

Самостоятельная работа к занятию 3

1. Найдите общее решение уравнения $y' \cos x + y \sin x = 1$.
2. Найдите общее решение уравнения $y' = \frac{1}{x - y^2}$ и решите задачу Коши $y(2) = 0$.
3. Найдите общее решение уравнения $y' + x\sqrt[3]{y} = 3y$.
4. Найдите общее решение уравнения $xy' + x^2e^y + 2 = 0$ и решите задачу Коши $y(-1) = 0$.
5. Найдите общее решение уравнения $y' \sin 2y + \cos^2 y + 1 = 0$.

Ответы и указания

1. *Указание:* частное решение можно легко угадать!
Ответ: общее решение $y = C \cos x + \sin x$.
2. Общее решение $x = Ce^y + y^2 + 2y + 2$, решение задачи Коши $y = -1 + \sqrt{x - 1}$.
3. *Указание:* это уравнение Бернулли.
Ответ: общее решение $y^{\frac{2}{3}} = Ce^{2x} + \frac{x}{3} + \frac{1}{6}$ и $y = 0$.
4. *Указание:* замена $z = e^y$ приводит к уравнению Бернулли.
Ответ: общее решение $e^{-y} = x^2(C + \ln |x|)$, или $e^{-y} = x^2 \ln Dx$; решение задачи Коши $y = -(\ln x^2 + \ln(\ln(-x) + 1))$.
5. Общее решение $\sin^2 y = Ce^x + 2$, или $1 + \cos^2 y = Ce^x$.