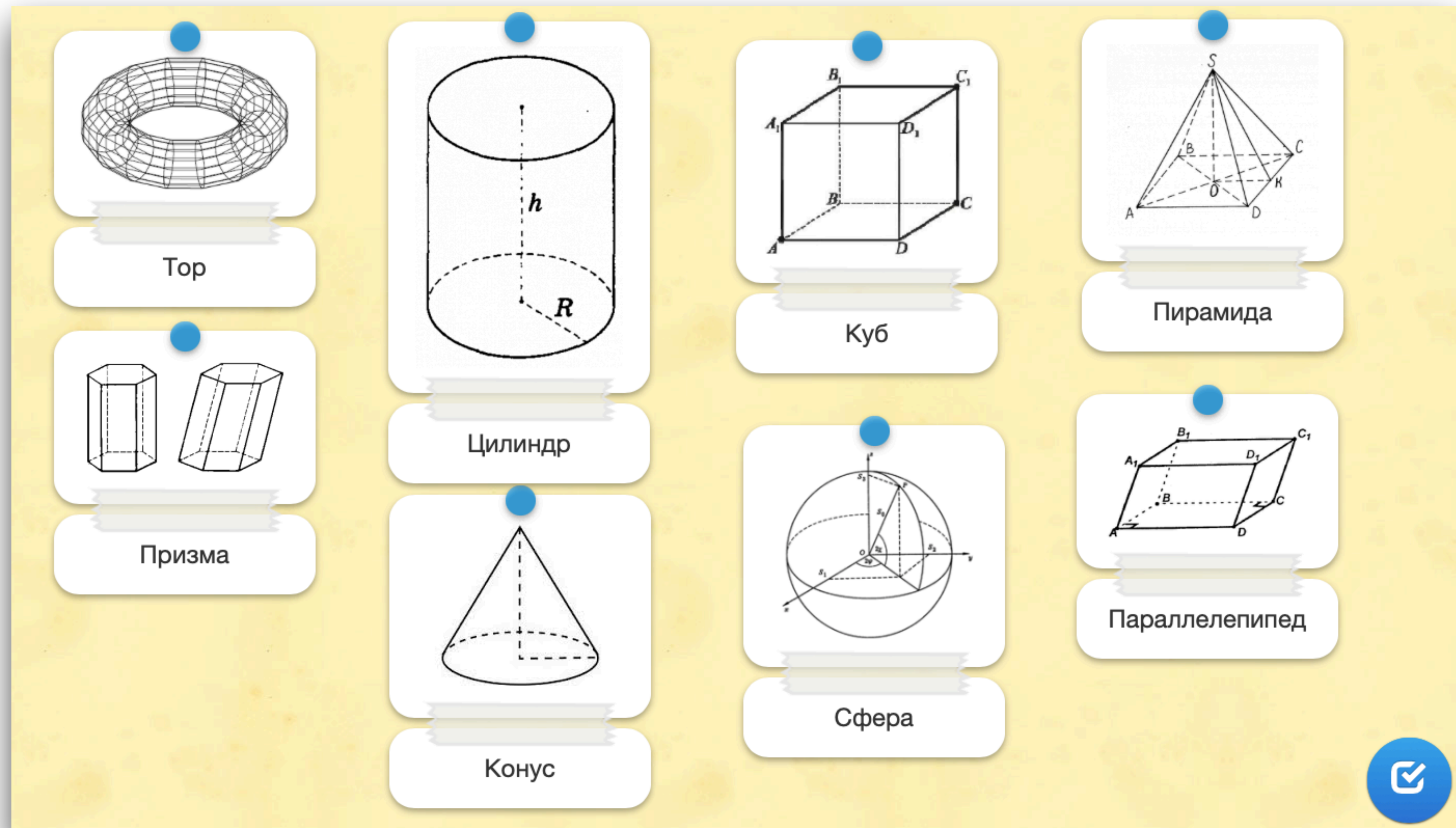
28 сентября

Объёмные фигуры

https://t.me/nsu313_22

Объёмные фигуры

Объёмные фигуры



Вектор или число

https://t.me/nsu313_22

Если всё сделал

Задача 1. При каких λ вектора $\lambda\overrightarrow{a} + \overrightarrow{b}$ и $3\overrightarrow{a} + \lambda\overrightarrow{b}$ коллинеарны, если $\overrightarrow{a} \nparallel \overrightarrow{b}$?

Задача 2. Найдите длину вектора $[\overrightarrow{a} + \overrightarrow{b}, \overrightarrow{a} - \overrightarrow{b}]$, если длина вектора $[\overrightarrow{a}, \overrightarrow{b}]$ равна 6?

Особое расположение векторов

$$\overrightarrow{a} \perp \overrightarrow{b} \quad \Leftrightarrow \quad \overrightarrow{a} \cdot \overrightarrow{b} = 0$$

$$\overrightarrow{a} \parallel \overrightarrow{b} \quad \Leftrightarrow \quad \overrightarrow{a} \times \overrightarrow{b} = \overrightarrow{0}$$

$\overrightarrow{a}, \overrightarrow{b}, \overrightarrow{c}$ компланарны $\quad \Leftrightarrow \quad (\overrightarrow{a}, \overrightarrow{b}, \overrightarrow{c}) = 0$

Если всё сделал

Задача 1. При каких λ вектора $\lambda \overrightarrow{a} + \overrightarrow{b}$ и $3\overrightarrow{a} + \lambda \overrightarrow{b}$ коллинеарны, если $\overrightarrow{a} \nparallel \overrightarrow{b}$?

Ответ: $\pm\sqrt{3}$

Задача 2. Найдите длину вектора $[\overrightarrow{a} + \overrightarrow{b}, \overrightarrow{a} - \overrightarrow{b}]$, если длина вектора $[\overrightarrow{a}, \overrightarrow{b}]$ равна 6?

Ответ: 12

Задачка

Проверить, что вектора $\overrightarrow{a} = (7,\ 6,\ -6)$, $\overrightarrow{b} = (6,\ 2,\ 9)$ являются рёбрами куба. Найти третье ребро этого куба.

Ответ: $\pm(6,\ -9,\ -2)$

Задача (КР 2017)

Найти объём и высоту AH тетраэдра $ABCD$, вершины которого находятся в точках $A(2,-4,5)$, $B(-1,-3,4)$, $C(5,5,-1)$, $D(1,-2,2)$.

Ответ: $V_{ABCD}=\dfrac{15}{2}, AH=3$

Прямые и плоскости

Основные способы задания прямых и плоскостей. В таблице номера уравнений соответствуют названиям:

1) — общее уравнение;

2) — нормальное уравнение;

3) параметрическое уравнение;

4) — уравнение по точкам.

Прямая		*Плоскость*
$\mathbb{R}^2$	$\mathbb{R}^3$	$\mathbb{R}^3$
(1) $Ax+By+C=0$	$\begin{cases} Ax+By+Cz+D=0 \\ A'x+B'y+C'z+D'=0 \end{cases}$	$Ax+By+Cz+D=0$
(2) $(\mathbf{r}-\mathbf{r}_0)\cdot\mathbf{n}=0$	$\begin{cases} (\mathbf{r}-\mathbf{r}_0)\cdot\mathbf{n}=0 \\ (\mathbf{r}-\mathbf{r}_0)\cdot\mathbf{m}=0 \end{cases}$	$(\mathbf{r}-\mathbf{r}_0)\cdot\mathbf{n}=0$
(3) $\mathbf{r}=\mathbf{r}_0+\mathbf{v}t$	$\mathbf{r}=\mathbf{r}_0+\mathbf{v}t$	$\mathbf{r}=\mathbf{r}_0+\mathbf{v}t+\mathbf{w}s$
(4) $\frac{x-x_0}{x_1-x_0}=\frac{y-y_0}{y_1-y_0}$	$\frac{x-x_0}{x_1-x_0}=\frac{y-y_0}{y_1-y_0}=\frac{z-z_0}{z_1-z_0}$	$\begin{vmatrix} x-x_0 & y-y_0 & z-z_0 \\ x_1-x_0 & y_1-y_0 & z_1-z_0 \\ x_2-x_0 & y_2-y_0 & z_2-z_0 \end{vmatrix}=0$
Обозначения:		
вектор нормали		
$\mathbf{n}=[A,B]$	$\mathbf{n}=[A,B,C]$, $\mathbf{m}=[A_1,B_1,C_1]$	$\mathbf{n}=[A,B,C]$
– заданная точка		
$\mathbf{r}_0=[x_0,y_0]$ $\mathbf{r}_1=[x_1,y_1]$	$\mathbf{r}_0=[x_0,y_0,z_0]$, $\mathbf{r}_1=[x_1,y_1,z_1]$, $\mathbf{r}_2=[x_2,y_2,z_2]$	$\mathbf{r}_0=[x_0,y_0,z_0]$ $\mathbf{r}_1=[x_1,y_1,z_1]$
– произвольная точка		
$\mathbf{r}=[x,y]$	$\mathbf{r}=[x,y,z]$	$\mathbf{r}=[x,y,z]$
– направляющий вектор		
$\mathbf{v}$	$\mathbf{v}$	$\mathbf{v}$, $\mathbf{w}$

Задача (КР 2020)

2. Составьте уравнение плоскости в любой изученной в нашем курсе форме, проходящей через точку пересечения прямых

$$\frac{x}{1} = \frac{y+1}{1} = \frac{z-1}{2} \quad \text{и} \quad \begin{cases} 3x + y - z + 2 = 0, \\ 5x + 4y - 2z + 6 = 0, \end{cases}$$

нормаль к которой – это биссектриса острого угла между указанными прямыми.

каноническое
уравнение прямой

общее
уравнение прямой

Ответ: $5x + 4y + 13x - 9 = 0$

общее
уравнение плоскости