

Лабораторная работа 2.6

Измерение теплоемкости металлов модуляционным методом

Составитель: д.ф.-м.н. Р.А. Хайрулин

Рецензент: д.ф.-м.н. В.В. Рандин

Оглавление

1.	Некоторые сведения из термодинамики и теории теплообмена	2
2.	Физические основы метода	7
3.	Описание установки	10
4.	Проведение измерений	12
4.1.	Настройка приборов	12
4.2.	Измерение сопротивления образца при комнатной температуре	12
4.3.	Основной эксперимент	13
5.	Обработка и представление результатов измерений	14
	Приложение	15

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 2.6

ИЗМЕРЕНИЕ ТЕПЛОЕМКОСТИ МЕТАЛЛОВ МОДУЛЯЦИОННЫМ МЕТОДОМ

Цель работы – ознакомление с модуляционным методом измерения теплоемкости и измерение теплоемкости вольфрама.

Оборудование: генератор переменного тока, источник питания постоянного тока, селективный нановольтметр, осциллограф, образцовые катушки электрического сопротивления, магазин сопротивлений, магазин емкостей, маломощная лампа накаливания.

Модуляционный метод измерения теплоемкости разработан профессором НГУ Я. А. Крафтмахером¹ и предназначен главным образом для определения теплоемкости при постоянном давлении $C_P(T)$ твердых металлов при высоких температурах (вплоть до температур плавления).

1. НЕКОТОРЫЕ СВЕДЕНИЯ ИЗ ТЕРМОДИНАМИКИ И ТЕОРИИ ТЕПЛООБМЕНА

Понятие «теплоемкость» вводится как количество тепла, которое необходимо, чтобы нагреть тело на 1 К (1 °С), и определяется выражением:

$$\delta Q = C \cdot \delta T,$$

где δQ – бесконечно малое количества теплоты, полученное телом; δT – соответствующее приращение его температуры; C – теплоемкость.

Так же, как и количество тепла, теплоемкость есть функция процесса и приобретает однозначный смысл при указании условий нагрева. То есть, при одном и том же δQ приращения температуры δT будут разными в зависимости от того как меняются параметры системы (объем V , давление P и т. д.) в процессе нагрева. Соответственно разными будут и теплоемкости, измеренные в разных процессах. В термодинамике особое значение имеют теплоемкости C_V и C_P в процессах с фиксированным объемом образца ($V = const$) и при фиксированном давлении ($P = const$), связанные с термодинамическими функциями (U – внутренняя энергия; H – энтальпия; S – энтропия) следующими соотношениями:

$$C_V = T(\partial S / \partial T)_V = (\partial U / \partial T)_V, \quad C_P = T(\partial S / \partial T)_P = (\partial H / \partial T)_P.$$

Удельная теплоемкость – это теплоемкость единичной массы вещества. Единицей СИ для удельной теплоемкости является [Дж/(кг·К)]. В научной практике часто используется молярная (мольная) теплоемкость – количество тепла, которое необходимо, чтобы нагреть один моль вещества на 1 К, [Дж/(моль·К)]. Молярная теплоемкость равна удельной теплоемкости, умноженной на массу одного моля вещества.

При измерении теплоемкости твердых веществ и жидкостей, как правило, измеряют величину C_P . Эксперименты по прямому измерению C_V очень трудны и уникальны. Связано это с тепловым расширением исследуемого образца при его нагреве в процессе измерений. Из-за очень малой сжимаемости конденсированных сред практически невозможно изготовить измерительную ячейку, которая бы не деформировалась под воздействием возникающих при нагреве образца сил, т. е. обеспечить выполнение условия $V = const$ обычно не удается. То, что коэффициенты теплового расширения твердых тел и жидкостей малы и при нагреве на несколько градусов объем образца увеличивается незначительно, не должно вводить в заблуждение. Здесь важна качественная сторона: какой из параметров

¹ Крафтмахер Я. А. Теплоемкость при высоких температурах и образование вакансий в тугоплавких металлах // Исследования при высоких температурах. Новосибирск: Наука, 1966. С.5–54.

системы (P или V) поддерживается постоянным. При высоких температурах C_P может отличаться от C_V весьма значительно.

Строгое термодинамическое соотношение, связывающее C_V и C_P имеет вид:

$$C_P - C_V = \frac{\alpha^2}{\chi} VT > 0,$$

где $\alpha = \frac{1}{V} \left(\frac{\partial V}{\partial T} \right)_P$ – изобарический коэффициент теплового расширения, $\chi = -\frac{1}{V} \left(\frac{\partial V}{\partial P} \right)_T$ –

изотермическая сжимаемость. Для одного моля идеального газа $\frac{\alpha^2}{\chi} VT = R$, где $R = 8,314... \text{ Дж/(моль} \cdot \text{К)}$ – универсальная газовая постоянная.

Основной вклад в теплоемкость твердых тел дают тепловые колебания кристаллической решетки. В гармоническом приближении (теория Дебая), при температурах выше некоторой характеристической температуры θ_D (температура Дебая), теплоемкость кристаллической решетки $C_V^D = 3R = \text{const}$. Температура Дебая является индивидуальной характеристикой вещества. Значения θ_D для некоторых веществ приведены в таблице. Для большинства веществ температура Дебая близка к комнатной, или несколько превышает ее.

Температура Дебая, теплоемкость и теплопроводность некоторых веществ в твердом состоянии

Вещество	θ_D , К	C_P , Дж/(моль·К)		λ , Вт/(м·К)	
		$T = 273 \text{ К}$	$T = T_{пл}^*$	$T = 273 \text{ К}$	$T = T_{пл}^*$
Li	352	24,9	29,8	86,7	75,2
Be	1160	16,5	30,0	199,8	69,8 (1400 К)
Al	423	24,4	33,9	237	208
Ti	426	25,4	40,9	22,3	33,1
Fe	457	25,1	45,0	79,9	35,0
Ni	476	26,0	36,7	90,4	69,0
Cu	342	24,5	33,4	401	317
Mo	259	23,9	55,1	139,8	89,7
W	388	24,3	49,8	162,8	99,0
Ta	247	25,3	46,0	55,2	87,0
Ag	228	25,4	32,0	430,0	361,0 (1200 К)
Au	165	25,3	33,3	317,7	257,0
Pt	234	25,9	35,0	71,7	81,5 (2000 К)
Pb	102	26,4	29,5	35,1	31,6

* $T_{пл}$ – температура плавления.

Как видно из таблицы, при комнатной температуре, $C_P \approx 3R = C_V^D$ для всех веществ, за исключением бериллия. Таким образом, теория Дебая позволяет достаточно точно оценить теплоемкость большинства твердых тел, если температура тела близка или выше θ_D (но существенно ниже $T_{пл}$).

С ростом температуры разность $C_P - C_V$ для твердых тел увеличивается. Это связано с тем, что при повышении температуры колебания атомов в узлах кристаллической решетки все более отличаются от гармонических, и появляется дополнительный «ангармонический» вклад в $C_P(T)$, а для металлов, кроме того, становится существенной теплоемкость «газа» электронов проводимости. При очень высоких температурах, а также вблизи температур структурных и фазовых превращений появляются и другие составляющие теплоемкости. В результате вид зависимости $C_P(T)$ в широком температурном интервале может быть весьма сложным. В качестве примера на рис. 1. приведена температурная зависимость $C_P(T)$ для железа.

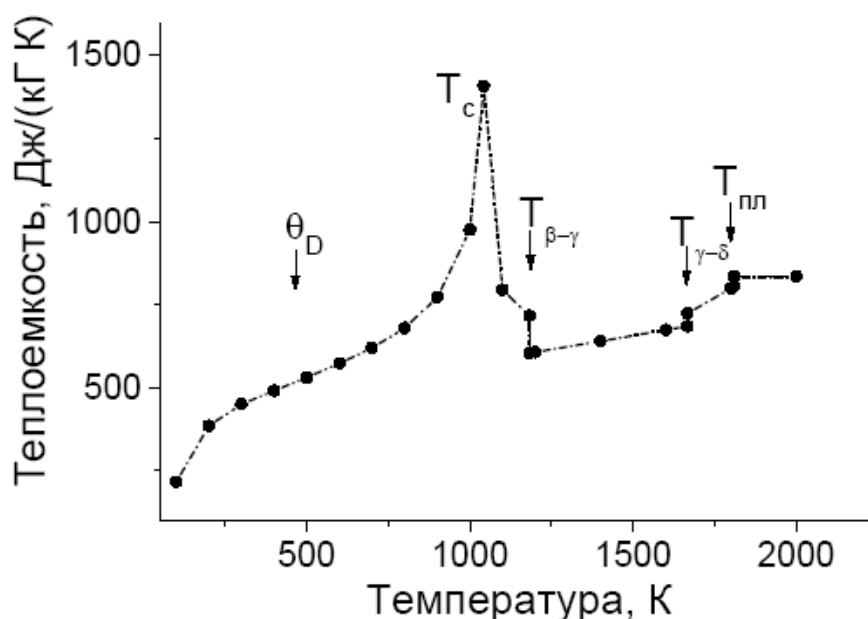


Рис. 1. Удельная теплоемкость железа: θ_D – температура Дебая; T_c – температура Кюри; $T_{пл}$ – температура плавления; $T_{\beta-\gamma}$ и $T_{\gamma-\delta}$ – температуры структурных превращений

Наиболее универсальными методами измерения теплоемкости, являются методы, основанные на том, что в исследуемый образец вводится определенное количество тепла и измеряется, насколько при этом изменится температура образца. Либо наоборот, образец нагревается (охлаждается) и измеряется сколько подведено (отведено) тепла. Примером может служить так называемый ледяной калориметр. При использовании этого метода предварительно нагретый до нужной температуры T образец быстро переносится (сбрасывается) в «стакан», находящийся внутри сосуда Дьюара, заполненного смесью льда и воды, где и остывает до 0°C (количество льда в сосуде Дьюара таково, что при остывании образца плавится лишь его небольшая часть и температура смеси всегда равна 0°C). Количество отданного образцом тепла (изменение его энтальпии при изменении температуры от 0°C до T) определяется по количеству растаявшего льда (скрытая теплота плавления воды $333,7$ кДж/кг), а количество растаявшего льда – по изменению объема смеси лед–вода.

Однако, несмотря на кажущуюся простоту, эксперименты такого рода очень сложны технически и трудоемки. (Подумайте, какие трудности могут возникнуть при практической реализации данного метода измерений.) В связи с этим применяют, как правило,

динамические методы измерения теплоемкости, причем при разработке методов стараются по возможности использовать особенности свойств исследуемого материала.

Так, при исследовании теплоемкости металлов удобно нагревать образец, пропуская через него электрический ток, т. е. использовать сам образец в качестве нагревателя. Как правило, металлический образец можно использовать и в качестве термометра. Для этого достаточно знать (или определить в предварительном эксперименте) температурную зависимость его электросопротивления. Методы, в которых используется внутренний нагрев образцов электрическим током наиболее удобны в высокотемпературных изменениях, т. к. позволяют обходиться без сложных высокотемпературных печей. В экспериментах такого рода (лабораторные работы 2.6 и 2.7) используют обычно проволоочные образцы малого сечения и очень малой массы. Основным преимуществом данных методов являются возможность проводить измерения в очень широком интервале температур (до температур плавления тугоплавких металлов). Основным недостатком методов, основанных на регистрации изменения сопротивления образца, заключается в необходимости знать температурную производную электросопротивления исследуемого металла. Измерить эту величину довольно трудно.

Динамические методы основаны на измерении таких параметров нагрева исследуемого образца, зависящих от теплоемкости, как скорость изменения температуры, времена запаздывания сигнала, фазовые соотношения и т. д. Формулы для расчета теплоемкости по результатам таких экспериментов получаются из решения соответствующих задач теплообмена. Поэтому, для понимания дальнейшего, необходимо дать некоторые определения теории теплообмена.

Теплопередача или теплообмен – это самопроизвольный необратимый процесс распространения тепла от областей среды с большей температурой к областям с меньшей температурой (или от более нагретых тел к менее нагретым). Перенос тепла осуществляется тремя основными способами: конвекцией (конвективный теплообмен), теплопроводностью (кондуктивный теплообмен) и тепловым излучением (радиационный теплообмен). В общем случае, когда действуют одновременно все три механизма, задача теплообмена очень сложна и может быть решена только численно. Однако при проведении эксперимента искусственно создаются такие условия, при выполнении которых задача упрощается и оказывается возможным получить ее решение в аналитическом виде.

Конвективный теплообмен обусловлен перемещением объемов среды, возможен только в текучей среде (газ, жидкость) и неразрывно связан с массообменом. В зависимости от порождающих причин, конвекция бывает естественной (свободной) и вынужденной.

Если жидкость (газ) контактирует с твердой поверхностью (стенкой), то конвективный теплообмен между стенкой и окружающей средой описывается уравнением (уравнение Ньютона):

$$dq = \alpha (T_w - T_\infty) ds,$$

где α – коэффициент теплоотдачи [Вт/(м²·К)], зависящий от формы и качества обработки поверхности, ее положения (относительно направления силы тяжести), а также от скорости течения, теплопроводности, теплоемкости, плотности, коэффициента теплового расширения жидкости (газа); T_w – температура твердой поверхности; T_∞ – температура жидкости (газа) на удалении от стенки; ds – элемент площади поверхности стенки; dq – тепловой поток с ds .

Теплопроводность – это молекулярный теплоперенос в неподвижных средах (твердое тело, а также жидкость или газ при отсутствии конвекции). Тепловой поток в неподвижной среде описывается уравнением Фурье:

$$\vec{q} = -\lambda \cdot \vec{\nabla} T$$

где \vec{q} – плотность теплового потока [Вт/м²]; λ – коэффициент теплопроводности [Вт/(м·К)]; $T = T(x, y, z)$ – температурное поле в среде. (Знак минус означает, что тепло течет в направлении, противоположном направлению градиента температуры). В случае одномерного температурного поля $T = T(x)$:

$$q = -\lambda \frac{dT}{dx}.$$

Температурное поле в бесконечной пластине, одна поверхность которой ($x = x_0$) поддерживается при температуре $T(x_0) = T_0$, а другая ($x = x_1 > x_0$) – при температуре $T(x_1) = T_1 > T_0$, описывается линейной зависимостью:

$$T(x) = T_0 + \frac{T_1 - T_0}{x_1 - x_0} (x - x_0),$$

а плотность теплового потока равна

$$q = -\lambda \frac{T_1 - T_0}{x_1 - x_0} = -\lambda \frac{\Delta T}{\Delta x}.$$

Теплообмен излучением наблюдается между двумя или более телами, разделенными хотя бы частично прозрачной средой и зависит от температур и оптических свойств поверхностей тел, а также от оптических свойств среды. В чистом виде радиационный теплообмен наблюдается между телами в вакууме.

Плотность излучения в замкнутой полости, стенки которой имеют одинаковую температуру, описывается функцией Планка, не зависит от оптических свойств поверхностей и одинакова в любой точке полости. Такое излучение называется *черным*.

Интегральная (просуммированная по всем частотам) интенсивность черного излучения описывается зависимостью (закон Стефана–Больцмана):

$$I_T = n^2 \sigma T^4, \quad (1.1)$$

где $\sigma = 5.67 \cdot 10^{-8}$ Вт/(м²К⁴) – постоянная Стефана–Больцмана; n – показатель преломления окружающей среды (для воздуха $n \approx 1$).

Во многих случаях излучение с единицы поверхности реального твердого тела (или жидкости) можно описать зависимостью похожего вида:

$$I_T = \varepsilon \cdot n^2 \sigma T^4. \quad (1.2)$$

Выражение (1.2) отличается от (1.1) только наличием множителя $0 < \varepsilon < 1$, который называется *излучательной способностью* или *коэффициентом черноты*, а излучение, описываемое выражением (1.2) – *серым* излучением. Коэффициент ε зависит от материала поверхности, качества ее обработки и от температуры.

Если на поверхность серого тела падает серое излучение, то часть его отражается, а часть поглощается. Причем коэффициент поглощения в точности равен коэффициенту черноты. Лабораторное помещение можно рассматривать как черную полость с температурой излучения внутри нее равной комнатной температуре $T = T_{ком}$. Таким образом, если мы имеем тело с температурой поверхности T_w , то количество тепла, которое получает (теряет) тело в единицу времени с поверхности S за счет излучения:

$$P = \varepsilon n^2 \sigma S (T_w^4 - T_{ком}^4).$$

2. ФИЗИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ МЕТОДА

Рассматриваемый метод измерения теплоемкости основан на том, что, если через тонкую металлическую проволочку (образец), помещенную в вакуум, пропустить переменный ток, то температура проволочки будет испытывать периодические колебания с амплитудой, зависящей от ее теплоемкости. Теплоемкость, таким образом, можно рассчитать, измерив амплитуду этих колебаний. Однако из-за того, что в эксперименте используются очень тонкие проволочки (диаметр несколько мкм), амплитуда колебаний температуры мала (10^{-1} – 10^{-3} K), а частота велика (от десятков Гц до единиц МГц), обычные способы измерения температуры невозможны. В данном случае используется весьма оригинальный способ измерения температурных колебаний малоинерционного образца, известный как *метод эквивалентного импеданса*.

Пусть через проволочный образец протекает ток

$$J(\tau) = J_0 + j \cdot e^{i\omega\tau} (j \ll J_0), \quad (2.1)$$

где i – мнимая единица, τ – время, $\omega = 2\pi f$, f – частота переменного тока.

Тогда температура образца будет испытывать периодические колебания относительно некоторой средней температуры T_0 и может быть представлена в виде:

$$T(\tau) = T_0 + \theta(\tau) \quad (|\theta| \ll T_0), \quad (2.2)$$

Соответствующим образом будет изменяться во времени и сопротивление образца:

$$R(\tau) = R_0 + R' \cdot \theta(\tau), \quad (2.3)$$

где $R_0 = R(T_0)$, а $R' = (\partial R / \partial T)$ при $T = T_0$.

Если температурное поле в образце можно считать однородным (температура одинакова во всех точках образца), то с учетом (2.1–2.3) уравнение теплового баланса для него запишется в виде:

$$mC_P \frac{dT}{d\tau} + \varepsilon\sigma S(T^4 - T_{\text{ком}}^4) = (J_0 + j \cdot e^{i\omega\tau})^2 (R_0 + R' \cdot \theta), \quad (2.4)$$

где m – масса образца, S – площадь поверхности теплообмена.

Если теперь разложить $T^4(\tau) = (T_0 + \theta(\tau))^4$ в ряд по степеням θ/T_0 , учесть условие $\varepsilon\sigma S(T_0^4 - T_{\text{ком}}^4) = J_0^2 R_0$ и пренебречь членами второго порядка малости, то получим из (2.4):

$$mC_P \frac{d\theta}{d\tau} + (4\varepsilon\sigma S T_0^3 - J_0^2 R')\theta = 2J_0 j R_0 \cdot e^{i\omega\tau}. \quad (2.5)$$

Решение дифференциального уравнения (2.5) имеет вид:

$$\theta(\tau) = \theta_0 e^{i\omega\tau}. \quad (2.6)$$

Подставляя (2.6) в (2.5), получаем алгебраическое уравнение для нахождения амплитуды θ_0 :

$$i\omega m C_P \theta_0 + (4\varepsilon\sigma S T_0^3 - J_0^2 R') \theta_0 = 2J_0 j R_0.$$

Отсюда

$$\theta_0 = \frac{2J_0 j R_0}{i\omega m C_P} \cdot \frac{1}{1 + \frac{4\varepsilon\sigma S T_0^3 - J_0^2 R'}{i\omega m C_P}} = \frac{2J_0 j R_0}{\omega m C_P} \sin \varphi e^{-i\varphi}, \quad (2.7)$$

где
$$\varphi = \arctg \frac{\omega m C_P}{4\varepsilon\sigma S T_0^3 - J_0^2 R'}.$$

Далее, подставляя (2.7) в (2.6) и учитывая, что физический смысл имеет действительная (или мнимая) часть $\theta(\tau)$, находим:

$$\theta(\tau) = \text{Re}(\theta_0 e^{i\omega\tau}) = \text{Re}\left(\frac{2J_0 j R_0}{\omega m C_P} \sin \varphi e^{i(\omega\tau - \varphi)}\right) = \frac{2J_0 j R_0}{\omega m C_P} \sin \varphi \cos(\omega\tau - \varphi). \quad (2.8)$$

Из (2.8) видно, что между колебаниями тока (мощности) и температуры есть сдвиг по фазе на некоторый угол φ . Сделать оценку величины φ из общих соображений не представляется возможным, т. к. оба слагаемых в знаменателе выражения, определяющего φ , существенным образом зависят от комплекса тепловых, электрических и оптических свойств конкретного металла и условий эксперимента. Важно, однако, то, что увеличивая частоту ω , всегда можно добиться выполнения условия:

$$\frac{\omega m C_P}{4\varepsilon\sigma S T_0^3 - J_0^2 R'} \gg 1 \quad \left(\varphi \rightarrow \frac{\pi}{2} \right) \quad (2.9)$$

В настоящее время выполнено очень большое количество экспериментов по определению теплоемкости модуляционным методом. На основании результатов этих экспериментов можно утверждать, что для $f = 10 \div 100$ Гц и выше условие (2.9) хорошо выполняется для всех металлов и при любых реальных значениях температуры образца. При выполнении условия $\varphi \approx \pi/2$ (см. рис. 2), амплитуда θ_0 достигает максимума и не зависит от трудно измеряемых оптических параметров, что важно с точки зрения эксперимента. Фазовый сдвиг на $\pi/2$ между колебаниями мощности и температуры физически означает, что вся выделившаяся на частоте ω мощность идет на нагрев образца. Этот эффект называется **эффектом высокочастотной адиабатизации**.

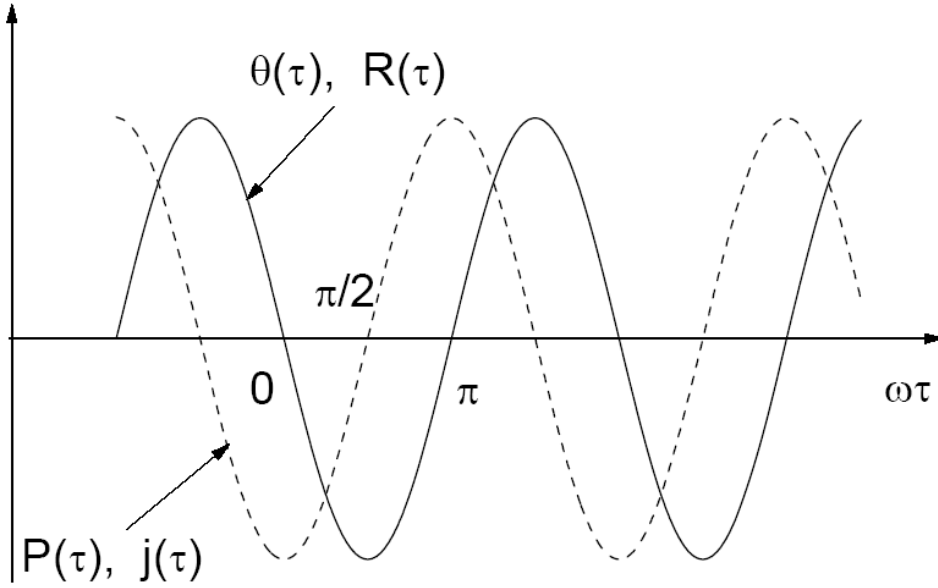


Рис. 2. Фазовые соотношения между колебаниями мощности (тока) и сопротивления (температуры) образца

Таким образом, при достаточно высокой частоте переменного тока:

$$\theta(\tau) = \frac{2J_0 j R_0}{\omega m C_P} \cos\left(\omega\tau - \frac{\pi}{2}\right); \quad (2.10)$$

$$R(\tau) = R_0 + R' \cdot \frac{2J_0 j R_0}{\omega m C_P} \cos\left(\omega\tau - \frac{\pi}{2}\right). \quad (2.11)$$

По закону Ома, переменная составляющая напряжения на частоте ω :

$$U_\omega = (J(\tau) \cdot R(\tau))_\omega = R_0 \cdot j \cos \omega\tau + J_0 R' \cdot \frac{2J_0 j R_0}{\omega m C_P} \cos\left(\omega\tau - \frac{\pi}{2}\right). \quad (2.12)$$

Здесь первое слагаемое обусловлено протеканием переменного тока через постоянное сопротивление R_0 , а второе – протеканием постоянного тока через колеблющееся сопротивление. Из (2.12) видно, что результирующее (измеряемое) напряжение на образце не совпадает по фазе с протекающим через образец переменным током j . Это означает, что наш образец ведет себя как комплексное сопротивление (т. е. составленное из активных и реактивных компонентов). Его импеданс

$$Z = \frac{U_\omega}{j e^{i\omega\tau}} = R_0 \left(1 + \frac{2J_0^2 R'}{\omega m C_P} e^{-i\pi/2} \right) = R_0 \left(1 - i \frac{2J_0^2 R'}{\omega m C_P} \right) \quad (2.13)$$

эквивалентен импедансу электрической цепи из соединенных параллельно сопротивления R_3 и емкости C_3 :

$$Z_{R_3C_3} = \left[R_3^{-1} + (1/i\omega C_3)^{-1} \right]^{-1} = \frac{R_3}{1 + (\omega R_3 C_3)^2} - i \frac{\omega R_3^2 C_3}{1 + (\omega R_3 C_3)^2}. \quad (2.14)$$

Приравнявая (2.13) к (2.14), получаем:

$$R_0 = \frac{R_3}{1 + (\omega R_3 C_3)^2}; \quad (2.15)$$

$$\frac{2J_0^2 R_0 R'}{\omega m C_P} = \frac{\omega R_3^2 C_3}{1 + (\omega R_3 C_3)^2}. \quad (2.16)$$

Отметим, что в реальных экспериментах $(\omega R_3 C_3)^2 \ll 1$, поэтому R_0 с высокой точностью равно R_3 . Разделив (2.15) на (2.16), получим выражение, связывающее теплоемкость с параметрами эквивалентного импеданса образца:

$$m C_P = \frac{2J_0^2 R'}{\omega^2 R_3 C_3}. \quad (2.17)$$

Таким образом, проблема измерения теплоемкости сводится к измерению параметров эквивалентного импеданса образца. Сделать это удобнее всего, используя мост переменного тока.

3. ОПИСАНИЕ УСТАНОВКИ

Установка для измерения теплоемкости модуляционным методом представляет собой мост переменного тока (рис. 3), в одно из плеч которого включен исследуемый образец. В качестве образца используется вольфрамовая нить маломощной лампы накаливания. Два плеча моста состоят из образцовых сопротивлений $R_1 = 1$ Ом и $R_2 = 100$ Ом. Плечо сравнения моста RC состоит из параллельно включенных магазинов переменных сопротивлений R и емкостей C .

Питание моста осуществляется от последовательно включенных источника постоянного тока и генератора переменного тока. Сигнал разбаланса в измерительной диагонали моста подается на селективный нановольтметр. Селективный нановольтметр выделяет из сигнала переменное напряжение на частоте f (f – частота переменного тока с генератора), усиливает его и подает на вход “Y” осциллографа. На вход “X” осциллографа подается переменное напряжение с генератора. Так как выход генератора, вход и выход нановольтметра, а также входы осциллографа несимметричны (имеют общую «землю»), то переменное напряжение с генератора в цепь питания моста подается через разделительный трансформатор Тр 1, а напряжение с измерительной диагонали моста на вход нановольтметра – через разделительный трансформатор Тр 2. Это обеспечивает гальваническую развязку моста от перечисленных приборов и позволяет избежать короткого замыкания через «землю».

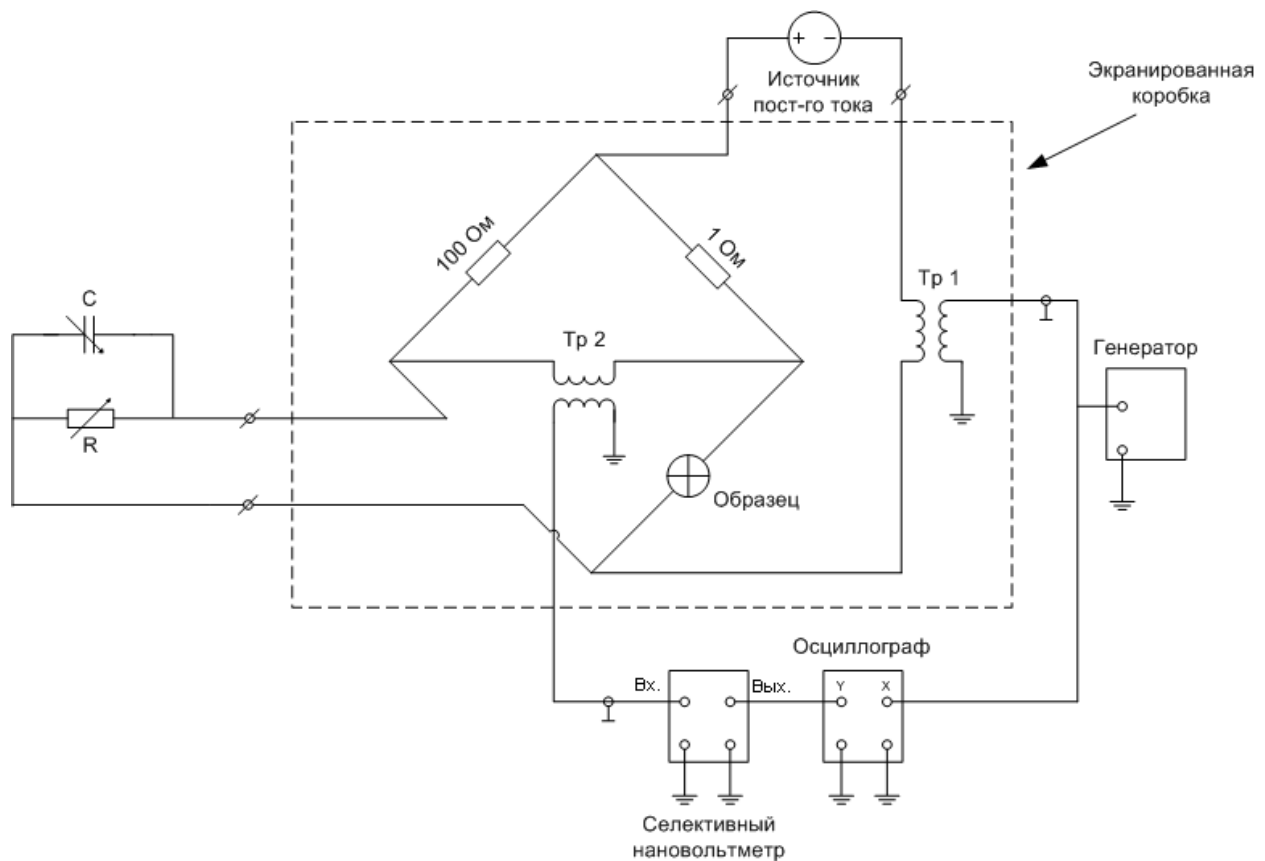


Рис. 3. Установка для измерения теплоемкости модуляционным методом

Условие баланса моста по переменному току (переменное напряжение в измерительной диагонали моста на частоте $\omega = 2\pi f$ равно нулю):

$$\frac{Z_{RC}}{Z_{R_3C_3}} = \frac{R_2}{R_1} = 100. \quad (3.1)$$

Из (3.1) и (2.14) следует, что при балансе моста $R = 100R_3$, $C = 0,01C_3$ (обратите внимание на равенство произведений: $RC = R_3C_3$). Поскольку, как отмечено выше, в реальных экспериментах R_0 практически равно R_3 , то в момент баланса моста по переменному току с высокой точностью выполняется и условие баланса моста по постоянному току:

$$\frac{R}{R_0} = \frac{R_2}{R_1} = 100.$$

Постоянный ток J_0 , протекающий через образец в момент баланса моста, рассчитывается по формуле:

$$J_0 = J_{00} \frac{R_2}{R_1 + R_2} = \frac{100}{101} \cdot J_{00}, \quad (3.2)$$

где J_{00} – полный постоянный ток, питающий мост. Величина J_{00} измеряется амперметром, встроенным в источник постоянного тока.

Чувствительность измерительной схемы тем больше, чем больше величина переменной составляющей тока. Однако величину j нельзя сделать произвольно большой, т. к. всегда должно выполняться условие $j \ll J_0$ и, соответственно, переменное напряжение с генератора должно быть много меньше напряжения постоянного тока. В реальных экспериментах, как показывают оценки, необходимо, чтобы амплитуда переменного напряжения была хотя бы в 10 раз меньше чем постоянное напряжение.

4. ПРОВЕДЕНИЕ ИЗМЕРЕНИЙ

Внимание: селективный нановольтметр является чувствительным прибором, требующим аккуратного обращения. Слишком большой сигнал разбаланса моста на входе нановольтметра может привести к выходу его из строя. Не допускайте «зашкаливания» вправо стрелки измерительного прибора на панели нановольтметра. Перед включением прибора, а также перед изменением тока, протекающего через мост, обязательно переключайте ручку чувствительности нановольтметра на самый грубый предел (100 мВ). Описание настройки приборов ниже приведено для случая, когда в качестве селективного нановольтметра используется прибор UNIPAN-233.

4.1. Настройка приборов

Выполните подсоединения согласно схеме (рис.3). Установите регулятор выхода генератора переменного тока на ноль, регулятор выхода « U » источника питания постоянного тока – на ноль, а регулятор « J » – на максимум. Переключите ручку чувствительности нановольтметра (sensitivity) на самый грубый предел (100 мВ), переключатель поддиапазонов частот (frequency range) установите в положение 50–150 Гц, а переключатель селективности (octave selectivity) – в положение 54 дБ. Переведите осциллограф в режим «X–Y», установите чувствительность осциллографа 0,2 Вольт/деление по каналу «X» и 1 Вольт/деление – по каналу «Y». Включите генератор, селективный нановольтметр и осциллограф.

Установите частоту генератора приблизительно 73 Гц, а амплитуду выходного напряжения – около 1 В (размах изображения по оси «X» осциллографа должен быть близок к 100 % размера экрана). Разбалансируйте мост переменного тока (установите сопротивление ~ 1000 Ом на магазине переменных сопротивлений моста). Настройте селективный нановольтметр на частоту генератора. Для этого вращайте регулятор настройки частоты (frequency) и добейтесь максимального размаха изображения по оси «Y» осциллографа. Если изображение выходит за пределы экрана, или стрелка измерительного прибора нановольтметра «зашкаливает» вправо, уменьшите степень разбалансировки моста путем уменьшения величины R на магазине переменных сопротивлений. Имейте ввиду, что из-за нагрева образца протекающим током изображение на экране осциллографа (как при настройке системы, так и при выполнении основного эксперимента) может некоторое время «плыть».

4.2. Измерение сопротивления образца при комнатной температуре

Вследствие того, что теплоемкость любого вещества зависит от температуры, в эксперименте, наряду с измерением теплоемкости, необходимо определять и температуру образца, при которой произведены измерения («температуру отнесения»). Температура определяется по сопротивлению образца, с использованием справочных данных о температурной зависимости удельного сопротивления вольфрама (образец используется как

термометр сопротивления). Однако для того, чтобы использовать табличные данные об удельном сопротивлении, необходимо измерить абсолютное значение сопротивления конкретного проводника (образца) при какой-нибудь опорной температуре, например, при комнатной, $T = 293$ К. Значение $R_{293} = R(T = 293 \text{ К})$ необходимо также для вычисления $R'(T) = [\alpha(T) + \alpha'(T) \cdot (T - 293)] \cdot R_{293}$, где α – температурный коэффициент сопротивления вольфрама в формуле: $R(T) = R_{293}[1 + \alpha(T) \cdot (T - 293)]$. Измерить R_{293} не очень просто, т. к. даже малый ток, протекающий во время измерения через тонкую металлическую нить, будет ее нагревать, и измеренное сопротивление необходимо будет отнести не к комнатной, а к какой-то более высокой температуре, которую мы не знаем. Поскольку измерить температуру нити непосредственно не представляется возможным, для нахождения R_{293} используют метод экстраполяции.

Для этого выполняют несколько (5–10) измерений сопротивления образца при различных амплитудах переменного напряжения с генератора, строят экспериментальную зависимость сопротивления от U_{\sim} и экстраполируют эту зависимость к $U_{\sim} = 0$. Полученное таким образом значение сопротивления принимают за R_{293} . Измерения сопротивления проводятся по обычной компенсационной мостовой схеме. Мост питается только переменным током (источник постоянного тока необходимо выключить!). Начинать измерения удобнее с большого напряжения генератора (амплитуда ~ 5 В). Амплитуда переменного напряжения измеряется по размаху изображения по оси «Х» осциллографа. Установите чувствительность канала «Х» 1 Вольт/деление и измерьте амплитуду переменного напряжения, размах изображения по оси «Х» осциллографа должен быть близок к 100 % горизонтального размера экрана. Балансировка моста осуществляется подстройкой магазина R в плече сравнения. Момент баланса фиксируется по «стягиванию» эллипса на экране осциллографа в горизонтальную прямую линию. Сначала балансировка проводится при самой малой чувствительности нановольтметра (переключатель sensitivity на самом грубом пределе 100 мВ). Затем чувствительность постепенно увеличивается, и снова производится уравнивание моста. Увеличение чувствительности производится до тех пор, пока изображение на экране осциллографа не будет уверенно «реагировать» на изменение сопротивления в низшей декаде ($\times 0,1$ Ом) магазина R в плече сравнения. Вполне возможно, что при уравнивании моста придется ввести какое-то ненулевое значение емкости C_0 в плече сравнения. Связано это с некомпенсированной емкостью монтажа. Данное значение (рабочий ноль) необходимо зафиксировать и затем, при проведении основного эксперимента, вычитать из измеренных значений C .

После балансировки моста, установите переключатель sensitivity селективного нановольтметра на грубый предел и занесите в таблицу значения R , U_{\sim} и C_0 . Помните, что сопротивление образца в момент баланса моста в 100 раз меньше, чем R . Проведите аналогичные измерения при более низких значениях переменного напряжения. Рекомендуется каждый раз уменьшать величину U_{\sim} в 2...2,5 раза (увеличивая соответственно чувствительность канала «Х» осциллографа), до тех пор, пока можно произвести измерения.

4.3. Основной эксперимент

Включите источник питания постоянного тока (ИПТ). Перед включением проверьте, что регулятор выхода « U » источника постоянного тока установлен на ноль, а регулятор « J » – на максимум. Выставьте напряжение ИПТ около 5 В (нить лампы накаливания должна слегка светиться), а амплитуду переменного напряжения с генератора – около 0,5 В. Установите чувствительность канала «Х» осциллографа 0,1 Вольт/деление (размах изображения по оси «Х» осциллографа должен быть близок к 100 % размера экрана). Сбалансируйте мост при помощи магазинов R и C (добейтесь «стягивания» эллипса на экране осциллографа в

горизонтальную прямую линию), постепенно увеличивая чувствительность селективного нановольтметра до тех пор, пока изображение на экране осциллографа не будет уверенно «реагировать» на изменение сопротивления в низшей декаде ($\times 0,1$ Ом) магазина R . После балансировки моста, установите переключатель sensitivity селективного нановольтметра на грубый предел (100 мВ) и занесите в таблицу значения R , C , f и J_{00} . Проведите аналогичные измерения при более высоких напряжениях ИПТ. Рекомендуется проводить измерения, повышая постоянное напряжение с шагом ~ 1 В, максимальное напряжение ИПТ – около 14 В.

5. ОБРАБОТКА И ПРЕДСТАВЛЕНИЕ РЕЗУЛЬТАТОВ ИЗМЕРЕНИЙ

По результатам измерений, описанных в разделе 4.2, составьте таблицу со значениями R , U_{\sim} и C_0 . Постройте график зависимости $R(U_{\sim})$ и определите по нему R_{293} .

По результатам измерений, описанных в разделе 4.3, составьте таблицу со значениями R , C , f и J_{00} . В дополнительных колонках этой таблицы должны быть приведены рассчитанные значения $C-C_0$, ω , J_0 , T , R' , mC_P . Температура рассчитывается с использованием данных по R/R_{293} для вольфрама из таблицы, приведенной в приложении. Температурная производная сопротивления образца R' рассчитывается по формуле:

$$R'(T) = [\alpha(T) + \alpha'(T) \cdot (T - 293)] \cdot R_{293}.$$

Значения α и $\alpha' = (\partial\alpha / \partial T)$ для каждой температуры также находятся с помощью данных из таблицы, приведенной в приложении.

Постройте график зависимости mC_P от температуры. Используя справочные данные по молярной теплоемкости вольфрама (см. таблицу в приложении), постройте график зависимости массы вольфрамовой нити от температуры.

Используя табличные данные по плотности и удельному электросопротивлению вольфрама (см. приложение), рассчитайте длину и диаметр вольфрамовой нити при комнатной температуре.

Оцените погрешности измерений.

ПРИЛОЖЕНИЕ

Справочные данные по удельному электросопротивлению (ρ), температурному коэффициенту сопротивления (α), плотности (d) и молярной теплоемкости (C_p) вольфрама

T [K]	ρ [$10^{-8} \text{ Ом} \cdot \text{м}$]	R/R_{293}	α [10^{-3} K^{-1}]	α' [10^{-7} K^{-2}]	d [г/см ³]	C_p [Дж/(моль·K)]
293	5,2	1	4,97	5,44	19,26	24,3
300	5,4	1,035	4,97	5,43	19,26	24,3
400	8,0	1,538	5,03	5,35	19,23	25,0
500	10,7	2,051	5,08	5,27	19,21	25,4
600	13,4	2,575	5,13	5,19	19,18	25,9
700	16,2	3,109	5,18	5,11	19,15	26,3
800	19,0	3,653	5,23	5,03	19,12	26,6
900	21,9	4,207	5,28	4,95	19,10	27,0
1000	24,8	4,771	5,33	4,87	19,07	27,4
1100	27,8	5,343	5,38	4,79		
1200	30,8	5,924	5,43	4,70	19,01	28,1
1300	33,9	6,514	5,48	4,62		
1400	37,0	7,112	5,52	4,54	18,95	28,8
1500	40,1	7,719	5,57	4,46		
1600	43,3	8,333	5,61	4,38	18,89	29,7
1700	46,5	8,946	5,65	4,30		
1800	49,8	9,586	5,70	4,22	18,82	30,6
1900	53,2	10,222	5,74	4,14		
2000	56,5	10,866	5,78	4,06	18,72	31,7
2100	59,9	11,517	5,82	3,97		
2200	63,3	12,174	5,86	3,89		33,0
2300	66,7	12,836	5,90	3,81		
2400	70,2	13,505	5,94	3,73		34,6
2500	73,7	14,179	5,97	3,65		
2600	77,3	14,859	6,01	3,57		36,4
2700	80,8	15,544	6,04	3,49		
2800	84,4	16,234	6,08	3,41		38,4
2900	88,0	16,929	6,11	3,33		

Относительные погрешности справочных данных по удельному сопротивлению составляют 2 %, плотности – 0,1 %, теплоемкости – 2,5 %.