

Матричный формализм описывает преобразование луча, состояние которого задается двумя параметрами: $(x, n\alpha)$, где α – угол наклона по отношению к горизонтальной оси, направленной вправо, n – показатель преломления среды, x – вертикальная координата, отсчитываемая от оптической оси вверх. Если луч направлен в левую сторону, то угол α характеризует продолжение луча вправо.

Покажем, что матрица преломления, описывающая преломления луча на сферической границе раздела, записывается по-разному, в зависимости от того, справа или слева падает луч.

Рассмотрим случай, когда луч падает строго горизонтально ($\alpha_1 = 0$, см. рисунок) слева на выпуклую поверхность радиуса кривизны R . Преобразование луча описывается матрицей преломления M :

$$\begin{pmatrix} x_2 \\ n_2\alpha_2 \end{pmatrix} = M \begin{pmatrix} x_1 \\ n_1\alpha_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -\frac{n_2-n_1}{R} & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ n_1\alpha_1 \end{pmatrix}$$

Пусть $x_1 > 0$ и $n_2 > n_1$. Тогда для преломленного луча имеем

$$n_2\alpha_2 = -\frac{n_2-n_1}{R}x_1 + 0 = -\frac{n_2-n_1}{R}x_1 < 0.$$

Теперь рассмотрим зеркально-симметричную картину, когда луч падает справа. Угол α_1 приписывается продолжению падающего луча вправо, поэтому по-прежнему $\alpha_1=0$. На рисунке видно, что по сравнению с первым случаем угол α_2 изменил знак (α_2 относится к продолжению преломленного луча). Это означает, что нужно изменить знак элемента m_{21} или, что то же самое, принять обратное правило знаков для радиуса кривизны:

$$\begin{pmatrix} x_2 \\ n_2\alpha_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -\frac{n_2-n_1}{-R} & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ n_1\alpha_1 \end{pmatrix},$$

$$n_2\alpha_2 = -\frac{n_2-n_1}{-R}x_1 + 0 = \frac{n_2-n_1}{R}x_1 > 0.$$

Остальные элементы матрицы остаются без изменения. Это очевидно для $m_{11} = 1$ и $m_{12} = 0$. Легко показать, что $m_{22} = +1$, положив $R = \infty$. Тогда $n_2\alpha_2 = n_1\alpha_1$ (закон преломления) при падении луча и слева и справа.

