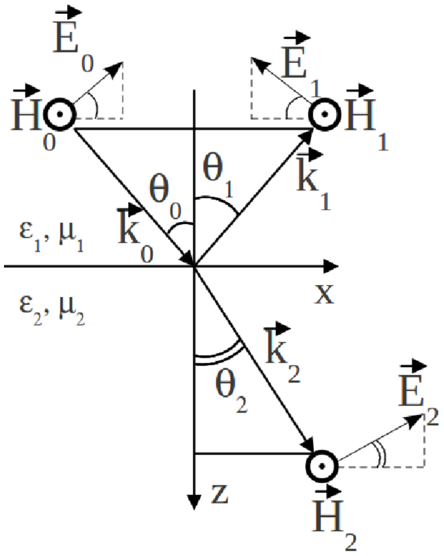

<u>Задача</u>. Показать, что для случая ТМ-волны, падающей на плоскую границу раздела двух сред (с параметрами ε_1, μ_1 и ε_2, μ_2 соответственно) граничные условия $\Delta H_\tau = 0$ и $\Delta D_n = 0$ эквивалентны.

<u>Решение</u>.

Граничное условие для тангенциальных компонент **H**:

$$\Delta H_\tau = 0.$$

В любой из двух сред для отдельной плоской монохроматической волны имеем соотношение

$$\mathbf{H} = \frac{c}{\omega\mu}[\mathbf{k} \times \mathbf{E}]. \tag{1}$$

Умножим обе части равенства векторно на **k** слева и распишем правую часть по формуле "bac-cab":

$$\mathbf{k} \times \mathbf{H} = \frac{c}{\omega\mu}\mathbf{k} \times [\mathbf{k} \times \mathbf{E}] = \frac{c}{\omega\mu}\mathbf{k}(\mathbf{k} \cdot \mathbf{E}) - \frac{c}{\omega\mu}\mathbf{E}(\mathbf{k} \cdot \mathbf{k}) = -\frac{ck^2}{\omega\mu}\mathbf{E} \tag{2}$$

(мы занулили скалярное произведение $(\mathbf{k} \cdot \mathbf{E})$ в силу поперечности плоской волны).

Далее учтем, что $k = \frac{\omega}{c}\sqrt{\varepsilon\mu}$, и выразим **E**:

$$\mathbf{E} = -\frac{\omega\mu c^2}{c\omega^2\varepsilon\mu}[\mathbf{k} \times \mathbf{H}] = -\frac{c}{\omega\varepsilon}[\mathbf{k} \times \mathbf{H}]. \tag{3}$$

Отсюда $z-$компонента вектора **D** равна

$$D_z = \varepsilon E_z = -\frac{c}{\omega}(k_x H_y - k_y H_x) = -\frac{c}{\omega}k_x H_y. \tag{4}$$

Соотношение (4) справедливо не только для отдельной плоской монохроматической волны, но и для произвольной суперпозиции таких волн при условии равенства их ω и k_x. В частности, оно выполняется для полей $\mathbf{H}_I$, $\mathbf{D}_I$, образованных в первой среде в результате суперпозиции падающей и отраженной волн.

Тогда получаем граничное условие на нормальную компоненту **D** в виде

$$\Delta D_n = \Delta D_z = -\frac{c}{\omega}\Delta(k_x H_y). \tag{5}$$

С учетом $k_{1x} = k_{2x}$ имеем

$$\Delta D_n = -\frac{ck_x}{\omega}\Delta H_\tau, \tag{6}$$

откуда видна эквивалентность двух граничных условий.