек.

2. Определите суммарную емкость вольтметра и потенциальной пластины относительно бесконечности ($C_I = C_v + C_n$).

3. Проведите измерения зависимости генерируемого напряжения от расстояния между пластинами без внесения диэлектрической пластины в зазор. Эту зависимость из-за стока заряда при продолжительном проведении эксперимента необходимо снимать, заполняя следующую таблицу:

Расстояние D , см	Напряжение вольтметра при расстоянии 0.3 см, U^* , В	Напряжение вольтметра при заданном расстоянии, U_1 , В	$\frac{U_0(D)}{U_0(0.3\text{ см})} \cdot U_1(D)$
0.3	U_0	U_0	U_0
0.4	$U_0(0.4\text{ см})$	$U_1(0.4\text{ см})$...
...
10

4. Нанесите на диаграмму напряжение в четвертом столбце заполненной таблицы от расстояния D . Сравните полученную зависимость с теоретической, построенной с учетом емкости C_I , найденной в п.2.

5. Постройте зависимость экспериментальной и теоретической величин $Y = \frac{U_0}{U(D)} \cdot (c_v + c_n + c_{\text{бз}}^0)$ от величины $X = D^{-1}$. Какая зависимость должна быть?

6. Определите диэлектрическую проницаемость всех предложенных в работе диэлектриков.

3.3.3. Контрольные вопросы

1. Какого максимального напряжения можно достичь при разнесении друг от друга двух заряженных проводников?
2. Чему равна емкость проводника с характерным размером L см?
3. Емкость какого из конденсаторов больше – физического или идеального?
4. Дан конденсатор, обкладки которого заряжены до потенциалов $\pm U$. Изменится ли напряжение на второй обкладке, если первую заземлить? Обоснуйте ответ.

3.4. МАГНИТОСТАТИКА

3.4.1. Магнитное поле. Магнитные диполи

В отличие от электрического поля, которое создается электрическими зарядами, в том числе и покоящимися, магнитное поле возникает только при движении электрических зарядов. Магнитных “зарядов (монополей)” до настоящего времени не обнаружено. Величину статического магнитного поля в любой точке можно вычислить, если известно распределение токов в окружающем пространстве [5]

$$\mathbf{B} = \frac{1}{c} \int \frac{[\mathbf{j} \times \mathbf{r}]}{r^3} dV \quad (\text{СГС}), \quad (45)$$

$$\mathbf{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \int \frac{[\mathbf{j} \times \mathbf{r}]}{r^3} dV \quad (\text{СИ}). \quad (45a)$$

Это выражение называют законом Био-Савара.

Отсутствие магнитных зарядов означает, что силовые линии магнитного поля должны быть замкнутыми, и, следовательно, простейшим источником магнитного поля является магнитный диполь, создаваемый круговым током. Основной величиной, характеризующей магнитный диполь, является его магнитный момент \mathbf{m} .

Если ввести вектор \mathbf{a} , равный по величине площади поверхности, ограниченной круговым током I , и направленный вдоль оси z по нормали к этой поверхности, то магнитный момент определяется выражением

$$\mathbf{m} = \frac{I}{c} \mathbf{a} \quad (\text{СГС}), \quad (46)$$

$$\mathbf{m} = I \mathbf{a} \quad (\text{СИ}). \quad (46a)$$

На расстояниях, значительно превышающих радиус витка с током, магнитное поле диполя равно

$$\mathbf{B}(r) = \frac{3\mathbf{r}[\mathbf{r} \cdot \mathbf{m}] - \mathbf{m}r^2}{r^5} \quad (\text{СГС}), \quad (47)$$

$$\mathbf{B}(r) = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{3\mathbf{r}[\mathbf{r} \cdot \mathbf{m}] - \mathbf{m}r^2}{r^5} \quad (\text{СИ}). \quad (47a)$$

В частности, в плоскости xz , в которой лежит вектор \mathbf{m} , компоненты поля в системе СГС имеют вид

$$\begin{aligned} B_x &= \frac{3m \sin \theta \cos \theta}{r^3}, \\ B_y &= 0, \\ B_z &= \frac{m(3 \cos^2 \theta - 1)}{r^3}. \end{aligned} \quad (48)$$

Подобно электрическому диполю магнитный диполь это векторная величина, т.е. в нашем трехмерном пространстве диполь содержит три компоненты. В отличие от электрического диполя магнитный диполь нельзя представить пространственно-разделенными зарядами противоположного знака, так как не существует магнитных зарядов. Единица измерения магнитного момента следует из представления магнитного диполя витком с током, в СИ $[\mathbf{m}] = \text{А} \cdot \text{м}^2$.

Дипольным приближением можно пользоваться и в микроскопических масштабах (например, в случае атомных или молекулярных токов), и в лабораторных экспериментах с токовыми витками или постоянными магнитами, лишь бы расстояние до точки наблюдения было больше размеров диполей. Сейчас известно, что многие частицы, из которых состоит вещество: электроны, протоны, нейтроны, ядра атомов и многие ионы ведут себя как магнитные диполи, т.е. обладают собственным магнитным моментом, и создают магнитное поле, находясь даже в покое. Более детальное рассмотрение показывает, что магнитный момент этих частиц тоже можно представить круговым током, т.е. вращающимися электрическими зарядами. Постоянные магниты изготавливают из ферромагнитных материалов, в которых магнитные моменты молекулярных токов ориентированы параллельно друг другу и “заморожены” в этом состоянии.

На магнитный диполь, помещенный в постороннее магнитное поле действует сила $\mathbf{F}(r) = (\mathbf{m} \cdot \text{grad}) \mathbf{B}(r)$, а также механический вращательный момент $\mathbf{T} = \mathbf{m} \times \mathbf{B}$ [12]. Механическому вращательному моменту соответствует потенциальная энергия $E_{\text{ном}} = -\mathbf{m} \cdot \mathbf{B}$, как и любая физическая система, магнитный диполь стремится перейти в положение с наименьшей потенциальной энергией и поэтому ориентируется в направлении внешнего магнитного поля. Благодаря

вращательному моменту стрелка компаса поворачивается в направлении магнитного поля.

3.4.2. Принципы работы магнитных датчиков

Для измерения магнитного поля используют измерители, работающие на различных принципах. Одним из наиболее распространенных являются индукционные датчики (ИД), представляющие из себя катушку, обычно медного провода, в которой изменяющееся магнитное поле вызывает ЭДС согласно закону электро-

магнитной индукции: $\mathcal{E} = -N_0 \frac{d\Phi(t)}{dt}$, где N_0 – число витков катуш-

ки, Φ – магнитный поток: $\Phi = \int_A \mathbf{B} \cdot \mathbf{n} dS$, \mathbf{B} – напряженность поля, \mathbf{n} –

вектор нормали к поверхности A . Например, если поле постоянно и параллельно вектору \mathbf{n} , то $\Phi = \mathbf{B} \cdot \mathbf{S}$, вполне очевидно, что поток не зависит от формы поверхности: пусть A_1 и A_2 две поверхности натянутые на один и тот же контур и ограничивающие объем V , тогда по теореме Гаусса

$$\Phi_1 - \Phi_2 = \int_{A_1} \mathbf{B} \cdot \mathbf{n} dS - \int_{A_2} \mathbf{B} \cdot \mathbf{n} dS = \int_V \text{div} \mathbf{B} dV = 0$$

Для усиления эффекта используют многovitkovую катушку, а также вставляют внутрь стержень из ферромагнитного материала. Очевидно, что датчик этого типа реагирует только на изменение магнитного потока, а следовательно, он не сможет измерять стационарные поля. Достоинством ИД является чрезвычайно широкий диапазон измеряемых магнитных полей, а также возможность создания датчиков слабых полей.

В работе применяются также датчики на эффекте Холла [23]. В простейшем случае эффект Холла состоит в том, что в проводнике по которому течет ток, под действием внешнего магнитного поля возникает разность потенциалов между боковыми гранями (рис.7).

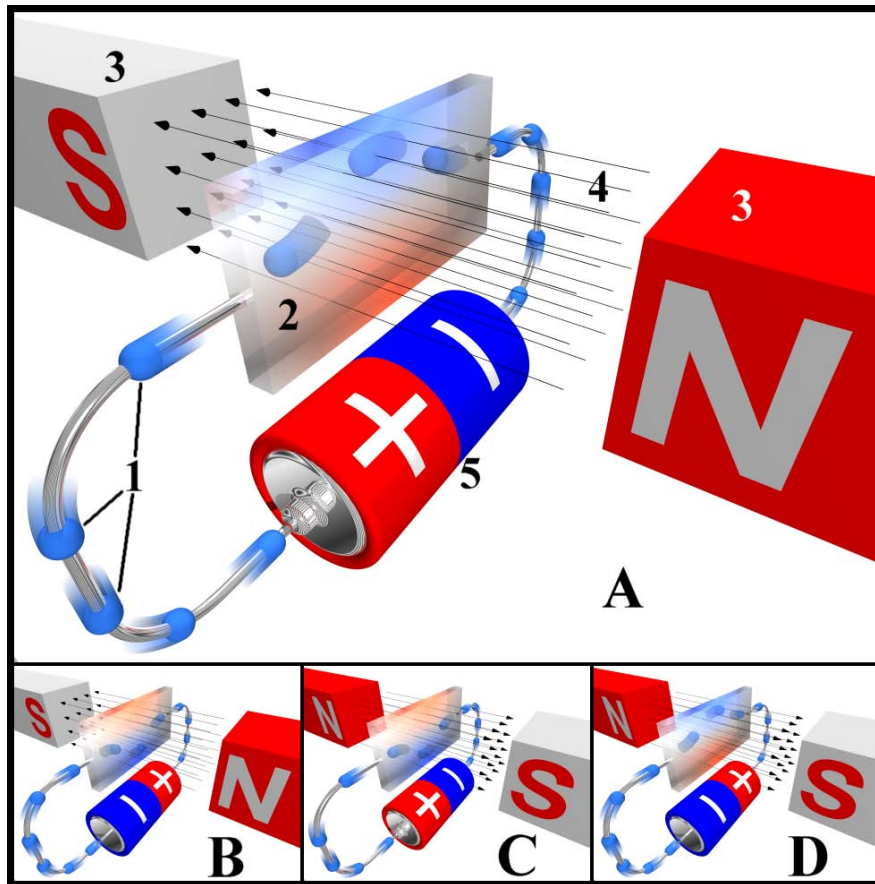


Рис. 7 Эффект Холла. 1-электроны, 2- образец, 3-магнит, 4- магнитное поле, 5-источник тока.[26]

Объясняется эффект Холла тем, что на движущиеся электроны действует сила Лоренца и отклоняет их к боковым граням. Таким образом, на торцах образца накапливаются заряды противоположного знака. Накапливаются до тех пор, пока сила их притяжения не компенсирует силу Лоренца: $eE = evB$, e - заряд, E - электрическое поле, B - магнитное поле, v - скорость движения зарядов. Скорость движения зарядов можно выразить через плотность тока: $v = \frac{j}{ne}$, j - плотность тока, n - концентрация носителей заряда, e - заряд одного носителя. Тогда $E = \frac{1}{ne} jB$, видно, что установившееся электрическое поле пропорционально току и магнитному полю, так же очевидно что это поле зависит от знака носителей заряда.

Последнее упомянутое свойство позволило в 1879 году Эдвину Холлу экспериментально доказать, что ток в металлах создается направленным движением именно электронов. До этого опыта многие ученые того времени сомневались относительно полярности

носителей заряда в металлах. Более подробно эффекта Холла вы сможете изучить в лабораторной работе посвященной этому эффекту.

Теперь рассмотрим основные характеристики датчиков магнитного поля. Как определить какой датчик лучше подходит для конкретной задачи? Основной характеристикой датчика является его **чувствительность**. Обычно чувствительность указывают в В/Тл, т.е. если чувствительность равна 1 В/Тл, то в поле 1 тесла на датчике возникнет напряжение 1 вольт. Например, среднее магнитное поле Земли составляет 50 мкТл и датчик с чувствительностью 1 В/Тл не очень то подходит для его измерения.

Другой важной характеристикой датчика является **диапазон измеримых полей**. Обычно под этим подразумевают максимальное значение поля, которое можно измерить датчиком. Многие типы датчиков имеют свойство «насыщаться», т. е. при приложении поля, большего чем максимальное, датчик выдает одно и то же значение напряжения, вне зависимости от поля.

Еще одна важная характеристика датчика – это его **линейность**. Обычно указывается в процентах. Предполагается, что напряжение на датчике прямо пропорционально измеряемому полю, на самом деле это не так, например, из-за эффекта магнетосопротивления (см. приложение) линейность зависимости $U(B)$ для датчика Холла нарушается. У большинства современных датчиков нелинейность составляет ~1-3%.

Для некоторых видов датчиков указывают температурные коэффициенты, например, дрейф магнитной чувствительности (magnetic sensitivity temperature drift). Обычно в процентах. Этот коэффициент показывает на сколько процентов изменяется чувствительность при изменении температуры на 1 градус. Зависимость магнитной чувствительности от температуры связана, прежде всего, с изменением сопротивления элементов датчика при изменении температуры.

Современные датчики обычно содержат в себе встроенные усилители, поэтому в документации к датчикам приводятся параметры характерные для усилителей, например, **смещение нуля**. Смещение нуля означает, что при нулевом магнитном поле на выходе датчика будет соответствующее ненулевое напряжение.

3.5. Лабораторная работа №1.3.

ИЗМЕРЕНИЕ ПОЛЯ МАГНИТНОГО ДИПОЛЯ

Цель работы – Экспериментальное изучение зависимости магнитного поля постоянного магнита от расстояния, измерение величины магнитного момента, исследование поля магнита вращающегося с постоянной скоростью.

3.5.1. Экспериментальная установка

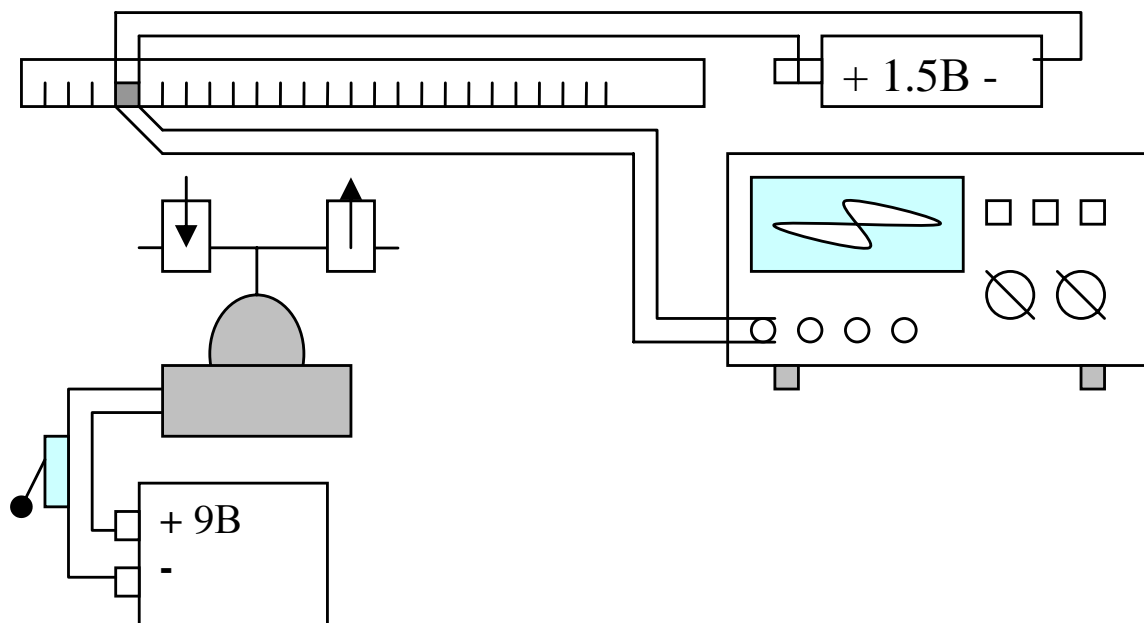


Рис. 8 Схема экспериментальной установки.

Схема экспериментальной установки приведена на рис.8. Два постоянных магнита закреплены на одной оси и приводятся во вращение электродвигателем. Расстояние между магнитами может меняться. Питание электродвигателя осуществляется напряжением 9 В от батареи «крона» или блока питания. Измерителем служит датчик Холла (HW300A-D, ss495A) или измерительная катушка, закрепленные на линейке. Датчик Холла требует питания 1,5 В (пальчиковая батарейка). Регистрация сигнала осуществляется с помощью цифрового осциллографа серии TDS или другого аналогового устройства. Электродвигатель вращается с частотой 40-60 Гц, при этом магниты создают квазистатическое магнитное поле, (меняющееся по величине, но не переменное в общепринятом

смысле) которое и является объектом изучения. Для нормальной работы установки частота вращения электродвигателя не должна совпадать с частотой питающей сети (50 Гц).

3.5.2. Порядок выполнения работы

1. Закрепите постоянный магнит в кронштейне. С помощью датчика HW300A-D или аналогичного проведите измерение зависимости одной из компонент магнитного поля от расстояния до магнита. Десяти измерений будет достаточно. Характерный вид зависимости представлен на рис. 9

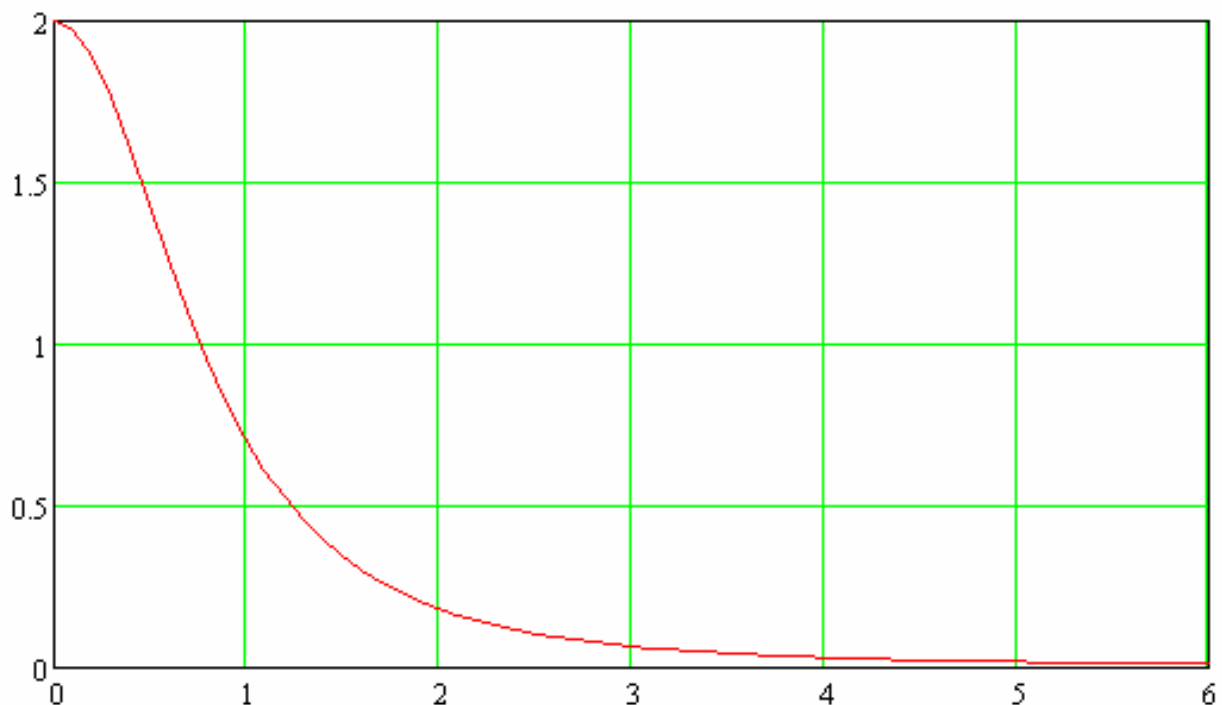


Рис. 9 Вертикальная компонента поля магнитного диполя в зависимости от расстояния.

Постройте график полученной зависимости. Чувствительность датчика можно найти в его описании. На том же графике изобразите магнитное поле, описываемое формулой (47). Обратите внимание, что величина поля быстро стремится к нулю с увеличением расстояния. Подберите коэффициент, на который нужно умножить формулу (47) чтобы наилучшим образом описать поле на далеких расстояниях.

Выберите точку на построенной кривой, так чтобы формула (47) описывала в ней поле с точностью лучше 10%. В этой точке

измерьте все три компоненты магнитного поля. Запишите формулу (47) в виде системы 3-х уравнений. Решите систему уравнений и рассчитайте все три компоненты дипольного момента магнита m .

По формуле переноса ошибок

$$\sigma_f^2 = \left(\frac{\partial f}{\partial x_1} \right)^2 \sigma_{x_1}^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial x_2} \right)^2 \sigma_{x_2}^2 + \dots, \text{ рассчитайте ошибку измеренного}$$

вами значения. Нужно учесть неточность определения каждой из компонент измеренного поля. Точность измерения датчика указана в его технической документации. Еще нужно учесть неточность измерения расстояния между датчиком и магнитом.

Проследите внимательно, чтобы последний знак после запятой, указанный в значении магнитного момента, не был меньше значения ошибки измерений. Значения, меньшие ошибки измерений, не несут никакой информации.

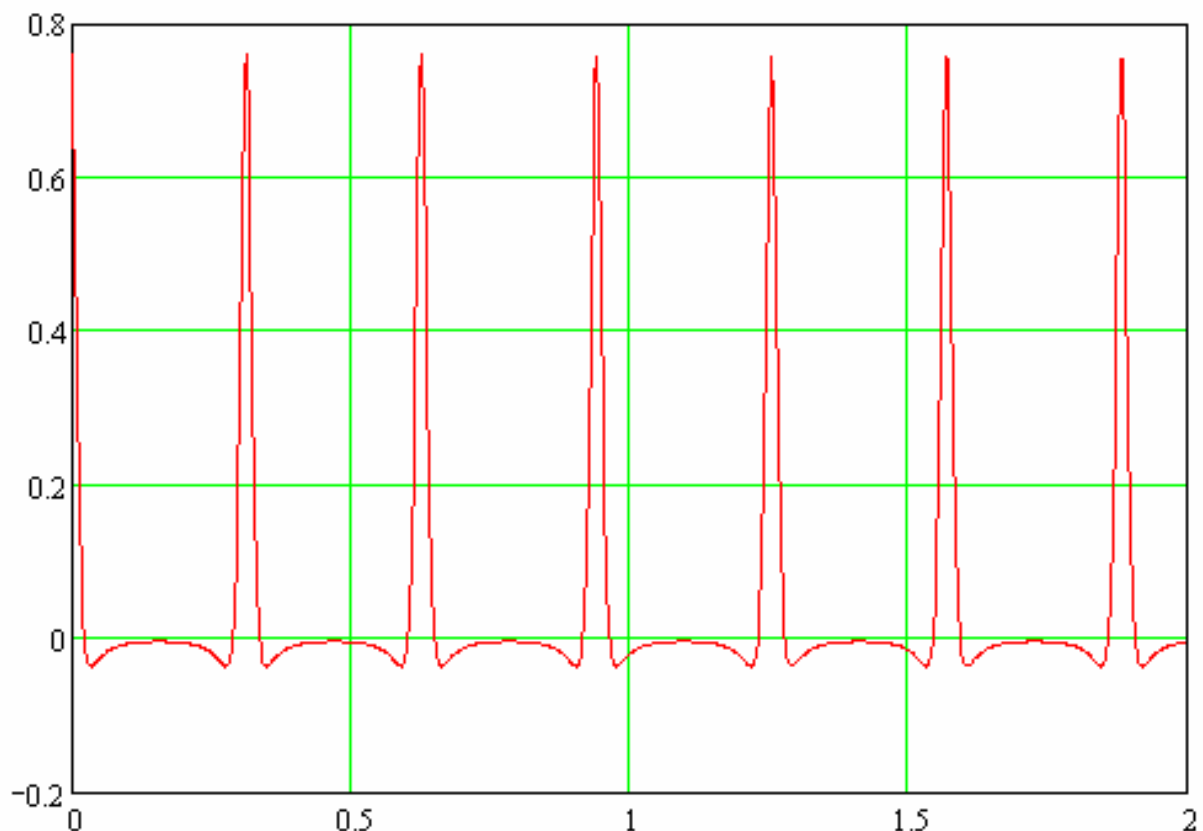


Рис.10 Перпендикулярная компонента магнитного поля вращающегося по круговой траектории магнита, время по оси X магнитное поле по оси Y.

2. Закрепить постоянные магниты в кронштейнах электродвигателя так чтобы полюса магнитов были сонаправлены. Включить электродвигатель. Размещая датчик на расстояниях $0, 1, 2, \dots, 10$ см от оси двигателя, записать с помощью осциллографа временную зависимость сигнала. Для записи информации рекомендуем использовать функцию осциллографа «Save All», которая сохраняет не только численные значения в текстовые файлы, но и рисунки с экрана осциллографа. Определить частоту вращения магнитов. Характерный вид сигнала изображен на рис.10

На расстоянии, где наблюдался максимальный сигнал, разместите измерительную катушку и запишите осциллограмму сигнала. Рассчитайте чувствительность индуктивного датчика, используя известный коэффициент чувствительности Холловского датчика.

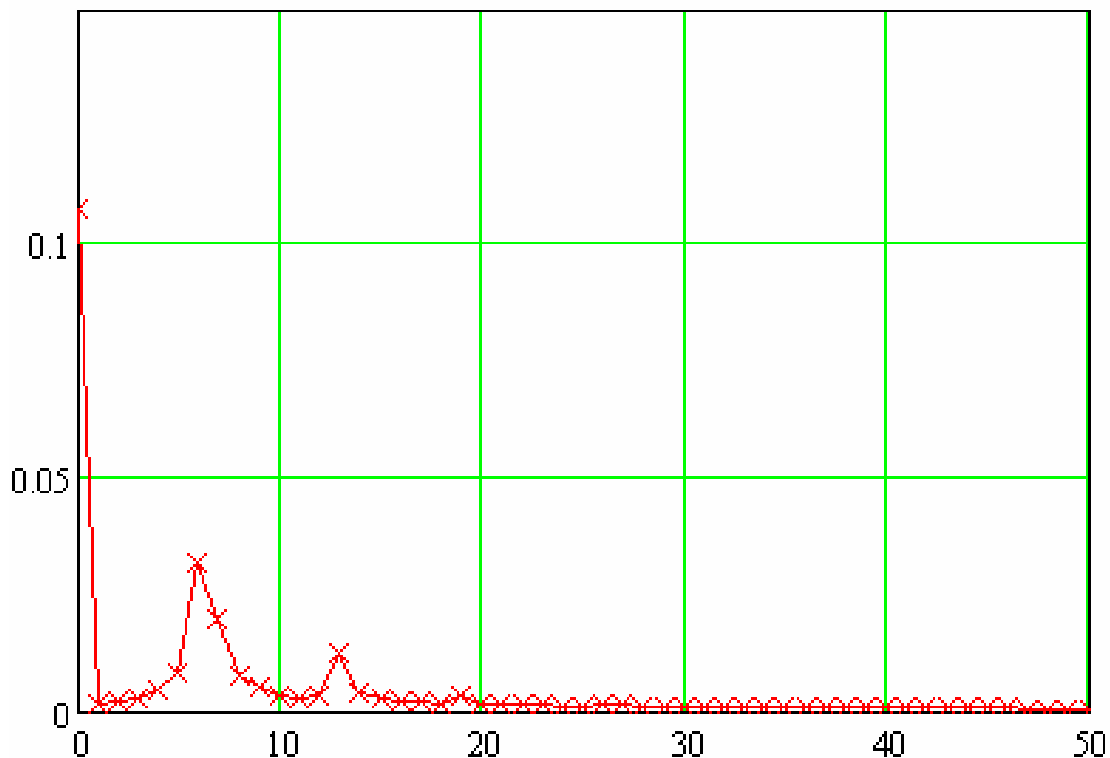


Рис.11 Спектр Фурье сигнала, изображенного на рис. 10, частота по оси X, амплитуда Фурье гармоники по оси Y.

После завершения работы нужно показать преподавателю первичные данные: файлы CSV или аналогичные, рисунки экрана осциллографа в формате BMP или аналогичном, **запись в тетради о соответствии имен файлов точкам измерения** и цены деления шкал осциллографа, данные о чувствительности используемого датчика и другие необходимые для обработки данные.

3. Дополнительная часть работы, выполняется по требованию преподавателя.

Вычислите преобразование Фурье по времени от осциллограмм записанных в каждой точке. Характерный вид см. на рис.11. Амплитуда Фурье гармоник, изображенная на рисунке, показывает какова амплитуда данной частоты в сигнале. Если мы занулим все коэффициенты, кроме одного на рис.11 и сделаем обратное преобразование Фурье, то полученный сигнал будет выглядеть как $\cos(\omega t)$, где ω – частота соответствующая не зануленной точке. Такой сигнал будет содержать еще и мнимую часть: $i\sin(\omega t)$.

Фурье спектр периодического сигнала – дискретный, то есть такой сигнал содержит только частоты кратные частоте вращения. Заметьте, что в спектре присутствует поле с нулевой частотой, то есть постоянное поле.

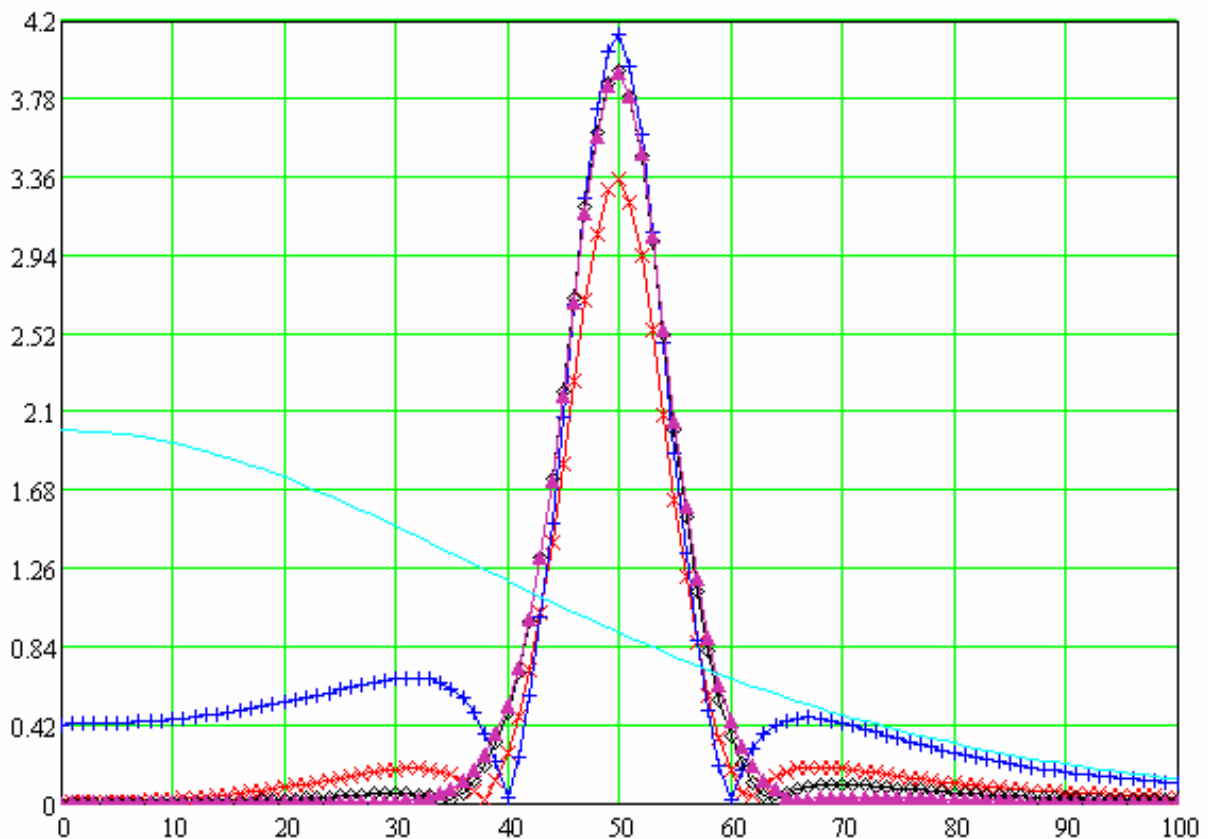


Рис. 12 Магнитное поле различных Фурье гармоник в зависимости от расстояния до магнита.

Если рассматривать поле магнитов на больших расстояниях, то мы можем пренебречь радиусом вращения и в таком приближе-

нии систему вращающихся магнитов можно заменить одним магнитным моментом суммарной величины.

Для проверки этого утверждения постройте зависимость амплитуды постоянного поля от расстояния. Для этого для каждого записанного сигнала возьмите значение амплитуды нулевой Фурье гармоники и отложите на графике в зависимости от расстояния от центра системы до точки измерения (рис. 12). Заметьте, что в центре постоянное поле не обращается в 0.

На рис.12 крестикам показано постоянное поле, а сплошной линией поле магнитного диполя двойной величины помещенного в центр системы. Остальные линии изображают поле на частоте вращения и на кратных ей частотах. Провалы на графике можно объяснить поведением магнитных силовых линий возле магнита. Магнитные силовые линии замкнуты и значит, существуют точки в которых вертикальная компонента поля обращается в 0 и меняет знак, эти точки и соответствуют провалам.

3.5.3. Анализ данных

Перед тем как приступить к оформлению работы внимательно изучите пункт «**Основы обработки экспериментальных данных**» настоящего пособия, это существенно облегчит вашу задачу. Для анализа данных мы рекомендуем использовать систему MathCAD.

Импорт данных в систему можно произвести с помощью функции READPRN, следующим образом:
 $a := \text{READPRN}("F0032CH1.CSV")$, файл с данными должен находиться в той же директории, что и mcd файл, иначе придется указывать полный путь до считываемого файла. Символ присвоения вводится знаком:

Теперь массив a содержит два столбика цифр. Далее нужно задать индекс массива. Просмотреть содержимое массива можно набрав $a =$, нас интересует количество элементов в столбике. Обычно файлы создаваемые осциллографами Tektronix содержат 2500 точек. Для задания индекса массива пишем $i = 0..2500$, символ .. вводится нажатием ;. Создадим два вектора содержащие амплитуду и время: $t_i := a_{i,0}$, $x_i := a_{i,1}$, нижний индекс вводится символом [. Обычно время записывается в секундах, а напряжение в вольтах, но некоторые осциллографы используют другие единицы измерений и

в таких случаях требуется открыть записанный файл текстовым редактором (например, Блокнот или WordPad) и прочитав специальную информацию находящуюся вначале определить единицы измерений, подробнее смотри в пункте «*Основы обработки экспериментальных данных*».

Теперь мы можем построить график $x(t)$, для этого нужно выбрать в меню Insert(Вставка)->Graph(График)->X-T Plot

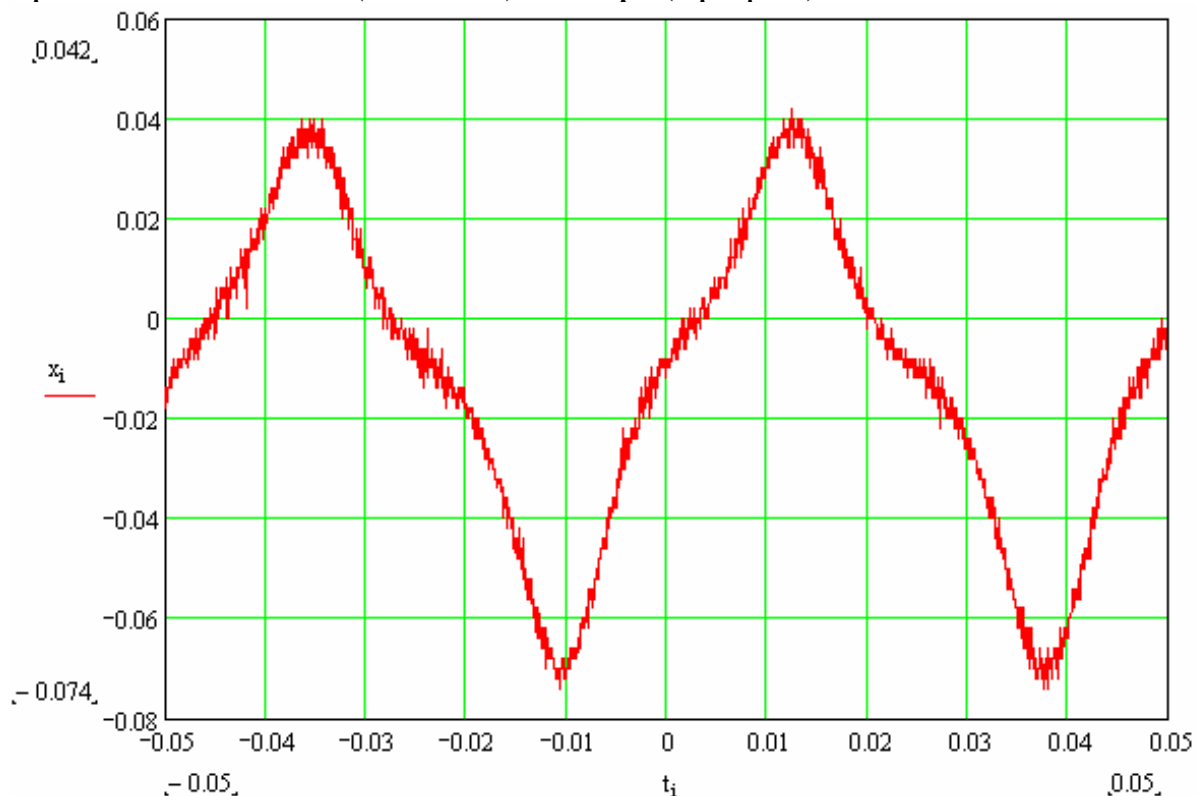


Рис. 13 Сигнал с датчика HW300A-D. Расстояние от центра вращения 10 см.

В появившемся окне нужно выбрать соответствующие черные квадратики и вписать в них переменные x и t , как показано на рис.13. Пределы шкал можно изменять, вводя соответствующие числа вместо 0.05, 0.042 и т.д. Щелчком правой кнопки мыши по графику можно активировать меню графика, особо полезна вкладка Format... которая позволяет включить координатную сетку или поменять толщину линии (Format...-> Traces), а также многое другое.

Преобразование Фурье можно вычислить так: $y := \text{cfft}(x)$, переменная y теперь содержит столбец из 2500 **комплексных** чисел. Для того чтобы нарисовать спектр Фурье нужно взять модуль каждого из чисел: $z_i := |y_i|$, знак модуля находится во вкладке обозна-

ченной калькулятором, так же можно извлечь аргумент(фазу) комплексного числа $u_i := \arg(y_i)$, но она нам не пригодится. Теперь мы можем нарисовать спектр (зависимость Z от частоты), частоты которым соответствуют коэффициенты Z_i определяются по формуле $i \cdot f/N$, где f -частота оцифровки, N -полное число точек. Не забудьте изменить пределы отрисовки спектра, так как информативной является только часть спектра вблизи нуля. Полученный спектр симметричен относительно центральной точки, частота в этой точке называется частотой Найквиста, она определяет предельную частоту, которую можно наблюдать в данном спектре. В работе используются амплитуды Z_i на частоте вращения электродвигателя и на удвоенной частоте.

Обратное преобразование Фурье выполняется функцией $b := \text{icfft}(y)$, заметьте, что переменная y должна быть комплексной, чтобы получить реальный сигнал. Делить преобразования Фурье от сигнала и формулы (2) нужно в комплексном виде, точки в которых вычисляется поле по формуле (47) должны совпадать с точками в которых производились измерения. Записать формулу (47) нужно следующим образом:

$$B(x) := A \cdot \left[\frac{3 \cdot (r(x)) \cdot (r(x) \cdot m) - m \cdot (r(x))^2}{(|r(x)|)^5} \right], \quad \text{где} \quad r(x) := \begin{pmatrix} x \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad \underline{\underline{m}} := \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix},$$

ввод столбцов и матриц осуществляется с помощью вкладки с изображением матрицы или через меню Insert->Matrix. Если измеренный в пункте 1 задания сигнал стремится к некоторой константе на бесконечности, то эту константу нужно вычесть из сигнала и варьируя коэффициент A добиваться согласия сигнала с формулой (47).

3.5.4. Требования к отчету о лабораторной работе

Содержание отчета:

1. График зависимости одной из компонент поля постоянного магнита от расстояния с указанием единиц измерения. На этом же графике должно быть построено поле, описываемое формулой (47), в тех же единицах измерения и в той же системе координат. Обратите внимание на смещение нуля, его следует вы-

честь, так как поле на больших расстояниях стремится к нулю, а не к некоторой константе.

2. Значения всех 3-х компонент магнитного момента и модуля вектора магнитного момента с указанием погрешности измерений и единиц измерения.

3. График зависимости **сигнала** от времени на индуктивном датчике (катушке) и датчике Холла. С указанием единиц измерения.

4. Значение частоты вращения магнитов с указанием неопределенности измерений. Значение чувствительности индуктивного датчика с указанием единиц измерения и погрешности.

Для дополнительной части работы.

5. Графики амплитуды Фурье гармоник в зависимости от частоты во всех 10-ти точках (аналог рис.11) с указанием единиц измерения.

6. График зависимости амплитуды постоянного поля (поля нулевой частоты) от расстояния и сравнение с полем удвоенного магнитного момента, формула (47). Следует проследить, чтобы формула (47) была записана в лабораторной системе координат, где и проводились измерения, а также правильно выбрать масштабный коэффициент в формуле (47), так чтобы единицы измерения на графике совпадали с единицами измерения в формуле (47).

3.5.5. Контрольные вопросы к работе

1. Как выглядит силовая линия магнитного поля? Зарисуйте её.

2. Запишите формулу, описывающую поле магнитного диполя. В каких единицах измеряется поле?

3. Вычислите магнитное поле в центре вращающейся системы. Совпадает ли оно с измеренным?

4. Какие методы измерения магнитного поля можно применить для измерения частоты вращения двигателя автомобиля? Для измерения колебаний магнитного поля Земли? Для измерения магнитных полей, создаваемых телом человека?

5. На основе изученной вами теории предскажите реакцию туристического компаса на отдаленный грозовой разряд.

6. Какой степени расстояния пропорциональна сила взаимодействия двух магнитных диполей, расположенных на одной оси?

При защите работы требуется продемонстрировать знания теоретических основ, приведенных в приложении.

3.5.6. Приложение к работе №1.3

3.5.6.3. Чувствительность некоторых магнитных датчиков

На рис. 14 показаны интервалы значений магнитного поля, которые могут быть измерены основными типами магнитных датчиков. Сразу исключим из рассмотрения первые четыре датчика, которые слишком сложны технологически (некоторые из них, к тому же, громоздки и дорогие). Мы рассмотрели простейший в изготовлении индукционный датчик. Далее мы остановимся подробнее на анизотропном магнитнорезистивном (АМР) датчике и феррозонде (ФЗ).

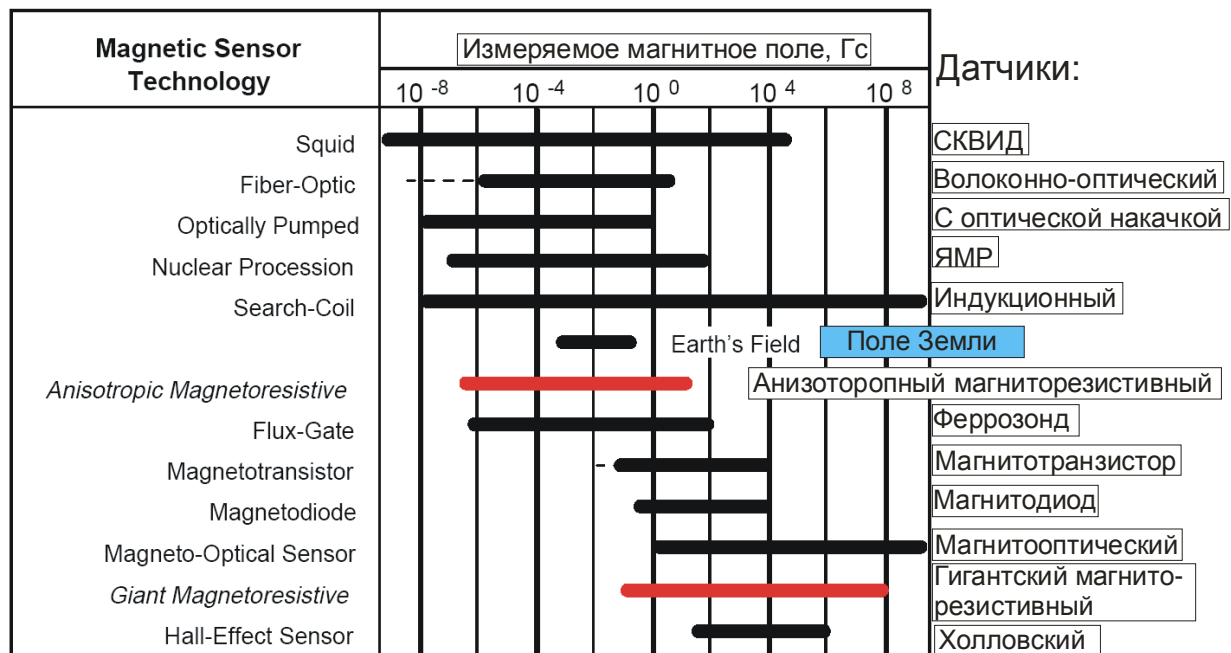


Рис. 14. Чувствительность некоторых магнитных датчиков.[27]

Феррозонд (рис. 15) является устройством, способным измерять составляющую магнитного поля, направленную вдоль ферромаг-

нитного стержня из магнито-мягкого материала с высокой магнитной проницаемостью, на который намотаны обмотка возбуждения и измерительная обмотка. На обмотку возбуждения подается переменное напряжение прямоугольной формы с частотой 10 кГц, которое вызывает осцилляции между правой и левой точками насыщения на кривой $B(H)$, а значит и изменение магнитной проницаемости μ . В простейшем случае длинного одиночного стержня (см. P. Ripka. *Sensors and Actuators*, A **106**, 8 (2003)) на измерительной обмотке появляется переменное напряжение с двойной частотой (сигналы на рис. 15 имеют разную временную шкалу)

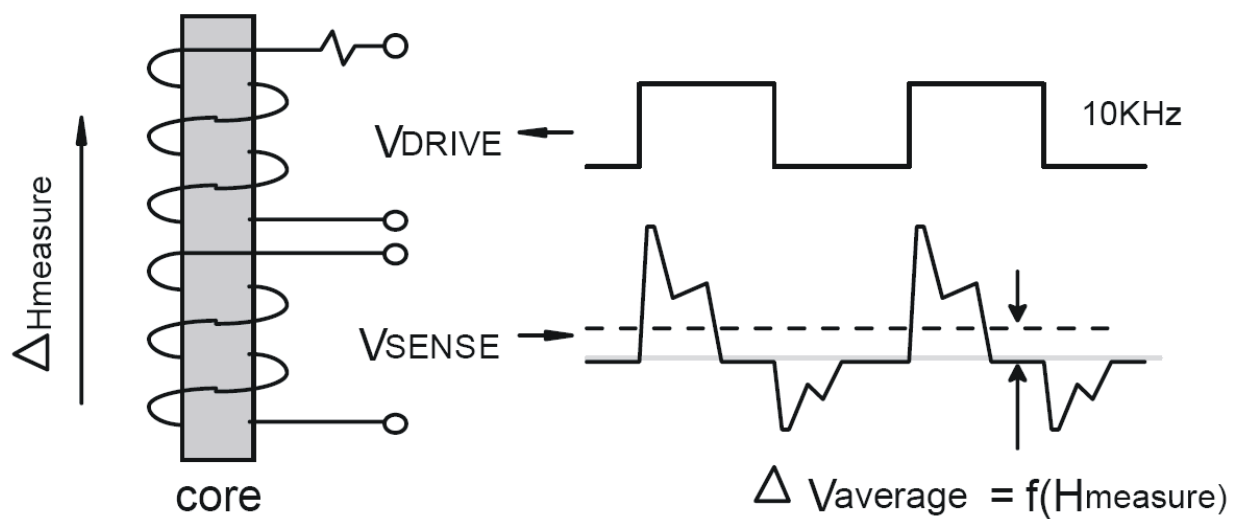


Рис. 15. Принцип действия феррозонда.[27]

$$-V_{SENSE} = \frac{1}{c} \frac{d\Phi}{dt} = \frac{NA\mu dH}{dt} + \frac{NAH d\mu}{dt} \quad (2.1)$$

где H – полная напряженность магнитного поля в стержне, NA – ампер-витки измерительной катушки. Первый член должен быть мал, а второй член обеспечивает регистрацию сигнала, пропорционального полю в стержне. В отсутствие внешнего поля сигнал на выходе симметричен и его средняя величина равна нулю. Появление постоянного внешнего поля $\Delta H_{MEASURE}$ приводит к смещению сигнала относительно нуля. Удвоенная частота сигнала позволяет повысить чувствительность за счет использования фазочувствительного детектора.

Реальные устройства могут быть несколько более сложными, чем эта простейшая схема. Коммерческие устройства западного производства имеют разрешение вплоть до 100 пТл и 10 нТл абсолютную точность, но для нашей задачи подойдут значительно более грубые устройства. Феррозонды имеют хорошую температурную стабильность, работают в очень широком температурном диапазоне. Феррозонд, однако, трудно сделать миниатюрным, поскольку шум быстро растет с уменьшением длины стержня. Таким образом, характеристики феррозонда позволяют использовать его в автономных датчиках магнитного поля, а простота устройства гарантирует налаживание его производства (если они не выпускаются промышленно).

3.5.6.4. Магнетосопротивление и магниторезистивные датчики

Магнетосопротивление (магниторезистивный эффект) — изменение электрического сопротивления материала в магнитном поле. Впервые эффект был обнаружен в 1856 Уильямом Томсоном. В общем случае можно говорить о любом изменении тока через образец при том же приложенном напряжении и изменении магнитного поля. Все вещества в той или иной мере обладают магнетосопротивлением. В нормальных металлах эффект магнетосопротивления выражен слабо. В полупроводниках относительное изменение сопротивления может быть в 100—10 000 раз больше, чем в металлах, и может достигать сотен тысяч процентов.

Магнетосопротивление вещества зависит и от ориентации образца относительно магнитного поля. Это связано с тем, что магнитное поле не изменяет проекцию скорости частиц на направление магнитного поля, но благодаря силе Лоренца закручивает траектории в плоскости перпендикулярной магнитному полю. Качественно понять это явление можно рассмотрев траектории заряженных частиц магнитном поле.

Во внешнем магнитном поле B (перпендикулярном току частиц) траектория будет представлять собой участок циклоиды длиной L (длина свободного пробега), и за время свободного пробега (время между двумя столкновениями) вдоль поля E частица пройдет путь меньший, чем L , а именно

$$L_x \approx L \cos(\phi) \approx L \left(1 - \frac{\mu^2 B^2}{2}\right) \quad (50)$$

Поскольку за время свободного пробега τ частица проходит меньший путь вдоль поля E , то это равносильно уменьшению дрейфовой скорости, или подвижности, а тем самым и проводимости образца, то есть сопротивление должно возрасть. Разницу между сопротивлением при конечном магнитном поле и сопротивлением в отсутствие магнитного поля принято называть магнетосопротивлением.

Также удобно рассматривать не изменение полного сопротивления, а локальную характеристику проводника — удельное сопротивление в магнитном поле $\rho(B)$ и без магнитного поля $\rho(0)$. При учете статистического разброса времен (и длин) свободного пробега, получим

$$\Delta\rho(B) = \rho(B) - \rho(0) = \rho(0)\mu^2 B^2, \quad (51)$$

где μ — подвижность заряженных частиц, а магнитное поле предполагается малым. Это приводит к положительному магнетосопротивлению. В трёхмерных ограниченных образцах на боковых гранях возникает разность потенциалов, благодаря эффекту Холла в результате чего носители заряда движутся прямолинейно, поэтому магнетосопротивление с этой точки зрения должно отсутствовать. На самом деле оно имеет место и в этом случае, поскольку холлово поле компенсирует действие магнитного поля лишь в среднем, как если бы все носители заряда двигались с одной и той же (дрейфовой) скоростью. Однако скорости электронов могут быть различны, поэтому на частицы, движущиеся со скоростями, большими средней скорости, сильнее действует магнитное поле, чем холлово. Наоборот, более медленные частицы отклоняются под действием превалирующего холлово поля. В результате разброса частиц по скоростям уменьшается вклад в проводимость быстрых и медленных носителей заряда, что приводит к увеличению сопротивления.

В 1988 году две группы ученых независимо обнаружили материалы с очень большим магнетосопротивлением, этот эффект сейчас известен как гигантское магнетосопротивление (ГМ). Данный эффект наблюдается в искусственно созданных многослойных структурах (см. рис.16), в которых слои ферромагнитного материала разделены слоями немагнитного материала например Fe/Cr/Fe,

толщина слоев должна составлять около нанометра, то есть всего несколько десятков размеров атома. Каждый слой ферромагнитного материала, таким образом, состоит из одного магнитного домена (лаб 3-1). Толщина слоев немагнитного материала подбирается таким образом, чтобы домен взаимодействовали между собой. Тогда магнитные моменты в соседних доменах ориентируются так, чтобы компенсировать поля друг друга (результатирующий магнитный момент равен нулю).

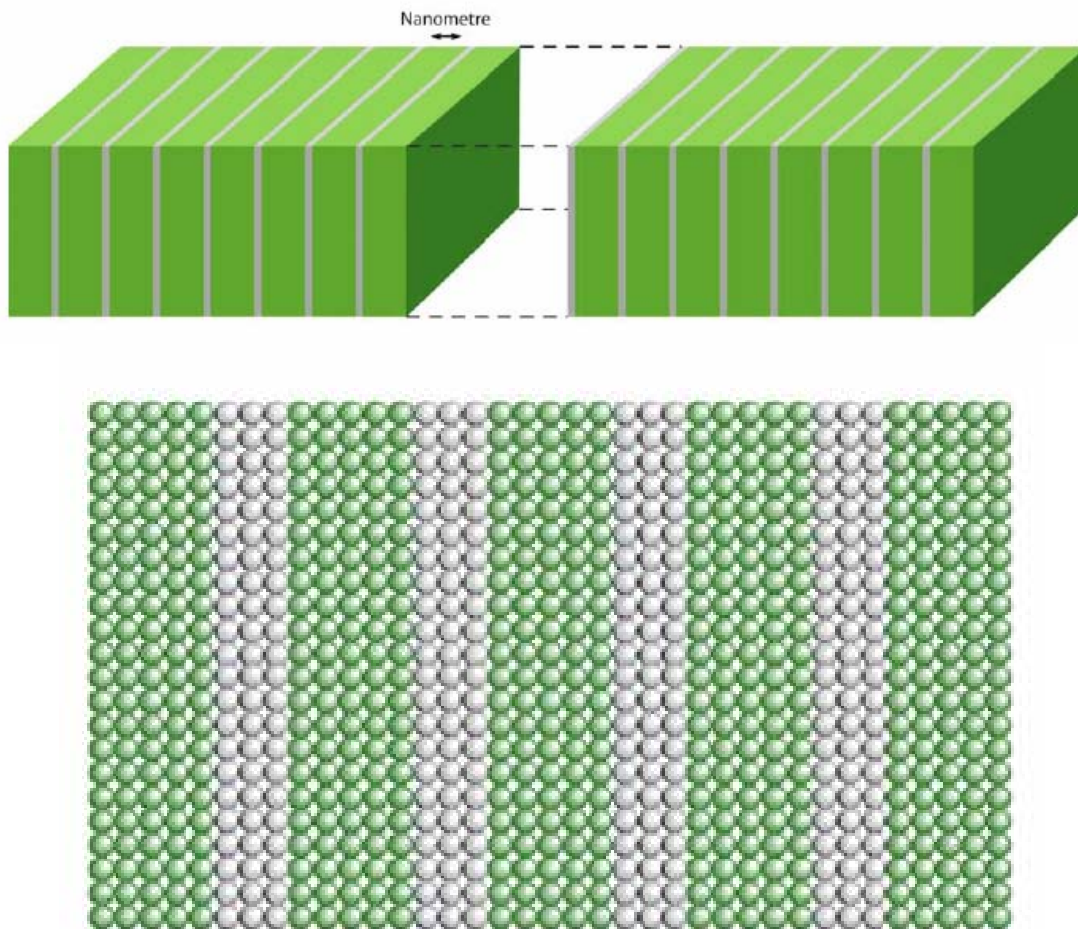


Рис.16 Многослойные магнитные структуры.[26]

Сопротивление металлов связано с рассеянием электронов проводимости на атомах проводника, причем в ферромагнитном материале, где магнитные моменты атомных электронов выстроены в одном направлении, рассеяние зависит от ориентации магнитного момента электронов проводимости относительно собственного момента проводника. (Подробнее о спиновой зависимости сопротивления и зонной структуре ферромагнитных элементов см. в прило-

жении.) Электрическое сопротивление для электронов магнитный момент которых направлен так же как в проводнике обозначим $R\uparrow$, а в противоположном направлении $R\downarrow$. Ток через многослойную структуру можно разложить на ток с маг. моментом направленным вверх и вниз (см рис. 17).

Если такая многослойная структура не находится в магнитном поле и собственные магнитные моменты проводника в соседних слоях ориентированны в различных направлениях, то сопротивление через элемент структуры M/HM/M можно рассчитать по формуле параллельного соединения $R = (R\uparrow + R\downarrow) * (R\uparrow + R\downarrow) / ((R\uparrow + R\downarrow) + (R\uparrow + R\downarrow)) = (1/2) * (R\uparrow + R\downarrow)$. В случае если такой многослойный образец находится в магнитном поле, то все магнитные моменты ориентируются вдоль поля и в соседних слоях магнитные моменты направлены в одну и ту же сторону. Тогда сопротивление для параллельных токов, состоящих из электронов с магнитным моментом вверх и вниз $R_h = 2 * R\uparrow * R\downarrow / (R\uparrow + R\downarrow)$. Разность сопротивлений при отсутствии поля и включенном поле составляет $\Delta R = -(1/2)(R\uparrow - R\downarrow)^2 / (R\uparrow + R\downarrow)$. Видно, что в данном случае магнетосопротивление отрицательно.

За открытие данного эффекта в 2007 году Петеру Грюнбергу и Альберту Ферту была присуждена нобелевская премия по физике. В первых работах сообщалось об изменении сопротивления примерно на 10%. В существующих сейчас образцах сопротивление изменяется более чем на 200%, например, в системах Fe/MgO/Fe или Fe/Al₂O₃/Fe.

Данный эффект широко используется для создания датчиков магнитного поля, например жесткий диск любого компьютера содержит около 10 датчиков работающих на этом эффекте. Высокая чувствительность этих датчиков позволила достичь невиданных плотностей записи информации на магнитные диски. Еще 10 лет назад рекордом считались диски объемом несколько Гбайт, сейчас почти каждый персональный компьютер оснащен диском в сотни Гбайт. Как упоминалось ранее магниторезистивные датчики так же очень чувствительны к направлению магнитного поля, что позволяет их использовать, например, в навигации в качестве электронных компасов. С помощью таких датчиков, например, измеряют и синхронизируют частоту вращения валов двигателей внутреннего сгорания, современный автомобиль содержит сотни подобных датчиков.

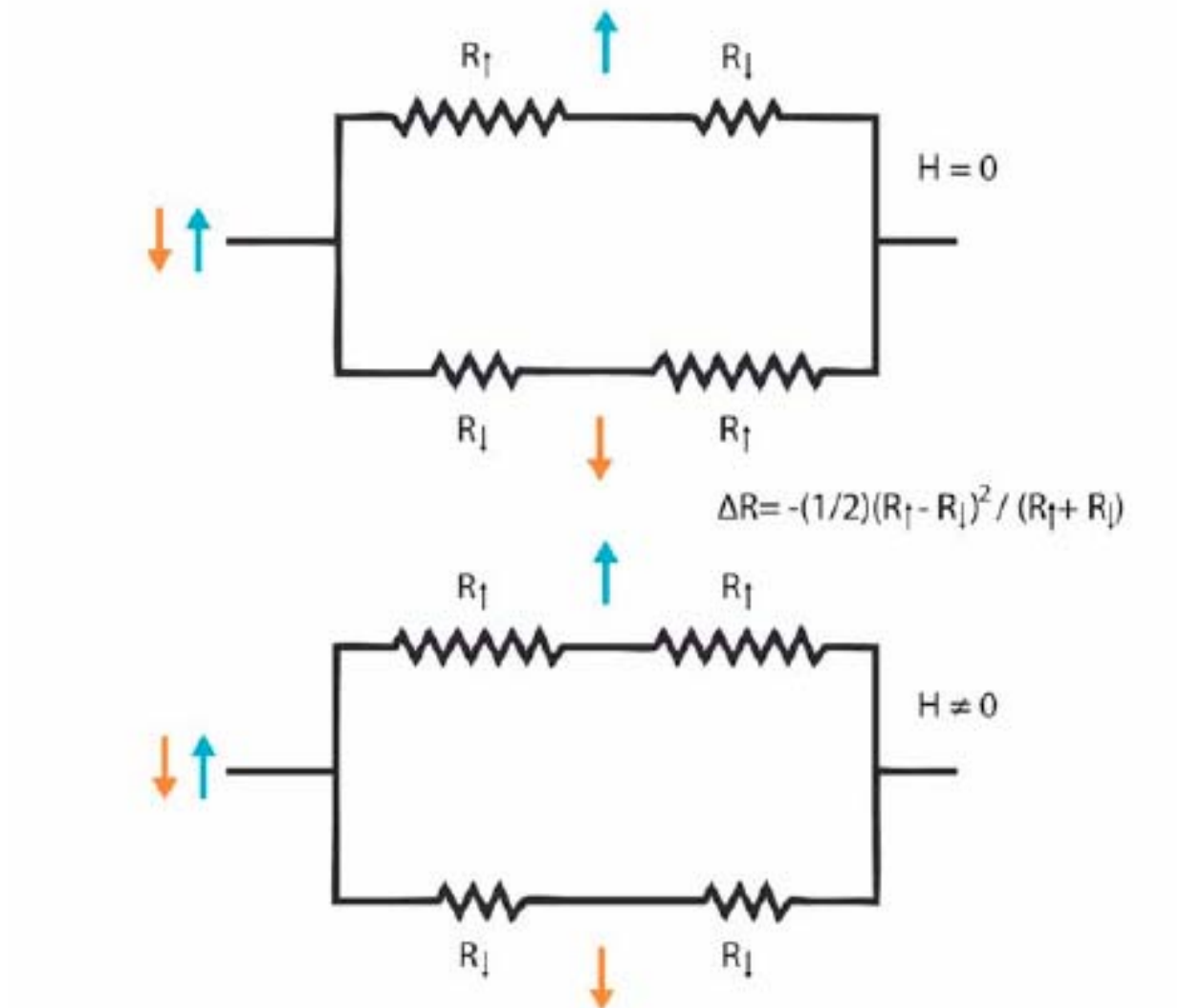


Рис. 17 Эффект гигантского магнетосопротивления. [24]

3.5.6.5. Анизотропные магниторезистивные датчики

Анизотропные магниторезистивные (АМР) датчики за рубежом производятся промышленно и широко используется в навигации, дефектоскопии, регистрации транспортных средств, измерении токов и т. п. Чувствительным элементом АМР-датчика является Ni-Fe (пермаллосевая) тонкая пленка, нанесенная в виде полоски с характерным сопротивлением 1 кОм на кремниевую подложку. Для нормальной работы домены в пленке должны быть ориентированы вдоль полоски, для чего пленка напыляется в сильном магнитном поле и ее магнитный момент M ориентируется в нужном направлении (см. рис. 18). Сопротивление пленки зависит от угла между

вектором M и направлением текущего по ней тока I . Оно максимально, когда M и I – параллельны и зависит от угла так, как показано на графике.

Если приложить внешнее магнитное поле перпендикулярно по отношению к пермаллоевой полоске, вектор магнитного момента сменит направление и изменит сопротивление полоски. Величина этого изменения может достигать 2 – 3 %. Включив полоску в качестве переменного резистора в мост Уитстона, можно легко измерить ее текущее сопротивление, а, следовательно, вычислить приложенное поперек нее магнитное поле.

Для работы датчика в линейном режиме применяют метод использующий создание тока под углом 45° в пленке, называют смещением "barber pole". Это смещение создается (рис. 19) путем помещения низкоомных коротких преград поперек ширины пленки. Ток, предпочитая самую короткую дорогу через пленку, течет от одной преграды до следующей под углом 45° .

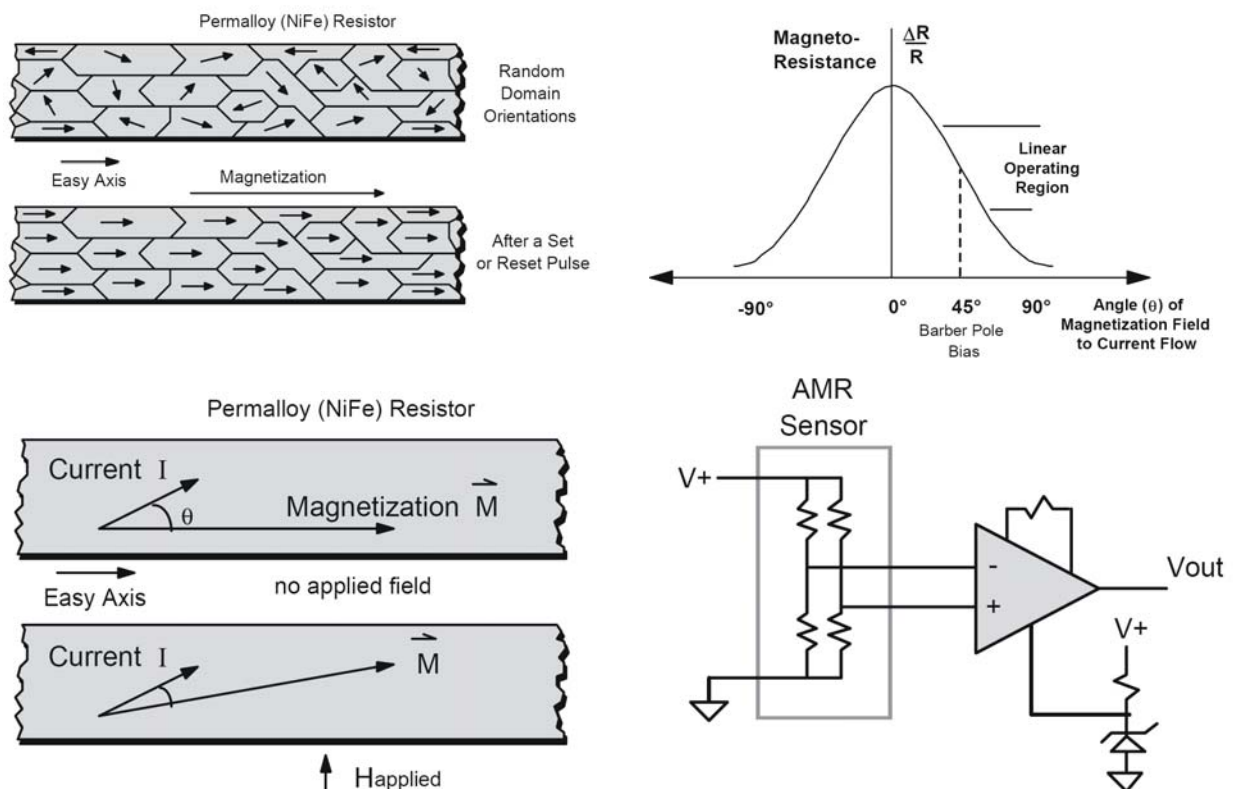


Рис. 18. Анизотропный магниторезистивный датчик [27]

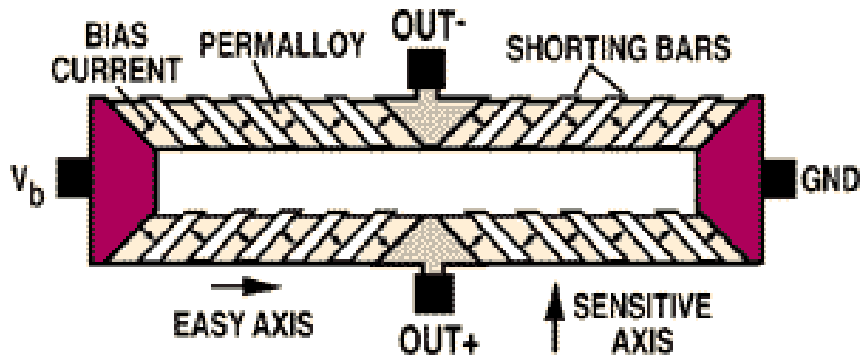


Рис. 19. Способ заставить ток течь под углом 45° . [27]

Не останавливаясь на деталях, приведем данные о чувствительности АМР-датчика. Чувствительность этой мостовой схемы часто выражают в единицах мВ/В/Э, где средняя буква «В» обозначает напряжение, приложенное к мосту. Если напряжение на мосту 5 В, а чувствительность равна 3 мВ/В/Э, то выходное напряжение будет 15 мВ/Э. Для тщательно сделанного моста можно достичь уровня чувствительности 1 мкВ. Это соответствует разрешению 67 мкЭ. При коэффициенте усиления усилителя 67 получим полную выходную чувствительность порядка 1 В/Гс. Следовательно такой АМР-датчик подходит для работы с магнитными полями порядка земного и может измерять флуктуации этого поля на уровне, по крайней мере, 1 мГс. Согласно графику на рис. 14, предельная чувствительность АМР-датчиков достигает величины менее 1 мкГс. Частотная полоса пропускания датчика обычно находится в диапазоне до 1-5 МГц. Для некоторых более чувствительных схем она может снижаться до 10 Гц, что вполне приемлемо для дистанционного зондирования. Важным преимуществом АМР-датчиков является то, что они миниатюрны и дешевы. К сожалению, данных о рабочем температурном диапазоне этих датчиков в обзорах не приводится.

3.5.6.6. Преобразование Фурье поля магнитного диполя

Макроскопические тела состоят из большого количества элементарных диполей и их магнитные свойства можно описывать плотностью распределения магнитных диполей. Поле магнита про-

произвольной формы можно описать интегралом от плотности распределения магнитных моментов[23]:

$$B(r) = \frac{\mu_0}{4\pi} \int_V \frac{3(r-r_0)[(r-r_0) \cdot m(r_0)] - m(r_0) \cdot (r-r_0)^2}{|r-r_0|^5} d^3 r_0 \quad (52)$$

Данный интеграл представляет из себя свертку функции распределения плотности магнитного момента с функцией поля точечного диполя. Для вычисления этого интеграла очень удобно использовать координатное преобразование Фурье. По теореме «о свертке» преобразованием Фурье от такого интеграла, как известно, будет просто произведение функции плотности на функцию поля в Фурье представлении.

Казалось бы, при переходе к пространственному представлению все равно потребуются вычислять интегралы, но вычисление обратного преобразования Фурье это гораздо более легкая задача, чем вычисление произвольного интеграла. Например, преобразование Фурье легко вычисляется на компьютере с помощью специальных программ. Для вычисления поля произвольного магнита или силы взаимодействия между двумя магнитами мы рекомендуем использовать Фурье образ плотности распределения магнитных моментов и умножать его на Фурье образ поля элементарного диполя, после чего численно вычислять обратное преобразование Фурье.

Поле диполя в декартовой системе координат и его координатное преобразование Фурье:

$$B_{\text{dip}}(r) = \frac{\mu_0}{4\pi} \nabla \cdot \text{div} \left(\frac{m}{|r|} \right) \quad B_{\text{dip}}(k) = -k(k \cdot m) F \left(\frac{1}{|r|} \right) \frac{\mu_0}{4\pi}, \quad \text{если}$$

магнитный момент распределен в пространстве:

$$B_{\text{dip}}(r) = \int_V \frac{\mu_0}{4\pi} \nabla \cdot \text{div} \left(\frac{m}{|r-r_0|} \right) d^3 r_0, \quad \text{где интеграл берется по всему}$$

объему намагниченного тела. Вычислим преобразование Фурье от такого поля:

$$\begin{aligned}
B(k) &= \frac{\mu_0}{4\pi} \iint \frac{3(r-r_0)[(r-r_0) \cdot m(r_0)] - m(r_0) \cdot (r-r_0)^2}{|r-r_0|^5} e^{-ikr} d^3r d^3r_0 = \\
&= \frac{\mu_0}{4\pi} \int k(m(r_0) \cdot k) F\left(\frac{1}{|r|}\right) e^{-ikr_0} d^3r_0 = \frac{\mu_0}{4\pi} k(F(m(r)) \cdot k) F\left(\frac{1}{|r|}\right)
\end{aligned}$$

Вычислять произведение заметно проще, чем свертку. Теперь рассмотрим силу взаимодействия между двумя магнитами произвольной формы, чтобы рассчитать силу, действующую на тело в данной точке нужно сначала вычислить поле, вычислить градиент поля и домножить на плотность магнитного момента второго тела и все это проинтегрировать по объему. В Фурье представлении формула выглядит гораздо проще:

Библиографический список

1. Методы физических измерений: лаб. практикум по физике / Ред. Р. И. Солоухин. Новосибирск: Наука. Сиб. отд-ние, 1975.
2. Описание лабораторных работ / Ю.А.Брагин, А.Г.Костюрина, Я.А.Крафтмахер, Е.А.Кушниренко, Л.Н.Смирных; Ред. Е.А.Кушниренко, И.Н.Мешков. Новосибирск: НГУ, 1988. Ч.3: Электричество и магнетизм.
3. *Князев Б. А, Черкасский В. С.* Начала обработки экспериментальных данных: Учеб. пособие. Новосибирск, 1996.
4. *Сквайрс Дж.* Практическая физика. М.: Мир, 1971.
5. *Кунце Х.-И.* Методы физических измерений. М.: Мир, 1989.
6. *Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М.* Теоретическая физика. М.:Физматлит, 2001. Т.2: Теория поля.
7. Они же. Теоретическая физика. М.: Физматлит, 2001. Т.8: Электродинамика сплошных сред.
8. *Тамм Е.И.* Основы теории электричества. М.: Наука, 1989.
9. Мешков И. Н., Чириков Б. В. Электромагнитное поле. Новосибирск: Наука. Сиб. отд-ние, 1987. Т.1.
10. *Калашиников С.Г.* Электричество. М.:Наука, 1977.
11. *Парселл Э.* Берклеевский курс физики. М.: Наука, 1983. Т.2 Электричество и магнетизм.
12. *Сивухин Д. В.* Общий курс физики. М.:Физматлит: Изд-во МФТИ, 2002. Т. 3: Электричество.
13. *Савельев И.В.* Основы теоретической физики. М.: Наука, 1991. Т.1: Механика. Электродинамика.
14. *Терлецкий Я.П., Рыбаков Ю. П.* Электродинамика. М.: Высш. шк., 1990.
15. *Яковлев В.И.* Классическая электродинамика. Новосибирск: НГУ, 2003. Ч.1.
16. *Иродов И. Е.* Электромагнетизм: Основные законы. М.:Физматлит: Лаборатория базовых знаний; СПб.: Нев. диалект, 2002.
17. *W. H. Press and S. A. Teukolsky, Savitzky-Golay Smoothing Filters, Computers in Physics, 4 (1990), pp. 669-672.*

18. Numerical Recipes 3rd Edition: The Art of Scientific Computing, William H. Press, Saul A. Teukolsky, William T. Vetterling, Brian P. Flannery
19. *Худсон Д.* Статистика для физиков. М.: Мир, 1967
20. *Путилов К.А.* Курс физики, т.2, Учение об электричестве. Москва, 1963
21. Грабовский М.А., Млодзеевский А.Б., Телеснин Р.В., Шаскольская М.П., Яковлев И.А.. Лекционные демонстрации по физике. Под ред. В.И. Ивероновой. Москва: Наука, 1965
22. *Яворский Б.М., Детлаф А.А.* Справочник по физике. Москва: Наука. 1968.
23. *Киттель Ч.* Введение в физику твердого тела, «Наука», М., 1978 г.
24. The Discovery of Giant Magnetoresistance, The Royal Swedish Academy of Sciences
25. *Фейнман Р., Лейтон З., Сэндс М.*, Фейнмановские лекции по физике, вып. 5, Электричество и магнетизм, «Мир», М., 1966 г.
26. Материал из Википедии <http://ru.wikipedia.org>
27. Caruso M.J., Dratland T., Dr. Smith C.H., Schneider R., A New Perspective on Magnetic Field Sensing. Honeywell, Inc.
www.ssec.honeywell.com/magnetic/datasheets/new_pers.pdf

Лабораторный практикум
“ЭЛЕКТРИЧЕСТВО И МАГНЕТИЗМ”

Учебно-методическое пособие

Редактор *С. В. Исакова*

Подписано в печать 11.09.2006 г.
Формат 60 х 84 / 16. Офсетная печать.
Уч. изд. л. 1,3. Усл. печ. л. 1,1. Тираж 150 экз.

Заказ №

Редакционно-издательский центр НГУ.
630090, Новосибирск-90, ул. Пирогова, 2.