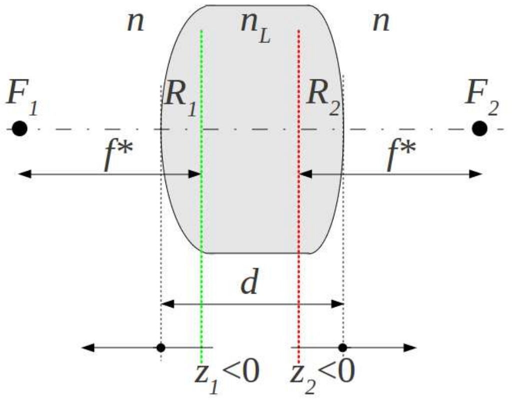
ГЛАВНЫЕ ПЛОСКОСТИ ТОЛСТОЙ ЛИНЗЫ



Найти главные плоскости толстой линзы. Показатель преломления линзы n_L, толщина d, радиусы кривизны границ R_1 и R_2. Линза погружена в среду с показателем преломления n.

Решение

$$M = \begin{pmatrix} m_{11} & m_{12} \\ m_{21} & m_{22} \end{pmatrix},$$

где

$$\begin{aligned}
m_{11} &= 1 - \tfrac{n_L - n}{n_L} \cdot \tfrac{d}{R_1} \\
m_{12} &= \tfrac{d}{n_L} \\
m_{21} &= -\tfrac{n - n_L}{R_2} + \tfrac{n - n_L}{R_2} \tfrac{n_L - n}{n_L} \cdot \tfrac{d}{R_1} - \tfrac{n_L - n}{R_1} = -\tfrac{n_L - n}{R_1 R_2} \left(R_2 - R_1 + \tfrac{n_L - n}{n_L} d \right) \\
m_{22} &= \tfrac{n_L - n}{n_L} \cdot \tfrac{d}{R_2} + 1
\end{aligned}$$

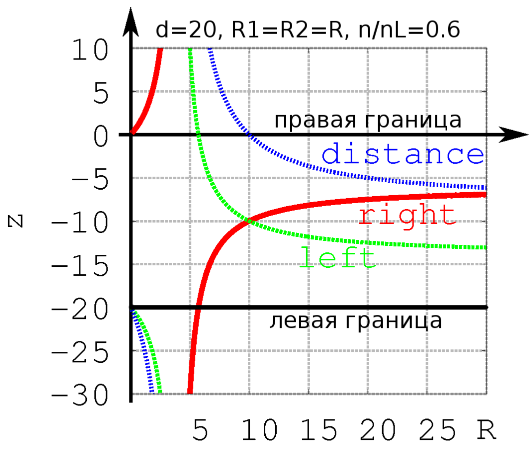
$R_i = |R_i|$, если луч падает на выпуклую поверхность, и $R_i = -|R_i|$ - если на вогнутую. Рассмотрим случай двояковыпуклой линзы. Тогда $R_1 = |R_1|$, т. к. входящий луч падает на выпуклую поверхность, $R_2 = -|R_2|$, т. к. выходящий луч падает на вогнутую поверхность. Подразумевая в дальнейшем под R_2 модуль этой величины, и связывая радиусы соотношением $R_1 = R,\ R_2 = kR_1$, перепишем коэффициенты матрицы толстой линзы:

$$\begin{aligned}
m_{11} &= 1 - \tfrac{n_L - n}{n_L} \cdot \tfrac{d}{R} \\
m_{12} &= \tfrac{d}{n_L} \\
m_{21} &= -\tfrac{n_L - n}{kR^2} \left((k+1)R - \tfrac{n_L - n}{n_L} d \right) \\
m_{22} &= 1 - \tfrac{n_L - n}{n_L} \cdot \tfrac{d}{kR}
\end{aligned}$$

Тогда положения $z_1,\ z_2$ главных плоскостей (ГП) линзы, отсчитываемые от границ линз во внешнюю сторону, определяются как

$$\tfrac{z_2}{n} = \tfrac{1 - m_{11}}{m_{21}} = -\tfrac{n_L - n}{n_L} \cdot \tfrac{d}{R} \tfrac{kR^2}{(n_L - n)\left((k+1)R - \frac{n_L - n}{n_L} d\right)} = -\tfrac{kd}{n_L} \cdot \tfrac{R}{(k+1)R - \frac{n_L - n}{n_L} d} \text{ (правая ГП)}$$

$$\tfrac{z_1}{n} = \tfrac{1 - m_{22}}{m_{21}} = -\tfrac{d}{n_L} \cdot \tfrac{R}{(k+1)R - \frac{n_L - n}{n_L} d} \text{ (левая ГП)}$$



В типичном случае $\frac{R}{d} \gg \frac{1}{k+1}\left(1 - \frac{n}{n_L}\right) < 1$ имеем $z_1{<}0$ и $z_2{<}0$: ГП расположены внутри линзы и смещены относительно ее границ на расстояния $|z_1| \approx \frac{n}{n_L} \cdot \frac{1}{k+1} d{<}d,\ |z_2| \approx \frac{n}{n_L} \cdot \frac{k}{k+1} d < d$ (область $R > 20$ на рисунке, где положения левой и правой ГП представлены зеленой и красной линиями соответственно; голубая кривая показывает положение левой ГП относительно правой; график построен для $d = 20,\ k = 1,\ n/n_L = 0.6$).

В нетипичном случае возникают особенности. При $\frac{R}{d} \to \frac{1}{k+1}\left(1 - \frac{n}{n_2}\right) + 0 \quad z_1, z_2 \to +\infty$, т. е. ГП уходят на бесконечность, причем правая – влево, а левая – вправо (точка $R = 4 + 0$ на рисунке). При $\frac{R}{d} = \frac{1}{k+1}$ выполняется условие $|z_1| + |z_2| = d$, т. е. левая и правая ГП располагаются внутри линзы и совпадают (точка $R = 10$ на рисунке). В интервале $\frac{1}{k+1}\left(1 - \frac{n}{n_2}\right) < \frac{R}{d} < \frac{1}{k+1}$ ($4 < R < 10$ на рисунке) правая ГП расположена левее левой!

Случай $0 < \frac{R}{d} < \frac{1}{k+1}\left(1 - \frac{n}{n_2}\right)$ (нерабочая область $0 < R < 4$ на рисунке) предлагаем разобрать самостоятельно.