

Вопрос.

Выражение для z -компоненты магнитного поля Н-волны:

$$H_z = H_0 \cos(k_x x) \cos(k_y y) e^{i(k_z z - \omega t)},$$

где $k_x = \frac{\pi m}{a}$, $k_y = \frac{\pi n}{b}$.

В случае $b \rightarrow \infty$ получаем

$$H_z = H_0 \cos(k_x x) e^{i(k_z z - \omega t)} \quad (\text{плоский резонатор}).$$

Учитывая, что $\cos(k_x x) \equiv \frac{1}{2} (e^{ik_x x} + e^{-ik_x x})$, получим

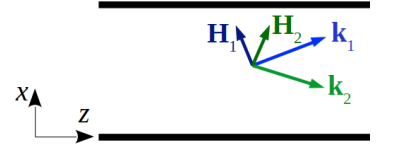
$$H_z = \frac{H_0}{2} e^{i(k_x x + k_z z - \omega t)} + \frac{H_0}{2} e^{i(-k_x x + k_z z - \omega t)} = \frac{H_0}{2} e^{i(\mathbf{k}_1 \mathbf{r} - \omega t)} + \frac{H_0}{2} e^{i(\mathbf{k}_2 \mathbf{r} - \omega t)},$$

где $\mathbf{k}_1 = (k_x, 0, k_z)$, $\mathbf{k}_2 = (-k_x, 0, k_z)$.

Таким образом, Н-волну можно представить как суперпозицию двух плоских волн с равными амплитудами и с симметричными по x волновыми векторами. Поскольку $E_z = 0$, то эти плоские волны относятся к типу ТЕ-волн (по отношению к плоскостям резонатора).

На рисунке показаны векторы \mathbf{k} и \mathbf{H} для каждой плоской волны. (Векторы \mathbf{E} ориентированы по нормали к рисунку и не показаны). Из геометрии следует, что z -компоненты полей \mathbf{H}_1 и \mathbf{H}_2 в сумме дают ноль. Но это противоречит тому, что должно быть в случае Н-волн.

Как разрешить полученное противоречие?



Ответ.

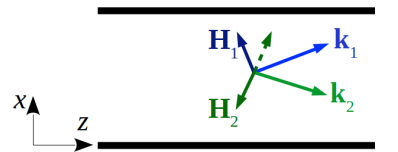
Хотя векторы \mathbf{E}_1 и \mathbf{E}_2 ориентированы по нормали к рисунку, они не сонаправлены. Действительно, из общего соотношения для плоской монохроматической волны

$$\mathbf{H} = \frac{c}{\omega \mu} \mathbf{k} \times \mathbf{E}$$

следует, что для z -компонент магнитных полей двух волн имеем

$$H_{1z} = \frac{c}{\omega \mu} k_{1x} E_{1y} = \frac{c}{\omega \mu} k_x E_1,$$

$$H_{2z} = \frac{c}{\omega \mu} k_{2x} E_{2y} = -\frac{c}{\omega \mu} k_x E_2.$$



Поскольку компонента $H_z \sim \cos(k_x x)$ представляет собой сумму (а не разность) полей двух волн, то H_{1z} и H_{2z} имеют одинаковые знаки, а для этого необходимо, чтобы E_1 и E_2 были по знаку противоположными *. С учетом сказанного действительная картина полей выглядит, как на втором рисунке. На нем H_z не зануляется. Противоречие разрешено.

*Хотя в каждой отдельной плоской волне электрическое поле синфазно магнитному, в стоячей волне E_Σ и H_Σ различаются по фазе на $\frac{\pi}{2}$:

$$E_\Sigma = E_1 + E_2 \sim (e^{ik_x x} - e^{-ik_x x}) e^{i(k_z z - \omega t)} \sim i \sin(k_x x) e^{i(k_z z - \omega t)} \sim \sin(k_x x) e^{i(k_z z - \omega t + \pi/2)}.$$

То есть, кроме того, что пучности E_Σ и H_Σ находятся в разных точках, эти поля достигают максимума (при фиксированном z) в разные моменты времени.