Вариант 1

1. Дан симметричный ортогональный тензор
$A(\mathbf{x},\mathbf{x}) = 4x_1^2 + x_2^2 + 4x_3^2 - 4x_1x_2 - 8x_1x_3 + 4x_2x_3$. Записать характеристический многочлен. Записать тензор в главных осях. Выписать главные направления так, чтобы они составляли ортонормированный правый базис.

2. Выделить симметричную S и антисимметричную A части ортогонального тензора
$T = \begin{pmatrix} -4 & 1 & -5 \\ -5 & 10 & 8 \\ -3 & -2 & 3 \end{pmatrix}$. Симметричную часть разделить на шаровую часть и девиатор.
Найти декартовы координаты вектора $\mathbf{w}$: $A = \mathbf{w}\times$

3. Ортогональный тензор T в базисе $\mathbf{e}_1 = \dfrac{3}{\sqrt{10}}\mathbf{i} + \dfrac{1}{\sqrt{10}}\mathbf{j}$, $\mathbf{e}_2 = -\dfrac{1}{\sqrt{10}}\mathbf{i} + \dfrac{3}{\sqrt{10}}\mathbf{j}$, имеет компоненты
$$t_{111} = 0 \quad t_{112} = 1 \quad t_{121} = 6 \quad t_{122} = 4$$
$$t_{211} = 2 \quad t_{212} = 3 \quad t_{221} = 5 \quad t_{222} = 0$$
Найти компоненту t_{122} в базисе $\{\mathbf{i},\mathbf{j}\}$.

4. Тензор (t_{ijklmn}), $i,j,k,l,m,n = 1,2,3,4,5$ задан своими компонентами $t_{511234} = 1$, $t_{115324} = 2$, $t_{312415} = 5$, $t_{511243} = 4$, $t_{115342} = 7$, $t_{122345} = 3$, остальные компоненты равны нулю. Определим тензор $a_{ijklmn} = t_{[i|j|klmn]}$. Вычислить a_{213145}.

5. Заданы: базис $\mathbf{e_1} = \mathbf{i} + 2\,\mathbf{j} + 3\,\mathbf{k}$; $\mathbf{e_2} = \mathbf{j} - 2\,\mathbf{k}$; $\mathbf{e_3} = \mathbf{i} + 2\,\mathbf{j} + \mathbf{k}$;
тензор $(t^i_j) = 2\,\mathbf{e_1}\otimes\mathbf{e^2} + 4\,\mathbf{e_2}\otimes\mathbf{e^1} + 3\,\mathbf{e_2}\otimes\mathbf{e^3} + 5\,\mathbf{e_3}\otimes\mathbf{e^1}$, вектор $\mathbf{v} = \mathbf{e_1} + 4\,\mathbf{e_2} + 2\,\mathbf{e_3}$. Найти длину вектора $\mathbf{u}$, если $u^i = t^i_j v^j$.

Вариант 2.

1. Дан симметричный ортогональный тензор
$A(\mathbf{x},\mathbf{x}) = 5x_1^2 + 8x_2^2 + 5x_3^2 + 4x_1x_2 - 2x_1x_3 - 4x_2x_3$. Записать характеристический многочлен. Записать тензор в главных осях. Выписать главные направления так, чтобы они составляли ортономированный правый базис. $(\lambda = 4)$

2. Выделить симметричную S и антисимметричную A части ортогонального тензора
$T = \begin{pmatrix} -10 & 2 & 4 \\ -8 & -1 & 3 \\ 2 & 7 & 8 \end{pmatrix}$. Симметричную часть разделить на шаровую часть и девиатор.
Найти декартовы координаты вектора $\mathbf{w}$: $A = \mathbf{w}\times$

3. Ортогональный тензор T в базисе $\mathbf{e}_1 = \dfrac{1}{\sqrt{5}}\mathbf{i} - \dfrac{2}{\sqrt{5}}\mathbf{j}$, $\mathbf{e}_2 = \dfrac{2}{\sqrt{5}}\mathbf{i} + \dfrac{1}{\sqrt{5}}\mathbf{j}$, имеет компоненты
$$t_{111} = 0 \quad t_{112} = 2 \quad t_{121} = 1 \quad t_{122} = 5$$
$$t_{211} = 6 \quad t_{212} = 3 \quad t_{221} = 4 \quad t_{222} = 0$$
Найти компоненту t_{212} в базисе $\{\mathbf{i},\mathbf{j}\}$.

4. Тензор (t_{ijklmn}), $i,j,k,l,m,n = 1,2,3,4,5$ задан своими компонентами $t_{123345} = 7$, $t_{314452} = 2$, $t_{451432} = 3$, $t_{154432} = 4$, $t_{145432} = 5$, $t_{534412} = 6$, остальные компоненты равны нулю. Определим тензор $a_{ijklmn} = t_{[ijk|l|mn]}$. Вычислить a_{213454}.

5. Заданы: базис $\mathbf{e_1} = \mathbf{i} + 3\,\mathbf{j} + \mathbf{k}$; $\mathbf{e_2} = \mathbf{i} + \mathbf{j}$; $\mathbf{e_3} = \mathbf{i} - \mathbf{j} + 2\,\mathbf{k}$;
тензор $(t^i_j) = \mathbf{e_1}\otimes\mathbf{e^2} + 2\,\mathbf{e_1}\otimes\mathbf{e^3} + 4\,\mathbf{e_2}\otimes\mathbf{e^1} + 3\,\mathbf{e_3}\otimes\mathbf{e^2}$, вектор $\mathbf{v} = 2\,\mathbf{e_1} + \mathbf{e_2} + 3\,\mathbf{e_3}$. Найти длину вектора $\mathbf{u}$, если $u^i = t^i_j v^j$.