МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РФ
НОВОСИБИРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

Физический факультет
Кафедра общей физики

О. А. Брагин, Н. С. Буфетов, А. А. Дорошкин

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА 1.1. ИЗМЕРЕНИЕ СТАЦИОНАРНЫХ СЛУЧАЙНЫХ ВЕЛИЧИН И СТАТИСТИЧЕСКАЯ ОБРАБОТКА РЕЗУЛЬТАТОВ ИЗМЕРЕНИЙ

Измерительный практикум

Новосибирск
2019

УДК 53.08(075.8)
ББК З221-5я73-5
И 374

Рецензент
д-р физ.-мат. наук *А. Д. Косинов*

Рекомендовано к печати кафедрой общей физики ФФ НГУ
(протокол № 4 от 05 февраля 2019 г.)

И 374 Лабораторная работа 1.1. Измерение стационарных случайных величин и статистическая обработка результатов измерений : измерительный практикум / О. А. Брагин, Н. С. Буфетов, А. А. Дорошкин; Новосиб. гос. ун-т. – Новосибирск : ИПЦ НГУ, 2019. – 36 с.

В пособии представлено описание модернизированной лабораторной работы измерительного практикума кафедры общей физики НГУ. Работа выполняется студентами 1–2-х курсов физического факультета, факультета информационных технологий, геолого-геофизического, медицинского факультетов и факультета естественных наук.

При выполнении работы студенты знакомятся со статистическими методами обработки и представления результатов измерений. Работа может быть использована при обучении студентов других естественно-научных и технических факультетов.

УДК 53.08(075.8)
ББК З221-5я73-5

ОГЛАВЛЕНИЕ

ВВЕДЕНИЕ

Цель работы – ознакомление с методами обработки и представления результатов измерений случайных величин на примере исследования интенсивности излучения α-частиц при радиоактивном распаде ядер.

В данной лабораторной работе исследуется интенсивность изотопного источника α-частиц (измеряется количество n α-частиц, испускаемых источником за фиксированный промежуток времени τ). Величина n является случайной, так как испускание α-частиц происходит в результате спонтанного распада ядер плутония 239 (^{239}Pu). Случайная величина, в отличие от неслучайной, не имеет какого-то определенного значения, поэтому результаты повторных измерений такой величины могут значительно различаться, т. е. будет наблюдаться «разброс» экспериментальных данных. При этом любое из полученных значений будет правильным в том смысле, что не будет являться экспериментальной погрешностью – на момент одного измерения исследуемая величина имела одно значение, а на момент другого измерения – другое. Конечно, одни значения k будут встречаться часто, другие – намного реже, но даже вероятность того, что в эксперименте будет получено огромное значение k, соответствующее одновременному распаду всех ядер ^{239}Pu, не равна нулю.

Обратим внимание на принципиально разные причины «разброса» экспериментальных данных в сериях измерений при исследовании случайных и неслучайных величин. В первом случае меняется, как сказано выше, сама измеряемая величина, во втором – случайным образом меняются отклонения измеренных значений от истинного значения исследуемой величины. Вызываются эти отклонения множеством неконтролируемых малых внешних воздействий на прибор, меняющихся случайным образом как по величине, так и по знаку.

Интуитивно ясно, что при усреднении результатов измерений неслучайной величины происходит взаимная компенсация отклонений и среднее значение дает хорошее приближение к истинному значению. Результат любого единичного измерения также дает приближенное значение этой величины, хотя и менее надежное, чем среднее значение.

Среднее значение, вычисленное по результатам измерений случайной величины, является очень важным параметром, но измеряемую величину как случайную не характеризует (как и результат любого конкретного измерения). Исчерпывающей характеристикой случайной величины является функция, описывающая вероятность появления того или иного ее значения. Таким образом, если цель эксперимента с неслучайной величиной состоит в определении ее истинного значения, т. е. числа, то цель эксперимента со случайной величиной заключается в определении вида вероятностной функции и в расчете численных значений параметров этой функции.

В настоящей работе демонстрируются статистические закономерности на примере измерений случайной дискретной величины – количества α-частиц, испускаемых при **радиоактивном распаде ядер** изотопа плутония ^{239}Pu. Радиоактивный распад по своей природе является вероятностным, случайным процессом. Образовавшаяся в результате «вероятностного» слияния нуклонов в ядре α-частица совершает «вероятностный» **туннельный переход** под потенциальным барьером ядерных сил и вылетает из ядра. Распад каждого ядра не зависит от присутствия других ядер. В результате количество α-частиц, испускаемых радиоактивным источником за 1 сек., есть величина случайная.

ОПИСАНИЕ ЭКСПЕРИМЕНТА

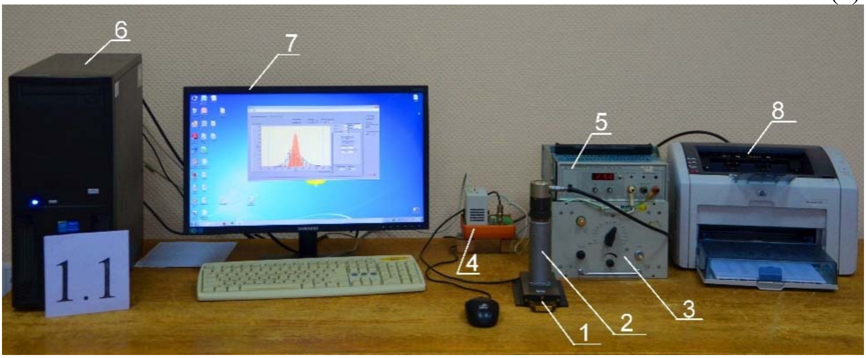
Эксперимент по исследованию интенсивности изотопного источника α-частиц в результате спонтанного распада ядер ^{239}Pu проводится по методике преобразования энергии α-частиц последовательно в световой импульс и затем в электрический, который поступает в пересчетное устройство, и с дальнейшей обработкой с помощью компьютерной программ.

Общий вид экспериментальной установки и ее блок-схема для регистрации и счета α-частиц приведены на рис. 1.

В работе используется изотопный источник, в котором α-частицы образуются в результате радиоактивного распада изотопа плутония ^{239}Pu с периодом полураспада 24 360 лет и энергией α-частиц, равной 5–5,1 МэВ. α-частицы – это ядра гелия $^4He^{++}$ (дважды ионизованные атомы гелия). Источник α-частиц (рис. 2) представляет собой алюминиевую подложку 1, в углубление которой нанесен слой радиоактивного вещества 2. Активный слой покрыт защитной металлической пленкой 3 (обычно слой алюминия толщиной не более 10 мкм). Средний пробег α-частиц с энергией 5 МэВ в воздухе составляет примерно 3,5 см (в алюминии и стекле – примерно 0,05 мм). Каждый источник снабжен паспортом, в котором указаны его параметры. Цифрами на источнике отмечена его активность (надпись «83» соответствует $8\cdot10^3$ распадам/сек.). Активность используемых в данной работе источников – порядка 10^3–10^4 распадов/сек. Поскольку α-частицы имеют малую проникающую способность (лист плотной бумаги практически полностью их поглощает), то источник безопасен в работе. Тем не менее, по условиям техники безопасности и чтобы не загрязнять защитную пленку, ее не следует касаться руками.

В качестве первичного преобразователя в установке применен сцинтилляционный детектор (рис. 3). Он состоит из сцинтиллятора (цилиндрический блок из специальной пластмассы), фотоэлектронного умножителя (ФЭУ) и источника питания ФЭУ. Попадая в сцинтиллятор, α-частица вызывает вспышку света, которая регистрируется ФЭУ и преобразуется

(*а*)



(*б*)

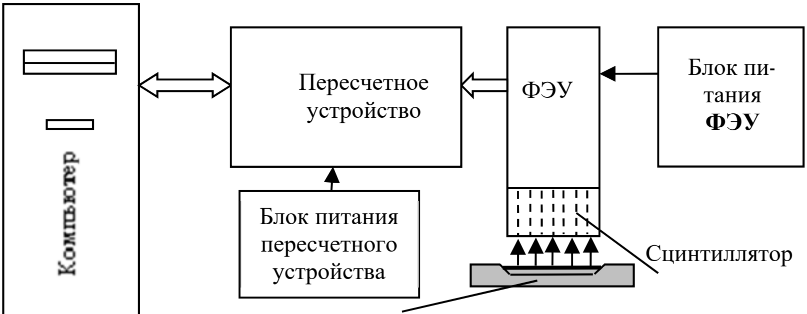
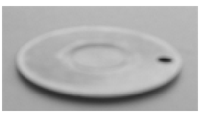


Рис. 1. Общий вид (*а*) и блок-схема (*б*) экспериментальной установки: *1* – изотопный источник α-частиц; *2* – ФЭУ; *3* – блок питания ФЭУ; *4* – пересчетное устройство; *5* – блок питания пересчетного устройства; *6* – электронный блок компьютера; *7* – монитор компьютера; *8* – принтер

а



б

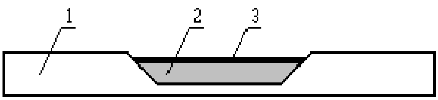


Рис. 2. Источник α-частиц:
а – общий вид; *б* – схема контейнера с изотопом плутония ^{239}Pu

в электрический импульс. Но если напряжение, подаваемое на диноды ФЭУ, будет слишком велико, то даже случайный электрон, попавший в ФЭУ, может вызвать лавину электронов, что приведет к образованию ложных импульсов. Из этого вытекает необходимость перед началом работы выбрать оптимальное напряжение источника питания ФЭУ.

С фотоумножителя электрический импульс поступает на пересчетное устройство, сопряженное с компьютером. На входе пересчетного устройства имеется амплитудный дискриминатор-нормализатор. Его назначение состоит в том, чтобы «отсечь» сигналы с амплитудой, меньшей определенного значения, т. е. дискриминатор отфильтровывает «шум» ФЭУ. Сигналы с амплитудой выше порога дискриминации преобразуются в стандартные импульсы заданной амплитуды и длительности и поступают на вход счетчика. (Обратите внимание на то, что пересчетное устройство фиксирует не количество α-частиц, которые попали в сцинтиллятор, а количество электрических импульсов.)

Для того чтобы количество α-частиц максимально совпадало с количеством электрических импульсов, требуется предварительная настройка ФЭУ (подбор напряжения питания, для используемого в данной работе прибора напряжение находится в диапазоне 1,5–2 кВ). При меньшем напряжении эффективность ФЭУ понижается, а при большем – возникают «ложные» срабатывания. Кроме того, необходимо выявить систематические погрешности, вносимые измерительной техникой.

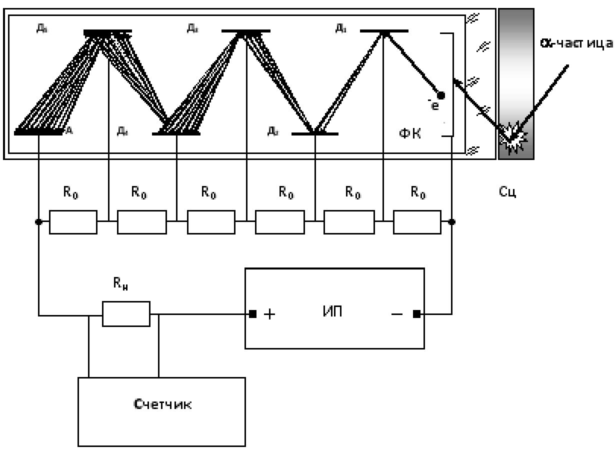


Рис. 3. Схема сцинтилляционного детектора:
Сц – сцинтиллятор (цилиндр из специальной пластмассы, поглощение в котором α-частицы сопровождается вспышкой света); *ИП* – высоковольтный источник постоянного тока; R_0 – сопротивления делителя напряжения; $R_н$ – нагрузочное сопротивление; *Счетчик* – электронное устройство для фиксации количества импульсов тока с ФЭУ. Элементы ФЭУ: *ФК* – фотокатод; $Д_1$, $Д_2$ – диноды; *А* – анод

ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫЕ ИЗМЕРЕНИЯ И ИХ ПЕРВИЧНОЕ ПРЕДСТАВЛЕНИЕ

В зависимости от изучаемого явления измеряемые в процессе исследования величины могут носить случайный или неслучайный характер.

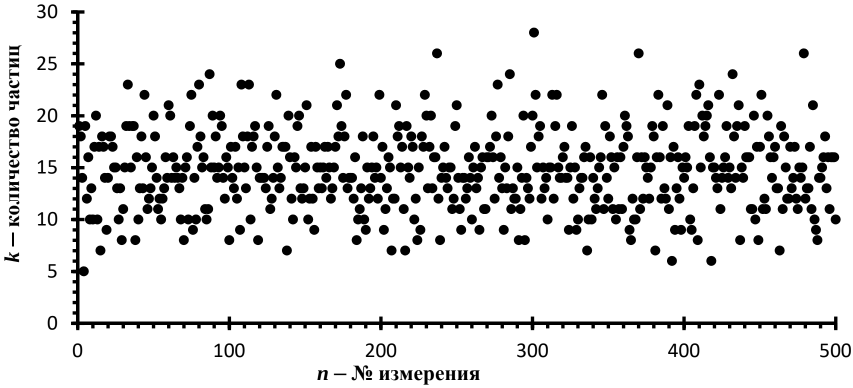


Рис. 4. Количество α-частиц в каждом измерении

В любом случае измеренные величины в определенной степени имеют разброс значений, который связан не только с характером явления, но и с измеряющей аппаратурой. Излучение α-частиц – это случайный характер.

На рис. 4 приведены первичные результаты 500 измерений числа α-частиц, излучаемых образцом плутония за время $\tau_0 = 10$ мсек. Эта совокупность измерений носит название **выборки**.

Из рисунка видно, что значение количества частиц формируется в одну полосу около какой-то величины и имеет вполне определенную ширину, т. е. свой максимум и минимум.

Теперь возникает задача охарактеризовать этот набор данных и определить названные параметры.

Параметр, характеризующий центр формирования выборки, носит название **среднее значение**.

Здесь применимо **среднее арифметическое значение** $\bar{x}$ ($x_{ср}$):

$$\bar{x} = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} x_i. \quad (1)$$

При бесконечно большом количестве измерений $\overline{x}$ стремится к своему пределу μ. Этот предел называется **математическим ожиданием**.

(Выборка бесконечно большого количества измерений называется **генеральной выборкой**.)

Для статистической характеристики процесса недостаточно иметь только среднюю величину выборки. Обычно рассчитывают величину **среднего квадратического отклонения S_x (СКО)** полученных результатов от среднего значения $\bar{x}$ по формуле

$$S_x = \sqrt{\frac{1}{N-1}\sum_{i=1}^{N}(\bar{x} - x_i)^2} \approx \sigma, \qquad (2)$$

которая характеризует ширину полосы, в которой располагается основная часть результатов измерений.

Величина S_x^2 при бесконечно большом количестве измерений стремится к величине σ^2, называемой дисперсией от среднего значения, а также называется **дисперсией одиночного измерения**.

Более подробно μ и σ^2 будут рассмотрены ниже при обсуждении вероятностных функций.

Величина $S_{\bar{x}}$ носит название **среднее квадратическое отклонение среднего арифметического значения (**СКОср) и характеризует точность определения среднего значения $\bar{x}$**.**

Приближенная величина $S_{\bar{x}}$ **(**СКОср) вычисляется по формуле

$$S_{\bar{x}} = \frac{S_x}{\sqrt{N}} = \sqrt{\frac{1}{N(N-1)}\sum_{i=1}^{N}(\bar{x} - x_i)^2} \approx \bar{\sigma}\,. \qquad (3)$$

По мере увеличения числа измерений эта величина стремится к нулю.

Средние величины относятся к обобщающим статистическим показателям, которые дают сводную (итоговую) характеристику массовых явлений, так как строятся на основе большого количества индивидуальных значений варьирующего признака.

Если эти показатели $\bar{x}$, S_x и $S_{\bar{x}}$ поместить на уже имеющийся график рис. 4 в зависимости от числа измерений, то можно наглядно убедиться (рис. 5) в том, что они стремятся к своим предельным для данного процесса значениям. В нашем случае в «коридор» $\bar{x} \pm S_x$ от 10,87 до 18,60 в итоге попало 69,4 % всех проведенных нами измерений (см. рис. 5).

Из формул (2) и (3) видно, что увеличение числа измерений стабилизирует «коридор» $\bar{x} \pm S_x$ и улучшает точность определения среднего значения $\bar{x}$ (при $N = \infty$ $S_{\bar{x}} = 0$).

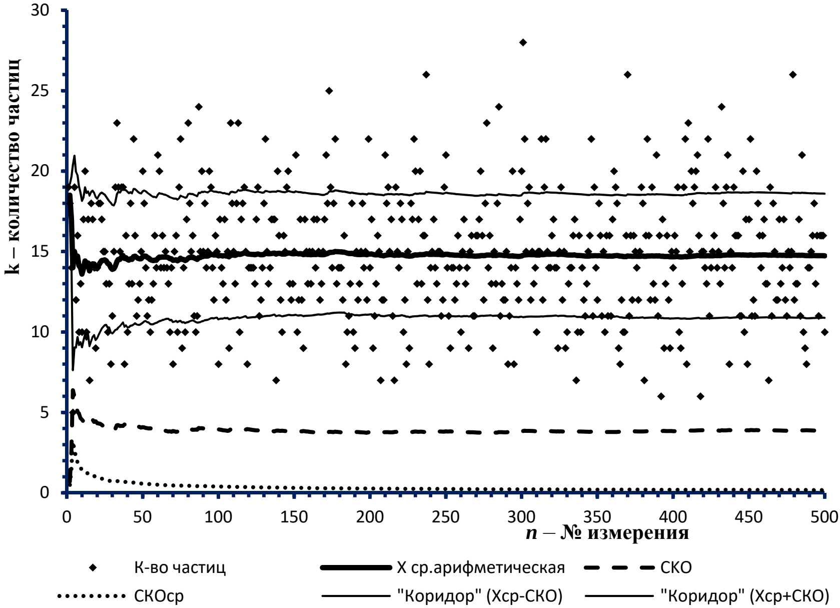


Рис. 5. Графические данные количества α-частиц при каждом измерении, зависимость среднего значения $\bar{x}$, СКО, СКОср и «коридор» $\overline{X}$ ± СКО от числа измерений

ПОСТРОЕНИЕ ГИСТОГРАММЫ (ЧАСТОТНАЯ ОБРАБОТКА РЕЗУЛЬТАТОВ)

Следующим шагом в обработке будет оценка частоты повторений излучения того или иного количества α-частиц за определенный период измерений. Для этого преобразуем исходные данные выборки, сосчитав, сколько раз в выборке встречаются измерения k частиц ($0 \leq k < \infty$). В результате получим таблицу зависимости количества измерений n_k (раз) от количества (k) α-частиц в одном измерении (такое представление носит названия вариационного ряда, упорядоченной выборки, частотного ряда). (Эти преобразования выполняют программы, прилагаемые к данной лабораторной работе, они состоят из двух столбцов, см. Приложение 2.) Так как в нашем случае явление носит дискретный характер, то эту зависимость удобно представить в виде гистограммы, где по оси x располагаются значения количества частиц в одном измерении, по y – количество случаев с таким количеством частиц. Теперь результаты, представленные на рис. 4, преобразуются в виде рис. 6.

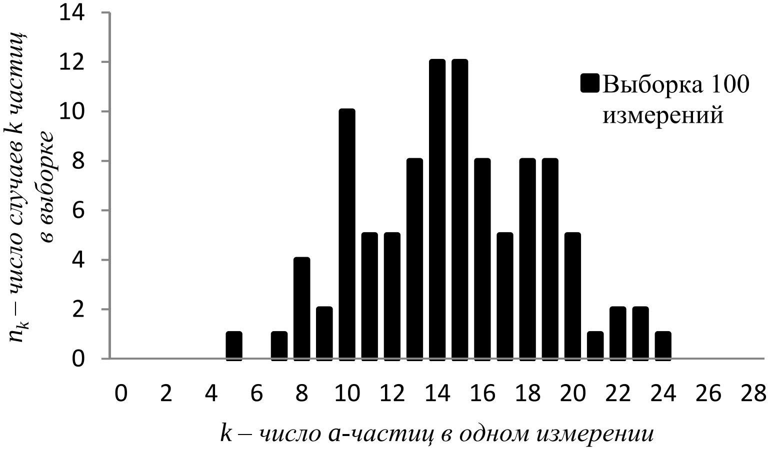


Рис. 6. Гистограмма распределения количества случаев n_k по k частиц в одном измерении

Из этого рисунка можно заметить, что 100 измерений в таком виде недостаточно, чтобы установить надежную зависимость распределения количества повторений от количества частиц в каждом измерении. Увеличение выборки до 500 (рис. 7) приводит к более четкой картине.

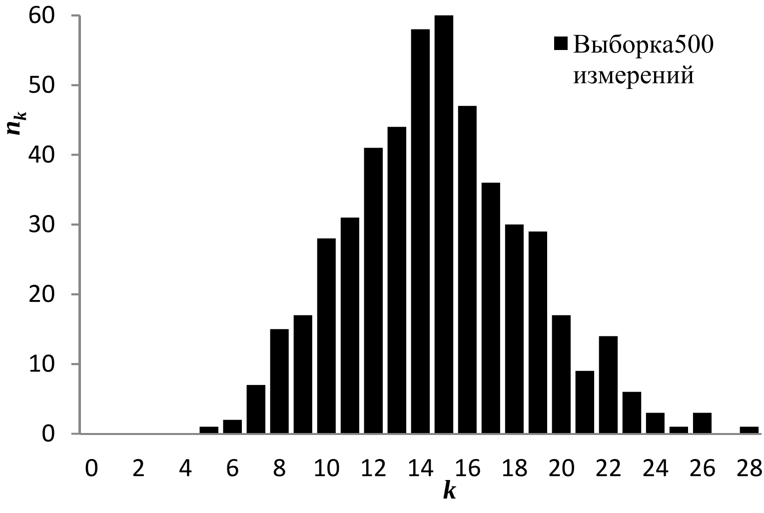


Рис. 7. Гистограмма распределения количества случаев n_k по k частиц в одном измерении

С другой стороны, объединение и усреднение рядом стоящих **бинов** (**одинаковых *интервалов группирования***) также дает право говорить о какой-то закономерности в распределении (рис. 8).

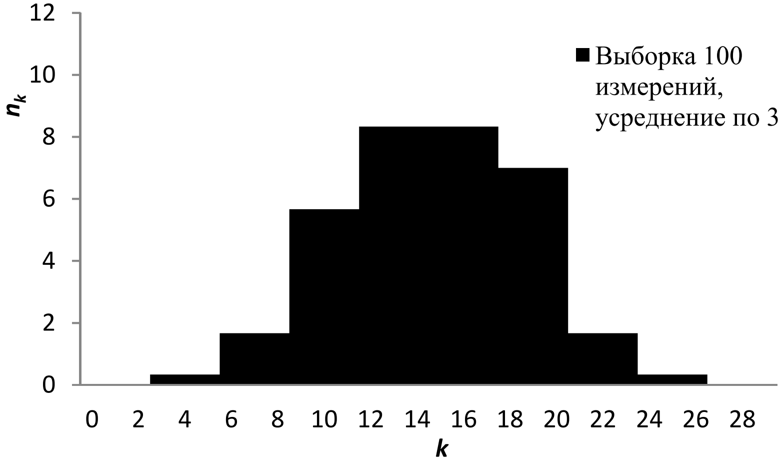


Рис. 8. Объединение трех соседних бинов

После увеличения числа измерений и / или объединения 3 соседних бинов произошло увеличение числа событий в основных центральных 5–7 бинах. В объединенных бинах число измерений стало более 10. (На гистограммах после объединения приводятся усредненные значения.) Теперь можно говорить уверенно, что распределение частиц излучения носит «однокупольный» характер (одномодальное или мономодальное распределение). И максимум этого конкретного распределения приходится в данной выборке на область $14 < k < 15$.

Увеличение времени фиксации τ относительно исходного в m раз равносильно увеличению числа измерений в m раз и объединению m бинов, но без усреднения результата. Следовательно, это приводит к аналогичному результату, но с увеличением $\bar{x}$.

ВЕРОЯТНОСТНЫЕ ФУНКЦИИ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ

Полной характеристикой случайной величины является функция, описывающая вероятность появления того или иного ее значения.

Из теории вероятности известно, что наиболее универсальным способом описания случайной величины является отыскание их интегральных и дифференциальных функций распределения. Интегральной функцией распределения $F(x)$ называют функцию, каждое значение которой для каждого x является вероятностью события, заключающегося в том, что случайная величина x_i в i-м опыте принимает значение меньше x.

График интегральной функции распределения показан на рис. 9, *а*. Она имеет следующие свойства:

– неотрицательная, т. е. $F(x) \geq 0$;

– неубывающая, т. е. $F(x_2) \geq F(x_1)$, если $x_2 \geq x_1$;

– диапазон ее изменения простирается от 0 до 1, т. е. $F(-\infty) = 0$; $F(+\infty) = 1$;

– вероятность нахождения случайной величины x в диапазоне от x_1 до x_2 $P\{x_1 < x < x_2\} = F(x_2) - F(x_1)$.

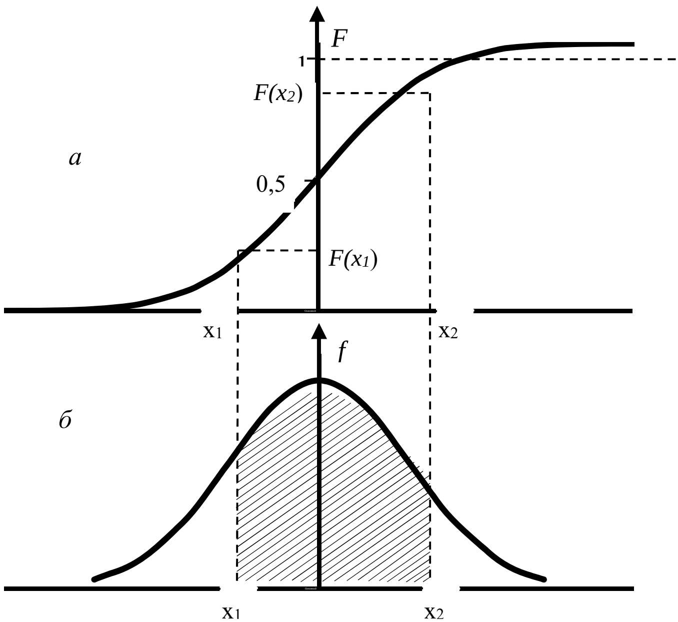


Рис. 9. Интегральная (*а*) и дифференциальная (*б*) функции распределения случайной величины

Более наглядным является описание свойств результатов измерений и случайных погрешностей с помощью **дифференциальной функции распределения, иначе называемой плотностью распределения** вероятностей, $f(x) = dF(x) / dx$ (рис. 9, *б*). Она всегда неотрицательная и подчиняется условию нормирования в виде

$$\int_{-\infty}^{+\infty} f(x)dx = 1.$$

Из рис. 6, 7 и 8 видно, что есть такое количество частиц за одно измерение, которое встречается чаще, чем другие. Есть и такие, которые не встречаются. Здесь можно говорить о вероятности проявления измерений с интересующим нас числом раз.

Возникает задача правильно подобрать такую функцию, которая бы наиболее точно (правдоподобно) описывала связь прогнозируемого результата с проводимыми измерениями. Если быть точными, то эти функции для каждого процесса индивидуальные. Но множество случайных явлений достаточно хорошо описываются функциями Пуассона (дискретная функция) и Гаусса (непрерывная функция).

РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ПУАССОНА И ГАУССА

В природе существует множество физических явлений, имеющих случайную природу и описывающихся той или иной вероятностной функцией.

В практике физического эксперимента очень часто приходится иметь дело со случайными дискретными и непрерывными величинами, распределенными, например, по законам Гаусса или его логарифмической модификацией (непрерывное распределение) и Пуассона (дискретное распределение).

Вероятность dg того, что значение **гауссовской** случайной величины x окажется в интервале $(x, x + dx)$, определяется выражением

$$dg = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{(\mu - x)^2}{2\sigma^2}} dx. \tag{4}$$

Вероятность обнаружить x внутри конечного интервала (x_1, x_2) можно найти, проинтегрировав выражение (4) в пределах от x_1 до x_2.

Функция

$$g(\mu, \sigma, x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{(\mu - x)^2}{2\sigma^2}} \tag{5}$$

называется ***плотностью вероятности*** **распределения Гаусса**. Это непрерывная двухпараметрическая функция, определенная на интервале $(-\infty, +\infty)$. Ее параметрами являются **математическое ожидание** $\boldsymbol{\mu}$ и **дисперсия** $\boldsymbol{\sigma^2}$. Корень из дисперсии **(σ) называется стандартным отклонением**. $g(\mu, \sigma, x)$ симметрична относительно $x = \mu$ и имеет в этой точке максимум, т. е. математическое ожидание гауссовской величины есть наиболее вероятное ее значение. График функции $g(\mu, \sigma, x)$ имеет вид купола (рис. 10).

Видно, что величиной математического ожидания определяется положение купола на числовой оси, а величиной стандартного отклонения – его «ширина».

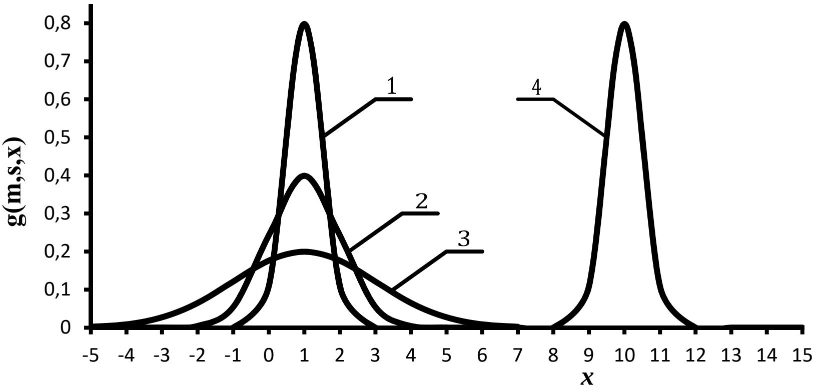


Рис. 10. Вид функции Гаусса при различных значениях математического ожидания и дисперсии: *1* – μ = 1, σ = 0,5; *2* – μ = 1, σ = 1; *3* – μ = 1, σ = 2; *4* – μ = 10, σ = 0,5

При малых σ функция $g(\mu, \sigma, x)$ быстро затухает при отклонении x от μ (узкий и высокий купол). При больших σ купол шире, т. е. возрастает вероятность больших отклонения x от μ. Отсюда следует практический вывод – стандартное отклонение характеризует «разброс» экспериментальных данных при многократных измерениях.

Функция распределения **Пуассона**

$$p = e^{-\mu_0\tau_0}\frac{(\mu_0\tau_0)^n}{n!} \tag{6}$$

определяет вероятность p того, что за промежуток времени (на длине, площади, в объеме и т. п.) τ_0 будет зарегистрировано n событий, в частности вероятность зарегистрировать n α-частиц за время τ_0. Распределение Пуассона является дискретным и определено на множестве натуральных чисел, т. е. на интервале $(0, +\infty)$. Единственным параметром распределения Пуассона является математическое ожидание μ_0. Параметр μ_0 не принадлежит в общем случае множеству натуральных чисел, поэтому называть его наиболее вероятным значением случайной величины, как в случае гауссовских величин, неправомерно.

Часто распределение Пуассона, заменяя комплекс $\mu_0 \cdot \tau_0$ на μ, записывают в виде

$$p = e^{-\mu}\frac{\mu^n}{n!}. \tag{7}$$

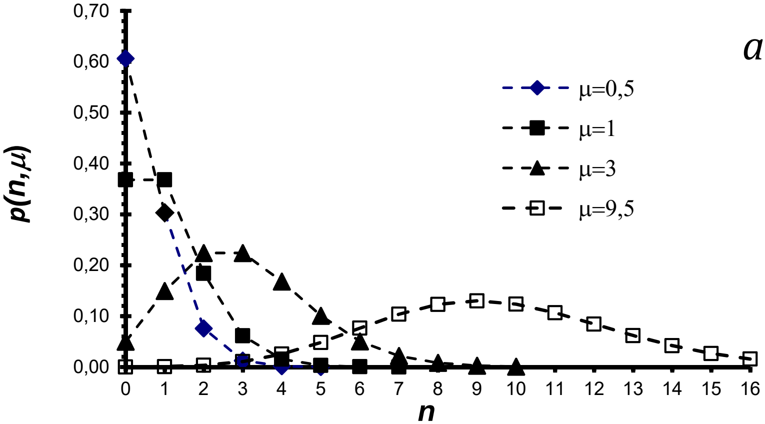


Рис. 11. Вид распределения Пуассона при различных значениях μ. Линиями соединены значения распределения для одинаковых μ

ЗАМЕЧАНИЕ: при анализе своих экспериментальных данных обратите внимание на отличие μ от μ_0. В программу обработки экспериментальных данных функция распределения заложена в виде (7).

Поскольку функция Пуассона дискретна, на графике она изображается отдельными точками, а не непрерывной кривой, как функция Гаусса. Пуассоновское распределение несимметрично, особенно при малых μ (рис. 11).

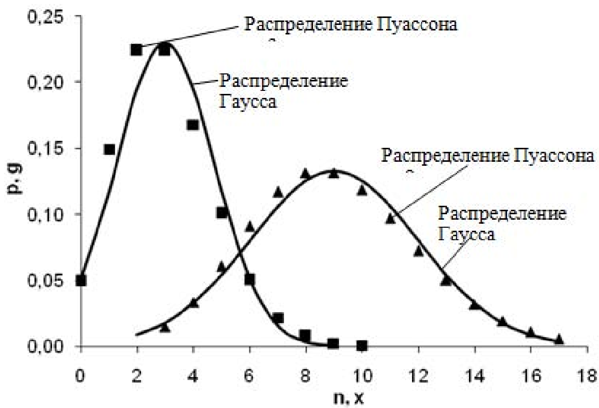


Рис. 12. Распределения Гаусса и Пуассона при одинаковых значениях математического ожидания и дисперсии

С ростом μ распределение становится все более симметричным, а значения функций Пуассона и Гаусса сближаются (рис. 12).

КАК РАССЧИТАТЬ ПАРАМЕТРЫ ФУНКЦИЙ ГАУССА И ПУАССОНА

На примере нашего эксперимента рассмотрим свойства и применения этих функций.

Функция распределения Гаусса. Область применения – ($\infty < x < +\infty$).

Функция распределения Гаусса (5) – это функция двух параметров: μ и σ, которая симметрична относительно точки $x = \mu$. Из этого ясно, что по этой координате интегральная функция Гаусса делится на 2 равные части (см. рис. 10), поэтому в качестве величины μ служит средняя величина $\bar{x}$.

Пусть x – случайная гауссовская величина, а $f(x)$ – некоторая функция от этой величины. Тогда среднее значение $\overline{f(x)}$, согласно общему правилу вычисления средних, определяется интегралом:

$$\overline{f(x)} = \int_{-\infty}^{+\infty} f(x) g(\mu, \sigma, x) dx. \tag{8}$$

При $f(x) = x$ и $f(x) = (\mu - x)^2$ прямым интегрированием выражения (8) находим

$$\overline{x} = \int_{-\infty}^{+\infty} x g(\mu, \sigma, x) dx = \mu, \tag{9}$$

$$\overline{(\mu - x)^2} = \int_{-\infty}^{+\infty} (\mu - x)^2 g(\mu, \sigma, x) dx = \sigma^2. \tag{10}$$

Таким образом, математическое ожидание μ случайной гауссовской величины x равно среднему значению этой величины, а σ – среднеквадратическому отклонению (СКО) x от $\overline{x}$ т. е. от μ. СКО называется величина $\sqrt{\overline{(\mu - x)^2}}$.

Функция распределения Пуассона – это однопараметрическая дискретная функция. Область применения – ($0 < x < \infty$).

Формула усреднения для пуассоновских случайных величин аналогична формуле (9) с той разницей, что функция Гаусса заменяется функцией Пуассона, а интегрирование заменяется суммированием бесконечного ряда, так как, в отличие от распределения Гаусса, распределение Пуассона является дискретным. Особенность распределения Пуассона состоит в том, что математическое ожидание численно равно дисперсии:

$$\mu = \bar{n};\ \sigma^2 = \mu. \qquad (11)$$

ПОГРЕШНОСТЬ РАСЧЕТА МАТЕМАТИЧЕСКОГО ОЖИДАНИЯ

Вероятность обнаружить случайную величину внутри конечного интервала (x_1, x_2) определяется интегрированием выражения (5) в пределах от x_1 до x_2. Прямым интегрированием можно найти, что вероятность обнаружить полученное нами значение $\bar{x}_1$ в интервале $(\mu - \bar{\sigma}, \mu + \bar{\sigma})$ равна 0,68 (или 68 %). В интервал $(\mu - 2\bar{\sigma}, \mu + 2\bar{\sigma})$ значение $\bar{x}_1$ попадет с вероятностью 95 % и т. д. Очевидно, что справедливо и обратное: с вероятностью $P = 68$ % значение μ будет обнаружено в интервале $(\bar{x} - \bar{\sigma}, \bar{x} + \bar{\sigma})$ и т. д. Вероятность P называется *доверительной вероятностью*, а интервал $(\bar{x} - \bar{\sigma}, \bar{x} + \bar{\sigma})$ – *доверительным интервалом*. Все точки доверительного интервала рассматриваются равноправными, т. е. позиция μ внутри доверительного интервала никак не фиксирована: с одной и той же вероятностью μ может оказаться в середине, на краю или в любой другой точке доверительного интервала. Шириной доверительного интервала и определяется численное значение погрешности (с заданной доверительной вероятностью).

В предыдущих выражениях ширина доверительного интервала указана в стандартных отклонениях $\bar{\sigma}$. Однако по результатам измерений мы можем рассчитать только величину $S_{\overline{x}}$ (по формуле (3)), которая не равна в точности $\bar{\sigma}$. Через $S_{\overline{x}}$ границы доверительного интервала $\pm\Delta x$ выражаются следующим образом:

$$\Delta x = t_{N,P} \cdot S_{\overline{x}}, \qquad (12)$$

где $t_{N,P}$ – коэффициент Стьюдента.

Коэффициенты Стьюдента являются двухпараметрическими величинами. Их значения зависят от количества измерений (длины выборки) и доверительной вероятности. Численные значения коэффициентов Стьюдента приведены в табл. 1.

Традиционно результат эксперимента записывается в виде

$$\mu = \bar{x} \pm \Delta x \equiv \bar{x} \pm t_{N,P} \cdot S_{\overline{x}} \qquad (13)$$

с обязательным указанием доверительной вероятности P.

Несмотря на такую форму записи, смысл выражения остается прежним: μ лежит в интервале $\bar{x} \pm \Delta x$ с вероятностью P.

Следствие из теории интервального оценивания погрешности. С позиций интервального метода оценивания погрешности результатом эксперимента является не число, измеренное с какой-то погрешностью, а интервал, внутри которого с заданной вероятностью лежит истинное значение исследуемой величины. Поэтому результаты двух экспериментов $Z_1 = a \pm \Delta a$ и $Z_2 = b \pm \Delta b$ будут одинаковыми (совпадают в пределах погрешности), если отрезки $a \pm \Delta a$ и $b \pm \Delta b$ пересекаются.

Таблица 1

Коэффициенты Стьюдента $t_{N,P}$

Длина выборки №	Доверительная вероятность, P			
	0,683	0,95	0,99	0,9973
3	1,32	4,70	9,9	19,2
4	1,20	3,18	5,8	9,2
5	1,15	2,78	4,6	6,6
7	1,09	2,45	3,7	4,9
10	1,06	2,26	3,2	4,1
20	1,03	2,09	2,8	3,4
50	1,01	2,01	2,7	3,2
100	1,0	2,0	2,6	3,1
200	1,0	2,0	2,6	3,0

ЗАДАНИЯ И ПОРЯДОК ВЫПОЛНЕНИЯ РАБОТЫ

Задание 1. Счетная характеристика детектора

1. Установите источник α-частиц в выдвижной отсек (1), см. рис. 7, *б*, под детектором (2).
2. Включите блок питания ФЭУ (3) и установите напряжение 1,2 кВ.
3. Переведите программу в режим «Счет с выводом гистограммы» и цифровыми клавишами задайте интервал времени счета ΔT = 200 мсек и число измерений в выборке N = 50.
4. Клавишей {**ENTER**} запустите программу (она автоматически выполнит серию из 20 измерений и справа на экране выведет значения величин $\overline{x}$, S_N для данной выборки).
5. Изменяя напряжение блока питания ФЭУ в диапазоне U = 1,2 – 2,5 кВ, снимите счетную характеристику. Запишите полученные значения $\overline{x}$ и S_N, а также постройте график $\overline{x}$ от U.

6. Определите оптимальное напряжение ФЭУ (на середине плато счетной характеристики).

7. Повторите измерения без источника α-частиц для определения систематической погрешности, связанной с шумами ФЭУ (темновой ток). Темновой ток можно уменьшить, накрыв детектор светонепроницаемой накидкой.

8. Результаты представить в виде таблицы и количественного графика.

9. Сравните изменения N и N_T (для счетной характеристики и темнового тока) в диапазоне изменения U в области рабочего плато.

10. Оцените систематическую погрешность, вносимую темновым током.

Задание 2. Влияние числа измерений и интервала счета на точность определения среднего

Цель задания: провести экспериментальные измерения числа испускаемых частиц α-источником за фиксированный промежуток времени τ, проследить изменения:

a) среднего арифметического значения – $\overline{x}$ (1);

b) СКО – S_x (2);

c) СКО среднего арифметического значения (СКОср) – $S_{\overline{x}}$ (3) в зависимости от числа измерений и временного интервала счета Δτ.

Подсчет количества импульсов с ФЭУ и статистическая обработка данных в работе автоматизированы. В режиме **непосредственного счета** программа считывает число импульсов, накопленных пересчетным устройством за заданный промежуток времени. Результат каждого измерения добавляется в таблицу на экране монитора. После каждого измерения вычисляются и выводятся на экран текущие значения $\bar{x}$, S_N, $S_{\overline{x}}$.

Выполнение задания 2

1. Установите оптимальное рабочее напряжение питания ФЭУ (на середине плато счетной характеристики).

2. В режиме «Счет импульсов» произведите 3 измерения по N = 300 шт. при ΔT = 2, 20, 200 мсек и сохраните эти результаты в 3 соответствующих файлах в прямом формате и в частотном для дальнейших манипуляций с данными.

3. Нанесите значения прямого формата на график: по оси x – № измерения, по y – количество фиксируемых частиц. Для этого используйте электронные таблицы. Например, Excel.

4. Рассчитайте с помощью таблиц Excel в диапазоне изменения выбранного количества измерений n от 2 до N:

   a) средние арифметические значения $\overline{x}_n = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_n}{n}$ (табличная функция =СРЗНАЧ(B$1:B12), где B$1:B12 – диапазон усредняемых данных);

b) среднее квадратическое отклонение от среднего значения (СКО) $S_n = \sqrt{\frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(\bar{x}_n - x_i)^2}$. (табличная функция =СТАНДОТКЛОН(B$6:B9), где B$1:B12 – диапазон усредняемых данных);

c) СКО среднего арифметического значения (СКОср) $S_{\overline{n}} = S_n/\sqrt{n}$.

5. Проследите динамику изменения среднего значения $\overline{x}$, среднего квадратического отклонения (СКО) S_{x_i} и СКО среднего арифметического значения $S_{\overline{x}}$ по мере увеличения числа измерений i в выборке, а также динамику их изменения в зависимости от числа измерений. Для этого нанесите рассчитанные значения на уже построенный график, аналогичный рис. 5.

6. Проанализируйте графики на рисунках, соответствующих различным интервалам регистрации, и сделайте выводы о влиянии времени измерений ΔТ на оптимальное число измерений в каждой выборке. Сравните СКО, получаемые при различных временах измерений ΔТ.

7. Определите «активность» источника в Беккерелях (в распадах в секунду) с указанием погрешности измерений при каждом временном интервале. Выразите результат измерений (число α-частиц за 1 сек) в интервальной форме типа $X = X + \Delta X$. При этом следует помнить о систематической погрешности, вносимой темновым током. Следует иметь в виду, что направление излучения носит вероятностный характер, поэтому определяемая «активность» источника отражает только то излучение, которое достигает сцинтиллятора.

Результатом выполнения этого задания должно стать определение достаточного числа измерений при заданном времени измерения на основании оценки СКО и СКОср.

Задание 3. Идентификация аналитической модели закона распределения

Цель задания: проверить соответствие аналитических распределений Гаусса и Пуассона для описания процесса интенсивности излучения α-частиц при радиоактивном распаде ядер.

В режиме «**Счет с выводом гистограммы**» программа проводит серию из N однотипных измерений с фиксированным интервалом времени счета и вычисляет значения $\bar{x}$, S_x, $S_{\overline{x}}$ для полученной выборки.

Выполнение задания 3

Построение гистограммы

Первым шагом при идентификации закона распределения является построение по результатам измерений x_i *вариационного ряда* (упорядоченной выборки, частотного ряда), где i = 0, 1, 2,..., N. В вариационном ряду результаты измерений располагают в порядке возрастания. Далее этот ряд разбивается на оптимальное число m, как правило, одинаковых *интервалов группирования* (бинов) длиной $h = (x_N - x_1)/m$. Оптимальным является такое число интервалов m, при котором возможное максимальное сглаживание случайных флуктуаций данных сопровождается минимальным искажением от сглаживания самой кривой искомого распределения. Для практического применения целесообразно использовать выражения $m_{min} = 0{,}55N^{0.4}$ и $m_{max} = 1{,}25N^{0.4}$ (но m_{min} не менее 4–5).

Значение m должно находиться в пределах от m_{min} до m_{max}, желательно, чтобы оно было нечетным, так как при четном m в островершинном симметричном распределении в центре гистограммы оказываются два равных по высоте столбца и середина кривой распределения искусственно уплощается. Полученное значение длины интервала группирования h всегда округляют в большую сторону, иначе последняя точка окажется за пределами крайнего интервала.

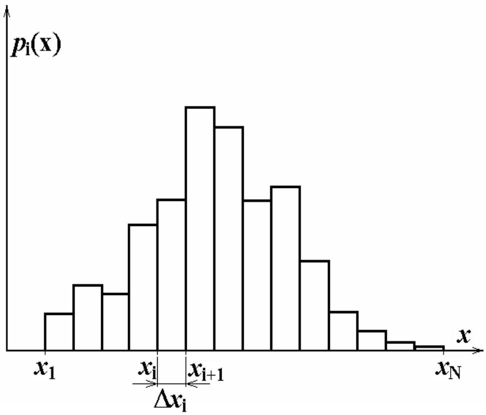


Рис. 13. Гистограмма

Далее определяют интервалы группирования экспериментальных данных в виде $\Delta x_1 = (x_1,\ x_1 + h)$; $\Delta x_2 = (x_1 + h,\ x_1 + 2h)$; ...; $\Delta x_m = (x_N - h,\ x_N)$ и подсчитывают число попаданий n_k (*частоты*) результатов измерений в каждый k-й интервал группирования. Сумма этих чисел должна равняться числу измерений N. По полученным значениям рассчитывают вероятности попадания результатов измерений *(частотности)* в каждый из интервалов группирования по формуле $p_n = n / N$, где $n = 0, 1, 2, ..., m$. Проведенные расчеты позволяют построить гистограмму (рис. 13).

Для построения *гистограммы* по оси x откладываются интервалы Δx_i в порядке возрастания номеров и на каждом интервале строится прямоугольник высотой n_i (либо p_n). В каждый бин должно попадать по меньшей мере несколько событий. При увеличении числа событий в каждом бине огибающая кривая гистограммы принимает более сглаженный вид.

Проверка статистических гипотез

В качестве способа оценки близости распределения выборки экспериментальных данных к принятой аналитической модели закона распределения используются критерии согласия. Известен целый ряд критериев согласия, предложенных разными авторами. Одним из распространенных критериев является *критерий Пирсона* или *хи-квадрат*, который используется для проверки гипотезы при числе наблюдений $n > 50$. При $n < 10$ принадлежность экспериментального распределения к принятой аналитической модели закона распределения не проверяется.

Идея метода *критерия хи-квадрат* состоит в контроле отклонений гистограммы экспериментальных данных от гистограммы с таким же числом интервалов, построенной на основе распределения, с которым определяется совпадение.

Использование критерия Пирсона заключается в вычислении величины χ^2 (*хи-квадрат*):

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^{m} \frac{(n_i - G_i)^2}{G_i} = \sum_{i=1}^{m} \frac{(n_i - Np_i)^2}{Np_i}, \tag{14}$$

где n_i, G_i – экспериментальные и теоретические значения частот в i-м интервале разбиения; m – число интервалов (бинов) разбиения; p_i – значения вероятности в том же интервале разбиения, соответствующие выбранной модели распределения;

Если бы выбранная модель в центрах всех m столбцов совпадала с экспериментальными данными, то все m разностей $(n_i - N \cdot p_i)$ были бы равны нулю, а следовательно, и значение критерия χ^2 также было бы равно нулю. Таким образом, χ^2 есть мера суммарного отклонения между моделью и экспериментальным распределением. Принято считать, что если $\chi^2 > k$ (см. с. 25), то соответствие эксперимента и выбранной модели сомнительно. Более подробное описание использования критерия Пирсона при оценке степени совпадения выбранного закона распределения с экспериментальными результатами приведено в приложении 2.

Методика определения соответствия экспериментального и принятого законов распределения

1. Определяют среднее арифметическое значение $\overline{x}$ и среднее квадратическое отклонение (СКО) S_x по формулам (1) и (2) соответственно.
2. Группируют результаты многократных наблюдений по интервалам длиной h, число которых определяют так же, как и при построении гистограммы.
3. Определяют для каждого интервала разбиения его центр x_{i0} и подсчитывают число наблюдений n_i, попавших в каждый интервал.
4. Вычисляют число наблюдений для каждого из интервалов, теоретически соответствующее выбранной аналитической модели распределения. Для этого находят в точке x_{i0} значение функции плотности вероятностей $f(x_{i0})$ и по найденному значению $f(x_{i0})$ определяют ту часть N_i имеющихся

наблюдений, которая теоретически должна быть в каждом из интервалов $N_i = Nh\, f(x_{i0})$, где N – общее число наблюдений. Более точное вычисление теоретического значения в каждом из интервалов: $N_i = N \int_{x_i}^{x_{i+1}} f(x)dx$.

5. Если в какой-либо интервал теоретически попадает меньше 4–5 наблюдений, то в обеих гистограммах уменьшают количество интервалов m и проделывают все операции снова, начиная с группировки (п. 2). После этого определяют число степеней свободы $k = m - 1 - C$, где m – общее число интервалов.

6. По формуле (14) определяют показатель разности частот χ^2.

Более подробно оценка соответствия тестируемого распределения выборки и гипотезы с помощью критерия Пирсона изложена в приложении 2.

Выполнение задания 3

Инструкции по использованию прилагаемых к работе программ приведены в приложениях 3 и 4.

1. Переведите программу в режим «**Счет с выводом гистограммы**».
2. Цифровыми клавишами задайте интервал времени счета $\Delta\tau$ и число измерений в выборке N.
3. Установите предполагаемый масштаб гистограммы: диапазон ожидаемых значений X_{min}, X_{max} и максимальную длину бина H_{max}.
4. Клавишей {ENTER} запустите серию из N измерений с указанным интервалом счета $\Delta\tau$. Проследите, как меняется высота бинов в процессе счета.
5. Клавишами «G» и «P» аппроксимируйте полученную гистограмму теоретическими распределениями Гаусса и Пуассона.
6. Проверьте, как выбор длины бина h влияет на вид гистограммы и на точность «совпадения» с теоретическими распределениями.
7. Проведите несколько серий измерений и постройте гистограммы:
   а) для разных $\Delta\tau$ (например: 2; 20; 200 и 1000 мсек) при $N = 100$;
   б) для разных N (например: 20, 50; 500 и 5 000) при $\Delta\tau = 20$ мсек.
8. Проверьте точность «совпадения» с теоретическими распределениями Гаусса и Пуассона при малых и больших $\Delta\tau$.
9. Отметьте условия, при которых точность аппроксимации обеими функциями распределениями становится примерно одинаковой.
10. Проследите, как меняется критерий *хи-квадрат* при увеличении $\Delta\tau$ и N.
11. Распечатайте несколько характерных гистограмм для больших и малых $\Delta\tau$ и N.

ПРИЛОЖЕНИЕ 1. Средние величины

Средняя величина – это обобщающие показатели, в которых находят выражение действия общих условий, закономерностей изучаемого явления.

Статистические средние рассчитываются на основе массовых данных правильно статистически организованного массового наблюдения (сплошного и выборочного).

Существуют различные средние, приведем некоторые из них.

Средняя арифметическая

Средняя арифметическая простая (невзвешенная) равна сумме отдельных значений признака, деленной на число этих значений.

$$\overline{x} = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i}{n}.$$

Средняя геометрическая простая применяется, когда имеется n коэффициентов роста, при этом индивидуальные значения признака представляют собой, как правило, относительные величины динамики, построенные в виде цепных величин, как отношение к предыдущему уровню каждого уровня в ряду динамики. Средняя характеризует, таким образом, средний коэффициент роста. Средняя геометрическая простая рассчитывается по формуле

$$\overline{x} = \sqrt[n]{\prod_{i=1}^{n} x_i}.$$

Средняя гармоническая простая величина обратна средней арифметической из обратных значений признака.

$$\overline{x} = \frac{n}{\sum \frac{1}{x}}.$$

Средняя квадратическая простая применяется при расчете с величинами квадратных функций, используется для измерения степени колеблемости индивидуальных значений признака вокруг средней арифметической в рядах распределения и вычисляется по формуле

$$\overline{x} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n} x_i^2}{n}}.$$

Средняя кубическая простая применяется при расчете с величинами кубических функций и вычисляется по формуле

$$\overline{x} = \sqrt[3]{\frac{\sum_{i=1}^{n} x_i^3}{n}}.$$

Медиана(*Me*) – это значение признака, приходящееся на середину ранжированной совокупности. Иначе медиана – это величина, которая делит численность упорядоченного вариационного ряда на две равные части: одна часть имеет значения варьирующего признака меньшие, чем средний вариант, а другая – большие.

Для *ранжированного ряда* (т. е. упорядоченного – построенного в порядке возрастания или убывания индивидуальных значений признака) с нечетным числом членов (n = нечет) медианой является варианта, расположенная в центре ряда. Порядковый номер медианы (N_{Me}) определяется следующим образом:

$$N_{Me} = (n + 1)/2.$$

ПРИЛОЖЕНИЕ 2. Определение соответствия тестируемого распределения выборки и гипотезы с помощью критерия Пирсона

Критерий χ^2 возрастает с увеличением числа интервалов m (столбцов, бинов), поэтому для использования его при разном числе бинов составлены таблицы *квантилей* (табл. 2) распределения χ^2 в зависимости от так называемого числа степеней свободы $k = (m - 1 - C)$ и уровня значимости q. Здесь C – число определяемых параметров в проверяемой функции распределения (для распределения Гаусса – $C = 2$, для Пуассона – $C = 1$), *уровень значимости* q – это ***критерий согласия***. ***Критерием согласия*** называют критерий, по которому проверяют соответствие (согласие) **тестируемого распределения** (нашей выборки) гипотезе. В нашем случае гипотезы это **дискретное** (Пуассона) и **нормальное распределение** (Гаусса). А q представляет собой вероятность того, что полученное значение χ^2 превышает приведенное в таблице соответствующее значение χ_q^2.

Если вычисленная по опытным данным мера расхождения χ^2 меньше определенного из таблицы значения, то гипотеза о совпадении экспериментального и выбранного теоретического распределений принимается в рамках этого критерия q (вероятности). Это не значит, что гипотеза верна. Можно лишь утверждать, что она правдоподобна, т. е. она не противоречит опытным данным. Если же χ^2 выходит за эту границу, то гипотеза отвергается как противоречащая опытным данным.

Однако часто на практике для предварительной оценки достоверности гипотезы распределения используют другую, более ограниченную зависимость. Так, если $\chi^2 < k + 1$, что соответствует $q < 0{,}5$, то согласие между теоретическим распределением и экспериментальной выборкой можно считать удовлетворительным, в противном случае соответствие эксперимента и теории сомнительно.

Таблица 2

Значения χ^2 при различном уровне значимости *q*

k	χ^2 при уровне значимости q, равном								
	q = 0,99	q = 0,95	q = 0,9	q = 0,8	q = 0,5	q = 0,2	q = 0,1	q = 0,05	q = 0,02
2	0,02	0,1	0,21	0,45	1,39	3,22	4,61	5,99	7,82
4	0,3	0,71	1,06	1,65	3,36	5,99	7,78	9,49	11,67
6	0,87	1,63	2,20	3,07	5,35	8,56	10,85	12,59	15,03
8	1,65	2,73	3,49	4,59	7,34	11,03	13,36	15,51	18,17
10	2,56	3,94	4,87	6,18	9,34	13,44	15,99	18,31	21,16
12	3,57	5,23	6, 30	7,81	11,34	15,81	18,55	21,03	24,05
14	4,66	6,57	7,79	9,47	13,34	18,15	21,06	23,69	26,87
16	5,81	7,96	9,31	11,2	15,34	20,46	23,54	26,3	29,63
20	8,26	10,85	12,44	14,58	19,34	25,04	28,41	31,41	35,02
25	11,52	14,61	16,47	18,94	24,34	30,68	34,38	37,65	41,57
30	14,95	18,46	20,60	23,36	29,34	36,25	40,26	43,77	47,96

ПРИЛОЖЕНИЕ 3. Инструкция 1 по пользованию программным обеспечением лабораторной работы 1.1 (вариант 1 под Windows)

Счетная характеристика

Программа позволяет в автоматизированном режиме снять счетную характеристику ФЭУ. Интерфейс программы приведен на рис. П1. Для выполнения этой задачи необходимо установить количество измерений в серии, количество серий измерений и время одного измерения в миллисекундах (200). Последнее определяет интервал времени, в течение которого программа будет производить подсчет *α-частиц*. После указания всех значений нужно нажать кнопку {Start}. После этого программа предложит вам установить новое напряжение на блоке питания ФЭУ и нажать кнопку {Далее} или {Стоп} для прекращения операции. Выполнив все серии измерений, программа предложит сохранить файл со средними значениями количества зафиксированных *α-частиц* из каждой серии. В блоке счетной характеристики находится также таблица, содержащая результаты измерений текущей серии, индикатор, показывающий выполнение задачи, среднее значение количества зафиксированных *α-частиц* в текущей серии, среднее квадратическое отклонение текущей выборки (серии) и среднее квадратическое отклонение среднего.

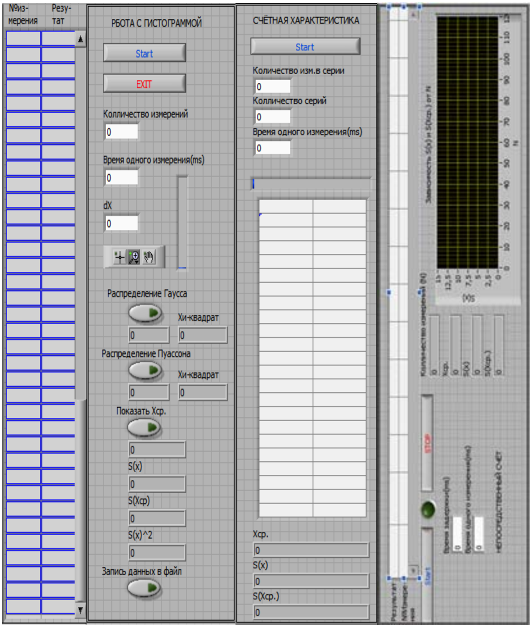


Рис. П1. Интерфейс программы

Непосредственный счет

В режиме непосредственного счета программой производятся единичные измерения, результаты которых выводятся на экран. Также строятся зависимости среднего квадратического отклонения текущей выборки и среднего квадратического отклонения среднего от количества измерений. Для запуска режима необходимо установить время одного измерения (50 и 500) и задержку в миллисекундах (1), последняя показывает интервал времени между измерениями и создана исключительно для удобства. Далее необходимо нажать кнопку {Start} в блоке непосредственного счета. Программа сообщит о том, что произведен вход в режим непосредственного входа, и активируется зеленый индикатор. Программа будет производить измерения до тех пор, пока не будет нажата клавиша {STOP}. После чего будет предложено сохранить данные зависимостей в файл. В блоке непосредственного счета находится таблица с результатами измерений, график зависимостей, указывается количество произведенных измерений, среднее значение количества зафиксированных *α-частиц* в текущей серии, среднее квадратическое отклонение текущей выборки (серии) и среднее квадратическое отклонение среднего.

Работа с гистограммой

В режиме построения гистограммы программа производит одну серию измерений, по результатам которой строится гистограмма, распределение Гаусса и Пуассона, вычисляется критерий *хи-квадрат* для этих распределений, а также статистические погрешности и среднее значение количества зафиксированных *α-частиц* в серии.

Также имеется таблица, в которую выводятся результаты измерений серии и индикатор, показывающий выполнение задачи. Для запуска задачи необходимо задать время одного измерения, количество измерений и размер одного бина гистограммы. Также следует включить необходимые опции, такие как возможность построения распределения Гаусса, Пуассона. Выделить на графике среднее значение количества зафиксированных *α-частиц* в серии и сохранить результаты в файл. Далее необходимо нажать кнопку {Start} в блоке работы с гистограммой. После этого в течение некоторого времени программа будет собирать данные измерений, затем выполнит их обработку и построит гистограмму со всеми выбранными опциями.

ПРИЛОЖЕНИЕ 4. Инструкция 2 по пользованию программным Alfa обеспечением лабораторной работы 1.1 (вариант 2 под Windows)

Подготовка к выполнению лаб. работы 1.1

1. Включить компьютер.
2. Войти в USER.
3. На рабочем столе запустить программу Alfa.
4. Включить источник постоянного тока Б5-44А. Напряжение на источнике должно быть 24 В.
5. Поместить источник α-частиц в выдвижную кассету.
6. Включить блок питания ФЭУ. Установить напряжение 1.6 кВ.

Руководство по работе с программой регистрации α-частиц Alfa

С помощью данной программы вы можете регистрировать α-частицы, считать их количество за определенный промежуток времени и производить статистическую обработку полученных чисел. Имеется возможность сохранять результаты измерений и выводить на печать отчетный лист.

На панели программы расположены следующие элементы: кнопка для запуска процесса регистрации «Регистрация», числовой элемент «Интервал регистрации» для задания интервала в миллисекундах, в течение которого будет вестись подсчет импульсов, и индикатор текущего числа подсчитанных импульсов «Счет импульсов». Для настройки порогового уровня регистратора импульсов, формируемых детектором, используется закладка «Регистрация импульсов». Для проведения измерений и статистической обработки их результатов используется закладка «Счет импульсов».

Через программное меню можно выполнить операции сохранения результатов измерений, печати отчетного листа и загрузки ранее сохраненных результатов. Сохранение в текстовый файл может быть выбрано в двух форматах: прямом и частотном. В прямом формате результаты сохраняются в виде колонки результатов, состоящей из последовательности чисел – количества посчитанных импульсов за заданный промежуток времени. В частотном формате результаты сохраняются в виде двух колонок:

Результат наблюдения		Количество наблюдений такого результата
0		F_0
1		F_1
2		F_2
…	…	…
N		F_N

Настройка регистрации импульсов

Для проведения качественных измерений требуется настроить пороговый уровень регистрации электрических импульсов, формируемых фотоумножителем от сцинтиллятора при попадании на него α-частиц. Чувствительность фотоумножителя зависит от величины высоковольтного напряжения питания. При увеличении напряжения с ростом чувствительности растет и шум, проявляющийся в увеличении амплитуды сторонних импульсов, не связанных с α-частицами. Как правило, уровень шумов несколько ниже уровня полезных импульсов, поэтому достаточно настроить порог регистрации таким образом, чтобы он был выше амплитуды шумовых импульсов, но ниже характерных амплитуд импульсов, вызываемых частицами.

На вкладке «Регистрация импульсов» имеется окно «Осциллограмма», позволяющее наблюдать за формой получаемого сигнала (рис. П2). Справа – окно, в котором отражается распределение по амплитудам импульсов сигнала. Распределение отображается для тех импульсов, амплитуда которых выше порогового уровня. Порог регистрации можно менять с помощью мыши. Для этого нужно установить курсор на горизонтальную линию «порог» и перемещать ее, удерживая левую кнопку.

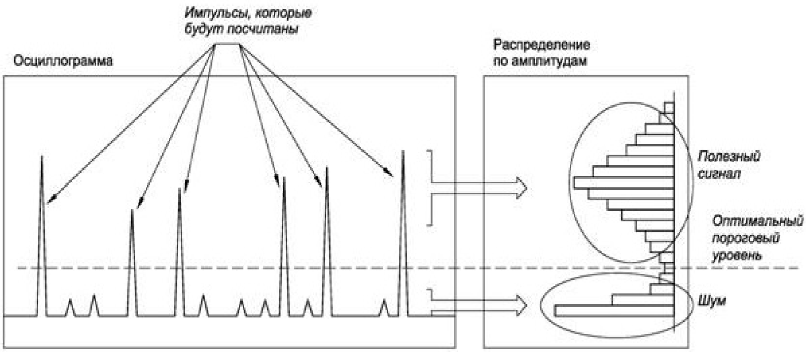


Рис. П2. Схема интерфейса «Регистрация импульсов»

При настройке порогового уровня интервал регистрации следует увеличить до величины, при которой количество посчитанных импульсов (индикатор «Счетчик импульсов») будет порядка 300–1000. При такой настройке гистограмма распределения по амплитудам будет иметь более выразительный вид. После настройки уровня интервал регистрации нужно вернуть к значениям, дающим среднее количество посчитанных импульсов 1 ÷ 50.

Счет импульсов

После настройки уровня регистрации импульсов можно приступать к проведению измерений и статистической обработке чисел, каждое из которых представляет собой количество α-частиц, регистрируемых за определенный промежуток времени. Для этого необходимо выбрать нужный интервал регистрации и на закладке «Счет импульсов» включить режим «Накопление» (рис. П3). На графике будет строиться гистограмма с шириной бина и в диапазоне, которые можно менять в процессе регистрации с помощью соответствующих элементов управления. Одновременно будут выводиться текущие значения среднего $\langle x \rangle$ и стандартного отклонения σ. Для сопоставления с теоретическими распределениями можно включать отображение распределений Пуассона и Гаусса. При этом программа рассчитывает эти распределения по формулам:

– для Пуассона:

$$P_\mu(x) = N \cdot e^{-\mu} \cdot \frac{\mu^x}{x!},$$

где N – полное число зарегистрированных частиц за все время; $\mu = \langle x \rangle$ – среднее число частиц, регистрируемых за интервал;

– для Гаусса (нормальное распределение):

$$F\langle x\rangle, \sigma(x) = N \cdot \frac{1}{\sigma \cdot \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(\langle x\rangle - x)^2}{2\sigma^2}},$$

где N – полное число зарегистрированных частиц за все время; $\langle x\rangle$ – среднее число частиц, регистрируемых за интервал; σ – стандартное отклонение.

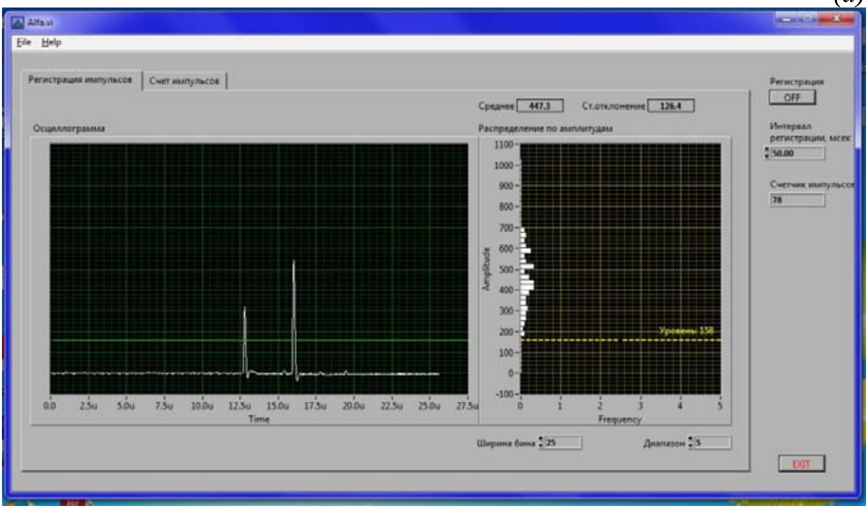
Одновременно с включением отображения теоретических распределений программа начинает вести подсчет приведенной величины, используемой для оценки степени соответствия экспериментальных значений тому или иному ожидаемому теоретическому распределению (критерий χ^2). Расчет этой величины в символическом виде можно записать так:

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^{m} \frac{(\textit{ожидаемое значение} - \textit{наблюдаемое значение})^2}{\textit{ожидаемое значение}},$$

здесь m – количество бинов в диапазоне значений, к которому применяется критерий. В программе ***диапазон выбирается с помощью двух курсоров***, находящихся на экране гистограммы.

ВНИМАНИЕ! Сохранение данных в файл, чтение данных из файла и печать отчета возможны при остановленном режиме «Накопление».

(а)



(б)

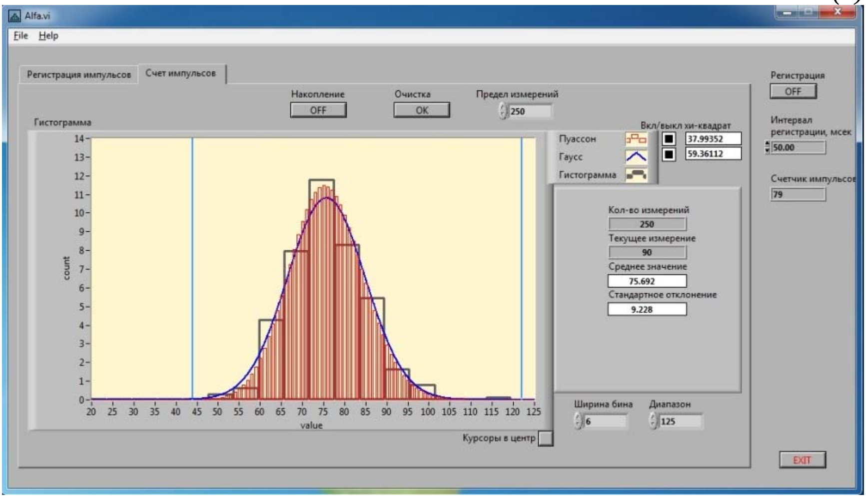


Рис. П3. Интерфейс программы варианта Alfa: *а* – интерфейс «Регистрация импульсов»; *б* – интерфейс «Счет импульсов»

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Сергеев А. Г.*, *Крохин В. В.* Метрология : учеб. пособие. М. : Логос, 2001.
2. *Измерительный* практикум : сб. лаб. работ для студентов нефизических специальностей. Новосибирск : НГУ, 2001.
3. *Князев Б. А.*, *Черкасский В. С.* Начала обработки экспериментальных данных : учеб. пособие. Новосибирск : НГУ, 1996.
4. *Тейлор Дж.* Введение в теорию ошибок. М. : Мир, 1985.
5. *Кунце Х.-И.* Методы физических измерений. М. : Мир, 1989.
6. *Зайдель А. Н.* Погрешности измерений физических величин. Л. : Наука, 1985.

Учебное издание

Брагин Олег Анатольевич,
Буфетов Николай Сергеевич,
Дорошкин Александр Александрович

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА 1.1. ИЗМЕРЕНИЕ СТАЦИОНАРНЫХ СЛУЧАЙНЫХ ВЕЛИЧИН И СТАТИСТИЧЕСКАЯ ОБРАБОТКА РЕЗУЛЬТАТОВ ИЗМЕРЕНИЙ

Измерительный практикум

Редактор *Д. И. Ковалева*
Обложка *Е. В. Неклюдовой*

Подписано в печать 17.07.2019 г.
Формат 60x84 1/16. Уч.-изд. л. 2,25. Усл. печ. л. 2,1
Тираж 42 экз. Заказ № 159

Издательско-полиграфический центр НГУ.
630090, Новосибирск, ул. Пирогова, 2