

Аналоговая электроника

Горчаков Константин Михайлович

k.gorchakov@g.nsu.ru

Литература

1. Бессонов Л.А. Теоретические основы электротехники.
2. Титце У., Шенк К. Полупроводниковая схемотехника.
3. Бычков Ю.А., Золотницкий В.М., Чернышев Э.П. Основы теории цепей.
4. Гоноровский И.С. Радиотехнические цепи и сигналы.

Структура курса

1. Основные понятия теории электрических цепей. Методы анализа цепей.
2. Электрические цепи переменного синусоидального тока. Трансформатор.
3. Резонансные процессы в электрических цепях.
4. Трёхфазные электрические цепи. Вращающееся магнитное поле.
5. Переходные процессы в электрических цепях. Классический метод.
6. Элементы теории проводимости. Полупроводниковые элементы электрических цепей. Диоды, биполярные и полевые транзисторы. Импульсные преобразователи мощности.
7. Электрические цепи переменных периодических несинусоидальных токов.
8. Преобразования Фурье и Лапласа. Спектр. Применение спектральных методов анализа электрических цепей.
9. Операционные усилители. Понятие устойчивости систем с обратной связью. Электрические фильтры. Генераторы электрических сигналов.
10. Линия с распределёнными параметрами. Уравнение линии. Согласование линии. Линия без искажений.
11. Модуляция электрических сигналов. Аналоговая, импульсная и цифровая модуляция. Аналитический сигнал. Оптимальная и согласованная фильтрация.

Физические величины

Электрический заряд – величина показывающая возможность тела быть источником электромагнитного поля. Единица измерения величины заряда - кулон [Кл]. Заряд электрона:

$$e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Кл}$$

Закон Кулона

$$\vec{F} = \frac{q_1 q_2}{4\pi \varepsilon_0 r^2} \cdot \vec{R}_0 \quad \varepsilon_0 = 8,86 \cdot 10^{-12} \frac{\Phi}{\text{м}}$$

Напряженность электрического поля

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q}$$

Работа электрического поля

$$A = \int_a^b \vec{F} dl = q \int_a^b \vec{E} dl$$

Физические величины

Потенциал величина характеризующая потенциальную энергию заряда помещенного в электрическое поле.

Напряжение (разность потенциалов) - работа по перемещению электрического заряда.

$$U_{ab} = \varphi_a - \varphi_b = \frac{A_{ab}}{q} = \int_a^b E dl$$

Ток – упорядоченное движение электрических зарядов.

$$I = \frac{dq}{dt}$$

Единицы измерения вольт $\left[\frac{\text{Дж}}{\text{Кл}}\right]$ и ампер $\left[\frac{\text{Кл}}{\text{с}}\right]$ соответственно.

Электрическое сопротивление

Сопротивление – физическая величина характеризующая свойство проводников оказывать сопротивлению протеканию тока. Наличие сопротивления вызывает выделение энергии.

$$R = \rho \frac{l}{S}$$

Единица измерения – Ом $\left[\frac{\text{В}}{\text{А}}\right] = \text{Ом (Ohm)}$

Закон Ома

$$U = RI$$

Электрическая емкость

Электрическая емкость – величина характеризующая возможности физической системы накапливать электрический заряд. В электротехнике под емкостью понимается взаимная емкость проводников. Единица измерения – Фарада $\left[\frac{\text{Кл}}{\text{В}}\right] = \Phi(\text{F})$

$$C = \frac{q}{\Delta\varphi} = \frac{q}{u} \Rightarrow q = Cu$$

$$i_c = \frac{dq}{dt} = C \frac{du_c}{dt}$$

Энергия электрического конденсатора

$$W = \sum A = \int u dq = C \int_0^U u du = \frac{CU^2}{2}$$

ИНДУКТИВНОСТЬ

Магнитный поток

$$\Phi = \int_S \vec{B} d\vec{S}$$

Индуктивность – величина характеризующая магнитные свойства контура

$$\Phi = Li$$

Единица измерения индуктивности – Генри $\left[\frac{\text{Вб}}{\text{А}}\right] = \text{Гн (H)}$

Закон Фарадея

$$\mathcal{E}_m = \frac{d\Phi}{dt} = L \frac{di}{dt} = U_L$$

$$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{\text{Гн}}{\text{м}}$$

Уравнения Максвелла

$$\oint \vec{D} d\vec{S} = Q \qquad D = \varepsilon \varepsilon_0 E$$

$$\oint \vec{B} d\vec{S} = 0 \qquad B = \mu \mu_0 H$$

$$\oint \vec{E} d\vec{l} = -\frac{\partial \Phi}{\partial t}$$

$$\oint \vec{H} d\vec{l} = \int \vec{j} d\vec{S} + \frac{\partial}{\partial t} \int \vec{D} d\vec{S}$$

Электрическая цепь

Электрической цепью называется совокупность элементов цепи, в том числе *источников электрической энергии*, соответствующим образом соединенных между собой по определенным правилам и предназначенной для производства и распределения электрической энергии, обработки и передачи электрических сигналов (информации).

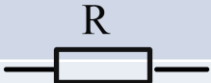




Элементами называются отдельные части *электрической цепи*, выполняющие определенные функции.

Электрическая схема – выполненное согласно правилам изображение *электрической цепи* с помощью условных знаков, обозначающих *элементы*, и связи между ними.

Для описания работы сложных устройств используют упрощенные **модели**, также называемые **схемами замещения**.

Цепь условно можно разделить на части: генератор энергии (источник сигнала) и нагрузку (приемник сигнала).

Элементы электрических цепей

Название	Обозначение на схеме	Соотношения описывающие работу элемента	Единица измерения
Резистор (электрическое сопротивление)		$U = I \cdot R$	Ом
Конденсатор		$u_c = \frac{1}{C} \int i_c dt, \quad i_c = C \frac{du_c}{dt}$	Фарада
Катушка индуктивности		$u_L = L \frac{di_L}{dt},$ $i_L = \frac{1}{L} \int u_L dt$	Генри
Идеальный источник Э.Д.С.		$E=f(t)$	Вольт
Идеальный источник тока		$I=f(t)$	Ампер

Соотношения описывающие работу элементов электрической цепи, позволяют построить зависимость напряжения от тока для каждого элемента. Эта зависимость называется **вольт-амперной характеристикой** (ВАХ) элемента цепи.

Проводимость – величина обратная электрическому сопротивлению. Единица измерения проводимости - симменс (См). Схемотехническое изображение проводимости аналогично сопротивлению.

$$G = \frac{1}{R}, \quad I = G \cdot U$$

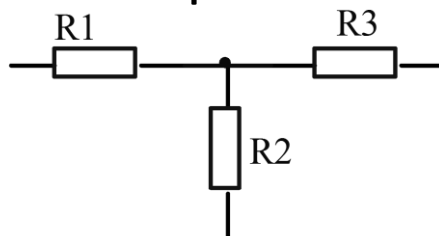
Часть электрической цепи, выделяющей электрическую энергию называется **источником (или генератором)** энергии (тока, напряжения). Часть цепи, подключенная к генератору энергии является **нагрузкой**.

Топология электрических цепей

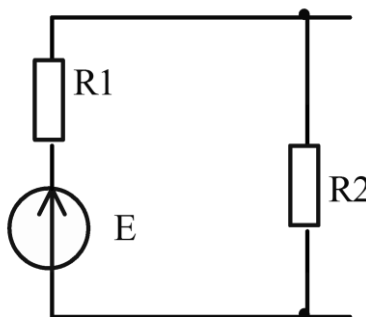
- **ветвь** – участок цепи из включенных последовательно элементов электрической цепи,



- **узел** – точка соединения трех и более ветвей,



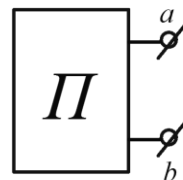
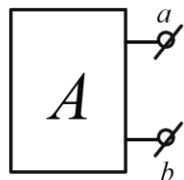
- **контур** – замкнутый путь в цепи, проходящий по ветвям через узлы,



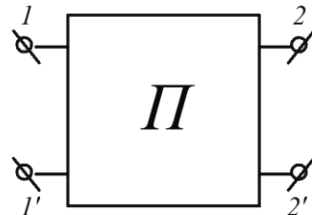
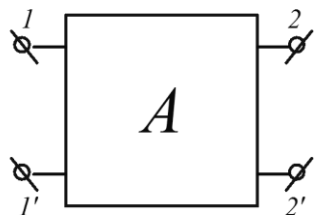
- **независимый контур** – контур, содержащий хотя бы одну ветвь, не входящую в другие контуры.

Топология электрических цепей

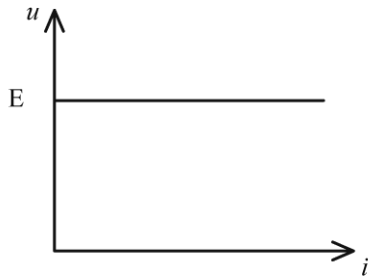
- **двухполюсник** – электрическая цепь, имеющая два вывода. Двухполюсник является активным если содержит источники энергии, и пассивным если источников электрической энергии нет.



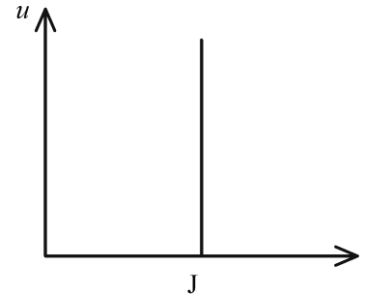
- **четырёхполюсник** - электрическая цепь, имеющая четыре вывода. Четырёхполюсники, также как и двухполюсники, бывают активными и пассивными.



Источники электрической энергии



$$E = \text{const}$$

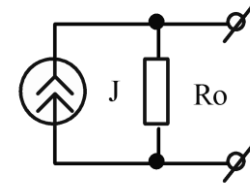
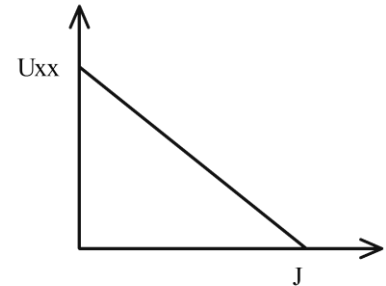
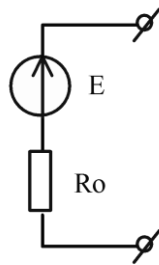
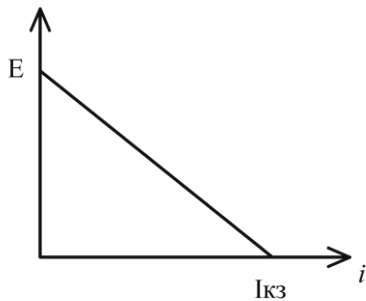


$$J = \text{const}$$

Вольт-амперные характеристики (ВАХ) **идеальных источников энергии**. Внутреннее сопротивление идеального источника напряжения равно нулю, а идеального источника тока – бесконечно, или можно сказать что проводимость ветви содержащей идеальный источник тока равна нулю.

Схема замещения реального источника

R_0 – внутреннее сопротивление источника, R_H – сопротивление нагрузки, и предельные режимы работы источника: **режим короткого замыкания** - $R_H = 0$, и **режим холостого хода**, когда $R_H = \infty$.



$$I_{кз} = \frac{E}{R_0}, \quad U_{xx} = J \cdot R_0$$

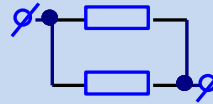
Данные схемы замещения равнозначны, выбор определяется удобством при расчете, замена определяется равенствами:

$$I_{кз} = J, \quad U_{xx} = E$$

Соединения элементов электрической цепи



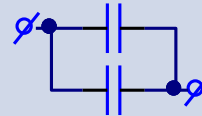
$$R_{ab} = R1 + R2$$



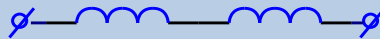
$$G_{ab} = G1 + G2$$
$$\frac{1}{R_{ab}} = \frac{1}{R1} + \frac{1}{R2}$$
$$R_{ab} = \frac{R1 \cdot R2}{R1 + R2}$$



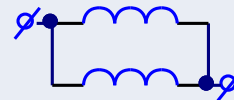
$$\frac{1}{C_{ab}} = \frac{1}{C1} + \frac{1}{C2}$$



$$C_{ab} = C1 + C2$$



$$L_{ab} = L1 + L2$$



$$\frac{1}{L_{ab}} = \frac{1}{L1} + \frac{1}{L2}$$

Мощность в электрической цепи

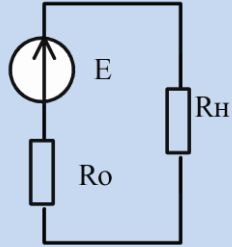
Мощность – это работа произведенная в единицу времени:

$$P = A / \Delta t = \frac{A}{q} \cdot \frac{q}{\Delta t} = U \cdot I = \frac{U^2}{R} = I^2 \cdot R$$

Условие баланса мощностей. Мощности генерируемые источниками и мощности выделяющиеся в элементах цепи равны.

$$\sum_{k=1}^n E_k \cdot I_k = \sum_{k=1}^n R_k \cdot I_k^2$$

Коэффициент полезного действия

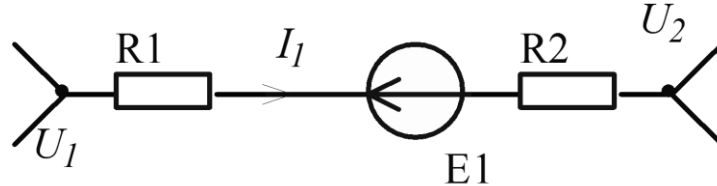


$$\eta = \frac{P_H}{P} = \frac{R_H}{R_H + R_0}$$

Коэффициент полезного действия показывает долю энергии источника преобразованную в работу в нагрузке.

Определение тока ветви

Ток ветви определяется как отношение разности потенциалов начального и конечного узлов ветви, с добавлением ЭДС данной ветви (знак которой определяется по отношению к выбранному направлению тока), к полному сопротивлению этой ветви (или умноженных на суммарную проводимость).



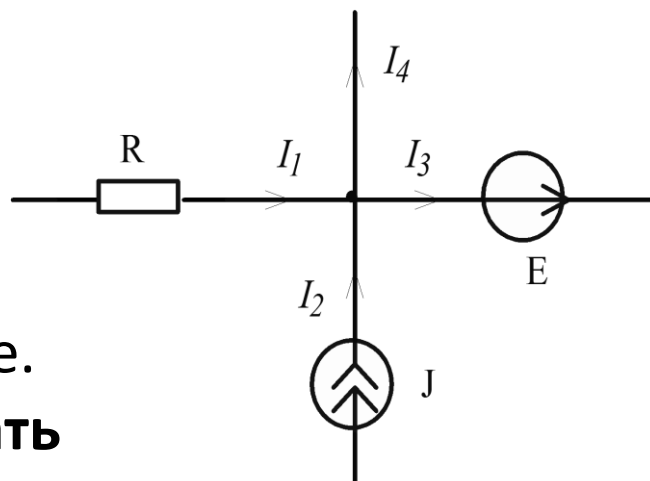
$$I_1 = \frac{U_1 - U_2 - E_1}{R_1 + R_2}$$

Анализ электрических цепей - это любой структурированный метод, используемый для математического анализа набора взаимосвязанных компонентов, в результате которого определяются напряжения и токи в любом участке цепи. Основа всех методов анализа – **правила Кирхгофа**.

Первое правило – сумма токов в любом узле электрической цепи равна нулю.

$$\sum_{k=1}^n I_k = 0$$

Здесь n – число ветвей сходящихся в узле. **Направленный к узлу ток принято считать положительным, а направленный от узла - отрицательным.**

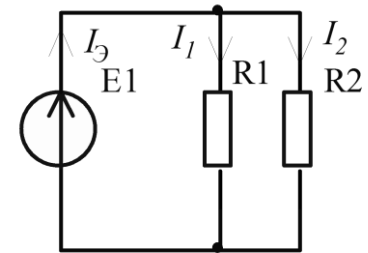


$$I_1 + I_2 - I_3 - I_4 = 0$$

Параллельное соединение резисторов.

По первому правилу Кирхгофа:

$$I_3 = I_1 + I_2$$



Определим токи через отношение напряжений и сопротивлений:

$$\frac{E_1}{R_1} + \frac{E_1}{R_2} = I_3 = \frac{E_1}{R_3}$$

Эквивалентная проводимость определяется суммой проводимостей резисторов.

$$\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} = \frac{1}{R_3} \quad G_1 + G_2 = G_3$$

Для эквивалентного сопротивления можно получить соотношение:

$$R_3 = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}$$

Второе правило

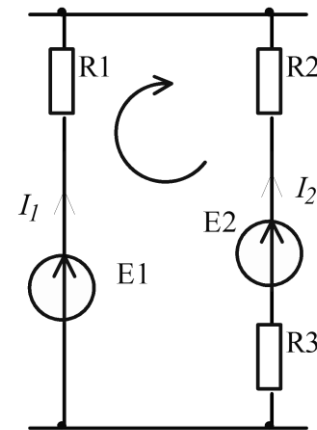
Второе правило Кирхгофа - алгебраическая сумма падений напряжений на всех ветвях, принадлежащих любому замкнутому контуру цепи, равна алгебраической сумме ЭДС ветвей этого контура.

$$\sum_{k=1}^n E_k = \sum_{k=1}^m U_k = \sum_{k=1}^m R_k \cdot I_k$$

При составлении уравнения для каждого контура нужно выбрать направление обхода. При этом падение напряжения на ветви считают положительным, если направление обхода данной ветви совпадает с ранее выбранным направлением тока ветви.

Аналогично для знака Э.Д.С.

$$I_1 R_1 - I_2 R_2 - I_2 R_3 = E_1 - E_2$$



Пример. Делитель напряжения.

Сопротивление источника сигнала считаем нулевым, сопротивление приемника бесконечным. По второму правилу Кирхгофа:

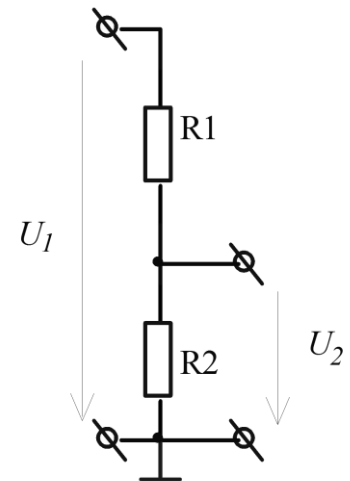
$$I(R_1 + R_2) - U_1 = 0$$

Заметим что:

$$IR_2 = U_2$$

Выразив и подставив ток получим:

$$U_2 = U_1 \frac{R_2}{R_1 + R_2}$$



Метод составления уравнений по правилам Кирхгофа

Всего в системе получается $(n-1)+(m-1)$ уравнений, где n и m число узлов и ветвей в цепи соответственно.

Перед тем, как составить уравнения, **необходимо выбрать:**
направления токов в ветвях и обозначить их на схеме;
направления обхода контуров для составления уравнений по второму закону, с целью единообразия рекомендуется для всех контуров положительные направления обхода выбирать одинаковыми, например, по часовой стрелке.

Метод наложения

Принцип суперпозиции – при наличии в системе более одного источника воздействия, полное воздействие на элемент система определяется как сумма воздействий от каждого из источников по отдельности.

На использовании принципа суперпозиции основан **метод наложения**, когда ток в элементе цепи (или ветви) вычисляется как алгебраическая сумма токов вызванных каждым источником по отдельности. При этом источники не используемые в расчете в данный момент заменяются своими внутренними сопротивлениями.

Метод наложения и, рассматриваемый ниже, метод эквивалентного генератора применяются когда необходимо найти ток или напряжение только для одного из элементов цепи, который мы считаем нагрузкой.

Пример. Метод наложения.

Необходимо определить ток нагрузки R_H .

Пусть для упрощения все резисторы равны по величине R .

Примем потенциал верхнего узла равным U_1 нижнего 0.

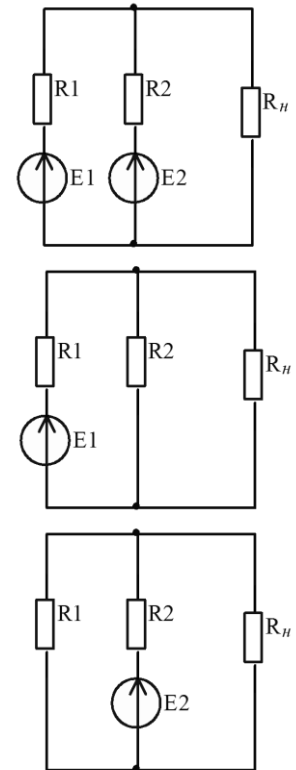
Вычислим ток согласно метода поочередно исключая источники:

$$I_{H1} = \frac{U_1}{R_H} = \frac{E_1 \frac{R_2 R_H}{R_2 + R_H}}{(R_1 + \frac{R_2 R_H}{R_2 + R_H}) R_H} = \frac{E_1}{3R}$$

$$I_{H2} = \frac{U_1}{R_H} = \frac{E_2 \frac{R_1 R_H}{R_1 + R_H}}{(R_2 + \frac{R_1 R_H}{R_1 + R_H}) R_H} = \frac{E_2}{3R}$$

Тогда искомый ток:

$$I_H = I_{H1} + I_{H2} = \frac{E_1 + E_2}{3R}$$



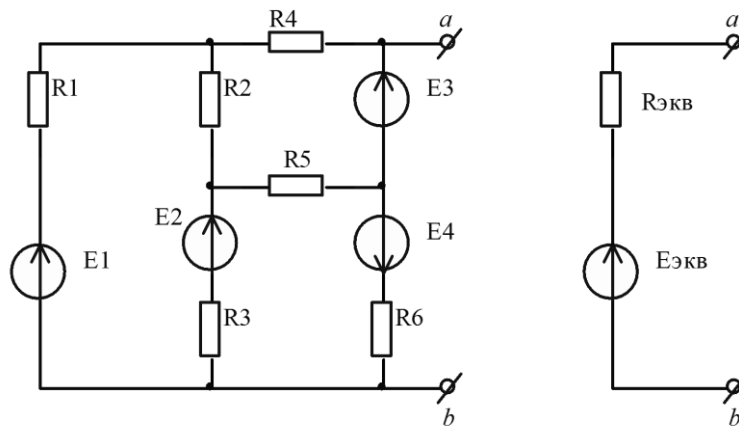
Эквивалентное преобразование

Эквивалентное преобразование части электрической цепи – это такое изменение при котором токи и напряжения в оставшейся цепи не изменятся.

Эквивалентное преобразование используется для упрощения структуры цепи и облегчения ее анализа.

Метод эквивалентного генератора

Теорема Тевенена. Любой двухполюсник состоящий из комбинации источников напряжения, источников тока и резисторов, с электрической точки зрения эквивалентен цепи с одним источником напряжения и одним резистором, соединёнными последовательно.



Теорема Нортона. Любой двухполюсник состоящий из комбинации источников напряжения, источников тока и резисторов, с электрической точки зрения эквивалентен цепи с одним источником тока и резистором включенным параллельно.

Метод расчета электрических цепей, основанный на применении теорем Тевенена и Нортонa, называется **методом эквивалентного генератора**.

В этом методе мы исключаем нагрузку из цепи и находим параметры эквивалентного генератора: ЭДС будет равно напряжению на разрыве цепи, образовавшемся после исключения нагрузки, а в случае генератора тока, ток будет равен току коротко замкнутой ветви ранее содержащей нагрузку. Сопротивление генератора определяется относительно точек подключения нагрузки, при этом источники ЭДС заменяются их внутренними сопротивлениями, а источники тока их проводимостями.

Метод контурных токов

Основой метода служит второе правило Кирхгофа. Главное его преимущество это уменьшение количества уравнений до $m - n + 1$, (m - количество ветвей, n - количество узлов в цепи). На практике такое уменьшение существенно упрощает расчет. В этом методе в качестве неизвестных величин принимаются токи протекающие в независимых контурах схемы – контурные токи. Общий вид уравнений для метода:

$$\sum_i (I_{kk} + I_{nn}) R_i = \sum E_i$$

Здесь R_i - сопротивление ветвей контура, I_{kk} - ток контура для которого составлено уравнение, I_{nn} - токи соседних контуров протекающие через ветви данного, E_i - ЭДС ветвей контура. Индекс i относится только к ветвям рассматриваемого контура. Знаки токов других контуров и знаки ЭДС определяются согласно направления тока I_{kk} (направление обхода контура совпадает с контурным током).

Метод узловых потенциалов.

Метод расчета электрических цепей путём записи системы линейных алгебраических уравнений, в которой неизвестными являются потенциалы в узлах цепи. Уравнения составляются по первому правилу Кирхгофа, число уравнений $n - 1$.

Если преобразовать составленные по первому правилу Кирхгофа уравнения, то получим формулу:

$$U_k \sum_{i=1}^n G_{ki} - \sum_{i=1}^n U_i G_{ki} = \sum_{i=1}^n E_{ki} G_{ki}$$

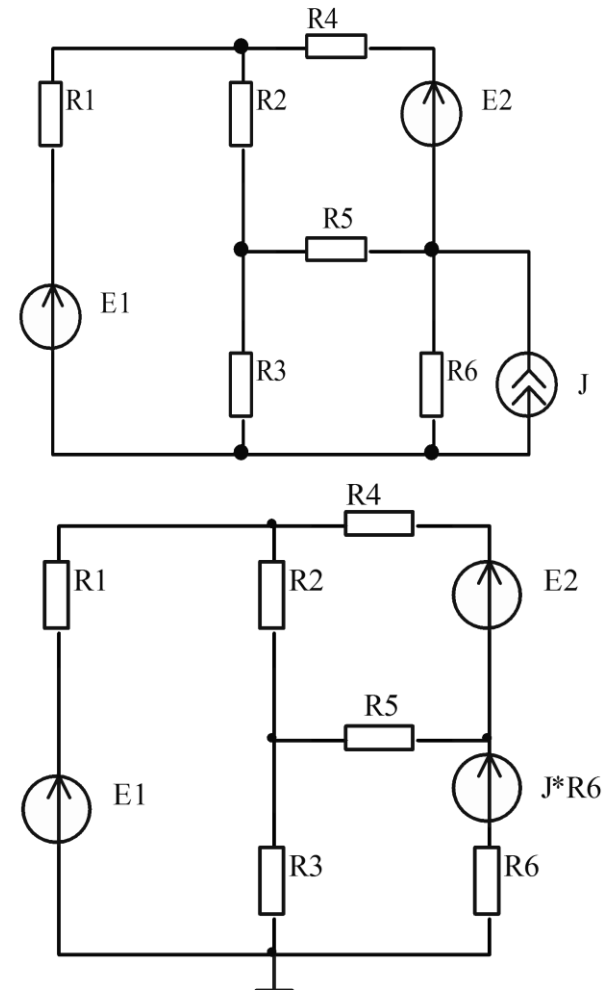
U_k - потенциал узла относительно которого составлено уравнение, G_{ki} – проводимости ветвей, соединяющих этот узел с соседними узлами, U_i – потенциалы соседних узлов и E_{ki} – величины ЭДС в ветвях.

Пример. Анализ электрической цепи.

Проведем анализ цепи на рисунке с использованием разных методов.

Для уменьшения числа видимых контуров можно преобразовать источник тока в источник напряжения.

Также отразим на схеме точку нулевого потенциала.



Составление системы уравнений по правилам Кирхгофа.

По первому правилу:

$$1: \quad I_1 + I_4 - I_2 = 0$$

$$2: \quad I_2 + I_5 - I_3 = 0$$

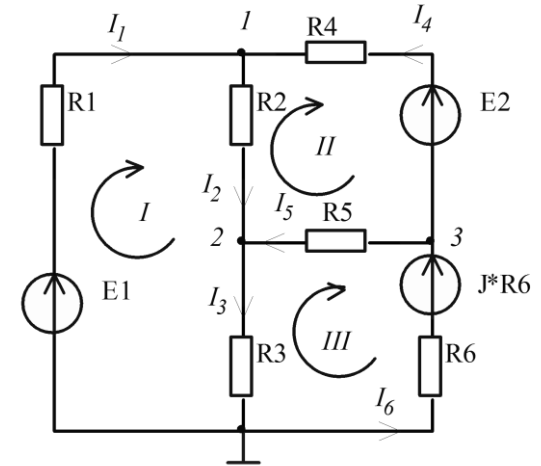
$$3: \quad I_6 - I_5 - I_4 = 0$$

По второму правилу:

$$I: \quad I_1 R_1 + I_2 R_2 + I_3 R_3 = E_1$$

$$II: \quad I_5 R_5 - I_2 R_2 - I_4 R_4 = -E_2$$

$$III: \quad -I_3 R_3 - I_5 R_5 - I_6 R_6 = -J R_6$$



Составление системы уравнений по методу контурных токов.

Контурные токи обозначаются двойным индексом. По второму правилу для контуров:

$$\text{I: } I_{11}R_1 + (I_{11} - I_{22})R_2 + (I_{11} - I_{33})R_3 = E_1$$

$$\text{II: } I_{22}R_4 + (I_{22} - I_{11})R_2 + (I_{22} - I_{33})R_5 = -E_2$$

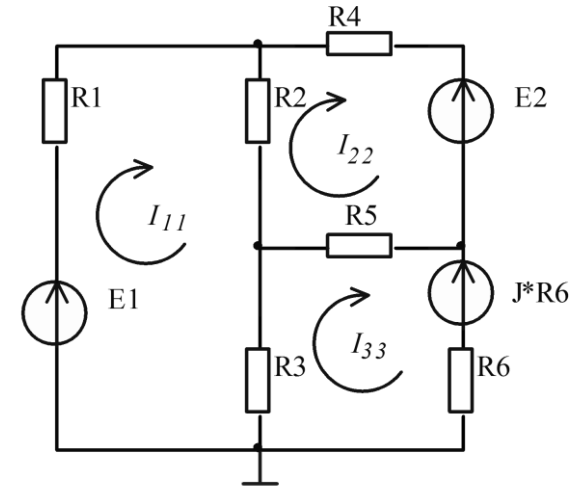
$$\text{III: } I_{33}R_6 + (I_{33} - I_{22})R_5 + (I_{33} - I_{11})R_3 = -JR_6$$

Если формализовать запись:

$$\begin{aligned} I_{11}(R_1 + R_2 + R_3) - I_{22}R_2 - I_{33}R_3 &= E_1 \\ -I_{11}R_2 + I_{22}(R_2 + R_4 + R_5) - I_{33}R_5 &= -E_2 \\ -I_{11}R_3 - I_{22}R_5 + I_{33}(R_3 + R_5 + R_6) &= -JR_6 \end{aligned}$$

Реальные токи определяются:

$$I_1 = I_{11}, I_2 = I_{11} - I_{22}, I_3 = I_{11} - I_{33}, I_4 = I_{22}, I_5 = I_{22} - I_{33}, I_6 = -I_{33}$$



Составление системы уравнений по методу узловых потенциалов.

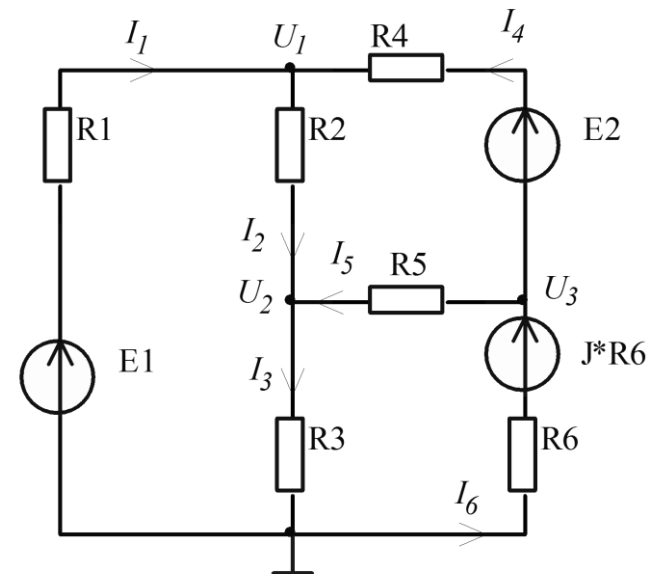
Запишем уравнения согласно формуле метода узловых потенциалов:

$$U_k \sum_{i=1}^n G_{ki} - \sum_{i=1}^n U_i G_{ki} = \sum_{i=1}^n E_{ki} G_{ki}$$

$$U_1 \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_4} \right) - \frac{U_2}{R_2} - \frac{U_3}{R_4} = \frac{E_1}{R_1} + \frac{E_2}{R_4}$$

$$-\frac{U_1}{R_2} + U_2 \left(\frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_5} \right) - \frac{U_3}{R_5} = 0$$

$$-\frac{U_1}{R_4} - \frac{U_2}{R_5} + U_3 \left(\frac{1}{R_4} + \frac{1}{R_5} + \frac{1}{R_6} \right) = \frac{E_2}{R_4} + \frac{JR_6}{R_6}$$



Составление системы уравнений по методу узловых потенциалов.

Обозначим потенциалы узловых точек, приняв потенциал нижнего узла равным нулю и составляя уравнения по первому правилу Кирхгофа воспользуемся соотношением для определения тока ветви:

$$\begin{aligned} 1: \quad & \frac{0-U_1+E_1}{R_1} + \frac{U_3-U_1+E_2}{R_4} - \frac{U_1-U_2}{R_2} = 0 \\ 2: \quad & \frac{U_1-U_2}{R_2} + \frac{U_3-U_2}{R_5} - \frac{U_2-0}{R_3} = 0 \\ 3: \quad & \frac{0-U_3+JR_6}{R_6} - \frac{U_3-U_2}{R_5} - \frac{U_3-U_1+E_2}{R_4} = 0 \end{aligned}$$

Преобразуем уравнения:

$$\begin{aligned} 1: \quad & -U_1 \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_4} \right) + \frac{U_2}{R_2} + \frac{U_3}{R_4} = -\frac{E_1}{R_1} - \frac{E_2}{R_4} \\ 2: \quad & \frac{U_1}{R_2} - U_2 \left(\frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_5} \right) + \frac{U_3}{R_5} = 0 \\ 3: \quad & \frac{U_1}{R_4} + \frac{U_2}{R_5} - U_3 \left(\frac{1}{R_4} + \frac{1}{R_5} + \frac{1}{R_6} \right) = -\frac{E_2}{R_4} - \frac{JR_6}{R_6} \end{aligned}$$

