

Задача: TE -волна падает на плоскую границу раздела двух сред с параметрами ϵ_1, μ_1 и ϵ_2, μ_2 , соответственно. Показать, что коэффициент пропускания по интенсивности не изменяется при обращении направления хода волны ($\{\theta_0, \mu_1, \epsilon_1\} \leftrightarrow \{\theta_2, \mu_2, \epsilon_2\}$).

Решение:

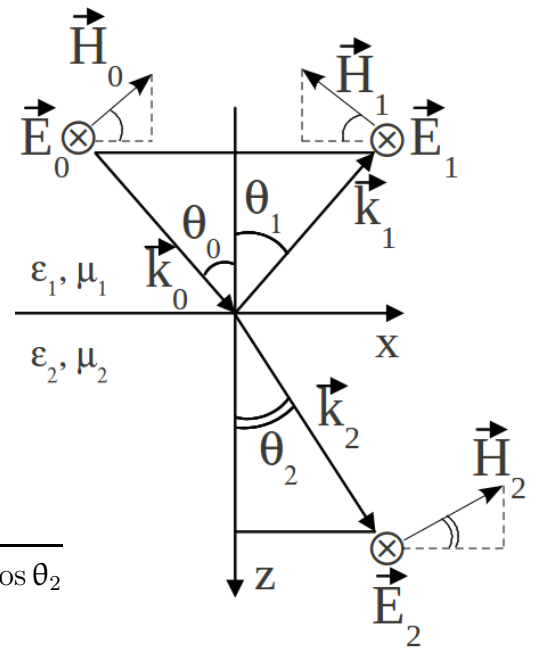
Формула Френеля для амплитудного коэффициента пропускания TE -волны:

$$\xi_2 = \frac{\frac{2 \sin \theta_2 \cos \theta_0}{\mu_1}}{\frac{\sin \theta_2 \cos \theta_0}{\mu_1} + \frac{\sin \theta_0 \cos \theta_2}{\mu_2}} = \frac{\frac{2 \sin \theta_2 \cos \theta_0}{\sin \theta_0 \mu_1}}{\frac{\sin \theta_2 \cos \theta_0}{\sin \theta_0 \mu_1} + \frac{\cos \theta_2}{\mu_2}} = \frac{2 \sqrt{\frac{\epsilon_1}{\mu_1}} \cos \theta_0}{\sqrt{\frac{\epsilon_1}{\mu_1}} \cos \theta_0 + \sqrt{\frac{\epsilon_2}{\mu_2}} \cos \theta_2}$$

Коэффициент пропускания по интенсивности равен

$$T = \frac{\cos \theta_2}{\cos \theta_0} \sqrt{\frac{\epsilon_2 \mu_1}{\epsilon_1 \mu_2}} \xi_2^2 = \frac{\cos \theta_2}{\cos \theta_0} \sqrt{\frac{\epsilon_2 \mu_1}{\epsilon_1 \mu_2}} \left(\frac{2 \sqrt{\frac{\epsilon_1}{\mu_1}} \cos \theta_0}{\sqrt{\frac{\epsilon_1}{\mu_1}} \cos \theta_0 + \sqrt{\frac{\epsilon_2}{\mu_2}} \cos \theta_2} \right)^2 = \sqrt{\frac{\epsilon_2 \epsilon_1}{\mu_1 \mu_2}} \frac{4 \cos \theta_2 \cos \theta_0}{\left(\sqrt{\frac{\epsilon_1}{\mu_1}} \cos \theta_0 + \sqrt{\frac{\epsilon_2}{\mu_2}} \cos \theta_2 \right)^2}$$

Видно, что полученное выражение симметрично относительно замены $\{\theta_0, \mu_1, \epsilon_1\} \leftrightarrow \{\theta_2, \mu_2, \epsilon_2\}$.



Задача: TM -волна падает на плоскую границу раздела двух сред с параметрами ϵ_1, μ_1 и ϵ_2, μ_2 , соответственно. Показать, что коэффициент пропускания не изменяется при обращении направления хода волны ($\{\theta_0, \mu_1, \epsilon_1\} \leftrightarrow \{\theta_2, \mu_2, \epsilon_2\}$).

Решение:

Формула Френеля для амплитудного коэффициента пропускания по интенсивности TM -волны:

$$\zeta_2 = \frac{2 \mu_2 \cos \theta_0}{\mu_1 \frac{\sin \theta_0}{\sin \theta_2} \cos \theta_0 + \mu_2 \frac{\sin \theta_0}{\sin \theta_2} \cos \theta_2} = \frac{2 \mu_2 \sqrt{\frac{\epsilon_1}{\mu_1}} \cos \theta_0}{\mu_1 \sqrt{\frac{\epsilon_1}{\mu_1}} \frac{\sin \theta_0}{\sin \theta_2} \cos \theta_0 + \mu_2 \sqrt{\frac{\epsilon_1}{\mu_1}} \frac{\sin \theta_0}{\sin \theta_2} \cos \theta_2} =$$

$$= \frac{2 \mu_2 \sqrt{\frac{\epsilon_1}{\mu_1}} \cos \theta_0}{\mu_1 \sqrt{\frac{\epsilon_1}{\mu_1}} \sqrt{\frac{\epsilon_2 \mu_2}{\epsilon_1 \mu_1}} \cos \theta_0 + \mu_2 \sqrt{\frac{\epsilon_1}{\mu_1}} \sqrt{\frac{\epsilon_2 \mu_2}{\epsilon_1 \mu_1}} \cos \theta_2} = \frac{2 \sqrt{\frac{\epsilon_1}{\mu_1}} \cos \theta_0}{\sqrt{\frac{\epsilon_2}{\mu_2}} \cos \theta_0 + \sqrt{\frac{\epsilon_1}{\mu_1}} \cos \theta_2}$$

Коэффициент пропускания по интенсивности равен

$$T = \frac{\cos \theta_2}{\cos \theta_0} \sqrt{\frac{\epsilon_2 \mu_1}{\epsilon_1 \mu_2}} \zeta_2^2 = \frac{\cos \theta_2}{\cos \theta_0} \sqrt{\frac{\epsilon_2 \mu_1}{\epsilon_1 \mu_2}} \left(\frac{2 \sqrt{\frac{\epsilon_1}{\mu_1}} \cos \theta_0}{\sqrt{\frac{\epsilon_2}{\mu_2}} \cos \theta_0 + \sqrt{\frac{\epsilon_1}{\mu_1}} \cos \theta_2} \right)^2 = \sqrt{\frac{\epsilon_2 \epsilon_1}{\mu_1 \mu_2}} \frac{4 \cos \theta_2 \cos \theta_0}{\left(\sqrt{\frac{\epsilon_2}{\mu_2}} \cos \theta_0 + \sqrt{\frac{\epsilon_1}{\mu_1}} \cos \theta_2 \right)^2}$$

Видно, что полученное выражение симметрично относительно замены $\{\theta_0, \mu_1, \epsilon_1\} \leftrightarrow \{\theta_2, \mu_2, \epsilon_2\}$.

