

Задача 1

1. Найти нормированную волновую функцию и энергию основного состояния атома водорода. *Указание.* Радиальную волновую функцию искать в виде $R \sim e^{-r/a}$, подставляя ее в уравнение Шрёдингера.

Задача 2

1. Найти уровни энергии и нормированные волновые функции частицы в поле $U(x) = -G\delta(x)$.

Задача 3

1. Вывести выражения для плотности вероятности и плотности потока вероятности для уравнения Шрёдингера.

Задача 4

1. Компоненты операторов орбитального момента частицы в сферических координатах имеют вид $\hat{l}_{\pm} = e^{\pm i\phi} \left(\pm \frac{\partial}{\partial \theta} + i \operatorname{ctg} \theta \frac{\partial}{\partial \phi} \right)$, $\hat{l}_z = -i \frac{\partial}{\partial \phi}$. Используя эти выражения найти сферические гармоники $Y_{l,m}(\theta, \phi)$ для орбитальных моментов $l = 0, 1$.

Задача 5

1. Вычислить поправку первого порядка теории возмущений к n -му уровню гармонического осциллятора за счёт возмущения $\hat{V} = \beta x^4$. *Указание.* Выразить оператор координаты осциллятора через операторы рождения и уничтожения.

Задача 6

1. Вычислить распределение по импульсам $\rho(p)$ и дисперсию импульса Δp^2 для частицы в поле $U(x) = -G\delta(x)$.

Задача 7

1. Найти уровни энергии и нормированные волновые функции с определённой симметрией для частицы в поле $U(x) = 0$ при $|x| < a/2$ и $U(x) = \infty$ при $|x| \geq a/2$.

Задача 8

1. Найти нормированные спиноры, описывающие частицу со спином $1/2$ с определённой проекцией спина на ось $\vec{n} = (\sin \theta \cos \phi, \sin \theta \sin \phi, \cos \theta)$.

Задача 9

1. Найти уровни энергии, нормированные волновые функции для частицы в непроницаемом параллелепипеде $L_x \times L_y \times L_z$.

Задача 10

1. Найти коэффициенты отражения и прохождения частицы в поле $U(x) = -G\delta(x)$.

Задача 11

1. Система из двух частиц со спином $1/2$ описывается гамильтонианом $\hat{V} = -J \left(\hat{s}_1 \cdot \hat{s}_2 \right)$ Найти уровни энергии и спиновые волновые функции этой системы.