

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РФ  
НОВОСИБИРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

Физический факультет  
Кафедра общей физики

## **ИЗМЕРИТЕЛЬНЫЙ ПРАКТИКУМ**

А. Г. Костюрина, А. А. Дорошкин

Работа 7

### **ИЗМЕРЕНИЕ УСКОРЕНИЯ СВОБОДНОГО ПАДЕНИЯ**

Учебно-методическое пособие

Новосибирск

2012

Представлено новое описание модернизированной лабораторной работы измерительного практикума кафедры общей физики НГУ. Работа выполняется студентами 1-го курса физического, геолого-геофизического факультета и факультета информационных технологий.

Работа состоит из двух частей. В первой части студенты знакомятся с простейшим вариантом баллистического метода измерения ускорения свободного падения, цифровым осциллографом и статистическими методами обработки экспериментальных данных.

Во второй части изложены дополнительные задания по курсу "Введение в информационные технологии", которые выполняются студентами в компьютерном классе, где производится компьютерная обработка экспериментальных данных, полученных при выполнении первой части работы в измерительном практикуме, оформление отчета и его распечатка.

Работа может быть использована при обучении студентов других естественнонаучных и технических факультетов.

Рецензент

д-р физ.-мат. наук А. Д. Косинов

Издание подготовлено в рамках реализации *Программы развития государственного образовательного учреждения высшего профессионального образования «Новосибирский государственный университет»* на 2009–2018 годы.

© Новосибирский государственный университет, 2012

## Оглавление

|  |           |
|--|-----------|
| <b>Введение .....</b>  | <b>4</b>  |
| Свободное падение тел .....  | 4         |
| <b>1. Методы измерения ускорения свободного падения .....</b>  | <b>4</b>  |
| <b>2. Экспериментальная часть .....</b>  | <b>7</b>  |
| 2.1. Описание установки .....  | 7         |
| 2.2. Методика проведения эксперимента .....  | 8         |
| 2.2.1. Настройка осциллографа .....  | 8         |
| 2.2.2. Настройка установки .....   | 10        |
| 2.2.3. Проведение измерений и обработка данных .....   | 10        |
| 2.2.4. Обработка данных с использованием компьютера .....  | 12        |
| <b>3. Дополнительные вопросы .....</b>   | <b>12</b> |
| <b>4. Содержание отчета .....</b>  | <b>13</b> |
| <b>5. Библиографический список.....</b>  | <b>13</b> |
| <b>6. Приложение.....</b>  | <b>14</b> |
| <b>7. Дополнительные задания по курсу "Введение в информаци-<br/>онные технологии" .....</b>             | <b>15</b> |
| Вариант 1. Измерение ускорения свободного падения .....  | 15        |
| Вариант 2. Исследование влияния сопротивления воздуха при<br>измерении ускорения свободного падения..... | 18        |

## Введение

### Свободное падение тел

Движение тела только под действием силы тяжести называется свободным падением. Свободно падающее тело движется равноускоренно с постоянным ускорением  $g$ , называемым ускорением свободного падения. Величина ускорения  $g$  не зависит от свойств падающего тела, но зависит от географической широты местности и от высоты над уровнем моря. На полюсе ускорение свободного падения  $g_{90} = 9,832 \text{ м / с}^2$ , на широте  $55^\circ$   $g_{55} = 9,815 \text{ м / с}^2$ , на экваторе  $g_0 = 9,780 \text{ м / с}^2$ . В технических расчетах величину ускорения свободного падения обычно принимают равной  $g = 9,81 \text{ м / с}^2$ .

Определение величины ускорения свободного падения, и, соответственно, силы тяжести имеет важное фундаментальное и прикладное значение в геофизике, геодезии, геологии, космонавтике и является основой науки, называемой гравиметрия. По измерениям  $g$  в различных точках определяется фигура Земли (геоида) и распределение масс в ее недрах, а данные о различных аномалиях силы тяжести служат для поиска и разведки месторождений полезных ископаемых.

**Цель работы:** определение величины ускорения свободного падения баллистическим методом.

## 1. Методы измерения ускорения свободного падения

Приборы для измерения силы тяжести и соответствующего ускорения свободного падения называются гравиметрами. Различают два способа измерения: абсолютный и относительный. В зависимости от метода измерения гравиметры разделяются на статические и динамические. Статические гравиметры основаны на уравнивании силы тяжести упругой силой. Динамические гравиметры подразделяются на струнные, маятниковые и баллистические.

Струнные гравиметры применяются для относительных измерений ускорения свободного падения  $g$  (для измерения отклонений  $g$  от табличной величины, принятой для некоторого пункта). Принцип действия струнных гравиметров основан на изменении частоты соб-

ственных колебаний струны, натяжение которой определяется грузом (силой тяжести в данном месте). Действие маятниковых гравиметров основано на изменении периода свободных колебаний физического маятника в зависимости от величины  $g$ . Баллистические гравиметры применяются для абсолютных измерений  $g$ . Принцип действия баллистического гравиметра основан на измерении времени прохождения свободно падающего тела через несколько точек, расстояния между которыми известны.

В данной работе используется простейший вариант баллистического метода измерения  $g$ . Кратко рассмотрим его действие.

Пусть тело  $A$  падает с некоторой высоты с нулевой начальной скоростью (рис. 1). Используя формулы равноускоренного движения для скорости  $V$  и пройденного расстояния  $S$ , запишем следующие соотношения:

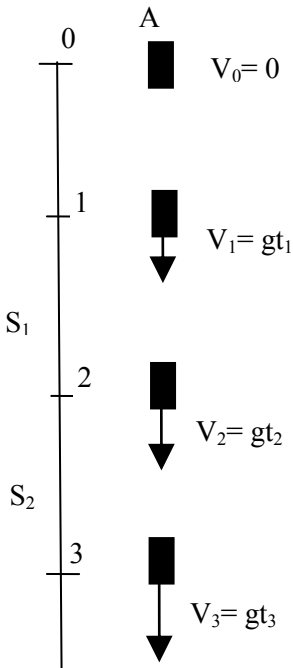


Рис.1. Движение свободно падающего тела

$$S_1 = V_1 t_1 + \frac{gt_1^2}{2}, \quad (1)$$

$$S_2 = V_2 t_2 + \frac{gt_2^2}{2} = (V_1 + gt_1)t_2 + \frac{gt_2^2}{2}, \quad (2)$$

где  $S_1$  – расстояние, проходимое падающим телом между точками 1, 2,  $S_2$  – между точками 2, 3, а  $t_1$ ,  $t_2$  – времена прохождения этих расстояний соответственно (см. рис. 1).

Разрешив уравнение (1) относительно скорости  $V_1$  и подставив её выражение в формулу (2), после несложных преобразований получим формулу для определения ускорения свободного падения по измеренным значениям  $S_1$ ,  $S_2$ ,  $t_1$  и  $t_2$  (предлагается проверить):

$$g = \frac{2(S_2/t_2 - S_1/t_1)}{t_1 + t_2}. \quad (3)$$

Если расстояния между точками 1, 2, 3 установить одинаковыми  $S_1 = S_2 = S$ , то расчетная формула примет следующий вид:

$$S = g \frac{t_1 \cdot t_2}{2} \cdot \frac{t_1 + t_2}{t_1 - t_2} \quad (4)$$

или  $S = gT$ , где

$$T = \frac{t_1 \cdot t_2}{2} \cdot \frac{t_1 + t_2}{t_1 - t_2}. \quad (5)$$

Проведя серию измерений для разных  $S$ , можно построить график зависимости  $S = f(T)$  и по угловому коэффициенту полученной экспериментальной прямой определить  $g$ .

Возможен *другой вариант* проведения измерений. Установив определенное расстояние между точками 1, 2, будем изменять положение точки 3 относительно точки 2 до тех пор, пока интервал времени  $t_2$  не сравняется с  $t_1$ , т. е.  $t_1 = t_2 = t$ . В этом случае формула (3) для определения ускорения свободного падения примет следующий вид:

$$g = \frac{2(S_2 - S_1)}{t^2}. \quad (6)$$

Проведя серию измерений для разных  $t$ , можно построить график зависимости  $(S_2 - S_1) = f(t^2/2)$  и по угловому коэффициенту полученной экспериментальной прямой определить  $g$ .

## 2. Экспериментальная часть

**Оборудование:** установка для измерения ускорения свободного падения; падающее тело (цилиндрический магнит небольшого размера); источник питания постоянного тока НУ1503Д; выключатель; цифровой осциллограф типа Tektronix TDS1012 (или аналогичный); персональный компьютер (ПК).

### 2.1. Описание установки

Схема установки для определения ускорения свободного падения приведена на рис. 2.

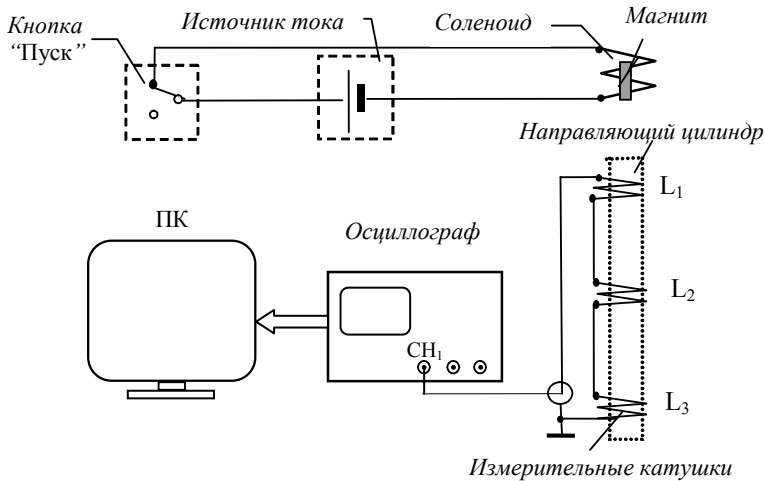


Рис. 2. Схема установки для определения ускорения свободного падения

На стеклянном направляющем цилиндре размещены три "идентичные" измерительные катушки индуктивности  $L_1$ ,  $L_2$ ,  $L_3$ , которые можно перемещать вдоль цилиндра и фиксировать на различных расстояниях относительно друг друга. Соосно с ними выше расположен соленоид, удерживающий магнитик тогда, когда через соленоид протекает ток от источника тока. При нажатии кнопки "Пуск" цепь питания соленоида размыкается, и магнитик начинает свободно падать.



Падающий магнитик, проходя через катушки, наводит в них ЭДС ( $E$ ), величина которой, согласно закону электромагнитной индукции, пропорциональна скорости изменения магнитного потока<sup>1</sup>  $E = -d\Phi / dt$ , а знак меняется на противоположный, когда "центр" магнитика пролетает через "центр" катушки. Все три катушки соединены последовательно и подключены к входу CH1 осциллографа.

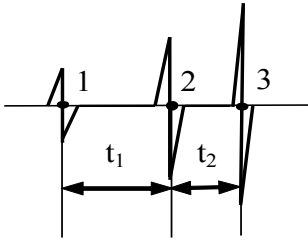


Рис. 3. Вид осциллограммы

При правильном выборе длительности развертки на экране осциллографа наблюдается сигнал, примерный вид которого приведен на рис. 3. Интервалы времени между любыми двумя точками, в частности  $t_1$  и  $t_2$  между точками 1, 2 и 2, 3, можно измерить, используя цифровой осциллограф, или переслать экспериментальные данные в компьютер, а затем провести их обработку.

## 2.2. Методика проведения эксперимента

Познакомьтесь с основными параметрами и режимами работы цифрового осциллографа по заводской инструкции или по приведенному в данной работе приложению. При необходимости проведите предварительные опыты по наблюдению процесса регистрации и измерения параметров электрических сигналов.

### 2.2.1. Настройка осциллографа

При измерении периодических сигналов можно использовать *автоматическую настройку* параметров – кнопка **AUTOSET**. В этом режиме производится автоматическая настройка вертикального и горизонтального масштаба отображения, а также параметров синхронизации. В режиме автоматической настройки параметров можно использовать пять типов измерений с одновременным отображением результатов четырех: **Freq** (частота), **Period** (период), **Mean** (среднее значение), **Pk-Pk** (пиковая амплитуда), **Cyc RMS**

<sup>1</sup> Магнитный поток  $\Phi$  равен скалярному произведению магнитного поля  $B$  на площадь сечения катушки  $S$  ( $\Phi = BS$ ). В данном эксперименте площадь  $S$  постоянная, поэтому  $E = -S[dB / dt]$ .

(среднеквадратическое значение), **None** (отсутствует) – измерения не выполняются.

Для использования возможностей измерений в *автоматическом* режиме выполните следующие действия:

1. Нажмите кнопку **MEASURE** (Измерение), чтобы отобразить **Measure Menu** (Меню измерений).
2. Активизируйте верхнюю функциональную кнопку, при этом отобразится **Measure 1** (Меню измерений 1).
3. Нажмите функциональную кнопку **TYPE** (Тип) и выберите тип проводимых Вами измерений: **Freq** (частота), **Period** (период), **Mean** (среднее значение), **Pk-Pk** (пиковая амплитуда), **Cyc RMS** (среднеквадратическое значение), ..., **None** (нет измерений).

Для регистрации *одиночного сигнала* необходимо выполнить следующие настройки.

1. Установите регуляторы **VOLTS/DIV** (Вольт/дел) и **SEC/DIV** (Сек/дел) в соответствии с ожидаемыми параметрами сигнала. В данной работе  $\sim (1 - 2)$  В / дел по вертикали и  $\sim 50$  мС / дел по горизонтали (чувствительность по вертикали зависит от типа используемого магнитика).

2. Нажмите кнопку **ACQUIRE** (Сбор) для отображения меню сбора отсчетов.

3. Нажмите функциональную кнопку **Peak Detect** (Пиковая детекция).

4. Включите кнопку **TRIG MENU** (Меню синхронизации) для вывода меню синхронизации.

5. Активизируйте кнопку **SLOPE** (Наклон) и выберите значение **Rising** (нарастающий).

6. Регулятором **LEVEL** (уровень) установите уровень запуска/синхронизации ( $\sim 200$  мВ), **POSITION** положение на экране ( $\sim 200$  мС).

7. Нажмите кнопку **SINGLE SEQ** (Одиночный запуск).

При поступлении на вход осциллографа измеряемого сигнала произойдет запуск развертки и регистрация сигнала.

### 2.2.2. Настройка установки

Поскольку в качестве падающего тела используется магнитик, то убедитесь в отсутствии вблизи установки массивных ферромагнитных тел, влияющих на его движение.

1. С помощью регулировочных винтов выставьте направляющую трубку вертикально по отвесу. Установите максимально возможное расстояние между измерительными катушками  $L_1$  и  $L_3$ . Катушку  $L_2$  поместите в среднее положение между  $L_1$  и  $L_3$ . Подайте сигнал с катушек на вход канала CH1 осциллографа.

2. Установка режима работы источника для намагничивающей цепи.

Величина удерживающего магнитного поля зависит от типа используемого магнитика, параметров соленоида и величины протекающего через него тока. Поскольку при выполнении эксперимента могут использоваться различные соленоиды и типы магнитов, то примерные рекомендуемые режимы работы источника постоянного тока указаны на панели соответствующего рабочего места.

Соберите рабочую схему (см. рис. 2). Выполните установку режима работы источника согласно памятке, находящейся на рабочем столе. Вставьте магнитик в соленоид. Нажмите кнопку "**Пуск**", после чего на экране осциллографа отобразится зависимость наведенной в катушках ЭДС от времени.

3. При постоянных расстояниях между катушками проведите несколько измерений интервалов времени  $t_1$  и  $t_2$ , чтобы убедиться в оптимальности вида осциллограммы и повторяемости результатов.

### 2.2.3. Проведение измерений и обработка данных

*Измерение характеристик сигналов*, полученных в режиме одиночного запуска, проводится с использованием курсоров. Для этого необходимо выполнить следующие действия:

– Нажмите кнопку **CURSOR** (Курсор), чтобы отобразить **Cursor Menu** (меню курсора). Далее: при измерении времени активизируйте кнопку **Type – Time**, при измерении напряжения – **Type – Voltage**.

– Регуляторами **CURSOR 1** и **CURSOR 2** подведите курсоры в соответствующие положения, и в окне **Delta** отобразится измеренная величина времени или напряжения соответственно.

1. Прделайте 6-7 серий измерений  $t_1$ , и  $t_2$  с различными, но парно одинаковыми расстояниями между катушками. В каждой серии проведите по 5 измерений. Если разброс значений  $t_1$ ,  $t_2$  в серии не превышает единицы последней значащей цифры, то можно ограничиться двумя-тремя измерениями. По формулам (5) и (3) рассчитайте значения  $T$  и  $g$ .

2. Составьте сводную таблицу результатов всех серий с указанием погрешности.

| S, см | $t_1$ , ms | $t_2$ , ms | $T$ , ms <sup>2</sup> | $g$ , м/с <sup>2</sup> | $\Delta g$ |
|-------|------------|------------|-----------------------|------------------------|------------|
| 35    |            |            |                       |                        |            |
|       |            |            |                       |                        |            |
|       |            |            |                       |                        |            |
| 30    |            |            |                       |                        |            |
|       |            |            |                       |                        |            |
|       |            |            |                       |                        |            |
|       |            |            |                       |                        |            |

При расчете погрешности в определении  $g$  используйте формулу для случайной погрешности при косвенных измерениях.

3. Рассчитайте среднее значение  $\bar{g}$  и стандартную погрешность (среднеквадратическое отклонение).

4. Постройте график зависимости  $2S$  от  $T$ . Методом наименьших квадратов проведите прямую, по угловому коэффициенту которой определите ускорение свободного падения. Сравните значения  $g$ , полученные в п. 3 и п. 4.

Эксперимент можно провести по *второму варианту* (см. с. 6). Для этого необходимо установить такие расстояния между катушками, при которых время пролёта магнетика между ними одинаковы. Так же выполнить несколько серий измерений, по 2 – 3 измерения в каждой серии.

**Выбор варианта согласовать с преподавателем.**

### 2.2.4. Обработка данных с использованием ПК

Для этого необходимо:

1. Получить осциллограмму.
2. Включить компьютер. Пользователь **STUDENT** без пароля.
3. Загрузить с рабочего стола программу **Tektronix**, после чего на экране монитора появится окно **Tek**.
4. Нажмите кнопку **Select Instrument** (выбор инструмента). **Подождите!** Откроется окно **Select Instrument**, выберите **ASRL1 INSTP**. Далее нажать **Identify**, затем **OK**.
5. Нажмите клавишу **Waveform Data Capture** (меню вызова и сохранения осциллограмм).
6. Активизируйте **Select Channels** (выбор канала) => **CH1** => **Get Data** (на экране монитора появится осциллограмма).
7. **Save As** (выбрать обязательно **Text** файл!!). Сохранить данные в файл с указанием: № группы, фамилии. Данные сохраняются в таблице зависимости амплитуды от времени.

### Обработка данных с использованием Excel

8. Загрузите с Рабочего стола программу **Excel**.
9. Откройте **Text** файл, скопируйте табличные данные и вставьте в **Excel**.
10. По исходным данным: постройте графики зависимости напряжения от времени, определите значения  $t_1$  и  $t_2$ , соответствующие расстояниям  $S$ , по которым рассчитайте  $g$ ,  $\Delta g$ ,  $T$ ,  $g$ .
11. Постройте график зависимости  $2S$  от  $T$ , проведите линию тренда с выводом уравнения, и определите значение  $g$ .

### 3. Дополнительные вопросы

1. Какую информацию содержит форма импульса? Чем определяется амплитуда и длительность импульса?
2. Как влияет индукционный датчик на результат измерения?
3. Какие систематические ошибки присутствуют в данной схеме?
4. Предложите свой метод измерения ускорения свободного падения.

#### 4. Содержание отчета

Отчет должен содержать:

- расчетные формулы;
- схему измерительной установки;
- таблицу экспериментальных данных;
- график зависимости  $S = f(T)$ ;
- значение  $g$  с указанием погрешности и сравнение с табличным.

#### Библиографический список

Физические величины: Справочник. М.: Энергоатомиздат, 1991.

Руководство пользователя **Tektronix**. Цифровые запоминающие осциллографы серии TDS1000 и TDS2000.

*Князев Б. А., Черкасский В. С.* Начала обработки экспериментальных данных. Новосибирск: НГУ, 2005.

## Приложение

### Цифровой осциллограф серии TDS1012

Цифровой осциллограф предназначен для:

- запоминания в цифровой форме и последующего отображения на дисплее электрических сигналов;
- измерения их амплитудных и временных параметров.

Принцип действия цифрового осциллографа состоит в преобразовании исследуемого сигнала в цифровой код с последующим запоминанием его блоком памяти. Информация из памяти может быть "высвечена" в виде привычной осциллограммы на дисплее прибора. Независимое масштабирование по амплитуде и времени позволяет выводить на экран как весь записанный в память сигнал, так и отдельные временные фрагменты. С помощью курсоров на дисплее осциллографа выводятся численные значения времени и напряжения в выбранных на экране точках осциллограммы.

Цифровой осциллограф кроме штатных сервисных удобств электроннолучевых осциллографов (ждуший запуск, внешняя синхронизация, задержка запуска, многоканальность и т. д.) имеет присущие только ему возможности:

- 1) цифровой отсчет, запоминание и неограниченное время хранения информации (до поступления команды на очистку памяти или выключение осциллографа);
- 2) записать в память несколько различных сигналов с одного входа и воспроизвести их одновременно для сравнения;
- 3) многократно воспроизводить однажды записанный сигнал; причем воспроизводить сигнал из памяти можно с различным увеличением на экране;
- 4) использовать систему курсоров, позволяющих снять и вывести на экран цифровую информацию о временных и амплитудных величинах сигнала на любом его участке;
- 5) реализовать режим "опережение", что позволяет "захватить" временной участок развертки, предшествующий появлению сигнала запуска осциллографа;
- 6) программное управление и возможность математической обработки полученных данных внешним ПК.

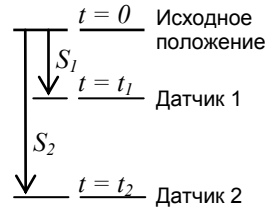
## Дополнительные задания

### по курсу "Введение в информационные технологии"

#### Вариант 1. Измерение ускорения свободного падения

##### Методика измерения

В данной работе для нахождения ускорения свободного падения  $g$  используются результаты измерений интервалов времени пролета тела через вертикально расположенные датчики. Методика расчета строится следующим образом. Пусть положения двух датчиков определяются расстояниями  $S_1$  и  $S_2$  по отношению к исходной позиции тела и в момент  $t = 0$  тело начинает свободное падение. Пользуясь уравнением равноускоренного движения, получаем



$$\Delta S = S_2 - S_1 = v_1(t_2 - t_1) + \frac{g(t_2 - t_1)^2}{2} = v_1 \cdot \Delta t + \frac{g \cdot \Delta t^2}{2},$$

где  $v_1$  – скорость тела при прохождении им датчика 1 и  $\Delta t = t_2 - t_1$ . Это уравнение можно переписать в виде

$$\frac{\Delta S}{\Delta t} = v_1 + g \cdot \frac{\Delta t}{2},$$

из которого следует, что если набрать серию измерений  $\Delta t_1, \Delta t_2, \dots, \Delta t_N$  для разных положений датчика 2 (! не меняя положение датчика 1), то точки, координаты которых вычисляются по формулам

$$y_i = \frac{\Delta S_i}{\Delta t_i}, \quad x_i = \frac{\Delta t_i}{2} \quad (i = 1, 2, \dots, N),$$

должны ложиться (при идеальных условиях эксперимента) на прямую линию, уравнение которой



$$y[m/c] = v_1[m/c] + g[m/c^2] \cdot x[c].$$

Эта прямая на графике зависимости  $y[m/c] = f(x[c])$  будет иметь угловой коэффициент  $g[m/c^2]$ .

### Обработка данных

В качестве исходных данных вы должны иметь серию из  $N > 10$  измеренных интервалов времени  $\Delta t_1, \Delta t_2, \dots, \Delta t_N$  для различных расстояний между датчиками  $\Delta S_1, \Delta S_2, \dots, \Delta S_N$ . Напоминаем, что эта серия должна быть получена при неизменном положении датчика 1.

Постройте в Excel таблицу, содержащую исходные данные, так чтобы в столбец **A** поместились значения  $\Delta S$ , а в столбец **B** – соответствующие им значения  $\Delta t$ . В столбцы **C** и **D** поместите значения  $\Delta S / \Delta t$  и  $\Delta t / 2$  соответственно. Полученная таким образом таблица должна иметь представленный ниже вид.

| <b>A</b>     | <b>B</b>     | <b>C = A / B</b>          | <b>D = B / 2</b> |
|--------------|--------------|---------------------------|------------------|
| $\Delta S_1$ | $\Delta t_1$ | $\Delta S_1 / \Delta t_1$ | $\Delta t_1 / 2$ |
| $\Delta S_2$ | $\Delta t_2$ | $\Delta S_2 / \Delta t_2$ | $\Delta t_2 / 2$ |
| ...          | ...          | ...                       | ...              |
| $\Delta S_N$ | $\Delta t_N$ | $\Delta S_N / \Delta t_N$ | $\Delta t_N / 2$ |

Постройте график, на котором должны быть отображены точки с координатами  $y_i = C_i$ ,  $x_i = D_i$ . Посмотрите, как расположились точки. При аккуратно проведенных измерениях точки должны располагаться вблизи некоторой прямой  $y = a + bx$ . Воспользуйтесь методом линейной регрессии, заложенным в набор средств анализа данных Excel, который позволяет на основе некоторых объективных критериев найти коэффициенты  $a$  и  $b$  этого уравнения. Получив коэффициенты аппроксимирующей прямой, отобразите ее на этом же графике.

Определите дисперсию величин  $y$  и  $b$  с помощью формул:

$$s_y^2 = \frac{\sum_{i=1}^N (y_i - a - bx_i)^2}{N - 2},$$

$$s_b^2 = \frac{Ns_y^2}{N \sum_{i=1}^N x_i^2 - \left( \sum_{i=1}^N x_i \right)^2}.$$

Эти расчеты также проведите в Excel.

Определенную Вами величину ускорения свободного падения представьте в виде, учитывающем статистическую погрешность:

$$g = b \pm s_b,$$

где  $b$  – угловой коэффициент аппроксимирующей прямой;  $s_b$  – корень из дисперсии.

### Содержание отчета

Отчет должен содержать следующие измеренные данные и результаты их обработки и анализа:

– таблицу значений  $\Delta t$  и  $\Delta S$ ;

– точечный график  $\frac{\Delta t_i}{2} \left( \frac{\Delta S_i}{\Delta t_i} \right)$  с прямой, полученной регрессионным методом;

– анализ статистической и систематической погрешности.

### Библиографический список

Тейлор Дж. Введение в теорию ошибок. М.: Мир, 1985.

Кунце Х.-И. Методы физических измерений. М.: Мир, 1989.

Физические величины / Под ред. И. С. Григорьева. М.: Энергоатомиздат, 1991.

Князев Б. А., Черкасский В. С. Начала обработки экспериментальных данных: Учеб. пособие. Новосибирск: НГУ, 2005.

## Вариант 2. Исследование влияния сопротивления воздуха при измерении ускорения свободного падения

### Постановка задачи

Аккуратно сделанные измерения  $g$  дают результат несколько меньший, чем значение, приведенное в литературе для наших широт  $g = 9,815 \text{ м / с}^2$ . Очевидно, что такое отклонение может быть обусловлено влиянием сопротивления воздуха (если, конечно, исключены прочие источники систематических погрешностей).

В данной работе предлагается решить следующую задачу: приняв значение  $g$  равным табличному, определить коэффициент сопротивления воздуха, действующего на падающее тело, используя данные измерений времени пролета тела между двумя датчиками. Этот коэффициент определим следующим образом. Расчеты для простых моделей и практика показывают, что сила сопротивления, действующая со стороны жидких и газовых сред на движущееся тело, пропорциональна его скорости:

$$F = \eta v, \quad (1)$$

где  $\eta$  есть коэффициент сопротивления. (Заметим, что эта формула верна для не очень больших скоростей.)

Для решения поставленной задачи будем использовать рассмотренную ранее методику измерения времени пролета телом заданного расстояния. Только теперь расчетные формулы нужно получить с учетом влияния силы (1). В этом случае второй закон Ньютона запишется в виде

$$m \frac{dv}{dt} = mg - \eta v.$$

Решив это уравнение, например, методом разделения переменных, получим

$$v = \frac{ds}{dt} = \frac{mg}{\eta} - \left( \frac{mg}{\eta} - v_0 \right) e^{-\frac{\eta}{m} t},$$

где  $v_0$  – начальная скорость. Проинтегрировав, найдем зависимость пройденного расстояния от времени:

$$s = \frac{mg}{\eta} t + \frac{m}{\eta} \left( \frac{mg}{\eta} - v_0 \right) \left( e^{\frac{\eta}{m} t} - 1 \right).$$

В условиях нашего эксперимента  $\frac{\eta t}{m} \ll 1$ , поэтому экспоненту можно разложить в ряд и ограничиться первыми тремя членами в разложении:

$$s = v_0 t + \left( g - \frac{\eta v_0}{m} \right) \cdot \frac{t^2}{2}. \quad (2)$$

Эту формулу предлагается взять в качестве расчетной для определения  $\eta$ .

### **Измерения**

Проведите серию из не менее 30 измерений времени пролета тела между двумя датчиками, изменяя положение нижнего датчика, оставляя верхний неподвижным. Расстояние между верхним датчиком и исходным положением тела не должно быть очень малым (подумайте – почему). Расстояния между этими датчиками и соответствующие времена пролета впишите в таблицу. С помощью весов измерьте массу тела.

### **Обработка данных**

Разместите в двух столбцах таблицы, созданной с помощью программы Excel, значения расстояний между датчиками и соответствующие им измеренные времена пролета.

Для нахождения таких значений  $v_0$  и  $\eta/m$ , при которых зависимость (3) наиболее близка к экспериментальным данным, воспользуйтесь заложенным в набор программы Excel средств анализа данных, методом линейной регрессии. Линейную регрессию можно применить к формуле (2), если сделать преобразование:

$$\frac{s}{t} = v_0 + \left( g - \frac{\eta v_0}{m} \right) \frac{t}{2} = a + bt. \quad (3)$$

Для этого добавьте еще один столбец, который должен содержать значения  $s_i/t_i$ . По значениям  $t_i$ ,  $s_i/t_i$  постройте график и, проведя линейный регрессионный анализ, определите  $a$  и  $b$ . Используйте соотношения

$$\begin{cases} v_0 = a, \\ g - \frac{\eta v_0}{m} = 2b \end{cases}$$

для вычисления отношения  $\eta/m$ , а затем  $\eta$ .

Рассчитайте среднеквадратичное отклонение экспериментальных точек  $(t_i, s_i/t_i)$  от теоретических данных и определите величину погрешности, с которой определена величина  $\eta$ .

### Содержание отчета

Отчет должен содержать измеренные данные и результаты их обработки и анализа.

К дополнительному заданию:

- таблицу и график зависимости  $s$  от  $t$ ;
- график значений  $t_i$ ,  $s_i/t_i$  с регрессионной прямой;
- полученное значение  $\eta$  с анализом случайных и систематических погрешностей;
- общий анализ полученного результата.

### Библиографический список

- Тейлор Дж. Введение в теорию ошибок. М.: Мир, 1985.
- Кунце Х.-И. Методы физических измерений. М.: Мир, 1989.
- Физические величины / Под ред. И. С. Григорьева. М.: Энергоатомиздат, 1991.
- Князев Б. А., Черкасский В. С. Начала обработки экспериментальных данных: Учеб. пособие. Новосибирск: НГУ, 2005