Троичная логика

Троичная или **трёхзначная логика** (англ. *ternary logic*) — один из видов многозначной логики, использующий три истинностных значения.

В традиционной трёхзначной логике "лжи" и "истине" соответствуют знаки и . Третьему (серединному) состоянию соответствует знак . Допустимо использование таких наборов знаков, как , , , и др. Иногда используют обозначения И, Л, Н (истина, ложь и неизвестность).

Классическим примером состояний такой логики является множество , — значения, которые может принимать компаратор двух объектов.

Определение:

Троичная функция (или **тернарная функция**) от переменных — это отображение → , где .

Содержание

Одноместные операции

По-аналогии с двоичной логикой, в троичной логике существует всего операций для аргументов. Таким образом, в троичной логике всего существует одноместных операций.

Инверсия

, и — операторы **инверсии**, сохраняющие состояние , и соответственно, когда оно соответствует типу оператора, или обращающие в значение, не равное исходному состоянию и не соответствующее типу оператора инверсии, то есть в оставшееся третье.

Например, если , то . Так как исходное состояние , тип инверсии , то методом исключения можно прийти к результирующему состоянию .

Все возможные варианты для данной одноместной операции приведены в таблице.

Операция выбора

, и — операторы **выбора**. Превращают состояние, соответствующее типу оператора в , в случае любого из остальных двух состояний переменная приобретает значение .

Модификация

и — операторы **модификации**, соответственно увеличение и уменьшение трита на единицу по модулю три. При переполнении трита счёт начинается заново ().

Пороговое увеличение и уменьшение

, — данные операторы работают аналогично операторам модификации лишь с тем отличием, что при переполнении трита цикл состояний не повторяется, и значение так и остаётся минимальным или максимальным.

Другие одноместные функции

- , и — функции, не зависящие от аргумента , они же вырожденные.
- Функция — тождественная и также вырожденная функция.
- Остальные функции от одной переменной образуются путём сочетания операторов выбора с операторами инверсии и модификации, поэтому они не имеют собственных названий.

Двухместные операции

Легко видеть, что всего в троичной логике существует двухместные операции. В таблице приведены самые основные и практически полезные из них.

Ниже приведены названия этих функций.

Обозначение	Название
	Конъюнкция
	Дизъюнкция
	Логическое умножение по модулю три
	Логическое сложение по модулю три
	Функция Вебба
	Пороговое сложение
	Исключающий максимум
	Среднее (*Mean*)
	Сравнение

Сильная конъюнкция

Импликация Лукасевича

Конъюнкция Клини

Импликация Клини

Импликация Гейтинга (импликация Гёделя)

Материальная импликация

Функция следования Бруснецова

Тождество

Алгебраические свойства

Все нижеперечисленные законы и свойства легко доказываются путём перебора всех значений входящих в них переменных. Алгебраический подход заключается в том, чтобы определить над множеством двухместные (,) и одноместные (, ,) операции с помощью законов, а оставшиеся свойства уже выводить из них алгебраически.

1. **Свойства констант**:

2. Для конъюнкции и дизъюнкции в троичной логике сохраняются **коммутативный**, **ассоциативный** и **дистрибутивный законы**, **закон идемпотентности**.
3. Закон **двойного отрицания** (отрицания Лукасевича) и **тройного (циклического) отрицания**:

4. Буквальное определение **циклического отрицания** вытекает из следующих свойств:

5. Имеет место быть **неизменность третьего состояния** () при отрицании Лукасевича:

Для законов двоичной логики, не справедливых для троичной, существуют их троичные аналоги.

6. **Закон несовместности состояний** (аналог закона противоречия в двоичной логике):

7. **Закон исключённого четвёртого** (вместо **закона исключённого третьего**), он же **закон полноты состояний**:

   , или

8. **Трёхчленный закон Блейка-Порецкого**:

   , или

9. **Закон трёхчленного склеивания**:

   , или

10. **Закон обобщённого трёхчленного склеивания**:

    , или

11. **Антиизотропность отрицания Лукасевича**:

Перспективы развития

Преимущества троичной системы счисления перед двоичной

Определение:

Троичная система счисления (англ. *ternary numeral system*) — позиционная система счисления с целочисленным основанием, равным . Существует в двух вариантах: **несимметричная** (, и др.) и

симметричная (обычно или).

Троичная логика обладает рядом преимуществ перед двоичной. Ниже перечислены основные:

- Троичная СС позволяет вмещать больший диапазон чисел в памяти троичного компьютера, поскольку .
- Очевидно, что троичная СС использует меньше разрядов для записи чисел, по-сравнению с двоичной СС. Например:

Для троичной СС используется несимметричный набор .

Эти два важных преимущества перед двоичной системой счисления говорят о большей **экономичности** троичной системы счисления.

Определение:

Экономичность системы счисления (англ. *radix economy*) — возможность представления как можно большего количества чисел с использованием как можно меньшего общего количества знаков.

Докажем экономичность троичной системы счисления математически.

Пусть – основание системы счисления, а – количество требуемых знаков. Для записи знаков потребуется разрядов, а количество чисел, которое при этом можно записать, будет равно .

Рассмотрим функцию .

Для того, чтобы определить максимальное значение функции, найдем ее производную:

, ближайшее число к — . Таким образом, троичная СС не только экономичнее двоичной, но и экономичнее любой другой СС.

- Троичная логика включает в себя почти все возможности двоичной логики.
- Компьютер, основанный на троичной логике, обладает большим быстродействием. Например, троичный сумматор и полусумматор в троичном компьютере при сложении тритов выполняет примерно в 1,5 раза меньше операций сложения по-сравнению с двоичным компьютером.

Проблемы реализации

Одним из барьеров, сдерживающих развитие и распространение троичной техники, является неверное представление о необычности и трудной постижимости трехзначной логики. Современная формальная логика (как традиционная, так и математическая) основана на принципе двузначности. Кроме того, электронные компоненты для построения логики, использующие более двух состояний, требуют больше материальных затрат на их производство, достаточно сложны в реализации, и потребляют больше электроэнергии, поэтому троичные компьютеры занимают очень малое место в истории. Использование двоичных компьютеров — более простых и дешёвых в реализации — практически полностью затмило применение троичных компьютеров.

Практические реализации

Говоря о будущем таких машин, как «Сетунь» (то есть троичных компьютеров), известный американский учёный Дональд Кнут, отмечал, что они занимают очень мало место в отрасли вычислительной техники, что объясняется массовым засильем двоичных компонентов, производимых в огромных количествах. Но, поскольку троичная логика гораздо эффектнее, а главное, эффективнее двоичной, не исключено, что в недалёком будущем к ней вернутся.

В настоящий момент, в условиях интегральной технологии и микроэлектроники привлекательность троичной техники увеличивается: сложность трехзначных вентилей теперь не так страшна, а сокращение количества соединений и уменьшение рассеиваемой мощности особенно ценны. Особо благоприятное влияние на развитие троичное логики оказало пришествие квантовых компьютеров — вычислительных устройств, работающих на основе квантовой механики, принципиально отличающихся от классических компьютеров, работающих на основе классической механики. Полноценный квантовый компьютер является пока гипотетическим устройством, сама возможность построения которого связана с серьёзным развитием квантовой теории в области многих частиц и сложных экспериментов; эта работа лежит на переднем крае современной физики. Канадская компания D-Wave заявила в феврале 2007 года о создании образца квантового компьютера, состоящего из 16 *кубит* — квантовых аналогов битов. Используя в универсальных квантовых вентилях кутриты вместо кубитов, можно существенно снизить количество необходимых вентилей. Ланьон утверждает, что компьютер, который в обычном случае использовал бы 50 традиционных квантовых вентилей, сможет обойтись всего девятью, будучи основанным на троичном представлении. Также, согласно некоторым исследованиям, использование кутритов вместо кубитов позволит упростить реализацию квантовых алгоритмов и компьютеров.

См. также

- Булевые функции

Источники информации

- Заметки о троичной цифровой технике — часть 1 (http://www.computer-museum.ru/histussr/12-1.htm)
- «Сетунь» — единственный серийный троичный компьютер (http://unidevices.blogspot.ru/2011/11/blog-post.html)
- Википедия — Троичная логика (https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%A2%D1%80%D0%BE%D0%B8%D1%87%D0%BD%D0%B0%D1%8F_%D0%BB%D0%BE%D0%B3%D0%B8%D0%BA%D0%B0)
- Хабрахабр — Замена двоичной логики — увеличит ли это производительность? (http://habrahabr.ru/post/166679/)
- Жизнь сквозь решето сети — Третье состоянье (http://arvi.livejournal.com/144259.html)
- Жизнь сквозь решето сети — Трёхзначная логика (http://arvi.livejournal.com/144849.html)
- Традиция — Троичная логика (http://traditio-ru.org/wiki/%D0%A2%D1%80%D0%BE%D0%B8%D1%87%D0%BD%D0%B0%D1%8F_%D0%BB%D0%BE%D0%B3%D0%B8%D0%BA%D0%B0)