

Лабораторная работа №1

1) Периодический сигнал прямоугольных импульсов $x(t)$ можно представить в виде ряда Фурье $x(t)^*$. Ограничимся конечным числом N слагаемых, тогда ряд Фурье можно записать в виде:

$$x(t)^* = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^N [a_n \cos(n\omega t) + b_n \sin(n\omega t)],$$

где коэффициенты ряда определяются по формулам:

$$a_0 = \frac{2}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} x(t) dt,$$

$$a_n = \frac{2}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} x(t) \cdot \cos(n\omega t) dt$$

$$b_n = \frac{2}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} x(t) \cdot \sin(n\omega t) dt$$

(а) Напишите программу, которая выведет на экран аппроксимированную функцию $x(t)^*$,

(б) Постройте график погрешности приближения $x(t)$ функцией $x(t)^*$. Погрешность приближения можно определить по формуле $\varepsilon = x(t) - x(t)^*$.

в) Реализуйте класс, который позволит Вам производить разложение в ряд Фурье любой функции $x(t)$.

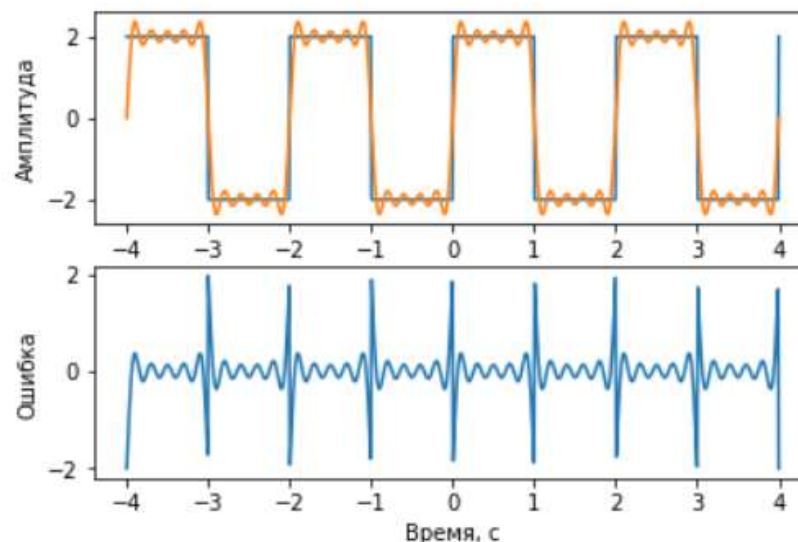
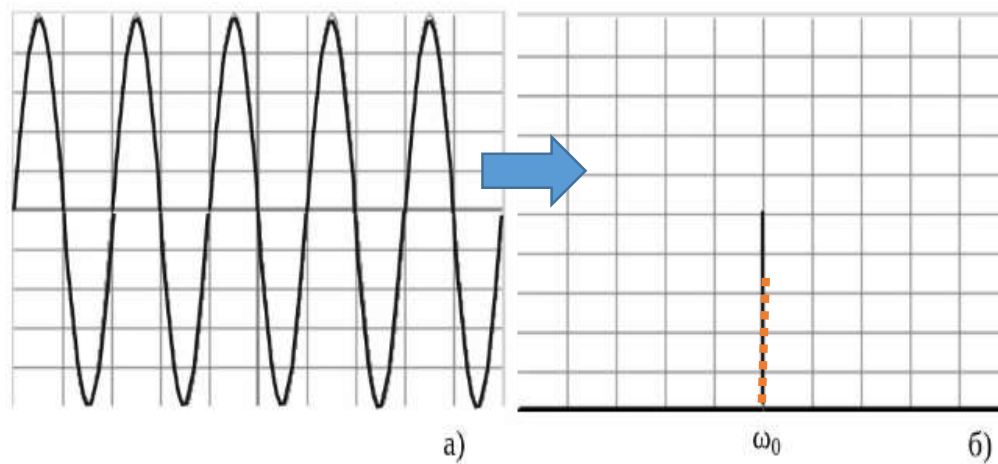


Рис. 20 Исходный сигнал $x(t)$ аппроксимированный функцией $x^*(t)$, при $N=10$ и график погрешности приближения $x(t)$ функцией $x(t)^*$.

2) Убедиться в правильности работы алгоритма, который был разработан Вами в пункте 1 данной лабораторной работы. Для этого подать на вход программы вместо прямоугольного импульса сигнал косинуса $x(t)=A\cos(\omega t)$ с частотой равной $f=100$ Гц, где A – заданная амплитуда сигнала.

а) Воспользоваться обратным преобразованием Фурье и убедиться, что в спектре сигнала $x(t)=A\cos(\omega t)$ присутствует только выделенная частота f . На рис.1 спектр данного сигнала представлен в виде сплошной темной линии.

б) Из результатов работы вашего алгоритма определить спектральный коэффициент a_n и на график спектра разместить частоту сигнала, которой он соответствует. На рис.1 спектр данный спектр будет соответствовать пунктирной оранжевой линии.



Замечание:

а) Циклическая частота ω связана с частотой сигнала по формуле:

$$\omega = 2\pi f$$

б) В качестве преобразования Фурье можно использовать функцию дискретного преобразования Фурье встроенную в Python (`numpy.fft`)

3) Определить спектр прямоугольного сигнала с помощью встроенной функции `fft` и сопоставить определенный спектр с тем, который предсказывает ваш алгоритм.

4) Добавить к сигналу шум, посмотреть как шум будет изменять спектр сигнала, объяснить результат.

5) Готовую лабораторную работу отправить на проверку по адресу i.kozulin@g.nsu.ru