

ФЕДЕРАЛЬНОЕ АГЕНТСТВО ПО ОБРАЗОВАНИЮ  
НОВОСИБИРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

Физический факультет

Кафедра общей физики

## Лабораторный практикум

### “ЭЛЕКТРИЧЕСТВО И МАГНЕТИЗМ”

Учебно-методическое пособие

Электрические и магнитные свойства твердых тел

## ВЫПУСК 4

А. Г. Костюрина, С.А. Бордзиловский, В.В. Максимов,  
О. Е. Терещенко

## Оглавление

<b>I. Проводимость твердых тел.....</b>	<b>6</b>
Основные обозначения.....	6
1. Классификация твердых тел: металлы, полупроводники, диэлектрики.....	7
2. Элементы зонной теории твердого тела.....	8
3. Примесная и собственная проводимость полупроводников	12
4. Подвижность и коэффициент диффузии носителей заряда в полупроводниках .....	17
5. Движение носителей заряда в полупроводниках, помещенных в магнитное поле. Эффект Холла.....	19
6. Приложение 1. Эффект Холла в сильном магнитном поле (для дополнительного чтения).....	28
7. Приложение 2. Собственная концентрация электронов .....	29
<b>Работа 4.1.....</b>	<b>31</b>
<b>Определение ширины запрещенной зоны полупроводника. 31</b>	
<b>Работа 4.2.....</b>	<b>37</b>
<b>Движение носителей заряда в полупроводниках, помещенных в магнитное поле. Эффект Холла .....</b>	<b>37</b>
Библиографический список .....	42
<b>II. Сегнетоэлектричество .....</b>	<b>43</b>
Основные обозначения.....	43
1. Основные свойства и характеристические параметры сегнетоэлектриков .....	44
2. Классификация сегнетоэлектрических кристаллов по типу фазового перехода .....	45
3. Условие перехода сегнетоэлектрика типа «смещение» в полярное состояние .....	47
4. Поведение спонтанной поляризации и диэлектрической проницаемости вблизи точки фазового перехода.....	49
5. Домены и гистерезис зависимости поляризации от напряженности электрического поля.....	52
6. Сегнетоэлектрические керамики.....	56
<b>Работа 4.3.....</b>	<b>59</b>
<b>Изучение свойств сегнетоэлектрика.....</b>	<b>59</b>
1. Регистрация петли гистерезиса .....	59
2. Измерение температуры .....	61

3. Задания .....	62
4. Контрольные вопросы .....	68
5. Содержание отчета .....	69
Библиографический список .....	70
<b>III. Магнитные свойства твердых тел .....</b>	<b>71</b>
Основные обозначения .....	71
1. Магнетизм микрочастиц и атомов .....	72
2. Магнитное поле в веществе .....	75
3. Классификация магнетиков .....	77
4. Поведение спонтанной намагниченности и магнитной восприимчивости при фазовых переходах .....	94
5. Приложение. ....	100
<b>Работа 4.4.....</b>	<b>105</b>
<b>Изучение свойств магнитоупорядоченных веществ .....</b>	<b>105</b>
<b>Работа 4.5.....</b>	<b>115</b>
<b>Изучение магнитной восприимчивости гадолиния вблизи точки Кюри.....</b>	<b>115</b>
1. Краткая теория .....	115
2. Эксперимент .....	118
Библиографический список .....	125
Приложение. Виртуальный осциллограф в программе LabView .....	126
Библиографический список .....	129

## I. Проводимость твердых тел.

### Основные обозначения

$\sigma$  – электропроводность,  
 $E$  – энергия связи электрона ядром,  
 $I$  – энергия ионизации,  
 $d$  – расстояние между атомами,  
 $T$  – температура,  
 $m_n^*, m_p^*$  – эффективная масса электрона, дырки,  
 $k$  – постоянная Больцмана,  
 $e$  – заряд электрона,  
 $n, n_p$  – концентрация электронов, дырок,  
 $u$  – подвижность,  
 $v$  – дрейфовая скорость,  
 $\tau$  – время свободного пробега электрона,  
 $E$  – напряженность электрического поля,  
 $\lambda$  – длина свободного пробега,  
 $I_n$  – диффузионный ток,  
 $D$  – коэффициент диффузии,  
 $\varphi$  – электростатический потенциал,  
 $q$  – заряд частицы,  
 $v$  – скорость движения частицы,  
 $c$  – скорость света,  
 $B$  – магнитное поле,  
 $\omega_c$  – циклотронная частота,  
 $\rho_L$  – ларморовский радиус,  
 $\Theta$  – угол Холла  
 $\dot{R}$  – постоянная Холла,  
 $E_f$  – электрохимический потенциал,

## 1. Классификация твердых тел: металлы, полупроводники, диэлектрики

В зависимости от величины электрического сопротивления все твердые вещества обычно разделяют на три группы: проводники (металлы), полупроводники и изоляторы (диэлектрики).

Проводники имеют удельное сопротивление  $10^{-6} \div 10^{-3}$  Ом·см, удельное сопротивление полупроводников гораздо больше и меняется в больших пределах  $10^{-2} \div 10^8$  Ом·см, ещё большее сопротивление имеют изоляторы  $10^9 \div 10^{20}$  Ом·см. Между металлами с одной стороны и полупроводниками и изоляторами с другой, существуют и принципиальные различия с точки зрения механизма электропроводности. Эти различия состоят в следующем.

1. Разный характер температурной зависимости электропроводности: у металлов она слабо уменьшается ( $\sigma \propto 1/\alpha T$ ), а у полупроводников сильно увеличивается при нагревании кристалла ( $\sigma \propto e^{-\beta/T}$ ). На рис. 1 приведена температурная зависимость электропроводности металлов и полупроводников.

2. Разный характер зависимости сопротивления от примесей: в металлах увеличение количества примесей приводит к возрастанию сопротивления, в полупроводниках и изоляторах – к уменьшению сопротивления.

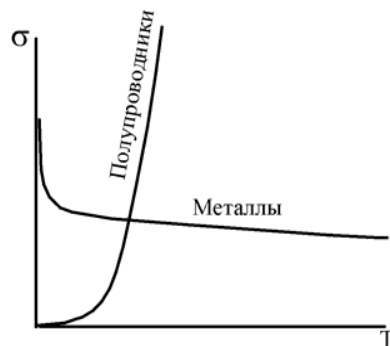


Рис. 1. Температурная зависимость электропроводности металлов и полупроводников

3. Зависимость сопротивления полупроводников и изоляторов от различного рода облучений (световых и корпускулярных) и независимость у металлов.

Причина высокой электропроводности металлов кроется в специфических условиях связи валентных электронов атомов в металле с его атомным остовом. В металлических кристаллах эта связь настолько слаба, что валентные электроны при

сколь угодно низких температурах отрываются от своих атомов и начинают свободно перемещаться по всему объёму металла. Эти хаотически блуждающие электроны уже не принадлежат отдельному атому и становятся, следовательно, коллективизированными.

## 2. Элементы зонной теории твердого тела

Рассмотрим теперь, как изменяется характер движения и энергетический спектр электронов при переходе от изолированных атомов к твердому телу. Электроны изолированного атома энергетически связаны с ядром, и, чтобы удалить электрон из атома, ему нужно сообщить дополнительную энергию. В соответствии с квантовой теорией энергии электронов в атоме могут принимать лишь некоторые дискретные значения (*уровни*), строго определенные для каждого химического элемента. Если атом находится в *основном* (невозбужденном) состоянии, то внешние (*валентные*) электроны атома имеют минимальную энергию связи с ядром, которая обозначена

как “основной уровень”  $E_0$  на

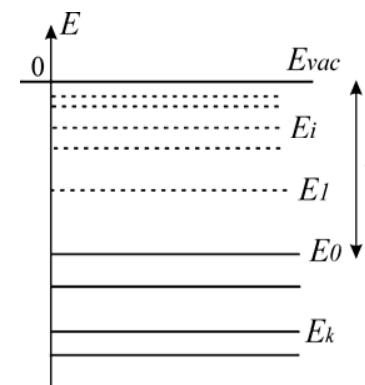


Рис. 2. Энергетический спектр свободного атома

рис. 2. Под этим уровнем расположены заполненные уровни внутренних оболочек атома  $E_k$ . Над уровнем  $E_0$  расположен ряд разрешенных значений энергии электронов (уровней), обозначенных пунктиром. Эти значения могут принимать электроны *возбужденного* атома, которому сообщена дополнительная энергия  $\Delta E = E_i - E_0$ , соответствующая переходу с основного уровня  $E_0$  на вышележащий уровень  $E_i$ . Если энергия, сообщенная ато-

му, превышает некоторое значение  $I$ , называемое энергией ионизации, то электрон покидает атом и становится свободным. Энергия ионизации (средство к электрону) определяется как энергия перехода с основного уровня  $E_0$  на уровень вакуума  $E_{vac}$ , на котором кинетическая энергия электрона равна нулю.

При образовании твердого тела соседние атомы настолько сближаются друг с другом, что внешние электронные оболочки не только соприкасаются, но даже перекрываются. В результате этого характер движения электронов резко изменяется: электроны, находящиеся на определенном энергетическом уровне одного атома, получают возможность переходить без затраты энергии на соответствующий уровень соседнего атома и таким образом свободно перемещаться вдоль всего твердого тела. Вместо индивидуальных атомных орбит образуются коллективные, и подоболочки отдельных атомов превращаются в сплошные полосы, называемые *зонами*. На рис. 3 представлена зависимость энергетического спектра

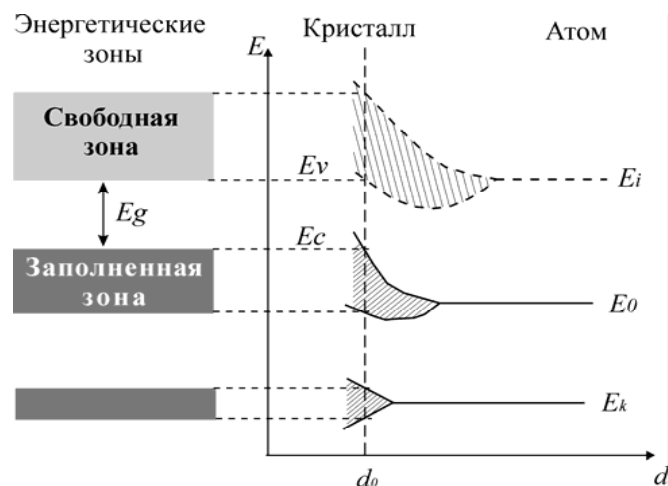


Рис. 3 Образование энергетических зон в кристалле из энергетических уровней атомов при их сближении:  
 $d$  — расстояние между соседними атомами;  
 $d_0$  — равновесное расстояние между соседними атомами в кристалле

электрона от расстояния между атомами: справа нанесены три энергетических уровня, соответствующие изолированному атому, левее показано, как уровни смещаются и расширяются по мере сближения атомов. Так как расстояние между атомами в твердом теле не является произвольным, а имеет вполне определенную для данного ве-

щества величину  $d_0$ , то естественно рассматривать структуру зон именно для этого расстояния между атомами.

Таким образом, строго определенные значения энергии, соответствующие отдельным уровням в изолированном атоме, заменяются в кристалле целым интервалом энергий — это означает, что энергетические уровни атомов в кристалле под влиянием взаимодействия объединяются в зоны. Число электронов, которые могут разместиться в данной зоне, равно общему числу мест на уровнях изолированных атомов, из которых она образовалась. Так как внутренние оболочки в изолированных атомах целиком заполнены, то эти же условия должны сохраняться в соответствующих зонах кристалла. Отсюда следует, что электроны внутренних оболочек не могут переносить электрический ток. Иначе может обстоять дело в самой верхней зоне, образовавшейся из уровней, на которых располагались валентные электроны; электропроводность кристаллов в основном и определяется степенью заполнения валентной зоны и ее расстоянием до следующей пустой зоны. Рассмотрим случаи, которые определяют разделение твердых тел на диэлектрики, полупроводники и металлы исходя из строения зонной структуры кристаллов.



Рис. 4 Зонная энергетическая диаграмма для внешних (валентных) электронов полупроводников и диэлектриков

**Валентная зона заполнена целиком, имеется запрещенная зона энергий до следующей пустой зоны — полупроводники, диэлектрики.** Наличие определенной энергии возбуждения в идеальном беспримесном полупроводнике можно изобразить с помощью энергетической диаграммы рис. 4, где по вертикали снизу вверх отложены значения полной энергии электронов в кристалле. Нижняя заштрихованная полоса, или зона энергий, содержит различные уровни энергии валентных электронов, связанных с решеткой и не участвующих в электропроводности. Наивысшая возможная энергия связанных элек-

тронов изображается верхним краем *валентной зоны*  $E_v$ . Верхняя зона (*зона проводимости*) содержит различные возможные значения энергии электронных уровней, или электронов проводимости, обуславливающих электропроводность. Наинизшее значение их полной энергии изображается нижним краем зоны проводимости  $E_c$ . В этой зоне электрон приобретает возможность изменять свою энергию под действием сил электрического поля, т. е. в зоне проводимости электрон становится свободным носителем заряда. Наименьшая энергия, необходимая для возбуждения электрона из валентной зоны в зону проводимости, равна  $E_g = E_c - E_v$ . Промежуточные значения энергии, лежащие между  $E_c$  и  $E_v$ , не соответствуют никаким возможным состояниям электрона – “*запрещенная зона*” энергий. Энергия возбуждения (минимальная энергия, необходимая для перехода электрона из заполненной зоны в пустую) составляет от нескольких сотых до нескольких электрон-вольт для полупроводников и свыше 3 эВ для изоляторов.

Полупроводники при низких температурах имеют весьма большое удельное сопротивление и практически являются изоляторами. На языке зонной структуры это означает, что все энергетические уровни в валентной зоне заполнены, а в зоне проводимости соответственно пусты. При этом низкие температуры означают  $E_g \gg kT$ . При повышении температуры энергия валентных электронов увеличивается и часть электронов, получивших энергию  $\geq E_g$ , переходят в зону проводимости. На энергетической диаграмме (см. рис. 4) такой процесс может быть представлен как переход электрона из связанного состояния в валентной зоне в свободное состояние в зоне проводимости через энергетический барьер  $E_g$ . Образовавшиеся при этом “вакантные” места с недостающими электронами получили название дырок. Переход электрона в зону проводимости может быть вызван также поглощением кристаллом фотона с энергией  $h\nu \geq E_g$  или взаимодействием полупроводника, например, с электронным пучком.

Металлы так же имеют зонную структуру. Основное отличие зонной структуры металлов заключается в том, что у металлов ва-

лентная зона заполнена частично, либо перекрывается со следующей свободной зоной. Поэтому в металлах энергия возбуждения равна нулю и металлы проводят ток даже при  $T = 0$  К.

Таблица 1.

Кристалл	$E_g$ (эВ) при 300 К	$\frac{m_n^*}{m_0}$	$\frac{m_p^*}{m_0}$	Подвижность электронов, $\text{см}^2/(\text{В с})$	Подвижность дырок, $\text{см}^2/(\text{В с})$	$\sigma$ $(\text{Ом}\cdot\text{см})^{-1}$
Кремний (Si)	1.14	0.26	0.49	1300	500	$5 \cdot 10^{-6}$
Германий (Ge)	0.67	0.12	0.3	3900	1900	$2 \cdot 10^{-2}$
Антимонид индия (InSb)	0.18	0,013	0.5	77000	750	$2 \cdot 10^2$

Как отмечалось ранее, движение электронов в кристалле происходит в периодическом потенциале атомных остовов. Оказывается, что в первом приближении, поведение частиц можно описать аналогично их движению в свободном пространстве, с той лишь разницей, что в кинетическую энергию частицы  $E(p) = p^2 / 2m^*$  входит эффективная масса электрона, которая отличается от массы свободного электрона вследствие взаимодействия частицы с периодическим потенциалом кристалла. Эффективную массу частицы  $m^*$  обычно выражают в единицах массы свободного электрона. Эффективные массы электронов ( $m_n^*$ ) и дырок ( $m_p^*$ ) некоторых полупроводников приведены выше в таблице.

### 3. Примесная и собственная проводимость полупроводников

Проводимость чистых полупроводников, обусловленная движением одинакового количества электронов и дырок, возникающих за счет нарушения валентных связей, называется собственной. При комнатной температуре в чистых полупроводниках ионизируется

очень небольшое число атомов, так как энергия возбуждения (энергия перехода из валентной зоны в зону проводимости) намного превосходит среднюю энергию частиц, равную  $\frac{3}{2}kT$  (при  $T = 300\text{ K}$ ,

$\frac{3}{2}kT$  составляет всего 0.04 эВ). Но кинетическая энергия частиц (электроны, атомы в твердом теле) только в среднем равна  $\frac{3}{2}kT$ .

Мгновенные же скорости распределяются по закону Максвелла; всегда имеется некоторое число частиц, скорости которых намного больше и значительно меньше средних; вероятность того, что электрон имеет энергию  $E_g$ , пропорциональна  $e^{-E_g/kT}$ . Отсюда следует, что число свободных электронов в таком полупроводнике гораздо меньше свободных электронов в металле и это число сильно зависит от температуры. Поэтому проводимость полупроводника сильно зависит от примесей, т. е. введение небольшого числа примесных, легко ионизируемых атомов в полупроводник резко меняет число свободных носителей. В полупроводниках с примесной проводимостью некоторые атомы основного кристалла заменены атомами с другой валентностью. При этом, если валентность атомов примеси больше,

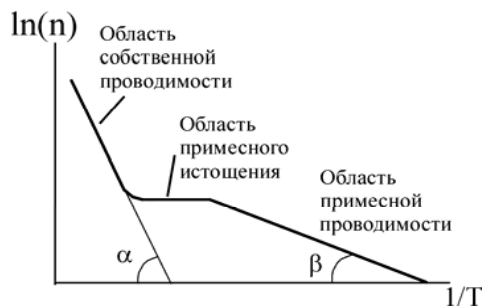


Рис. 5. Зависимость логарифма концентрации электронов от обратной температуры

чем у основного кристалла, полупроводник обладает так называемой  $n$ -проводимостью (электронной). При обратном соотношении валентностей основных и примесных атомов реализуется  $p$ -проводимость (дырочная). При наличии дырок электрон одного из соседних атомов может занять вакантное место, где будет восстановлена обычная связь, но зато на его прежнем месте появится

дырка. При наличии поля  $E$  в образце такой процесс будет повторяться многократно, образуя дырочную проводимость.

Рассмотрим теперь, как зависит концентрация свободных носителей примесного полупроводника от температуры. На рис. 5 приведена зависимость натурального логарифма равновесной концентрации свободных электронов в полупроводнике от обратной температуры. При низких температурах концентрация электронов в полупроводнике определяется концентрацией примесных центров. С ростом температуры примесная концентрация растет, а следовательно, возрастает и проводимость. При некоторой температуре концентрация электронов перестает зависеть от температуры. Это область примесного истощения. Все атомы примеси уже ионизованы, а собственная концентрация все еще гораздо меньше чем примесная. И, наконец, в области еще более высоких температур начинается резкий рост концентрации с дальнейшим повышением температуры. Это область собственной проводимости, где концентрация свободных носителей определяется зависимостью  $e^{-E_g/kT}$ . Так как величина проводимости прямо пропорциональна концентрации носителей, то  $\sigma \propto e^{-E_g/kT}$ . Отсюда видно, что из температурной зависимости проводимости можно извлечь важную характеристику полупроводника – ширину запрещенной зоны.

Рассмотрим теперь количественно температурную зависимость проводимости. В общем случае проводимость полупроводника равна сумме собственной ( $\sigma_i$ ) и примесной ( $\sigma_{np}$ ) электропроводностей:

$$\sigma = \sigma_i + \sigma_{np}. \quad (1)$$

При низкой концентрации примеси и высоких температурах  $\sigma_i > \sigma_{np}$ . Именно этот случай будет интересовать нас в данной работе. Тогда электропроводность собственного полупроводника (беспримесного) можно выразить формулой

$$\sigma_i = n_i e u_n + p_i e u_p, \quad (2)$$

где  $e$  – заряд электрона,  $n_i, p_i, u_n, u_p$  – собственные концентрации и подвижности электронов и дырок соответственно. Индекс  $i$  обозна-

чает, что данное значение концентрации носителей получено для собственного (intrinsic) полупроводника, в котором  $n_i = p_i$ .

Входящие в формулу (2) концентрация и подвижность являются функциями от температуры. Как было рассмотрено ранее, качественно температурная зависимость концентрации определяется зависимостью  $n \sim e^{-E_g/kT}$ . Для чистых (собственных) полупроводников количественная зависимость концентрации носителей от температуры определяется выражением (см. приложение)

$$n_i = p_i = A(T) \cdot e^{-\frac{E_g}{2kT}}, \quad (3)$$

где температурная зависимость предэкспоненциального множителя имеет вид

$$A(T) = \frac{2(2\pi\sqrt{m_n^* m_p^*} kT)^{3/2}}{h^3}. \quad (4)$$

Рассмотрим теперь температурную зависимость подвижности свободных носителей. По определению, подвижность равна отношению дрейфовой скорости  $\mathcal{G}$  к напряженности электрического поля  $E$ :

$$u_{n,p} = \frac{\mathcal{G}_{n,p}}{E}. \quad (5)$$

Иными словами, подвижность – это скорость дрейфа электронов (дырок) в поле напряженностью 1 В/см. Средняя скорость направленного движения  $\bar{\mathcal{G}}$  (*дрейфовая скорость*) равняется произведению ускорения на среднее время между столкновениями  $\tau$  (*время свободного пробега, время релаксации*):

$$\bar{\mathcal{G}} = \frac{e\tau}{m} E. \quad (6)$$

Тогда для подвижности электронов и дырок получаем

$$u_{n,p} = \frac{\mathcal{G}_{n,p}}{E} = \frac{e\tau_{n,p}}{m_{n,p}^*}, \quad (7)$$

где  $\tau_{n,p}$  – время свободного пробега электрона (дырки). Время свободного пробега  $\tau_{n,p}$  равно отношению длины свободного пробега  $\lambda_{n,p}$  к скорости теплового движения частицы  $\mathcal{G}_{Tn,p}$ :

$$\tau_{n,p} = \frac{\lambda_{n,p}}{\mathcal{G}_{Tn,p}}. \quad (8)$$

Подвижность носителей в собственном полупроводнике в области используемых температур определяется рассеянием носителей заряда на колебаниях решетки. В этом случае длина свободного пробега электрона (дырки) обратно пропорциональна температуре (чем ниже температура, тем меньше амплитуда колебаний атомов и тем больше длина свободного пробега):

$$\lambda_{n,p} = \frac{Const_{n,p}}{T}; \quad (9)$$

$$\mathcal{G}_{Tn,p} = \sqrt{\frac{3kT}{m_{n,p}^*}}. \quad (10)$$

Из формул (8), (9), (10) получаем выражение для подвижности электронов и дырок:

$$u_{n,p} = \frac{e \cdot Const_{n,p}}{\sqrt{3km_{n,p}^*}} T^{-3/2}. \quad (11)$$

Подставляя выражения для концентраций (3), (4) и подвижностей (11) в формулу (2), получаем выражение для температурной зависимости электропроводности собственного (беспримесного) полупроводника:

$$\sigma_i = \sigma_0 e^{-E_g/2kT}, \quad (12)$$

где предэкспоненциальный множитель  $\sigma_0$  не зависит от температуры и определяется свойствами полупроводника.

#### 4. Подвижность и коэффициент диффузии носителей заряда в полупроводниках

Ток в твердых телах может быть вызван не только наличием электрического поля. Если в полупроводнике создать область неравновесных носителей, например неоднородным легированием, то в нем возникнет диффузионный поток из-за наличия градиента концентрации носителей. Его можно описать уравнением вида

$$I_n = -D_n \frac{dn}{dx}, \quad (13)$$

где  $D_n$  – коэффициент диффузии электронов. Аналогичное выражение имеет место для дырок. Диффузионным потокам носителей заряда соответствуют диффузионные токи

$$j_n = eD_n \frac{dn}{dx}. \quad (14)$$

Диффузионный ток – это самый настоящий ток, ничем не уступающий дрейфовому току, возникающему под действием электрического поля  $E$ . При прохождении диффузионного тока, так же как и прохождении дрейфового тока, выделяется джоулево тепло. Наличие в полупроводнике диффузионного тока приводит к пространственному разделению зарядов. В свою очередь, разделение зарядов порождает статическое электрическое поле  $E_{st}$ , которое создает дрейфовые токи носителей зарядов. Дрейфовая составляющая плотности тока записывается на основании закона Ома в виде

$$j_n = enu_n E_{st}. \quad (15)$$

Полный ток складывается из диффузионного и дрейфового токов. Для электронов он будет равен

$$j_n = enu_n E_{st} + eD_n \frac{dn}{dx}. \quad (16)$$

Так как плотность тока в изолированном полупроводнике должна быть равна нулю, то очевидно, что в равновесном состоянии диффузионный ток электронов должен быть уравновешен током дрейфа электронов в поле  $E_{st}$ . Аналогичное равновесное состоя-

ние должно иметь место также между диффузионным током дырок и дырочным током проводимости. В равновесном состоянии  $j_{n,p} = 0$ . Приравнявая правую часть выражения (16) к нулю, в общем виде получаем

$$u_n n E_{st} = -D_n \frac{dn}{dx}. \quad (17)$$

Если учесть, что в полупроводнике имеется электростатическое поле  $E_{st}$ , то электроны, находящиеся в этом поле, будут обладать потенциальной энергией  $U = -e\varphi$ . Поэтому концентрация электронов в зоне проводимости будет удовлетворять соотношению Больцмана вида

$$n = n_0 e^{e\varphi/kT}, \quad (18)$$

где  $n_0$  – равновесная концентрация электронов;  $\varphi$  – электростатический потенциал.

Учитывая, что  $E_{st} = -\frac{d\varphi}{dx}$ , и подставляя значения  $n$  и  $dn/dx$  в уравнение (17), получаем

$$-u_n n_0 e^{e\varphi/kT} \frac{d\varphi}{dx} = -D_n \frac{e}{kT} n_0 e^{e\varphi/kT} \frac{d\varphi}{dx}, \quad (19)$$

откуда для электронов будем иметь

$$\frac{u_n}{D_n} = \frac{e}{kT}. \quad (20)$$

Аналогично для дырок

$$\frac{u_p}{D_p} = \frac{e}{kT}. \quad (21)$$

Соотношение, связывающее коэффициент диффузии носителей заряда и их подвижность в условиях термодинамического равновесия, носит название соотношение Эйнштейна.

Связь между подвижностью и коэффициентом диффузии можно установить и другим способом. Как видно из формулы (9), подвиж-



ность носителей прямо пропорциональна времени релаксации носителей. Но и коэффициент диффузии частиц определяется аналогичной зависимостью от среднего времени свободного пробега:

$$D = \frac{1}{3} g_T^2 \tau. \quad (22)$$

Поэтому между обеими величинами существует связь. Подставляя значение тепловой скорости из выражения (10) и учитывая формулу (7), легко получить известное соотношение Эйнштейна, связывающее коэффициент диффузии с подвижностью:

$$D = \frac{kT}{e} \mu. \quad (23)$$

Связь между подвижностью и коэффициентом диффузии справедлива не только для электронов и дырок, но и для любых частиц, заряженных и незаряженных, движущихся в поле силы тяжести или в электрическом поле. Эта связь является наглядным отражением того обстоятельства, что и направленному движению частиц под действием силы, и процессу диффузии мешает один и тот же процесс: столкновения частиц, происходящие через средний промежуток времени  $\tau$  при средней тепловой скорости  $g_T$ .

## 5. Движение носителей заряда в полупроводниках, помещенных в магнитное поле. Эффект Холла.

На заряженную частицу (электрон, дырку), движущуюся в электрическом  $\mathbf{E}$  и магнитном  $\mathbf{B}$  полях, действует сила Лоренца

$$\mathbf{F} = m^* \ddot{\mathbf{r}} = q\mathbf{E} + \frac{q}{c} [\mathbf{v} \cdot \mathbf{B}] \quad (\text{СГС}),$$

$$\mathbf{F} = m^* \ddot{\mathbf{r}} = q\mathbf{E} + q[\mathbf{v} \cdot \mathbf{B}] \quad (\text{СИ}), \quad (24)$$

где  $m^*$  - эффективная масса заряженной частицы, учитывающая влияние периодического поля на движение частицы в веществе,  $c$  - скорость света,  $q$  - заряд частицы,  $\mathbf{v}$  - скорость частицы,  $\ddot{\mathbf{r}}$  - ускорение частицы.

Если пренебречь столкновениями движущейся частицы, то траекторию движения ее в электрическом и магнитном полях под действием силы Лоренца можно найти по уравнению (24)/

Рассмотрим кратко характер движения свободного носителя заряда при наличии электрического и магнитного полей.

Под действием электрической составляющей поля частица получает дополнительную скорость, совпадающую с направлением вектора  $\mathbf{E}$ . В общем случае при любой ориентации скорости  $\mathbf{v}$  и магнитного поля  $\mathbf{B}$  скорость электрона можно разложить на две составляющие: параллельную ( $\mathbf{v}_{\parallel}$ ) и перпендикулярную ( $\mathbf{v}_{\perp}$ ) полю  $\mathbf{B}$ :

$$\mathbf{v} = \mathbf{v}_{\parallel} + \mathbf{v}_{\perp}; \quad (25)$$

тогда сила, действующая на частицу в магнитном поле,

$$\mathbf{F}_B = \frac{q\mathbf{v}_{\perp} \mathbf{B}}{c} \quad (26)$$

Сила  $\mathbf{F}_B$  все время изменяет направление скорости  $\mathbf{v}_{\perp}$ , тогда как  $\mathbf{v}_{\parallel}$  остается постоянной и заставляет двигаться заряженную частицу по винтовой линии вдоль магнитного поля. При  $\mathbf{v}_{\parallel} = 0$  заряженная частица будет вращаться по окружности радиуса

$$r = c \frac{m^* \cdot v_{\perp}}{q \cdot B} \quad (27)$$

с угловой скоростью

$$\omega = \frac{q \cdot B}{m^* c} \quad (28)$$

Если электрическое и магнитное поля параллельны, то заряженная частица движется по винтовой линии с непрерывно возрастающим шагом, поскольку электрическое поле меняет скорость  $\mathbf{v}_{\parallel}$  и не влияет на  $\mathbf{v}_{\perp}$ .

Если электрическое и магнитное поля перпендикулярны (скрещенные поля), то при начальной скорости движения заряженной частицы, равной нулю, решение уравнения (24) дает уравнение циклоиды: частица вращается по окружности радиуса  $r$  (27), а центр окружности движется равномерно в направлении, перпендикулярном электрическому и магнитному полю со скоростью дрейфа

$$\mathbf{v}_d = c \cdot [\mathbf{E} \times \mathbf{B}] / B^2 \quad (\text{СГС}), \quad \mathbf{v}_d = [\mathbf{E} \times \mathbf{B}] / B^2 \quad (\text{СИ}) \quad (29)$$

Амплитуда периодического движения совпадает с Ларморовским радиусом  $\rho_L = \frac{v_\perp}{\omega_c}$  (27). Отметим, что это справедливо для свободной частицы, которая не сталкивается с другими частицами и с какими-либо другими объектами.

Рассмотрим поведение частицы с учётом столкновений частиц. Из курса молекулярной физики известно, что все частицы совершают хаотическое тепловое движение. Важной характеристикой такого движения является средняя длина свободного пролёта –  $\langle l \rangle$ . Зная среднюю (по модулю) тепловую скорость, можно определить среднее время между столкновениями частиц  $\tau = \langle l \rangle / \langle |v| \rangle$ . Если на частицы не действует внешняя сила, то средняя проекция тепловой скорости на любое направление равна нулю. При наложении внешнего постоянного электрического поля на частицу будет действовать постоянная сила. Следовательно, в промежутках между столкновениями её движение является равноускоренным, и она приобретает дополнительный импульс и, следовательно, дополнительную скорость в направлении действия силы. Если добавка к скорости, которую частица приобретает вследствие действия электрического поля, за время  $\tau$  много меньше её средней по модулю тепловой скорости, то такое поле называется *слабым*. После столкновения частица равновероятно рассеивается в любом направлении, значит в среднем, проекция её скорости на любое направление равна нулю. Двигаясь далее, она опять испытывает ускорение, приобретает дополнительную скорость и так далее. Таким образом, частица кроме хаотического теплового движения совершает дрейф с некоторой средней скоростью  $v_d$ .

В *приближении слабого поля*, дрейфовая скорость  $v_d$  много меньше средней по модулю тепловой скорости и время  $\tau$  не зависит от дрейфовой скорости, и, соответственно, от внешней силы. Приобретаемый частицей дополнительный импульс и скорость пропорциональны как внешней силе  $F_E$ , так и времени действия этой силы  $\tau$ . Таким образом, в слабом электрическом поле дрейфовая

скорость пропорциональна напряжённости электрического поля  $\mathbf{v}_d = u \cdot \mathbf{E}$ , где коэффициент пропорциональности  $u$  называется *подвижностью* носителей заряда, в СИ подвижность имеет размерность  $\text{м}^2/\text{В} \cdot \text{с}$ , но часто измеряется в несистемных единицах  $\text{см}^2/\text{В} \cdot \text{с}$ .

Рассмотрим однородный изотропный полупроводник в форме параллелепипеда (рис.6). Контакты 1 и 2 будем называть токовыми контактами, контакты 3 и 4 – потенциальными контактами. В отсутствие магнитного поля, если образец однороден и изотропен, контакты 3 и 4 находятся на эквипотенциальной поверхности и при пропускании тока через образец, падение напряжения между контактами 3 и 4 равно нулю. Поместим наш образец в однородное магнитное поле, вектор магнитного поля  $\mathbf{B}$  перпендикулярен вектору  $\mathbf{j}$  (см. рис.6). Скорость движения заряженных частиц состоит из хаотической (тепловой) и дрейфовой составляющих. Дрейфовая скорость возникает вследствие действия на заряженную частицу внешних сил (в нашем случае из-за приложенных внешних электрического и магнитного полей  $\mathbf{E}$  и  $\mathbf{B}$ ). В силу линейности зависимости силы Лоренца от скорости имеем:

$$\mathbf{F} = q\mathbf{E} + \frac{q}{c} [\mathbf{v}_T \times \mathbf{B}] + \frac{q}{c} [\mathbf{v}_d \times \mathbf{B}] \quad (\text{СГС})$$

$$\mathbf{F} = q\mathbf{E} + q[\mathbf{v}_T \times \mathbf{B}] + q[\mathbf{v}_d \times \mathbf{B}] \quad (\text{СИ}) \quad (30)$$

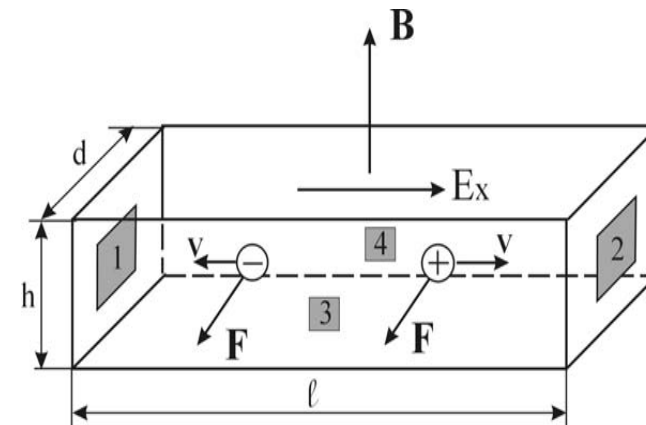


Рис. 6. Возникновение ЭДС Холла в проводнике с током в магнитном поле.

Так как средняя проекция тепловой скорости на любую ось равна нулю, то, при усреднении второе слагаемое в формуле (30) становится равным нулю, и средняя сила зависит только от дрейфовой скорости. Видно, что магнитная составляющая силы Лоренца отклоняет как положительно, так и отрицательно заряженные частицы в одну и ту же сторону, поскольку изменение знака заряда компенсируется изменением направления дрейфовой скорости на противоположную (рис. 6).

Предположим, что ток в образце определяется движением заряженных частиц одного типа, например, электронов (иначе придётся учитывать вклад в ток движение заряженных частиц всех типов). В отсутствие магнитного поля ток течёт слева направо. После включения магнитного поля, на электроны начинает действовать магнитная составляющая силы Лоренца, которая отклоняет их в направлении к грани 3. Таким образом, некоторое время после включения магнитного поля происходит движение электронов от грани 4 к грани 3. Электроны, создают на грани 3 отрицательный, а на грани 4 положительный заряды, то есть между этими гранями возникнет дополнительное электрическое поле  $E_H$ . Заряд на гранях 3 и 4 будет расти до тех пор, пока магнитная составляющая силы Лоренца не уравнивается этим дополнительным электрическим полем:

$$e \cdot E_y + e[v_d \text{ ЧВ}] = 0 \text{ (СИ)}. \quad (31)$$

В этой ситуации, очевидно, имеем:

$$E_y = v_d B. \quad (32)$$

Так как мы рассматриваем движение электрона за время свободного пробега, то ясно, что в (32) стоит средняя скорость дрейфа, определяемая средним по ансамблю электронов временем свободного пробега  $\langle \tau \rangle$  (средним временем релаксации). Поскольку

$$j_x = -en v_d, \text{ то} \\ E_y = E_H = -j_x B / en. \quad (33)$$

Величина  $E_H$  называется полем Холла. Таким образом, электрическое поле (для нашей ориентации векторов) имеет компоненты  $E_x$  и  $E_y$ , следовательно, полный вектор электрического поля

$$\mathbf{E} = iE_x + kE_y$$

не будет совпадать по величине и направлению с первоначальным, (когда  $\mathbf{B} = 0$ ) между ними будет угол  $\varphi_H$ , получивший название «угол Холла». Для тангенса этого угла можно записать:

$$\text{tg } \varphi_H = E_y / E_x \text{ или}$$

$$\text{tg } \varphi_H = -\sigma B / (en) = -u_n B \quad (34)$$

На практике удобнее измерять не напряженность электрического поля, а соответствующую разность потенциалов (между гранями 3 и 4 на рис.6), которая называется эдс Холла:

$$U_H = E_H \cdot d = -j_x B d / (en) \quad (35)$$

Если выразить полный ток через плотность тока,

$$I = j_x d \cdot h, \text{ то } U_H = -IB / (en h) = R_H IB / h, \quad (36)$$

где  $R_H = -1 / (en)$  - постоянная Холла.

В случае полупроводника p-типа проводимости в уравнении (33) следует изменить знак носителей заряда с «-e» на «+e». Тогда будем иметь:

$$E_H = j_x B / (ep) = j_x R_H B, \\ \text{tg } \varphi_H = -\sigma B / (ep) = -u_p B, \quad (37)$$

$$U_H = -IB / (eph) = R_H IB / h,$$

где  $p$  - концентрация дырок,  $u_p$  - их подвижность,  $R_H = 1 / (ep)$  - постоянная Холла для дырочного полупроводника. Сопоставляя (35) и (37), можно видеть, что по знаку эдс Холла можно определить в эксперименте тип носителей заряда, а по величине  $R_H$  - их концентрацию. Кроме того, если возможно измерение и проводимости, и постоянной Холла, то по ним определяют подвижность носителей:

$$u_{n(p)} = \sigma R_H. \quad (38)$$

Исследование эффекта Холла в полупроводниках осложняется тем, что в них существует несколько типов носителей зарядов. Проводимость, обусловленная движением одинакового количества электронов и дырок, называется собственной. Обычно полупроводники обладают примесной проводимостью. В полупроводниках такого типа некоторые атомы основного кристалла заменены атомами другой валентности. Если валентность атомов примеси больше, чем у основного кристалла, у атома примеси есть «лишний» электрон, слабо связанный с атомным остовом, который он может легко отдать в зону проводимости. В таком полупроводнике больше свобод-

ных электронов, чем дырок, он называется полупроводником  $n$ -типа, и обладает электронной проводимостью. При обратном соотношении валентностей основных и примесных атомов реализуется  $p$ -проводимость (дырочная). В полупроводниках могут также присутствовать оба типа носителей заряда.

Теперь рассмотрим ситуацию, когда в полупроводнике есть и электроны, и дырки. Запишем общий вид уравнений движения для электронов и дырок в электрическом и магнитном полях:

$$\begin{aligned} m \, d\mathbf{v}_n/dt &= -e \mathbf{E} - e [\mathbf{v}_n \mathbf{B}] \quad \text{— для электронов} \\ m \, d\mathbf{v}_p/dt &= -e \mathbf{E} - e [\mathbf{v}_p \mathbf{B}] \quad \text{— для дырок.} \end{aligned} \quad (39)$$

Проинтегрировав уравнения (39), и используя соотношение для подвижности  $u_n = e \langle \tau \rangle / m_n$ , получим:

$$\begin{aligned} \mathbf{v}_n &= -u_n \mathbf{E} - u_n^2 [\mathbf{E} \mathbf{B}] \\ \mathbf{v}_p &= -u_p \mathbf{E} - u_p^2 [\mathbf{E} \mathbf{B}] \end{aligned} \quad (40)$$

Помножив первое уравнение на « $e n$ », а второе на « $e p$ », получим уравнения для электронного и дырочного токов:

$$\begin{aligned} \mathbf{j}_n &= -e n u_n \mathbf{E} - e n u_n^2 [\mathbf{E} \mathbf{B}] \\ \mathbf{j}_p &= -e p u_p \mathbf{E} - e p u_p^2 [\mathbf{E} \mathbf{B}] \end{aligned} \quad (41)$$

Таким образом, полный ток:

$$\mathbf{j} = e(n u_n + p u_p) \mathbf{E} + e(p u_p^2 + n u_n^2) [\mathbf{E} \mathbf{B}] \quad (42)$$

или в скалярной форме:

$$\begin{aligned} j_x &= e(n u_n + p u_p) E_x + e(p u_p^2 + n u_n^2) E_y B_z = j \\ j_y &= e(n u_n + p u_p) E_y + e(p u_p^2 + n u_n^2) E_x B_z = 0 \end{aligned} \quad (43)$$

Поскольку магнитное поле слабое, то второе слагаемое в первом уравнении системы (43) много меньше первого. С учетом этого, решив систему (43) относительно  $E_y$ , получим:

$$\begin{aligned} E_H &= R_H j B \\ R_H &= (1/e)(p u_p^2 - n u_n^2)/(n u_n + p u_p)^2 \end{aligned} \quad (44)$$

Из (44) видно, что при  $n \gg p$   $R_H = 1/(en)$ , а при  $p \gg n$   $R_H = 1/(ep)$ . В случае собственного полупроводника, где  $n = p = n_i$ ,

$$R_H = (1/en_i) (u_p - u_n) / (u_n + u_p) = (1/en_i) (1 - b) / (1 + b) \quad (45)$$

где  $b = u_n/u_p$ . Согласно (45)  $R_H < 0$  при  $b > 1$  (т.е.  $u_n > u_p$ ) и  $R_H > 0$  при  $b < 1$  (т.е.  $u_n < u_p$ ).

Выше мы полагали, что все носители заряда имеют одно и то же время релаксации, иными словами - мы считали вероятность рассеяния независимой от скорости движения. При строгом рассмотрении необходимо учитывать распределение носителей по скоростям; следствием этого будет зависимость времени релаксации электронов (дырок) от их кинетической энергии. Описание кинетических явлений в ансамбле частиц при учете их распределения по энергии обычно выполняют с помощью кинетического уравнения Больцмана. Следствием рассмотрения эффекта Холла с помощью этого уравнения будет появление множителя  $\gamma$

$$\gamma = \langle \tau^2 \rangle / \langle \tau \rangle^2 \quad (46)$$

в выражении для постоянной Холла:

$R_H = -\gamma/(en)$  - для электронов

$R_H = -\gamma/(ep)$  - для дырок

$R_H = (\gamma/e)(p u_p^2 - n u_n^2)/(n u_n + p u_p)^2$  - для биполярной проводимости.

Здесь  $\langle \tau \rangle$  - среднее время релаксации,  $\langle \tau^2 \rangle$  - средний квадрат времени релаксации. Соответственно, все полученные выше формулы, где есть множители  $1/(en)$  или  $1/(ep)$ , верны с точностью до множителя  $\gamma$ ; в частности, для подвижности:

$$\begin{aligned} u_n^H &= \gamma \sigma / en = \gamma u_n \\ u_p^H &= \gamma \sigma / ep = \gamma u_p \end{aligned} \quad (47)$$

Поэтому подвижность, определяемую с помощью эффекта Холла, называют холловской, в отличие от истинной (дрейфовой). Множитель  $\gamma$  получил название фактора Холла.

Поскольку  $\gamma$  определяется временем релаксации  $\tau$ , то его величина будет зависеть от механизмов рассеяния носителей заряда. Подсчитано, что при рассеянии на акустических колебаниях кристаллической решетки  $\gamma = 3\pi/8 = 1.18$ , а при рассеянии на примесных ионах  $\gamma = 1.93$ . При низких температурах (для Ge  $T < 250$  K, для Si  $T < 100$  K) обычно доминирует рассеяние носителей на ионах примесей, а при высоких температурах (для Ge и Si - в том числе и при комнатной температуре) преобладает рассеяние на колебаниях решетки.

Как отмечалось выше, полученные нами результаты справедливы для случая “слабого” магнитного поля. Поскольку  $\tau = \langle \lambda \rangle / \langle v \rangle$ , то

соотношение между длиной свободного пробега  $\langle \lambda \rangle$  носителя заряда и радиусом его круговой орбиты в магнитном поле можно заменить на следующее:

$$\begin{aligned} \tau \ll T = 2\pi/\omega_c & \text{ - для слабого поля,} \\ \tau \gg T = 2\pi/\omega_c & \text{ для сильного поля,} \end{aligned} \quad (48)$$

где  $T$  - период вращения частицы,  $\omega_c$  - циклотронная частота (частота вращения носителя заряда по круговой траектории в магнитном поле с индукцией  $\mathbf{B}$ ). Поскольку  $\omega = \frac{q \cdot B}{m^*}$ , подставив  $\omega_c$  в (48), получим:

$$\begin{aligned} \tau \omega_c / 2\pi = uB / 2\pi \ll 1 & \text{ - для слабого поля,} \\ \tau \omega_c / 2\pi = uB / 2\pi \gg 1 & \text{ - для сильного поля.} \end{aligned} \quad (49)$$

Приведенное определение «сильного» и «слабого» полей является классическим. Здесь не учитывается изменение энергетического спектра электрона в магнитном поле.

## 6. Приложение 1. Эффект Холла в сильном магнитном поле (для дополнительного чтения)

Рассмотрим случай, когда за время свободного пробега  $\tau$  заряженная частица пролетает расстояние много больше Ларморовского радиуса  $r_L$  (пункт 1.1). Попробуйте самостоятельно убедиться, что это требование аналогично требованию  $\omega_c \cdot \tau \gg 1$  ( $\omega_c$  - циклотронная частота, пункт 1.1). Такое магнитное поле называют сильным. В сильных магнитных полях носители заряда вращаются по орбитам, совершив много оборотов, прежде чем испытают рассеяние. Значит, движение заряженных частиц ограничено по двум координатам, они «заквантованы» в магнитном поле. Расстояние между уровнями их квантования в магнитном поле (уровнями Ландау) составляет  $\hbar \cdot \omega_c$ , здесь  $\hbar$  - постоянная Планка. Энергетический спектр электронов и дырок в магнитном поле будет отличаться от спектра свободных электронов и дырок. Особенно ярко эффекты квантования будут проявляться, если  $\hbar \cdot \omega_c \gg k \cdot T$ ,  $k$  – постоянная Больцмана. Особенно интересен случай, когда носители заряда «заквантованы» ещё и в направлении параллельном магнитному полю. Известно (пункт 1), что если бы не было рассеяния носителей заряда, действие магнитного поля привело бы к тому, что потенциал в образце (рис. 7) перераспределился бы таким образом, что падение напряжения между контактами 1-2 не было, а напряжение между контактами 3-4 было бы пропорционально току  $I$ . Нечто похожее обнаружили в 1980 году первооткрыватели квантового эффекта Холла фон Клитцинг с коллегами. Они увидели падение до нуля напряжения между контактами 1-2, Холловское напряжение при этом выходило на плато и не менялось при изменении магнитного поля. При этом соотношение Холловского напряжения к току было кратно кванту сопротивления  $\frac{h}{e^2}$  (25813 Ом). Такой режим называется целочисленным квантовым эффектом Холла. За открытие этого эффекта в 1985 году фон Клитцингу была присуждена Нобелевская премия по физике.

## 7. Приложение 2. Собственная концентрация электронов

Концентрация электронов в зоне проводимости определяется следующим выражением:

$$n_i = \int_0^{\infty} f_n \cdot dz = \int_0^{\infty} \left( \frac{1}{e^{\frac{E-E_F}{kT}} + 1} \right) \cdot \left( \frac{4\pi(2m_n^*)^{1/2}}{h^3} E^{1/2} dE \right), \quad (50)$$

где  $dz$  – число разрешенных состояний в интервале энергий  $dE$ ;

$E_F$  – электродиффузионный потенциал, или уровень Ферми;

$f_n = \frac{1}{e^{\frac{E-E_F}{kT}} + 1}$  – функция Ферми, характеризующая вероятность

того, что состояние с энергией  $E$  при данной температуре  $T$  занято электроном (см. рис. 9, b);  $m_n^*$  – эффективная масса электрона,  $k$ ,  $h$  – постоянные Больцмана и Планка соответственно.

В собственных полупроводниках уровень Ферми располагается вблизи середины запрещенной зоны. В этом случае  $\frac{E-E_F}{kT} \gg 1$  и функция Ферми переходит в функцию Больцмана

$$f_F = f_B = e^{\frac{E_F}{kT}} e^{-\frac{E}{kT}}. \quad (51)$$

Заменяя  $f_F$  в (1) и интегрируя, получаем

$$n_i = \frac{2(2\pi m_n^* kT)^{3/2}}{h^3} e^{\frac{E_F}{kT}}. \quad (52)$$

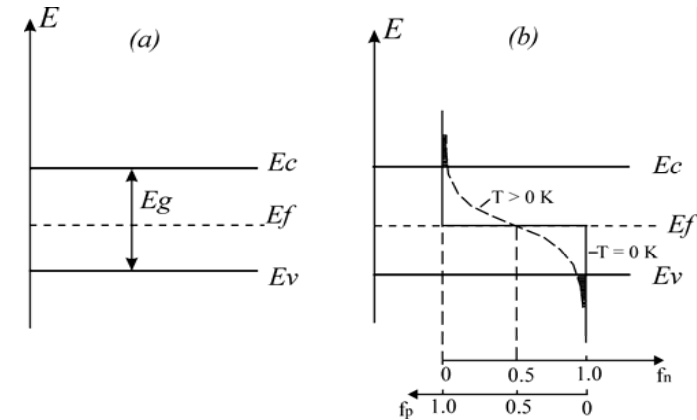


Рис. 7. Вероятность заполнения ( $f_n$ ) или освобождения ( $f_p$ )

уровней в чистом полупроводнике:

а) положение уровня Ферми; б) положение функции Ферми для двух значений температуры.

Аналогично для концентрации дырок:

$$p_i = \frac{2(2\pi m_p^* kT)^{3/2}}{h^3} e^{-\frac{E_g + E_F}{kT}}. \quad (53)$$

В собственном полупроводнике  $n_i = p_i$ . Тогда из соотношений (52) и (53) получаем искомую зависимость  $n_i$  от температуры:

$$n_i = \sqrt{n_i p_i} = \frac{2(2\pi \sqrt{m_n^* m_p^*} kT)^{3/2}}{h^3} e^{-\frac{E_g}{2kT}}$$

## Работа 4.1

## Определение ширины запрещенной зоны полупроводника

Выполняемый в данной работе эксперимент состоит из двух частей. В первой записывается вольт - амперная характеристика образца, из которой определяется проводимость исследуемого полупроводника при комнатной температуре. Во второй части изучается температурная зависимость проводимости, из которой можно рассчитать ширину запрещенной зоны, концентрацию носителей и их подвижность.

### 1. Оборудование и образец

Генератор низкой частоты, сопротивление, исследуемый образец, источник питания образца стабилизированный по току, термопара, нагреватель (проволочное сопротивление), источник питания нагревателя, блок регистрации, персональный компьютер, цифровой универсальный вольтметр (GDM).

Исследуемый полупроводниковый образец, имеющий форму прямоугольного параллелепипеда (рис. 8) смонтирован на пластине из гетинакса. Рядом с образцом расположена термопара (рис. 10). Образец с термопарой жестко укреплены в держателе, из которого

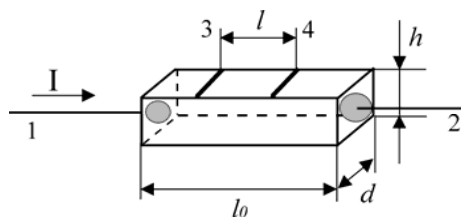


Рис. 8. Образец

выведены токовые (1, 2), потенциальные (3, 4) контакты образца, а также провода термопары (рис. 9, 10). Геометрические размеры образца, расстояние между контактами и чувствительность термопары приве-

**Блок регистрации** состоит из АЦП с тремя измерительными каналами, один из которых предназначен для измерения температуры с помощью термопары, два других – для измерения тока и напряжения. Блок имеет цифровую связь по последовательному каналу с персональным компьютером.

### 2. Измерение проводимости полупроводника при комнатной температуре

Схема установки для определения проводимости полупроводника при комнатной температуре показана на рис. 9 и включает: исследуемый образец, генератор низкой частоты двуполярных сигналов, сопротивление R, блок регистрации, персональный компьютер ПК.

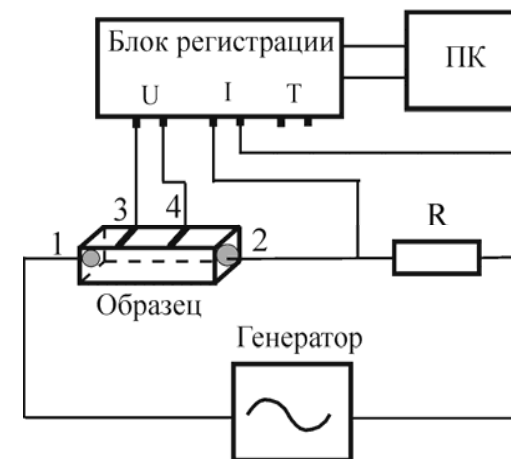


Рис. 9. Схема измерения вольтамперной характеристики полупроводника

При протекании в цепи образца тока  $I$  на сопротивлении  $R$  происходит падение напряжения, пропорциональное току  $U = I \cdot R$ , которое подается в канал I блока регистрации. Разность потенциалов между контактами (3, 4) образца подается в канал U. Получив вольт - амперную характеристику, зная геометрические размеры образца и его сопротивление, можно по формуле  $j = \sigma E$  рассчитать проводимость полупроводника.

#### Контрольные вопросы

1. Нарисуйте ожидаемый вид зависимости  $\sigma(T)$ .
2. Чем определяется выбор частоты генератора?

3. По каким характерным признакам твердые тела делятся на металлы, полупроводники и диэлектрики?
4. Выведите формулу (2), связывающую электропроводность с подвижностью.
5. Используя табличные данные электропроводности полупроводниковых материалов, вычислите и постройте график зависимости электропроводности от температуры.
6. Что называется зоной проводимости, запрещенной зоной, валентной зоной?
7. Что такое “дырки”?
8. Что понимается под собственной и примесной электропроводностью?
9. Может ли температурная зависимость электропроводности быть представленной графически в виде прямой линии? Если да, то в каких координатах?
10. Что определяет угловой коэффициент  $\alpha$  на рис. 5 ?

### Задание 1

1. Используя цифровой универсальный вольтметр, измерьте сопротивление образца между точками 1, 2 ( $R_{12}$ ) и 3, 4 ( $R_{34}$ ). Зная величину сопротивления  $R_{12}$  и максимально допустимый ток через образец (2 мА), рассчитайте соответствующую величину напряжения, которую необходимо выставить на выходе генератора.
2. Подключите к выходу генератора дополнительную нагрузку и цифровой вольтметр. Установите частоту  $\sim 100$  Гц. Включите генератор и подберите выходное напряжение не более расчетного.
3. Соберите схему рис. 9. Включите сетевые тумблеры генератора, блока регистрации, компьютера. Установите частоту генератора  $\sim 10^{-2}$  Гц. Найдите на рабочем столе иконку с подписью "Volt\_amp" и откройте программу измерения вольтамперной характеристики. Запуск программы осуществляется кнопкой " $\Rightarrow$ ".
4. Запишите вольтамперную характеристику. Нажмите кнопку **STOP&Write** и сохраните файл под своим именем с расширением .dat, который можно найти в директории: C:/LabWork/<имя>.dat.

*При необходимости возможна замена предельного значения тока  $I$ , напряжения  $U$ , а также шага оцифровки.*

5. Используя экспериментальные данные, рассчитайте проводимость  $\sigma$  полупроводника при комнатной температуре. Оцените ошибку и сравните с табличным значением.

### 3. Изучение температурной зависимости проводимости полупроводника

Схема установки для измерения температурной зависимости проводимости показана на рис. 10 и включает исследуемый образец, источник питания образца, стабилизированный по току, термопару, нагреватель, источник питания нагревателя (на схеме не показан), блок регистрации, персональный компьютер ПК.

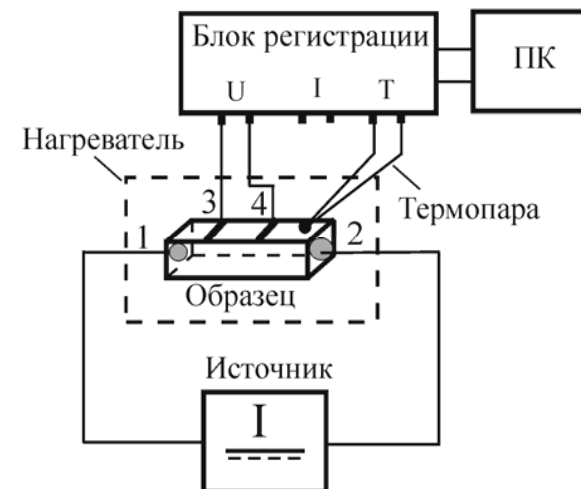


Рис. 10. Схема измерения температурной зависимости электропроводности полупроводника

### Контрольные вопросы

1. Как согласно теории должно зависеть напряжение на контактах (3, 4) от температуры?



3. Зная сопротивление образца и величину тока (1 мА), рассчитайте напряжение источника тока.

4. Какова должна быть скорость нагрева образца?

## Задание 2

1. Соберите схему рис. 10. Установите на источнике ток равный 1 мА. Включите сетевые тумблеры приборов.

2. Откройте программу измерения зависимости напряжения от температуры "Temp\_Vol",

3. Поместите образец в нагреватель, установите на источнике питания нагревателя величину тока, равную 500 мА, напряжение – 20 В, и включите сетевой тумблер.

Кнопкой "⇒" запустите программу.

Запишите зависимость напряжения на контактах (3, 4) от температуры образца. (Скорость нагрева образца ~ 10 В/10 мин.). При достижении температуры ~ 100°C, что соответствует ~ 60 В, выньте образец из нагревателя и запишите температурную зависимость при естественном охлаждении образца до комнатной температуры. Сохраните экспериментальные данные.

**Обратите внимание, что максимальное число точек записи равно 1000.**

4. Постройте график зависимости  $\ln \sigma = f(1/T)$ , Методом наименьших квадратов (см. Выпуск 1) определите ширину запрещенной зоны  $E_g$  полупроводника и вычислите погрешность [6].

5. Сравните полученный результат с табличными данными и определите материал исследуемого полупроводника.

6. Вычислите собственную концентрацию носителей и суммарную подвижность при комнатной температуре как  $u = u_n + u_p$ . По соотношению Эйнштейна вычислите коэффициент диффузии. Оцените время диффузии частицы на характерном размере полупроводникового элемента порядка 1 мкм.

## 4. Дополнительные вопросы

1. Как изменится график  $\ln \sigma = f(1/T)$ , если концентрация примеси превышает собственную концентрацию полупроводника?

2. Какой энергии пропорционален угловой коэффициент  $\beta$  на рис. 5?

3. Какова связь между коэффициентом диффузии и подвижностью для частиц, не обладающих электрическим зарядом?

## 5. Содержание отчета

Отчет должен содержать следующие измеренные данные и результаты их обработки и анализа.

### К первому заданию:

- расчетные формулы;
- схему измерительной установки;
- вольт - амперную характеристику;
- значение проводимости  $\sigma$  при комнатной температуре с указанием погрешности.

### Ко второму заданию:

- расчетные формулы;
- схему измерительной установки;
- график температурной зависимости проводимости;
- график зависимости  $\ln \sigma = f(1/T)$
- значение ширины запрещенной зоны  $E_g$ , концентрации, суммарную подвижность и коэффициент диффузии носителей и сравнение с их теоретическими значениями.

## Работа 4.2

**Движение носителей заряда в полупроводниках, помещенных в магнитное поле.****Эффект Холла**

**Цель работы:** Изучить движение носителей заряда в полупроводнике, помещенном в магнитное поле. Определить тип проводимости, концентрацию и подвижность носителей заряда.

При измерении ЭДС Холла важно правильно выбрать геометрию образца и контактов, а в случае использования 4-х контактной схемы (рис. 8) убедиться в омичности контактов 1 и 2 (т.е. ток через образец должен быть пропорционален напряжению между контактами 1 и 2 -  $U_{1-2}$ ). Если угол  $\theta_h$  мал, то эквипотенциальные плоскости практически параллельны граням 1 и 2 и сопротивление образца между контактами 1 и 2 равно сопротивлению прямоугольного параллелепипеда с размерами, показанными на рисунке 8:  $R_{1-2} = \frac{1}{\sigma} \cdot \frac{l}{h \cdot d} = \frac{U_{1-2}}{I}$ , тогда, можно найти удельную проводимость образца:

$$\sigma = \frac{I}{U_{1-2}} \cdot \frac{l}{h \cdot d} = \frac{1}{R_{1-2}} \cdot \frac{l}{h \cdot d} \quad (54)$$

Из формул 29 и 36, ЭДС Холла равна:

$$U_H = E_H \cdot d = \frac{u \cdot B}{c} \cdot E \cdot d = \frac{u \cdot B}{c} \cdot \frac{U_{1-2}}{l} \cdot d \quad (\text{СГС}),$$

$$U_H = u \cdot B \cdot \frac{U_{1-2}}{l} \cdot d \quad (\text{СИ}) \quad (55)$$

Отсюда можно определить подвижность носителей заряда:

$$u = \frac{U_H}{U_{1-2}} \cdot \frac{c \cdot l}{B \cdot d} \quad (\text{СГС}), \quad u = \frac{U_H}{U_{1-2}} \cdot \frac{l}{B \cdot d} \quad (\text{СИ}) \quad (56)$$

Таким образом, измеряя ЭДС Холла в образце с известной геометрией можно определить подвижность носителей заряда. Дрейфовую скорость можно выразить, зная плотность тока и концентрацию носителей заряда n:

$$\mathbf{j} = \frac{\mathbf{I}}{h \cdot d} = en \mathbf{v}_d, \quad \text{где } \mathbf{v}_d = \frac{\mathbf{I}}{h \cdot d n}, \quad (57)$$

$h \cdot d$  - площадь сечения образца (рис. 8).

Определив подвижность (по формуле 56) и проводимость (по формуле 54), используя связь удельной проводимости и подвижности  $\sigma = q \cdot n \cdot u$  (попробуйте самостоятельно вывести это выражение) можно определить связь между концентрацией носителей заряда и ЭДС Холла:

$$U_H = \frac{I \cdot B}{e \cdot c \cdot h} \cdot \frac{1}{n} = R \cdot \frac{I \cdot B}{h} \quad (\text{СГС});$$

$$U_H = \frac{I \cdot B}{e \cdot h} \cdot \frac{1}{n} = R \cdot \frac{I B}{h} \quad (\text{СИ}) \quad (58)$$

Знак ЭДС Холла задаётся направлением магнитного поля и знаком носителей заряда.

**1. Оборудование и образец**

В предлагаемой работе изучается движение носителей заряда в полупроводнике, помещенном в магнитное поле. Определяются тип проводимости, концентрация и подвижность носителей заряда.

Характер проводимости полупроводников, концентрацию и подвижность носителей можно определить на установке, схема которой приведена на рис.11. Исследуемый образец полупроводника, изготовленный в виде прямоугольной пластинки с размерами  $l \times d \times h$ , ука-

занными на держателе, помещается в постоянное магнитное поле, создаваемое электромагнитом. Величина поля между полюсами **N**, **S** пропорциональна току в катушках, коэффициент пропорциональности **K** указан на магните.

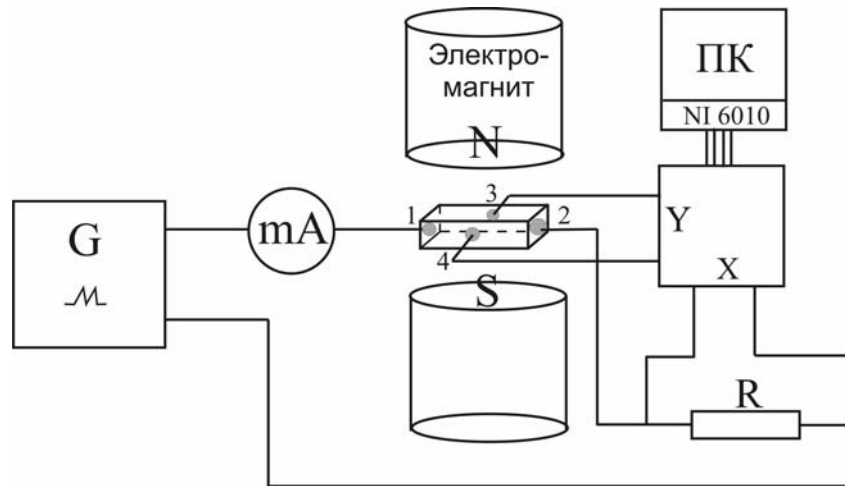


Рис. 11. Схема установки для измерения зависимости ЭДС Холла от тока через образец.

Направленное движение носителей происходит под действием ЭДС источника линейно меняющегося напряжения. Падение напряжения на сопротивлении **R**, пропорциональное току через образец, и возникающая в точках (3), (4) разность потенциалов подаются на входы **X** и **Y** переходного модуля, содержащего соединительный блок NI CB-37F-LP. Специальным многожильным кабелем (SH37F-37M) блок соединён непосредственно с платой аналого-цифрового преобразователя многофункциональной платы сбора данных National Instruments NI 6010, которая позволяет регистрировать осциллограммы сигналов на экранах виртуального осциллографа в **YТ** и **XY** режимах средствами программного комплекса LabView /см. приложение X/. Плата NI 6010 установлена в слот расширения компьютера типа **РСІ**. Максимальный диапазон принимаемых сигналов

$\pm 5\text{В}$ , поэтому для сигналов большей амплитуды используются делители, которые уменьшают сигналы до регистрируемого диапазона. **Сигналы амплитудой выше 42 В приводят к выходу платы из строя.**

Измеренная разность потенциалов является суммой холловской, контактной, термо-ЭДС, а также ЭДС за счет расположения контактов (3), (4) на неэквипотенциальных поверхностях. Для исключения указанных сторонних ЭДС можно воспользоваться тем, что они не меняют знак при изменении направления магнитного поля. Поэтому нужно измерить значения разности потенциалов  $U_{34}$  при двух противоположных направлениях магнитного поля и отделить ЭДС Холла от дополнительных  $U_{\text{доп}}$  с помощью соотношений:

$$U_1 = U_{34} + U_{\text{доп}}, \quad U_2 = -U_{34} + U_{\text{доп}}, \quad U_H = \frac{1}{2}(U_1 - U_2) \quad (59)$$

Изменение направления поля через образец можно осуществить поворотом образца на  $180^\circ$  или изменением направления тока, протекающего через катушки электромагнита. Подумайте, какой метод предпочтительнее в данной установке и обоснуйте свой выбор.

#### Контрольные вопросы и задания (допуск к эксперименту)

1. В чём заключается эффект Холла?
2. Какова природа носителей тока в полупроводниках?
3. Как создаются полупроводники *p*-типа и *n*-типа?
4. Что такое дрейфовая скорость носителей тока?
5. Как определяется физическая величина, называемая «подвижность носителей тока»?
6. Что такое собственная проводимость и примесная проводимость полупроводников?
7. Коэффициент Холла у полупроводников на несколько порядков больше, чем у металлов. Чем это объясняется?
8. Можно ли по измеренной постоянной Холла (не имея другой информации о данном образце) определить концентрацию носителей тока в примесном полупроводнике?
9. Наблюдается ли эффект Холла в собственных полупроводниках?
10. Зависит ли эффект Холла от температуры?

11. Можно ли с помощью датчика Холла измерить магнитное поле Земли? Чувствительность датчиков Холла  $\approx 0,1$  В/Тл.

12. Почему для измерения эффекта Холла используется измерение ЭДС Холла, а не тока?

## 2. Задание

1. Соберите схему рис. 3. Задав направление тока через образец (выводы 1,2) и направление магнитного поля, по знаку ЭДС Холла (выводы 3, 4) определите тип проводимости полупроводника. Изменив направление тока или положение образца, убедитесь, что  $U_{34} > U_{доп}$  и Ваш вывод верен.
2. Запишите зависимость  $U_{34}(I)$  при различных (не менее трех) значениях магнитного поля. Постройте графики зависимости  $U_{34}(I)$ , отделив  $U_{34}$  от  $U_{доп}$  во всех измерениях.
3. Используя полученные графики и уравнение (58), определите концентрацию носителей заряда.
4. Рассчитайте подвижность  $\mu$  носителей заряда, определив предварительно  $\sigma$  по одной из формул:

$$j = \sigma E, \quad \sigma = \frac{1}{\rho} = \frac{l}{RS}$$

5. Укажите источник ошибок и оцените их величину.
6. Сравните полученные результаты с табличными (табл.1, стр. 11) и определите материал изучаемого полупроводника.

## Дополнительные вопросы

1. Предложите методы измерения магнитного поля.
2. Оцените влияние остаточной намагниченности сердечника электромагнита на результаты эксперимента.
3. Получите выражение для подвижности  $\mu$ , если известно среднее время между соударениями носителей заряда.

## 3. Содержание отчёта

Отчёт должен содержать следующие измеренные данные и результаты их обработки и анализа.

- тип проводимости полупроводника;

- графики зависимости напряжения  $U_{34}$  от тока  $I$  через образец при различных направлениях тока и различных положениях образца, зависимости снять при различных (не менее трех) значениях магнитного поля и для остаточного магнитного поля (ток через катушки электромагнита равен нулю);

- из полученных зависимостей напряжения  $U_{34}(I)$ , используя соотношение 14 построить при различных значениях магнитного поля зависимости  $U_H(I)$  (график 2 в приложении);

- график зависимости  $U_H(I)$  от магнитного поля (график 3 в приложении), оцените ошибки измерений;

- значение концентрации носителей заряда;

- значение подвижности носителей заряда;

- сравните полученное значение подвижности с табличными значениями и определите материал образца.

## Библиографический список

1. Бонч-Бруевич В. Л., Калашиников С. Г., Физика полупроводников. М.: Наука, 1990.
2. Левинштейн М. Е., Симин Г. С., Барьеры. М.: Наука, 1987.
3. Киттель Ч., Введение в физику твердого тела. М.: Наука, 1978.
4. Сивухин Д. В., Общий курс физики. Т. 3: Электричество. М.: Наука, 2002.
5. Князев Б. А., Черкасский В. С., Начала обработки экспериментальных данных. Новосибирск: НГУ, 2004.
6. Батурина Т. И., Физика полупроводников. Учеб.-метод. пособие. Новосибирск: НГУ, 2000.

## II. Сегнетоэлектричество

### Основные обозначения

$E$  – электрическое поле,  
 $E_{loc}$  – локальное электрическое поле  
 $E_c$  – коэрцитивное поле,  
 $P$  – поляризация,  $P_s$ ,  $P_r$  – спонтанная и остаточная поляризация,  
 $D$  – электрическая индукция,  
 $p_{mol}$  – дипольный момент атома,  
 $T$  – температура,  
 $v$  – объем, занимаемый атомом,  
 $\alpha$  – поляризуемость атома,  
 $\chi$  – диэлектрическая восприимчивость,  
 $\gamma$  – фактор Лоренца,  
 $\varepsilon$  – диэлектрическая проницаемость,  
 $T_c$  – температура Кюри,  
 $T_0$  – температура Кюри–Вейсса,  
 $d$  – толщина образца,  
 $S$  – площадь образца,  
 $C$  – конденсатор (емкость),  
 $C_x$  – сегнетоэлектрический конденсатор,  
 $C_0$  – эталонный линейный конденсатор,  
 $Q$  – заряд,  
 $U$  – напряжение,  
 $R$  – сопротивление,  
 $f$  – частота,  
 $Z$  – импеданс

### 1. Основные свойства и характеристические параметры сегнетоэлектриков

К сегнетоэлектрикам относятся кристаллические диэлектрики, обладающие следующими свойствами [1–5].

- В сегнетоэлектрических кристаллах существует *спонтанная поляризация* ( $P_s$ ) в отсутствие внешнего поля. Такое состояние кристалла называется *полярным* (или *сегнетоэлектрическим*) *состоянием*. Величина спонтанной поляризации для различных сегнетоэлектриков лежит в интервале  $10^{-7} \div 10^{-5}$  Кл/см<sup>2</sup>. В обычных щелочно-галогенидных кристаллах столь большие значения индуцированной поляризации могут быть достигнуты в полях  $10^7 \div 10^8$  В/м.

- При нагреве кристалла выше *точки Кюри* ( $T_c$ ) кристалл из полярного состояния переходит в *неполярное* (или *параэлектрическое*) *состояние*, в котором  $P_s = 0$ . Некоторые кристаллы находятся в полярном состоянии в определенной области температур, поэтому они характеризуются также *нижней точкой Кюри*. Кристалл в неполярном состоянии является обычным диэлектриком, в котором при приложении внешнего поля возникает обычная *индуцированная поляризация* (электронная, ионная и ориентационная).

- В области фазового перехода происходит резкое изменение величины спонтанной поляризации и диэлектрической восприимчивости, а также некоторых других оптических, механических и тепловых свойств. Сегнетоэлектрики характеризуются высоким значением диэлектрической проницаемости, сильно зависящей от температуры. В области выше фазового перехода температурная зависимость диэлектрической проницаемости аппроксимируется полуэмпирическим *законом Кюри–Вейсса*

$$\varepsilon \approx \frac{C}{T - T_0}, \quad (1)$$

где  $C$  – *константа Кюри*;  $T_0$  – *температура Кюри–Вейсса* ( $T_c \approx T_0$ , поэтому в дальнейшем мы будем использовать обозначение  $T_c$  для температуры фазового перехода).

- В полярном состоянии кристалл сегнетоэлектрика имеет *доменную структуру*. В пределах каждого домена дипольные момен-

ты всех элементарных ячеек кристалла, образующие  $\mathbf{P}_s$ , ориентированы одинаково, в соседних же доменах векторы  $\mathbf{P}_s$  направлены в произвольных направлениях. Следствием доменной структуры является *гистерезисная зависимость* между электрической индукцией и полем  $\mathbf{D}(\mathbf{E})$  и между поляризацией кристалла и полем  $\mathbf{P}(\mathbf{E})$ .

В настоящее время известно более ста веществ, обладающих сегнетоэлектрическими свойствами. Наиболее широко известны кристаллы сегнетовой соли, дигидрофосфата калия и титаната бария, характеристические параметры для которых приведены в табл. 1 ( $T_c$  – температура Кюри,  $P_s$  – спонтанная поляризация (при указанной в скобках температуре),  $C$  – константа Кюри).

Таблица 1

## Сегнетоэлектрические кристаллы

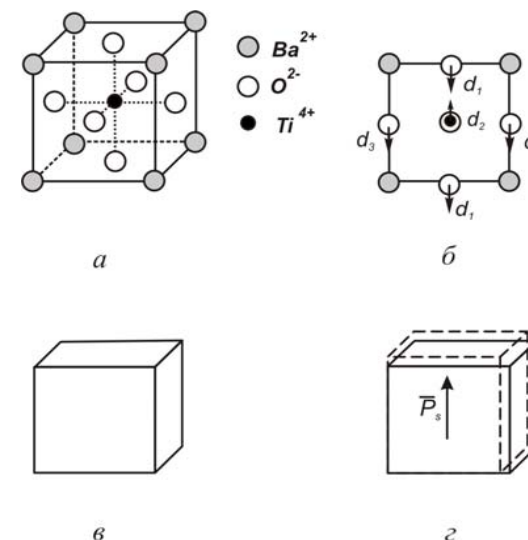
Наименование	Химическая формула	$T_c$ , К	$P_s$ , $10^{-6}$ Кл/см <sup>2</sup>	$C$ , К
Сегнетова соль	$\text{NaKC}_4\text{H}_4\text{O}_6 \cdot 4\text{H}_2\text{O}$	297 (верхняя) 255 (нижняя)	0,25 (268 К)	$2,2 \cdot 10^3$
Дигидрофосфат калия	$\text{KH}_2\text{PO}_4$	123	4,75 (96 К)	$3,3 \cdot 10^3$
Титанат бария	$\text{BaTiO}_3$	393	26,0 (296 К)	$1,5 \cdot 10^5$

## 2. Классификация сегнетоэлектрических кристаллов по типу фазового перехода

Возникновение  $\mathbf{P}_s$  в сегнетоэлектрическом состоянии тесно связано со структурными изменениями кристаллической решетки при переходе через точку Кюри. По типу фазового перехода сегнетоэлектрические кристаллы можно подразделить на две группы. К первой группе относятся кристаллы, которые претерпевают переход

типа «смещения». При таком фазовом переходе  $\mathbf{P}_s$  возникает за счет смещения ионов одной подрешетки относительно другой. Типичный представитель этой группы – титанат бария –  $\text{BaTiO}_3$ .

На рис. 1 показана схема элементарной ячейки  $\text{BaTiO}_3$ . У титаната бария в неполярной фазе (т. е. при  $T > T_c$ ,  $T_c = 393 \text{ K}$ ) ион  $\text{Ti}^{4+}$



**Рис. 1.** Структура титаната бария: *a* – кубическая ячейка неполярной фазы; *б* – перестройка структуры  $\text{BaTiO}_3$  при фазовом переходе из неполярной в полярную фазу при  $T_c = 393 \text{ K}$ , смещения атомов  $d_1 = -0.09 \cdot 10^{-8}$  см,  $d_2 = +0.05 \cdot 10^{-8}$  см,  $d_3 = -0.05 \cdot 10^{-8}$  см; *в* – кубическая элементарная ячейка, стабильная при  $T > T_c$ ; *г* – деформация кубической ячейки при переходе в тетрагональную фазу при  $T < 393 \text{ K}$ .

находится в центре кубической ячейки, ионы  $\text{Ba}^{2+}$  занимают вершины ячейки. Размер элементарной ячейки  $a = 4 \cdot 10^{-8}$  см. Ионы  $\text{O}^{2-}$  расположены в центрах граней куба, т. е. образуют кислородный октаэдр с ионом  $\text{Ti}^{4+}$  в центре; октаэдры соединены друг с другом вершинами, а в пустотах между ними находятся ионы  $\text{Ba}^{2+}$ .

Деформация структуры при фазовом переходе ниже  $T_c$  заключается в том, что ион  $Ti^{4+}$  слегка смещается из центра кислородного октаэдра так, что кубическая ячейка становится тетрагональной с отношением осей  $c/a = 1,01$ . Ячейка растягивается в направлении, которое называется осью  $c$  и укорачивается в направлении, которое называется осью  $a$  (рис. 1,  $z$ ). При смещении возникает электрический диполь и, следовательно, спонтанная поляризация. Направление спонтанной поляризации может быть параллельным любому из шести эквивалентных направлений. При дальнейшем понижении температуры до  $\approx 273$  К титанат бария испытывает второе фазовое превращение в ромбическую фазу, а при 193 К происходит третье фазовое превращение в ромбоэдрическую фазу. Обе эти фазы являются сегнетоэлектрическими. Со структурными искажениями при этих переходах можно ознакомиться в работе [3]. Такие фазовые переходы называются переходами типа «смещения».

Ко второй группе относятся сегнетоэлектрики с фазовым переходом типа «порядок – беспорядок». В этом случае спонтанная поляризация возникает в результате упорядочивания водородных связей<sup>1</sup> в группах ионов либо самих ионных групп в элементарной ячейке кристалла. К этой группе можно отнести дигидрофосфат калия и сегнетову соль.

### 3. Условие перехода сегнетоэлектрика типа «смещение» в полярное состояние

Механизм возникновения полярного состояния в титанате бария можно объяснить характером взаимодействия ионов решетки с локальным электрическим полем  $E_{loc}$  [1, с. 185; 2, с. 222]. Существует различие между макроскопическим полем  $E$  внутри образца, которое является результатом усреднения микроскопических полей и

<sup>1</sup> Водородная связь – это слабая связь, возникающая между электроотрицательными атомами (атомами, обладающими большим сродством к электрону, например: O, N, F) молекулы и электроположительным ядром водорода H, который, в свою очередь, ковалентно связан с другим электроотрицательным атомом той же или соседней молекулы. В случае когда атом H связан с двумя атомами одного сорта, например O, водородная связь может иметь две конфигурации, т. е. атом водорода может смещаться вдоль направления связи O — H ... O (либо O ... H — O). Здесь символ — обозначает ковалентную, а символ ... водородную связь.

входит в уравнения Максвелла для среды, и локальным электрическим полем  $E_{loc}$ , которое включает в себя действие на отдельный атом всех остальных дипольных моментов внутри образца. В случае кубического кристалла  $E_{loc}$  и  $E$  связаны соотношением, которое называется формулой Лоренца:

$$E_{loc} = E + \frac{4\pi}{3} P, \quad E_{loc} = E + \frac{P}{3\epsilon_0}, \quad (2)$$

где  $P$  – поляризация диэлектрика. Здесь и далее формулы продублированы в гауссовой системе единиц (левая колонка) и в системе СИ (правая колонка).

Однако в большинстве сегнетоэлектриков расположение ионов не обладает кубической симметрией, поэтому обычно используют формулу Лоренца более общего вида:

$$E_{loc} = E + \gamma P, \quad (3)$$

где  $\gamma$  – фактор Лоренца, который зависит от конкретной атомной структуры и по порядку величины равен  $\frac{4\pi}{3}$  ( $\frac{1}{3\epsilon_0}$  в системе СИ).

Поляризуемость  $\alpha$  молекулы определяется как отношение среднего дипольного момента молекулы к действующему на нее полю

$$p_{mol} = \alpha E_{loc}. \quad (4)$$

Кроме того, следует учесть, что поляризация  $P$  представляет собой средний дипольный момент, приходящийся на единицу объема образца, поэтому можно записать

$$p_{mol} = vP = \alpha E_{loc}, \quad (5)$$

где  $v$  – объем, занимаемый поляризованным атомом.

Уравнения (3), (4) и (5) показывают, что между  $E_{loc}$  и  $P$  существует обратная связь, а именно: увеличение  $E_{loc}$  приводит к увеличению  $p_{mol}$  и  $P$  которые, в свою очередь, усиливают  $E_{loc}$ . Поляризуемость  $\alpha$  характеризует «податливость» атома в электрическом поле. При некотором критическом значении поляризуемости процесс увеличения  $P$  и  $E_{loc}$  начинает разгоняться. В учебнике Ч. Киттеля такой механизм называется поляризационной «катастрофой» [1, с. 219].

Процесс увеличения  $\mathbf{P}$  и  $\mathbf{E}_{loc}$  останавливается из-за нелинейных упругих сил, возникающих при смещении ионов, что приводит к нарушению линейной зависимости в выражении (3). Разрешая (3), (5) относительно  $\mathbf{P}$ , получим

$$\mathbf{P} = \frac{\frac{\alpha}{\nu} \mathbf{E}}{1 - \frac{\alpha \gamma}{\nu}}. \quad (6)$$

Из этого уравнения следует, что при  $\alpha < \frac{\nu}{\gamma}$  величина  $\mathbf{P}$  конечна, что физически соответствует индуцированной поляризации и неполярному (параэлектрическому) состоянию кристалла. При  $\alpha = \frac{\nu}{\gamma}$  правая часть уравнения (6) расходится. Физически это означает, что устанавливается конечная поляризация при нулевом внешнем поле, т. е. кристалл приобретает спонтанную поляризацию и переходит в полярное (сегнетоэлектрическое) состояние. Условие  $\alpha = \frac{\nu}{\gamma}$  может быть выбрано в качестве критерия для оценки величины критической поляризуемости.

Кратко суммируя результаты этого параграфа: переход в полярную фазу кристалла типа «смещения» происходит за счет достаточно большой величины поляризуемости атомов или ионов, которая вызывает самопроизвольный рост  $\bar{E}_{loc}$  и  $\bar{P}$  кристалла. Этот процесс останавливается за счет нелинейных упругих сил, которые уравновешивают электрические силы при некотором смещении ионов. Смещение ионов решетки обнаруживается в полярной фазе, например в  $\text{BaTiO}_3$ , при рентгеноструктурном анализе (Рис. 1).

#### 4. Поведение спонтанной поляризации и диэлектрической проницаемости вблизи точки фазового перехода

В рамках молекулярной теории температурную зависимость диэлектрической постоянной выше точки Кюри можно обосновать

лишь качественно. Для этого воспользуемся формулой Клаузиуса–Моссотти [1, с. 191]:

$$\frac{\varepsilon - 1}{\varepsilon + 2} = \frac{4\pi}{3} \frac{\alpha}{\nu}, \quad (7)$$

где  $\alpha$  – поляризуемость атома (предполагаем один сорт атомов),  $\nu$  – объем, занимаемый атомом. Формула Клаузиуса–Моссотти связывает макроскопическую характеристику диэлектрика  $\varepsilon$  с микроскопической характеристикой атома  $\alpha$  и справедлива для кристаллов с кубической симметрией (фактор Лоренца  $\gamma = \frac{4\pi}{3}$ ). Перепишем (7) в виде:

$$\varepsilon = \frac{1 + \frac{8\pi}{3} \frac{\alpha}{\nu}}{1 - \frac{4\pi}{3} \frac{\alpha}{\nu}}. \quad (8)$$

Из последнего выражения видно, что диэлектрическая проницаемость имеет особенность в точке  $\frac{4\pi}{3} \frac{\alpha}{\nu} = 1$ , которая соответствует фазовому переходу. Заметим, что  $\nu$  увеличивается с повышением температуры вследствие теплового расширения. Поскольку расширение мало, то для определения температурной зависимости  $\varepsilon(T)$  выше точки фазового перехода (в неполярной фазе) мы можем разложить знаменатель уравнения (8) в ряд Тэйлора в окрестности точки перехода  $T_c$  по степеням  $(T - T_c)$ :

$$1 - \frac{4\pi}{3} \frac{\alpha}{\nu} \approx -\frac{4\pi}{3} \alpha_c \left[ \frac{\partial}{\partial T} \left( \frac{1}{\nu} \right) \right]_{T_c} (T - T_c), \quad (9)$$

где индексом  $c$  снабжены параметры в точке  $T = T_c$ . Здесь мы ограничились случаем электронной поляризуемости, для которой  $\left( \frac{\partial \alpha}{\partial T} \right)_{T_c} = 0$  [1, с. 195]]. Кроме того, учтем, что величина  $\beta = \frac{1}{\nu} \left( \frac{\partial \nu}{\partial T} \right)$  представляет собой коэффициент объемного расширения, который по порядку величины равен  $10^{-5} \text{ K}^{-1}$ . Тогда из формул

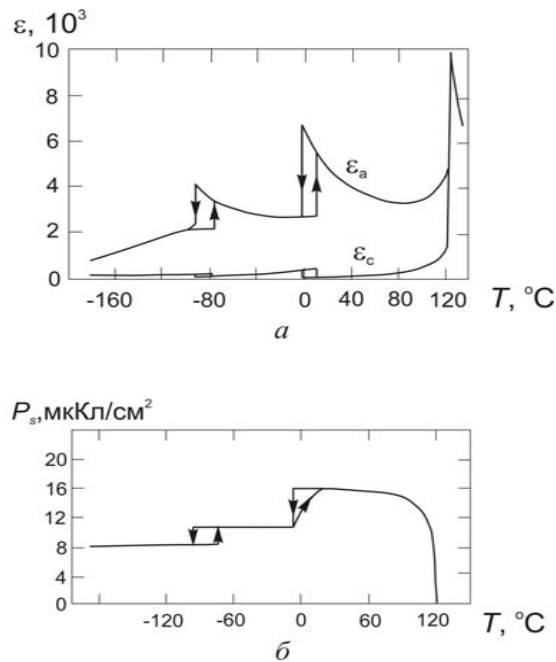


(8), (9) получим закон Кюри–Вейсса для диэлектрической проницаемости

$$\varepsilon(T) \approx \frac{3/\beta}{(T - T_c)} = \frac{C}{(T - T_c)}, \quad (10)$$

где коэффициент  $\frac{3}{\beta} \cong 10^5$  К имеет смысл константы Кюри  $C$  в эмпирическом законе Кюри–Вейсса (1). Такой порядок значения константы характерен для BaTiO<sub>3</sub> (см. табл. 2).

На рис. 2, а показана экспериментальная температурная зависимость  $\varepsilon$  для кристаллов титаната бария, измеренная вдоль различных



**Рис. 2.** а – температурная зависимость диэлектрической проницаемости кристаллов BaTiO<sub>3</sub>, измеренная параллельно ( $\varepsilon_c$ ) и перпендикулярно ( $\varepsilon_a$ ) к направлению  $\mathbf{P}_s$ ; б – температурная зависимость спонтанной поляризации кристалла BaTiO<sub>3</sub> [3]

кристаллографических направлений. Заметим, что зависимость  $\varepsilon(T)$  подчиняется закону Кюри–Вейсса (с другим значением константы) и ниже точки  $T_c = 120$  °С.

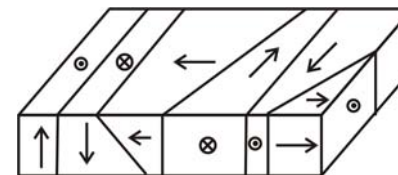
Обоснование температурной зависимости  $\varepsilon(T)$  и  $P_s(T)$  в полярной фазе проводится в рамках феноменологической теории сегнетоэлектричества В. Л. Гинзбурга [5, с. 170], где показано, что температурная зависимость спонтанной поляризации имеет вид

$$|P_s| \approx (T_0 - T)^{1/2}. \quad (11)$$

Экспериментальная кривая  $P_s(T)$  для титаната бария приведена на рис. 2, б.

## 5. Домены и гистерезис зависимости поляризации от напряженности электрического поля

В устойчивом термодинамическом состоянии сегнетоэлектрик разбит на *домены* – области, в которых направление элементарных диполей, образующих  $\mathbf{P}_s$ , одинаково и не совпадает с направлением  $\mathbf{P}_s$  в соседних доменах. Разбиение сегнетоэлектрика на домены уменьшает энергию внешнего поля, но увеличивает энергию границ раздела доменов. Устойчивая (либо метастабильная) конфигурация является результатом компромисса между этими двумя процессами



**Рис. 3.** Распределение направлений  $\mathbf{P}_s$  в многодоменном кристалле BaTiO<sub>3</sub>

и достигается при минимуме полной энергии кристалла.

После травления образца доменная структура наблюдается в микроскопе в поляризованном либо в обычном свете. Структура зависит от числа возможных направлений  $\mathbf{P}_s$  при переходе кри-

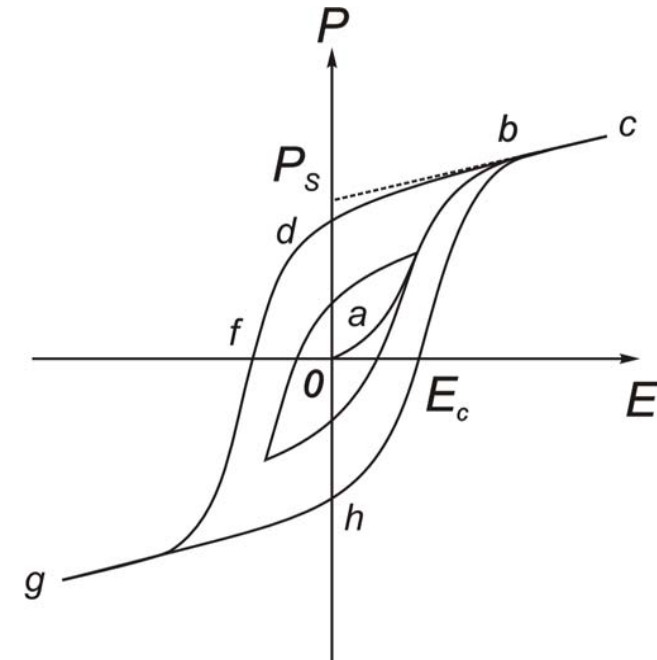
сталла из неполярной в полярную фазу. Кристалл  $\text{BaTiO}_3$  в неполярной фазе имеет кубическую ячейку, поэтому при переходе в тетрагональную фазу любое из трех направлений ребра куба может стать направлением  $\mathbf{P}_s$ . Следовательно, в тетрагональной фазе появляется шесть возможных направлений  $\mathbf{P}_s$ . Доменная структура показана на рис. 3. Характерный размер доменов в  $\text{BaTiO}_3$  равен  $10^{-4} \div 10^{-2}$  см.

Следствием доменной структуры сегнетоэлектрика является гистерезисная зависимость  $P(E)$ . Полный дипольный момент кристалла определяется суммой моментов доменов. Поэтому в отсутствие внешнего поля поляризация доменов скомпенсирована и для образца в целом равна нулю. При включении поля  $\mathbf{E}$ , достаточно слабого для того, чтобы переориентировать диполи, направленные против поля, кристалл ведет себя как линейный диэлектрик (рис. 4, участок  $oa$ ). При дальнейшем увеличении напряженности  $\mathbf{E}$  полный момент образца меняется за счет смещения доменных границ, а также зарождения и роста новых доменов. В результате действия этих механизмов скорость роста  $P(E)$  увеличится (рис. 4, участок  $ab$ ) и, наконец, когда весь кристалл перейдет в состояние с направлением поляризации вдоль  $\mathbf{E}$ , наступает участок насыщения ( $bc$ ), на котором рост  $P(E)$  происходит за счет индуцированной поляризации. Экстраполяция прямолинейного участка  $bc$  по линейному закону

$$P(E) = P_s + \chi E, \quad (12)$$

где  $P_i = \chi E$  — индуцированная поляризация, а  $\chi$  — диэлектрическая восприимчивость, до пересечения с осью ординат дает величину спонтанной поляризации образца  $P_s$ . При уменьшении поля и дальнейшем увеличении обратного поля изменение  $P(E)$  идет по кривой  $bdfg$ , лежащей выше начального участка кривой, так как смещение доменных границ и рост новых доменов задерживается. При полном цикле изменения поля в прямом и обратном направлении кривая описывает замкнутую петлю гистерезиса. Поле  $E_c$ , которое надо приложить для того, чтобы уменьшить  $P$  до нуля, называется коэрцитивным полем. Величина коэрцитивного поля в сегнетоэлектриках (табл.2) зависит от таких факторов, как температура, частота

поля, толщина и качество кристалла. Величина поляризации  $P_r$  на обратной кривой при  $E = 0$  называется остаточной поляризацией.



**Рис. 4.** Петли гистерезиса предельного ( $cdfghc$ ) и частного (внутренняя кривая) циклов сегнетоэлектрика. Линейная экстраполяция участка насыщения ( $bc$ ) до пересечения с осью  $OP$  дает  $P_s$ ; точка  $d$  соответствует остаточной поляризации  $P_r$ ; точка  $f$  — коэрцитивному полю  $E_c$ .

Таблица 2

**Некоторые параметры сегнетоэлектриков** ( $E_c$  – коэрцитивное поле при низких ( $\approx 60$  Гц) частотах,  $\varepsilon$  – диэлектрическая проницаемость в слабом поле. В скобках указана температура, при которой проведены измерения)

Сегнетоэлектрик	$E_c, 10^5$ В/м	$\varepsilon$
Титанат бария	$0.5 \div 2$ (293 K)	$(8 \div 10) \cdot 10^3$ (393 K) $160 \div 4000$ (293 K)
Дигидрофосфат калия	2 (100 K)	$\approx 10^5$ (123 K) 50 (293 K)
Сегнетова соль	0.2 (278 K)	$\approx 10^3$ (295 K) 10 (173 K)

Вектор электрической индукции  $\mathbf{D}$  определяется соотношением

$$\mathbf{D} = \mathbf{E} + 4\pi\mathbf{P}, \quad \mathbf{D} = \varepsilon_0\mathbf{E} + \mathbf{P}, \quad (13)$$

поэтому зависимость  $D(E)$  также имеет вид петли гистерезиса. Для случая сегнетоэлектриков  $4\pi\mathbf{P} \gg \mathbf{E}$  ( $\mathbf{P} \gg \varepsilon_0\mathbf{E}$  в системе СИ), поэтому зависимости  $P(E)$  и  $D(E)$  различаются только масштабом.

Кривая  $oabc$ , которую описывает точка вершины частного цикла при плавном увеличении поля, называется *основной кривой поляризации*  $D_{oabc}(E)$ . Из-за нелинейной зависимости  $D_{oabc}(E)$  следует различать *дифференциальную диэлектрическую проницаемость*

$$\varepsilon_{dif} = \frac{dD_{oabc}}{dE}, \quad \varepsilon_{dif} = \frac{dD_{oabc}}{\varepsilon_0 dE} \quad (14)$$

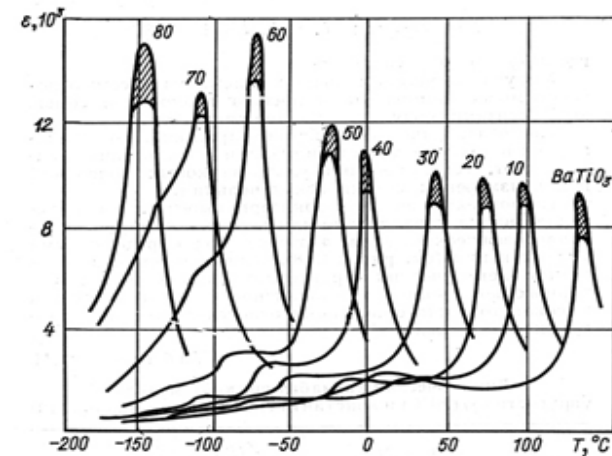
и *диэлектрическую проницаемость*, определяемую как угловой коэффициент  $D(E)$  в начале координат

$$\varepsilon = \left( \frac{dD_{oabc}}{dE} \right)_{E=0}, \quad \varepsilon = \left( \frac{dD_{oabc}}{\varepsilon_0 dE} \right)_{E=0}. \quad (15)$$

Последнюю можно также определить как *диэлектрическую проницаемость, измеряемую в слабом переменном поле*, т. е. в поле, интенсивность которого недостаточна для переориентации доменов.

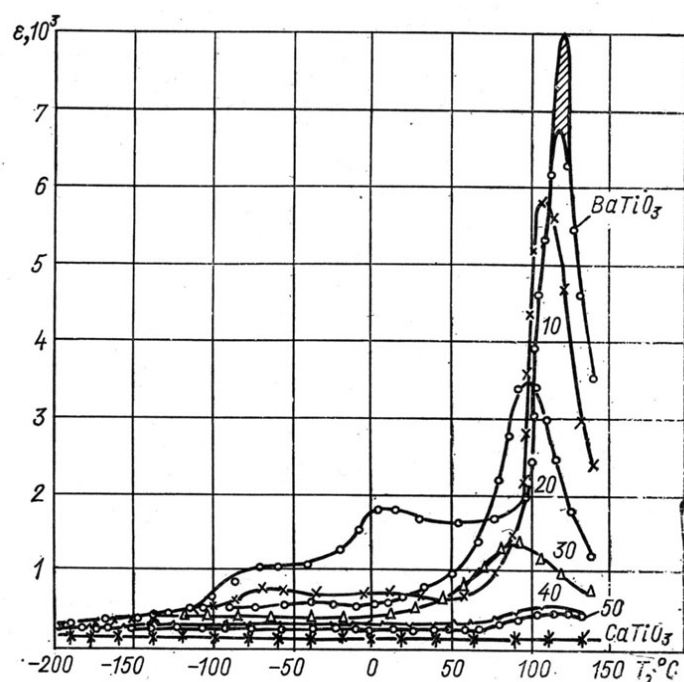
## 6. Сегнетоэлектрические керамики

Широкое применение в технике имеет поликристаллическая керамика на основе  $\text{BaTiO}_3$  с добавками  $\text{BaZrO}_3$ ,  $\text{SrTiO}_3$ ,  $\text{CaTiO}_3$  и др. Керамика изготавливается спеканием при высоких температурах  $\approx 1400$  °С. Образцы керамики представляют собой совокупность кристаллитов, которые, в свою очередь, состоят из большого количества доменов. Свойства керамики являются результатом усреднения свойств образующих их кристаллитов. Свойствами керамики можно управлять посредством изменения состава твердых растворов.



**Рис. 5.** Зависимость диэлектрической проницаемости растворов  $\text{BaTiO}_3 - \text{SrTiO}_3$  от температуры. Числовые метки над кривыми указывают содержание  $\text{SrTiO}_3$  в % [6, с. 333].

Влияние процентного содержания добавки на температурную зависимость диэлектрической проницаемости твердых растворов  $\text{BaTiO}_3$  —  $\text{SrTiO}_3$  и  $\text{BaTiO}_3$  —  $\text{CaTiO}_3$  иллюстрируется графиками, показанными на Рис.2.5 и 2.6. Из Рис. 5 видно, что замещение титана стронцием уменьшает температуру фазового перехода этого твердо-



**Рис. 6.** Зависимость диэлектрической проницаемости твердых растворов  $\text{BaTiO}_3$  —  $\text{CaTiO}_3$  от температуры. Числа — содержание  $\text{CaTiO}_3$  в % [6, с. 333].

го раствора от 120 °C до – 150 °C (при 80 %  $\text{SrTiO}_3$ ). Рис. 6 иллюстрирует «сглаживание» пиков диэлектрической проницаемости, которое происходит при увеличении содержания  $\text{CaTiO}_3$  в растворе. Для создания сегнетоэлектрических керамик используются также твердые растворы с несколькими компонентами. Если в керамике созданы неоднородные внутренние напряжения, то, из-за суперпо-

зиции нескольких кривых со слегка смещенными по температуре пиками, результирующая кривая становится более полой. Так, например, пик диэлектрической проницаемости кристалла чистого титаната бария при 120 °C смещается при внесении добавок стронция и кальция до 30 °C, причем пик сильно сглаживается:  $\epsilon$  уменьшается лишь вдвое при изменении температуры на  $\pm 50$  °C.

Эти свойства сегнетоэлектрических керамик используются при создании различных типов малогабаритных конденсаторов большой емкости. Некоторые из них обладают уникальными свойствами, например: *вариконд* — конденсатор, заполненный сегнетокерамикой, емкость которого нелинейно зависит от приложенного напряжения и *компенсирующий конденсатор*, емкость которого изменяется при нагреве. Сегнетэлектрическая керамика для варикондов изготовлена на основе твердых растворов  $\text{Ba}(\text{Ti},\text{Sn})\text{O}_3$  или  $\text{Pb}(\text{Ni},\text{Zr},\text{Sn})\text{O}_3$ . Некоторые сегнетоэлектрические свойства варикондов приведены в табл. 3.

Таблица 3.

Свойства сегнетокерамики для варикондов.

Материал	$T_c, ^\circ\text{C}$	$\epsilon$ при 20°C
ВК-1	75	2300 – 2500
ВК-2	75	2000 – 2500
ВК-3	25	10000 – 20000
ВК-4	105	1800 – 2000
ВК-5	25	2000 – 3000
ВК-6	200	400 – 500

Приведенные здесь сведения необходимо учитывать при интерпретации результатов измерений, т.к. образцы для лабораторной работы обычно изготавливаются из конденсаторной сегнетоэлектрической керамики.

## Работа 4.3

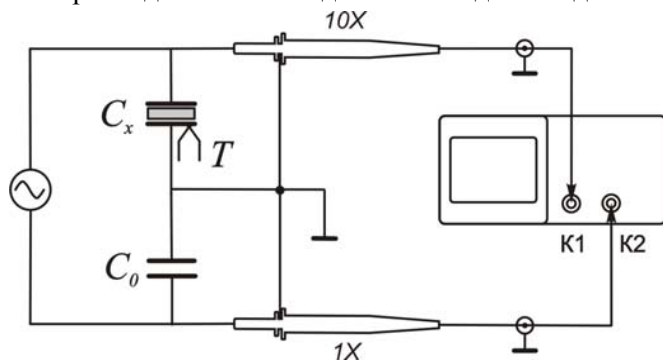
## Изучение свойств сегнетоэлектрика

**Цель работы** – изучение зависимости спонтанной поляризации и диэлектрической проницаемости сегнетоэлектрика от температуры и измерение характеристических параметров образца из сегнетоэлектрической керамики.

## 1. Регистрация петли гистерезиса

Исследуемый образец представляет собой плоскопараллельную пластинку сегнетоэлектрической конденсаторной керамики толщиной  $d$  и площадью  $S$  с посеребренными плоскостями, к которым припаяны электрические выводы. Данные для  $d$  и  $S$  приведены в спецификации к работе.

Классическая схема для записи петли гистерезиса (Сойер и Тауэр, 1930) показана на рис. 7. К выходу генератора синусоидальных колебаний присоединены последовательно два конденсатора, один



**Рис. 7.** Схема для записи петли гистерезиса:  $C_x$  – сегнетоэлектрический конденсатор;  $C_0$  – линейный конденсатор;  $T$  – термопара;  $10X$  – пробник с коэффициентом ослабления 10;  $1X$  – пробник с коэффициентом ослабления 1; K1, K2 – первый и второй каналы осциллографа, соответственно.

из которых – это исследуемый образец сегнетоэлектрика ( $C_x$ ), а второй – эталонный линейный конденсатор ( $C_0$ ). В схеме выполняется условие  $C_0 \gg C_x$ , благодаря которому можно считать, что практически все напряжение с генератора падает на конденсаторе  $C_x$ , и следовательно напряжение  $U_x$ , снимаемое с этого конденсатора, является синусоидальным. Напряжение  $U_x$  через пробник  $10X$  подается на вход канала 1 осциллографа (K1). Это напряжение пропорционально напряженности электрического поля в сегнетоэлектрике

$$E = \frac{U_x}{d}. \quad (16)$$

Второй канал осциллографа (K2) через пробник  $1X$  подключен к линейному конденсатору  $C_0$ . Если измерительная цепь (пробники подсоединенные к осциллографу) не оказывает сильного влияния на тестируемую схему, то можно приближенно полагать равенство зарядов на двух последовательно соединенных конденсаторах:  $Q = U_x C_x = U_y C_0$ , где  $U_y$  – напряжение на линейном конденсаторе.

Кроме того, из граничных условий на поверхности раздела металлическая обкладка – сегнетоэлектрик следует, что в сегнетоэлектрике  $D = 4\pi \frac{Q}{S}$  ( $D = \frac{Q}{S}$  в системе СИ). Комбинируя две последние формулы, получим

$$D = 4\pi \frac{U_y C_0}{S}, \quad D = \frac{U_y C_0}{S}. \quad (17)$$

Напряжение на линейном конденсаторе оказывается пропорциональным электрической индукции в сегнетоэлектрике. Если, кроме того, выполняется условие  $4\pi P \gg E$  ( $P \gg \epsilon_0 E$  в системе СИ), то можно записать для поляризации

$$P = \frac{U_y C_0}{S}. \quad (18)$$

Петля гистерезиса наблюдается в экранном режиме XY: напряжение канала 1 определяет координату точки на оси X (горизонтальная ось), а напряжение на канале 2 – координату Y (вертикальная ось). Таким образом, по известным параметрам  $C_0$ ,  $S$  и  $d$  можно

построить гистерезисную кривую в виде зависимости  $P(E)$  или  $D(E)$ .

Любое измерение оказывает влияние на исследуемый процесс. Поэтому следует определить параметры измерительной схемы, при которых этим влиянием можно пренебречь. Емкость исследуемого сегнетоэлектрического конденсатора достаточно мала и составляет по порядку величины  $C_x \approx 1$  нФ, что соответствует импедансу

$$|Z_{Cx}| = \frac{1}{2\pi f C_x} \approx 0.3 \text{ МОм при частоте } f = 500 \text{ Гц.}$$

Для того чтобы обеспечить малость амплитудных и фазовых искажений вносимых измерительной цепью должно выполняться условие  $|Z_{Cx}| \ll R_{вх}$ , где  $R_{вх}$  – входное сопротивление пробника подсоединенного к осциллографу. В работе применяется пассивный пробник P2200 с  $R_{вх} \approx 10$  МОм в положении переключателя коэффициента ослабления 10X, и  $R_{вх} \approx 1$  МОм в положении переключателя коэффициента ослабления 1X.

В схеме рис. 7 сигнал  $U_x$  ослабляется пробником 10 раз, поэтому для отображения истинного напряжения на сегнетоэлектрическом конденсаторе в меню K1 следует установить значение параметра Probe 10X.

**Предостережение.** Максимальное напряжение на входе при использовании пробника в положении 10X для синусоидального сигнала не должно превышать 300 В (среднеквадратичное значение) и 150 В в положении пробника 1X. Превышение этих значений может привести к повреждению осциллографа.

## 2. Измерение температуры

При исследовании зависимости свойств сегнетоэлектрика от температуры схема (см. рис. 7) дополняется устройством для подогрева образца и измерения его температуры. Образец нагревается в печи, представляющей собой проволочное сопротивление, на которое подается регулируемое напряжение от источника. Температура контролируется термопарой либо полупроводниковым датчиком температуры. Датчик температуры находится в тепловом контакте с одной из пластин сегнетоэлектрического конденсатора.

## 3. Задания

**Задание 1. Запись петли гистерезиса предельного цикла. Определение коэрцитивного поля  $E_c$ , остаточной  $P_r$  и спонтанной поляризации  $P_s$ . Определение потерь энергии на переполяризацию образца.**

Исходя из данных по величине коэрцитивного поля для различных сегнетоэлектриков (табл. 2) и толщины исследуемого образца сегнетоэлектрика  $d$ , определите примерный диапазон рабочего напряжения генератора. С помощью пробника 10X и осциллографа проверьте, обеспечивает ли выходное напряжение генератора этот диапазон. Напряжение генератора не должно превышать 300 В ср. кв.

1. Перед началом работы проверьте работоспособность схемы (см. рис. 7). Для этого вместо исследуемой емкости  $C_x$  включите в схему обычный линейный конденсатор типа СГМ (диэлектрик – слюда). В экранном формате YТ подберите уровень выходного напряжения и частоту генератора, чувствительность каналов осциллографа, скорость развертки, тип, наклон и уровень синхронизации для получения на экране устойчивой картинке с двумя синусоидами. Уменьшите выходное напряжение до нуля и убедитесь, что уровень помех позволяет работать при выбранной чувствительности каналов.

Переключите экран в формат XY. Так как вы соединили два линейных конденсатора, то на экране должен наблюдаться эллипс, с помощью которого можно определить сдвиг фаз между двумя синусоидами [6]. При низкой частоте генератора  $f \approx 20$  Гц импеданс исследуемого конденсатора  $|Z_{Cx}| \approx 7.5$  МОм примерно совпадает с входным импедансом пробника, поэтому наблюдается заметный фазовый сдвиг между двумя синусоидами  $U_x(t)$  и  $U_y(t)$ . Плавно увеличивайте частоту до тех пор, пока эллипс не вырождается в прямую линию, наклоненную под некоторым углом к оси OX. Эту частоту можно выбрать в качестве рабочей. (Рекомендуется  $f \approx (0.5 \div 1)$  кГц).

2. После проверки уровня помех и сдвига фаз замените в схеме линейный конденсатор на конденсатор, заполненный сегнетоэлектриком  $C_x$ . Переведите экран в формат XY. Плавно увеличивайте

уровень выходного напряжения генератора до получения петли гистерезиса с выраженным участком насыщения – *петли предельного цикла*. Установите петлю симметрично относительно осей ОХ и ОУ.

Последующую обработку петли гистерезиса можно проводить двумя методами: графически или с помощью электронной таблицы Excel. В первом методе вы должны сохранить файл снимка экрана в формате .bmp, распечатать его на принтере и определить коэрцитивное поле  $E_c$ , остаточную  $P_r$  и спонтанную  $P_s$  поляризации графически, как это показано на рис. 4. При цифровом методе (например, с помощью Excel) вы должны перевести экран осциллографа в формат YТ и сохранить осциллограммы обоих каналов в меню **Save Waveform** (сохр./вызов  $\Rightarrow$  Action = Save waveform) в формате .csv с разделением запятыми, что позволит импортировать эти файлы в Excel. Дальнейшая обработка производится средствами Excel или любой из математических программ: Mathcad, Matlab, Origin.

Постройте график  $P(E)$ . На диаграмме петли определите участок насыщения ( $bc$  на рис. 4). Экстраполируйте участок насыщения до пересечения с осью  $E = 0$ . Определите координаты точек, соответствующих коэрцитивному полю  $E_c$ , остаточной  $P_r$  и спонтанной поляризации и  $P_s$ . Оцените погрешности измерения этих параметров.

3. Определите потери энергии на переполяризацию образца и среднюю за период мощность потерь. Для этого следует воспользоваться общим выражением для объемной плотности энергии в диэлектрике  $w = \frac{1}{4\pi} \int \mathbf{E} d\mathbf{D}$  [5, Стр. 118]. Если рассмотреть графическую интерпретацию работы на диаграмме  $D(E)$  для сегнетоэлектриков (рис. 4), а также учесть, что  $4\pi P \gg E$  ( $P \gg \varepsilon_0 E$  в системе СИ) и поэтому  $D \approx 4\pi P$  ( $D \approx P$  в системе СИ), то можно определить, что диссипация энергии за период в единице объема равна площади петли гистерезиса

$$\Delta W \approx \oint E dP, \quad (19)$$

а средняя за период мощность потерь равна площади петли, умноженной на частоту

$$\Delta N \approx f \oint E dP. \quad (20)$$

При переполяризации сегнетоэлектрика переменным электрическим полем часть энергии поля преобразуется в теплоту. Это связано с тем, что колебания электронов, атомов и ионов решетки всегда связаны с диссипацией части энергии, которую они приобретают в поле. В сегнетоэлектриках механизмы диссипации усложняются кооперативным эффектом при взаимодействии ионов решетки, а также перераспределением энергии между доменами и доменными стенками. Вследствие всех этих механизмов потери в сегнетоэлектриках зависят как от частоты, так и от амплитуды приложенного поля.

Исходя из данных по величине коэрцитивного поля для различных сегнетоэлектриков (табл. 2) и толщины исследуемого образца сегнетоэлектрика  $d$ , определите примерный диапазон рабочего напряжения генератора. С помощью пробника 10X и осциллографа проверьте, обеспечивает ли выходное напряжение генератора этот диапазон. Напряжение генератора не должно превышать 300 В ср. кв.

4. Перед началом работы проверьте работоспособность схемы (см. рис. 7). Для этого вместо исследуемой емкости  $C_x$  включите в схему обычный линейный конденсатор типа СГМ (диэлектрик – слюда). В экранном формате YТ подберите уровень выходного напряжения и частоту генератора, чувствительность каналов осциллографа, скорость развертки, тип, наклон и уровень синхронизации для получения на экране устойчивой картинки с двумя синусоидами. Уменьшите выходное напряжение до нуля и убедитесь, что уровень помех позволяет работать при выбранной чувствительности каналов.

Переключите экран в формат XY. Так как вы соединили два линейных конденсатора, то на экране должен наблюдаться эллипс, с помощью которого можно определить сдвиг фаз между двумя синусоидами [6]. При низкой частоте генератора  $f \approx 20$  Гц импеданс исследуемого конденсатора  $|Z_{Cx}| \cong 7.5$  МОм примерно совпадает с входным импедансом пробника, поэтому наблюдается заметный фазовый сдвиг между двумя синусоидами  $U_x(t)$  и  $U_y(t)$ . Плавно увеличивайте частоту до тех пор, пока эллипс не вырождается в прямую линию, наклоненную под некоторым углом к оси ОХ. Эту час-

тоту можно выбрать в качестве рабочей. (Рекомендуется  $f \cong (0.5 \div 1)$  кГц).

5. После проверки уровня помех и сдвига фаз замените в схеме линейный конденсатор на конденсатор, заполненный сегнетоэлектриком  $C_x$ . Переведите экран в формат XY. Плавно увеличивайте уровень выходного напряжения генератора до получения петли гистерезиса с выраженным участком насыщения – *петли предельного цикла*. Установите петлю симметрично относительно осей ОХ и ОУ.

Последующую обработку петли гистерезиса можно проводить двумя методами: графически или с помощью электронной таблицы Excel. В первом методе вы должны сохранить файл снимка экрана в формате .bmp, распечатать его на принтере и определить коэрцитивное поле  $E_c$ , остаточную  $P_r$  и спонтанную  $P_s$  поляризации графически, как это показано на рис. 4. При цифровом методе (например, с помощью Excel) вы должны перевести экран осциллографа в формат YТ и сохранить осциллограммы обоих каналов в меню Save Waveform (сохр./вызов  $\Rightarrow$  Action = Save waveform) в формате .csv с разделением запятыми, что позволит импортировать эти файлы в Excel. Дальнейшая обработка производится средствами Excel или любой из математических программ: Mathcad, Matlab, Origin.

Постройте график  $P(E)$ . На диаграмме петли определите участок насыщения ( $bc$  на рис. 4). Экстраполируйте участок насыщения до пересечения с осью  $E = 0$ . Определите координаты точек, соответствующих коэрцитивному полю  $E_c$ , остаточной  $P_r$  и спонтанной поляризации и  $P_s$ . Оцените погрешности измерения этих параметров.

6. Определите потери энергии на переполяризацию образца и среднюю за период мощность потерь. Для этого следует воспользоваться общим выражением для объемной плотности энергии в диэлектрике  $w = \frac{1}{4\pi} \int \mathbf{E} d\mathbf{D}$  [5, Стр. 118]. Если рассмотреть графическую интерпретацию работы на диаграмме  $D(E)$  для сегнетоэлектриков (рис. 4), а также учесть, что  $4\pi P \gg E$  ( $P \gg \epsilon_0 E$  в системе СИ) и поэтому  $D \approx 4\pi P$  ( $D \approx P$  в системе СИ), то можно определить, что диссипация энергии за период в единице объема равна площади петли гистерезиса

$$\Delta W \approx \oint E dP, \quad (19)$$

а средняя за период мощность потерь равна площади петли, умноженной на частоту

$$\Delta N \approx f \oint E dP. \quad (20)$$

При переполяризации сегнетоэлектрика переменным электрическим полем часть энергии поля преобразуется в теплоту. Это связано с тем, что колебания электронов, атомов и ионов решетки всегда связаны с диссипацией части энергии, которую они приобретают в поле. В сегнетоэлектриках механизмы диссипации усложняются кооперативным эффектом при взаимодействии ионов решетки, а также перераспределением энергии между доменами и доменными стенками. Вследствие всех этих механизмов потери в сегнетоэлектриках зависят как от частоты, так и от амплитуды приложенного поля.

### Задание 2. Построение зависимости $\epsilon_{diff}(E)$ и определение $\epsilon$

4. Постройте основную кривую поляризации  $D_{oavc}(E)$ . Основная кривая поляризации является геометрическим местом точек вершин *частных циклов* (рис. 4), которые получены при различных амплитудах переменного поля в образце. Достаточно измерить максимальные амплитуды периодических сигналов  $U_{mx}$  и  $U_{my}$  при различных значениях напряжения с генератора и по формулам (16), (18) рассчитать соответствующие координаты вершин частных циклов. Напряжение генератора следует плавно увеличивать, начиная с нулевого значения. Измерения амплитуд проводить в формате экрана YТ. Экспериментальные точки аппроксимируются с помощью полинома. Зависимость  $\epsilon_{diff}(E)$  строится численным дифференцированием кривой  $D_{oavc}(E)$  (14), а  $\epsilon$  определяется из выражения (15). Оценить погрешность определения  $\epsilon$ .

### Задание 3. Определение температурной зависимости спонтанной поляризации $P_s(T)$ и температуры перехода $T_c$

5. Поместить конденсатор, заполненный сегнетоэлектриком, в нагреватель. Измерить  $P_s$  методом, описанным в задании 1, при уве-



личении температуры образца от комнатной до  $T \cong 80^\circ\text{C}$ . Температурный интервал между отсчетами следует сокращать в области фазового перехода. С увеличением температуры  $P_s$  уменьшается и при температуре перехода  $T_c$  становится близкой к нулю. Петля гистерезиса с ростом температуры плавно трансформируется в прямую линию, наклоненную под углом к оси ОХ, либо в эллипс с некоторым остаточным сдвигом фаз между  $U_x$  и  $U_y$ . Постройте график  $P_s(T)$  и определите по нему  $T_c$ . Нанесите на график флажок ошибок для каждой точки. Оцените ошибку определения  $T_c$ .

**Задание 4. Определение температурной зависимости диэлектрической проницаемости сегнетоэлектрика  $\varepsilon(T)$ . Проверка закона Кюри-Вейсса в области фазового перехода**

6. Снимите зависимость емкости конденсатора, заполненного сегнетоэлектриком, от температуры  $C_x(T)$  в диапазоне температур от комнатной до температуры, превышающей  $T_c$  примерно на 20 %. Для того чтобы построить график зависимости  $\varepsilon(T)$ , используйте соотношение  $\varepsilon(T) = \frac{C_x(T)}{C}$ , где  $C = \varepsilon_0 \frac{S}{d}$  – емкость конденсатора без сегнетоэлектрика. В области фазового перехода, в которой диэлектрическая проницаемость быстро меняется, отсчеты делайте более часто, чем на гладком участке зависимости  $\varepsilon(T)$ . Выключите нагрев конденсатора после достижения максимальной температуры и снимите зависимость  $\varepsilon(T)$  при остывании образца. Определите точку Кюри по кривой  $\varepsilon(T)$  и сравните ее с  $T_c$ , полученной в задании 3 по кривой  $P_s(T)$ . Сравните значение  $\varepsilon$  при нормальной температуре со значением проницаемости, полученной в задании 2, методом дифференцирования основной кривой поляризации.

Для того чтобы применить уравнение (1) к описанию экспериментальной зависимости  $\varepsilon(T)$ , следует учесть, что в точке перехода  $T_c$  наблюдается высокое, но конечное значение  $\varepsilon$ . Пусть  $\varepsilon(T_c) = \varepsilon_c$ . Тогда уравнение (1) обобщается в виде

$$\frac{1}{\varepsilon} - \frac{1}{\varepsilon_c} = \frac{(T - T_c)^n}{C}, \quad (21)$$

где  $n$  – показатель степени при температуре. В координатах  $\ln(\frac{1}{\varepsilon} - \frac{1}{\varepsilon_c})$  от  $\ln(T - T_c)$  имеем прямую линию

$$\ln\left(\frac{1}{\varepsilon} - \frac{1}{\varepsilon_c}\right) = n \ln(T - T_c) - \ln C \quad (22)$$

с тангенсом угла наклона  $n$  к оси абсцисс, которая пересекает ось ординат в точке  $-\ln C$ .

7. Обработайте экспериментальные точки в координатах  $\ln(\frac{1}{\varepsilon} - \frac{1}{\varepsilon_c})$  от  $\ln(T - T_c)$  методом линейной регрессии (метод наименьших квадратов). Сравните полученные значения  $n$  и  $C$  со значениями, предсказываемыми законом Кюри – Вейсса.

## 4. Контрольные вопросы

### 4.1. Природа сегнетоэлектричества

1. Опишите основные механизмы поляризуемости атомов и ионов в диэлектрике.
2. Какова роль локального поля в механизме возникновения спонтанной поляризации в диэлектрике.
3. Задача из [1]. Критерий сегнетоэлектричества для нейтральных атомов. Рассмотреть систему из двух нейтральных атомов, находящихся на фиксированном расстоянии  $r$ . Пусть поляризуемость каждого атома равна  $\alpha$ . Найти соотношение между  $\alpha$  и  $r$ , при выполнении которого эта система будет сегнетоэлектрической.
4. Каковы основные характеристики диэлектрика, которые позволяют отнести его к классу сегнетоэлектриков.
5. Какие изменения в доменной структуре ответственны за различные участки основной кривой поляризации.

### 4.2. Эксперимент

1. Рассчитайте коэффициент деления переменного напряжения на емкостях  $C_0$ ,  $C_x$ .

2. Каков уровень помех и величина сдвига фаз в контрольном эксперименте с линейной емкостью, и какова связанная с ними величина систематической ошибки.
3. Измерьте отклонение температуры образца от комнатной при рабочей частоте напряжения с генератора. Объясните различие, если оно наблюдается.
4. Задача из [1]. Влияние воздушного зазора. Если при измерении диэлектрической постоянной сегнетоэлектрика с большой величиной  $\epsilon$  методом измерения емкости конденсатора между пластинкой диэлектрика и обкладками конденсатора существует воздушный зазор толщиной  $\delta$ , то какова будет ошибка измерения.

#### 4.3. Интерпретация полученных данных

1. Сравните диэлектрическую проницаемость, определенную двумя методами: по углу наклона основной поляризационной кривой в нулевой точке и методом измерения емкости конденсатора в слабом переменном поле. Объясните различие, если оно наблюдается.
2. Наблюдается ли различие температурных зависимостей  $\epsilon(T)$  при нагревании и охлаждении образца. Если да, то с чем это может быть связано.
3. По измеренной в работе величине спонтанной поляризации  $P_s$  оцените сдвиг центра тяжести отрицательных зарядов в элементарной ячейке кристалла относительно центра тяжести положительных зарядов, исходя из структуры типа титаната бария (рис. 1).

#### 5. Содержание отчета

- 1) Схема эксперимента с обозначением номиналов конденсаторов и входных сопротивлений пробников.
- 2) Основные формулы для расчета  $E$ ,  $D$ ,  $P$  в сегнетоэлектрике.
- 3) График петли гистерезиса предельного цикла при комнатной температуре в координатах  $E[\text{В/м}] - P[\text{Кл/см}^2]$ .
- 4) Значения величин  $P_s$ ,  $E_c$ ,  $P_r$  с анализом экспериментальной ошибки.

- 5) График зависимости  $\epsilon_{dif}(E)$  и значение  $\epsilon$  в слабом поле.
- 6) График температурной зависимости спонтанной поляризации  $P_s(T)$  и значение  $T_c$
- 7) График температурной зависимости диэлектрической проницаемости сегнетоэлектрика  $\epsilon(T)$ . Значение точки Кюри, определенной по кривой  $\epsilon(T)$ , и сравнение с  $T_c$ , которая следует из кривой  $P_s(T)$ .
- 8) График зависимости  $\ln\left(\frac{1}{\epsilon} - \frac{1}{\epsilon_c}\right)$  от  $\ln(T - T_c)$  и сравнение определенных по графику параметров  $n$  и  $C$  со значениями, предсказываемыми законом Кюри – Вейсса.

#### Библиографический список

1. Киттель Ч. Введение в физику твердого тела. М.: Наука, 1978.
2. Фейнмановские лекции по физике / Р. Фейнман, З. Лейтон, М. Сэндс. Вып. 5: Электричество и магнетизм. М.: Мир, 1966.
3. Иона Ф., Ширане Д. Сегнетоэлектрические кристаллы. М.: Мир, 1965.
4. Желудев И. С. Электрические кристаллы. М.: Наука, 1969.
5. Сивухин Д. В. Общий курс физики. Т. 3: Электричество. М.: Наука, 1983.
6. Методы физических измерений / Под ред. Р. И. Солоухина. Новосибирск: Наука. Сиб. отд-ние, 1975.
7. Таблицы физических величин, под ред. Кикоина И.К. М.: Атомиздат, 1976

### III. Магнитные свойства твердых тел

#### Основные обозначения

**M** – намагниченность среды,  
**H** – вектор H,  
**B** – магнитное поле,  
 $\chi$  – магнитная восприимчивость,  
 $\mu$  – магнитная проницаемость,  
 $e$  – абсолютная величина заряда электрона,  
 $m_e$  – масса покоя электрона,  
 $r$  – радиус электронной орбиты,  
 $S$  – площадь орбиты  
 $I$  – ток,  
 $v$  – скорость вращения электрона,  
 $T$  – период обращения электрона по орбите,  
 $\mathbf{m}_s, \mathbf{p}_s$  – спиновый магнитный и механический момент,  
 $\mathbf{m}_l, \mathbf{p}_l$  – орбитальный магнитный и механический момент,  
 $\gamma$  – гиромангнитное отношение для электрона,  
 $\hbar$  – постоянная Планка, деленная на  $2\pi$ ,  
 $m_d$  – дополнительный магнитный момент атома,  
 $Z$  – число электронов в оболочке атома,  
 $N$  – среднее число атомов в единице объема,  
 $U$  – магнитная энергия атома,  
 $T_c$  – температура Кюри,  
 $k$  – постоянная Больцмана,  
 $W$  – обменная энергия,  
 $\mathbf{S}$  – спиновые моменты,  
 $M_s$  – спонтанная намагниченность,  
 $M_r$  – остаточная намагниченность,  
 $H_c$  – коэрцитивное поле,  
 $Q$  – потери энергии на перемагничивание,  
 $j, j_m, j_{cm}$  – плотность тока: внешнего, молекулярного и смещения,  
 $\beta, \gamma$  – критические индексы магнитного фазового перехода,  
 $R, L, C$  – сопротивление, индуктивность, конденсатор (емкость),  
 $\Phi$  – магнитный поток,  
 $\xi, U$  – эдс, напряжение.

Магнетизм – одно из основных и во многом до сих пор загадочных явлений окружающего нас мира. Например, объяснения, почему кусок магнитного железняка в земле оказался намагниченным, откуда взялось магнитное поле Земли, почему происходит смещение магнитных полюсов Земли, или почему отсутствуют магнитные заряды (монополи) до сих пор остаются гипотетическими.

Всем веществам без исключения присущи магнитные свойства, т. е. при внесении в магнитное поле тело намагничивается – становится магнетиком. Разнообразие типов магнетиков обусловлено различием микрочастиц, входящих в состав атомов и молекул вещества, характером взаимодействий их между собой и внешним магнитным полем, фазовым состоянием и т. д. Для полного описания магнитных явлений необходимо использование законов квантовой механики, которые достаточно сложны. Однако макротела состоят из столь большого числа атомов, что квантовые характеристики усредняются и для качественного рассмотрения магнитных свойств некоторых веществ достаточно усредненных параметров, например, намагниченности (средний магнитный момент единицы объема вещества). Однако объяснить природу ферромагнетизма без использования квантовых представлений не удастся.

#### 1. Магнетизм микрочастиц и атомов

Магнитные свойства твердого тела определяются поведением микрочастиц, входящих в состав атомов и молекул, из которых состоят эти макротела. Поэтому вначале необходимо рассмотреть магнитные свойства свободного атома. Для качественного описания природы магнетизма атомов используем простейшую планетарную модель атома, согласно которой электроны вращаются вокруг положительно заряженного ядра по круговым орбитам.

Движущийся по круговой орбите радиуса  $r$  электрон (рис. 1), эквивалентен кольцевому току  $I = \frac{e}{T}$ , где  $e$  – абсолютная величина заряда электрона,  $T = \frac{2\pi r}{v}$  – период обращения электрона по орбите,  $v$  – скорость вращения. Соответствующий этому току орбитальный магнитный момент равен:

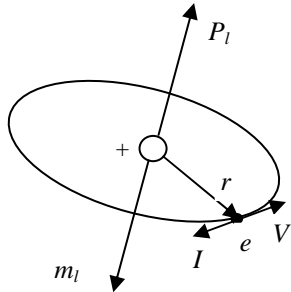


Рис. 1. Модель атома с электроном, вращающимся по окружности

$$m_l = \frac{SI}{c} = -\frac{evr}{2c}, \quad (1)$$

где  $S = \pi r^2$  – площадь орбиты<sup>2</sup>.

Помимо магнитного электрон имеет *орбитальный механический* момент количества движения электрона

$$p_l = m_e rv, \quad (2)$$

где  $m_e$  – масса покоя электрона. В уравнения (1) и (2) входит произведение  $vr$ , поэтому между магнитным  $\mathbf{m}_l$  и механическим  $\mathbf{p}_l$  моментами существует простое соотношение

$$\mathbf{m}_l = -\frac{e}{2m_e c} \mathbf{p}_l. \quad (3)$$

Полученное соотношение содержит только фундаментальные постоянные (отношение заряда к его массе), не зависит от радиуса орбиты, поэтому оно справедливо для любой формы орбиты и для многоэлектронных атомов. Знак минус в выражении (3) означает, что векторы магнитного и механического моментов при орбитальном движении направлены в противоположные стороны, что обусловлено отрицательным зарядом электрона. Множитель  $-\frac{e}{2m_e c} = \gamma$

называется *орбитальным магнитомеханическим (гиромеханическим) отношением* для электрона.

Кроме орбитального механического движения электрон обладает *собственным* моментом количества движения (*механическим*)  $\mathbf{p}_s$ , называемым *спином*, проекция которого на направление вектора  $\mathbf{B}$  имеет *только два* значения:  $+\hbar/2$  и  $-\hbar/2$ , ( $\hbar$  – постоянная Планка).

<sup>2</sup>Практически во всех работах, посвященных исследованиям магнитных свойств, используется гауссова (абсолютная) система единиц, поэтому в данном теоретическом разделе все соотношения будут записаны только в одной (гауссовой) системе.

*Спин* – это внутреннее свойство элементарной частицы, как заряд и масса, т. е. микрочастица не может "растаться" со своим спином, как не может потерять часть заряда или массы. Классической модели спина не существует, но для качественного понимания этого явления можно провести аналогию с вращением Земли вокруг собственной оси.

Спину соответствует *спиновый магнитный* момент  $\mathbf{m}_s$ , направленный противоположно моменту количества движения  $\mathbf{p}_s$ . Проекция спинового магнитного момента электрона на направление вектора  $\mathbf{H}$  так же может иметь *только два* значения ( $\pm \mathbf{m}_s$ ). По чисто квантовым причинам отношение *спинового магнитного* момента к *механическому*

$$\mathbf{m}_s = -\frac{e}{m_e c} \mathbf{p}_s \quad (4)$$

в два раза больше, чем отношение для *орбитальных* моментов (4). Полный магнитный момент электрона складывается из *орбитального магнитного момента*, связанного с движением электрона вокруг ядра и *спинового (собственного)* магнитного момента.

В любом атоме имеется несколько электронов, поэтому его суммарный момент количества движения и полный магнитный момент являются некоторой комбинацией спиновых и орбитальных моментов. Направление суммарного магнитного момента *всегда* противоположно направлению момента количества движения, а их отношение может принимать значения в интервале от  $-e/m_e c$  до  $-e/2m_e c$ . В общем виде соотношение между суммарными магнитным и механическими моментами имеет вид:

$$\mathbf{m}_s = -g \left( \frac{e}{2m_e c} \right) \mathbf{p}_s,$$

где множитель  $g$  характеризует состояние атома. Для чисто орбитальных моментов  $g$  равно единице, для чисто спиновых – 2, а для сложной системы, подобной атому, значение  $g$  находится между ними.

Ядро атома состоит из протонов и нейтронов, каждый из которых также обладает механическим и магнитным моментом. Магнитный момент любого атома есть векторная сумма магнитных мо-

ментов микрочастиц, входящих в данный атом. Поскольку магнитный момент протонов и нейтронов много меньше магнитного момента электронов, то можно считать, что магнитные свойства атома в *основном* определяются магнитными свойствами его электронной оболочки.

Следовательно, происхождение магнитного момента свободного атома обусловлено:

- орбитальным движением электронов относительно ядра, создающим орбитальный магнитный момент;
- спиновым магнитным моментом электронов;
- магнитным моментом ядра, который создается спиновыми моментами протонов и нейтронов.

Твердое тело представляет совокупность огромного количества атомов, магнитные моменты которых определяется не только микрочастицами, принадлежащими данному атому, но и их взаимодействием с частицами соседних атомов. Из изложенного следует, что все тела в той или иной степени магнитны, т. е. обладают магнитными свойствами.

## 2. Магнитное поле в веществе

При помещении магнетика в однородное внешнее магнитное поле происходит его намагничивание, т. е. магнетик становится источником магнитного поля. Причиной намагничивания является то, что в веществе существуют *гипотетические* электрические токи, замыкающиеся в пределах каждого атома (*молекулярные токи*), которые создаются орбитальным и спиновым движением заряженных частиц внутри самих атомов.

Основным соотношением для теории магнитных процессов в среде является уравнение, устанавливающее связь намагниченности с молекулярными токами

$$\mathbf{j}_\mu = c \cdot \text{rot} \mathbf{M}, \quad (5)$$

здесь  $\mathbf{j}_\mu$  – плотность молекулярных токов,  $\mathbf{M}$  – вектор намагниченности, равный векторной сумме магнитных моментов единичного объема вещества  $\mathbf{M} = \frac{\sum \mathbf{m}_i}{V}$ .

Магнитное поле в среде  $\mathbf{B}$  складывается из магнитного поля, создаваемого внешним (для среды) макроскопическим  $\mathbf{j}$  током, которым могут быть токи проводимости среды, токи электронных и ионных пучков, токи, текущие по проводам; и собственного поля, обусловленного молекулярными  $\mathbf{j}_\mu$  токами. Поскольку молекулярные токи и, вызванные ими магнитные поля, очень неоднородны в малых (порядка расстояния между молекулами) участках пространства, то поле в среде характеризуется средним его значением по объему, содержащему большое число молекул. Для вычисления макроскопического поля необходимо усреднить непрерывно меняющиеся молекулярные микротоки, заменив их макроскопическими токами, непрерывно меняющимися в пространстве, которые называются токами намагничивания. Плотность такого тока обозначается  $\mathbf{j}_m$ . Тогда уравнение для магнитного поля в среде будет иметь вид:

$$\text{rot} \mathbf{B} = \frac{4\pi}{c} (\mathbf{j} + \mathbf{j}_m). \quad (6)$$

Заменив в уравнении (6)  $\mathbf{j}_m$  на его значение из выражения (5), и объединив оба члена с ротором, получим:

$$\text{rot} (\mathbf{B} - 4\pi \mathbf{M}) = \frac{4\pi}{c} \mathbf{j}. \quad (7)$$

Введем *вспомогательный вектор*  $\mathbf{H}$

$$\mathbf{H} = \mathbf{B} - 4\pi \mathbf{M}. \quad (8)$$

Тогда уравнение (7) примет вид:

$$\text{rot} \mathbf{H} = \frac{4\pi}{c} \mathbf{j}. \quad (9)$$

После введения вектора  $\mathbf{H}$ , из уравнений *выпали молекулярные токи, остались только токи проводимости*, которые при проведении эксперимента можно контролировать. В этом и состоит смысл введения *вспомогательного вектора*  $\mathbf{H}$  [10, стр.234].

Формально соотношение (9) совпадает с уравнением для магнитного поля в вакууме, но его *физический смысл совершенно иной*. В выражении (9)  $\mathbf{H}$  не магнитное поле, а *вспомогательный вектор*, и ток не *полный*, а только *внешний*.

Основным вектором в теории магнетизма является вектор  $\mathbf{B}$ . Для нахождения величины магнитного поля  $\mathbf{B}$  необходимо знать

связь между векторами  $\mathbf{B}$  и  $\mathbf{M}$ , которая в общем случае является нелинейной и имеет достаточно сложный вид. Только для парамагнитных и диамагнитных сред эта связь является линейной (для ферромагнетиков только при слабых полях). Для них можно принять, что  $\mathbf{M} = \alpha \mathbf{B}$ , тогда формула (8) принимает вид:

$$\mathbf{H} = (1 - 4\pi\alpha)\mathbf{B} = \mathbf{B} / \mu,$$

где  $1/\mu = (1 - 4\pi\alpha)$ . В силу исторических причин принято выражать вектор  $\mathbf{M}$  не через  $\mathbf{B}$ , а через  $\mathbf{H}$ . Приведенные выше линейные зависимости можно записать в виде:

$$\mathbf{M} = \chi \mathbf{H}, \quad (10)$$

$$\mathbf{B} = (1 + 4\pi\chi)\mathbf{H} = \mu \mathbf{H}. \quad (11)$$

Введенный здесь коэффициент пропорциональности  $\chi$  называется магнитной восприимчивостью, а  $\mu = 1 + 4\pi\chi$  - магнитной проницаемостью среды.

Согласно выражению (8) векторы  $\mathbf{B}$  и  $\mathbf{H}$  имеют одинаковую размерность, но разные названия единицы измерения. В вакууме векторы  $\mathbf{B}$  и  $\mathbf{H}$  совпадают. Величину  $\mathbf{B}$  измеряют в гауссах, а величину  $\mathbf{H}$  - в эрстедах. Между гауссом и эрстедом нет никакой разницы. Это разные названия одной и той же величины.

### 3. Классификация магнетиков

По природе микроносителей магнетизма и характера взаимодействия их между собой и с внешним полем, все вещества можно разделить на *диамагнетики*, *парамагнетики*, *ферромагнетики*, *антиферромагнетики* и *ферримагнетики*. Обычно диа- и парамагнетики объединяются в группу *слабых магнитных* веществ, которые в отсутствие внешнего магнитного поля не намагничены.

В группу *сильных магнитных (магнитоупорядоченных)* веществ входят ферро- и ферримагнетики, имеющие большую намагненность даже в отсутствие внешнего магнитного поля, а так же антиферромагнетики, имеющие очень малую суммарную намагненность.

### 3.1. Слабодиамагнитные вещества

#### Диамагнетики

Диамагнетики - вещества, атомы и молекулы которых в отсутствие внешнего магнитного поля не обладают магнитным моментом. Это означает, что в веществе имеет место полная взаимная компенсация как орбитального, так и спинового магнитного момента.

К диамагнетикам относятся все инертные газы, водород, азот, хлор и др.; ряд металлов (медь, цинк, золото, висмут, ртуть и т. д.); неметаллы (кремний, фосфор, сера и т. д.), а также дерево, мрамор, стекло, воск, нефть, вода и многие органические соединения.

Явление диамагнетизма заключается в том, что в веществе, помещенном в магнитное поле, возникает магнитный момент, направленный противоположно вектору магнитного поля  $\mathbf{B}$ .

Качественно явление диамагнетизма можно объяснить как проявление электромагнитной индукции. Электрон, вращающийся вокруг ядра, ведет себя подобно петле с током. Из теории электромагнитных явлений известно, что *при внесении* в магнитное поле контура с током в нем индуцируется дополнительная ЭДС, которая приводит к изменению тока в контуре. В контуре, не обладающем сопротивлением (в нашем случае движущийся по орбите электрон образует именно такой контур), индуцированный ток сохраняется до тех пор, пока существует внешнее поле. Магнитное поле, создаваемое индукционным током, противоположно внешнему полю, поэтому поле в диамагнетике меньше намагничивающего. Внешнее проявление диамагнетизма состоит в том, что образец, помещенный в область с градиентом магнитного поля, должен выталкиваться из области сильного магнитного поля.

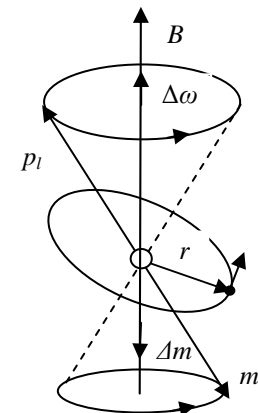


Рис. 2. Прецессия электронной орбиты в магнитном поле

Более подробно диамагнетизм можно описать как результат прецессии электронной орбиты атома относительно оси, проходящей через ядро параллельно направлению вектора  $\mathbf{B}$ . Действительно,

если атом, имеющий один электрон, поместить в магнитное поле  $\mathbf{B}$ , то при *включении* поля возникнет прецессия магнитного момента и плоскости орбиты вокруг направления вектора  $\mathbf{B}$  (рис. 2). Вследствие прецессии орбиты электрон получает небольшое приращение угловой скорости  $\Delta\omega$ , которое зависит только от величины поля  $\mathbf{B}$  и отношения заряда электрона к его массе  $e/m_e$

$$\Delta\omega = \frac{\Delta v}{r} = \frac{e}{2m_e c} \mathbf{B}.$$

Из этого соотношения следует, что угловая скорость прецессии электрона совпадает с направлением вектора  $\mathbf{B}$ .

Вызванный прецессией дополнительный магнитный момент, так же пропорционален приложенному полю, но *направлен против вектора  $\mathbf{B}$* , так как заряд электрона отрицательный

$$\Delta\mathbf{m} = -\frac{e^2 r^2}{4m_e c^2} \mathbf{B}. \quad (12)$$

В этом и состоит суть диамагнетизма электронной оболочки.

Этот эффект относится ко всем электронам, находящимся в любой оболочке атома. Если считать, что вещество состоит из атомов одного сорта, что электроны в атоме распределены сферически симметрично и в оболочке каждого атома находится  $Z$  электронов, то дополнительный магнитный момент одного атома равен

$$\mathbf{m}_a = -\frac{Ze^2 \overline{R^2}}{6m_e c^2} \mathbf{H}, \quad (13)$$

где  $\overline{R^2}$  – среднее значение квадрата радиуса орбиты.

**Примечание.** Поскольку эффекты диамагнетизма и парамагнетизма малы, то в формуле (13) вектор  $\mathbf{B}$  заменен на вектор  $\mathbf{H}$ .

Для получения среднего магнитного момента единицы объема (намагниченности  $\mathbf{M}$ ) необходимо (13) умножить на среднее число атомов в единице объема вещества  $N$ . В результате для вектора намагниченности  $\mathbf{M}$  получим:

$$\mathbf{M} = -\frac{Ze^2 N \overline{R^2}}{6m_e c^2} \mathbf{H} = \chi \mathbf{H}. \quad (14)$$

Отсюда следует, что вектор намагниченности среды  $\mathbf{M}$  пропорционален вектору поля  $\mathbf{H}$ , но имеет *противоположное* ему направление (рис. 3).

Коэффициент пропорциональности  $\chi$  называется магнитной восприимчивостью

$$\chi = -\frac{Ze^2 N \overline{R^2}}{6m_e c^2}. \quad (15)$$

Магнитная восприимчивость диамагнетика отрицательна и мала по величине ( $10^{-8} - 10^{-4}$ ). Она не зависит ни от температуры, ни от величины магнитного поля, но растёт пропорционально порядковому номеру  $Z$  элемента (см. Приложение табл. П1).

Если атомы вещества не обладают магнитным моментом, то единственным источником

намагниченности является диамагнетизм.

Поскольку электронные орбиты имеются в атоме любого вещества, то диамагнетизм присущ всем без исключения веществам, но проявляется только тогда, когда магнитные моменты всех электронных орбит и всех спинов скомпенсированы. В других случаях он перекрывается более сильным парамагнетизмом.

### Парамагнетики

Парамагнетики – вещества, имеющие не скомпенсированный собственный магнитный момент микрочастиц, составляющих атом (молекулу). Парамагнитные свойства проявляются у следующих классов физических объектов:

- атомы (молекулы), у которых нечетное число электронов, в этом случае суммарный спин системы не может быть равен нулю;
- свободные атомы и ионы с незаполненной внутренней электронной оболочкой;

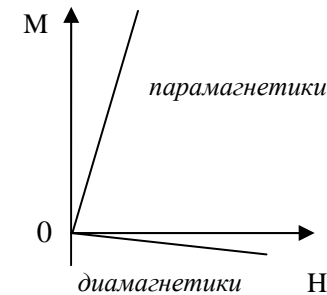


Рис. 3. Зависимость намагниченности  $M$  от поля  $H$  для диа- и парамагнетиков

- некоторые соединения с нечетным числом валентных электронов.

В отсутствие внешнего магнитного поля  $\mathbf{B}$  магнитные моменты отдельных атомов (молекул) парамагнетиков ориентированы равновероятно по всем направлениям. Вследствие теплового движения направление магнитных моментов непрерывно меняется, но результирующий средний магнитный момент парамагнитного тела в отсутствие внешнего магнитного поля всегда равен нулю.

При наложении внешнего, однородного магнитного поля возникнут силы, ориентирующие магнитный момент каждого атома по направлению вектора  $\mathbf{B}$ . В зависимости от ориентации магнитного момента, атом будет иметь различную магнитную энергию:

$$U = -(\mathbf{mB}) = mB \cos \alpha,$$

где  $\alpha$  – угол между направлением магнитного момента  $\mathbf{m}$  и вектором магнитного поля  $\mathbf{B}$ . Минимальное значение энергии будет при параллельной ориентации векторов  $\mathbf{m}$  и  $\mathbf{B}$ . Этой ориентации противодействует хаотическое тепловое движение равное  $kT$ . В результате установится некоторый результирующий магнитный момент, и тело окажется намагниченным. При комнатной температуре, не очень сильных магнитных полях и в предположении, что между атомами отсутствует взаимодействие, намагниченность равна

$$M = \frac{Nm^2}{3kT} H, \quad (16)$$

$N$  – число атомов в единице объема,  $k$  – постоянная Больцмана. (О замене  $B$  на  $H$  см. примечание на стр.80).

Из полученного соотношения следует, что в слабых магнитных полях намагниченность парамагнетика:

- положительна;
- пропорциональна намагничивающему полю (см. рис. 3);
- обратно пропорциональна температуре (рис. 4).

При *очень большом* намагничивающем поле и *низких* температурах, когда все магнитные моменты выстраиваются по направлению вектора  $\mathbf{H}$  и намагниченность достигает предельного значения, наступает так называемое магнитное насыщение.

С повышением температуры, при неизменном внешнем поле, возрастает дезориентирующая роль теплового движения молекул и

намагниченность, а так же магнитная восприимчивость убывает. Зависимость магнитной восприимчивости парамагнетиков от температуры описывается *законом Кюри*

$$\chi = \frac{Nm^2}{3kT} = \frac{C}{T}, \quad (17)$$

где  $C = Nm^2/3k$  – константа Кюри,  $T$  – абсолютная температура (температура, отсчитываемая от абсолютного нуля). Обратная магнитная

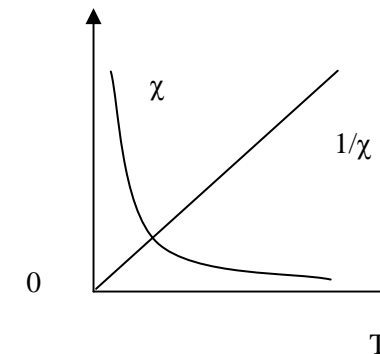


Рис. 4. Зависимость  $\chi$  и  $1/\chi$  от температуры для парамагнетиков

восприимчивость линейно зависит от температуры, при этом угол наклона определяется величинами  $N$  и  $\mathbf{m}$ .

Имеются парамагнетики, для которых магнитная восприимчивость очень слабо зависит от температуры (щелочные металлы) и с аномальной температурной зависимостью (титан, цирконий и др.).

Магнитная восприимчивость парамагнетиков мала, но в отличие от диамагнетиков всегда имеет положительные значения (см. Приложение табл. П1), поэтому парамагнетики втягиваются в область сильного магнитного поля.

К парамагнетикам относятся газы  $O_2$  и  $O$ , соли железа, кобальта, никеля, щелочные металлы, а также металлы магний, кальций, алюминий, хром, марганец и др.



### 3.2 Сильномагнитные (магнитоупорядоченные) вещества

Кроме диа- и парамагнетиков, слабо реагирующих на внешнее магнитное поле, существуют вещества, которые сильно намагничиваются даже в малых магнитных полях. К сильномагнитным веществам относятся твердые тела, обладающие следующими свойствами:

- кристаллическим строением;
- наличием самопроизвольной намагниченности;
- большим положительным значением магнитной восприимчивости  $\chi$ , если для слабомагнитных веществ  $\chi = (10^{-8} - 10^{-3})$ , то для сильномагнитных – магнитная восприимчивость достигает значений  $10^4 - 10^5$ .
- нелинейной зависимостью магнитной восприимчивости от магнитного поля и температуры;
- способностью намагничиваться до насыщения при обычных температурах в слабых магнитных полях;
- гистерезисом – зависимостью магнитных свойств от «магнитной предыстории»;
- точкой Кюри (Нееля), т. е. температурой, выше которой вещество теряет ферромагнитные свойства.

#### Магнитное упорядочение

Главное отличие сильномагнитных веществ от слабомагнитных состоит в степени упорядоченности магнитных моментов. Магнитное упорядочение – есть взаимное *самопроизвольное* (без участия внешнего магнитного поля) выстраивание магнитных моментов в веществе.

Различают следующие *типы магнитного упорядочения*.

*Ферромагнитное*, которое характеризуется параллельным расположением магнитных моментов  $\mathbf{m}$  атомов (рис. 5, а), и, соответственно, большой намагниченностью.

Ферромагнетизм наблюдается только у таких кристаллов, в решетке которых имеются атомы с незаполненными 3d или 4f электронными оболочками, обладающие не равным нулю значением результирующего спинового магнитного момента. Такими являются железо, никель, кобальт, некоторые редкоземельные элементы их сплавы, а также соединения: MnS, EuO, CrTe и др.

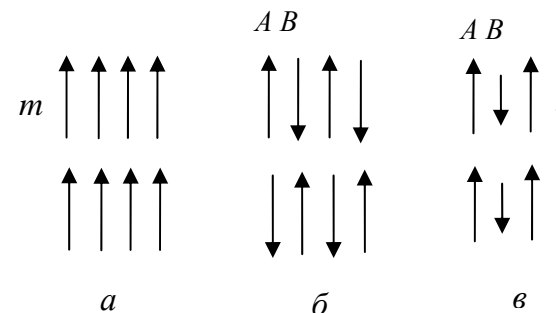


Рис.5. Типы магнитного упорядочения: а – ферромагнитное; б – антиферромагнитное; в – ферримагнитное

*Антиферромагнитное* коллинеарное упорядочение, при котором магнитные моменты атомов располагаются антипараллельно друг другу (рис. 5, б). Если объединить все магнитные моменты атомов, направленные вверх, в магнитную подрешетку А, а моменты, направленные вниз, – в подрешетку В, то суммарная самопроизвольная намагниченность окажется равной нулю. Несмотря на то, что каждая подрешетка имеет большую по величине спонтанную намагниченность, в целом вещество ведет себя как слабомагнитное (намагниченность антиферромагнетика составляет  $\sim 0,1\%$  от намагниченности ферромагнетика). Типичными антиферромагнетиками являются металлы Mn, Cr, Sm, Nd, соединения CoO, MnO, UO<sub>2</sub> и др.

#### Обменное взаимодействие

Магнитное упорядочение создается электростатическим взаимодействием электронов, принадлежащих соседним атомам в решетке. Можно считать, что электростатическое взаимодействие электронов состоит из двух частей: классического кулоновского взаимодействия и квантового (*обменного*) – зависящего от взаимного расположения магнитных моментов соседних атомов. Сущность обменного взаимодействия заключается в том, что электроны атомов, расположенных на достаточно близком расстоянии друг от друга, подчиняются принципу «неразличимости тождественных частиц». Этот принцип не имеет аналога в классической механике и заключается в том, что два электрона соседних атомов все время меняются местами, и невозможно определить какой из электронов принадлежит

данному атому. С этим обменом электронами связана энергия  $W_{\text{обм}}$  (обменная энергия), которую можно представить в виде соотношения

$$W = -2A(\mathbf{S}_1\mathbf{S}_2)\cos\alpha, \quad (18)$$

где  $\mathbf{S}_1$  и  $\mathbf{S}_2$  – спиновые моменты соседних атомов,  $\alpha$  – угол между ними,  $A$  – так называемый интеграл обменной энергии, величина которого определяется структурой атома и расстоянием атомов друг от друга, т. е. размерами ячейки кристалла. Примерная зависимость интеграла обменной энергии  $A$  от отношения межатомного расстояния  $a$  к радиусу  $r$  незаполненной электронной оболочки приведена на рис. 6.

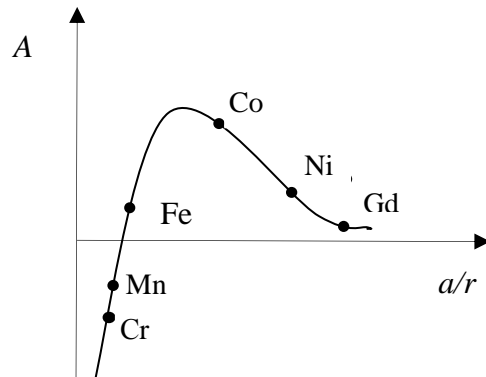


Рис. 6. Зависимость интеграла обменной энергии  $A$  от отношения межатомного расстояния  $a$  к радиусу  $r$

Величина интеграла обменной энергии, имеющего размерность энергии, определяет одну из основных характеристик ферровеществ – температуру Кюри. Чем больше  $A$ , тем больше должна быть тепловая энергия для разрушения магнитного порядка. Знак этого интеграла определяет параллельность или антипараллельность спинов в системе электронов.

Из анализа уравнения (18) следует, что в зависимости от знака интеграла  $A$  получаются два вида магнитного упорядочения:

1. Если интеграл обменного взаимодействия *положительный* ( $A > 0$ ), то минимум энергии будет при  $\alpha = 0^\circ$ , т. е. при *параллель-*

*ной* ориентации спинов. В этом случае спины самопроизвольно установятся параллельно, возникнет спонтанная намагниченность  $\mathbf{M}_s$ , т. е. вещество будет *ферромагнитным*,

2. Если интеграл обменного взаимодействия *отрицательный* ( $A < 0$ ), то обменная энергия будет минимальной при  $\alpha = 180^\circ$ , т. е. при *антипараллельной* ориентации спинов. Вещества с антипараллельной ориентацией спинов называются *антиферромагнетиками*.

Существует значительное количество магнитоупорядоченных веществ, в которых атомы находятся на значительном расстоянии друг от друга, и поэтому отсутствует перекрытие электронных облаков и, следовательно, нет прямого обменного взаимодействия между магнитными спиновыми моментами. Для объяснения магнитного упорядочения этих веществ существует теория так называемого косвенного обменного взаимодействия. В ферритах, например, обменное взаимодействие между магнитными ионами осуществляется через возбужденные ионы кислорода. Электронные оболочки магнитных ионов перекрываются с электронной оболочкой иона кислорода и, последний, как бы является «переносчиком» обменного взаимодействия. В редкоземельных металлах «переносчиками» обменного взаимодействия между атомами являются электроны проводимости.

Помимо обменного (близодействующего) взаимодействия между атомами существует дальнodayствующее магнитное *диполь-дипольное* взаимодействие. Энергия диполь-дипольного взаимодействия будет минимальной при антипараллельном расположении магнитных моментов спинов. Следствием конкуренции этих двух взаимодействий является то, что ферромагнитный образец разбивается на множество маленьких областей (*доменов*), в которых магнитные моменты выстроены в одном направлении, но в двух соседних областях спины устанавливаются антипараллельно. В результате образуется магнитная структура, обладающая минимумом суммарной энергии, при которой магнитные потоки замкнуты.

Между доменами существует переходной слой (стенки Блоха), в котором происходит плавный переход от одного направления спинов к другому. Ширина переходного слоя мала  $\sim 10^{-5}$  см. Размеры доменов, их форма и местоположение границ определяется мини-

мумом свободной энергии кристалла. Для образцов *малых* размеров (мелкие порошки или тонкие пленки) образование доменов энергетически невыгодно, так как обменные силы, являющиеся короткодействующими, оказываются более сильными, чем дальнедействующие магнитные. Поэтому такие образцы существуют в намагниченном состоянии, представляя собой *один* домен.

### Механизм намагничивания

Внесение ферромагнетика в магнитное поле приводит к его намагничиванию, т. е. увеличению средней намагниченности. Зависимость намагниченности  $\mathbf{M}$  от магнитного поля  $\mathbf{H}$  для всех магнитоупорядоченных веществ нелинейная, соответственно магнитная восприимчивость  $\chi$  не является константой.

Если ферромагнетик, находящийся в размагниченном состоянии ( $\mathbf{M} = 0$ ), поместить в магнитное поле, а затем начать плавно увеличивать поле, то получим начальную кривую намагничивания, примерный вид которой представлен на рис. 7.

Исходное состояние ( $\mathbf{H} = 0$ ,  $\mathbf{M} = 0$ ) соответствует размагниченному состоянию тела, когда все домены ориентированы равномерно во всех направлениях (рис. 8, а).

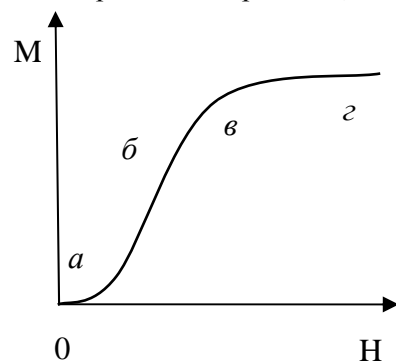


Рис. 7. Основная кривая намагничивания:  
0 – размагниченное состояние; 0а – область обратимого намагничивания; аб – необратимое смещение границ доменов; бв – область вращения магнитных моментов; вг – парапроцесс

Плавное увеличение магнитного поля приводит к упругому смещению границ доменов таким образом, что размеры доменов, магнитные моменты которых близки к направлению магнитного поля, увеличиваются за счет доменов с противоположным направлением магнитных моментов (рис. 8 б).

Процесс смещения границ в *слабых* полях (на начальном участке оа кривой намагничивания) – *обратимый*. Это значит, что при увеличении поля границы доменов движутся в одну сторону, а при уменьшении поля смещение границ будет происходить в обратном направлении.

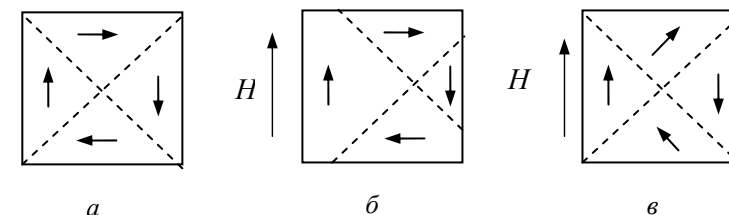


Рис. 8. Схема, иллюстрирующая основные процессы намагничивания: а – ненамагниченное состояние; б – процесс смещения границ; в – процесс вращения

В *более сильных* полях движение границ перестает быть плавным. Отдельные участки границ изменяют свое положение *скачкообразно*, и кривая намагничивания круто идет вверх. На этом участке (аб) движение границ большей частью *необратимо*, что приводит к скачкообразному изменению намагниченности (эффект Баркгаузена). Скачкообразное движение границ приводит к быстрому изменению намагниченности образца, что вызывает появление вихревых токов, а, следовательно, к нагреванию образца.

В *достаточно сильных* полях движение границ прекращается и энергетически выгодным становится *поворот* магнитных моментов к направлению вектора магнитного поля (см. рис.8, в). На этом участке (бв) процесс намагничивания протекает медленно. И, наконец, когда в результате вращения вектор спонтанной намагниченности максимально приблизится к вектору  $\mathbf{H}$ , намагниченность образца достигнет *технического насыщения*.

Если после достижения технического насыщения продолжать увеличивать магнитное поле, то намагниченность вещества будет слабо изменяться, возрастая почти линейно. Увеличение самопроизвольной намагниченности в этом случае происходит за счет ориентации магнитных моментов, дезориентированных тепловым движением. Этот участок кривой намагничивания (вг) носит название *истинного насыщения* и соответствует *парапроцессу* (название под-

черкивает аналогию с линейной зависимостью от поля намагниченности парамагнетика).

Следовательно, принципиальным отличием парапроцесса от намагничивания на первых двух стадиях является то, что в этом случае *возрастает величина намагниченности спонтанных областей*, за счет подавления магнитным полем тепловых колебаний магнитных моментов атомов. Парапроцесс заметнее проявляется вблизи точки Кюри.

В ферримагнетиках, помимо рассмотренных трех стадий намагничивания добавляется четвертая, суть которой состоит в индуцировании магнитным полем неколлинеарного расположения самопроизвольной намагниченности подрешеток А и В. Это приводит к увеличению магнитного момента подрешетки, направленной по магнитному полю. Этот эффект возникает в ферримагнетиках только при определенных значениях магнитного поля, называемых критическим, и характерен для ферритов с ослабленным подрешеточным обменным взаимодействием.

Для технических магнитных материалов решающее значение имеют первые две стадии процесса намагничивания.

### Процесс перемагничивания

Уменьшение магнитного поля, намагнитившего ферровещество до технического насыщения, приводит к уменьшению намагниченности, но на меньшую величину по сравнению с первоначальной кривой намагничивания, т. е. кривая не пойдет по тому же пути (рис. 9). Эта необратимость процесса перемагничивания называется гистерезисом.

При достижении магнитным полем нулевого значения намагниченность образца не обращается в нуль, а принимает некоторое значение, называемое остаточной намагниченностью  $M_r$ . Остаточная намагниченность будет существовать бесконечно долго, если вещество не подвергать действию сильных магнитных полей. Информация, записанная на магнитных пленках от музыки до вычислительных программ, сохраняется благодаря этому физическому явлению.

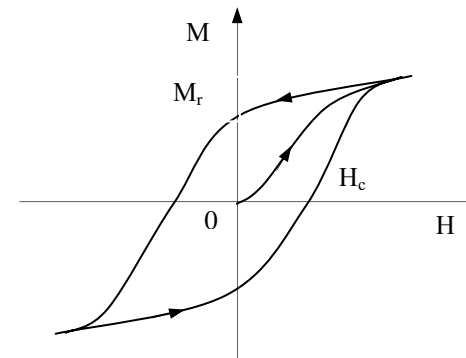


Рис. 9. Начальная кривая намагничивания и петля гистерезиса:  
 $H_c$  – коэрцитивное поле,  
 $M_r$  – остаточная намагниченность

Для полного размагничивания образца необходимо приложить достаточно большое магнитное поле, называемое коэрцитивным  $H_c$ , направленное противоположно полю намагничивания.

При циклическом перемагничивании кривая намагничивания образует симметричную гистерезисную петлю, которая характеризует потери энергии на перемагничивание, обусловленные следующими процессами.

*Необратимым движением доменной границы.* При наличии внутри магнетика неоднородностей, примесей, дефектов решетки, приводящих к местным изменениям магнитной энергии, движение границы домена начинается только тогда, когда внешнее магнитное поле достигает определенной (критической) величины, т. е. *скачкообразно*. Быстрое движение стенок влечет за собой быстрое изменение магнитного поля, которое в свою очередь создает вихревые токи, последние тратят энергию на нагревание магнетика. Другой эффект состоит в том, что когда домен резко изменяется, то часть кристаллов из-за магнитоstriction изменяют свои размеры. Каждый быстрый сдвиг доменной стенки вызывает звуковую волну, которая тоже уносит энергию. Благодаря таким эффектам эта часть кривой намагничивания необратима, т. е. происходит потеря энергии.

*Необратимым вращением магнитных моментов доменов.* Это происходит в материалах, состоящих из мелких зерен или из порошка, т. е. в однодоменных структурах. В малых объемах образование доменной структуры энергетически невыгодно, так как слишком большую часть объема занимал бы междоменный слой, толщина которого от размера частиц не зависит. Поскольку вещество

однодоменное, то вектор намагниченности должен перевернуться как целое в направлении трудного намагничивания, на что требуется большое поле и, соответственно, потери энергии на перемагничивание очень велики.

*Задержкой образования в образце центров перемагничивания.* Этот тип потерь в чистом виде наблюдается в однородных материалах, имеющих одну ось легкого намагничивания. В них перемагничивание совершается одним необратимым скачком Баркгаузена. Обычно такие материалы имеют прямоугольную петлю гистерезиса.

Петля гистерезиса, полученная при условии насыщения, называется предельной петлей, и является важнейшей характеристикой ферромагнетика. Из неё можно определить: остаточную намагниченность  $M_r$ , коэрцитивное поле  $H_c$  и потери энергии за один цикл перемагничивания в единице объема

$$Q = \frac{1}{4\pi} \oint H dM \quad \text{эрг/см}^3, \quad (19)$$

где  $\oint H dM$  - произведение площади петли на масштабы  $M$  и  $H$  (при условии  $M \gg H$ , что выполняется в ферромагнетиках). Средняя за период мощность потерь в образце  $W$  равна:

$$W = QVf \quad (20)$$

где  $V$  – объём образца,  $f$  – частота изменения магнитного поля. При постепенном уменьшении амплитуды циклов перемагничивания от  $H_{\max}$  до 0, координаты вершины петли опишут основную кривую намагничивания, из которой можно определить магнитную восприимчивость  $\chi$  вещества на разных участках кривой намагничивания, т. е. зависимость  $\chi(H)$ , примерный вид которой приведен на рис.10.

Поскольку связь между намагниченностью и магнитным полем нелинейная, то для характеристики ферровеществ пользуются несколькими видами магнитной восприимчивости. Наиболее часто используют понятия начальной, дифференциальной и максимальной магнитной восприимчивости.

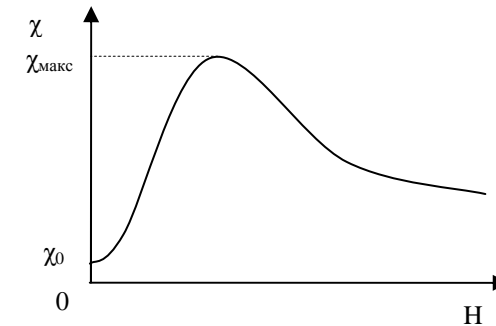


Рис. 10. Примерный вид зависимости магнитной восприимчивости  $\chi$  ферромагнетика от магнитного поля  $H$

Восприимчивость, соответствующая начальному участку кривой намагничивания ( $oa$ , рис. 7), называется *начальной*  $\chi_0$ , обычно на этом участке достаточно хорошо выполняется линейная зависимость  $M$  от  $H$ , тогда  $\chi_0 = M_0/H_0$ . Дифференциальную магнитную восприимчивость определяют как производную от намагниченности  $M$  по магнитному полю  $H$  ( $\chi_{\text{диф}} = dM/dH$ ) для любой точки кривой намагничивания.

### Магнитные материалы

По величине намагниченности и форме петли гистерезиса магнитоупорядоченные материалы можно разделить на: *магнитотвердые*, *магнитомягкие* и *материалы специального назначения*.

*Магнитотвердые* материалы имеют большую остаточную намагниченность и большое коэрцитивное поле, поэтому они используются для изготовления постоянных магнитов.

Характерными свойствами *магнитомягких* материалов являются способность намагничиваться до насыщения в слабых магнитных полях и малые потери на перемагничивание. К магнитомягким материалам относятся: электротехнические стали, пермаллой, магнитомягкие ферриты, магнитодиэлектрики (Прил. Табл. П2, П4).

Процессы намагничивания магнитомягких и магнитотвердых материалов аналогичны: форма петли гистерезиса, остаточная намагниченность, и намагниченность насыщения примерно одинакова, а разница в коэрцитивном поле значительна (может отличаться в  $10^6$  раз), т. е. магнитомягкие материалы имеют узкую петлю гистерезиса, а магнитотвердые – широкую (см. Приложение табл. П2 и П3). Это происходит за счет того, что соотношение процессов смещения и вращения в этих материалах различно. В *магнитомягких* материалах намагничивание происходит в основном за счет *смещения границ доменов*, а в магнитотвердых – за счет *вращения*.

К магнитным материалам *специального* назначения относятся материалы с прямоугольной петлей гистерезиса, ферриты СВЧ и другие.

Материалы с прямоугольной петлей гистерезиса используются в устройствах автоматики, вычислительной техники, в аппаратуре телеграфной и радиосвязи и т. д. Материалы с прямоугольной петлей гистерезиса можно разделить на три группы: *ферриты, тонкие ферромагнитные пленки и текстурированные ферромагнитные сплавы*. Наиболее распространенными являются ферриты. Ферриты для устройств СВЧ в зависимости от химического состава делятся на: низкочастотные и высокочастотные (см. Прил. табл. П5).

При намагничивании магнитного материала переменным полем произойдет расширение петли гистерезиса за счет дополнительных потерь на вихревые токи, которые *пропорциональны квадрату частоты* и *обратно пропорциональны удельному сопротивлению  $\rho$  материала*. Поэтому в высокочастотных цепях использование ферромагнитных металлов нецелесообразно, вследствие их большой электропроводности. Этому недостатка лишены ферриты, так как их удельное сопротивление в  $10^6 - 10^{13}$  раз больше удельного сопротивления металлов (см. табл. П4). Наибольшее применение ферриты имеют при работе на высоких частотах и при больших скоростях перемагничивания. В электрическом отношении ферриты можно отнести к классу полупроводников или диэлектриков.

## 4. Поведение спонтанной намагниченности и магнитной восприимчивости при фазовых переходах

Особые свойства магнитоупорядоченных веществ наблюдаются только в некотором температурном интервале. При нагревании ферромагнетика выше некоторой температуры, называемой *точкой Кюри*, самопроизвольная намагниченность исчезает и *ферромагнетик превращается в парамагнетик*. При последующем понижении температуры ниже точки Кюри ферромагнитные свойства восстанавливаются. Это явление связано с разрушением (восстановлением) магнитного порядка и представляет собой магнитный фазовый переход второго рода.<sup>3</sup> Причиной этого перехода является тепловое движение, разрушающее ферромагнитное упорядочение.

*Рассмотрим кратко суть фазовых переходов.* Как известно, при фазовых переходах 1-го рода в некотором очень узком интервале температур происходит перестройка кристаллической решетки вещества (меняются межатомные расстояния и углы между плоскостями решетки). При этом симметрия тела изменяется скачком и одновременно происходит изменение состояния кристалла: меняется внутренняя энергия и другие термодинамические величины, что приводит к скачкообразному изменению объема и к выделению скрытой теплоты превращения.

При фазовых переходах 2-го рода изменение симметрии тела также происходит скачком, но состояние тела изменяется постепенно. Это означает, что межатомные расстояния и углы между плоскостями в точке перехода практически остаются неизменными. Поскольку состояние тела в точке фазового перехода остается практи-

<sup>3</sup> Помимо переходов порядок–беспорядок в магнитоупорядоченных веществах могут быть переходы порядок–порядок (например, ферромагнетик–антиферромагнетик). Эти переходы могут возникать самопроизвольно при достижении определенной температуры или под действием внешнего поля при достижении критического значения. Причем эти переходы могут быть как 1-го, так и 2-го рода. При достижении определенной температуры и магнитного поля в некоторых веществах может появиться магнитная тройная точка, в которой сосуществуют три состояния: антиферромагнитное–метамагнитное (неустойчивое ферромагнитное) и парамагнитное.

чески неизменным, то переход не сопровождается выделением или поглощением скрытой теплоты превращения, т. е. нет скачкообразного изменения теплоты перехода, теплового расширения, спонтанной намагниченности и др.; но вторые производные по температуре изменяются скачком.

Для описания магнитных фазовых переходов, кроме обычных параметров (температура, давление, магнитное поле), вводится дополнительный параметр, называемый *параметром упорядочения*. При помощи этого параметра учитываются количественно те изменения термодинамического потенциала вблизи точки фазового перехода 2-го рода, которые связаны с появлением в веществе упорядоченного расположения атомов разных сортов в сплавах, самопроизвольной намагниченности, электрической поляризации и т. д.

Параметр упорядоченности меняется от *нуля* (абсолютный беспорядок) до *единицы* (абсолютный порядок). При охлаждении вещества ниже некоторой температуры возникает переход вещества из неупорядоченного состояния в частично упорядоченное. При дальнейшем понижении температуры наступает полный порядок. При рассмотрении перехода ферромагнетик-парамагнетик в качестве *параметра упорядоченности* выбирается *относительная намагниченность*  $J = \frac{m_s}{m_0}$ , где  $m_s$  – удельная самопроизвольная намагниченность (на 1 г вещества) при данной температуре, а  $m_0$  – удельная намагниченность при 0° К. Зависимость параметра упорядочения от температуры приведена на рис. 11.

Рассмотрим поведение спонтанной намагниченности  $M_s$  от температуры для различных типов магнитоупорядоченных веществ. При абсолютном нуле температуры  $M_s$  имеет максимальное значение. С повышением температуры энергия теплового движения разрушает порядок, поэтому величина спонтанной намагниченности начинает монотонно убывать и при некоторой температуре, называемой температурой Кюри  $T_c$  для ферромагнетиков и температурой Нееля<sup>4</sup>  $T_N$  для антиферромагнетиков, спонтанная намагниченность оказывается равной нулю.

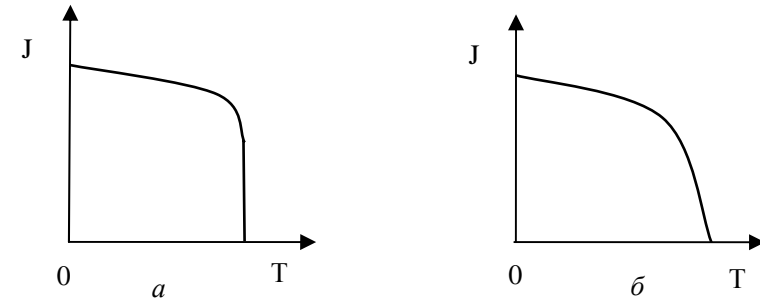


Рис. 11. Зависимость параметра упорядочения от температуры. а – переход 1-го рода; б – переход 2-го рода.

Если для ферромагнетиков уменьшение спонтанной намагниченности при росте температуры происходит монотонно (рис. 12, а), то для ферримангнетиков температурная зависимость спонтанной намагниченности имеет сложный вид, который может значительно отличаться для разных типов ферримангнетиков (см. рис. 12 б, в).

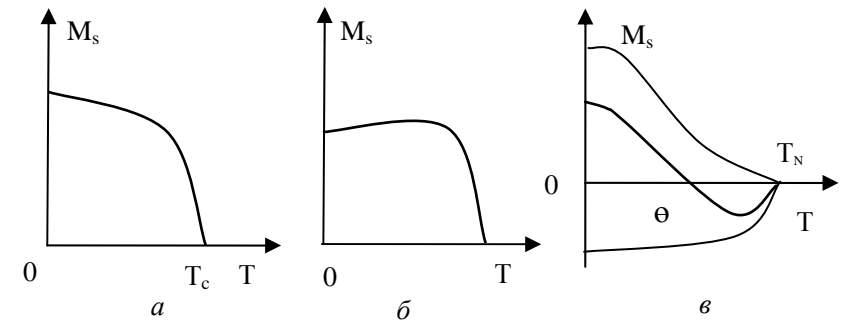


Рис. 12. Температурная зависимость спонтанной намагниченности  $M_s$ : а – для ферромагнетиков, б, в – для ферримангнетиков

Сложный характер кривой намагниченности ферримангнетиков объясняется тем, что температурные зависимости спонтанной намагниченности различных подрешеток (А, В) могут оказаться неодинаковыми. Характерно, что возможны случаи, когда ещё до достижения истинной точки Кюри спонтанная намагниченность обращается в нуль, при некоторой температуре, называемой точкой магнитной компенсации  $\theta$ . Точка компенсации получается при усло-

<sup>4</sup> точку Кюри для антиферромагнетиков иногда называют точкой Нееля

вии, когда намагниченности подрешеток окажутся равны по величине, но противоположны по направлению, поэтому суммарная намагниченность вещества будет равна нулю. При дальнейшем повышении температуры в зависимости от структуры вещества суммарная спонтанная намагниченность может принимать как положительные, так и отрицательные значения, но при температуре Нееля она вновь обратится в нуль.

Далее рассмотрим некоторые особенности изменения магнитной восприимчивости  $\chi$  от температуры для различных видов магнетиков. Как отмечалось ранее, зависимость магнитной восприимчивости парамагнетика от температуры (рис 13, а) описывается законом Кюри  $\chi = \frac{C}{T}$ .

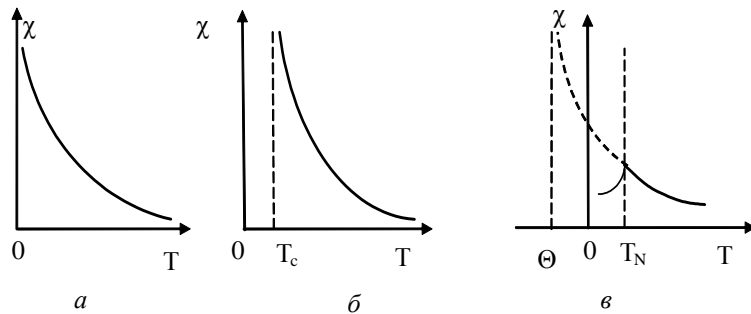


Рис. 13. Кривые температурной зависимости магнитной восприимчивости  $\chi$  для различных магнитных материалов: а – парамагнетиков, б – ферромагнетиков, в – антиферромагнетиков

Для магнитоупорядоченных веществ зависимость  $\chi(T)$  имеет несколько иной вид. С повышением температуры магнитный порядок как ферромагнетиков, так и антиферромагнетиков разрушается и вещество становится парамагнитным. В области высоких температур (в парамагнитной фазе) при  $T > T_c$  для ферромагнетиков и антиферромагнетиков имеет место закон Кюри – Вейсса

$$\chi = \frac{C}{T - T_c}. \quad (21)$$

Отличительной особенностью закона Кюри–Вейсса является то, что магнитная восприимчивость обратно пропорциональна не тем-

пературе, а разности температур  $(T - T_c)$ . Согласно уравнению (20), понижение температуры приводит к росту магнитной восприимчивости и в точке Кюри  $\chi$  должна быть *бесконечной*. В действительности при температуре Кюри магнитная восприимчивость принимает *конечное значение*, а для антиферромагнетика это значение является максимальным. Дальнейшее понижение температуры приведет к незначительному росту восприимчивости для ферромагнетиков, и к уменьшению – для антиферромагнетиков (рис. 13, в). По наличию излома в температурной зависимости восприимчивости обычно определяют принадлежность вещества к антиферромагнетикам.

Поскольку самопроизвольная намагниченность подрешеток *ферромагнетика* может иметь различную температурную зависимость, то, соответственно, общая температурная зависимость магнитной восприимчивости неоднозначна, и имеет сложный вид.

Закон Кюри для парамагнетика и закон Кюри–Вейсса для ферро- и антиферромагнетиков можно рассматривать как единый закон Кюри. Различие только в том, что в ферромагнетике обменное взаимодействие стремится все магнитные моменты сделать параллельными, т. е. увеличить восприимчивость, а в антиферромагнетиках обменное взаимодействие стремится обратить намагниченность в ноль и, следовательно, уменьшить магнитную восприимчивость. Но надо иметь в виду, что *закон Кюри–Вейсса не применим во всей области температур*. Для описания магнитных свойств вещества в *ферромагнитном состоянии* закон Кюри–Вейсса *неприменим*, но он *достаточно хорошо* описывает температурную зависимость магнитной восприимчивости *ферромагнетика*, находящегося в *парамагнитном состоянии*.

Температурные зависимости спонтанной намагниченности  $M_s$  и магнитной восприимчивости  $\chi$  при фазовых переходах второго рода описываются степенными зависимостями:

$$M_s = A(T_c - T)^\beta, \quad T < T_c; \quad (22)$$

$$\frac{1}{\chi} = B(T - T_c)^\gamma, \quad T > T_c, \quad (23)$$

где  $A$  и  $B$  – константы,  $\beta$  и  $\gamma$  – критические индексы магнитного перехода.



Из теории фазовых переходов 2-го рода, созданной Л. Д. Ландау и основанной на разложении в ряд термодинамического потенциала, следовали значения  $\beta = 1/2$ ,  $\gamma = 1$ . Однако эксперименты показали существенное отличие значений критических индексов от предсказываемых классической теорией. Оказалось, что из-за наличия особенностей в точке фазового перехода разложение термодинамического потенциала в ряд неправомерно.

## 5. Приложение.

Таблица П1

**Молярная магнитная восприимчивость  $\chi_A$  некоторых элементов при комнатной температуре**

Диамагнетики		$\chi_A \cdot 10^6$ см <sup>3</sup> / моль	Парамагнетики		$\chi_A \cdot 10^6$ см <sup>3</sup> / моль
Неон	Ne	– 2	Алюминий	Al	16
Кремний	Si	– 4	Калий	K	22
Медь	Cu	– 6	Титан	Ti	150
Германий	Ge	– 9	Платина	Pt	156
Индий	In	– 13	Вольфрам	W	41
Ксенон	Xe	– 42	Марганец	Mn	490
Ртуть	Hg	– 34	Цирконий	Zr	120
Висмут	Bi	– 280	Кислород	O	1 700

Таблица П2

**Магнитные свойства магнитотвердых материалов [7. стр. 178]**

Марка сплава	$H_c$ , кА/м	$B_r$ , Т	$W$ , кДж/м <sup>3</sup>
Fe-Ni-Al-Cu-Co (ЮН13ДК24)	40	1,25	18
Металлокерамика	40	0,55	4,5
<b>Микропорошки:</b>			
Сплав Mn-Bi	294	0,48	21,6
Бариевый феррит	230	0,4	15
Железо	90	0,9	14

Таблица ПЗ

Некоторые характеристики магнитомягких материалов  
[7. стр. 99]

Материал	$\mu_{нач}$	$\mu_{макс}$	$H_c, \text{А/м}$	$B_s$ в поле $H_s$	$\rho$ , Ом·м
Технически чистое железо	250	3500 – 4500	400 - 100	2,18 Т $5 \cdot 10^4 \text{ А/м}$	$10^{-7}$
Электротехническая сталь	200 – 600	3000 – 8000	10 – 65	1,89 Т $3 \cdot 10^4 \text{ А/м}$	$(6 - 2,5) \cdot 10^{-7}$
Пермаллой: низконикелевые (50% Ni)	$(2-4) \cdot 10^3$	$(1,5 - 6) \cdot 10^4$	5 – 32	1,3 – 1,6	$(4,5-9) \cdot 10^{-7}$
высоконикелевые (79 % Ni)	$(1,5-10) \cdot 10^4$	$(7 - 30) \cdot 10^4$	0,65 – 4	0,7 – 0,75	$(1,6-8,5) \cdot 10^{-7}$
Ферриты: никельцинковые	10 – 2000*	40 – 7 000	1700 – 8	0,2 – 0,35	$10^8-10$
марганеццинковые	700 – 20000*	1 800 – 35000	28 – 0,25	0,15 – 0,46	$20-10^{-3}$

\*при  $f = 100 \text{ кГц}$ .

Таблица П4

Параметры ферритов общего применения [7. стр. 140]

Марка материала	$\mu_{нач}$	$\mu_{макс}$	$f_{гр}$ , МГц	$\rho$ , Ом·м	Параметры петли гистерезиса при $H = 800 \text{ А/м}$		
					$B$ , Т	$B_r$ , Т	$H_c$ , А/м
20000НМ	20 000	35 000	0,1	0,001	0,35	0,11	0,24
3000НМ	3000	3 500	0,2	0,5	0,35	0,15	12
2000НМ1	2100	3 500	1,5	5	0,36	0,12	25
1000НМ	1000	1 800	1	0,5	0,35	0,11	28
1000НН	1000	3 000	3	10	0,29	0,1	24
400НН	400	600	12	100	0,26	0,13	56
100ВЧ	100	280	80	$10^5$	0,35	0,15	300
7ВЧ	7	15	600	$10^7$	0,13	0,13	2200

**Примечание.** Приведенные значения удельного сопротивления  $\rho$  измерены при постоянном токе.

Обозначение марок ферритов состоит из трех индексов:

- 1) числа, означающего номинальную величину *основного* параметра марки (начальной магнитной проницаемости, коэрцитивного поля и пр.);
- 2) букв, означающих принадлежность марки к той или иной группе (магнитомягких, магнитотвердых, и других материалов) и основной области применения (для слабых или сильных полей и т.п.);
- 3) чисел 1, 2, или 3, означающих различие марок по свойствам.

Обозначения по первым двум индексам:

Значение основного параметра марки	Назначение марки
Начальная магнитная проницаемость	НМ – магнитомягкие, низкочастотные (марганец-цинковые), для слабых полей НН – магнитомягкие, низкочастотные (никель-цинковые), для слабых полей ВЧ – магнитомягкие, высокочастотные (никель-цинковые, литий-цинковые), для слабых полей
Импульсная магнитная проницаемость	НМИ – магнитомягкие, низкочастотные (марганец-цинковые), импульсные ННИ – магнитомягкие, низкочастотные (никель-цинковые), импульсные ВЧИ – магнитомягкие, высокочастотные (никель-цинковые, литий-цинковые), импульсные
Среднее значение длины волны	СЧ – сверхвысокочастотные
Коэрцитивное поле, Э	ВТ – с прямоугольной петлей

Таблица П5

Параметры ферритов с прямоугольной петлей гистерезиса (ППГ) [7. стр. 206]

Состав	Марка материала	$H_c$ , А/м	$B_r$ , Т	$\rho$ , Ом·м
Mg-Mn	2,1ВТ	167	0,18	$5 \cdot 10^4$
	1,5ВТ	119	0,22	$5 \cdot 10^2$
	1,3ВТ	103	0,23	$5 \cdot 10^2$
Mg-Mn-Zn-Ca	0,9ВТ	72	0,25	2,1
	0,7ВТ	56	0,23	2,3
	0,3ВТ	25	0,21	2,8
	0,12ВТ	10	0,20	2,5
Li-Mg-Mn	3ВТ	240	0,23	1,9
Li-Na	100П	144 – 1200	0,24	1,8
Mg-Mn-Ca	300П	120 – 56	0,24	1,7

**Примечание.** Для всех ферритов, кроме ферритов на основе Li-Na, цифры в обозначениях марок соответствуют номинальному значению  $H_c$  в эрстедах; буквы ВТ (вычислительная техника) указывают на прямоугольность петли гистерезиса.

## Работа 4.4

## Изучение свойств магнитоупорядоченных веществ

**Цель работы** – изучение процессов намагничивания и перемагничивания ферромагнетиков и ферритов, определение основных характеристик этих материалов (коэрцитивного поля, остаточной намагниченности, магнитной проницаемости, потери на перемагничивание) и их сравнение.

**Оборудование:** исследуемые образцы, трансформатор, лабораторный автотрансформатор (ЛАТР), соленоид, реостат, магазин сопротивлений, магазин ёмкостей, переходной модуль, персональный компьютер, генератор низких частот, осциллограф, макетная плата с ферритами.

## 1. Экспериментальная установка и методика измерений

Для проведения эксперимента по определению свойств магнитоупорядоченных веществ необходимо иметь образец в виде тора с намотанными на него двумя катушками (рис.1). Через одну катушку пропускается ток  $I$ , который создает намагничивающее поле  $H$ , определяемое уравнением

$$\oint_C \mathbf{H} d\mathbf{l} = I \quad (\text{СИ}), \quad \oint_C \mathbf{H} d\mathbf{l} = \frac{4\pi}{c} I \quad (\text{СГС}).$$

**Примечание.** В данной работе далее все формулы будут приведены в системе СИ.

В образце тороидальной формы, с радиусом поперечного сечения существенно меньшим радиуса тора (в замкнутой магнитной цепи) и с намагничивающей катушкой намотанной равномерно по

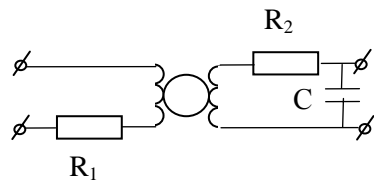


Рис. 1. Схема для изучения свойств магнетиков

всей длине, создается достаточно однородное магнитное

поле, равное,  $H = \frac{N_1}{2\pi r} I_1$ ,

где  $N_1$  – суммарное число витков намагничивающей катушки,  $I_1$  – протекающий

по ней ток,  $r$  – средний радиус тороида. Величину тока  $I_1$  можно определить по падению напряжения на сопротивлении  $R_1$ :

$$I_1 = \frac{U_1}{R_1}.$$

Измерив индуктивное напряжение в другой катушке, можно определить поле  $\mathbf{B}$  внутри образца. Найдем связь наведенной во второй катушке ЭДС  $\varepsilon$  с магнитным полем  $B$ . Согласно закону индукции Фарадея, наведенная в катушке ЭДС  $\varepsilon = -N_2 \left( \frac{d\Phi}{dt} \right)$ , пропорциональна производной по времени магнитного потока  $\Phi$ , который связан с магнитным полем  $\mathbf{B}$  соотношением  $\Phi = \mathbf{B}\mathbf{S}$ , ( $S$  – площадь витка), т. е.

$$\varepsilon = -N_2 S \left( \frac{dB}{dt} \right), \quad (24)$$

здесь  $N_2$  – число витков вторичной катушки. Для перехода к величине  $B$  необходимо уравнение (24) проинтегрировать, для чего в эксперименте используется  $RC$  цепь (см. рис. 1).

Уравнение Кирхгофа для такой цепи имеет вид:

$$\varepsilon = I_2 R_2 + \frac{1}{C} \int_0^T I_2 dt + L_2 \frac{dI_2}{dt} \equiv I_2 R_2 + U_C + U_L. \quad (25)$$

( $I_2$  – ток во вторичной цепи). Если параметры  $R_2$  и  $C$  подобрать так, чтобы выполнялось условие  $|U_C| \ll \varepsilon$  и  $|U_L| \ll \varepsilon$ , то падение напряжения на сопротивлении  $R_2$  будет равно  $U_R \approx \varepsilon(t)$ , и, соответственно, ток

$$I_2 = \frac{\varepsilon(t)}{R_2}. \quad (26)$$

При этих условиях, напряжение на конденсаторе с точностью до числового множителя равно интегралу от входного напряжения.

$$U_C = \frac{1}{C} \int I_2 dt = \frac{1}{R_2 C} \int_0^T \varepsilon(t) dt. \quad (27)$$

Подставив в полученное выражение уравнение (21), получим

$$U_c = -\frac{N_2 S}{R_2 C} B = -\frac{N_2 S}{\tau} B, \quad (28)$$

( $\tau = R_2 C$  называется постоянной времени интегрирующей цепочки).

Мы рассмотрели случай, в котором катушки намотаны непосредственно на образец, т. е. диаметры образца и катушек примерно одинаковы. При проведении эксперимента по определению магнитных свойств веществ достаточно часто используются образцы цилиндрической формы, для намагничивания которых применяются соленоиды (рис. 2). Магнитное поле длинного соленоида, у которого длина  $l$  много больше диаметра  $d$ , определяется по формуле:

$$H = N_1 I_1 / l. \quad (29)$$

В этом варианте возникают следующие проблемы.

- Во-первых, применимость формулы (29), т. е. можно ли используемый нами соленоид считать длинным?
- Во-вторых, диаметры витков соленоида и образца могут значительно отличаться и, соответственно, какое из них надо учитывать при расчете? Ответы на эти вопросы найдите самостоятельно.
- Кроме того, в образцах с *разомкнутой* магнитной цепью имеется воздушный зазор, который, как правило, обладает большим магнитным сопротивлением по сравнению с остальной частью цепи. Наличие зазора может существенно изменить ход кривой намагничивания, значение магнитной восприимчивости и другие свойства.

В теле с *воздушным зазором* при его намагничивании возникают магнитные полюсы, которые создают размагничивающее поле  $H_0$ , направленное противоположно внешнему полю  $H$ , и поэтому ослабляет его. Истинное поле  $H_i$  внутри образца равно:  $H_i = H - H_0$ .

В области не слишком сильных полей, когда намагничивание однородно по всему образцу, размагничивающее поле можно считать пропорциональным намагниченности  $\mathbf{M}$  с коэффициентом пропорциональности  $N$ , называемым коэффициентом размагничивания (размагничивающим фактором)  $\mathbf{H}_0 = N\mathbf{M}$ .

Коэффициент размагничивания зависит от формы образца: возрастает с уменьшением длины и увеличением толщины. Теоретиче-

ский расчет коэффициента размагничивания очень сложен и может быть выполнен только для однородно намагниченного эллипсоида вращения.

Сравнивая кривые намагничивания тел различных форм и размеров, можно сделать вывод, что чем короче и толще образец, тем более пологий вид имеет кривая намагничивания. Отсюда следует, что при больших воздушных зазорах ход кривой намагничивания определяется не только магнитными свойствами материала, но и конструкцией цепи. Магнитная проницаемость тела всегда меньше магнитной проницаемости вещества и меньше зависит от намагничивающего поля, а так же от изменений, вызванных внешними причинами (температурой, механическими напряжениями и т. д.).

## 2. Регистрация петли гистерезиса

Регистрация петли гистерезиса *ферромагнетика* производится на установке, схема которой приведена на рис.2:

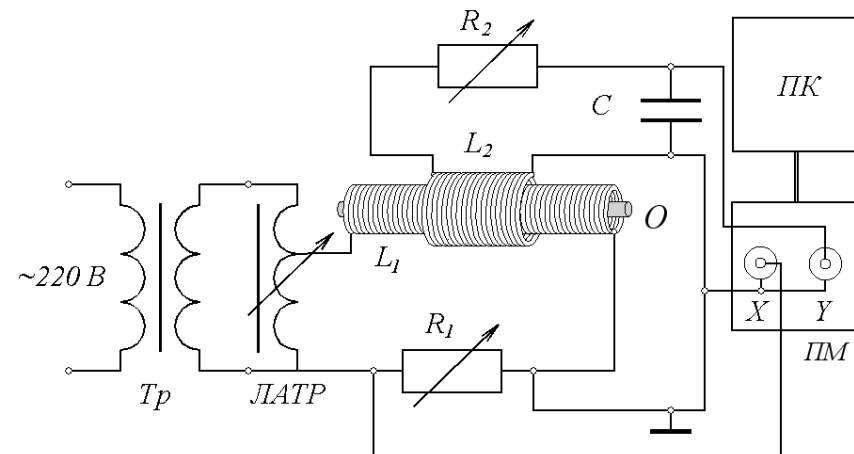


Рис. 2. Схема установки для наблюдения петли гистерезиса:  $T_p$  – трансформатор;  $ЛАТР$  – лабораторный автотрансформатор;  $L_1$  – намагничивающая катушка;  $L_2$  – измерительная катушка;  $O$  – исследуемый образец;  $R_1$  – измерительное сопротивление;  $R_2$  и  $C$  – сопротивление и конденсатор интегрирующей цепочки;  $ПМ$  – переходной модуль виртуального осциллографа,  $ПК$  – персональный компьютер.

Исследуемый образец  $O$  помещается в длинную катушку  $L_1$  (соленоид) через которую протекает ток  $I_1$ . Величина поля  $H$ , возбуждаемого этим током, равна  $H = N_1 I_1 / l$  ( $l$  – длина соленоида). Если последовательно с первичной обмоткой включить известное сопротивление  $R_1$ , то напряжение, снимаемое с этого сопротивления, будет пропорционально полю  $H$

$$U_x = I_1 R_1 = \frac{R_1 l}{N_1} H. \quad (30)$$

Если это напряжение подать на  $X$  вход осциллографа (регистратора), то отклонение луча по горизонтали будет пропорционально полю  $H$ .

В средней части соленоида намотана короткая измерительная катушка  $L_2$  с числом витков  $N_2$ , к которой подключена интегрирующая  $R_2 C$  цепочка. Из соотношения (28) следует:

$$B = - \frac{R_2 C}{N_2 S} U_c. \quad (31)$$

Если напряжение  $U_c$  подать на вход  $Y$  осциллографа (регистратора), то на экране осциллографа (монитора) получится зависимость  $B(H)$ .

Питание установки, предназначенной для изучения свойств ферромагнетиков, осуществляется переменным напряжением с частотой 50 Гц, что позволяет получить на экране осциллографа полную петлю гистерезиса.

Плавное изменение амплитуды тока, а, следовательно, и поля  $H$ , от 0 до  $H_{\max}$ , соответствующего насыщению образца, позволяют по координатам вершины петли получить основную зависимость  $B(H)$  и построить график функции дифференциальной магнитной проницаемости от магнитного поля  $H$ :

$$\mu(H) = (1/\mu_0) \cdot dB/dH. \quad (32)$$

**Примечания.** 1. Сопротивление  $R_1$  ограничивает ток в соленоиде, поэтому не следует его делать слишком большим. Однако мак-

симальный получаемый ток не должен превышать предельного тока для автотрансформатора.

2. Регистрация петли гистерезиса ферромагнетика осуществляется виртуальным осциллографом персонального компьютера, который позволяет записывать получаемые данные в файл для дальнейшей обработки. Наблюдаемые сигналы подключаются к переходному модулю. Подробно о работе с виртуальным осциллографом можно познакомиться в приложении.

3. Для изучения свойств ферритов используются аналогичные установки, смонтированные на макетных платах. Каждый макет содержит катушки  $L_1$  и  $L_2$ , намотанные непосредственно на ферритовые кольца, и сопротивления  $R_1$ ,  $R_2$ . Магазин емкостей  $C$  подключается к соответствующим клеммам макета. В качестве источника используется генератор синусоидального сигнала. Регистрация петли гистерезиса производится осциллографом, петля гистерезиса и основная кривая намагничивания с экрана зарисовываются на кальку.

*Данные катушек, размеры образцов, и величины сопротивлений указаны на макетных платах.*

Все вычисления рекомендуется выполнять в системе СИ, затем сделайте перевод в СГС.

В системе СИ величина  $B$  измеряется в теслах (Тл):  $1 \text{ Тл} = 10^4 \text{ Гс}$ , поле  $H$  не имеет самостоятельного названия и измеряется в амперах на метр (А/м);  $1 \text{ А/м} = 4\pi 10^{-3} \text{ Гс}$ . Константа  $\mu_0$ , называемая магнитной постоянной, равна  $\mu_0 = 4\pi 10^{-7} \text{ Тл} \cdot \text{м/А}$ ,

### Контрольные вопросы (допуск к эксперименту)

1. Назовите основные свойства магнитоупорядоченных веществ и методы их определения.
2. Чем определяется форма петли гистерезиса и потери на перемагничивание?
3. Какова роль трансформатора в схеме рис. 2?
4. Почему вторичная катушка имеет малую длину и как оценить влияние взаимной индуктивности катушек  $L_1$  и  $L_2$  на результаты эксперимента?

### 3. Задания

**Задание 1. Получение петли гистерезиса предельного цикла перемангничивания, определение коэрцитивного поля  $H_c$ , остаточного магнитного поля  $B_r$ , потери энергии на перемангничивание образца  $Q$ , и средней за период мощности потерь  $W$ .**

1. Соберите схему представленную на рис. 2. Выберите набор стержней из одного материала, но разной длины. Поместите в соленоид исследуемый образец, длина которого равна длине соленоида. Установите величины  $R_2$  и  $C^5$  согласно условию выполнения интегрирования. Особое внимание уделите правильности подключения сигналов к входам переходного модуля. **Сигналы амплитудой выше 42 В, случайно поданные на вход без делителя, приведут к повреждению платы NI 6010 в компьютере!**
2. Откройте в программе LabView файл виртуального осциллографа ContXY.vi (циклический режим). На экране монитора появится лицевая панель виртуального осциллографа. Перед запуском необходимо проверить и отредактировать его параметры. Редактирование элементов виртуального прибора осуществляется с помощью курсора мыши, который может принимать различный вид. Для переключения используется паллета **Tools**, которую необходимо вывести на экран. Подробно о работе с виртуальными осциллографами необходимо прочитать в приложении “Виртуальный осциллограф в программе LabView”.
3. Внесите необходимые изменения в параметры работы виртуального осциллографа (если они не видны на экране, воспользуйтесь полосами прокрутки):
  - Установите режим и значения физических каналов, обычно это **differential**, **Dev1/a0** для  $X$  канала и **Dev1/a1** для  $Y$  канала.
  - Установите необходимые значения для минимальных и

максимальных напряжений каналов. Обычно  $\pm 5$  В  $X$  канала и  $\pm 0,2$  В для  $Y$  канала. В окне Scale введите множитель 10 для  $X$  канала (для учета встроенного делителя) и 1 для  $Y$  канала.

- Установите скорость считывания точек осциллограмм (Sample Rate) и число точек на одной осциллограмме (Samples per Channel). Число точек для периодического сигнала целесообразно задать соответствующим одному периоду. Для частоты 50 Гц рекомендуется установить скорость считывания  $10000 \text{ с}^{-1}$  и количество точек на осциллограмме равным 200.
4. Запустите виртуальный осциллограф и, регулируя ток через соленоид увеличением напряжения на ЛАТРе, получите на экране осциллографа петлю гистерезиса с участком насыщения. Остановите осциллограф ContXY.vi кнопкой **Stop** на лицевой панели.
  5. Откройте файл виртуального осциллографа SingleXY.vi, установите такие же параметры, как и для осциллографа ContXY.vi, и запустите его. На экране осциллографа появится петля гистерезиса. Сохраните изображение экрана в файл в формате .bmp, используя контекстное меню: **Data Operations**  $\Rightarrow$  **Export Simplified Image**. С помощью курсора определите значения напряжения, соответствующие коэрцитивному полю  $H_c$  и остаточному магнитному полю  $B_r$ .
  6. На лицевой панели «поднимите» включатель XYfile и запустите осциллограф. В появившемся диалоговом окне задайте имя файла (с учетом пути в вашу директорию). Данные точек петли гистерезиса будут записаны в указанный файл в текстовом формате. «Опустите» включатель XYfile. По формулам (7) и (8) рассчитайте коэффициенты преобразования величины напряжения по оси  $Y$  в магнитное поле  $B$ , а напряжения по оси  $X$  в поле  $H$ . Используя полученные коэффициенты и данные постройте в Excel (или другой про-

<sup>5</sup> Для уменьшения влияния собственных помех платы NI 6010 рекомендуется выбрать ёмкость  $C \geq 50 \text{ мкФ}$

грамме) петлю гистерезиса в виде  $B(H)$ <sup>6</sup>, рассчитайте значения коэрцитивного поля  $H_c$  и остаточного магнитного поля  $B_r$ . При импорте файла в Excel (Данные  $\Rightarrow$  импорт внешних данных  $\Rightarrow$  импортировать данные) в качестве разделителя установите знак табуляции.

- Определите площадь петли гистерезиса и рассчитайте потери энергии на перемагничивание для единицы объёма  $Q$  за цикл (см. формулу 12). Определите объем образца и рассчитайте среднюю мощность потерь  $W$ . Оцените погрешность полученных значений.

## Задание 2. Построение основной кривой намагничивания и зависимости $\mu(H)$ .

Основная кривая намагничивания является геометрическим местом точек вершин циклов, полученных при различных амплитудах переменного поля. Для получения координат этих точек в осциллографе SingleXY.vi предусмотрен включатель XYend. Создайте пустой текстовый файл и укажите его в окне Path. «Поднимите» включатель XYend. Далее каждый запуск осциллографа будет добавлять в файл новую пару значений  $X$   $Y$ . Ток через соленоид следует постепенно увеличивать с помощью ЛАТРа от нулевого до значения соответствующего насыщению. Интервал поворота рукоятки ЛАТРа следует подобрать заранее. Количество точек должно быть достаточным для подробного отображения кривой (не менее 20), особое внимание следует уделить точкам вблизи нуля. Постройте основную кривую намагничивания в виде  $B(H)$ . Далее проведите сглаживание экспериментальных точек и получите зависимость дифференциальной магнитной проницаемости  $\mu(H)$  по формуле (32).

## Задание 3. Повторите эксперимент для стержней, длина которых меньше длины соленоида (два образца).

Нанесите предельные петли гистерезиса и основные кривые намагничивания для всех трёх образцов на один рисунок. Сравните полученные осциллограммы и объясните их различие.

## Задание 4. Запишите петлю гистерезиса предельного цикла перемагничивания, основную кривую намагничивания и постройте график зависимости $\mu(H)$ для ферритов.

Используя макетные платы с ферритовыми кольцами, генератор переменного тока и осциллограф, проведите эксперимент для этих материалов.

### 4. Содержание отчёта

Отчёт должен содержать следующие данные:

- расчетные формулы;
- схему измерительной установки, значения установленных сопротивлений и ёмкости;
- зафиксированные предельные гистерезисные петли и основные кривые намагничивания для всех исследуемых образцов;
- графики зависимости  $\mu(H)$ , значения остаточного поля  $B_r$ , коэрцитивного поля  $H_c$ , потерь на перемагничивание  $Q$  за период и среднюю мощность потерь  $W$ .

<sup>6</sup> Получить петлю гистерезиса в виде  $B(H)$  можно непосредственно на экране виртуального осциллографа, если внести рассчитанные коэффициенты в окна Scale (с учётом встроенного делителя).



## Работа 4.5

## Изучение магнитной восприимчивости гадолиния вблизи точки Кюри

**Цель работы:** Понять суть метода дифференциального трансформатора, получить температурную зависимость магнитной восприимчивости, определить температуру Кюри и критический индекс магнитной восприимчивости.

### 1. Краткая теория

Точка Кюри – это температура, при которой изменяется фазовое состояние вещества. В данной работе изучается фазовый переход из ферромагнитного состояния – в парамагнитное на примере изменения магнитной восприимчивости  $\chi$  от температуры. На рис. 1 приведен теоретический вид зависимости спонтанной намагниченности  $M_s$  ниже точки Кюри и магнитной восприимчивости  $\chi$  выше

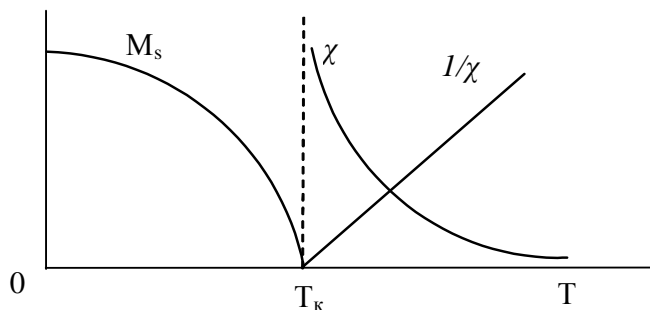


Рис. 1. Температурная зависимость спонтанной намагниченности  $M_s$ , магнитной восприимчивости  $\chi$  и обратной восприимчивости  $1/\chi$  для ферромагнетика по теории молекулярного поля

точки Кюри. При абсолютном нуле температуры спонтанная намагниченность ферромагнетика  $M_s$  имеет максимальное значение. При повышении температуры возрастает дезориентирующая роль теплового движения, что приводит к монотонному уменьшению спонтан-

ной намагниченности и при достижении температуры Кюри  $T_c$ ,  $M_s$  должна обратиться в нуль.

Из классической теории фазовых переходов [1, глава 16, 3, глава 3] следует, что в области температур выше точки Кюри ферромагнетики должны подчиняться закону Кюри – Вейсса

$$\chi = \frac{C}{T - T_c}. \quad (33)$$

Эта зависимость несколько напоминает закон Кюри для парамагнетиков  $\chi = \frac{C}{T}$ , но магнитная восприимчивость  $\chi$  в формуле (33) обратно пропорциональна не абсолютной температуре  $T$ , а разности температур  $(T - T_c)$ .

Опыт показал, что в области высоких температур, при  $T > T_c$  (в парамагнитной области), линейная зависимость обратной восприимчивости  $1/\chi$  от температуры  $T$  достаточно хорошо выполняется (см. рис. 2). Но в непосредственной близости к точке Кюри, при приближении к ней со стороны высоких температур, имеется значительное отклонение от линейной зависимости (вблизи точки Кюри имеется изгиб). Оказалось, что переход из ферромагнитного состояния – в парамагнитное происходит не сразу, а постепенно. Вещество находится в промежуточном состоянии между *ферромагнитным* и *парамагнитным* в некотором интервале температур *выше точки Кюри* (так называемой переходной области). Для чистых ферромагнитных материалов этот интервал температур небольшой, для сплавов же он значительно шире.

Вероятная схема, объясняющая это явление состоит в том, что вблизи точки Кюри при  $T \geq T_c$  ещё существуют «группы» параллельных спинов (аналог капелек жидкости в паре), которые и приводят к большему значению магнитной восприимчивости. Из-за наличия теплового движения «группы» спинов очень подвижны, т. е. в одних местах они исчезают – в других появляются. При температурах выше точки Кюри время жизни ориентированных спинов очень мало. Предполагаемые причины существования «групп» спинов:

- флуктуации концентрации примесей по объему образца;

- неоднородные механические деформации, приводящие к искажениям решетки.

Для определения границ переходной области, помимо ферромагнитной точки Кюри  $T_c^f$ , вводится парамагнитная точка Кюри  $T_c^n$ , которая устанавливает верхнюю границу переходной области. Парамагнитная точка Кюри определяется экстраполяцией линейного участка кривой  $1/\chi = f(T)$  до пересечения с осью температуры (рис.2).

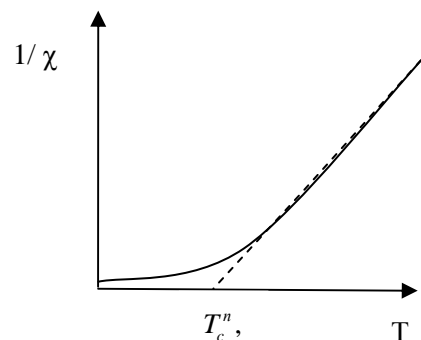


Рис. 2. Зависимость обратной магнитной восприимчивости от температуры

Температурные зависимости спонтанной намагниченности  $M_s$  и магнитной восприимчивости  $\chi$  описываются следующими выражениями:

$$M_s = A(T_c - T)^\beta, \quad T < T_c; \quad (34)$$

$$\frac{1}{\chi} = B(T - T_c)^\gamma, \quad T > T_c, \quad (35)$$

где  $A$  и  $B$  – константы,  $\beta$  и  $\gamma$  – критические индексы магнитного перехода, которые в парамагнитной области равны:  $\beta = 1/2$ ,  $\gamma = 1$ . Вблизи точки Кюри  $T_c$  значения критических индексов существенно отличаются от теоретических (см. табл.1).

Таблица 1

Критические значения показателей степени в законе Кюри-Вейсса для некоторых ферромагнетиков [1.стр.546]

Вещество	$\gamma$	$\beta$	$T_c$
Fe	1,33	0,34	1 043
Co	1,21	–	1 388
Ni	1,35	0,42	627,2
Gd	1,3	–	292,5
CrO <sub>2</sub>	1,63	–	386,5
CrBr <sub>3</sub>	1,215	0,368	32,56
EuS	–	0,33	16,50

В соответствии с выражением (35) магнитная восприимчивость в точке Кюри должна быть бесконечной. В действительности для реальных образцов она принимает конечное значение  $\chi_0$ , поэтому величину  $\gamma$  определяют из соотношения

$$\frac{1}{\chi} - \frac{1}{\chi_0} = B(T - T_c)^\gamma. \quad (36)$$

Для определения величины критического индекса магнитной восприимчивости  $\gamma$  необходимо:

- получить экспериментальную зависимость магнитной восприимчивости от температуры (см. рис.4), после обработки которой найти температуру Кюри  $T_c$  и соответствующее значение  $\chi_0$ ;
- зная значения  $T_c$  и  $\chi_0$ , построить график зависимости  $\lg\left(\frac{1}{\chi} - \frac{1}{\chi_0}\right)$  от  $\lg(T - T_c)$  и по угловому коэффициенту прямой определить значение  $\gamma$ .

## 2. Эксперимент

**Оборудование.** Генератор низкой частоты, селективный усилитель, катушка взаимной индуктивности, магазин взаимной индуктивности, пробирка с исследуемым веществом, термopapa, нагрева-

тель, источник питания нагревателя, блок регистрации, персональный компьютер.

**Блок регистрации** состоит из аналого-цифрового преобразователя (АЦП), с двумя измерительными каналами, один из которых предназначен для измерения температуры с помощью термопары, другой – для измерения напряжения. Блок регистрации имеет цифровую связь по последовательному каналу с персональным компьютером.

## 2.1. Описание установки

В данной работе изучается температурная зависимость магнитной восприимчивости гадолиния. Выбор материала определился тем, что его точка Кюри расположена в области *комнатных* температур. Вблизи точки Кюри намагниченность и соответствующая ей магнитная восприимчивость малы по величине, поэтому для проведения эксперимента необходимо использовать *достаточно точный метод* измерения. Очень высокие требования предъявляются к параметрам нагревательной системы и стабилизации температуры. Это объясняется тем, что в области точки Кюри, где спонтанная намагниченность исчезает, *малейший градиент температуры* по объему (длине) образца *может привести к искажению результатов* измерения, вследствие того, что отдельные части образца могут находиться и в ферромагнитном и в парамагнитном состояниях. Поэтому для установления теплового режима образца требуется значительное время.

Для измерения магнитной восприимчивости используется *метод дифференциального трансформатора*, схема установки которого приведена на рис. 3. Ток от генератора низкой частоты (1) поступает в последовательно соединенные первичные обмотки катушки взаимной индуктивности (2) и магазина взаимной индуктивности (3). Вторичные обмотки катушки и магазина индуктивности включены встречно, поэтому возникающие в них ЭДС вычитаются. При оптимальной настройке катушек индуктивности (при равенстве коэффициентов взаимной индуктивности) без образца выходное напряжение дифференциального трансформатора должно быть равно нулю.

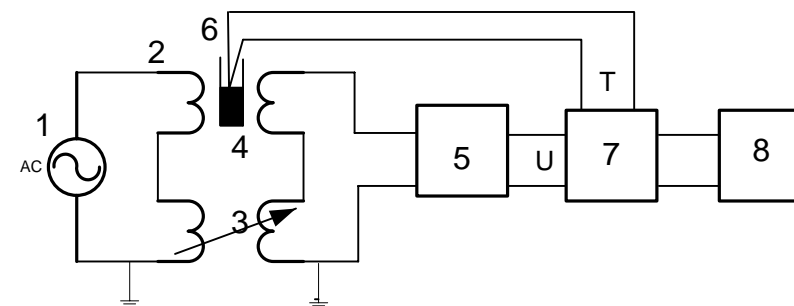


Рис. 3. Схема установки для измерения зависимости магнитной восприимчивости от температуры:

1 – генератор низкой частоты; 2 – катушка взаимной индуктивности; 3 – магазин взаимной индуктивности; 4 – пробирка с образцом; 5 – селективный усилитель; 6 – термопара; 7 – блок регистрации; 8 – персональный компьютер

Если исследуемый образец (4) поместить внутрь катушки, то ЭДС во вторичной обмотке увеличится, и на выходе дифференциального трансформатора появится напряжение, величина которого пропорциональна магнитной восприимчивости образца. Это напряжение поступает на вход селективного усилителя (5) и измеряется встроенным в усилитель вольтметром. Селективный (избирательный) усилитель имеет высокий коэффициент усиления только в том случае, если он достаточно точно настроен на частоту генератора, что необходимо учитывать при подготовке установки к работе<sup>7</sup>.

В катушке находится нагреватель, подключенный к источнику постоянного тока (на схеме не показан). Температура измеряется хромель-алюмелевой термопарой (6), помещенной в пробирку с исследуемым веществом. Регистрация температурной зависимости магнитной восприимчивости производится блоком регистрации (7) и отображается на экране монитора ПК (8).

<sup>7</sup> Селективный (избирательный) усилитель предназначен для усиления сигналов в узкой полосе частот. Его коэффициент усиления  $K(f)$  имеет частотную характеристику, подобную характеристике резонансного контура. Резонансная частота усилителя может перестраиваться. Использование селективного усилителя позволяет ослабить все шумы и наводки, частота которых не совпадает с селективной.

### Контрольные вопросы (допуск к эксперименту)

1. Объясните необходимость использования метода дифференциального трансформатора.
2. Поясните суть встречного включения катушек.
3. Что такое селективный усилитель?
4. Докажите, что напряжение, поступающее на вход усилителя, пропорционально магнитной восприимчивости.
5. Нарисуйте ожидаемый вид зависимости.
6. Почему скорость нагрева образца должна быть малой?

## 2.2. Методика проведения эксперимента

### Настройка установки

Соберите схему, показанную на рис. 3. Включите приборы, установите на генераторе частоту  $\sim 60$  Гц и подайте ток в намагничивающую катушку. Выставьте на магазине взаимной индуктивности значение  $\sim 10$  мГн. Настройте избирательный усилитель на частоту работы генератора. Для этого ручками регулировки частоты  $\nabla$  – «грубо» и  $\nabla\nabla$  – «плавно» добейтесь максимального показания встроенного в усилитель вольтметра. Затем магазином взаимной индуктивности скомпенсируйте ЭДС катушки. Если некомпенсированность напряжения составляет  $\sim(2 - 5)$  % от шкалы вольтметра, то установка готова к проведению эксперимента.

**Примечание.** По окончании настройки установки, во избежание нарушения компенсации (появления ЭДС индукции во вторичной цепи) в процессе измерений, не рекомендуется изменять положение не только магазина взаимной индукции и катушек индуктивности, но и соединительных проводов.

Поместив пробирку с образцом в сосуд, заполненный смесью воды со льдом, охладите её до максимально низкой температуры (температуру рекомендуется проконтролировать термометром). Вставьте пробирку внутрь катушки, и регулировкой тока в первичных обмотках и коэффициента усиления избирательного усилителя добейтесь максимального значения выходного напряжения, измеряемого встроенным вольтметром. При удалении пробирки с образцом из катушки остаточное напряжение должно быть малым (не более 5 %

от напряжения с образцом). Если в процессе настройки образец значительно нагрелся, то охладите его до температуры  $\sim 10$  °С.

**Примечание.** Перед помещением пробирки в катушку необходимо удалить воду со стенок пробирки.

### Запуск программы и запись экспериментальных данных

1. Включите компьютер. Проведите отмену пароля. Найдите на рабочем столе пиктограмму (иконку) с подписью "**Temp\_Vol**", и двойным нажатием левой клавиши мыши раскройте программу измерения зависимости напряжения от температуры. Кнопкой с изображением " $\Rightarrow$ " запустите программу.

2. Поместите пробирку с охлажденным образцом внутрь катушки и запишите зависимость магнитной восприимчивости (в относительных единицах) от температуры. **Нагрев образца до комнатной температуры должен происходить естественным образом!** После установления комнатной температуры включите источник питания нагревателя, установите на источнике величину тока, равную 300 мА, напряжение – 1,5 В и продолжите измерения до температуры  $\sim 35$  °С. Скорость нагрева образца не должна превышать 1 град / мин, что соответствует начальному току через нагреватель  $\sim 0,3$  А. При достижении температуры  $\sim 25$  °С величину тока можно увеличить до 0,4 А, затем до 0,5 А.

3. По окончании эксперимента нажмите кнопку **STOP&Write** и сохраните файл под своим именем с расширением .dat, который можно найти в директории: C:/LabWork/<имя>.dat.

**Примечание.** В области температуры Кюри, где спонтанная намагниченность исчезает, малейший градиент температуры по образцу может привести к искажению характера температурной зависимости магнитной восприимчивости. Поэтому при проведении эксперимента требуется медленный нагрев образца.

## 2.3. Обработка экспериментальных данных

Обработку экспериментальных данных можно провести средствами Excel, Mathcad, Matlab.

1. Используя экспериментальные данные, постройте график зависимости магнитной восприимчивости  $\chi$  от температуры  $T$  во

всём диапазоне температур (рис. 4). Проведите касательные к ферромагнитной, переходной и парамагнитной областям и определите:

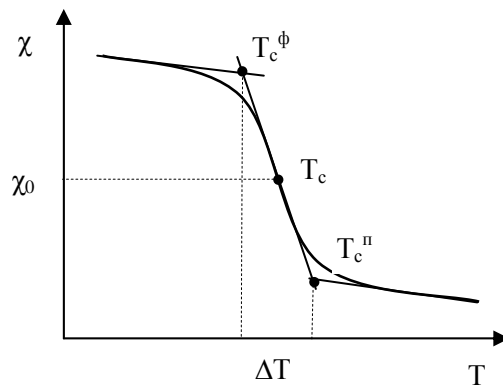


Рис. 4. Определение температуры фазового перехода

- низкотемпературную точку  $T_c^\phi$ , соответствующую ферромагнитному состоянию,
- высокотемпературную точку  $T_c^n$ , соответствующую парамагнитному состоянию,
- интервал температур  $\Delta T$ , соответствующий переходной области,
- температуру фазового перехода  $T_c$ , и соответствующее значение  $\chi_0$ . Полагаем, что эти значения соответствуют середине участка касательной с максимальным наклоном.

2. Более точно температуру Кюри можно определить по графикам первой и второй производной восприимчивости от температуры. Перед вычислением производных выполните сглаживание полученной экспериментальной зависимости. (О методах сглаживания см. Выпуск 1).

3. Постройте график зависимости  $1/\chi = f(T)$  во всей области температур, по которому оцените парамагнитную точку Кюри. Линейная аппроксимация экспериментальных данных в высокотемпе-

ратурной области (при  $T > T_c$ ) до пересечения с осью температур определит значение парамагнитной точки Кюри  $T_c^n$  (см. рис.2). Сравните значение  $T_c^n$  с полученным в п.1.

4. Постройте графики зависимости  $\lg(1/\chi - 1/\chi_0)$  от  $\lg(T - T_c)$ :

- во всем диапазоне температур выше температуры Кюри,
- вблизи точки Кюри (в переходной области).

Используя метод наименьших квадратов, проведите прямые и по угловому коэффициенту определите критический индекс магнитной восприимчивости  $\gamma$ . Объясните разницу. Сравните полученный результат с табличным значением.

5. Зная температуру перехода  $T_c$ , оцените величину энергии обменного взаимодействия.

## 2.4. Содержание отчета

Отчет должен содержать следующие измеренные данные, результаты их обработки и анализа:

- расчетные формулы;
- схему измерительной установки;
- график температурной зависимости магнитной восприимчивости;
- график зависимости величины обратной магнитной восприимчивости от температуры;
- график зависимости первой и второй производной магнитной восприимчивости от температуры;
- значение температуры Кюри  $T_c$ ;
- значение энергии обменного взаимодействия;
- график зависимости  $\lg(1/\chi - 1/\chi_0) = f(\lg(T - T_c))$  во всем диапазоне температур выше точки Кюри;
- график зависимости  $\lg(1/\chi - 1/\chi_0) = f(\lg(T - T_c))$  в переходной области;
- значение критического индекса  $\gamma$  с указанием погрешности и сравнение с табличными данными.

## Библиографический список

1. Ч. Киттель. Введение в физику твердого тела. М.: Наука, 1978.
2. К. П. Белов. Магнитные превращения. М.: ФМ, 1959.
3. В. А. Боков. Физика магнетиков. Санкт-Петербург, 2002.
4. А. А. Преображенский. Магнитные материалы и элементы. М.. Высшая школа, 1976.
5. И. Н. Меишов, Б. В. Чириков. Электромагнитное поле. Ч. 1. Новосибирск: Наука, 1987.
6. Э. Парселл. Электричество и магнетизм. М.: Наука, 1983. (Берклевский курс физики, Т. 2).
7. Фишер М. Природа критического состояния. М.: Мир, 1968
8. Князев Б. А., Черкасский В. С. Начала обработки экспериментальных данных. Новосибирск: НГУ, 2005.
9. Методы физических измерений. Ред. Р.И. Солоухин. Новосибирск: Наука, 1975.
10. Д. В. Сивухин. Общий курс физики. Электричество. Т.3, часть 1. М.Наука, 1996.




## Приложение. Виртуальный осциллограф в программе LabView

Использование аналого-цифровых преобразователей (АЦП) многофункциональной платы сбора данных National Instruments NI 6010 позволяет регистрировать осциллограммы сигналов на экранах виртуального осциллографа в YТ и XY режимах средствами программного комплекса LabView /1/.

Наблюдаемые сигналы подключаются к X и Y входам переходного модуля, содержащего соединительный блок NI CB-37F-LP. Специальным многожильным кабелем (SH37F-37M) блок соединён непосредственно с платой NI 6010, установленной в слот расширения компьютера типа PCI. Максимальный диапазон принимаемых сигналов  $\pm 5\text{В}$ , поэтому для сигналов большей амплитуды используются делители, которые уменьшают сигналы до регистрируемого диапазона. Сигналы амплитудой выше 42 В приводят к выходу платы из строя.

Файлы виртуальных приборов (ВП) обычно находятся на рабочем столе и в указанной вам директории. Виртуальный осциллограф ContXY.vi работает в циклическом режиме, удобном при настройке схемы. Виртуальный осциллограф SingleXY.vi работает в однократном режиме и предусматривает запись в текстовый файл экспериментальных данных. На компьютере необходимо завести свою рабочую директорию, в которой будут храниться файлы получаемых данных (сохранять до сдачи работы преподавателю!). Рекомендуется скопировать файлы виртуальных приборов в эту же папку и воспользоваться ими. В этом случае можно самостоятельно модернизировать программу, добавляя дополнительные функции.

Для запуска программы виртуального осциллографа достаточно сделать двойной щелчок мышкой на соответствующем файле. Либо запустить программу LabView и открыть соответствующий файл. Появится лицевая панель вашего виртуального осциллографа. Перед запуском проверьте и отредактируйте параметры работы ВП. Редактирование элементов виртуального прибора осуществляется курсором мыши, который может принимать различный вид. Для переключения используется паллета **Tools**, если вы не видите её на экране, то вызовите её через меню **View**  $\Rightarrow$  **Tools Palette**. Для управле-



ния отдельными элементами выберите инструмент  **Operate Value**. Кроме того, часто используются инструменты  **Position/Size/Select** и  **Edit Text**, их предназначение понятно из названия.



Установите режим работы каналов (Input Terminal Configuration) и укажите используемые физические каналы (Physical Channel). Обычно это дифференциальный (differential) режим, Dev1/a0 для  $X$  входа и Dev1/a1<sup>8</sup> для  $Y$  входа.

Установите необходимые пределы измерений напряжения (Minimum Value и Maximum Value). Собственные диапазоны АЦП  $\pm 5$  В,  $\pm 1$  В и  $\pm 0,2$  В. Измерение напряжений выходящих за пределы  $\pm 5$  В возможно с помощью делителей, соответствующие коэффициенты необходимо ввести в окна множителей для каналов (Scale) для правильного отображения сигналов.

Установите скорость считывания точек осциллограмм (Sample Rate) и число точек на одной осциллограмме (Samples per Channel). При использовании двух и более каналов максимальная скорость составляет  $16600 \text{ с}^{-1}$ . Максимальная скорость  $200000 \text{ с}^{-1}$  может быть получена только при использовании одного канала. Число точек для периодического сигнала целесообразно задать соответствующим одному периоду. Например, для частоты 50 Гц рекомендуется установить скорость считывания  $10000 \text{ с}^{-1}$  и количество точек на осциллограмме равным 200.

Следует отметить, что установленные значения не сохраняются при закрытии файла ВП, даже если сохранить файл. Необходимо сделать их значениями по умолчанию (**Щелкнуть на данных правой клавишей  $\Rightarrow$  data operations  $\Rightarrow$  make current value default**).

Для запуска виртуального осциллографа необходимо нажать левую клавишу мыши на кнопке **Run**  на инструментальной панели. Для остановки осциллографа ContXY.vi, работающего в циклическом режиме, предназначена кнопка **Stop** на лицевой панели. Использование кнопки **Abort Execution**  нежелательно, так как вызывает немедленную остановку без корректного завершения

цикла. Осциллограф SingleXY.vi может быть запущен в циклическом режиме кнопкой , однако для его остановки придется воспользоваться кнопкой **Abort Execution**  без корректного завершения цикла.

Доступ к свойствам любого объекта происходит при нажатии правой клавишей на выбранном объекте (контекстное меню). При редактировании свойств экрана осциллографа можно выбрать масштабы шкал по  $X, Y$  (**Scale**) или включить режим автомасштабирования (**AutoScale**).

Для определения координат точек на экране необходимо использовать курсор. При отсутствии окна курсора необходимо поставить галочку в контекстном меню экрана (**Visible Items  $\Rightarrow$  Cursor Legend**) и в появившемся окне создать курсор (**Create cursor**). Количество цифр в показаниях курсора определяется свойствами шкал  $X, Y$  (**Properties  $\Rightarrow$  Format and Precision  $\Rightarrow$  Digits**).

Для определения координат точек на экране необходимо использовать курсор. При отсутствии окна курсора необходимо поставить галочку в контекстном меню экрана (**Visible Items  $\Rightarrow$  Cursor Legend**) и в появившемся окне создать курсор (**Create cursor**). Количество цифр в показаниях курсора определяется свойствами шкал  $X, Y$  (**Properties  $\Rightarrow$  Format and Precision  $\Rightarrow$  Digits**).


Сохранить изображение экрана в файл в формате .bmp можно используя контекстное меню экрана осциллографа: **Data Operations  $\Rightarrow$  Export Simplified Image**.

Для получения точек петли гистерезиса в осциллографе SingleXY.vi предусмотрен включатель XYfile. После его включения сделайте запуск и данные будут записаны в файл, имя которого вы зададите в диалоговом окне.

Для получения координаты правой крайней точки петли гистерезиса в осциллографе SingleXY.vi предусмотрен включатель XYend. При этом вы должны заранее создать пустой текстовый файл и указать его в окне Path. Далее каждый запуск осциллографа будет добавлять в файл новую пару значений  $X, Y$ .

При обработке результатов средствами LabView можно добавить на лицевую панель существующего или нового ВП необходимые элементы управления и индикаторы, выбрав их в подпалитре палитры **Controls** (вызывается правой клавишей мыши) и перетаскив на лицевую панель. Далее, необходимо вызвать окно блок-диаграммы

<sup>8</sup> Плата NI 6010 поддерживает 8 аналоговых входов в дифференциальном режиме или 16 в обычном, что позволяет при необходимости использовать другие каналы. Информацию о контактах аналоговых входов интерфейсной платы можно получить с помощью программы Measurement & Automation в окне Connection Diagram.

через меню **Windows** ⇨ **Show Block Diagram**. В окне отображены терминалы элементов управления и индикаторов. Блок-диаграмму дополните необходимыми функциями из подпалитры палитры **Functions** и соедините проводниками данных при помощи инструмента **Connect Wire** . Подробнее о создании и редактировании ВП можно прочитать в книге /2/ и на сайте /3/.

## Библиографический список

1. <http://www.ni.com>
2. Дж. Тревис LabVIEW для всех. М: ПриборКомплект, 2004.
3. <http://picad.com.ua/lesson.htm>.