

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РФ  
НОВОСИБИРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

Физический факультет  
Кафедра общей физики

**А. А. Павлов, Ал. А. Павлов, М. Ф. Ступак**

**ОПЫТ ЮНГА В НЕСТАЦИОНАРНЫХ СПЕКЛ ПОЛЯХ**

Учебно-методическое пособие

Новосибирск  
2015

УДК 535.41, 535.42

**Павлов А.А., Павлов Ал.А., Ступак М.Ф.**

Опыт Юнга в нестационарных спекл полях.

Методическое указание по выполнению лабораторной работы

/ Новосиб. гос. ун-т.

Новосибирск, 2014. 35 с.

Методическое указание по выполнению лабораторной работы предназначено для изучения понятий пространственной и временной когерентности и оптики спеклов. В теоретической, части на доступном для студентов второго курса уровне, даются общие представления об данных понятиях. Дано описание созданной в лаборатории практикума по физической оптике КОФ НГУ установки для изучения данных явлений, взамен существующей ранее. Отличительной частью новой установки является то, что в качестве фотоприемного устройства вместо ПЗС линейки используется ПЗС телекамера, дающая более наглядную информацию о зависимости характерных размеров спеклов и масштабов пространственной когерентности от геометрических параметров оптической схемы. Установка позволяет реализовать опыт Юнга с использованием диффузного источника света (модель квазитеплового источника света). Демонстрируется аналогия опыта Юнга в нестационарных спекл полях с интерференцией двух волн с ограниченной временной и пространственной когерентностью. В отличие от предыдущего варианта работы, реализованная схема позволяет макетировать интерференцию волн от двух независимых источников света.

В исполняемой части студентам предлагается пронаблюдать и понять эффект образования спеклов, и связь масштабов пространственной когерентности с их размерами. Найти зависимость контраста интерференционных полос с использованием модели квазитеплового источника света в зависимости от среднестатистических размеров спеклов. Объяснить аналогию результатов с интерференцией двух волн с ненулевой разностью хода и с интерференцией волн от независимых источников. Ответить на контрольные вопросы, касающиеся изучаемой темы.

Целевая аудитория Студенты 2 курса ФФ и ФЕН.

Методическое указание подготовлено в рамках реализации

Программы развития НИУ-НГУ на 2009-2018 г.г.

@ Новосибирский государственный  
университет, 2015

## ОГЛАВЛЕНИЕ

1.	Введение .....	4
2.	Краткая теория .....	5
2.1.	Интенсивность света .....	5
2.2.	Суперпозиция (интерференция) волн .....	7
2.3.	Интерференция двух монохроматических волн .....	8
2.4.	Временная когерентность. Интерференция двух немонохроматических волн .....	10
2.5.	Разложение произвольной монохроматической волны по пространственным частотам .....	13
2.6.	Понятие пространственной когерентности .....	14
2.7.	Влияние спектра пространственных частот на размеры спеклов .....	18
3.	Модель квазитеплого источника .....	20
4.	Описание установки .....	24
5.	Порядок выполнения работы и задания .....	25
6.	Контрольные вопросы .....	27
7.	Приложение 1. Интерференция волн сформированных от двух независимых источников света .....	28
8.	Приложение 2. Контраст интерференционных полос в зависимости от смещения плоскости фокусировки излучения относительно диффузора .....	33
8.	Список литературы .....	35

## 1. Введение

В лабораторной работе изучаются вопросы, связанные с когерентностью оптического излучения. В теоретической части описания даются общие представления об интерференции волн. Рассматриваются понятия временной и пространственной когерентности для волн с конечной (ненулевой) шириной линии излучения  $\Delta\omega$  и спектра пространственных частот  $\Delta k$  соответственно. Строгое теоретическое рассмотрение изучаемых в работе явлений требует знания специальных разделов математики, таких как теория случайных процессов, специальные функции и др. Поэтому некоторые из используемых в работе формул и их выводы даются в упрощенном виде, на «физическом» уровне строгости, и носят характер оценок.

В ходе выполнения работы студентам предлагается

Выполнить упражнения, подтверждающие зависимость характерных размеров пространственной когерентности от спектра пространственных частот.

Получить экспериментальные данные, подтверждающие (или опровергающие) теоретические выводы.

В работе используется схема опыта Юнга с двойной щелью. Несмотря на то, что опыт Юнга является одним из простейших экспериментов по интерференции, он позволяет продемонстрировать основные понятия и выводы теории когерентности света.

### **Цель работы**

*Ознакомиться с понятиями временной и пространственной когерентности света.*

### **Оборудование**

Полупроводниковый лазер; блок фокусировки лазерного излучения; вращающийся матовый диск; двойная щель для реализации схемы Юнга; ПЗС-телекамера; персональный компьютер.

*Поскольку данная лабораторная работа достаточно сложная, как с теоретической, так и с практической точки зрения, то по усмотрению преподавателя могут выполняться не все задания.*

*Выполнение работы в полном объеме с более тщательными измерениями может служить основой для курсовой работы.*

## 2. Краткая теория

### 2.1. Интенсивность света

Произвольную световую волну можно представить в виде набора, а чаще всего континуума плоских монохроматических волн. В скалярном приближении напряженность электрического поля плоской монохроматической волны можно представить в виде

$$E = a \cos[\omega t - \mathbf{k}\mathbf{r} + \varphi_0]. \quad (1)$$

Здесь  $\omega = 2\pi\nu$  – круговая частота;  $\nu$  – частота;  $t$  – время;  $\mathbf{r}$  – радиус-вектор;  $\mathbf{k}$  – волновой вектор, совпадающий по направлению с направлением распространения плоской волны,  $|\mathbf{k}| = k = 2\pi/\lambda$ ;  $\lambda$  – длина волны;  $\varphi_0$  – начальная фаза, которую мы не будем учитывать в случаях, когда она не влияет на конечный результат.

Некоторые параметры электромагнитного излучения однозначно определяются только в приближении плоских монохроматических волн. Например, не имеет смысла говорить о волновом векторе, определяющем направление и длину волны (частоту) излучения для произвольной модулированной во времени и в пространстве электромагнитной волны. Одним из основных подобных параметров является интенсивность света. Практически все оптические измерения сводятся к регистрации интенсивности.

Как известно, вектор потока энергии электромагнитной волны  $\mathbf{S} = (c/4\pi)[\mathbf{E}\mathbf{H}]$ . При этом связь между модулями векторов  $\mathbf{E}$  и  $\mathbf{H}$  определяется соотношением  $\mu^{1/2}H = \varepsilon^{1/2}E$ . В вакууме  $\mu = \varepsilon = 1$  (в системе СГС) и  $S = |\mathbf{S}| = (c/4\pi)E^2$ . Для плоской монохроматической волны в плоскости наблюдения модуль вектора  $\mathbf{E}$  можно представить в виде  $E = a \cdot \cos(\omega t)$ . При этом поток энергии через единичную площадку, ортогональную направлению распространения волны, находится как

$$S = (c/4\pi)a^2 \cos^2(\omega t) = (c/8\pi)a^2 [1 + \cos(2\omega t)].$$

Таким образом,  $S$  осциллирует с удвоенной частотой относительно среднего значения  $S = (c/8\pi)a^2$ .

Все фотоприемники в той или иной степени инерционны и обладают временем интегрирования  $\tau$ . Для видимого диапазона, например для  $\lambda = 500$  нм (зеленый цвет),  $\nu = \omega/2\pi = 6 \cdot 10^{14}$  Гц. Не существует приемников, позволяющих регистрировать подобные осцилляции. Поэтому приемники излучения видимого диапазона реагируют на среднее значение потока энергии, т. е. сигнал с фотоприемника пропорционален  $\langle S \rangle \sim \langle E^2 \rangle$ . (Значки  $\langle \rangle$  означают усреднение по времени.) Такие датчики называются квадратичными. Для стационарного случая  $a(t) = \text{const}$ , и мы можем брать среднее значение как по одному периоду световой волны, так и по бесконечности.

В реальных измерениях, как правило,  $a(t) \neq \text{const}$ . В этом случае время усреднения определяется временем интегрирования фотоприемника, а для устройств, работающих в режиме накопления сигнала (фотокамеры, фотопленка и т. п.), – временем экспозиции.

В физической оптике усредненный по времени поток световой энергии через единичную площадку, ортогональную направлению распространения волны, называется интенсивностью  $I = \langle S \rangle$ . Очевидно, что в такой формулировке интенсивность строго определена только в приближении плоских волн. Однако плоские волны являются идеализированными объектами. По этой причине, в научно-технических приложениях, понятие интенсивности с некоторым приближением обобщают на любые, в том числе и на не плоские, волны.

Таким образом, если мы имеем распределение напряженности электрического поля в плоскости наблюдения

$$E(x, y) = a(x, y) \cos [\omega t + \varphi(x, y)],$$

то распределение интенсивности

$$I(x, y) = (c/4\pi) \langle E^2(x, y) \rangle_\tau = (c/8\pi) a^2(x, y). \quad (2)$$

При  $a(t) \neq \text{const}$

$$I(x, y, t) = (c/4\pi) \langle E^2(x, y) \rangle_\tau = (c/8\pi) \langle a^2(x, y, t) \rangle_\tau. \quad (3)$$

Отметим, что в литературе можно найти разные определения понятия интенсивности. При решении некоторых задач, например, связанных с интерференцией, голографией, дифракцией, интенсивность обычно ассоциируется с откликом регистрирующего устройства: почернение фотопластины; электрический ток или напряжение; восприятие яркости изображения глазом и др. Например, восприятие наблюдателем освещенности матового экрана (интенсивность рассеянного света) при одной и той же удельной мощности будет зависеть от длины волны. Самой высокой интенсивность будет ощущаться для  $\lambda \approx 0,5$  мкм, существенно меньшей – для  $\lambda \approx 0,7$  мкм и нулевой для  $\lambda \approx 1$  мкм. Данный эффект связан со спектральной чувствительностью системы «человеческий глаз», максимум которой приходится на зеленую область спектра.

Во многих случаях информацию несут в основном пространственное положение максимумов и минимумов и их относительная интенсивность. При этом постоянные множители, не зависящие от пространственных координат, можно не учитывать. Поэтому под интенсивностью мы далее будем понимать

$$I(x, y) = a^2(x, y) \sim \langle E(x, y)^2 \rangle_\tau. \quad (4)$$

Необходимо, однако, помнить, что при исследовании взаимодействия излучения с веществом (особенно нелинейных процессов) и при расчете

реальных энергетических параметров необходимо оперировать четко определенными физическими величинами.

Иногда более удобно использовать комплексное представление напряженности электрического поля:

$$E(x, y, z) = \{a(x, y, z)e^{i[\omega t + \varphi(x, y, z)]} + \text{К.С.}\}/2. \quad (5)$$

Здесь К.С. означает комплексно сопряженную величину. При этом вводится понятие комплексной амплитуды, которая не содержит осциллирующего множителя:

$$A(x, y, z) = a(x, y, z)e^{i\varphi(x, y, z)}. \quad (6)$$

В частности, для плоской волны

$$A(x, y, z) = a e^{i(-kr + \varphi)}. \quad (6.a)$$

Можно заметить, что квадрат модуля комплексной амплитуды совпадает с определенным нами значением интенсивности согласно соотношению (4). Поэтому в некоторых случаях под интенсивностью монохроматической волны мы будем понимать

$$I(x, y) = |A(x, y)|^2 = A(x, y) A^*(x, y). \quad (7)$$

## 2.2. Суперпозиция (интерференция) волн

В силу линейности системы уравнений Максвелла и вытекающих из него волновых уравнений, описывающих распространение электромагнитной волны, напряженность электрического поля нескольких волн равна сумме напряженностей электрических полей отдельных волн (принцип суперпозиции):

$$E_{\Sigma}(x, y, z) = \Sigma_i E_i(x, y, z). \quad (8)$$

Принцип суперпозиции при рассмотрении некоторых задач, в том числе и касающихся темы данной лабораторной работы, позволяет перейти к скалярному виду уравнений, т. е. к нахождению закономерностей распространения излучения только для одной из компонент вектора  $\mathbf{E}$ . (В общем случае, очевидно, решение будет находиться как сумма решений для всех трех компонент.) При этом соотношение (8) запишется в виде

$$E_{\Sigma}(x, y, z) = \Sigma_i E_i(x, y, z). \quad (8.a)$$

Для нескольких монохроматических волн с одинаковой частотой суммарная комплексная амплитуда также будет равна сумме комплексных амплитуд отдельных волн

$$A_{\Sigma}(x, y, z) = \Sigma_i A_i(x, y, z), \quad (9)$$

а интенсивность

$$I_{\Sigma}(x, y) = |\Sigma_i A_i(x, y)|^2. \quad (10)$$

При суперпозиции волн с разными частотами мы уже не можем напрямую использовать соотношение (9), поскольку осциллирующие члены различны для разных волн. Тем не менее можно использовать аналог соотношения (9)

$$A_{\Sigma}(x, y, z) = \Sigma_i A_i(x, y, z) e^{i\Delta\omega_i t}, \quad (11)$$

где  $\Delta\omega_i = \omega_0 - \omega_i$  – разность частот между некоторой постоянной частотой  $\omega_0$  и частотами отдельных волн  $\omega_i$ . В качестве  $\omega_0$ , как правило, выбирается центральная частота рабочего спектрального диапазона (линии излучения). Интенсивность находится из соотношения

$$I_{\Sigma}(x, y) = \langle |\Sigma_i A_i(x, y)|^2 \rangle_{\tau}, \quad (12)$$

т. е. необходимо провести усреднение по времени интегрирования фотоприемника. Для сплошных спектров в соотношениях (9) – (12) мы должны заменить суммы соответствующими интегралами.

### 2.3. Интерференция двух монохроматических волн

Рассмотрим интерференцию двух монохроматических волн. Пусть на экран  $P$  (рис. 1) падает две волны с разными в общем случае частотами  $\omega_1$  и  $\omega_2 = \omega_1 + \Delta\omega$ . Их комплексные амплитуды, учитывая соотношение (11), можно представить в виде –

$$A_1(x, y) = a_1(x, y) e^{i\varphi_1(x, y)}, \quad A_2(x, y) = a_2(x, y) e^{i\varphi_2(x, y) + \Delta\omega t}.$$

Для интенсивности, согласно (11), (12), получим

$$\begin{aligned} I(x, y) &= \langle |A_1(x, y) + A_2(x, y) e^{i\Delta\omega t}|^2 \rangle_{\tau} = \\ &= I_1 + I_2 + 2(I_1 I_2)^{1/2} \langle \cos(\Delta\omega t + \Delta\varphi) \rangle_{\tau}, \end{aligned} \quad (13)$$

где  $\Delta\varphi = \varphi_2 - \varphi_1$ . Здесь и далее, в некоторых случаях, для сокращения записи зависимость переменных от координат  $(x, y)$  не обозначена. Усредним косинус по времени интегрирования  $\tau$ :

$$\begin{aligned} \langle \cos(\Delta\varphi + \Delta\omega t) \rangle_{\tau} &= \frac{1}{\tau} \int_{t-\tau}^t \cos(\Delta\varphi + \Delta\omega t) dt = \\ &= \text{sinc}(\tau\Delta\omega/2) \cos(\Delta\varphi - \tau\Delta\omega/2 + \Delta\omega t). \end{aligned}$$

В результате получим

$$I = I_1 + I_2 + 2(I_1 I_2)^{1/2} \text{sinc}(\tau\Delta\omega/2) \cos(\Delta\varphi - \tau\Delta\omega/2 + \Delta\omega t). \quad (14)$$

Уравнение (14) является соотношением для интерференции двух монохроматических волн в общем виде. Слагаемое, содержащее косинус, называется **интерференционным членом**.



Важной характеристикой, определяющей качество регистрируемых интерференционных картин, является контраст (видность) интерференционных полос

$$K = \frac{I_{\max} - I_{\min}}{I_{\max} + I_{\min}}. \quad (15)$$

Максимумы и минимум интенсивности будут наблюдаться при значениях косинуса в выражении (14), равных плюс и минус единица соответственно. В результате

$$K = \frac{2\sqrt{I_1 I_2}}{I_1 + I_2} \operatorname{sinc}(\tau \Delta \omega / 2). \quad (16)$$

Таким образом, контраст зависит от разницы частот интерферирующих волн и времени интегрирования.

Важными являются следующие характерные случаи.

1. Частоты интерферирующих волн равны ( $\Delta \omega = 0$ ).

$$I = I_1 + I_2 + 2(I_1 I_2)^{1/2} \cos(\Delta \varphi); \quad K = \frac{2\sqrt{I_1 I_2}}{I_1 + I_2}.$$

Это простейший случай интерференции двух волн. Формируется стационарная интерференционная картина. При равенстве интенсивностей волн  $I_1(x, y) = I_2(x, y) = I_0$  выражение существенно упрощается:

$$I(x, y) = 2I_0(x, y) \{1 + \cos[\Delta \varphi(x, y)]\},$$

контраст максимально возможный,  $K = 1$ .

Для двух плоских волн с направлением волновых векторов, близких к нормали поверхности экрана  $P$  (ось  $Oz$ ) и параллельных плоскости  $(z, 0, y)$ , разность фаз линейно зависит от координаты  $y$ , т. е.  $\Delta \varphi(x, y) = \Delta \varphi(y) = \cos(\varphi_0 + 2\pi \alpha y / \lambda)$ , где  $\alpha$  – угол между волновыми векторами интерферирующих волн (выражение записано для случая  $\alpha \ll 1$ ). Наблюдается стационарная интерференционная картина в виде эквидистантных параллельных оси  $(0, x)$  полос с шагом  $h = \lambda / \alpha$ .

Соотношение  $\Delta \varphi(x, y)_{\max} = 2m\pi$  является уравнением для максимумов, а  $\Delta \varphi(x, y)_{\min} = (2m + 1)\pi$  – для минимумов интерференционных полос при целочисленных  $m$ . Число  $m$  (в общем случае дробное) называется **порядком интерференционной полосы или порядком интерференции**.

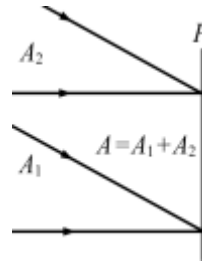


Рис. 1. Схема, поясняющая интерференцию двух волн

2. Частоты интерферирующих волн не равны ( $\Delta\omega \neq 0$ ), однако время интегрирования существенно меньше обратной величины  $\Delta\omega$ , т. е.  $\tau\Delta\omega \ll 1$ . При этом

$$I = I_1 + I_2 + 2(I_1 I_2)^{1/2} \cos(\Delta\varphi + \Delta\omega t),$$

а аналогом (14) является соотношение

$$I(x, y) = 2I_0(x, y) \{1 + \cos[\Delta\varphi(x, y) + \Delta\omega t]\}.$$

Порядок интерференции  $m$  определяется так же, как и для первого случая. В плоскости наблюдения реализуется нестационарная интерференционная картина. Интерференционные полосы движутся с фазовой скоростью  $\Delta\omega$ . Контраст такой же, как для первого случая.

3. Частоты интерферирующих волн не равны ( $\Delta\omega \neq 0$ ), а время интегрирования сравнимо с обратной величиной  $\Delta\omega$ , т. е.  $\tau\Delta\omega \approx 1$ . Интенсивность выражается соотношением (14). Так же как и в предыдущем случае, наблюдается нестационарная интерференционная картина. Контраст интерференционных полос зависит от времени интегрирования согласно соотношению (16).

4. Частоты интерферирующих волн не равны ( $\Delta\omega \neq 0$ ), а время интегрирования много больше обратной величиной  $\Delta\omega$ , т. е.  $\tau\Delta\omega \gg 1$ . Интерференционная картина не регистрируется. Интенсивность в плоскости экрана равна сумме интенсивностей исходных волн.

## 2.4. Временная когерентность.

### *Интерференция двух немонохроматических волн*

Мы рассмотрели случай интерференции двух монохроматических волн. Монохроматическая плоская волна является абсолютно когерентной, как в пространстве, так и во времени. Это значит, что если мы знаем волновой вектор и фазу волны в некоторой точке пространства и времени, то можем с абсолютной точностью определить ее фазу в любой точке пространства в любой момент времени. (Это справедливо и для сферических волн, но нам удобнее использовать плоские волны.)

Монохроматическое излучение, распространяющееся от диффузно отражающего экрана, обладает только временной когерентностью. Если мы знаем фазу волны в некоторой точке пространства в какой-либо момент времени, то мы можем определить ее фазу в любой момент времени только в этой точке, но не в пространстве. Про такие волны говорят, что они пространственно некогерентны.

Плоские монохроматические волны являются идеализированными объектами. Реальные источники, в том числе и лазерные, не являются строго монохроматическими, а излучают в некотором спектральном диапа-

зоне  $\Delta\nu$ . Идеально плоская волна также идеализированный объект. Для описания реальных волн в физической оптике вводятся такие понятия, как временная и пространственная когерентность. В данном параграфе мы рассмотрим временную когерентность.

Одно из возможных описаний процесса излучения света основано на том, что оно происходит в виде последовательности волновых цугов. Основная частота цугов постоянна, но фаза принимает случайные значения. Это приводит к уширению спектральной линии излучения.

Предположим, что интенсивность цугов одинакова, а среднее время прохождения цуга подчиняется распределению Пуассона (последнее выполняется для большинства лазерных источников света), т. е. вероятность появления цуга длительностью меньше  $t$  равна

$$P^*(t) = 1 - \exp(-t/\tau_1).$$

Дифференциальная функция распределения, определяющая вероятность появления цуга с длительностью от  $t$  до  $t + dt$ , имеет вид

$$P(t) = \exp(-t/\tau_1)dt/\tau_1.$$

Средняя длительность цуга  $\tau_1$  называется временем когерентности. При этом  $\tau_1 \sim 1 / \Delta\nu$ , где  $\Delta\nu$  – ширина линии излучения. В данном промежутке времени мы с вероятностью  $e^{-1}$  можем говорить о том, что фаза волны не изменилась. Подчеркнем, что мы можем говорить только о вероятности неизменности фазы в данный промежуток времени, поскольку длительность цугов – случайная величина.

Рассмотрим интерференцию двух волн от одного источника, по схеме аналогичной приведенной в п. 2.3, за исключением того, что одна волна приходит в плоскость регистрации с некоторым запаздыванием по сравнению с другой, т. е. для этих волн имеется разность оптических путей  $\Delta s$ . На рис. 2, а схематично представлена последовательность цугов таких волн. Заштрихованные области соответствуют прохождению одного и того же цуга для обеих волн, когда разность их фаз  $\Delta\varphi = 2\pi\Delta s / \lambda$  постоянна. В эти промежутки времени положение интерференционных полос идентично, и они вносят вклад в формирование стационарной интерференционной картины.

Незаштрихованные области соответствуют случаю, когда цуг одной из волн интерферирует с другим цугом второй волны. **Интерференционная картина**, как таковая, в эти моменты времени *тоже существует*. Однако, поскольку фаза каждого следующего цуга случайным образом меняется по отношению к предыдущему, то интерференционные картины для этих промежутков времени приобретают случайный фазовый сдвиг. Их вклад в общее регистрируемое изображение, когда время экспозиции су-

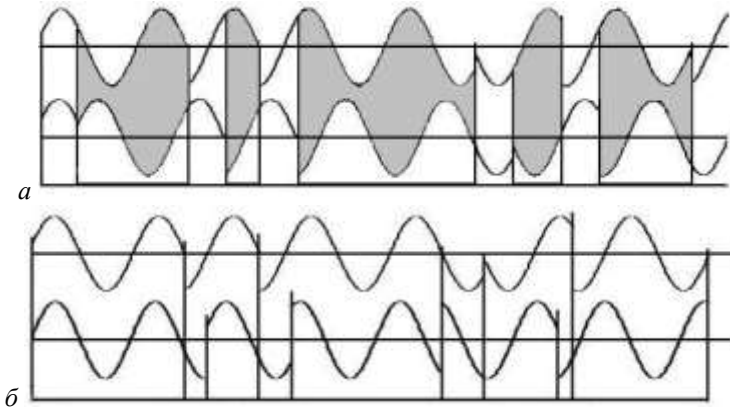


Рис. 2. Схема цугов интерферирующих волн, образованных от одного источника света (а) и от независимых источников света (б)

щественно больше среднестатистической длины цуга, выражается в виде фоновой засветки.

При увеличении разности хода все меньше времени приходится на долю стационарной картины по сравнению с временем случайных интерференционных картин, т. е. относительный уровень фона будет увеличиваться. Контраст регистрируемой интерференционной картины снижается и определяется соотношением

$$K(s) = K(0) \cdot \exp(-|\Delta s|/\sigma\tau_1). \quad (17)$$

Здесь  $K(0)$  – контраст согласно соотношениям (15), (16) при разнице оптических путей  $|\Delta s| = 0$ . При увеличении  $\Delta s$  контраст уменьшается и стремится к нулю при  $|\Delta s| \rightarrow \infty$ .

Иная ситуация наблюдается при формировании волн от отдельных источников или при интерференции волн от одного источника с разностью хода, существенно превышающей среднюю длину цугов  $\Delta s/\sigma\tau_1 \gg 1$  (рис. 2, б). Вероятность появления промежутка времени длительностью больше  $t$  без смены цуга любой из волн согласно теореме о произведении вероятностей равна  $P_2(t) = \exp(-2t/\tau_1)$ . Среднее время существования стационарной интерференционной картины  $\tau = \tau_1/2$ . Отсюда понятно, что интерференционную картину можно зарегистрировать и от двух независимых источников света. Для этого необходимо, чтобы время экспозиции  $T$  было сравнимо с  $\tau$ . При уменьшении времени экспозиции мы будем регистрировать все более контрастные интерферограммы.

В *Приложении 1* дан вывод соотношений для контраста интерферограмм от независимых источников света. Характерные максимальные времена экспозиции, позволяющие регистрировать подобные интерферограммы, даже при использовании обычных газовых лазеров составляют несколько микросекунд, что обеспечивают современные телекамеры. В рамках лабораторного практикума по физической оптике НГУ реализована работа по данной теме, и студенты на практике могут убедиться в возможности регистрации интерферограмм с формированием опорной и предметной волн от двух независимых источников света или от одного источника с как угодно большой разницей оптических путей.

**!!!** В некоторых литературных источниках утверждается, что интерференция возможна только для волн с равной частотой от одного источника света. Это утверждение некорректно. Интерференция, как суперпозиция (сложение) электромагнитных полей, очевидно, существует в любом случае. Мы можем говорить только о невозможности существования **стационарной интерференционной картины** при несовпадении частот интерферирующих волн или при интерференции волн от отдельных источников света.

## **2.5. Разложение произвольной монохроматической волны по пространственным частотам**

Произвольную волну можно разложить по плоским волнам. Пусть в плоскости  $z = 0$  распределение комплексной амплитуды  $A(x, y, 0) = A_0(x, y)$ . Представим  $A_0(x, y)$  в виде интеграла Фурье

$$A_0(x, y) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} A_0(k_x, k_y) e^{-i(k_x x + k_y y)} dk_x dk_y. \quad (18)$$

Здесь  $k_i$  – проекция волнового вектора на соответствующую ось.  $A_0(k_x, k_y)$  определяется обратным преобразованием Фурье

$$A_0(k_x, k_y) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} A_0(x, y) e^{-i(k_x x + k_y y)} dx dy. \quad (19)$$

Если сравнить подынтегральное выражение в уравнении (18) с соотношением (6.а), то видно, что это не что иное, как комплексная амплитуда плоской волны, распространяющейся под некоторым углом к оси  $z$  в плоскости  $z = 0$ . Для комплексной амплитуды, зависящей от  $z$ , мы должны в экспоненциальный множитель добавить слагаемое  $k_z z$ . В результате имеем

$$A(x, y, z) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} A_0(k_x, k_y) e^{-i(k_x x + k_y y + k_z z)} dk_x dk_y. \quad (20)$$

Более подробно о правомерности подобного представления смотрите, например, в монографиях [1, 2].

Таким образом, если для монохроматической волны в плоскости  $z = 0$  известно распределение напряженности вектора электрического поля, то, используя соотношения (18)-(20), мы можем представить данную волну в виде дискретного или непрерывного множества плоских волн с комплексными амплитудами  $A_0(k_x, k_y)$ .

Компоненты волнового вектора

$$k_x = 2\pi \cos(\theta_x)/\lambda, \quad k_y = 2\pi \cos(\theta_y)/\lambda, \quad k_z = 2\pi \cos(\theta_z)/\lambda,$$

где  $\theta_x, \theta_y, \theta_z$  – углы между направлением вектора  $\mathbf{k}$  и соответствующей осью, называются пространственными частотами. Как и для любого вектора,  $|\mathbf{k}|^2 = k_x^2 + k_y^2 + k_z^2$ .

Интерпретация понятия пространственных частот достаточно проста:  $k_i$  соответствует количеству периодов волны на единицу длины вдоль соответствующей оси, умноженному на  $2\pi$ . Иначе говоря, пространственные частоты аналогичны понятию круговой частоты относительно пространственных координат. Модуль волнового вектора является пространственной частотой вдоль оси, совпадающей с направлением распространения плоской монохроматической волны. Комплексные амплитуды  $A_0(k_x, k_y)$  называют пространственными спектральными амплитудами, а разложение произвольной волны по плоским волнам – разложением в пространственный спектр или разложением в спектр по пространственным частотам.

Данное разложение не есть отвлеченный математический прием, оно есть суть любого волнового процесса в природе. Простейший пример – дифракционные линии от щели в зоне Фраунгофера. Они представляют собой **наблюдаемый спектр пространственных частот** участка фронта плоской волны, ограниченного щелью. (См. описание лабораторной работы "Изучение дифракция Фраунгофера" [3]).

## 2.6. Понятие пространственной когерентности

В п. 2.4 мы рассмотрели интерференцию двух плоских волн с конечной шириной линии излучения  $\Delta\nu = \Delta\omega / 2\pi$ . При этом ввели понятие времени когерентности  $\tau_1 \sim 1 / \Delta\nu$ , которое определили как среднестатистическое время цуга. Вспомним, что монохроматическую плоскую волну можно представить в виде

$$E(\mathbf{r}, t) = a e^{i(-\mathbf{k}\mathbf{r} + \varphi)} e^{i\omega t} = A(\mathbf{r}) e^{i\omega t}.$$

Для волны с линией излучения  $\Delta\omega$  мы должны проинтегрировать данное соотношение по диапазону частот:

$$E(\mathbf{r}, t) = \int_0^{\infty} A(\mathbf{r}, \omega) e^{i\omega t} d\omega. \quad (21)$$

Выпишем еще раз соотношение (20):

$$A(x, y, z) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} A_0(k_x, k_y) e^{-i(k_x x + k_y y + k_z z)} dk_x dk_y.$$

Запишем его в виде разложения комплексной амплитуды  $A(x, y, z)$  в трехмерный интеграл Фурье:

$$A(x, y, z) = \left( \frac{1}{2\pi} \right)^{2/3} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} A(k_x, k_y, k_z) \exp^{-i(k_x x + k_y y + k_z z)} dk_x dk_y dk_z, \quad (22)$$

или, выделив интеграл по  $z$ :

$$A(x, y, z) = \left( \frac{1}{2\pi} \right)^{2/3} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-i(k_x x + k_y y)} \left[ \int_{-\infty}^{\infty} A(k_x, k_y, k_z) e^{-ik_z z} dk_z \right] dk_x dk_y.$$

Интеграл в квадратных скобках зависит только от  $k_x$ ,  $k_y$  и  $z$ . Именно этому интегралу и соответствует множитель  $A_0(k_x, k_y) e^{-ik_z z}$  в подынтегральном выражении соотношения (20).

Соотношения (21) и (22) с точностью до переменных и пределов интегрирования идентичны. Это значит, что аналогично понятию временной когерентности мы можем ввести понятие пространственной когерентности для каждой из координат с характерными масштабами  $l_x$ ,  $l_y$ ,  $l_z$ . Для одно-типных задач выводы и результаты должны быть аналогичны. В результате для спектра пространственных частот шириной  $\Delta k_i$ , с равновероятным (случайным) фазовым распределением, среднестатистический масштаб пространственной когерентности будет определяться соотношением

$$l_i \sim 1 / \Delta k_i. \quad (23)$$

Таким образом, если временная когерентность определяет время, в течение которого в некоторой точке пространства волна претерпевает случайные изменения фазы на величину, не превышающую  $2\pi$ , то пространственная когерентность определяет расстояние между двумя точками, для которых мы с такой же точностью можем говорить о неопределенности разности фаз между этими точками.

При обсуждении интерференции и когерентности света часто используется понятие длины когерентности, которое связано с временем когерентности и по определению равно  $l_\tau = ct$  ( $t \approx 1 / \Delta\nu$  – время когерентности, среднестатистическая длительность цуга). Поскольку термин длина ассоциируется с понятием пространства, у студентов иногда возникает путаница между этим понятием и пространственной когерентностью. Это усугубляется тем, что степень пространственной когерентности иногда характеризуется похожими терминами, такими как «радиус пространственной когерентности», «расстояние пространственной когерентности», а также «длина пространственной когерентности». Для монохроматической волны время когерентности равно бесконечности ( $\tau = \infty$ ). Исходя из соотношения  $l_\tau \approx ct$ , длина когерентности такой волны также равна бесконечности. Однако, как мы показали, пространственная когерентность в предельном (минимальном) случае может составлять величину  $l_l \approx \lambda / 2$ , в том числе и для монохроматической волны. Соотношение  $l_l \approx ct$  верно только для плоской волны, вдоль направления ее распространения.

На рис. 3 схематично показано распределение интенсивности в пространстве для диффузной монохроматической волны. Волна с комплексной амплитудой  $A_1(x, y) = \text{const} = a_0$ , проходит через матовое стекло, вносящее хаотические изменения фазы. В дальнейшем такое матовое стекло, служащее для преобразования коллимированной волны в диффузную, мы будем называть **диффузором**. За диффузором имеем волну с комплексной амплитудой  $A_2(x, y) = a_0 e^{i\varphi(x, y)}$ , которая имеет уже ненулевую ширину спектра

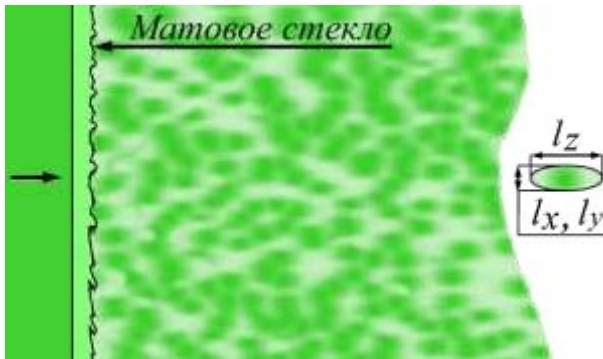


Рис. 3. Схема получения волны с ненулевым диапазоном пространственных частот. В пространстве формируется пятнистая структура – спеклы или спекл-структура (англ. *speckle* — крапинка, пятнышко)



пространственных частот. В пространстве формируется неоднородная по фазе и интенсивности (амплитуде) структура – *спеклы* (англ. *speckle* – крапинка, пятнышко). Среднестатистические размеры спеклов соответствуют масштабам пространственной когерентности. Если в поле такой волны поставить экран, то на нем можно наблюдать картину распределения интенсивности спекл-структуры в плоскости экрана.

На рис. 4 приведены результаты численного моделирования образования спеклов при разном количестве плоских волн (пространственных частот). Формально любая интерференционная картина является спекл-

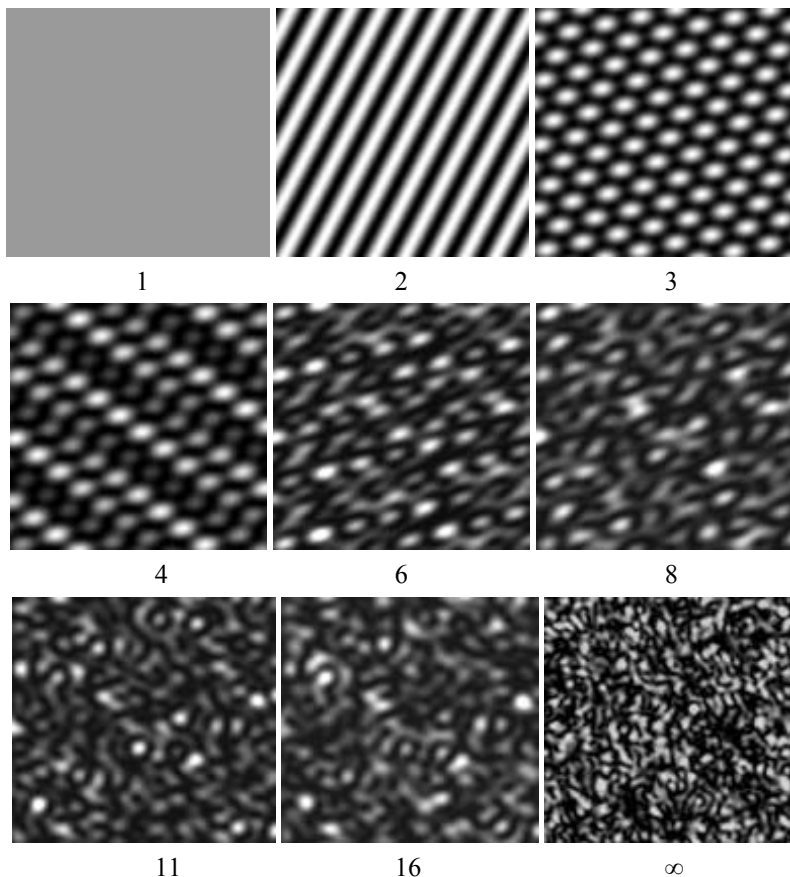


Рис. 4. Образование спекл-структуры при интерференции нескольких волн (число интерферирующих волн приведено под кадром). На последнем кадре фрагмент реальной спекл-структуры

структурой. Равномерно засвеченное поле от плоской волны (рис. 4. 1) является спеклом с размерами, соответствующими когерентности для монохроматической плоской волны ( $l_i = \infty$ ). Более подробно с физикой спеклов можно ознакомиться в работах [4, 5].

## ***2.7. Влияние фазового и амплитудного распределения спектра пространственных частот на размеры спеклов***

При рассмотрении механизма образования спеклов от диффузного источника мы считали, что модули комплексных амплитуд всех пространственных частот равны, а их начальные фазы случайны. Аналогичные предположения мы принимали в п. 2.4 относительно цугов оптической волны при рассмотрении интерференции от двух независимых немонохроматических источников света. Однако, фазовое и амплитудное распределение компонент разложения произвольной волны по временным и пространственным частотам существенным образом влияет на когерентность излучения.

Для немонохроматической плоской волны в вакууме ее спектральные компоненты имеют равную фазовую скорость, т. е. фазового сдвига между спектральными компонентами в результате ее распространения в пространстве не происходит. В этой связи, какой-либо световой импульс движется в пространстве (в вакууме) без изменения своей формы. (Это в общем случае не выполняется для излучения, распространяющегося в среде с наличием дисперсии, когда фазовая скорость зависит от частоты  $\omega$ .)

Совершенно иная ситуация имеет место для пространственных частот произвольной монохроматической волны. Согласно соотношению (22), фазовая скорость волны, например, вдоль оси  $z$ , определяется компонентой волнового вектора  $k_z$ . В результате, фазовые соотношения между пространственными частотами меняются в зависимости от координат.

Кроме того, мы предполагали равенство амплитуды пространственных частот. Это с некоторым приближением можно принять только для диффузного источника бесконечных размеров с независимой от угла распространения яркостью излучения. Реально мы всегда работаем с источником конечных размеров, что равносильно прохождению излучения от бесконечного диффузного источника через отверстие, совпадающее по форме с размером источника. В результате, каждая пространственная частота претерпевает пространственную модуляцию и приобретает свой спектр пространственных частот, который можно найти из решения дифракционной задачи о прохождении плоской волны через соответствующее отверстие. Кроме того, для большинства источников, используемых в физическом эксперименте, амплитуды пространственных частот изначально имеют некоторую функцию распределения в зависимости от угла.

Таким образом, для диффузной волны от реального источника конечных размеров мы имеем спектр пространственных частот, неоднородный по модулю комплексной амплитуды, и с распределением по фазе, зависящим от пространственных координат. Это приводит к изменению пространственной когерентности. Строгий вывод зависимости пространственной когерентности от координат достаточно сложен. Поэтому мы применим упрощенный подход, основанный на физических соображениях.

Напомним, что диффузная монохроматическая волна формирует в пространстве спекл-структуру. При наших допущениях среднестатистические размеры спеклов соответствуют масштабам пространственной когерентности. Предположим, что это соблюдается и при любых фазовых и амплитудных распределениях пространственных частот. (*Это доказывается в более строгой теории когерентности.*) Таким образом, для увеличения пространственной когерентности нам необходимо увеличить размеры спеклов.

Любую неравномерную по пространственным координатам структуру (изображение спеклов)  $I(x, y)$  можно представить в виде набора косинусоидальных составляющих, различных по фазе и амплитуде. Это выражается в виде преобразования Фурье, т. е. спекл-структуру можно рассматривать как набор косинусоидальных полос с различным шагом, фазовым сдвигом и углом наклона, аналогичным интерференционным полосам от двух источников (рис. 4. 2). Это и есть интерференционные полосы от различных пар точечных источников на поверхности диффузного источника света.

Минимальные размеры структур, которые может образовать такой набор интерференционных полос, определяется их минимальным шагом. Какую бы сумму различных косинусов мы не взяли, минимальный период модуляции итогового сигнала будет равен минимальному периоду косинусов, присутствующих в сигнале.

На рис. 5 приведена схема, поясняющая зависимость размера спеклов от расстояния до диффузного источника света конечных размеров. При малых угловых размерах источника для минимального шага интерференционных полос в плоскости, расположенной на некотором расстоянии от источника света, имеем:

$$h = \lambda / \alpha = \lambda L / D. \quad (23)$$

Здесь  $D$  – размер источника света;  $L$  – расстояние от источника до плоскости наблюдения;  $\alpha \approx D / L$ . Таким образом, размеры спеклов, а значит, и пространственная когерентность зависят от расстояния от источника света до плоскости регистрации. В результате, ортогональный оси  $z$  масштаб когерентности в осесимметричном случае равен

$$l_r \approx \lambda / \alpha \approx \lambda L / D. \quad (24)$$

Можно показать, что масштаб когерентности относительно оси  $z$

$$l_z \approx l_r^2 / \lambda \approx \lambda (L / D)^2 \approx l_r (L / D). \quad (25)$$

**Попробуйте на качественном уровне обосновать соотношение (25).**

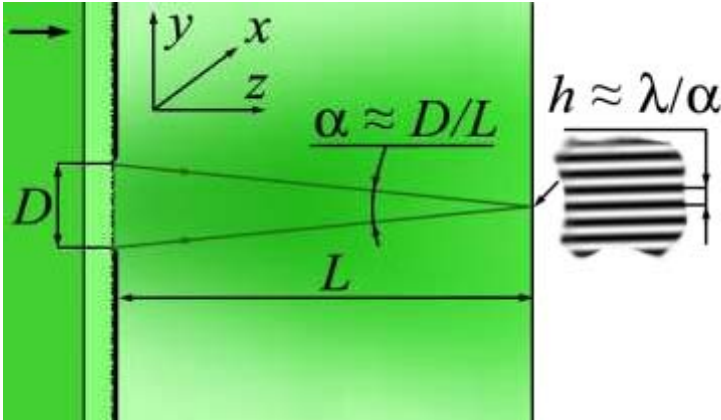


Рис. 5. Схема, поясняющая зависимость размеров спеклов от расстояния до диффузного источника света конечных размеров

### 3. Модель квазитеплого источника света

Мы рассмотрели понятия временной и пространственной когерентности. В п. 2.4 и *Приложении 1* получены соотношения для контраста интерференционных полос при формировании интерферирующих волн от двух источников света или от одного источника с какой угодно большой разностью хода. Возможность регистрации интерферограмм от двух независимых источников подтверждена в работах [1, 6] и демонстрируется в одной из лабораторных работ практикума по физической оптике. Представляет интерес экспериментальная проверка непосредственно соотношений (17) и (1.5), (1.6) *Приложения 1* для контраста интерференционных полос.

Для оптического диапазона в связи с малыми масштабами временной когерентности подобная проверка является затруднительной. Однако, в п. 2.6 мы рассмотрели понятие пространственной когерентности. По аналогии с решением для временной когерентности получены масштабы про-

пространственной когерентности. Данная аналогия позволяет реализовать необходимую экспериментальную схему.

Для этого мы используем схему опыта Юнга (рис. 6). Излучение от источника света 1 с характерным размером  $\delta$ , пройдя через положительную линзу 2 с фокусным расстоянием  $f \gg \delta$ , падает на двойную щель 3. Линза 2 выполняет двойную функцию. Во-первых, увеличивает интенсивность излучения в плоскости расположения двойной щели. Во-вторых, при расположении линзы на фокусном расстоянии от источника света мы за линзой получаем квазипараллельный пучок с высокой пространственной когерентностью в плоскости расположения щели. Таким образом, монохроматические волны даже от диффузного источника в плоскости щелей обладают высокой пространственной когерентностью, с масштабом суще-

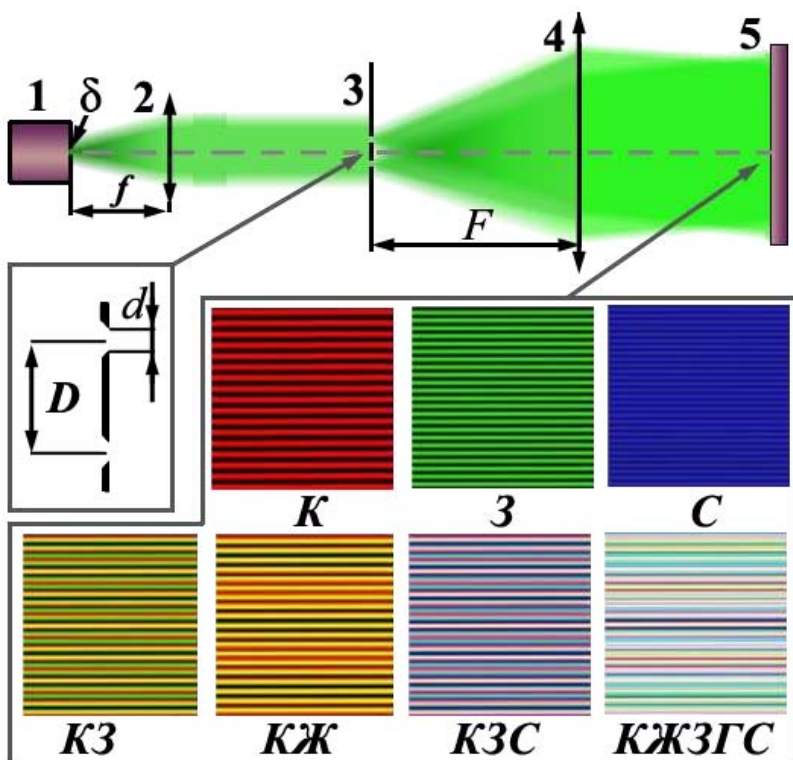


Рис. 6. Схема опыта Юнга

ственно превышающим расстояние между щелями. *(Приемлемые для этого размеры источника света  $\delta$  и фокусное расстояние  $f$  линзы 1 вы можете оценить, исходя из полученных в п. 2 результатов.)*

За двойной щелью в результате дифракции имеем два пучка, расходящихся ортогонально параллельной щелям координате. Если двойная щель расположена в фокальной плоскости второй положительной линзы 4, то за ней будем иметь две плоские волны, падающие на плоскость регистрации 5 под углом  $\alpha = D / F$ , формирующие интерференционную картину с шагом полос  $h = \lambda / \alpha$  (см. соотношение 23). *(Объясните, почему мы не учитываем длину щелей.)*

На рис. 6 приведен характерный вид интерференционных полос для монохроматических волн с различной длиной волны. Символы *K, Ж, З, Г, С* соответствуют красному, желтому, зеленому, голубому и синему цветам. (Длины волн, а значит шаг интерференционных полос соотносятся как 0,7 : 0,6 : 0,5 : 0,45 : 0,4.) Нижние 4 изображения соответствуют суммарной картине от нескольких цветов.

При использовании немонахроматических (нелазерных) источников света с увеличением расстояния от оптической оси изображения полос будут все более размываться. Это объясняется зависимостью шага полос от длины волны. На некотором расстоянии от оси максимумы полос для одной длины волны будут совпадать с минимумами для излучения с другой длиной волны. То же самое следует и из зависимости контраста полос от разности хода для немонахроматических волн (соотношение 17). Разность хода равна нулю на оси и для малых углов увеличивается пропорционально расстоянию от нее. Эффект размывания усиливается для непрерывного спектра. Для белого цвета будет наблюдаться всего несколько радужных полос вблизи оптической оси. Изображения подобные приведенные на рис. 6 можно наблюдать при выполнении лабораторных работ «Кольца Ньютона» и «Определение длины волны света с помощью устройства Юнга и бипризмы Френеля» [7].

Как мы уже отмечали, пространственное распределение интенсивности и фазы плоской волны формально можно рассматривать как спекл с размерами, соответствующими масштабам пространственной когерентности. Создадим монохроматическую диффузную волну с размерами спеклов вблизи плоскости расположения щелей, сравнимыми с расстоянием между щелями. Для этого используем схему, представленную на рис. 7. Излучение от лазера 1, пройдя через положительную линзу 2, **проходит через матовое стекло 3. За матовым стеклом формируется спекл-структура.**

Размеры спеклов в плоскости расположения щелей 4, а значит и масштаб пространственной когерентности, как мы показали в п. 2.7, зависят от двух геометрических параметров схемы. А именно: от размеров диффузно-

го источника света, в качестве которого выступает освещенное пятно на диффузоре, и от расстояния от источника до плоскости расположения щелей  $L_2$ . Размеры источника мы можем регулировать путем вариации степени фокусировки лазерного излучения на диффузоре, изменяя расстояние  $L_1$ . (Обратите внимание, что правая часть схемы на рис. 7 повернута на девяносто градусов относительно левой части.) Двойная щель 4 расположена в передней фокальной плоскости положительной линзы 5, в задней фокальной плоскости которой формируется интерференционная картина, и расположен фотоприемник 6 (матрица ПЗС-телекамера). В схему может вводиться цилиндрическая линза 7. Это позволяет формировать спеклы с отличающимися по координатам  $x$ ,  $y$  размерами в плоскости двойной щели, т. е. получать отличающиеся масштабы когерентности  $l_x$ ,  $l_y$ .

При прохождении через двойную щель излучения, модулированного спекл-структурой, возможны следующие характерные ситуации.

1. Масштаб когерентности превышает расстояние между щелями. Щели освещаются одним спеклом (рис. 7, А). Данная ситуация формально не отличается от случая, представленного на рис. 6.

2. Масштаб когерентности превышает расстояние между щелями, однако щели освещаются разными спеклами. Переход от одного спекла к другому лежит между щелями. Фазы волн от разных щелей сдвинуты относительно друг друга на случайную величину.

3. Масштаб когерентности меньше расстояния между щелями (рис. 7, Б). Каждая щель освещена своим спеклом. Фазы волн случайны, как и во втором случае.

Указанные случаи похожи на интерференцию двух немонаохроматических волн в их представлении в виде последовательности цугов. Если мы сможем обеспечить движение спеклов вдоль координаты, ортогональной направлению щелей, то аналогия будет полной. Это можно обеспечить перемещением диффузора с постоянной скоростью в поле плоской волны. Спекл картина, формирующаяся в рассеянном на диффузоре свете, будет сдвигаться вместе с диффузором без изменения вида.

Достаточно близкая к указанному случаю ситуация будет иметь место, если в качестве диффузора используется вращающийся диск. Конечность размеров освещенного пятна будет приводить к тому, что наряду с изменением спекл картины в зоне расположения щелей в результате смещения, она будет изменяться и в результате ухода одних и появления других участков диффузора в зоне освещения. Очевидно, что влияние второго эффекта будет увеличиваться с уменьшением размеров пятна. Тем не менее, в любом случае, характерное время смены спеклов в зоне щелей будет зависеть от скорости вращения диска.

Таким образом, мы получаем эмуляцию источника, формирующего две монохроматические волны, со случайным изменением разности фаз при прохождении границы спекла через любую из двух щелей. Подобный источник далее мы будем называть «*квazитепловым источником света*». Данное название объясняется тем, что подобный источник с высокой степенью временной когерентности (монохроматический) позволяет моделировать процесс случайной смены фазы между интерферирующими волнами, т. е. моделировать интерференцию немонохроматических волн, с конечной шириной спектра временных частот. Это характерно для тепловых источников света.

#### 4. Описание установки

Схема установки, используемой в лабораторной работе, представлена на рис. 7, и в основном описана в предыдущем параграфе. Отличие заключается в том, что отсутствует линза 5. **Объясните, почему в нашем случае наличие линзы 5 необязательно.** Изображения регистрируются с помощью цифровой ПЗС телекамеры с управлением от персонального компьютера. Видеоинформация сохраняется на этом же компьютере.

На рис. 8 приведен общий вид лабораторной установки. Цифровые обозначения соответствуют позициям на рис. 7. Показан вариант схемы без использования линзы (позиция 5 на рис. 7). В качестве источника света 1 используется лазерный модуль (полупроводниковый лазер с длиной волны

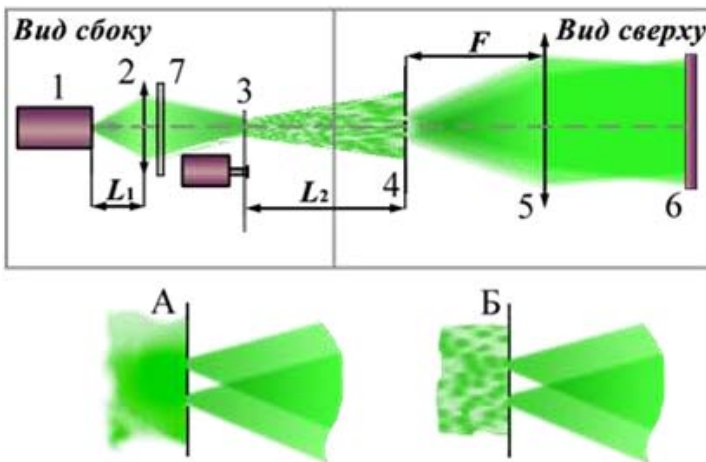


Рис. 7. Схема квазитеплого источника света.



$\lambda = 0.65$  мкм.). Фокусирующей линзой 2 является коллиматорный объектив лазерного модуля, закрепленный непосредственно на выходном торце лазера. Установка показана без цилиндрической линзы 7, которая при необходимости устанавливается в стойке 8. Для уменьшения уровня фоновой засветки в схему введена бленда 9. Вспомогательные стойки 10, 11 служат для размещения неиспользуемых при выполнении некоторых упражнений элементов схемы. Лазерный блок расположен на микроподвижке 12, позволяющей с точностью 10 мкм сдвигать плоскость фокусировки лазерного излучения вдоль оптической оси.

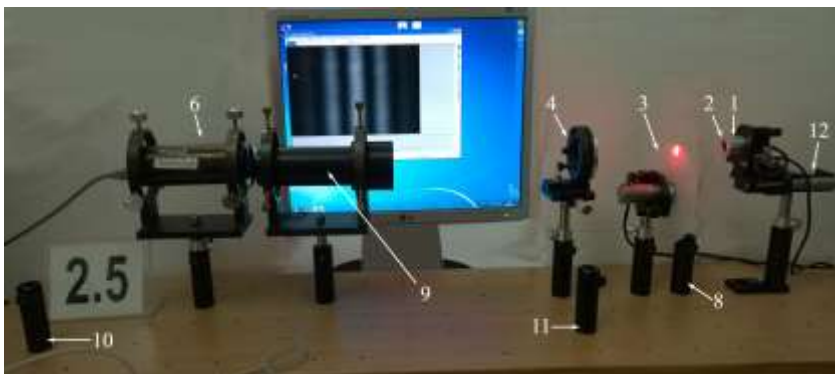


Рис. 8. Общий вид установки

## 5. Порядок выполнения работы и задания

1. Внимательно ознакомьтесь с описанием работы, в том числе с теоретической частью и приложениями. Иначе вы не поймете смысл выполняемых заданий и экспериментальных результатов.

2. Ознакомьтесь с описанием цифрового осциллографа и телекамеры. Файлы описаний в цифровом виде имеются на компьютере, которым оснащена лабораторная работа.

3. Включите лазер и запустите программу управления телекамерой. Уберите двойную щель. В поле за диффузором (без его вращения) наблюдайте изменение размеров спеклов в зависимости от расстояния между диффузором и плоскостью экрана, а также в зависимости от размеров освещенного пятна на диффузоре. Сравните качественно результаты наблюдения с соотношениями (23)–(25). Объясните результаты.

4. **Дополнительное задание по требованию преподавателя.** Установите цилиндрическую линзу. Изменяя ее положение вдоль оси, наблюдайте изменение относительных размеров спеклов в зависимости от размеров освещенного пятна на диффузоре.

5. Соберите схему квазитеплого источника света (с двойной щелью). Добейтесь надежной регистрации интерференционных полос. В лабораторной работе может использоваться конфигурация схемы без линзы (см. рис. 7). **Объясните, почему это допустимо.**

6. Настройте схему таким образом, чтобы размеры спеклов в плоскости расположения двойной щели превышали расстояние между щелями. Зарегистрируйте интерферограммы, с временем экспозиции существенно превышающим время когерентности квазитеплого источника света (см. соотношение 26). Определите контраст интерферограмм. Проведите подобные измерения для различных размеров спеклов. Постройте график контраста интерференционных полос в зависимости от  $D/l_r$ , где  $D$  – расстояние между щелями. Сравните полученный результат с соотношением (17) и объясните его.

7. Настройте схему таким образом, чтобы размеры спеклов в плоскости расположения двойной щели были существенно меньше расстояния между щелями. Зарегистрируйте интерферограммы с временем экспозиции, сравнимым с временем когерентности квазитеплого источника света. Определите контраст интерферограмм. Проведите подобные измерения для нескольких размеров спеклов. Постройте график контраста интерференционных полос в зависимости от  $T/\tau_{\text{к.т.}}$ , где  $T$  – время экспозиции. Сравните полученный результат с соотношениями (1.5), (1.6) и графиком на рис. 1. 2. Объясните результат. *При выполнении данного задания рекомендуется использовать цилиндрическую линзу. Почему?*

8. При настройке схемы по пунктам 6 и 7 зарегистрируйте несколько интерферограмм при покоящемся диффузоре. Объясните результат.

**Примеры типичных изображений регистрируемых при выполнении упражнений 6, 7 приведены в Приложении 2.**

## 6. Контрольные вопросы

1. Что такое временная и пространственная когерентность?
2. Что такое длина когерентности и как она соотносится с пространственной когерентностью.
3. Что такое спеклы? От чего зависит их размер и какую связь он имеет с масштабом пространственной когерентности?
4. Возможна ли регистрация интерферограмм от двух независимых источников света? Если да, объясните на качественном уровне, что для этого необходимо. Если нет, то почему?
5. Что такое квазитепловой источник света и зачем он нужен?
6. Чему равно время когерентности в модели квазитеплого источника света?

## 7. Приложение 1.

**Интерференция волн сформированных от двух независимых источников света (по работам [1, 6])**

В параграфе 2.4. на качественном уровне была показана возможность регистрации интерферограмм при формировании интерферирующих волн от двух независимых источников света. Ниже приведен вывод соотношений для контраста регистрируемых интерферограмм в зависимости от времени экспозиции и времени когерентности используемых лазеров.

Предположим, что изображение интерференционной картины от двух независимых источников света регистрируется за время экспозиции  $T$ . При этом итоговое изображение является суммой интерференционных картин с относительным энергетическим вкладом пропорциональным времени их существования  $t_i$ , т. е. времени между сменой пучков излучения любого из лазеров. В этом случае отклик фотоприемника можно представить в виде

$$I_{\Sigma} \sim \sum_i t_i \{1 + \cos[\varphi(x, y) + \Psi_i]\} = 1 + K \cos[\varphi(x, y) + \Psi_{\Sigma}], \quad (1.1)$$

где  $\varphi(x, y)$  – изменение фазы, характеризующее разность хода интерферирующих волн;  $\Psi_i$  – случайный сдвиг фазы, изменяющийся при смене пучка любого из лазеров;  $K$  – контраст интерферограммы.

Случайное значение фазы  $\Psi_{\Sigma}$  в соотношении (1.1) определяет фазовый сдвиг интерференционных полос для отдельных реализаций, одинаковый по всему полю интерферограммы, и в большинстве приложений по использованию методов оптической интерферометрии он не имеет особого значения. Однако значение контраста является основным параметром, определяющим качество регистрируемых интерферограмм.  $I_{\Sigma}$  для отдельной реализации можно представить в виде вектора в фазовой плоскости:  $I_{\Sigma} = T + V$  (рис. 1.1). При этом  $|T| = \sum_i |t_i|$ , а вектор  $V = \sum_i t_i$  – сумма векторов  $t_i$  со случайной фазой  $\Psi_i$ .

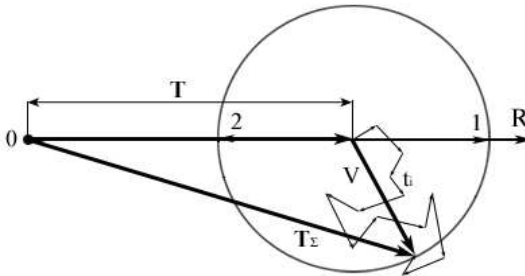


Рис. 1.1 Схема, поясняющая формирование интерферограммы, как результат суммирования интерферограмм со случайными фазами

При движении по изображению интерферограммы результирующая интенсивность меняется в зависимости от  $\varphi(x, y)$ , что соответствует вращению вектора  $V$ . Максимальная интенсивность (максимумы полос) соответствует положению 1 вектора  $V$  и равна,  $T + V$ , а минимальная - положению 2 и равна  $T - V$ . Отсюда, контраст интерференционных полос  $K = V/T$ .

Так как модуль вектора  $V$ , для отдельных реализаций принимает различные значения, можно говорить только о среднестатистическом значении (математическом ожидании) данного параметра  $M(V)$ . Это справедливо и для контраста интерферограмм, который может меняться в диапазоне  $K = 0 \div 1$ . Очевидно, что среднестатистический контраст должен уменьшаться с увеличением времени экспозиции, т. е. и  $M(V)$ , и  $M(K)$  являются некоторыми функциями от времени экспозиции  $T$ . Получить аналитическое выражение непосредственно для  $M(V)$  не представляется возможным, так как решение сводится к многократным эллиптическим интегралам второго рода. Однако можно получить соотношение для  $M(V^2)$ .

Для отдельной реализации имеем

$$\begin{aligned} V^2 &= (\sum_i t_i \sin \psi_i)^2 + (\sum_i t_i \cos \psi_i)^2 = \\ &= \sum_i t_i^2 + 2\sum_i \sum_{j \neq i} t_i t_j (\sin \psi_i \sin \psi_j + \cos \psi_i \cos \psi_j). \end{aligned} \quad (1.2)$$

Зависимость  $M(V^2) = F(T)$  получим при усреднении выражения (1.2) по углам  $\psi_i$  в диапазоне от 0 до  $2\pi$  и возможным комбинациям  $t_i$  с учетом вероятностей их появления. Так как  $t_i$  и  $\psi_i$  – не зависящие друг от друга случайные величины, интегрирование в (1.2) суммы перекрестных членов по углам дает нуль, в результате

$$F(T) = \langle V(T)^2 \rangle = \langle \sum_i t_i^2 \rangle,$$

где угловые скобки означают усреднение по возможным комбинациям длительностей  $t_i$ . Выражение для  $F(T)$  получим из рекуррентного соотношения

$$F(T) = \int_0^T e^{-t/\tau} t^2 dt / \tau + \int_0^T e^{-t/\tau} F(T-t) dt / \tau + e^{-T/\tau} T^2. \quad (1.3)$$

Первое слагаемое в соотношении (1.3) соответствует среднему квадрату длительности первого за время экспозиции цуга, при условии, что он короче времени экспозиции. Второе слагаемое является средней суммой квадратов длительностей цугов, прошедших после первого цуга за оставшееся время экспозиции. Множитель  $e^{-t/\tau}$  в подынтегральных выражениях определяет вероятность появления первого цуга длительностью  $t < T$ . Третье слагаемое учитывает возможность появления первого и в этом случае

единственного за время экспозиции цуга длительностью  $t > T$ . После взятия интеграла в первом слагаемом и замены  $t = T - t^*$  во втором получим

$$F(T)e^{T/\tau} = 2\tau^2 e^{T/\tau} - 2\tau^2 - 2\tau T + \int_0^T e^{t^*/\tau} F(t^*) dt^*,$$

и после дифференцирования по  $T$

$$\frac{dF(T)}{dT} = 2\tau(1 - e^{-T/\tau}). \quad (1.4)$$

Решением уравнения (1.4), с учетом того, что  $F(0) = 0$ , является

$$F(T) = 2T\tau + 2\tau^2(e^{-T/\tau} - 1). \quad (1.5)$$

Для среднеквадратичного контраста  $K^* = (\langle K^2 \rangle)^{1/2} = (\langle V^2 \rangle)^{1/2}/T$  получим

$$K^*(T) = \sqrt{F(T)} / T. \quad (1.6)$$

Представляют интерес два предельных случая зависимости среднеквадратичного контраста от времени экспозиции  $T$ :

$$K^*(T) \big|_{T \rightarrow 0} \rightarrow 1; \quad K^*(T) \big|_{T \gg \tau} = (2\tau/T)^{1/2}.$$

Как и следовало ожидать,  $K^* \rightarrow 1$  при  $T \rightarrow 0$ . С ростом  $T$  контраст уменьшается и стремится к нулю при  $T \rightarrow \infty$ . Однако даже при временах экспозиции в 100 раз больших времени когерентности среднеквадратичный контраст  $K^* \approx 0,14$ , что достаточно уверенно позволяет наблюдать интерференционную картину.

При выводе соотношений (1.5), (1.6) предполагался одночастотный режим генерации используемых лазеров. Можно показать, что в случае нескольких генерируемых частот

$$K^*(T) \big|_{\nu=q} = \frac{\sqrt{F(T)}}{T} \frac{\sqrt{\sum_q I_q^2}}{\sum_q I_q}.$$

Здесь  $q$  – количество генерируемых частот;  $I_q$  – интенсивность излучения на отдельной частоте. В случае равенства интенсивности генерируемых частот

$$K^*(T)|_{v=q} = \frac{\sqrt{F(T)}}{T\sqrt{q}},$$

что равносильно увеличению времени экспозиции в  $q$  раз.

Соотношения для контраста выполняются только в случае равенства частот обоих источников света. При несовпадении частот интерференционные полосы движутся со скоростью, пропорциональной  $\Delta v = |v_1 - v_2|$ , что приводит к снижению контраста. При  $T > \tau$  итоговое изображение является суммой некоторого количества интерферограмм со случайными фазами. Для получения контрастной итоговой интерференционной картины необходимо, чтобы отдельные интерферограммы также были достаточно контрастны. При этом для суммарной интерферограммы

$$K^{**} \approx \chi K^*,$$

где  $\chi = \sin(\pi T \Delta v) / (\pi T \Delta v)$ . В случае  $T < \tau$ ,  $\chi = \sin(\pi T \Delta v) / (\pi T \Delta v)$ . На рис. 1.2 приведены результаты численного эксперимента с использованием метода Монте-Карло, подтверждающие теоретические выводы. Результаты согласуются со значениями, вычисленными по аналитическим соотношениям с точностью до десятых долей процента. Как и ожидалось, среднестатистический контраст несколько меньше среднеквадратичного. Даже для времен экспозиции в 100 раз больших времени когерентности,  $K > 0,1$ .

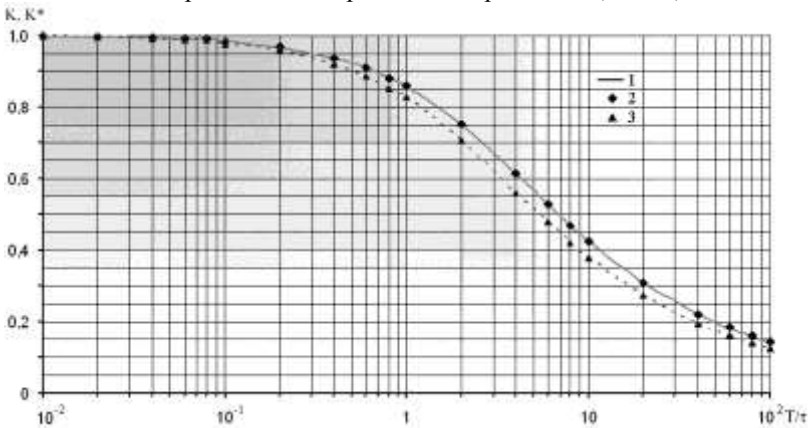


Рис. 1.2. Контраст в зависимости от относительного времени экспозиции  $T/\tau$ : 1 – расчет по соотношениям (1.5), (1.6); 2 и 3 – значения среднеквадратичного ( $K^*$ ) и среднего ( $K$ ) контрастов, полученные в численных экспериментах

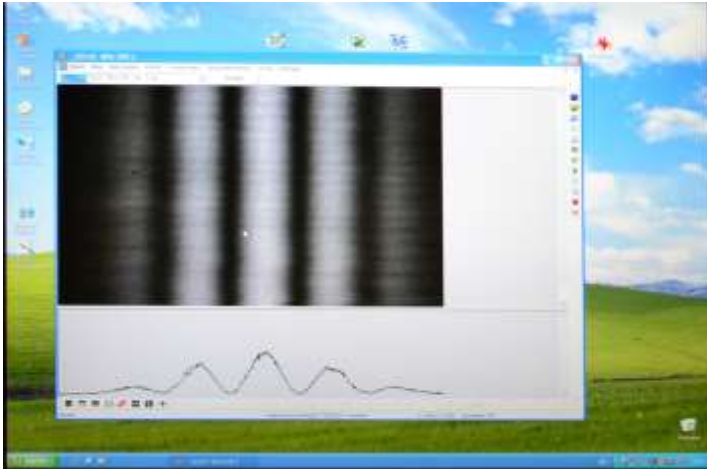
Для газовых лазеров время когерентности может составлять около 1 мс. Современные телевизионные камеры позволяют регистрировать изображения за время  $T \approx 10^{-6}$  с. Это позволяет использовать газовые лазеры для регистрации интерферограмм с формированием волн от отдельных источников света. При этом среднестатистический контраст регистрируемых интерферограмм в основном определяется разностью генерируемых частот используемых лазеров.



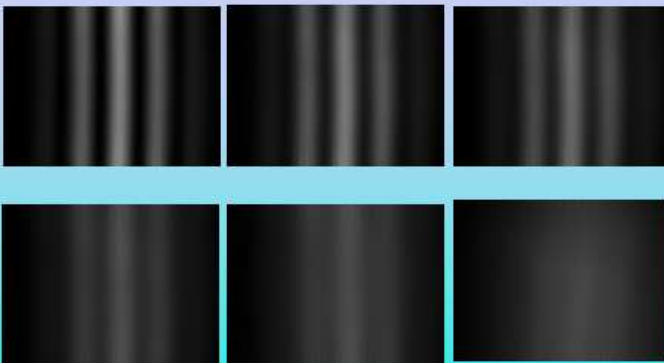
## 8. Приложение 2.

### Контраст интерференционных полос в зависимости от смещения плоскости фокусировки излучения относительно диффузора

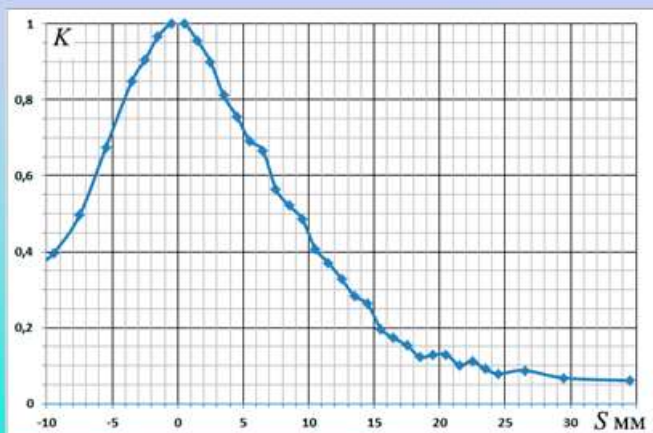
Ниже приведены примеры типичных изображений, полученных при выполнении одного из упражнений предлагаемого в работе, а именно, регистрации контраста интерференционных полос в зависимости от степени фокусировки лазерного излучения на диффузоре.



Типичные изображения интерферограмм при различной степени расфокусировки лазерного излучения на диффузоре



Контраст интерференционных полос в зависимости  
от смещения плоскости фокусировки лазерного  
излучения относительно диффузора



## 8. Список литературы

1. Бойко В. М., Оришич А. М., Павлов А. А., Пикалов В. В. Методы оптической диагностики в аэрофизическом эксперименте / Новосибирск: Изд-во НГУ, 2009. 450 с. (Первое издание: Бойко В. М., Оришич А. М., Павлов А. А., Пикалов В. В. Теоретические основы и методы оптической диагностики в аэрофизическом эксперименте: Учеб. пособие / Новосибирск: НГУ, 2008. 412 с.
2. Ахманов С. А., Никитин С. Ю. Физическая оптика. М.: Наука, 2004.
3. Сборник лабораторных работ по физической оптике. Часть 1. Дифракция света. (2.56 mb, pdf) Ражев А.М., Климкин В.Ф., Кубарев В.В., Поздняков Г.А. Новосиб.: КОФ НГУ, 2009. - 107 с. <http://www.phys.nsu.ru/optics/Labwork1-1.html>.
4. М. Франсон. Оптика спеклов. М.: Мир, 1980.
5. Сборник лабораторных работ по физической оптике. Часть 5. Оптические приборы. (3.64 mb, pdf) Маслов Н.А., Бойко В.М., Голубев М.П., Павлов А.А., Павлов А.А., Поздняков Г.А. Новосиб.: КОФ НГУ, 2008. – 163 с. <http://www.phys.nsu.ru/optics/Labwork5-1.html>.
6. Павлов А. А., Голубев М. П., Павлов Ал. А. Регистрация интерферограмм с формированием опорного пучка от независимого источника света. // Вестн. Новосиб. гос. ун-та.. Серия Физика. 2011. Т. 6, вып. 3. С. 83–96.
7. Сборник лабораторных работ по физической оптике. Часть 2. Интерференция света. (1.37 mb, pdf) Климкин В.Ф., Поздняков Г.А. Новосиб.: КОФ НГУ, 2011. - 94 с. <http://www.phys.nsu.ru/optics/Labwork1-1.html>.