ТЕРМОДИНАМИКА и СТАТИСТИЧЕСКАЯ ФИЗИКА
Лекция 15 Парамагнетизм Паули. Диамагнетизм Ландау.

лектор: Образовский Е. Г.

3 мая 2022 г.

План лекции:

План лекции:

- Отсутствие магнетизма в классической статистике.

План лекции:

- Отсутствие магнетизма в классической статистике.
- Парамагнетизм Паули.

План лекции:

- Отсутствие магнетизма в классической статистике.
- Парамагнетизм Паули.
- Диамагнетизм Ландау

Отсутствие магнетизма классического газа

Рассмотрим газ заряженных частиц, находящийся в состоянии равновесия в некотором объеме. Статистическая сумма частицы

$$z = \int e^{-H(\mathbf{p},\mathbf{r})/T} d^3p d^3r. \qquad (740)$$

Гамильтониан частицы в магнитном поле

$$H = \frac{1}{2m}\left(\mathbf{p} - \frac{e}{c}\mathbf{A}\right)^2 + U(\mathbf{r}). \qquad (741)$$

Сделаем замену переменных:

$$\mathbf{P} = \mathbf{p} - \frac{e}{c}\mathbf{A}. \qquad (742)$$

При этом статистическая сумма принимает вид

$$z = \int e^{-P^2/2mT - U(r)/T} d^3P d^3r, \qquad (743)$$

и не зависит от магнитного поля. Вместе с ней не зависят от наличия поля и термодинамические функции. Классический газ заряженных

Парамагнетизм Паули

Газ частиц со спинами $1/2$ в магнитном поле. Энергия одной частицы $\varepsilon = -\mu_z \mathcal{H}$, где проекция момента на магнитное поле $\mathcal{H}$ может принимать значения $\mu_z = \pm\mu$ (μ — магнитный момент частицы). Энергия N частиц

$$E = -\sum_a \mu_z \mathcal{H} = -\mu(N_\uparrow - N_\downarrow)\mathcal{H}, \tag{744}$$

где $N_\uparrow$ и $N_\downarrow = N - N_\uparrow$ — количества частиц, спины которых ориентированы по магнитному полю и против него. Постоянство статистического веса $\Gamma = C_N^{N_\uparrow}$ (и энтропии) означает постоянство величин $N_\uparrow$ и $N_\downarrow$. Поэтому обобщенная термодинамическая сила, соответствующая величине магнитного поля, есть

$$\frac{\partial E}{\partial \mathcal{H}} = -\mu(N_\uparrow - N_\downarrow) = -\langle \mathcal{M} \rangle, \tag{745}$$

где $\mathcal{M}$ — магнитный момент системы.

Парамагнетизм Паули.

Найдем зависимость намагниченности $M = \mathcal{M}/V$ от температуры. Газ магнитных диполей отличается от двухуровневой системы, рассмотренной в предыдущем разделе, только началом отсчета энергии. Поэтому

$$\frac{N_\downarrow}{N_\uparrow} = e^{-2\mu\mathcal{H}/T} \tag{746}$$

и намагниченность

$$M = \frac{N\mu}{V}\,\frac{e^{\mu\mathcal{H}/T} - e^{-\mu\mathcal{H}/T}}{e^{\mu\mathcal{H}/T} + e^{-\mu\mathcal{H}/T}} = \frac{N\mu}{V}\,\mathrm{th}\frac{\mu\mathcal{H}}{T}. \tag{747}$$

Магнитная восприимчивость

$$\chi = \left(\frac{\partial M}{\partial \mathcal{H}}\right)\Big|_{\mathcal{H}\to 0} = \frac{N\mu^2}{VT}. \tag{748}$$

Это эффект, называемый парамагнетизмом Паули.

Парамагнетизм Паули. Диамагнетизм Ландау.

Замечательной особенностью системы спинов является тот факт, что изменение величины магнитного поля при сохранении населенностей уровней равносильно изменению температуры системы, хотя бы никакого обмена энергией между спинами и не происходило. Можно сказать, что при изменении величины однородного магнитного поля релаксация в системе спинов происходит мгновенно [5].

На взаимодействии с такой системой спинов, охлаждающейся при уменьшении магнитного поля, основан, в частности, метод охлаждения вещества, содержащего парамагнитную примесь. Изменив достаточно быстро направление поля на противоположное (но все-таки не слишком быстро, чтобы не сказались вихревые токи), можно получить и отрицательную температуру. Все это возможно потому, что время выравнивания температур системы спинов (ядерных) и движения атомов (называемое временем спин–решеточной релаксации) бывает очень велико (до десятков минут).

[5] При изменении направления магнитного поля происходят гораздо более сложные явления.

Диамагнетизм Ландау.

Если же учесть отличие от классического приближения — дискретность уровней энергии для движения поперек магнитного поля, — то магнитные свойства появляются.
Напомним, что уровни энергии заряженной частицы в однородном магнитном поле $\mathcal{H}$, направленном вдоль оси z, равны

$$\varepsilon_{n,p_z} = \frac{p_z^2}{2m} + \hbar\omega\left(n + \frac{1}{2}\right), \text{ где } \quad \omega = \frac{e\mathcal{H}}{mc}, \quad n = 0, 1, 2, ..., \qquad (749)$$

и имеют кратность вырождения, не зависящую от n [6].

---

[6] Кратность вырождения определяется числом возможных способов поместить центр орбиты в поперечной плоскости, величина же n определяет радиус орбиты.

Поэтому вклад в статистическую сумму движения в направлении, перпендикулярном магнитному полю, равен

$$z_\perp = g\sum_{n=0}^{\infty}\exp\left[-\frac{\hbar\omega}{T}\left(n+\frac{1}{2}\right)\right] = \frac{g}{2\mathrm{sh}(\mu\mathcal{H}/T)}, \text{где} \quad \mu = \frac{e\hbar}{2mc}. \qquad (750)$$

При $T \gg \mu\mathcal{H}$ получаем, $z_\perp = gT/2\mu\mathcal{H}$, что должно совпадать с классическим значением, и, в частности, не должно зависеть от $\mathcal{H}$. Поэтому $g = \tilde{g}\mathcal{H}$, где $\tilde{g}$ от $\mathcal{H}$ не зависит.
Зависящий от $\mathcal{H}$ вклад в свободную энергию газа из N частиц равен

$$F_\mathcal{H} = -NT\ln\frac{\mathcal{H}}{\mathrm{sh}\frac{\mu\mathcal{H}}{T}}, \qquad (751)$$

а магнитный момент

$$\mathcal{M} = -\frac{\partial F_\mathcal{H}}{\partial\mathcal{H}} = NT\left(\frac{1}{\mathcal{H}} - \frac{\mu}{T}\mathrm{cth}\frac{\mu\mathcal{H}}{T}\right). \qquad (752)$$

Диамагнетизм Ландау.

При $T \gg \mu\mathcal{H}$ получаем $\mathcal{M} = -N\mu^2\mathcal{H}/3T = V\chi\mathcal{H}$. Как и следовало ожидать, в пределе $T \to \infty$ магнитный момент обращается в нуль. Однако найденная здесь величина $\mathcal{M}$ сопоставима с найденным ранее эффектом поляризации спинов.
Это диамагнетизм, обнаруженный Ландау. Этот диамагнетизм на $1/3$ компенсирует парамагнетизм Паули (748) для свободно движущихся электронов. Так же обстоит дело и для случая, когда электронный газ подчиняется не распределению Больцмана, а распределению Ферми.