

ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ

Необходимые¹ условия получения удовлетворительной оценки

Летняя сессия 2022–2023

Если на экзамене при ответе на билет или на дополнительный вопрос выяснится, что студент не знает формулировок указанных базовых теорем и понятий или не понимает их смысла (т. е. как указанные теоремы «работают» при решении конкретной задачи), то преподаватель вправе поставить оценку «неудовлетворительно» (вне зависимости от того, насколько хорошо даны ответы на вопросы из билета).

Базовые факты, знание которых необходимо для получения оценки «удовлетворительно»

Из осеннего семестра:

1. Постановка задачи Коши (для уравнений первого порядка, для уравнений высокого порядка, для систем дифференциальных уравнений).
2. Теорема Пикара (для уравнений первого порядка, для уравнений высокого порядка, для систем дифференциальных уравнений).
3. Сведение уравнения высокого порядка к системе.
4. Определения ФСР, ФМР (для линейных систем и уравнений высокого порядка).
5. Метод вариации произвольной постоянной (для линейных систем и уравнений высокого порядка).

Из весеннего семестра:

1. Простейшая задача вариационного исчисления: постановка задачи, определения локального и глобального экстремума. Необходимое условие локального экстремума (уравнение Эйлера).
2. **!!! Определение устойчивости по Ляпунову. Определение асимптотической устойчивости. Геометрическая интерпретация этих определений.**
3. Устойчивость решений линейной системы с постоянными коэффициентами (зависимость от собственных чисел матрицы коэффициентов).
4. Теоремы об асимптотической устойчивости / неустойчивости по первому приближению для автономных систем.
5. Определение функции Ляпунова. Теоремы об устойчивости по Ляпунову, асимптотической устойчивости, неустойчивости в терминах функции Ляпунова.
6. Первые интегралы систем обыкновенных дифференциальных уравнений. Связь первых интегралов с решениями линейного однородного дифференциального уравнения с частными производными первого порядка.

¹Напомним, что в математике необходимые условия далеко не всегда являются достаточными.

Базовые навыки, необходимые для получения оценки «удовлетворительно»

Из осеннего семестра:

1. Решение уравнений первого порядка: уравнения с разделяющимися переменными, уравнения с однородной правой частью $y' = \varphi(\frac{y}{t})$, линейные уравнения, уравнение Бернулли.

2. Решение линейных однородных систем с постоянными коэффициентами, построение ФСР, ФМР. Решение линейных неоднородных систем методом вариации произвольной постоянной.

3. Решение линейных уравнений высокого порядка с постоянными коэффициентами. Нахождение частного решения методом вариации произвольной постоянной. Нахождение частного решения в случае специальной правой части (квазиполинома).

Из весеннего семестра:

1. Решение простейших задач вариационного исчисления.

2. Решение однородных систем малых колебаний.

3. Нахождение производных по параметрам и начальным данным от решения задачи Коши.

4. Исследование решений на устойчивость с помощью первого приближения.

5. Исследование решений на устойчивость с помощью функции Ляпунова.

6. Построение фазовых траекторий для линейных систем.

7. Нахождение первых интегралов системы дифференциальных уравнений.

8. Решение линейных однородных дифференциальных уравнений с частными производными первого порядка.