

ФЕДЕРАЛЬНОЕ АГЕНТСТВО ПО ОБРАЗОВАНИЮ
НОВОСИБИРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

Физический факультет

Кафедра общей физики

ИССЛЕДОВАНИЕ УДАРНЫХ ВОЛН В ГАЗАХ

Курс I

Учебно-методическое пособие

Новосибирск

2009

Учебно-методическое пособие предназначено для выполнения лабораторной работы по измерению скорости и давления за фронтом ударной волны в воздухе и знакомством с методикой ударноволновой тарировки пьезодатчиков. В работе использована ударная труба, пьезодатчики и регистрирующая аппаратура. Пособие содержит теорию и рекомендации по выполнению необходимых экспериментальных измерений.

Учебно-методическое пособие разработано в рамках практикума по молекулярной физике для студентов 1-го курса физического факультета НГУ.

Составители

канд. физ.-мат. наук, доц. В. В. Замашиков,
д-р физ.-мат. наук, доц. А. В. Пинаев

Рецензент

канд. физ.-мат. наук, доц. В. В. Рандин

Цель работы: знакомство с методами получения и регистрации ударных волн и ударноволновой методикой тарировки пьезодатчиков. Тарировка пьезодатчиков предполагает определение их чувствительности – отношения возникающего на пьезоэлементе электрического заряда к величине приложенного перепада давления.

Оборудование: лабораторная ударная труба, пьезодатчики, усилители, цифровой осциллограф.

Введение

Звук. Малые возмущения давления в среде распространяются со скоростью звука c . Пусть поршень в трубе (рис. 1), заполненной газом, начинает двигаться в лабораторной системе координат со скоростью $u < c$. При этом газ перед поршнем будет иметь скорость, равную скорости движения поршня u . Однако возмущения, создаваемые поршнем в газе, будут распространяться по газу со скоростью c , определяемой только свойствами газа и не зависящей от скорости движения поршня. Будем считать газ невязким. Тогда давление p , скорость газа u и плотность ρ постоянны по сечению трубы и изменяются только вдоль оси координат x .

Найдем выражение для c – скорости распространения малых возмущений. Запишем плотность среды в виде суммы постоянного равновесного значения ρ_0 и малого возмущения ρ' : $\rho = \rho_0 + \rho'$. Звуковые возмущения распространяются адиабатически (при постоянной энтропии S). Отклонение давления p' от постоянного равновесного значения p_0 можно найти, используя уравнение состояния среды $p = f(\rho, T)$. Для адиабатического процесса $p' = \left(\partial p_0 / \partial \rho_0\right)_S \rho'$. Значок s при дифференцировании означает, что сжатие или расширение происходит при условии, что энтропия $S = \text{const}$. Тогда давление можно представить как $p = p_0 + \left(\partial p_0 / \partial \rho_0\right)_S \rho'$. Отметим, что условиями малости возмущения являются $\rho' / \rho_0 \ll 1$, $p' / p_0 \ll 1$.

Запишем уравнение непрерывности (закон сохранения массы)

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \operatorname{div} \rho u = 0. \quad (1)$$

Учитывая, что $\rho_0 = \text{const}$, и оставляя члены первого порядка малости (т. е. пренебрегая производной $\partial(\rho' u)/\partial x$), из (1) получим

$$\frac{\partial \rho'}{\partial t} + \rho_0 \frac{\partial u}{\partial x} = 0. \quad (1')$$

Запишем уравнение Эйлера (закон сохранения импульса):

$$\frac{\partial u}{\partial t} + (u \nabla) u = -\frac{\nabla p}{\rho}. \quad (2)$$

Поскольку малые возмущения порождают малые скорости движения среды, то частички среды в звуковой волне перемещаются со скоростью u гораздо меньшей, чем скорость распространения этой волны. Учитывая, что $p_0 = \text{const}$, и оставляя члены первого порядка малости (пренебрегая членом $u \frac{\partial u}{\partial x}$), из (2) получим

$$\frac{\partial u}{\partial t} = -\frac{1}{\rho_0} \frac{\partial p'}{\partial x}. \quad (2')$$

Продифференцируем по времени (1') и по координате x уравнение (2'). Это даст возможность исключить член со скоростью u . В результате получим уравнение

$$\frac{\partial^2 \rho'}{\partial t^2} - \left(\frac{\partial p_0}{\partial \rho_0} \right)_s \frac{\partial^2 \rho'}{\partial x^2} = 0. \quad (3)$$

Здесь $\left(\frac{\partial p_0}{\partial \rho_0} \right)_s$ имеет размерность квадрата скорости, кото-

рая называется скоростью звука $c = \sqrt{\left(\frac{\partial p_0}{\partial \rho_0} \right)_s}$. Для идеального

газа адиабата имеет вид $\frac{P_0}{\rho_0^\gamma} = \text{const}$. Учитывая, что идеальный газ описывается уравнением Менделеева – Клапейрона, получим выражение для скорости звука в идеальном газе:

$$c = \sqrt{\gamma \frac{RT}{\mu}}, \quad (4)$$

где γ , μ , T – показатель адиабаты, молекулярная масса и температура газа соответственно, R – универсальная газовая постоянная.

Уравнение (3) обобщается и для случая, когда возмущения распространяются по трем координатам. Уравнение (3) называется волновым, и оно описывает распространение звука в упругой среде.

(Вопросы: Чему равна скорость звука в газе? Что больше: скорость звука или средняя тепловая скорость движения молекул?)

Ударные волны. Опишем процесс формирования ударной волны. Пусть в трубе, наполненной газом, вправо движется поршень с постоянной относительно трубы скоростью u (рис. 1).

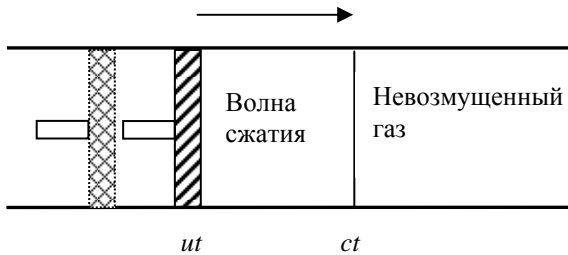


Рис. 1. Движение поршня в ударной трубе.

Тогда за время t волна сжатия распространится на расстояние ct , при этом газ в волне сжатия будет иметь среднюю скорость, отличную от нуля и направленную в сторону, в которую движется поршень. Если теперь скорость поршня будем увеличивать небольшими скачками до значений, больших скорости звука, то вновь генерируемые волны сжатия будут распространяться от поршня по сжатому двигающемуся газу. Тогда относительно системы координат, связанной с трубой (в ней невозмущенный

газ находится в покое), эти вновь генерируемые волны будут распространяться со скоростью, большей скорости звука в покоящемся невозмущенном газе. Это связано с тем, что, во-первых, газ в волне сжатия будет нагреваться, а скорость звука соответственно увеличиваться с ростом температуры (4), во-вторых, возмущения будут иметь дополнительную скорость за счет движения *частичек* газа в волне сжатия.

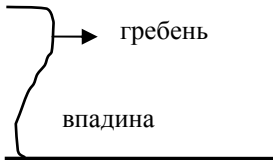


Рис. 2. Процесс об-
рушения волны.

Наблюдаемая картина аналогична той, которая имеет место при набегании морских волн на пологий берег. Когда волны набегают на пологий берег, их гребни имеют большую скорость, чем впадины. Это приводит к тому, что у волн появляется вертикальный участок и, в конце концов, вода, находящаяся в гребне, падает вниз (рис. 2). В случае

движущегося поршня впадина как бы располагается на границе волны сжатия – невозмущенный газ, а гребень – между этой границей и поршнем. Возмущения, порождаемые поршнем в волне сжатия, будут устремляться к ее переднему фронту.

Скорость перемещения газа в волне сжатия со временем будет изменяться приблизительно так, как показано на рис. 3. Передний фронт при этом становится все более крутым, перепад давления возрастает. В итоге это приведет к формированию скачка давления (и одновременно плотности и температуры), т. е. к формированию ударной волны (рис. 3, в). В плоской ударной волне, распространяющейся со скоростью 8 км/с, температура достигает 11 000 К, а давление в 1000 раз превышает давление перед фронтом. Толщина фронта ударной волны составляет всего несколько длин свободного пробега. В связи с этим для получения простых соотношений на фронте ударной волны его заменяют поверхностью разрыва. Состояние вещества, втекающего в поверхность разрыва (рис. 3, в), будем отмечать индексом 1, а вытекающего – индексом 2.

В системе координат, связанной с трубой, невозмущенный газ покоится, т. е. $u_1 = 0$. Газ за фронтом волны перемещается со скоростью u_2 . Фронт реальной ударной волны имеет хотя

и небольшую, но отличную от нуля толщину. Если он распространяется стационарно, то между плоскостями A и B (рис. 3, в) не должны со временем изменяться количество вещества, энергия и импульс. Пусть скачок распространяется со скоростью D .

Перейдем в систему координат, связанную с фронтом ударной волны. В этой системе координат невозмущенный газ будет втекать во фронт со скоростью $v_1 = D$, а газ в волне сжатия двигаться со скоростью $v_2 = D - u_2$. Запишем уравнения сохранения массы, импульса и энергии.

1. В единицу времени количество втекающего вещества через плоскость A равно количеству вытекающего вещества через плоскость B :

$$\rho_1 D = \rho_2 v_2. \quad (5)$$

2. Аналогично для импульса:

$$p_1 + \rho_1 D^2 = p_2 + \rho_2 v_2^2. \quad (6)$$

3. В уравнении сохранения энергии необходимо учесть внутренние энергии E и кинетические энергии втекающего и вытекающего газа, а также работу, производимую силами

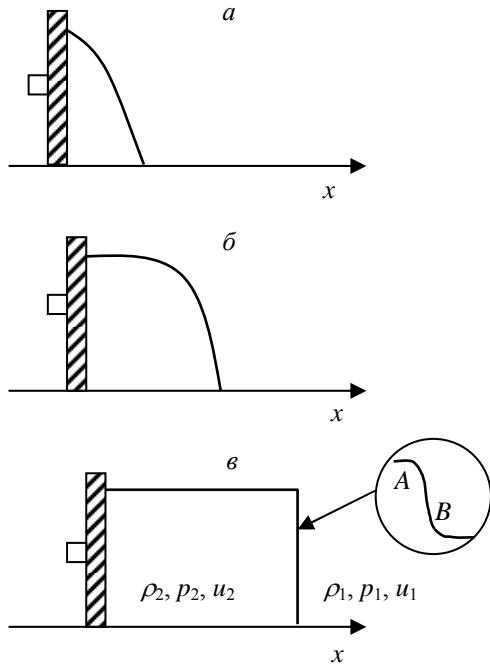


Рис. 3. Формирование фронта ударной волны.

давления при переходе через поверхность разрыва:

$$\rho_1 D \left(E_1 + D^2/2 \right) + p_1 v_1 = \rho_2 v_2 \left(E_2 + v_2^2/2 \right) + p_2 v_2. \quad (7)$$

Теория ударной трубы

Для получения и исследования сверхзвуковых потоков применяют ударные трубы. Основной принцип действия ударной трубы: ударная волна образуется при движении того или иного «поршня» в ударной трубе, наполненной исследуемым газом. Таким поршнем может являться сжатый газ, продукты взрыва и т. д. Простейшая ударная труба – это длинный канал постоянного сечения, состоящий из секций высокого давления 4 и низкого давления 1 (рис. 4, а). Обе секции могут наполняться разными газами до различных давлений. Секции разделены между собой диафрагмой. Профиль давления вдоль ударной трубы до разрушения диафрагмы показан на рис. 4, б. Для обозначения начальных параметров сжатого толкающего газа будем применять индекс 4.

При «мгновенном» разрушении диафрагмы (в момент времени $t = 0$) сжатый газ из секции 4 расширяется в секцию 1, сжимая исследуемый газ, при этом образуется ударная волна. Для формирования ударной волны необходимо время, и ее формирование завершится примерно на расстоянии около 10 калибров (поперечных размеров канала ударной трубы) от диафрагмы. Одновременно в секции 4 в противоположенную сторону по толкающему газу будет двигаться волна разрежения. Фронт волны разрежения распространяется со скоростью звука, при этом давление в волне разрежения падает плавно, а не скачкообразно, как во фронте ударной волны.

Чтобы понять, почему фронт волны разрежения распространяется со скоростью звука и почему он плавный, рассмотрим вновь движущейся поршень. Пусть поршень (см. рис. 1), двигаясь влево, выдвигается из трубы. Ситуация будет обратной той, которая описана выше. При расширении газа его частицы перед поршнем будут двигаться в том же направлении, что и поршень, а волна разрежения со скоростью звука –

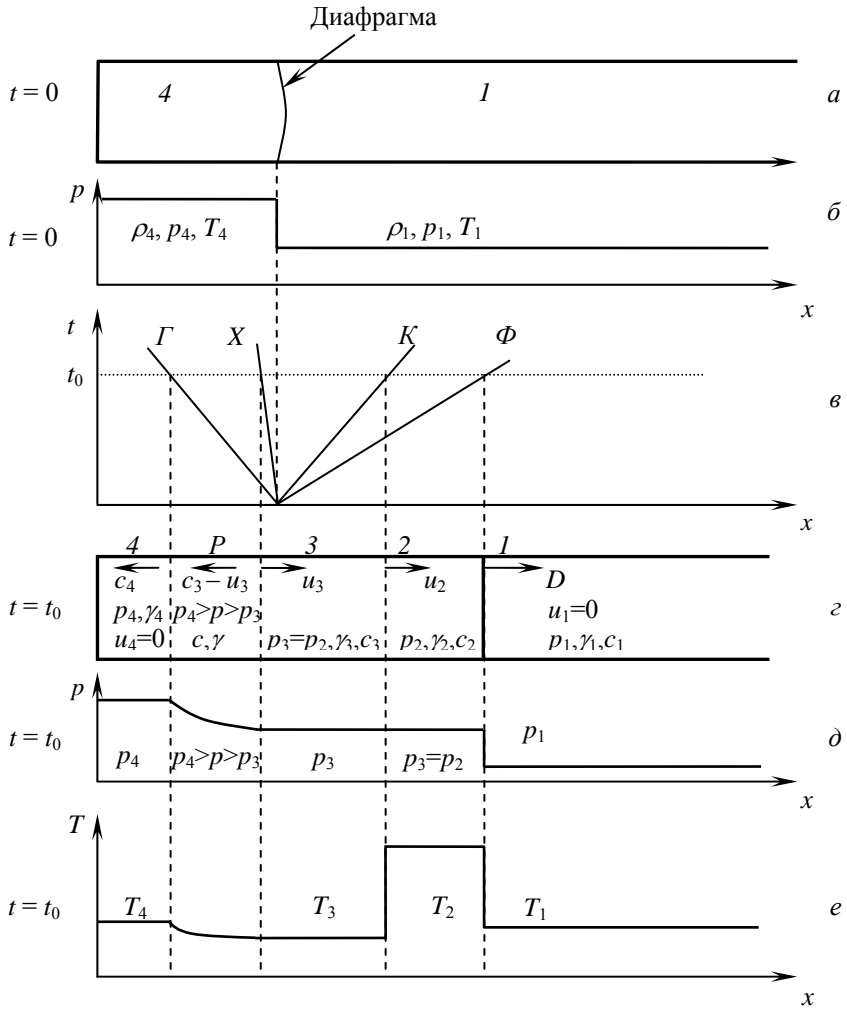


Рис. 4. Схема движения фронта ударной волны, контактной поверхности и волны разрежения в ударной трубе.

в противоположном. Если поршень движется с ускорением, то вновь возникающие возмущения будут сноситься движущимися частицами газа в направлении движения поршня, и они никогда не догонят фронт волны разрежения, движущийся со звуковой скоростью относительно неподвижной невозмущенной среды.

Кроме того, при разрежении температура понижается, а с уменьшением температуры скорость звука падает (4).

Теперь вернемся к ударной трубе и представим себе, что «поршнем» конечной толщины является слой сжатого газа, обозначенного нами индексом 4. Тогда перед поршнем исследуемый газ будет сжиматься, что приведет к образованию ударной волны, а за поршнем пойдет со скоростью звука волна разрежения. Посмотрим, какая будет наблюдаться картина в момент времени t_0 , когда ударная волна уже сформировалась. Профили давления и температуры вдоль ударной трубы в этот момент времени показаны на рис. 4, δ и ϵ . Можно выделить четыре характерные поверхности (рис. 4, ϑ). Поверхность Φ – фронт ударной волны, находится в исследуемом газе и перемещается со скоростью D относительно стенок трубы. Газ перед ударной волной покоится, т. е. его скорость $u_1 = 0$. Вторая поверхность K (контактная) отделяет исследуемый газ от толкающего. В области 2, находящейся между этими поверхностями, температура T_2 и давление p_2 выше, чем T_1 и p_1 . Ширина этой области меняется по мере распространения ударной волны. Необходимо также отметить, что контактная поверхность при этом постепенно размывается. Поверхность K перемещается с той же скоростью u_2 , с которой перемещается газ. Третья поверхность X связана с хвостом волны разрежения. Волны разрежения распространяются в область, ограниченную этой плоскостью и четвертой плоскостью L , которая называется головой волны разрежения. Благодаря волнам разрежения давление между последними двумя плоскостями изменяется от p_3 до p_4 , а температура – от T_3 до T_4 . Температура T_3 ниже, чем T_1 из-за расширения толкающего газа. Можно показать, что $p_3 = p_2$ [2].

На рис. 4, z значения γ и c зависят от состава газа и состояния, в котором находится газ. Скорость перемещения третьей поверхности равна ($c_3 - u_3$). Из-за движения газа со скоростью u_3 она меньше звуковой. Это отражает тот факт, что вновь генерируемые возмущения никогда не догонят голову волны разрежения, которая движется со скоростью звука c_4 . Благодаря этому давление и температура плавно меняются между третьей и четвертой поверхностями. В области, до которой волна разрежения не дошла, газ покоится, т. е. $u_4 = 0$.

На рис. 4, в показана (x, t) диаграмма – зависимость от времени координат плоскостей. Наклон прямых соответствует скоростям перемещения плоскостей. Описанная картина является идеализированной – не учитывается вязкость, считается, что диафрагма разрушается мгновенно и т. д., но основные закономерности она передает правильно.

Из уравнений (5)-(7), учитывая, что внутренняя энергия $E = c_v T$, $c = \sqrt{\gamma RT / \mu} = \sqrt{\gamma p / \rho}$, и исключая v_2 , можно найти связь между давлением во фронте p_2 и начальным давлением перед фронтом p_1

$$\frac{p_2}{p_1} = \frac{2\gamma M^2 - (\gamma - 1)}{(\gamma + 1)}, \quad (8)$$

здесь $M = D/c_1$ – число Маха. Это соотношение получено для небольших чисел Маха, когда можно считать $\gamma_1 = \gamma_2 = \gamma$.

Отношение начальных давлений в секциях высокого и низкого давления можно связать с числом Маха ударной волны [1]:

$$\frac{p_4}{p_1} = \frac{\left(\frac{2\gamma_1 M^2}{\gamma_1 + 1} - \frac{\gamma_1 - 1}{\gamma_1 + 1} \right)}{\left[1 - \frac{\gamma_4 - 1}{\gamma_1 + 1} \left(\frac{M^2 - 1}{M} \right) \frac{c_1}{c_4} \right]^{\frac{2\gamma_4}{\gamma_4 - 1}}}. \quad (9)$$

Из уравнения (9) следует, что если p_4/p_1 увеличивать, то число Маха ударной волны будет расти. До каких значений может возрасти число Маха? Если давление p_4 будем неограниченно увеличивать (так что величина p_4/p_1 будет стремиться к бесконечности), то при этом знаменатель в уравнении (9) будет стремиться к нулю. Из этого условия можно определить предельное значение числа Маха

$$M_{\max} \rightarrow \frac{(\gamma_1 + 1)c_4}{(\gamma_4 - 1)c_1} = \frac{\gamma_1 + 1}{\gamma_4 - 1} \sqrt{\frac{\mu_1 \gamma_4 T_4}{\mu_4 \gamma_1 T_1}}.$$

Из соотношения для предельного числа Маха видно, что для получения ударных волн с большими числами Маха в качестве

толкающего газа целесообразно использовать газы с малой молекулярной массой μ , такие как водород, гелий.

Из уравнений (8), (9), исключив p_1 , легко найти связь между давлением во фронте ударной волны p_2 и давлением в камере высокого давления p_4 :

$$\frac{p_2}{p_4} = \left[1 - \frac{\gamma_4 - 1}{\gamma_1 + 1} \left(\frac{M^2 - 1}{M} \right) \frac{c_1}{c_4} \right]^{\frac{2\gamma_4}{\gamma_4 - 1}}. \quad (10)$$

Таким образом, давление во фронте ударной волны можно определить из уравнений (8), (9), зная число Маха и начальные давления в секциях 1 и 4. Если в опытах секция низкого давления заполняется воздухом, то в (10) $\gamma_4 = \gamma_1 = \gamma$.

Давление вблизи торца ударной трубы после отражения от него падающей ударной волны. При отражении падающей ударной волны от торца трубы давление вблизи него возрастает более чем в два раза по сравнению с давлением в падающей волне. Поэтому регистрация величины давления в отраженной волне существенно повышает точность тарировки датчика (определение его чувствительности). Начальные параметры перед фронтом ударной волны в лабораторной системе координат $u_1 = 0$, p_1 , ρ_1 . Параметры за фронтом падающей ударной волны u_2 , p_2 , ρ_2 . Параметры за фронтом отраженной ударной волны (вблизи торца) $u_t = 0$, p_t , ρ_t . Тогда при тех же предположениях можно получить [8]:

$$\Delta p_t = \Delta p_2 + \frac{\Delta p_2 (\Delta p_2 + p_1)}{p_1 + \Delta p_2 \frac{\gamma - 1}{2\gamma}}, \quad (11)$$

здесь $\Delta p_2 = p_2 - p_1$, $\Delta p_t = p_t - p_2$, давление p_2 рассчитывается по формуле (8).

Регистрация ударных волн

Для визуализации и измерения неоднородностей в ударной волне применяют методы, основанные на взаимодействии про-

ходящего света с исследуемым объемом газа. В качестве примеров можно назвать шлирен- и интерферометрический методы, в которых используется зависимость показателя преломления света от плотности газа. Для измерения скорости движения газа применяют, например, лазер-доплеровский метод, основанный на том, что частота лазерного света, рассеянного на маленьких движущихся вместе с газом частицах, изменяется вследствие движения этих частичек (эффект Доплера).

Для измерения профиля и величины давления в ударной волне чаще всего используют датчики давления, где в качестве чувствительного элемента используется пьезоэлемент. С помощью датчиков давления можно одновременно измерить и скорость распространения ударной волны. Остановимся на конструкции датчика давления. Конструкция пьезодатчика может незначительно изменяться, но основные изложенные принципы их работы останутся теми же, что описаны ниже.

Датчик давления. Надежным способом измерения давления является метод с использованием пьезоматериалов, на поверхностях которых при деформациях появляются электрические заряды q противоположных знаков. Основные требования, предъявляемые к датчику давления при регистрации ударных волн, – это высокие временное разрешение τ и чувствительность $a = q/\Delta p$ – отношение заряда, полученного с пьезоэлемента, к перепаду приложенного давления. Для большинства пьезокерамик (искусственный пьезоэлемент) величину их чувствительности можно считать постоянной величиной при давлениях до 100 атм. Чувствительность кристаллов кварца, турмалинов примерно на два порядка ниже, чем у пьезокерамик, но она остается постоянной вплоть до разрушения (нескольких тысяч атмосфер). Временное разрешение τ пьезоэлемента определяется его собственной частотой. Пьезоэлемент представляет собой электрическую емкость, на обкладках которой при деформации возникает напряжение $U = (a\Delta p)/C_0$, где C_0 – общая электроемкость датчика и измерительной линии.

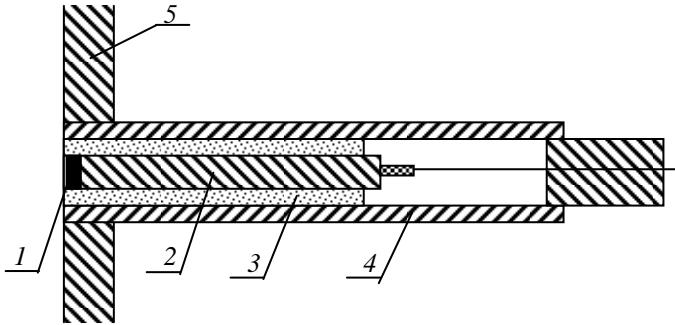


Рис. 5. Конструкция пьезодатчика.

На рис. 5 приведена конструкция датчика, в котором отражение упругих волн от торцевых граней цилиндрического пьезоэлемента 1 (титанат бария) исключается путем соединения кристалла с длинным стержнем того же сечения 2 (цинк). Акустические сопротивления $\rho_i c_i$ материала стержня и пьезоэлемента подбираются близкими по величине. Благодаря этому временные характеристики датчика уже не определяются частотой собственных колебаний пьезоэлемента и могут быть значительно улучшены. При определении временных характеристик такого датчика необходимо рассматривать пьезоэлемент и стержень как единую систему [1]. Пространство между стержнем 2 и корпусом 4 заполнено пчелиным воском или каким-либо другим акустически изолирующим наполнителем 3. По мере распространения по стержню акустическая волна постепенно затухает благодаря этой прослойке. Датчик крепится заподлицо к стенке трубы 5.

Длительность нарастания давления во фронте ударной волны меньше микросекунды. Для регистрации быстротекущих процессов (ударных и детонационных волн) стремятся уменьшить линейные размеры пьезоэлемента. Однако при этом снижается его чувствительность.

Когда фронт ударной волны перпендикулярен поверхности пьезодатчика, временное разрешение зависит от линейного размера элемента ($\tau \sim l/D$, где l – продольный размер пьезоэlemen-

та, D – скорость ударной волны). *Оцените это время, исходя из имеющегося в вашем распоряжении датчика и скорости ударной волны.*

Остановимся более детально на временном разрешении датчика в случае, когда фронт ударной волны параллелен поверхности датчика давления. Пусть давление $p(t)$ одинаково в каждой точке поверхности пьезокристалла. Опыт показывает, что для нахождения изменения во времени электрического заряда достаточно ограничиться нахождением смещения в одномерном полубесконечном стержне 2 (см. рис. 5) с известным давлением на конце. Так как на самом деле стержень не является полубесконечным, то полученное решение будет справедливо лишь для промежутка времени между началом действия давления и моментом возвращения к пьезоэлементу ударной волны, отраженной от конца стержня ($0 < t < 2L/c_2$, где L – длина стержня, c_2 – скорость звука в стержне). Приведем конечное выражение для изменения во времени заряда $q(t)$ на пьезоэлементе [1]:

$$q(t) = \frac{ec_1 S}{E} \int_{t-\frac{x}{c_1}}^t p(\xi) d\xi, \quad (12)$$

здесь e – пьезомодуль пьезокристалла, E – модуль упругости стержня, S – площадь поверхности пьезоэлемента, x – координата фронта волны сжатия, распространяющейся по пьезоэлементу, т. е. если $0 < t < h/c_1$, где h – толщина пьезоэлемента.

Когда волна выйдет из пьезокристалла, т. е. $h/c_1 < t < 2L/c_2$, тогда x принимается равным h . Пусть волна сжатия движется в пьезокристалле, тогда $t = x/c_1$ и равенство (12) имеет вид

$$q(t) = \frac{eSc_1}{E} \int_0^t p(\xi) d\xi. \quad (13)$$

Искомая зависимость давления от времени может быть найдена из получаемого электрического сигнала дифференцированием по времени. Если $t \gg h/c_1$, то интеграл в (12) в первом приближении равен $p(t)h/c_1$ и связь между давлением

и зарядом имеет вид

$$q(t) \approx \frac{eSh}{E} p(t). \quad (14)$$

Таким образом, сигнал, записанный с датчика давления конечных размеров, допускает аналитическое восстановление формы $p(t)$, а временное разрешение не связано с линейными размерами пьезоэлемента. За фронтом ударной волны, когда давление изменяется достаточно медленно (т. е. незначительно меняется за время h/c_1), заряд на пьезокристалле пропорционален давлению (14). Чтобы найти давление на фронте ударной волны, необходимо использовать уравнение (13). Понятно, что для этого типа датчика временное разрешение определяется фактически параллельностью фронта ударной волны к поверхности пьезоэлемента.

Установка и методика проведения эксперимента

Описание установки. Блок-схема экспериментальной установки показана на рис. 6. Стенки ударной трубы изготовлены из латуни, внутреннее сечение канала $23 \times 10 \text{ мм}^2$. Длина секции высокого давления 4 равна 0,2 м. В качестве диафрагмы используется целлофановая пленка толщиной 0,2 мм. Секция высокого давления наполняется воздухом с помощью компрессора 3, давление в ней регулируется редуктором давления 2 (если барашек редуктора крутится по часовой стрелке с возрастающим усилием, это значит, что редуктор открывается) и измеряется манометром 5 (манометр показывает избыточное относительно атмосферы давление). Максимальное избыточное давление должно быть не более 6 атм.

Между секциями высокого и низкого 1 давлений можно легко установить целлофановую пленку. Со стороны секции низкого давления имеется устройство для протыкания пленки. На противоположном от секции высокого давления конце в секции низкого давления установлен глушитель 10 (чтобы уменьшить звуковой хлопок). При измерении давления вблизи торца вместо глушителя устанавливается специальная вставка.

В секции низкого давления установлены два датчика давления 7, 8 с истоковыми повторителями – усилителями, имеющими большое входное сопротивление и коэффициент усиления, равный единице. Усилители соединены с источником питания 9. Сигнал от усилителей поступает на двухканальный цифровой осциллограф 6.

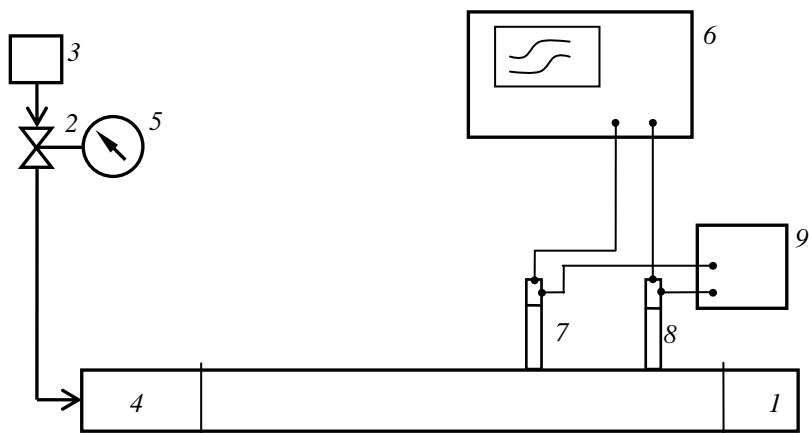


Рис. 6. Блок-схема экспериментальной установки.

Методика эксперимента. Измерения скорости и амплитуды ударной волны производятся по осциллограммам давления. Если правильно настроить уровень запуска осциллографа, то после прохождения фронта ударной волны относительно датчиков давления осциллограф зарегистрирует сигналы, поступающие на его входы. Это дает возможность измерить время t_{12} и рассчитать скорость ударной волны по известному расстоянию между датчиками L_{12} .

Задания

1. Ознакомьтесь с содержанием работы. Разберитесь с предназначением элементов установки. Ознакомьтесь с инструкцией для осциллографа.
2. Включите осциллограф и источник питания усилителей.

3. Проверьте, работает ли компрессор.

4. Настройте осциллограф. Чтобы настроить временные характеристики осциллографа, оцените время, за которое ударная волна пройдет расстояние между датчиками (для оценки примите за скорость ударной волны величину скорости звука в воздухе). Настройте уровень запуска осциллографа.

5. Вставьте целлофановую пленку. С помощью редуктора установите нужное давление. Откройте вентиль для заполнения воздухом секции высокого давления.

6. Проткните целлофановую пленку. Если все исправно и сделано правильно, то в трубе пойдет ударная волна и осциллограф запомнит сигналы с датчиков давления. Если осциллограф не запустился в нужный момент, то снова настройте уровень запуска и повторите опыт. Добейтесь, чтобы осциллограф запустился от сигнала датчика давления.

7. Измерьте время между сигналами с датчиков давления, которые запомнил осциллограф, и амплитуду этих сигналов. Повторите опыты при разных давлениях воздуха в секции высокого давления p_4 : 1, 2, 3, ..., 6 атм (не забывайте, что манометр показывает избыточное относительно атмосферного давление).

8. Измерьте расстояние между датчиками давления и определите скорость ударной волны. Постройте экспериментальную зависимость числа Маха (отношение скорости ударной волны к скорости звука) от величины относительного перепада давления p_4/p_1 . Оцените ошибки.

9. По формуле (9), положив $\gamma_1 = \gamma_4 = 7/5$, рассчитайте зависимость p_4/p_1 от M , сопоставьте с экспериментальными данными, полученными в п. 8. При определении отношения c_1/c_4 считать, что $T_1 = T_4$.

10. Постройте зависимость p_2 от M по формуле (8), положив $\gamma = 7/5$.

Постройте зависимость p_2 от M по формуле (10) (принять $\gamma_1 = \gamma_4 = 7/5$, при определении отношения c_1/c_4 , считать, что $T_1 = T_4$). Для каждого опыта величина давления p_4 должна соответствовать экспериментально полученному числу Маха M . Обе кривые постройте на одном графике, чтобы их можно было сравнить.

Дополнительно для каждого опыта по формуле (11) рассчитайте давление в отраженной от торца трубы волне и постройте соответствующую зависимость от числа Маха.

11. Получите тарировочную кривую, т. е. постройте график, на котором по оси y отложены значения Δp (т.е. $p_2 - p_1$ и $p_r - p_2$), а по оси x – соответствующие этим перепадам давления напряжения на выходе усилителей (см. п. 7).

Определите чувствительности a для первого и второго пьезодатчика (значения a_1 и a_2 могут незначительно отличаться, поскольку невозможно изготовить абсолютно одинаковые датчики). Оцените ошибки.

Вопросы

1. Что будет происходить с газом, находящимся перед поршнем, если поршень (рис. 1) будет совершать периодическое движение со скоростью, большей скорости распространения звука в этом газе?

2. Нарисуйте эквивалентную электрическую схему пьезодатчика с усилителем, когда к датчику приложено внешнее давление.

3. С какой целью при измерении давления пьезодатчиком используется усилитель с высоким входным сопротивлением? Как повысить точность измерения датчиком прямоугольного профиля давления?

Литература

1. Солоухин Р. И. Ударные волны и детонация в газах. М.: Гос. изд. физ. мат. лит-ры, 1963.

2. Гейдон А., Герл И. Ударная труба в химической физике высоких температур. М.: Мир, 1966.

3. Ударные трубы //Под ред. Х. А. Рахматуллина. М.: Иностран. лит-ра, 1967.

4. Зельдович Я. Б. Теория ударных волн и введение в газодинамику. М.: Изд. Академии Наук СССР, 1946.

5. *Зельдович Я. Б., Райзер Ю. П.* Физика ударных волн и высокотемпературных гидродинамических явлений. М.: Наука, 1966.

6. *Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М.* Гидродинамика. М.: Наука, 1986.

7. *Климкин В. Ф., Папырин А. Н., Солоухин Р. И.* Оптические методы регистрации быстропротекающих процессов. Новосибирск: Наука, Сиб. отд-ие, 1980.

8. *Станюкович К.П.* Неустановившиеся движения сплошной среды. М.: Гос. изд-во техн.-теоретич. лит-ры, 1955.

Приложение

Простой вывод уравнений сохранения (5)-(7) на ударном фронте (в системе фронта волны). Не будем учитывать вязкость и теплопроводность газа. Все переменные зависят только от одной координаты x . Скачок уплотнения движется стационарно. Это означает, что между плоскостями A и B (рис. 3, с) масса газа m не изменяется. Перейдем в систему координат, связанную с фронтом ударной волны.

Если применить уравнение (1) ко всему объему, заключенному между плоскостями A и B , то оно будет иметь вид

$$\frac{\partial m}{\partial t} = \rho_1 v_1 S - \rho_2 v_2 S = 0, \text{ где } S - \text{поперечное сечение трубы. Отсюда следует уравнение (5).}$$

Далее рассмотрим уравнение (2). Скорость движения газа во фронте ударной волны со временем не изменяется, поэтому

$$\frac{\partial v}{\partial t} = 0. \text{ Тогда}$$

$$\rho v \frac{\partial v}{\partial x} = - \frac{\partial p}{\partial x}. \quad (15)$$

Если мы рассмотрим производные на плоскостях A и B , то произведение ρv можно внести под дифференциал, поскольку оно постоянно:

$$\frac{\partial(\rho v^2 + p)}{\partial x} = 0.$$

Выражение под дифференциалом равно константе, и эта константа не отличается на поверхностях A и B . Из этого уравнения следует уравнение (6).

Теперь перейдем к закону сохранения энергии. Внутренняя энергия газа $E = c_v T$ (где c_v – теплоемкость газа при постоянном объеме) изменяется при подводе тепла или совершении работы. Мы рассматриваем адиабатический случай, поэтому подвод или отвод тепла отсутствует, и из первого начала термодинамики

$$dE = dA \text{ следует } dE = -pd\left(\frac{1}{\rho}\right).$$

Умножим обе части уравнения на расход ρv и внесем это произведение под дифференциал (так как $\rho v = \text{const}$). Продифференцировав по x , получим: $\frac{\partial(\rho v E)}{\partial x} = -p \frac{\partial v}{\partial x}$. Откуда с уче-

том уравнения (15) следует:
$$\frac{\partial \left[\rho v \left(E + \frac{v^2}{2} \right) + p v \right]}{\partial x} = 0.$$

Из этого уравнения легко получить уравнение (7).

Вывод формул для параметров газа за фронтом ударной волны в идеальном газе. Воспользуемся уравнениями (5)-(7). В системе координат, связанной с фронтом ударной волны, $v_1 = D$. Найдем v_2 из уравнения (5)

$$v_2 = D \frac{\rho_1}{\rho_2}. \quad (16)$$

Далее воспользуемся уравнением для скорости звука (4). При адиабатическом сжатии справедливо равенство $p \rho^{-\gamma} = \text{const}$, откуда следует, что $c^2 = \gamma \frac{p}{\rho}$. Для несжатого

газа 1 $c_1^2 = \gamma \frac{p_1}{\rho_1}$. Будем считать, что газ во фронте ударной вол-

ны сжимается слабо, и можно принять $\gamma_1 = \gamma_2 = \gamma$. Внутренняя энергия газа $E = c_v T$. Если воспользоваться уравнением со-

стояния идеального газа для одного моля $\frac{p}{\rho} = RT$ и соотноше-

нием Майера $R = c_p - c_v$, то выражение для внутренней энер-

гии можно представить в виде $E = \frac{1}{\gamma - 1} \frac{p}{\rho}$. Число Маха

$M = \frac{D}{c_1}$. Подставим выражение для v_2 в уравнения (5), (6), и с

учетом соотношений для E , c_1 и M получим:

$$\frac{\rho_1}{\rho_2} = \frac{1}{\gamma M^2} \left(1 - \frac{p_2}{p_1} \right) + 1$$

$$\frac{2}{(\gamma - 1) M^2} \left(1 - \frac{p_2}{p_1} \right) = \frac{\rho_1^2}{\rho_2^2} - 1$$

Исключив из этих уравнений $\frac{\rho_1}{\rho_2}$, получим искомую связь

(8) между p_2 и p_1 :
$$\frac{p_2}{p_1} = \frac{2 \gamma M^2 - (\gamma - 1)}{(\gamma + 1)}.$$
 Нетрудно также

найти связи между плотностями и температурами:

$$\frac{\rho_2}{\rho_1} = \frac{(\gamma + 1) M^2}{(\gamma - 1) M^2 + 2}$$

$$\frac{T_2}{T_1} = \frac{\left(\gamma M^2 - \frac{\gamma - 1}{2} \right) \left(\frac{\gamma - 1}{2} M^2 + 1 \right)}{\left(\frac{\gamma + 1}{2} \right)^2 M^2}.$$

Для газов $\gamma > 1$, поэтому температура во фронте ударной волны растет с увеличением числа Маха.

Нахождение связи (9) между давлениями p_1 , p_4 и числом Маха. Если во фронте ударной волны со временем основные переменные не изменяются, то в волне разрежения это не так, что хорошо видно из рис. 4, с, где показано перемещение выделенных плоскостей с течением времени. Поэтому для волны разрежения уравнения (1), (2) запишем в виде

$$\frac{\partial v}{\partial t} + v \frac{\partial v}{\partial x} = - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x}$$

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \rho \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial \rho}{\partial x} = 0$$
(17)

Процесс будем считать адиабатическим

$$c^2 = \frac{\partial p}{\partial \rho} = \gamma \frac{p}{\rho} = \text{const} \cdot \gamma \cdot \rho^{\gamma-1}. \quad (18)$$

Введем переменную $dP = \frac{1}{c\rho} dp$. Это позволит найти про-

изводные

$$\frac{\partial P}{\partial x} = \frac{1}{c\rho} \frac{\partial p}{\partial x}; \quad \frac{\partial \rho}{\partial t} = \frac{\partial \rho}{\partial p} \frac{\partial p}{\partial t} = \frac{\rho}{c} \frac{\partial P}{\partial t}; \quad \frac{\partial \rho}{\partial x} = \frac{\partial \rho}{\partial p} \frac{\partial p}{\partial x} = \frac{\rho}{c} \frac{\partial P}{\partial x}.$$

Подставив их в исходные уравнения (17), получим

$$\begin{aligned} \frac{\partial v}{\partial t} + v \frac{\partial v}{\partial x} + c \frac{\partial P}{\partial x} &= 0 \\ \frac{\partial P}{\partial t} + c \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial P}{\partial x} &= 0 \end{aligned} \quad (19)$$

Будем описывать волну разрежения в лабораторной системе координат. Сложим и вычтем уравнения (17) и (19):

$$\begin{aligned} \frac{\partial(P+u)}{\partial t} + (u+c) \frac{\partial(P+u)}{\partial x} &= 0 \\ \frac{\partial(P-u)}{\partial t} + (u-c) \frac{\partial(P-u)}{\partial x} &= 0 \end{aligned} \quad (20)$$

Одним из решений системы уравнений (20) является $P+u = \text{const}$. Из соотношения (18) получим

$$P = \int \frac{dp}{c\rho} = \int \frac{c}{\rho} d\rho = \frac{2}{\gamma-1} c + \text{const}.$$

В результате мы имеем соотношение, которое связывает давление, плотность и скорость газа в волне разрежения:

$$\frac{2c}{\gamma-1} + u = \frac{2}{\gamma-1} \sqrt{\gamma \frac{p}{\rho}} + u = \text{const}.$$

Теперь мы можем найти связь между давлениями p_1 , p_4 и числом Маха. На плоскости Γ (см. рис. 4) имеем

$$\frac{2c_4}{\gamma_4-1} + u_4 = \frac{2c_3}{\gamma_3-1} + u_3. \quad (21)$$

Скорость движения и давление газа по обе стороны контактной поверхности (см. рис. 4) не должны терпеть разрыв, так как через эту поверхность нет потока газа; поэтому $u_3 = u_2$ и $p_3 = p_2$. Кроме того, газ в области 4 покоится (в лабораторной системе координат), т. е. $u_4 = 0$. Будем считать, что $\gamma_4 = \gamma_3$. При этих условиях уравнение (21) записывается в виде $\frac{2c_4}{\gamma_4 - 1} = \frac{2c_3}{\gamma_4 - 1} + u_2$. Из закона адиабатического расширения газа

следует $\frac{p_4}{p_2} = \frac{p_4}{p_3} = \left(\frac{c_4}{c_3} \right)^{\frac{2\gamma_4}{\gamma_4 - 1}}$. Из двух последних уравнений получаем

$$\frac{p_4}{p_2} = \left(\frac{c_4}{c_4 - \frac{\gamma_4 - 1}{2} u_2} \right)^{\frac{2\gamma_4}{\gamma_4 - 1}}. \quad (22)$$

Найдем выражение для скорости u_2 , воспользовавшись соотношениями (15), (16). При этом необходимо учесть, что (15), (16) получены в системе координат, связанной с фронтом ударной волны, поэтому в лабораторной системе координат $u_2 = D - v_2$. Следовательно, можно записать

$$u_2 = D - \frac{D \left[2 + (\gamma - 1) M^2 \right]}{(\gamma + 1) M^2} = \frac{2c_1}{(\gamma + 1)} \left(M - \frac{1}{M} \right).$$

Используя полученное выражение совместно с (22) и (8), находим искомое выражение (9)

$$\frac{p_4}{p_1} = \frac{\left(\frac{2\gamma_1 M^2}{\gamma_1 + 1} - \frac{\gamma_1 - 1}{\gamma_1 + 1} \right)}{\left[1 - \frac{\gamma_4 - 1}{\gamma_1 + 1} \left(\frac{M^2 - 1}{M} \right) \frac{c_1}{c_4} \right]^{\frac{2\gamma_4}{\gamma_4 - 1}}}.$$

ОГЛАВЛЕНИЕ

| | |
|---|----|
| Введение..... | 3 |
| Теория ударной трубы..... | 8 |
| Регистрация ударных волн..... | 12 |
| Установка и методика проведения эксперимента..... | 16 |
| Задания..... | 17 |
| Вопросы..... | 19 |
| Литература..... | 19 |
| Приложение..... | 21 |

Учебное издание

Замащиков Валерий Владимирович,
Пинаев Александр Владимирович

Исследование ударных волн в газах

Учебно-методическое пособие

Редактор К.В. Шмугурова