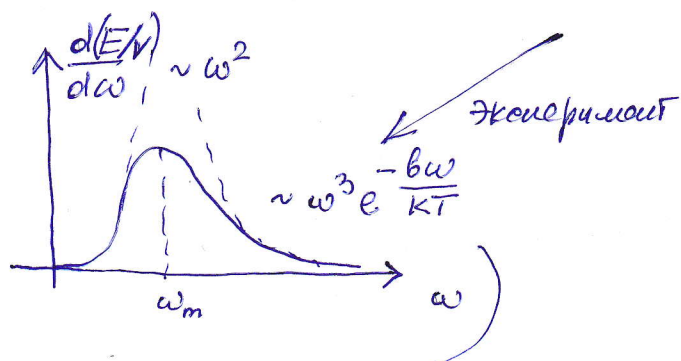


Основы квантовой механики

и её приложения к окружающему нас миру.

Квантовая механика возникла в 1900 г.

Макс Планк объяснил ^{энергетический} спектр равновесного излучения / спектр чёрного тела



$$\omega = \frac{\nu}{2\pi} - \text{круговая частота}$$

$$\nu - \text{частота}, \nu = \frac{1}{T} \text{ п.-персод.}$$

$$\lambda - \text{длина волны}, \lambda = \frac{c}{\nu} = \frac{2\pi c}{\omega}$$

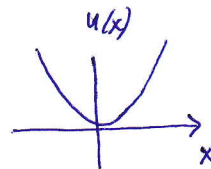
→ T - температура в $^{\circ}\text{K}$, $\frac{E}{V}$ - энергия единицы объёма экстр.-волн. излуч.

$$k \approx 1.38 \cdot 10^{-23} \text{ Дж } K^{-1}$$

Классическое ЭМ поле в полости объёма V - может быть (высв. уравн. Максвелла)

в подходящих граничных условиях представлено как суперпозиция независимых мод колебаний / одномерных гармонических осцилляторов

Вспомогат. осциллятор: $E(p, x) = \frac{p^2}{2m} + \frac{m\omega^2 x^2}{2}$



Планк (после ~ 5 лет усилий) смог получить формулу для энергетического спектра равновесного излучения.

Ему пришлось предположить, что моды колебаний ЭМ поля могут излучать / отдавать энергию порциями - квантами.

$$\Delta E = \hbar \omega \Delta n, \text{ где } \Delta n - \text{целое число.}$$

При этом возникает новая фундаментальная постоянная - постоянная Планка $\hbar \equiv \frac{h}{2\pi} \approx 1.05 \cdot 10^{-34} \text{ Дж} \cdot \text{сек}$

Формула Планка

$$dE = \frac{V \omega^2 d\omega}{\pi^2 c^3} \hbar \omega \left(\frac{1}{e^{\frac{\hbar \omega}{kT}} - 1} \right)$$

Рэйли-Джинс

$$\hbar \omega \ll kT \quad dE = \frac{V \omega^2 d\omega}{\pi^2 c^3} \cdot (kT)$$

↑ кол-во мод/осулл.
↑ энергия классическ. осулллятор в состоянии термод. равновесия.

Вин

$$\hbar \omega \gg T$$

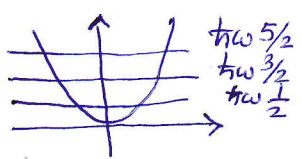
$$dE = \frac{V \omega^2 d\omega}{\pi^2 c^3} \hbar \omega e^{-\frac{\hbar \omega}{kT}} \sim \omega^3 e^{-\frac{\hbar \omega}{kT}}$$

Как мы увидим позже.

энергия осуллатора в КМ принимает следующие

значения

$$E_n = \hbar \omega (n + 1/2) \quad n = 0, 1, 2, \dots$$



$$\Rightarrow \Delta E_n = \hbar \omega \Delta n$$

энергия нулевых колебаний.

Отметим, что $\frac{\hbar \omega_m}{kT} \approx 2.822 \Rightarrow \omega_m \sim T$

↑ на этом основан метод диспачуион. измерен. Температур

Другие эксперимент. факты \Rightarrow необходимость новой теории - КМ

1) Фотоэффект (обсудить словами)

фотон выбивает из атома электрона

фотон



А. Эйнштейн (1905)

фотон — частица/волна

$$\epsilon = \hbar \omega \quad \vec{p} = \hbar \vec{k}$$

\vec{k} — волновой вектор

частица ϵ, \vec{p}

волна ω, \vec{k}

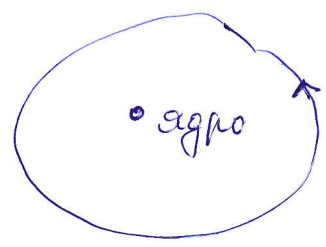
$$\lambda = \frac{2\pi}{|\vec{k}|}$$

длина волны.

2) Дискретные спектры излучения / поглощения атомов и молекул.

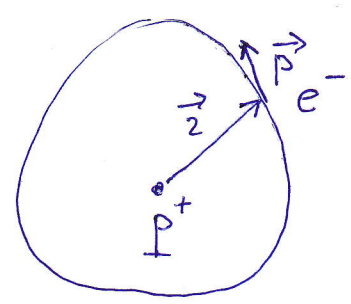
↑ невозможно это использовать оставаясь в рамках классической механики и электромагнетизма

3) ↓ стабильность атомов и молекул



← электрон движется по классической орбите с ускорением должен излучать классические ЭМ волны \Rightarrow Терять энергию и упасть на ядро.

Нильс Бор (1913) - (модель Бора для атома водорода)



$\vec{L} = [\vec{r} \times \vec{p}]$ - угловой момент

Кулоновская сила притяжения

$F = -\frac{e^2}{r^2}$; $U(r) = -\frac{e^2}{r}$

Условие движения по окружности электрона $m_e a = \frac{e^2}{r^2}$

$a = \frac{v^2}{r}$ - центрострем. ускорение ,

$p = m_e \cdot v$ - импульс электрона

Энергия электрона в атоме водорода

$E = \frac{p^2}{2m} - \frac{e^2}{r}$

Предположение модели Бора $L = \hbar \cdot n$ где $n=1,2,3,\dots$ целые числа или квантование углового момента \Rightarrow

$E_n = -\frac{m_e e^4}{2 \hbar^2} \frac{1}{n^2}$; $r_n = a_B \cdot n^2$

где $a_B = \frac{\hbar^2}{m_e e^2} \approx 0.53 \cdot 10^{-8} \text{ см}$ — Боровский радиус.

(Размеры атомов/молекул $\sim a_B$)

4) Опыт по дифракции фотонов/электронов на кристаллах



Луи де Бройль (1923) — частице с энергией E и

$$E = \hbar \omega$$
$$\vec{p} = \hbar \vec{k}$$

импульсом \vec{p} нужно сопоставить волну с волновым вектором \vec{k} и круговой частотой ω ,
длиной волны $\lambda = \frac{2\pi}{k} = \frac{2\pi \hbar}{p} = \frac{h}{p}$
 $k = |\vec{k}|$

Волна де Бройля

$$\Rightarrow \psi(\vec{z}, t) = C e^{i(\vec{k} \cdot \vec{z} - \omega t)} = C e^{i\left(\frac{\vec{p} \cdot \vec{z} - Et}{\hbar}\right)}$$

Комплекснозначная функция — волновая функция — описывает состояние частицы

$E = E(\vec{p})$ — закон дисперсии

Для безмассовых частиц / фотонов $E = c|\vec{p}| = c p$
 c — скорость света

Для нерелятивистских частиц $E = \frac{\vec{p}^2}{2m} = \frac{p^2}{2m}$

m — масса

$\rho(\vec{z}, t) = |\psi(\vec{z}, t)|^2$ — плотность вероятности
частицы иметь координату \vec{z} , при
измерении её координаты

Новая теория — квантовая механика возникает во второй половине 20^х годов.

Шрёдингер — Уравнение Шрёдингера на волновую функцию (1925)
Гейзенберг

Паули
Дирак

→ количественное описание квантовых явлений.

При этом классическая механика остаётся справедливой как предельный случай квантовой механики.

Классический предел (формально $\hbar \rightarrow 0$).