

ФИЗИКА КОНДЕНСИРОВАННОГО СОСТОЯНИЯ ВЕЩЕСТВА
(2024-2025 учебный год)

Часть 1. ОСНОВЫ КВАНТОВОЙ МЕХАНИКИ
(5 семестр)

1. Корпускулярно-волновой дуализм: кванты света, волны де-Бройля.
2. Волновая функция, принцип суперпозиции, волновой пакет. Вероятностная интерпретация. Оценки характерных размеров и энергий квантовых систем по соотношению неопределенности для координаты и импульса.
3. Уравнение Шредингера. Плотность и ток вероятности, уравнение непрерывности. Стационарные состояния.
4. Одномерное движение. Дискретный спектр. Общие свойства решений. Классификация по четности. Нахождение уровней энергии и волновых функций для прямоугольной ямы. Мелкий уровень, дельта-яма.
5. Одномерное движение. Непрерывный спектр. Коэффициенты прохождения и отражения.
6. Лагранжев и гамильтонов подходы к классической механике.
7. Аппарат квантовой механики: операторы физических величин, собственные функции и собственные значения операторов, векторы состояния. Условия совместной измеримости физических величин. Обозначения Дирака.
8. Представление Гейзенберга. Дифференцирование операторов по времени. Сохраняющиеся величины.
9. Гармонический осциллятор: спектр и волновые функции с помощью операторов рождения и уничтожения. Когерентные состояния осциллятора.

10. Квазиклассическое приближение. Квазистационарные состояния. Ширина и время жизни. Альфа-распад ядер.
11. Симметрии в квантовой механике: представление операторами, генераторы преобразований.
12. Орбитальный момент, алгебра его операторов, их собственные функции, собственные значения и матричные элементы.
13. Частица в центральном поле. Атом водорода. Спектр и волновые функции связанных состояний.
14. Уравнение Шредингера для бесспиновой частицы в магнитном поле.
15. Приближенные методы: вариационный метод, теория стационарных возмущений.
16. Квантовая механика частицы со спином $1/2$. Уравнение Паули. Магнитный момент. Динамика спина $1/2$ во внешнем магнитном поле.
17. Сложение моментов. Матричные элементы скалярных и векторных операторов. Правила отбора по моменту и его проекции на ось z .
18. Тожественность частиц. Принцип Паули.
19. Возмущения зависящие от времени: внезапное, адиабатическое и периодическое возмущения.
20. Упругое рассеяние в борновском приближении.
21. Квантование электромагнитного поля. Излучение и поглощение света. Вероятности перехода, спонтанное и индуцированное излучение. Правила отбора. Угловое распределение. Принцип работы лазера.
22. Квантовые компьютеры: кубиты, основные квантовые вентили, квантовый параллелизм и задача Дойча, некоторые квантовые алгоритмы. Квантовая телепортация.

23. Периодическое поле: теорема Блоха, зонная структура, квазиимпульс, закон дисперсии.
24. Элементы физики атомов: атом гелия, обменное взаимодействие, таблица Менделеева. LS – взаимодействие и тонкая структура уровней. Определение нормальных термов по правилу Хунда. Магнитный момент атома. Эффект Зеемана.

ЗАДАНИЕ №1 (срок сдачи к первой контрольной неделе)

1. Координатная волновая функция основного состояния атома водорода имеет вид $\psi(\vec{r}) = (\pi a^3)^{-1/2} e^{-r/a}$, где $r = |\vec{r}|$, $a = \hbar^2/m_e^2$. Вычислить $\langle \vec{r} \rangle$, $\langle r \rangle$, $\langle \Delta x^2 \rangle$, $\langle \Delta y^2 \rangle$, $\langle \Delta z^2 \rangle$, $\langle \Delta \vec{p} \rangle$, $\langle \Delta p \rangle$, $\langle \Delta p_{x,y,z}^2 \rangle$. *Указание:* при вычислении может пригодиться формула $\int_0^\infty \frac{dx}{(1+x^2)^n} = \frac{(2n-3)!!}{(2n-2)!!} \frac{\pi}{2}$. (5 баллов)
2. Найти энергии и волновые функции связанных состояний частицы в поле $U(x) = -G\delta(x) + G_1\delta(x-a)$. Получить явные выражения для энергии при больших a . (5 баллов)
3. Вычислить коэффициент прохождения частицы через потенциал вида $U(x) = -G\delta(x) - G\delta(x-a)$. (5 баллов)
4. Решить уравнения Гейзенберга для операторов рождения и уничтожения $1D$ гармонического осциллятора. Для этой задачи, найти коммутаторы операторов координат и импульсов в представлении Гейзенберга, $[\hat{x}(t_1), \hat{x}(t_2)]$ и $[\hat{x}(t_1), \hat{p}(t_2)]$. (5 баллов)

ЗАДАНИЕ №2 (срок сдачи ко второй контрольной неделе)

1. Найти волновые функции частицы с моментом $l = 1$ и определенными значениями проекции момента на ось x и на ось y : $|l = 1, l_x = m\rangle$ и $|l = 1, l_y = m\rangle$. Указание: Ответ выразить через волновые функции состояний с определенным значением проекции момента на ось z , $|l = 1, l_z = m\rangle$. Используйте при вычислениях операторы $\hat{l}_{\pm} = \hat{l}_x \pm i\hat{l}_y$. С какой вероятностью будут получены при измерении различные значения проекции момента на ось y если частица находится в состоянии $|l = 1, l_x = +1\rangle$ и в состоянии $|l = 1, l_x = 0\rangle$. (5 баллов)
2. Найти энергию s - волнового уровня частицы с массой m в 3D центральном поле $U(r) = -G\delta(r-a)$ предполагая, что $2mGa/\hbar^2 = 1 + \Delta$, $\Delta = 10^{-2}$. Вычислить отношение вероятностей $\omega(r > a)/\omega(r < a)$ найти частицу с $r > a$ и $r < a$ в этом состоянии. (5 баллов)
3. В квазиклассическом приближении найти уровни энергии E_n и нормированные волновые функции стационарных состояний частицы в одномерном поле с потенциальной энергией $U(z) = \{\infty, z \leq 0 ; mgz, z > 0$. (5 баллов)
4. На 2D- гармонический осциллятор с невозмущенным гамильтонианом $\hat{H}_0 = (\hat{p}_x^2 + \hat{p}_y^2)/2m + m\omega^2(\hat{x}^2 + \hat{y}^2)/2$ действует возмущение вида $\hat{V} = G\hat{x}\hat{y}$.
1) Найти по теории возмущений поправки к энергии трех нижних уровней и правильные волновые функции первого и второго возбужденных состояний. Указание: Учесть возможность вырождения некоторых невозмущенных состояний. 2) Найти точные уровни энергии и сравнить с теорией возмущений. (5 баллов)
5. Конфигурация магнитного поля имеет вид $\vec{B} = \vec{e}_z B\Theta(x)$, где Θ – ступенчатая функция Хэвисайда. Пучок нейтронов с импульсом $\vec{p} = \sqrt{2mE}(\cos\theta_i, \sin\theta_i, 0)$, находящихся в спиновом состоянии $\langle\chi_i| = (\sqrt{w_+}, \sqrt{w_-})$, движется из области без поля и попадает в полупространство с $\vec{B} \neq 0$. Вычислить среднее значение спина в падающем

пучке; найти коэффициент преломления нейтронов в зависимости от проекции спина на ось z . *Указание:* Решить уравнение Паули для нейтрона с магнитным моментом μ . (5 баллов)

ЗАДАНИЕ №3 (срок сдачи к 30 декабря)

1. Система из двух тождественных фермионов со спином $1/2$ находится в поле одномерного гармонического осциллятора. Один фермион находится в состоянии $|n_1\rangle$, другой в состоянии $|n_2\rangle$. Вычислить среднее значение квадрата расстояния $\langle (x_1 - x_2)^2 \rangle$ между фермионами в зависимости от значения полного спина. (5 баллов)
2. Найти коэффициенты Клебша-Гордона при сложении моментов $j_1 = 1/2$ и $j_2 = 1$. Используя эти результаты, для электрона в атоме водорода найти в координатном представлении явный вид волновых функций состояний с различными возможными значениями операторов полного момента ($j = l + s$) и его проекции если главное квантовое число $n = 2$, а угловой момент $l = 1$. (5 баллов)
3. Быстрые электроны рассеиваются ядром с зарядом Ze . Найти дифференциальное сечение упругого рассеяния для случая, когда заряд ядра а) равномерно распределен по шару радиуса R и б) распределен с плотностью $\rho(r) = Ae^{-r/a}$. (5 баллов)
4. Пусть на вход устройства для решения задачи Дойча подается двухкубитовое состояние общего вида $|\psi\rangle = a|00\rangle + b|01\rangle + c|10\rangle + d|11\rangle$, где $|a|^2 + |b|^2 + |c|^2 + |d|^2 = 1$. Найти вероятность того, что при произвольной бинарной функции $f(x)$ верхний (первый) кубит будет зарегистрирован в состоянии $|1\rangle$. (5 баллов)

Литература.

1. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М., Краткий курс теоретической физики. Книга 2: квантовая механика.
2. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М., Теоретическая физика. Том 3: Квантовая механика. Нерелятивистская теория.
3. Галицкий В.М., Карнаков Б.М., Коган В.И., Задачи по квантовой механике.
4. Ткаченко О.А., Ткаченко В.А., Коткин Г.Л., Инструкция по управлению программой квант. (kvant.pdf)
5. Ткаченко О.А., Ткаченко В.А., Коткин Г.Л., Задачи для решения с помощью программы квант. (kvant.pdf)

Дополнительная литература.

1. Гинзбург И.Ф., Введение в физику твердого тела. Основы квантовой механики и статистической физики с отдельными задачами физики твердого тела. Издательство *Лань*, (2007).
2. Сербо В.Г., Хриплович И.Б., Конспект лекций по квантовой механике. РИЦ НГУ, (2010).
3. Мильштейн А.И., Резниченко А.В., Лекции по квантовой механике: учебное пособие. ИПЦ НГУ (2021).
4. Кожевников А.А., Графен и квантовые вычисления. Дополнительные главы к курсу "Введение в физику твердого тела". РИЦ НГУ, (2011).

- За сданные вовремя задачи начисляются **баллы**. Задача считается сданной **вовремя**, если она сдана не позже даты, указанной в задании. За несданные вовремя задачи баллы не начисляются. Прием заданий заканчивается 30-го декабря 2024г.
- К этим баллам добавляются баллы, полученные при выполнении двух контрольных работ, максимум 40 баллов.
- В конце семестра проводится устный экзамен (в каждом билете один вопрос и одна задача). Претендовать на оценку соответственно «5», «4», «3» могут студенты, у которых сумма набранных баллов попадает в интервал $[85-105]$, $[65-84]$, $[36-64]$. Итоговая оценка «2» выставляется в случае, если сумма набранных баллов ≤ 35 , либо при неудовлетворительной сдаче экзамена.