14 (повышенный уровень, время – 3 мин)

Тема: Позиционные системы счисления.

Что проверяется:

Знание позиционных систем счисления.

1.4.1. Позиционные системы счисления.

1.1.3. Умение строить информационные модели объектов, систем и процессов в виде алгоритмов(?).

Что нужно знать:

- принципы кодирования чисел в позиционных системах счисления
- чтобы перевести число, скажем, 12345_N, из системы счисления с основанием N в десятичную систему, нужно умножить значение каждой цифры на N в степени, равной ее разряду:

  4 3 2 1 0 ← разряды

  $$1\;2\;3\;4\;5_N = 1\cdot N^4 + 2\cdot N^3 + 3\cdot N^2 + 4\cdot N^1 + 5\cdot N^0$$

  $N^0 = 1$
- последняя цифра записи числа в системе счисления с основанием N – это остаток от деления этого числа на N
- две последние цифры – это остаток от деления на N^2, и т.д.
- число 10^N записывается как единица и N нулей: $10^N = 1\underbrace{0\ldots0}_N$
- число 10^N-1 записывается как N девяток: $10^N - 1 = \underbrace{9\ldots9}_N$
- число 10^N-10^M = $10^M \cdot (10^{N-M} - 1)$ записывается как N-M девяток, за которыми стоят M нулей: $10^N - 10^M = \underbrace{9\ldots9}_{N-M}\underbrace{0\ldots0}_M$
- число 2^N в двоичной системе записывается как единица и N нулей: $2^N = 1\underbrace{0\ldots0}_N{}_2$
- число 2^N-1 в двоичной системе записывается как N единиц: $2^N - 1 = \underbrace{1\ldots1}_N{}_2$
- число 2^N–2^K при $K < N$ в двоичной системе записывается как N–K единиц и K нулей: $2^N - 2^K = \underbrace{1\ldots1}_{N-K}\underbrace{0\ldots0}_K{}_2$
- поскольку $2^N + 2^N = 2\cdot 2^N = 2^{N+1}$, получаем $2^N = 2^{N+1} - 2^N$, откуда следует, что $-2^N = -2^{N+1} + 2^N$
- число 3^N записывается в троичной системе как единица и N нулей: $3^N = 1\underbrace{0\ldots0}_N{}_3$
- число 3^N-1 записывается в троичной системе как N двоек: $3^N - 1 = \underbrace{2\ldots2}_N{}_3$
- число 3^N – 3^M = $3^M \cdot (3^{N-M} - 1)$ записывается в троичной системе как N-M двоек, за которыми стоят M нулей: $3^N - 3^M = \underbrace{2\ldots2}_{N-M}\underbrace{0\ldots0}_M{}_3$
- можно сделать аналогичные выводы для любой системы счисления с основанием a:
  – число a^N в системе счисления с основанием a записывается как единица и N нулей: $a^N = 1\underbrace{0\ldots0}_N{}_a$

– число a^N-1 в системе счисления с основанием a записывается как N старших цифр этой системы счисления, то есть, цифр (a-1): $a^N - 1 = \underbrace{(a-1)(a-1)\ldots(a-1)_a}_{N}$

– число $a^N - a^M = a^M \cdot (a^{N-M} - 1)$ записывается в системе счисления с основанием a как N-M старших цифр этой системы счисления, за которыми стоят M нулей: $a^N - a^M = \underbrace{(a-1)\ldots(a-1)}_{N-M}\underbrace{0\ldots0_a}_{M}$

Пример задания:

Р-25. (**демо-2021**) Значение арифметического выражения: $49^7 + 7^{21} - 7$ – записали в системе счисления с основанием 7. Сколько цифр 6 содержится в этой записи?

Решение:

1) приведём все числа к степеням семерки, учитывая, что $49 = 7^2$
   $7^{14} + 7^{21} - 7^1$
2) расставим степени в порядке убывания:
   $7^{21} + 7^{14} - 7^1$
3) Очевидно, что «шестёрки» в семеричной записи значения выражения возникнут только за счёт вычисления разности $7^{14} - 7^1$, их количество равно 14-1=13
4) Ответ: 13.

Решение (использование программы):

1) язык Python позволяет работать с большими числами, не задумываясь о том, что для их хранения требуется больше памяти, чем для «обычного» целого числа (когда значение не помещается в 4 байта, интерпретатор автоматически переходит на представление числа в виде массива с «длинной арифметикой»)
2) поэтому может быть написана программа, которая вычисляет нужное значение и методом деления в столбик определяет все цифры его записи в семеричной системе счисления; шестёрки считаем с помощью счётчика **count6**:
```
x = 49**7 + 7**21 - 7
count6 = 0
while x:
  if x % 7 == 6: count6 += 1
  x //= 7
print( count6 )
```
3) Ответ: 13.

Решение (использование программы в среде Pascal ABC.NET, А. Агафонцев):

1) Pascal ABC.NET за счет использования фреймворка .NET позволяет воспользоваться типом System.Numerics.BigInteger (предназначенным для произвольно больших целых со знаком) и связанными с ним функциями.
2) Таким образом, программа получается во многом схожей с программами на Python. Особо отметим, что использование функций возведения в степень не связанных с типом BigInteger для систем с основанием, не являющимся степенью двойки, приводит к неверным результатам из-за использования вещественных чисел. Например, BigInteger(power(9,34)) или BigInteger(9 ** 34) преобразуют вещественное число в целое произвольно большой длины, но еще при операции возведения в степень потеряется часть идеальной, математической мантиссы.
3) В связи с вышесказанным допустимо только использование записей вида BigInteger.Pow(9,34).
4) Полная программа:
```
var
```

```
  a: BigInteger;
  k: int64;
begin
  a := BigInteger.Pow(49, 7) + BigInteger.Pow(7, 21) - 7;
  k := 0;
  while (a > 0) do
  begin
    if (a mod 7 = 6) then
      k := k + 1;
    a := a div 7;
  end;
  writeln(k);
end.
```

5) Ещё одно решение на PascalABC.NET (**П.Е. Финкель**)

```
begin
 var k:=0;
  var x:=49bi**7+7bi**21-7;
   while x>0 do begin
    if x mod 7=6 then k+=1;
    x:=x div 7;
  end;
  println(k);
end.
```

6) здесь «bi» длинным, а ** означает возведение в степень
7) Ответ: 13.

Решение (использование программы на Java, М. Коротков):

1) язык Java позволяет работать с большими числами с помощью типа `BigInteger`;
2) может быть написана программа, которая вычисляет значение арифметического выражения и методом деления в столбик определяет все цифры его записи в семеричной системе счисления; шестёрки считаем с помощью счётчика amt6:
3) полная программа:

```
import java.math.BigInteger;
public class Main {
    public static void main(String[] args) {
        final BigInteger SIX = BigInteger.valueOf(6);
        final BigInteger SEVEN = BigInteger.valueOf(7);
        final BigInteger NUM1 = BigInteger.valueOf(49).pow(7);
        final BigInteger NUM2 = BigInteger.valueOf(7).pow(21);

        BigInteger num = NUM1.add(NUM2).subtract(SEVEN);
        BigInteger amt6 = BigInteger.ZERO;
        while (!num.equals(BigInteger.ZERO)) {
            if (num.mod(SEVEN).equals(SIX)) {
                amt6 = amt6.add(BigInteger.ONE);
            }
            num = num.divide(SEVEN);
        }
        System.out.println(amt6);
    }
}
```

4) Ответ: 13.

Ещё пример задания:

Р-24. (**М.В. Кузнецова**) Значение арифметического выражения: $64^{10} + 2^{90} - 16$ записали в системе счисления с основанием 8. Сколько цифр «7» содержится в этой записи?

Решение:

1) Приведём все числа к степеням восьмерки, учитывая, что $16 = 64 - 48 = 8^2 - 6 \cdot 8^1$
   $64^{10} + 2^{90} - 16 = (8^2)^{10} + 2^{3 \cdot 30} - (8^2 - 48) = 8^{20} + 8^{30} - 8^2 + 6 \cdot 8^1$
2) Перепишем выражение, располагая степени восьмёрки в порядке убывания:
   $8^{20} + 8^{30} - 8^2 + 6 \cdot 8^1 = 8^{30} + 8^{20} - 8^2 + 6 \cdot 8^1$
3) Очевидно, что «семёрки» в восьмеричной записи значения выражения возникнут только за счёт вычисления разности $8^{20} - 8^2$, их количество равно 20-2=18
4) Ответ: 18.

Решение (использование программы в среде Pascal ABC.NET, А. Агафонцев):

1) В среде Pascal ABC.NET при использовании типа BigInteger задача может быть решена с помощью программы:

```
var
  a: BigInteger;
  k: int64;
begin
  a := BigInteger.Pow(64, 10) + BigInteger.Pow(2, 90) - 16;
  k := 0;
  while (a > 0) do
  begin
    if (a mod 8 = 7) then
      k := k + 1;
    a := a div 8;
  end;
  writeln(k);
end.
```

2) Ответ: 18.
3) Ещё одно решение на PascalABC.NET (**П.Е. Финкель**)

```
begin
 var k:=0;
  var x:=64bi**10+2bi**90-16;
   while x>0 do begin
    if x mod 8=7 then k+=1;
    x:=x div 8;
  end;
  println(k);
end.
```

Решение (программа на Python, Б.С. Михлин):

1) если доступна среда программирования на Python, можно написать программу, которая использует встроенную арифметику длинных чисел:

```
x = 64**10 + 2**90 - 16
print( oct(x).count('7') )
```

2) ответ: 18.

Ещё пример задания:

P-23. (**М.В. Кузнецова**) Значение арифметического выражения: $9^9 – 3^9 + 9^{19} – 19$ записали в системе счисления с основанием 3. Сколько цифр «2» содержится в этой записи?

Решение:

1) Приведём все числа к степеням тройки, учитывая, что $19=27\text{-}8=3^3\text{-}(2\cdot3^1+2\cdot3^0)$:
$9^9 – 3^9 + 9^{19} – 19= (3^2)^9 – 3^9 + (3^2)^{19} – (3^3 – (2\cdot3^1 + 2\cdot3^0)) = 3^{18} – 3^9 + 3^{38} – 3^3 + 2\cdot3^1 + 2\cdot3^0$
2) Перепишем выражение, располагая степени тройки в порядке убывания:
$3^{18} – 3^9 + 3^{38} – 3^3 + 2\cdot3^1 + 2\cdot3^0 = 3^{38} + 3^{18} – 3^9 – 3^3 + 2\cdot3^1 + 2\cdot3^0$
3) Сначала рассмотрим часть выражения, в которой имеется два расположенных подряд «минуса»: $3^{18} - 3^9 - 3^3$:
   a. найдём разность двух крайних чисел: $3^{18} – 3^3$, в её троичной записи 18 – 3=15 «двоек» и 3 «нуля»;
   b. вычтем из этого числа значение 3^9: одна из «двоек» (на 10-й справа позиции) уменьшится на 1, остальные цифры не изменятся;
   c. итак, троичная запись разности $3^{18} – 3^9 – 3^3$ содержит 15 – 1=14 «двоек», одну «единицу» и 3 «нуля»
4) Прибавим к полученному значению сумму: $2\cdot3^1 + 2\cdot3^0 = 22_3$. В троичной записи результата два крайних справа нуля заменяются на «двойки», остаётся один ноль. Общее количество «двоек»: 14+2=16.
5) Прибавление значения 3^{38} не изменит количества «двоек» в троичном числе: слева от имеющихся цифр появятся ещё 38 – 18=20 «нулей» и одна «единица» – на 39-й справа позиции.
6) Итак, результат, записанный в троичной системе, содержит 39 цифр. Его состав: 16 «двоек», 2 «единицы» (их позиции: 39-я и 10-я справа) и 21 «нуль» (39-16-2=21).
7) Ответ: 16.

Ещё пример задания:

P-22. Значение арифметического выражения: $\mathbf{9^8 + 3^5 – 9}$
записали в системе счисления с основанием 3. Сколько цифр «2» содержится в этой записи?

Решение:

1) приведём все слагаемые к виду 3^N и расставим в порядке убывания степеней:
$\mathbf{9^8 + 3^5 – 9 = 3^{16} + 3^5 – 3^2}$
2) первое слагаемое, 3^{16}, даёт в троичной записи одну единицу – она нас не интересует
3) пара $\mathbf{3^5 – 3^2}$ даёт 5 – 2 = 3 двойки
4) Ответ: 3.

Решение (программа, Б.С. Михлин):

1) задача может быть решена с помощью программы на Python, где есть встроенная поддержка длинных чисел:
```
x = 9**8+3**5-9
x3 = ''
while x:
    x3 = str(x%3) + x3
    x //= 3
print( 'Ответ:', x3.count('2') )
```
2) вариант без использования символьных строк:
```
x = 9**8+3**5-9
count2 = 0
```

```
  while x:
      if x % 3 == 2:
        count2 += 1
      x //= 3
  print( 'Ответ:', count2 )
```

3) Ответ: 3.

Решение (электронные таблицы, Б.С. Михлин):

1) эта конкретная задача может быть решена с помощью электронных таблиц
2) *Замечание*. Электронные таблицы имеют ограничения при работе с длинными целыми числами. Например, Excel при вводе больших чисел заменяет все цифры после 15-го разряда на нули. Это легко проверить, введя в ячейку число с более чем 15-ю разрядами. Обычно электронные таблицы при этом переходят к экспоненциальному (научному) формату. Если число больше, чем 10^{15}, то оно хранится как вещественное число (неточно). Это ограничивает использование электронных таблиц. В этой задаче заданное число меньше, чем 10^{15}, поэтому использовать электронные таблицы можно.
3) введём заданное число, заданное арифметическим выражением, в ячейку электронной таблицы:

A1 =9^8+3^5-9

	A	B	C
1	43046955		
2			

4) выполним алгоритм перевода числа в троичную систему: найдём в B1 остаток от деления числа на 3, а в A2 – частное:

D15

	A	B
1	=9^8+3^5-9	=ОСТАТ(A1;3)
2	=ЧАСТНОЕ(A1;3)	

5) скопируем формулы из A2 и B1 вниз до того момента, когда частное станет равно 0 (это означает окончание процесса перевода):

14	27	0
15	9	0
16	3	0
17	1	1
18	0	0

6) подсчитаем в столбце B число остатков, равных 2:

B19 =СЧЁТЕСЛИ(B1:B18;2)

	A	B	C
16	3	0	
17	1	1	
18	0	0	
19		3	

7) Ответ: 3.
8) в OpenOffice Calc нужно использовать такие формулы:
в A2: **=QUOTIENT(A1;3)**
в B1: **=MOD(A1;3)**
в B19: **=COUNTIF(B1:B18;2)**

Ещё пример задания:

Р-21. Сколько значащих нулей в двоичной записи числа

$4^{512} + 8^{512} – 2^{128} – 250$

Решение (способ Е.А. Смирнова, Нижегородская область):

1) *Общая идея*: количество значащих нулей равно количеству всех знаков в двоичной записи числа (его длине!) минус количество единиц
2) приведём все числа к степеням двойки, учитывая, что $250 = 256 – 4 – 2 = 2^8 – 2^2 – 2^1$:
   $4^{512} + 8^{512} – 2^{128} – 250 = (2^2)^{512} + (2^3)^{512} – 2^{128} – 2^8 + 2^2 + 2^1 =$
   $= 2^{1536} + 2^{1024} – 2^{128} – 2^8 + 2^2 + 2^1$
3) старшая степень двойки – 2^{1536}, двоичная запись этого числа представляет собой единицу и 1536 нулей, то есть, состоит из 1537 знаков; таким образом, остаётся найти количество единиц
4) вспомним, число $2^N–2^K$ при $K < N$ записывается как $N–K$ единиц и K нулей:
   $$2^N - 2^K = \underbrace{1\ldots1}_{N-K}\underbrace{0\ldots0}_{K}$$
5) для того чтобы использовать это свойство, нам нужно представить заданное выражение в виде пар вида $2^N–2^K$, причём в этой цепочке степени двойки нужно выстроить по убыванию
6) в нашем случае вы выражении
   $2^{1536} + 2^{1024} – 2^{128} – 2^8 + 2^2 + 2^1$
   стоит два знака «минус» подряд, это не позволяет сразу использовать формулу
7) используем теперь равенство $-2^N = -2^{N+1} + 2^N$, так что $– 2^{128} = – 2^{129} + 2^{128}$; получаем
   $2^{1536} + 2^{1024} – 2^{129} + 2^{128} – 2^8 + 2^2 + 2^1$
   здесь две пары $2^N–2^K$, а остальные слагаемые дают по одной единице
8) общее число единиц равно 1 + (1024 – 129) + (128 – 8) + 1 + 1 = 1018
9) таким образом, количество значащих нулей равно 1537 – 1018 = 519
10) ответ: 519.

Решение (программа на Python, Б.С. Михлин):

3) если доступна среда программирования на Python, можно написать программу, которая использует встроенную арифметику длинных чисел:
```
x = 4**512 + 8**512 - 2**128 - 250
print( bin(x)[2:].count('0') )
```
4) ответ: 519.

Ещё пример задания:

Р-20. Сколько единиц в двоичной записи числа

$4^{2015} + 8^{405} – 2^{150} – 122$

Решение (способ Е.А. Смирнова, Нижегородская область):

1) приведём все числа к степеням двойки, учитывая, что $122 = 128 – 4 – 2 = 2^7 – 2^2 – 2^1$:
   $4^{2015} + 8^{405} – 2^{150} – 122 = (2^2)^{2015} + (2^3)^{405} – 2^{150} – 2^7 + 2^2 + 2^1 =$
   $= 2^{4030} + 2^{1215} – 2^{150} – 2^7 + 2^2 + 2^1$
2) вспомним, число $2^N–2^K$ при $K < N$ записывается как $N–K$ единиц и K нулей:
   $$2^N - 2^K = \underbrace{1\ldots1}_{N-K}\underbrace{0\ldots0}_{K}$$
3) для того чтобы использовать это свойство, нам нужно представить заданное выражение в виде пар вида $2^N–2^K$, причём в этой цепочке степени двойки нужно выстроить по убыванию
4) в нашем случае вы выражении
   $2^{4030} + 2^{1215} – 2^{150} – 2^7 + 2^2 + 2^1$

стоит два знака «минус» подряд, это не позволяет сразу использовать формулу

5) используем теперь равенство $-2^N = -2^{N+1} + 2^N$, так что $-2^{150} = -2^{151} + 2^{150}$; получаем
$2^{4030} + 2^{1215} - 2^{151} + 2^{150} - 2^7 + 2^2 + 2^1$
здесь две пары $2^N - 2^K$, а остальные слагаемые дают по одной единице
6) общее число единиц равно 1 + (1215 – 151) + (150 – 7) + 1 + 1 = 1210
7) ответ: 1210.

Решение (С.О. Куров, Москва):

1) приведём все числа к степеням двойки, учитывая, что $122 = 128 - 4 - 2 = 2^7 - 2^2 - 2^1$:
$4^{2015} + 8^{405} - 2^{150} - 122 = (2^2)^{2015} + (2^3)^{405} - 2^{150} - 2^7 + 2^2 + 2^1 =$
$= 2^{4030} + 2^{1215} - 2^{150} - 2^7 + 2^2 + 2^1$
2) ищем в **разности** крайнюю левую степень двойки и крайнюю правую $2^{1215} - 2^7$, при этом 2^{150} на время «теряем»
3) определяем количество единиц в разности $2^{1215} - 2^7$, получаем 1215 – 7 = 1208 единиц
4) так как «внутри» этой разности есть еще 2^{150}, то просто вычитаем одну единицу: 1208 – 1 = 1207; итого в разности $2^{1215} - 2^{150} - 2^7$ ровно 1207 единиц
5) осталось прибавить по одной единицы от чисел 2^{4030}, 2^2, 2^1
6) Ответ: 1210

Решение (программа на Python, Б.С. Михлин):

1) используется встроенная «длинная арифметика» в Python:
```
x = bin( 4**2015 + 8**405 - 2**150 - 122 )
print( x.count( '1' ) )
```
2) ответ: 1210.

Ещё пример задания:

Р-19. Решите уравнение $121_x + 1 = 101_7$.

Ответ запишите в троичной системе счисления. Основание системы счисления указывать не нужно.

Решение:

1) переведём все числа в десятичную систему счисления:
$$121_x = 1 \cdot x^2 + 2 \cdot x + 1, \quad 101_7 = 1 \cdot 7^2 + 0 \cdot 7^1 + 1 \cdot 7^0 = 50$$
2) собирая всё в одно уравнение получаем
$$x^2 + 2x + 1 + 1 = 50 \quad \Rightarrow \quad x^2 + 2x - 48 = 0$$
3) это уравнение имеет два решения, 6 и -8; основание системы счисления – натуральное число, поэтому ответ – 6
4) переводим ответ в троичную систему: $6 = 2 \cdot 3^1 = 20_3$.
5) ответ: 20.

Решение (программа на Python, А.Н. Носкин):

1) можно (но сложнее) решить задачу перебором с помощью программы:
```
a = 1*7**2 + 0 + 1 # перевод "101" в 10-ю систему
c = a - 1          # число "121" в 10-й системе
for i in range(3,100):# перебираем возможные основания
  b = 1*i**2 + 2*i + 1 # перевод в 10-ю систему числа "121"
  if b == c:
    x = i # основание системы счисления (в 10й системе)
    break
x3 = ''
```

```
while x > 0:# перевод основания в 3-ю систему
  x3 += str(x%3)
  x //= 3
x3 = x3[::-1]# разворот числа
print(x3)
```

2) ответ: 20.

Решение (программа на Python, Б.С. Михлин):

3) вариант программы:

```
for x in range( 3, 37): # среди оснований от 3 до 36
  if int( '121', x ) + 1 == int( '101', 7 ):
    break
print('в 10 с.с:', x)
s = ''
while x:
  s = str( x%3 ) + s
  x //= 3
print( 'Ответ в 3 с.с:', s )
```

4) ответ: 20.

Ещё пример задания:

Р-18. Сколько единиц в двоичной записи числа

$4^{2014} + 2^{2015} – 8$

Решение:

1) приведём все числа к степеням двойки:
$4^{2014} + 2^{2015} – 8 = (2^2)^{2014} + 2^{2015} – 2^3 = 2^{4028} + 2^{2015} – 2^3$
2) вспомним, что число 2^N-1 в двоичной системе записывается как N единиц: $2^N - 1 = \underbrace{1\ldots1}_{N}$,

   а число $2^N – 2^K$ при $K < N$ записывается как $N–K$ единиц и K нулей: $2^N - 2^K = \underbrace{1\ldots1}_{N-K}\underbrace{0\ldots0}_{K}$
3) согласно п. 2, число $2^{2015} – 2^3$ запишется как 2012 единиц и 3 нуля
4) прибавление 2^{4028} даст ещё одну единицу, всего получается 2012 + 1 = 2013 единиц
5) ответ: 2013.

Решение (программа на Python, Б.С. Михлин):

5) программа использует встроенную «длинную арифметику» Python:

```
x = bin( 4**2014 + 2**2015 - 8 )
print( x.count( '1' ) )
```

6) ответ: 2013.

Ещё пример задания:

Р-17. Сколько единиц в двоичной записи числа

$4^{2016} + 2^{2018} – 8^{600} + 6$

Решение:

1) приведём все числа к степеням двойки, разложив 6 как 2^2+2^1
$4^{2016} + 2^{2018} – 8^{600} + 6 = (2^2)^{2016} + 2^{2018} - (2^3)^{600} + 2^2 + 2^1 = 2^{4032} + 2^{2018} – 2^{1800} + 2^2 + 2^1$
2) вспомним, что число 2^N-1 в двоичной системе записывается как N единиц: $2^N - 1 = \underbrace{1\ldots1}_{N}$,

   а число $2^N – 2^K$ при $K < N$ записывается как $N–K$ единиц и K нулей: $2^N - 2^K = \underbrace{1\ldots1}_{N-K}\underbrace{0\ldots0}_{K}$

3) согласно п. 2, число $2^{2018} - 2^{1800}$ запишется как 218 единиц и 1800 нулей
4) прибавление 2^{4032} даст ещё одну единицу, а прибавление $2^2 + 2^1$ – ещё две, всего получается 218 + 3 = 221 единица
5) ответ: 221.

Ещё пример задания:

P-16. Сколько единиц в двоичной записи числа

$4^{2016} - 2^{2018} + 8^{800} - 80$

Решение:

1) приведём все числа к степеням двойки, разложив 80 как 2^6+2^4
$4^{2016} - 2^{2018} + 8^{800} - 80 = (2^2)^{2016} - 2^{2018} + (2^3)^{800} - 2^2 - 2^1 = 2^{4032} - 2^{2018} + 2^{2400} - 2^6 - 2^4$
2) перестроим слагаемые в порядке уменьшения степеней двойки
$2^{4032} + 2^{2400} - 2^{2018} - 2^6 - 2^4$
3) вспомним, что число 2^N-1 в двоичной системе записывается как N единиц: $2^N - 1 = \underbrace{1\ldots1}_{N}$,
а число 2^N–2^K при $K < N$ записывается как N–K единиц и K нулей: $2^N - 2^K = \underbrace{1\ldots1}_{N-K}\underbrace{0\ldots0}_{K}$
4) согласно п. 2, число $2^{2400} - 2^{2018}$ запишется как 382 единицы и 2018 нулей
5) добавляем старшее слагаемое 2^{4032}, получаем число $2^{4032} + 2^{2400} - 2^{2018}$, в котором 383 единицы и в конце (после последней единицы) – 2018 нулей:
$2^{4032} + 2^{2400} - 2^{2018} = 10\ldots0\underbrace{1\ldots1}_{382}\underbrace{0\ldots0}_{2018}$
6) выделим из этого значения последнюю единицу со следующими 2018 нулями как отдельное слагаемое (число 2^{2018}):
$2^{4032} + 2^{2400} - 2^{2018} = 10\ldots0\underbrace{1\ldots1}_{381}\underbrace{0\ldots0}_{2019} + 1\underbrace{0\ldots0}_{2018} = K + 2^{2018}$,
где число K содержит 382 единицы в старших разрядах; таки образом, интересующее нас число равно $K + 2^{2018} - 2^6 - 2^4$
7) согласно п. 2, число $2^{2018} - 2^6$ запишется как 2012 единиц и 6 нулей; также выделим последнюю единицу с последующими нулями как отдельное слагаемое:
$2^{2018} - 2^6 = \underbrace{1\ldots1}_{2012}\underbrace{0\ldots0}_{6} = \underbrace{1\ldots1}_{2011}\underbrace{0\ldots0}_{7} + 1\underbrace{0\ldots0}_{6} = L + 2^6$
где число L содержит 2011 единиц
8) теперь остаётся найти, сколько единиц будет в двоичной записи числа $2^6 - 2^4$, согласно п. 2 находим, что оно содержит 2 единицы
9) таким образом, общее число единиц равно 382 + 2011 + 2 = 2395
10) ответ: 2395.

Решение (способ 2, Е.А. Смирнов, Нижегородская область):

1) приведём все числа к степеням двойки, разложив 80 как 2^6+2^4
$4^{2016} - 2^{2018} + 8^{800} - 80 = (2^2)^{2016} - 2^{2018} + (2^3)^{800} - 2^2 - 2^1 = 2^{4032} - 2^{2018} + 2^{2400} - 2^6 - 2^4$
2) перестроим слагаемые в порядке уменьшения степеней двойки
$2^{4032} + 2^{2400} - 2^{2018} - 2^6 - 2^4$
3) представим $-2^{2018} = -2^{2019} + 2^{2018}$ и $-2^6 = -2^7 + 2^6$
$2^{4032} + 2^{2400} - 2^{2019} + 2^{2018} - 2^7 + 2^6 - 2^4$
4) слагаемое 2^{4032} в двоичной записи содержит 1 единицу
5) слагаемое $2^{2400} - 2^{2019}$ содержит 381 единицу (число 2^N–2^K при $K < N$ в двоичной системе записывается как N–K единиц и K нулей: $2^N - 2^K = \underbrace{1\ldots1}_{N-K}\underbrace{0\ldots0}_{K}$)

6) слагаемое $2^{2018} - 2^7$ содержит 2011 единиц, слагаемое $2^6 - 2^4$ содержит 2 единицы
7) позиции единиц во всех этих слагаемых не совпадают, поэтому общее количество единиц равно 1 + 381 + 2011 + 2 = 2395

ответ: 2395

Решение (способ 3, А.И. Козлов, г. Северобайкальск):

1) приведём все числа к степеням двойки, разложив 80 как 2^6+2^4
$4^{2016} - 2^{2018} + 8^{800} - 80 = (2^2)^{2016} - 2^{2018} + (2^3)^{800} - 2^2 - 2^1 = 2^{4032} - 2^{2018} + 2^{2400} - 2^6 - 2^4$
2) перестроим слагаемые в порядке уменьшения степеней двойки
$2^{4032} + 2^{2400} - 2^{2018} - 2^6 - 2^4$
3) выражение $2^{2400}-2^4$ дает 2396 единиц и 4 нолика в конце, откуда вычеркиваем (заменяем на ноль) единичку, стоящую на седьмом месте справа (2^6) и, соответственно на 2019 месте справа (2^{2018}). Следовательно, остается 2394 единички.
4) С учетом того, что 2^{4032} дает нам одну единицу, в итоге получаем 2395 единиц
5) Ответ: 2395

Ещё пример задания:

Р-15. *Решите уравнение* $60_8 + x = 120_7$.

Ответ запишите в шестеричной системе счисления. Основание системы счисления указывать не нужно.

Решение:

1) удобнее всего перевести все числа в десятичную систему, решить уравнение и результат перевести в шестеричную систему
2) получаем $60_8 = 6 \cdot 8^1 + 0 \cdot 8^0 = 48, \quad 120_7 = 1 \cdot 7^2 + 2 \cdot 7^1 = 63$
3) уравнение приобретает вид $48 + x = 63$, откуда получаем $x = 15$
4) переводим 15 в шестеричную систему счисления: $15 = 2 \cdot 6^1 + 3 \cdot 6^0 = 23_6$
5) ответ: 23.

Решение (программа на Python, А.Н. Носкин):

1) можно (но сложнее) решить задачу с помощью программы:

```
a = int('60', 8 )   # перевод "60" в 10-ю систему
b = int('120', 7 ) # перевод "120" в 10-ю систему
x = b - a # число X в 10-й системе
x6 = ''
while x > 0:# перевод в 6-ю систему
  x6 += str(x%6)
  x //= 6
x6 = x6[::-1]# разворот числа
print(x6)
```

2) ещё один вариант программы (Б.С. Михлин):

```
x = int( '120', 7 ) - int( '60', 8 )
print('в 10 с.с:', x)
s = ''
while x:
  s = str( x%6 ) + s
  x //= 6
print( 'Ответ в 6 с.с:', s )
```

3) ответ: 23.

Ещё пример задания:

Р-14. *Запись десятичного числа в системах счисления с основаниями 3 и 5 в обоих случаях имеет последней цифрой 0. Какое минимальное натуральное десятичное число удовлетворяет этому требованию?*

Решение:

1) если запись числа в системе счисления с основанием N заканчивается на 0, то это число делится на N нацело
2) поэтому в данной задаче требуется найти наименьшее натуральное число, которое делится одновременно на 3 и на 5, то есть, делится на 15
3) очевидно, что это число 15.

Решение (программа на Python, А.Н. Носкин):

1) можно (но сложнее) решить задачу с помощью программы:

```
for i in range(1,100):
  x = i
  x3 = ''
  while x > 0:# перевод в 3-ю систему
    x3 += str(x%3)
    x //= 3
  x3 = x3[::-1][-1]# последняя цифра числа
  x = i
  x5 = ''
  while x > 0:
    x5 += str(x%5)
    x //= 5
  x5 = x5[::-1][-1]
  if x3 == "0" and x5 == "0":
    print(i)
    break
```

2) ответ: 15.

Решение (программа на Python, Б.С. Михлин):

1) Используется тот факт, что последняя цифра в записи числа в системе счисления с основанием N – это остаток от деления этого числа на N:

```
for x in range(1,101): # ищем решение от 1 до 100
  if x%3 == x%5 == 0: # 'and' можно не использовать
    print(x)
    break
```

2) ответ: 15.

Ещё пример задания:

Р-13. *Запись числа 67_{10} в системе счисления с основанием N оканчивается на 1 и содержит 4 цифры. Укажите основание этой системы счисления N.*

Решение:

1) поскольку запись в системе счисления с основанием N заканчивается на 1, то остаток от деления числа 67 на N равен 1, то есть при некотором целом k имеем
$$k \cdot N + 1 = 67 \;\Rightarrow\; k \cdot N = 66$$
2) следовательно, основание N – это делитель числа 66

3) с другой стороны, запись числа содержит 4 цифры, то есть
   $1000_N \le 67 < 10000_N \quad \Rightarrow \quad N^3 \le 67 < N^4$
4) выпишем кубы и четвертые степени первых натуральных чисел, которые являются делителями числа 66:
   $2^3 = 8,\ 3^3 = 27,\ 6^3 = 216,...$
   $2^4 = 16,\ 3^4 = 81,...$
5) видим, что из этого списка только для числа N = 3 выполняется условие $N^3 \le 67 < N^4$
6) таким образом, верный ответ – 3.
7) можно сделать проверку, переведя число 67 в троичную систему $67_{10} = 2111_3$

Решение (программа на Python, А.Н. Носкин):

1) можно (но сложнее) решить задачу с помощью программы:
```
for i in range(2,37):# перебираем возможные основания
  x = 67
  x_N = ''
  while x > 0:# перевод в N-ю систему
    x_N += str(x%i)
    x //= i
  x_N = x_N[::-1]# разворот числа
  if  x_N[-1]== "1" and len(x_N) == 4:
    print(i)
    break
```
2) ответ: 3.

Решение (программа на Python, Б.С. Михлин):

1) Если при переводе из 10-й в N-ю систему счисления очередную полученную цифру дописывать слева к найденным ранее цифрам (т.е. так, как мы и делаем при ручном переводе), то не нужен будет разворот числа.
2) Для i > 10 надо учитывать, что цифра может быть буквой.
3) Верхняя граница основания 99 в цикле `for i` завышена. Арабских цифр и латинских букв хватит только для оснований до 10+26=36. Далее нет общепринятых правил обозначения цифр (если хотим получать N-ичное представление числа).
```
for N in range(2, 37): # подбираем основание от 2 до 36
  x = 67
  s = '' # в s будет представление числа в N-ичной системе
  while x:
    d = x % N # цифра (digit)
    if d < 10:
      d = str( d ) # цифра от 0 до 9
    else:
      d = chr( ord( 'A' ) + d - 10 ) # «цифра» от A до Z
    s = d + s     # цифру d приписываем слева к s
    x //= N
  if s[-1] == '1' and len( s ) == 4:
    print( N )
    break
```
4) возможен второй вариант: без представления всего числа в N-й системе счисления; здесь можно брать основание больше 36.
```
for N in range(2, 101): # подбираем основание от 2 до 100
  x = 67
```

```
k = 0 # счетчик цифр (разрядов) N-ичного числа
while x:
  d = x % N # очередная цифра (digit)
  k += 1
  if k == 1: d0 = d  #  d0 - младшая цифра
  x //= N
if d0 == 1 and k == 4:
  print( N )
  break
```

5) ответ: 3.

Еще пример задания:

Р-12. *Запись числа 381_{10} в системе счисления с основанием N оканчивается на 3 и содержит 3 цифры. Укажите наибольшее возможное основание этой системы счисления N.*

Решение:

1) поскольку запись в системе счисления с основанием N заканчивается на 3, то остаток от деления числа 381 на N равен 3, то есть при некотором целом k имеем
$$k \cdot N + 3 = 381 \;\Rightarrow\; k \cdot N = 378$$
2) следовательно, основание N – это делитель числа $378 = 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 7$
3) с другой стороны, запись числа содержит 3 цифры, то есть
$100_N \le 381 < 1000_N \quad \Rightarrow \quad N^2 \le 381 < N^3$
4) неравенство $N^2 \le 381$ дает $|N| \le 19$ (так как $19^2 = 361,\ 20^2 = 400$)
5) неравенство $381 < N^3$ дает $8 \le N$ (так как $7^3 = 343,\ 8^3 = 512$)
6) таким образом, $8 \le N \le 19$; в этом диапазоне делителями числа 378 являются числа
   - 9, при $N = 9$ получаем запись числа $381_{10} = 463_9$
   - 14, при $N = 14$ получаем запись числа $381_{10} = 1D3_{14}$
   - 18, при $N = 18$ получаем запись числа $381_{10} = 133_{18}$
7) наибольшим из приведенных чисел – это 18 (можно было сразу искать подбором наибольший делитель числа 378, начиная с 19 «вниз», на уменьшение)
8) таким образом, верный ответ – 18.

Решение (программа на Python, А.Н. Носкин):

1) можно решить задачу с помощью программы:

```
for i in range(100,1,-1):# перебираем возможные основания
  x = 381
  x_N = ''
  while x > 0:# перевод в N-ю систему
    if x%i>9:break # пропускаем цифры в виде букв
    else: x_N += str(x%i)
      x //= i
  x_N = x_N[::-1]# разворот числа
  if x_N == '': pass
  elif x_N[-1]== "3" and len(x_N) == 3:
    print(i)
    break
```

2) ответ: 18.

Решение (программа на Python, Б.С. Михлин):

1) Если цифры больше девяти не представлять латинскими буквами, то программа даст неверный ответ 27, т.к. 381 в 27-ичной системе не (14)3, а E3 (т.е. двузначное число)

```
for N in range(36, 3, -1): # подбираем основание N от 36 до 4
  x = 381
  s = ''
  while x:
    d =  x % N # цифра (digit)
    if d < 10:
      d = str( d ) # цифра от 0 до 9
    else:
      d = chr( ord( 'A' ) + d - 10 ) # буквенная цифра от A до Z
      s = d + s # цифру d приписываем слева
    x //= N
  if s[-1] == '3' and len( s ) == 3:
    print( N )
    break
```

2) ответ: 18.

Еще пример задания:

Р-11. *Укажите через запятую в порядке возрастания все десятичные числа, не превосходящие* 25*, запись которых в системе счисления с основанием четыре оканчивается на* 11*?*

Общий подход:

- вспомним алгоритм перевода числа из десятичной системы в систему с основанием N (см. презентацию), из него следует, что младшая цифра результата – это остаток от деления исходного числа на N, а две младших цифры – это остаток от деления на N^2 и т.д.
- в данном случае $N = 4$, остаток от деления числа на $N^2 = 16$ должен быть равен $11_4 = 5$
- потому задача сводится к тому, чтобы определить все числа, которые меньше или равны 25 и дают остаток 5 при делении на 16

Решение (вариант 1, через десятичную систему):

1) общий вид чисел, которые дают остаток 5 при делении на 16:
$$k \cdot 16 + 5$$
где k – целое неотрицательное число (0, 1, 2, …)
2) среди всех таких чисел нужно выбрать те, что меньше или равны 25 («не превосходят 25»); их всего два: 5 (при $k = 0$) и 21 (при $k = 1$)
3) таким образом, верный ответ – 5, 21 .

Возможные ловушки и проблемы:

- выражение «не превосходящие X » означает «меньшие или равные X », а не строго меньшие X
- остаток, состоящий из нескольких цифр (здесь – 11_4), нужно не забыть перевести в десятичную систему
- найденные числа нужно записать именно в порядке возрастания, как требуется

Решение (вариант 2, через четверичную систему, предложен О.А. Тузовой):

1) переведем 25 в четверичную систему счисления: $25 = 121_4$, все интересующие нас числа не больше этого значения
2) из этих чисел выделим только те, которые заканчиваются на 11, таких чисел всего два: это $11_4 = 5$ и $111_4 = 21$

3) таким образом, верный ответ – 5, 21 .

Возможные ловушки и проблемы:
- есть риск случайно «забыть» какое-то число или найти «лишнее» (в данном случае – большее 25)
- можно сделать ошибки при переводе чисел из четверичной системы в десятичную или вообще «забыть» перевести

Решение (программа на Python, А.Н. Носкин):

1) можно решить задачу с помощью программы:
```
for i in range(1,31):# перебираем ответы
  x = i
  x4 = ''
  while x > 0:# перевод в 4-ю систему
    x4 += str(x%4)
    x //=4
  x4 = x4[::-1]# разворот числа
  if x4[-2:]== "11":
    print(i, end=",")
```
2) ответ: 5, 21.

Решение (программа на Python, Б.С. Михлин):

1) полная программа:
```
for d in '0', '1':  # d - цифра (digit). При d > 1 - выход за 25
    # int - переводит из 4-ой в 10-ую систему
  print( int( d+'11', 4 ), end = ',' )
```
2) Ответ: 5, 21.

Еще пример задания:

Р-10. *Укажите через запятую в порядке возрастания все основания систем счисления, в которых запись числа* 23 *оканчивается на* 2.

Общий подход:
- здесь обратная задача – неизвестно основание системы счисления, мы обозначим его через N
- поскольку последняя цифра числа – 2, основание должно быть больше 2, то есть $N > 2$
- вспомним алгоритм перевода числа из десятичной системы в систему с основанием N (см. презентацию), из него следует, что младшая цифра результата – это остаток от деления исходного числа на N

Решение:

1) итак, нужно найти все целые числа $N \ge 3$, такие что остаток от деления 23 на N равен 2, или (что то же самое)
$$23 = k \cdot N + 2 \qquad (*)$$
где k – целое неотрицательное число (0, 1, 2, …);
2) сложность в том, что и k, и N неизвестны, однако здесь нужно «играть» на том, что это *натуральные числа*
3) из формулы (*) получаем $k \cdot N = 21$, так что задача сводится к тому, чтобы найти все делители числа 21, которые больше 2
4) в этой задаче есть только три таких делителя: $\mathrm{N} = 3,\ 7$ и 21
5) таким образом, верный ответ – 3, 7, 21 .

Возможные ловушки и проблемы:
- нужно учесть, что основание системы счисления должно быть *больше* любой цифры числа, поэтому делитель $N = 1$ не подходит (должно быть $N > 2$)
- числа нужно записывать в ответе в порядке возрастания, как требуется по условию

Решение (программа на Python, А.Н. Носкин):

1) можно решить задачу с помощью программы:
```
for i in range(3,50):# перебираем возможные основания
  x = 23 # число по условию
  x_N = ''
  while x > 0:# перевод в N-ю систему
    if x%i>9:break # пропускаем цифры в виде букв
    else: x_N += str(x%i)
    x //= i
  x_N = x_N[::-1]# разворот числа
  if x_N == '': pass
  elif x_N[-1]== "2":
    print(i, end=",")
```
2) Ответ: 3, 7, 21.

Решение (программа на Python, Б.С. Михлин):

3) полная программа:
```
for x in range(3, 22): # x - основание от 3 до 21
                       # (дальше перебирать нет смысла)
  if 23 % x == 2:
    print( x, end = ',' )
```
4) Ответ: 3, 7, 21.

Еще пример задания:

Р-9. *Укажите через запятую в порядке возрастания все основания систем счисления, в которых запись числа* 31 *оканчивается на* 11.

Общий подход:
- неизвестно основание системы счисления, мы обозначим его через N
- пока будем считать, что запись числа 31 в системе с основанием N состоит из трех цифр, причем две младшие (11) нам даны, а одну (обозначим ее через k) нужно найти:

$$\begin{array}{l} \quad\;\; 2\;\;1\;\;0 \leftarrow \text{разряды} \\ 31 = k\;1\;1_N = k\cdot N^2 + N^1 + N^0 = k\cdot N^2 + N + 1 \end{array}$$

- можно показать, что при большем количестве разрядов эта формула также верна, то есть, число 31 можно представить как $31 = k \cdot N^2 + N + 1$ при некотором целом k; например, для числа с пятью разрядами получаем:

$$\begin{array}{l} \quad\;\; 4\;\;3\;\;2\;\;1\;\;0 \leftarrow \text{разряды} \\ 31 = k_4\,k_3\,k_2\,1\,1_N = k_4\cdot N^4 + k_3\cdot N^3 + k_2\cdot N^2 + N^1 + N^0 \\ \qquad = k\cdot N^2 + N + 1 \end{array}$$

для $k = k_4 \cdot N^2 + k_3 \cdot N + k_2$ (из первых трех слагаемых вынесли общий множитель N^2)

Решение:

1) итак, нужно найти все целые числа $N \geq 2$, такие что

$$31 = k \cdot N^2 + N + 1 \qquad (**)$$

где k – целое неотрицательное число (0, 1, 2, …);

2) сложность в том, что и k, и N неизвестны, однако здесь нужно «играть» на том, что это *натуральные числа*
3) из формулы (**) получаем $(k \cdot N + 1)N = 30$, так что задача сводится к тому, чтобы найти все делители N числа 30 и отобрать только те из них, для которых уравнение (**) разрешимо при целом k, то есть, $k = \dfrac{30 - N}{N^2}$ – целое число
4) выпишем все делители числа 30, большие или равные 2: 2, 3, 5, 6, 10, 15, 30
5) из всех этих делителей только для 2, 3, 5 и 30 значение $k = \dfrac{30 - N}{N^2}$ – целое число (оно равно соответственно 7, 3, 1 и 0)
6) таким образом, верный ответ – 2, 3, 5, 30.

Решение (программа на Python, А.Н. Носкин):

1) можно решить задачу с помощью программы:
```
for i in range(3,50):# перебираем возможные основания
  x = 23 # число по условию
  x_N = ''
  while x > 0:# перевод в N-ю систему
    if x%i>9:break # пропускаем цифры в виде букв
    else: x_N += str(x%i)
    x //= i
  x_N = x_N[::-1]# разворот числа
  if x_N == '': pass
  elif x_N[-1]== "2":
    print(i, end=",")
```
2) ответ: 2, 3, 5, 30.

Решение (программа на Python, Б.С. Михлин):

5) полная программа:
```
for x in range(2, 101): # x - основание
  # справа число 11 переведено в 10-ую систему
  if 31 % (x*x) == x + 1:
    print( x, end = ',' )
```
6) Ответ: 2, 3, 5, 30.

Еще пример задания:

Р-8. *Укажите, сколько всего раз встречается цифра 2 в записи чисел 10, 11, 12, …, 17 в системе счисления с основанием 5.*

Решение (вариант 1):

1) запишем первое и последнее число в заданном диапазоне в системе счисления с основанием 5:

$$10 = 20_5, \quad 17 = 32_5.$$

2) заметим, что оба они содержат цифру 2, так что, 2 цифры мы уже нашли
3) между 20_5 и 32_5 есть еще числа

$$21_5,\ 22_5,\ 23_5,\ 24_5,\ 30_5,\ 31_5.$$

4) в них 5 цифр 2 (в числе 22_5 – сразу две двойки), поэтому всего цифра 2 встречается 7 раз
5) таким образом, верный ответ – 7.

Возможные ловушки и проблемы:
- нужно не забыть, что в системе счисления с основанием 5 старшая цифра – 4, то есть, вслед за 24_5 следует 30_5
- помните, что нужно определить не количество чисел, в которых есть двойка, а количество самих двоек
- можно не обратить внимание на то, что в числе 22_5 цифра 2 встречается 2 раза

Решение (вариант 2):
1) переведем все указанные числа в систему счисления с основанием 5:
$$10 = 20_5,\ 11 = 21_5,\ 12 = 22_5,\ 13 = 23_5,\ 14 = 24_5,\ 15 = 30_5,\ 16 = 31_5,\ 17 = 32_5.$$
2) считаем цифры 2 – получается 7 штук
3) таким образом, верный ответ – 7 .

Решение (программа на Python, А.Н. Носкин):
1) можно решить задачу с помощью программы:
```
k = 0
for i in range(10,17+1):
  x = i
  x5 = ''
  while x > 0:# перевод в 5-ю систему
    x5 += str(x%5)
    x //= 5
  x5 = x5[::-1]# разворот числа
  k += x5.count("2")
print(k)
```
2) ответ: 7.

Решение (программа на Python, Б.С. Михлин):
1) ещё одна программа:
```
k = 0        # счетчик цифр 2
for x in range(10,17+1):
  xw = x  # xw - рабочая (work) копия x
  while xw:
    if xw % 5 == 2: # считаем цифры 2 в 5-ой системе
      k += 1
    xw //= 5
print( k )
```
2) ответ: 7.

Еще пример задания:

Р-7. *Укажите наименьшее основание системы счисления, в которой запись числа 30 трехзначна.*

Решение:
1) обозначим через N неизвестное основание системы счисления, тогда запись числа 30 в этой системе имеет вид
$$x\,y\,z_N = 30$$
2) вспомним алгоритм перевода числа из системы счисления с основанием N в десятичную систему: расставляем сверху номера разрядов и умножаем каждую цифру на основание в степени, равной разряду:

$$\overset{2}{x}\,\overset{1}{y}\,\overset{0}{z}_N = x \cdot N^2 + y \cdot N + z = 30$$

3) поскольку запись трехзначная, $x \neq 0$, поэтому $30 \geq N^2$
4) с другой стороны, четвертой цифры нет, то есть, в третьем разряде – ноль, поэтому $30 < N^3$
5) объединяя последние два условия, получаем, что искомое основание N удовлетворяет двойному неравенству
$$N^2 \leq 30 < N^3$$
6) учитывая, что N – целое число, методом подбора находим целые решения этого неравенства; их два – 4 и 5:
$$4^2 = 16 \leq 30 < 4^3 = 64$$
$$5^2 = 25 \leq 30 < 5^3 = 125$$
7) минимальное из этих значений – 4
8) таким образом, верный ответ – 4 .

Решение (без подбора):

1) выполним п.1-4 так же, как и в предыдущем варианте решения
2) найдем первое целое число, куб которого больше 30; это 4, так как
$$3^3 = 27 < 30 < 4^3 = 64$$
3) проверяем второе неравенство: $4^2 = 16 \leq 30$, поэтому в системе счисления с основанием 4 запись числа 30 трехзначна
4) таким образом, верный ответ – 4 .

Решение (программа на Python, А.Н. Носкин):

1) можно решить задачу с помощью программы:
```
for i in range(2,100):# перебираем возможные основания
  x = 30 # число по условию
  x_N = ''
  while x > 0:# перевод в N-ю систему
    x_N += str(x%i)
    x //= i
  x_N = x_N[::-1]# разворот числа
  if len(x_N)== 3:
    print(i)
    break
```
2) ответ: 4.

Решение (программа на Python, Б.С. Михлин):

7) полная программа:
```
for N in range(2, 10): # проверять основание N >=10 нет смысла
                       # (будет два или один разряд)
  if N ** 2 <= 30 < N ** 3: # проверка на трёхзначность
    print(N)
    break
```
8) Ответ: 4.

Еще пример задания:

Р-6. *Укажите через запятую в порядке возрастания все десятичные числа, не превосходящие 30, запись которых в системе счисления с основанием 5 начинается на 3?*

Решение (вариант 1):

1) нас интересуют числа от 1 до 30
2) сначала определим, сколько цифр может быть в этих числах, записанных в системе счисления с основанием 5
3) поскольку $5^2 < 30 < 5^3$, в интересующих нас числах может быть от 1 до 3 цифр
4) рассмотрим трехзначные числа, начинающиеся на 3 в системе с основанием 5:
$$3xy_5 = 3\cdot 5^2 + x\cdot 5 + y$$
все они заведомо не меньше $3\cdot 5^2 = 75 > 30$, поэтому в наш диапазон не попадают;
5) таким образом, остается рассмотреть только однозначные и двухзначные числа
6) есть всего одно однозначное число, начинающееся на 3, это 3
7) общий вид всех двузначных чисел, начинающихся на 3 в системе с основанием 5:
$$3\cdot 5 + k = 15 + k$$
где k – целое число из множества {0, 1, 2,3,4} (поскольку система счисления имеет основание 5 и цифр, больших 4, в записи числа быть не может)
8) используя эту формулу, находим интересующие нас двузначные числа – 15, 16, 17, 18 и 19
9) таким образом, верный ответ – 3, 15, 16, 17, 18, 19 .

Решение (вариант 2, предложен Сенькиной Т.С., г. Комсомольск-на-Амуре):

1) нас интересуют числа от 1 до 30; сначала определим, сколько цифр может быть в пятеричной записи эти чисел
2) поскольку $30 = 110_5$, в интересующих нас числах может быть не более 2 цифр (все трехзначные пятеричные числа, начинающиеся с 3, больше 30)
3) есть всего одно однозначное число, начинающееся на 3, это 3
4) выпишем все пятеричные двузначные числа, которые начинаются с 3, и переведем их в десятичную систему: $30_5 = 15$, $31_5 = 16$, $32_5 = 17$, $33_5 = 18$ и $34_5 = 19$
5) таким образом, верный ответ – 3, 15, 16, 17, 18, 19 .

Решение (программа на Python, А.Н. Носкин):

1) можно решить задачу с помощью программы:
```
for i in range(1,31):# перебираем ответы
  x = i
  x5 = ''
  while x > 0:# перевод в 5-ю систему
    x5 += str(x%5)
    x //= 5
  x5 = x5[::-1]# разворот числа
  if x5[0]== "3":
    print(i, end=",")
```
2) ответ: 3, 15, 16, 17, 18, 19.

Еще пример задания:

Р-05. *Укажите через запятую в порядке возрастания все основания систем счисления, в которых запись числа 71 оканчивается на 13.*

Решение (1 способ):

1) Если число в системе с основанием x оканчивается на 13, то
   а) $x \geq 4$, потому что в системах с меньшим основанием нет цифры 3
   б) это число можно представить в виде $A\cdot x^2 + x + 3$, где A – целое неотрицательное число

2) определим наибольшее возможное A с учетом условия $x \geq 4$. Из уравнения $A \cdot x^2 + x + 3 = 71$ следует $A = \frac{68 - x}{x^2}$.
3) очевидно, что чем меньше x, тем больше A, поэтому значение A не превышает
$A_{max} = \frac{68-4}{4^2} = 4$
здесь мы подставили $x = 4$ – наименьшее допустимое значение x
4) остается перебрать все допустимые значения A (от 0 до $A_{max} = 4$), решая для каждого из них уравнение
$$A \cdot x^2 + x + 3 = 71 \text{ или равносильное } A \cdot x^2 + x - 68 = 0$$
относительно x, причем нас интересуют только натуральные числа $x \geq 4$
5) получаем
   а) при $A = 0$: $x = 68$
   б) при $A = 1, 2, 3$: решения – не целые числа
   в) при $A = 4$: $x_1 = 4$ и $x_2 = -4{,}25$, второе решение не подходит
6) таким образом, верный ответ: 4, 68.

Решение (2 способ, М.В. Кузнецова и её ученики):

1) запись числа71 в системе с основанием x оканчивается на 13, т.е. в разряде единиц – 3, это значит, что остаток от деления 71 на x равен 3, то есть для некоторого целого k имеем
$$k \cdot x + 3 = 71 \quad \Rightarrow \quad k \cdot x = 68$$
2) таким образом, искомые основания – делители числа 68; остается выбрать из них те, которые соответствуют другим условиям задачи
3) среди чисел, оканчивающихся на 13 в системе счисления с основанием x,минимальное – это само число 13_x; отсюда найдем максимальное основание:
$$13_x = 1 \cdot x^1 + 3 \cdot x^0 = x + 3 = 71 \quad \Rightarrow \quad x = 68$$
так что первый ответ: 68.
4) остальные числа, окачивающиеся в этой системе на 13, имеют не менее 3-х знаков (113_x, 213_x …), т.е. все они больше $100_x = x^2$
5) поэтому $71 > x^2$, следовательно, $x < 9$
6) по условию в записи числа есть цифра 3, поэтому $x > 3$ (в системах с основанием ≤ 3 цифры 3 нет)
7) итак: $x \in [4,8]$, и при этом x – делитель 68; единственное возможное значение $x = 4$ (на 5,6,7 и 8 число 68 не делится)
8) таким образом, верный ответ: 4, 68.

Возможные ловушки и проблемы:
- на шаге 1 нужно вычесть из числа только число единиц, то есть младшую из двух заданных цифр (в примере – 3)
- можно забыть рассмотреть двузначное число, записанное заданными в условии цифрами (в примере – 13_x), и пропустить максимальное основание
- нужно помнить, что
  а) максимальная цифра на 1 меньше основания системы счисления
  б) 100 в системе с основанием ***p*** равно ***p***^{2}

Решение (программа на Python, А.Н. Носкин):

1) можно решить задачу с помощью программы:

```
for i in range(4,100):# перебираем возможные основания
  x = 71 # число по условию
  x_N = ''
  while x > 0:# перевод в N-ю систему
    if x%i>9:break # пропускаем цифры в виде букв
    else: x_N += str(x%i)
    x //= i
  x_N = x_N[::-1]# разворот числа
  if x_N[-2:]== "13":
    print(i, end=",")
```

2) ответ: 4, 68.

Решение (программа на Python, Б.С. Михлин):

1) полная программа:

```
for x in range(4, 72): # x - основание от 4 до 71
                       # (дальше перебирать нет смысла)
    # справа число 13 переведено в 10-ую систему
  if 71 % (x*x) == x + 3:
    print( x, end = ',' )
```

2) Ответ: 4, 68.

Еще пример задания:

Р-04. *Укажите через запятую в порядке возрастания все основания систем счисления, в которых запись числа 86 оканчивается на 22.*

Решение (1 способ):

1) Если число в системе с основанием x оканчивается на 22, то
   а) $x \geq 3$, потому что в системах с меньшим основанием нет цифры 2
   б) это число можно представить в виде $A \cdot x^2 + 2x + 2$, где A – целое неотрицательное число
2) определим наибольшее возможное A с учетом условия $x \geq 3$. Из уравнения $A \cdot x^2 + 2x + 2 = 86$ следует $A = \dfrac{84 - 2x}{x^2}$.
3) очевидно, что чем меньше x, тем больше A, поэтому значение A не превышает
   $$A_{\max} = \frac{84-6}{3^2} = 8\frac{2}{3}$$
   здесь мы подставили $x = 3$ – наименьшее допустимое значение x
4) остается перебрать все допустимые значения A (от 0 до $A_{\max} = 8$), решая для каждого из них уравнение
   $$A \cdot x^2 + 2x + 2 = 86 \text{ или равносильное } A \cdot x^2 + 2x - 84 = 0$$
   относительно x, причем нас интересуют только натуральные числа $x \geq 3$
5) получаем
   а) при $A = 0$: $x = 42$
   б) при $A = 1$: решения – не целые числа
   в) при $A = 2$: $x = 6$ и $x_2 = -7$, второе решение не подходит
   г) при $A = 3,4,5,6,7,8$: решения – не целые числа
6) таким образом, верный ответ: 6, 42.

Решение (2 способ, М.В. Кузнецова и её ученики):

1) запись числа 86 в системе с основанием x оканчивается на 22, т.е. в разряде единиц – 2, это значит, что остаток от деления 86 на x равен 2, то есть для некоторого целого k имеем
$$k\cdot x+2=86 \quad\Rightarrow\quad k\cdot x=84$$
2) таким образом, искомые основания – делители числа 84; остается выбрать из них те, которые соответствуют другим условиям задачи
3) среди чисел, оканчивающихся на 22 в системе счисления с основанием x ,минимальное – это само число 22_x; отсюда найдем максимальное основание:
$$22_x=2\cdot x^1+2\cdot x^0=2x+2=86 \quad\Rightarrow\quad x=42$$
так что первый ответ: 42.
4) остальные числа, окачивающиеся в этой системе на 22, имеют не менее 3-х знаков (122_x, 222_x …), т.е. все они больше $100_x=x^2$
5) поэтому $86>x^2$, следовательно, $x<10$
6) по условию в записи числа есть цифра 2, поэтому $x>2$
7) итак: $x\in[3,9]$, и при этом x – делитель 84; возможные значения $x=3, 4, 6, 7$ (на 5,8 и 9 число 84 не делится)
8) переводя число 86 в системы счисления с основаниями $x=3, 4, 6, 7$, находим, что только для основания 6 запись числа оканчивается на 22 (при делении на 3, 4 и 7 «вторые» остатки не равны 2):

8 6	3			8 6	4		**8 6**	**6**		8 6	7	
8 4	2 8	3	*Дальше*	8 4	21	4	**8 4**	**1 4**	**6**	8 4	1 2	7
2	2 7	9…	*делить*	2	20	5…	**2**	**1 2**	**2**	2	7	1
	1		*нет смысла*		1			**2**			5	

9) таким образом, верный ответ: 6, 42.

Решение (программа на Python, А.Н. Носкин):

1) можно решить задачу с помощью программы:

```
for i in range(3,100):# перебираем возможные основания
  x = 86 # число по условию
  x_N = ''
  while x > 0:# перевод в N-ю систему
    if x%i>9:break # пропускаем цифры в виде букв
    else: x_N += str(x%i)
    x //= i
  x_N = x_N[::-1]# разворот числа
  if x_N[-2:]== "22":
    print(i, end=",")
```

2) ответ: 6, 42.

Решение (программа на Python, Б.С. Михлин):

9) полная программа:

```
for x in range(3, 86): # x - основание от 3 до 85
                       # (дальше перебирать нет смысла)
     # справа число 22 переведено в 10-ую систему
  if 86 % (x * x) == 2 * x + 2:
    print( x, end = ',' )
```

10) Ответ: 6, 42.

Еще пример задания:

Р-03. *Укажите через запятую в порядке возрастания все основания систем счисления, в которых запись числа 94 начинается на 23.*

Решение:

1) Из условия сразу видно, что искомое основание не меньше 4 (в записи есть цифра 3).
2) Если запись числа 94 в некоторой системе счисления с основанием x двузначна ($94 = 23_x$), то справедливо равенство $94 = 2x + 3$; нас интересуют натуральные решения этого уравнения, такие что $x \geq 4$, таких решений нет.
3) Предположим, что число четырехзначное. Минимальное допустимое четырехзначное число – 2300_x, где $x \geq 4$. При минимальном основании ($x = 4$) оно равно $2 \cdot 4^3 + 3 \cdot 4^2 = 176 > 94$, поэтому запись нужного нам числа имеет не больше трех знаков.
4) На основании (2) и (3) делаем вывод, что число трехзначное, то есть $94 = 2 \cdot x^2 + 3 \cdot x + M$, где M – целое неотрицательное число, такое что $M < x$.
5) Максимальное x можно определить как решение уравнения $94 = 2 \cdot x^2 + 3 \cdot x$ (при $M = 0$); получаем одно из решений – 6,15; поэтому $x \leq 6$
6) Если мы знаем x, то M определится как $M = 94 - 2 \cdot x^2 - 3 \cdot x$; пробуем подставлять в эту формулу $x = 4, 5, 6$, пытаясь получить $M < x$
7) Минимальное M будет при $x = 6$: $M = 4$, а при $x = 4, 5$ получается $M > x$
8) Таким образом, верный ответ: 6.

Решение (программа на Python, А.Н. Носкин):

1) можно решить задачу с помощью программы:
```
for i in range(4,100):# перебираем возможные основания
  x = 94 # число по условию
  x_N = ''
  while x > 0:# перевод в N-ю систему
    x_N += str(x%i)
    x //= i
  x_N = x_N[::-1]# разворот числа
  if x_N[:2]== "23":
    print(i, end=",")
```
2) ответ: 6.

Еще пример задания:

Р-2. *Найти сумму восьмеричных чисел $17_8+170_8+1700_8+...+1700000_8$, перевести в 16-ую систему счисления. Найдите в записи числа, равного этой сумме, третью цифру слева.*

Решение:

1) Несложно выполнить прямое сложение восьмеричных чисел, там быстро обнаруживается закономерность:

   $17_8 + 170_8 = 207_8$

   $17_8 + 170_8 + 1700_8 = 2107_8$

   $17_8 + 170_8 + 1700_8 + 17000_8 = 21107_8$

   $17_8 + 170_8 + 1700_8 + 17000_8 + 170000_8 = 211107_8$

   $17_8 + 170_8 + 1700_8 + 17000_8 + 170000_8 + 1700000_8 = 2111107_8$
2) Переведем последнюю сумму через триады в двоичный код (заменяем каждую восьмеричную цифру на 3 двоичных):

   $1000100100100100 0111_2$

3) Теперь разбиваем цепочку на тетрады (группы из 4-х двоичных цифр), начиная справа, и каждую тетраду представляем в виде шестнадцатеричной цифры
   10001001001001000111_2
   8 9 2 4 7
4) Таким образом, верный ответ (третья цифра слева): 2.

Решение (программа на Python, А.Н. Носкин):

1) решение задачи с помощью программы:
```
a = "17"
b = "1700000"
summa = 0
while a <= b:
  summa += int(a,8)    # перевод в 10ю систему
  a += "0"             # добавляем 0 к числу-строке
n16 = hex(summa)[2:]   # перевод суммы в 16ю систему
print(n16[2])
```
2) Ответ: 2.

Решение (программа на Python, Б.С. Михлин):

1) полная программа:
```
x = 15   # 17 в 8-ой системе
s = x    # s - сумма в 10-ой системе
for z in range( 1, 6 ): # z (zero) - количество нулей от 1 до 5
  x *= 8 # добавление справа нуля к восьмеричному числу
         # увеличивает его в 8 раз
  s += x
print( hex( s )[4] ) # с учетом префикса '0x' третий символ
                     # (цифра) будет пятым с индексом 4
# print( hex( s ) )  # можно также найти третью цифру слева
```
2) Ответ: 2.

Еще пример задания:

Р-01. *Чему равно наименьшее основание позиционной системы счисления* x*, при котором* 225_x *=* 405_y*? Ответ записать в виде целого числа.*

Решение:

1) Поскольку в левой и в правой частях есть цифра 5, оба основания больше 5, то есть перебор имеет смысл начинать с $x = x_{\min} = 6$.
2) Очевидно, что $x > y$, однако это не очень нам поможет.
3) Для каждого «подозреваемого» x вычисляем значение $225_x = 2\cdot x^2 + 2x + 5 = N$ и решаем уравнение $N = 405_y = 4\cdot y^2 + 5$, причем нас интересуют только натуральные $y > 5$.
4) Для $x = 6$ и $x = 7$ нужных решений нет, а для $x = 8$ получаем
   $N = 2\cdot 8^2 + 2\cdot 8 + 5 = 149 = 4\cdot 6^2 + 5$
   так что $y = 6$.
5) Таким образом, верный ответ (минимальное значение x): 8.

Решение (программа на Python, А.Н. Носкин):

1) можно решить задачу перебором с помощью программы (перебор начинаем с 6, так как цифра 5 есть в записи 225_x, так и в записи 405_y):
```
for x in range(6,20):# перебираем основания X
```

```
    for y in range(6,20):# перебираем основания Y
      if (2*x**2+2*x+5) == (4*y**2+0*y+5):
        print(x)
        break
```

2) ответ: 8.

Еще пример задания:

Р-00. *Запись числа 30_{10} в системе счисления с основанием N оканчивается на 0 и содержит 4 цифры. Чему равно основание этой системы счисления N?*

Решение (1 способ, подбор):

1) запись числа 30 в системе с основанием N длиннее, чем в десятичной (4 цифры против двух), поэтому основание N меньше 10
2) это дает шанс решить задачу методом подбора, переводя в разные системы, начиная с N = 2 до N = 9
3) переводим:
   $30 = 11110_2 = 1010_3 = \ldots$
4) дальше можно не переводить, поскольку запись 1010_3 удовлетворяет условию: заканчивается на 0 и содержит 4 цифры
5) можно проверить, что при N ≥ 4 запись числа 30 содержит меньше 4 цифр, то есть не удовлетворяет условию
6) Ответ: 3.

Решение (2 способ, неравенства):

1) запись числа 30 в системе с основанием N содержит ровно 4 цифры тогда и только тогда, когда старший разряд – третий, то есть
   $N^3 \le 30 < N^4$
2) первая часть двойного неравенства $N^3 \le 30$ дает (в целых числах) $N \le 3$
3) вторая часть неравенства $30 < N^4$ дает (в целых числах) $N \ge 3$
4) объединяя результаты пп. 2 и 3 получаем, что N = 3
5) заметим, что условие «оканчивается на 0» – лишнее, ответ однозначно определяется по количеству цифр
6) Ответ: 3.

Решение (программа на Python, А.Н. Носкин):

1) можно решить задачу перебором с помощью программы:

```
for i in range(2,36):# перебираем возможные основания
  x = 30 # число по условию
  x_N = ''
  while x > 0:# перевод в N-ю систему
    x_N += str(x%i)
    x //= i
  x_N = x_N[::-1]# разворот числа
  if x_N[-1]== "0" and len(x_N) == 4:
    print(i)
    break
```

2) Ответ: 3.

Решение (программа на Python, Б.С. Михлин):

1) полная программа:

```
for N in range(2, 10): # проверять основание N >=10 нет смысла
```

```
                  #  (будет два или один разряд)
    # проверка на четырёхзначность (в этой задаче проверка
    # окончания на ноль не обязательна)
    if N**3 <= 30 < N**4 and 30 % N == 0:
      print(N)
```

2) Ответ: 3.

Задачи для тренировки[1]:

1) Укажите через запятую в порядке возрастания все основания систем счисления, в которых запись числа 22 оканчивается на 4.
2) В системе счисления с некоторым основанием число 12 записывается в виде 110. Укажите это основание.
3) Укажите через запятую в порядке возрастания все основания систем счисления, в которых запись числа 39 оканчивается на 3.
4) Укажите через запятую в порядке возрастания все основания систем счисления, в которых запись числа 29 оканчивается на 5.
5) В системе счисления с некоторым основанием десятичное число 129 записывается как 1004. Укажите это основание.
6) Укажите через запятую в порядке возрастания все основания систем счисления, в которых запись числа 40 оканчивается на 4.
7) В системе счисления с некоторым основанием число десятичное 25 записывается как 100. Найдите это основание.
8) Укажите через запятую в порядке возрастания все основания систем счисления, в которых запись числа 27 оканчивается на 3.
9) Укажите через запятую в порядке возрастания все десятичные числа, не превосходящие 26, запись которых в троичной системе счисления оканчивается на 22?
10) Укажите через запятую в порядке возрастания все десятичные числа, не превосходящие 30, запись которых в четверичной системе счисления оканчивается на 31?
11) Укажите через запятую в порядке возрастания все десятичные натуральные числа, не превосходящие 17, запись которых в троичной системе счисления оканчивается на две одинаковые цифры?
12) Укажите, сколько всего раз встречается цифра 3 в записи чисел 19, 20, 21, …, 33 в системе счисления с основанием 6.

---

[1] Источники заданий:

1. Демонстрационные варианты ЕГЭ 2004-2016 гг.
2. Тренировочные работы МИОО и Статград.
3. Гусева И.Ю. ЕГЭ. Информатика: раздаточный материал тренировочных тестов. — СПб: Тригон, 2009.
4. Самылкина Н.Н., Островская Е.М. Информатика: тренировочные задания. – М.: Эксмо, 2009.
5. Якушкин П.А., Лещинер В.Р., Кириенко Д.П. ЕГЭ 2010. Информатика. Типовые тестовые задания. — М: Экзамен, 2010.
6. Крылов С.С., Лещинер В.Р., Якушкин П.А. ЕГЭ-2010. Информатика. Универсальные материалы для подготовки учащихся / под ред. В.Р. Лещинера / ФИПИ. — М.: Интеллект-центр, 2010.
7. Якушкин П.А., Ушаков Д.М. Самое полное издание типовых вариантов реальных заданий ЕГЭ 2010. Информатика. — М.: Астрель, 2009.
8. М.Э. Абрамян, С.С. Михалкович, Я.М. Русанова, М.И. Чердынцева. Информатика. ЕГЭ шаг за шагом. – М.: НИИ школьных технологий, 2010.
9. Чуркина Т.Е. ЕГЭ 2011. Информатика. Тематические тренировочные задания. — М.: Эксмо, 2010.
10. Информатика и ИКТ: ЕГЭ-2012. – СПб.: Просвещение, 2012.
11. Крылов С.С., Ушаков Д.М. ЕГЭ 2015. Информатика. Тематические тестовые задания. — М.: Экзамен, 2015.
12. Ушаков Д.М. ЕГЭ-2015. Информатика. 20 типовых вариантов экзаменационных работ для подготовки к ЕГЭ. — М.: Астрель, 2014.

13) Укажите, сколько всего раз встречается цифра 1 в записи чисел 12, 13, 14, …, 31 в системе счисления с основанием 5.
14) Укажите через запятую в порядке возрастания все основания систем счисления, в которых запись числа 23 оканчивается на 1.
15) Укажите через запятую в порядке возрастания все основания систем счисления, в которых запись числа 63 оканчивается на 23.
16) Десятичное число, переведенное в восьмеричную и в девятеричную систему, в обоих случаях заканчивается на цифру 0. Какое минимальное натуральное число удовлетворяет этому условию?
17) В системе счисления с некоторым основанием десятичное число 49 записывается в виде 100. Укажите это основание.
18) Укажите наименьшее основание системы счисления, в которой запись числа 70 трехзначна.
19) Укажите наименьшее основание системы счисления, в которой запись числа 50 двузначна.
20) Сколько значащих цифр в записи десятичного числа 357 в системе счисления с основанием 7?
21) Укажите через запятую в порядке возрастания все десятичные числа, не превосходящие 25, запись которых в системе счисления с основанием 6 начинается на 4?
22) Укажите через запятую в порядке возрастания все десятичные числа, не превосходящие 20, запись которых в системе счисления с основанием 3 начинается на 2?
23) Какое десятичное число при записи в системе счисления с основанием 5 представляется как 1234_5?
24) Укажите через запятую в порядке возрастания все десятичные числа, не превосходящие 25, запись которых в двоичной системе счисления оканчивается на 101?
25) Укажите через запятую в порядке возрастания все основания систем счисления, в которых запись числа 30 оканчивается на 8.
26) Укажите через запятую в порядке возрастания все основания систем счисления, в которых запись числа 31 оканчивается на 4.
27) В системе счисления с некоторым основанием десятичное число 83 записывается в виде 123. Укажите это основание.
28) В системе счисления с некоторым основанием десятичное число 144 записывается в виде 264. Укажите это основание.
29) Укажите через запятую в порядке возрастания все основания систем счисления, в которых запись числа 35 оканчивается на 8.
30) Укажите через запятую в порядке возрастания все десятичные числа, не превосходящие 20, запись которых в двоичной системе счисления оканчивается на 110?
31) Укажите через запятую в порядке возрастания все десятичные числа, не превосходящие 15, запись которых в троичной системе счисления оканчивается на 21?
32) Укажите через запятую в порядке возрастания все десятичные числа, не превосходящие 40, запись которых в двоичной системе счисления оканчивается на 1011?
33) Десятичное число кратно 16. Какое минимальное количество нулей будет в конце этого числа после перевода его в двоичную систему счисления?
34) В системе счисления с некоторым основанием десятичное число 18 записывается в виде 30. Укажите это основание.
35) Укажите, сколько всего раз встречается цифра 3 в записи чисел 13, 14, 15, …, 23 в системе счисления с основанием 4.
36) Укажите, сколько всего раз встречается цифра 2 в записи чисел 13, 14, 15, …, 23 в системе счисления с основанием 3.
37) В саду 100 фруктовых деревьев – 14 яблонь и 42 груши. Найдите основание системы счисления, в которой указаны эти числа.
38) Найдите основание системы счисления, в которой выполнено сложение: 144 + 24 = 201.

39) Найдите основание системы счисления, в которой выполнено умножение: 3 ·213 = 1043.
40) Укажите через запятую в порядке возрастания все десятичные числа, не превосходящие 20, запись которых в системе счисления с основанием 5 оканчивается на 3?
41) Укажите через запятую в порядке возрастания все десятичные числа, не превосходящие 100, запись которых в системе счисления с основанием 5 оканчивается на 11?
42) Укажите через запятую в порядке возрастания все основания систем счисления, в которых запись числа 75 оканчивается на 13.
43) Укажите через запятую в порядке возрастания все основания систем счисления, в которых запись числа 84 оканчивается на 14.
44) Укажите через запятую в порядке возрастания все основания систем счисления, в которых запись числа 61 оканчивается на 15.
45) Найдите десятичное число x, такое что 20 < x < 30, запись которого в системе счисления с основанием 3 заканчивается на 11.
46) Запись числа 65_8 в некоторой системе счисления выглядит так: 311_N. Найдите основание системы счисления N.
47) Запись числа 30 в некоторой системе счисления выглядит так: 110_N. Найдите основание системы счисления N.
48) Запись числа $2B_{16}$ в некоторой системе счисления выглядит так: 111_N. Найдите основание системы счисления N.
49) Запись числа 23 в некоторой системе счисления выглядит так: 212_N. Найдите основание системы счисления N.
50) Запись числа 210_5 в некоторой системе счисления выглядит так: 313_N. Найдите основание системы счисления N.
51) Укажите наименьшее основание системы счисления, в которой запись числа 50 трехзначна.
52) Укажите через запятую в порядке возрастания все основания систем счисления, в которых запись числа 34_8 оканчивается на 20.
53) Запись числа 344 в некоторой системе счисления выглядит так: $1A8_N$. Найдите основание системы счисления N.
54) К записи натурального числа в восьмеричной системе счисления справа приписали два нуля. Во сколько раз увеличилось число? Ответ запишите в десятичной системе счисления.
55) Запись числа 281 в системе счисления с основанием N содержит 3 цифры и оканчивается на 1. Чему равно максимально возможное основание системы счисления?
56) Запись числа 234 в системе счисления с основанием N содержит 3 цифры и оканчивается на 6. Чему равно основание системы счисления?
57) Запись числа 338 в системе счисления с основанием N содержит 3 цифры и оканчивается на 2. Чему равно максимально возможное основание системы счисления?
58) Запись числа 256 в системе счисления с основанием N содержит 3 цифры и оканчивается на 4. Чему равно минимально возможное основание системы счисления?
59) Запись числа 325 в системе счисления с основанием N содержит 3 цифры и оканчивается на 1. Чему равно минимально возможное основание системы счисления?
60) Запись числа 180 в системе счисления с основанием N содержит 3 цифры и оканчивается на 0. Перечислите в порядке возрастания все возможные основания системы счисления.
61) Запись числа 280 в системе счисления с основанием N содержит 3 цифры и оканчивается на 0. Перечислите в порядке возрастания все возможные основания системы счисления.
62) Запись натурального числа в системах счисления с основанием 4 и 6 заканчивается на 0. Найдите минимальное натуральное число, удовлетворяющее этим условиям.
63) Десятичное число 71 в некоторой системе счисления записывается как «78». Определите основание системы счисления.

64) Десятичное число 70 в некоторой системе счисления записывается как «64». Определите основание системы счисления.
65) Десятичное число 57 в некоторой системе счисления записывается как «212». Определите основание системы счисления.
66) Десятичное число 109 в некоторой системе счисления записывается как «214». Определите основание системы счисления.
67) Решите уравнение $42_5 + x = 1122_3$.

Ответ запишите в четверичной системе счисления. Основание системы счисления указывать не нужно.
68) Решите уравнение $100_7 + x = 230_5$.

Ответ запишите в шестеричной системе счисления. Основание системы счисления указывать не нужно.
69) Решите уравнение $54_7 + x = 320_5$.

Ответ запишите в шестеричной системе счисления. Основание системы счисления указывать не нужно.
70) Решите уравнение $32_8 + x = 214_5$.

Ответ запишите в шестеричной системе счисления. Основание системы счисления указывать не нужно.
71) (http://ege.yandex.ru) Десятичное число 63 в некоторой системе счисления записывается как 120. Определите основание системы счисления.
72) (http://ege.yandex.ru) Десятичное число 57 в некоторой системе счисления записывается как 212. Определите основание системы счисления.
73) (http://ege.yandex.ru) В системе счисления с основанием N запись числа 77 оканчивается на 0, а запись числа 29 – на 1. Чему равно число N?
74) В некоторой системе счисления записи десятичных чисел 56 и 45 заканчиваются на 1. Определите основание системы счисления.
75) В некоторой системе счисления записи десятичных чисел 68 и 94 заканчиваются на 3. Определите основание системы счисления.
76) В некоторой системе счисления записи десятичных чисел 41 и 63 заканчиваются на 8. Определите основание системы счисления.
77) В некоторой системе счисления записи десятичных чисел 56 и 124 заканчиваются на 5. Определите основание системы счисления.
78) Запись числа 68_{10} в системе счисления с основанием N оканчивается на 2 и содержит 4 цифры. Чему равно основание этой системы счисления N?
79) Решите уравнение $14_5 + x = 24_7$.

Ответ запишите в троичной системе счисления. Основание системы счисления указывать не нужно.
80) Запись числа N в системе счисления с основанием 6 содержит две цифры, запись этого числа в системе счисления с основанием 5 содержит три цифры, а запись в системе счисления с основанием 11 заканчивается на 1. Чему равно N? Запишите ответ в десятичной системе счисления.
81) Запись числа N в системе счисления с основанием 7 содержит две цифры, запись этого числа в системе счисления с основанием 6 содержит три цифры, а запись в системе счисления с основанием 13 заканчивается на 3. Чему равно N? Запишите ответ в десятичной системе счисления.
82) Решите уравнение $60_8 + x = 200_5$.

Ответ запишите в шестеричной системе счисления. Основание системы счисления указывать не нужно.

83) Решите уравнение $100_5 + x = 200_4$.
Ответ запишите в семеричной системе счисления. Основание системы счисления указывать не нужно.

84) Решите уравнение $60_8 + x = 60_9$.
Ответ запишите в шестеричной системе счисления. Основание системы счисления указывать не нужно.

85) Решите уравнение $100_7 + x = 214_5$.
Ответ запишите в шестеричной системе счисления. Основание системы счисления указывать не нужно.

86) В системе счисления с основанием N запись числа 79 оканчивается на 2, а запись числа 111 – на 1. Чему равно число N?

87) В системе счисления с основанием N запись числа 41 оканчивается на 2, а запись числа 131 – на 1. Чему равно число N?

88) В системе счисления с основанием N запись числа 58 оканчивается на 2, а запись числа 108 – на 3. Чему равно число N?

89) Сколько единиц в двоичной записи числа $8^{1023} + 2^{1024} – 3$?

90) Сколько единиц в двоичной записи числа $4^{2016} + 2^{2018} – 6$?

91) Сколько единиц в двоичной записи числа $4^{2014} + 2^{2015} – 9$?

92) Сколько единиц в двоичной записи числа $4^{2015} + 2^{2015} – 15$?

93) Сколько единиц в двоичной записи числа $8^{2014} – 2^{614} + 45$?

94) Сколько единиц в двоичной записи числа $8^{1014} – 2^{530} – 12$?

95) Сколько единиц в двоичной записи числа $2^{2014} – 4^{650} – 38$?

96) Сколько единиц в двоичной записи числа $4^{2018} + 8^{305} – 2^{130} – 120$?

97) Сколько единиц в двоичной записи числа $8^{2018} – 4^{1305} + 2^{124} – 58$?

98) Сколько единиц в двоичной записи числа $8^{4024} – 4^{1605} + 2^{1024} – 126$?

99) Сколько единиц в двоичной записи числа $8^{1234} – 4^{234} + 2^{1620} – 108$?

100) Сколько единиц в двоичной записи числа $8^{2341} – 4^{342} + 2^{620} – 81$?

101) Сколько единиц в двоичной записи числа $8^{1341} – 4^{1342} + 2^{1343} – 1344$?

102) Решите уравнение $222_x + 4 = 1100_5$. Ответ запишите в троичной системе счисления.

103) Решите уравнение $441_x + 14_{10} = 252_7$. Ответ запишите в двоичной системе счисления.

104) Решите уравнение $145_x + 24_{10} = 127_9$. Ответ запишите в пятеричной системе счисления.

105) Решите уравнение $44_{x+5} - 44_5 = 52_{10}$. Ответ запишите в десятичной системе счисления.

106) Решите уравнение $33_{x+4} - 33_4 = 33_{10}$. Ответ запишите в десятичной системе счисления.

107) Сколько единиц в двоичной записи числа $8^{502} – 4^{211} + 2^{1536} – 19$?

108) Сколько единиц в двоичной записи числа $8^{415} – 4^{162} + 2^{543} – 25$?

109) Сколько единиц в двоичной записи числа $8^{115} – 4^{123} + 2^{543} – 15$?

110) Сколько единиц в двоичной записи числа $8^{125} – 4^{156} + 2^{632} – 7$?

111) Сколько единиц в двоичной записи числа $8^{148} – 4^{123} + 2^{654} – 17$?

112) Сколько единиц в двоичной записи числа $(2^{4400} – 1)\cdot(4^{2200} + 2)$?

113) Сколько значащих нулей в двоичной записи числа $4^{350} + 8^{340} – 2^{320} – 12$?

114) Сколько значащих нулей в двоичной записи числа $4^{590} + 8^{350} – 2^{1020} – 25$?

115) Сколько значащих нулей в двоичной записи числа $4^{230} + 8^{120} – 2^{150} – 100$?

116) Сколько значащих нулей в двоичной записи числа $4^{1024} + 8^{1025} – 2^{1026} – 140$?

117) Сколько значащих нулей в двоичной записи числа $4^{2015} + 8^{2016} – 2^{2017} – 150$?

118) Решите уравнение $224_x + 1 = 101_8$. Ответ запишите в десятичной системе счисления.

119) Решите уравнение $121_x + 1 = 101_9$. Ответ запишите в десятичной системе счисления.

120) Сколько значащих нулей в двоичной записи числа $8^{740} – 2^{900} + 7$?

121) Сколько значащих нулей в двоичной записи числа $8^{820} – 2^{760} + 14$?

122) Сколько значащих нулей в двоичной записи числа $8^{560} – 2^{234} + 56$?

123) Сколько единиц в двоичной записи числа $8^{2020} + 4^{2017} + 2^6 – 1$?

124) Сколько значащих нулей в двоичной записи числа $4^{16} + 2^{36} – 16$?

125) (**Е.А. Мирончик**) Некоторое число X из десятичной системы счисления перевели в системы счисления с основаниями 16, 8, 4, 2. Часть символов при записи утеряна. Позиции утерянных символов обозначены знаком *:

$$\mathtt{X= E*}_{16} = \mathtt{*5*}_8 = \mathtt{***1}_4 = \mathtt{*****1**}_2$$

Определите число X.

126) (**Е.А. Мирончик**) Некоторое число X из десятичной системы счисления перевели в системы счисления с основаниями 16 и 8. Часть символов при записи утеряна. Позиции утерянных символов обозначены знаком *:

$$\mathtt{X= 1*0}_{16} = \mathtt{56*}_8$$

Определите число X.

127) (**Е.А. Мирончик**) Некоторое число X из десятичной системы счисления перевели в системы счисления с основаниями 16, 8, 4. Часть символов при записи утеряна. Позиции утерянных символов обозначены знаком *:

$$\mathtt{X= *7*}_{16} = \mathtt{5*6}_8 = \mathtt{***1*}_4$$

Определите число X.

128) (**Е.А. Мирончик**) Некоторое число X из десятичной системы счисления перевели в системы счисления с основаниями 16, 8, 2. Часть символов при записи утеряна. Позиции утерянных символов обозначены знаком *:

$$\mathtt{X= 10******}_2 = \mathtt{*4*}_8 = \mathtt{*2}_{16}$$

Определите число X.

129) (**Е.А. Мирончик**) Некоторые числа X и Y из десятичной системы счисления перевели в системы счисления с основаниями 16, 8. Часть символов при записи утеряна. Позиции утерянных символов обозначены *. Сравните числа $\mathtt{A*}_{16}$ и $\mathtt{1*3}_8$. В ответе запишите знак **<**, знак **>** или знак **=**.

130) (**Е.А. Мирончик**) Некоторые числа X и Y из десятичной системы счисления перевели в системы счисления с основаниями 16, 8. Часть символов при записи утеряна. Позиции утерянных символов обозначены *. Сравните числа $\mathtt{F*}_{16}$ и $\mathtt{33*}_8$. В ответе запишите знак **<**, знак **>** или знак **=**.

131) (**Е.А. Мирончик**) Некоторые числа X и Y из десятичной системы счисления перевели в системы счисления с основаниями 16, 8. Часть символов при записи утеряна. Позиции утерянных символов обозначены *. Сравните числа $\mathtt{18*}_{16}$ и $\mathtt{72*}_8$. В ответе запишите знак **<**, знак **>** или знак **=**.

132) (**Е.А. Мирончик**) Некоторые числа X и Y из десятичной системы счисления перевели в системы счисления с основаниями 16, 8. Часть символов при записи утеряна. Позиции утерянных символов обозначены *. Сравните числа $\mathtt{34*}_{16}$ и $\mathtt{16**}_8$. В ответе запишите знак **<**, знак **>** или знак **=**.

133) (**Е.А. Мирончик**) Некоторое число X из десятичной системы счисления перевели в системы счисления с основаниями 16, 8. Часть символов при записи утеряна. Позиции утерянных символов обозначены *:

$$\mathtt{X} = \mathtt{***}_{16} = \mathtt{4*2}_8.$$

Сколько чисел соответствуют условию задачи?

134) (**Е.А. Мирончик**) Некоторое число X из десятичной системы счисления перевели в системы счисления с основаниями 16, 8. Часть символов при записи утеряна. Позиции утерянных символов обозначены *:

$$\mathtt{X} = \mathtt{3*9}_{16} = \mathtt{1**}_8.$$

Сколько чисел соответствуют условию задачи?

135) (**Е.А. Мирончик**) Некоторое число X из десятичной системы счисления перевели в системы счисления с основаниями 16, 8. Часть символов при записи утеряна. Позиции утерянных символов обозначены *:

$$X = *A_{16} = ***_8.$$

Сколько чисел соответствуют условию задачи?

136) (**Е.А. Мирончик**) Некоторое число X из десятичной системы счисления перевели в системы счисления с основаниями 16, 8. Часть символов при записи утеряна. Позиции утерянных символов обозначены *:

$$X = *E_{16} = 2*6_8.$$

Сколько чисел соответствуют условию задачи?

137) (**Е.А. Мирончик**) Некоторое число X из десятичной системы счисления перевели в системы счисления с основаниями 16, 8. Часть символов при записи утеряна. Позиции утерянных символов обозначены *:

$$X = *5_{16} = *0*_8.$$

Сколько чисел соответствуют условию задачи?

138) (**Е.А. Мирончик**) Сколько цифр в восьмеричной записи числа $2^{1024}+2^{1026}$?

139) (**Е.А. Мирончик**) Какая первая цифра в шестнадцатеричной записи числа $2^{1024}+2^{1025}$?

140) (**Е.А. Мирончик**) Сколько цифр в восьмеричной записи числа $2^{299}+2^{298}+2^{297+}2^{296}$?

141) (**Е.А. Мирончик**) Какая первая цифра в шестнадцатеричной записи числа $2^{379}+2^{378}+2^{377}$?

142) Решите уравнение $101_x + 13_{10} = 101_{x+1}$. Ответ запишите в десятичной системе счисления.

143) Решите уравнение $103_x + 11_{10} = 103_{x+1}$. Ответ запишите в десятичной системе счисления.

144) Решите уравнение $104_x + 20_x = 84_{10}$. Ответ запишите в двоичной системе счисления.

145) (**Е.В. Хламов**) Найдите основания систем счисления X и Y, если известно, что $87_X=73_Y$ и $62_X=52_Y$. в ответе запишите число, составленное из чисел Y и X, записанных подряд без пробелов. Например, если $X=13$ и $Y=15$, ответ запишется как 1513.

146) Сколько значащих нулей содержится в десятичной записи числа $100^{20}–10^{15}+10$?

147) (**М.В. Кузнецова**) Значение арифметического выражения: $49^{12} – 7^{10} + 7^{8} – 49$ записали в системе счисления с основанием 7. Сколько цифр «6» содержится в этой записи?

148) (**М.В. Кузнецова**) Значение арифметического выражения: $27^4 – 9^5 + 3^8 – 25$ записали в системе счисления с основанием 3. Сколько цифр «2» содержится в этой записи?

149) (**М.В. Кузнецова**) Значение арифметического выражения: $3·16^8 – 4^5 + 3$ записали в системе счисления с основанием 4. Сколько цифр «3» содержится в этой записи?

150) (**М.В. Кузнецова**) Значение арифметического выражения: $2·9^{10} – 3^5 + 5$ записали в системе счисления с основанием 3. Сколько цифр «2» содержится в этой записи?

151) (**М.В. Кузнецова**) Значение арифметического выражения: $5·36^7 + 6^{10} – 36$ записали в системе счисления с основанием 6. Сколько цифр «5» содержится в этой записи?

152) (**М.В. Кузнецова**) Значение арифметического выражения: $4·125^4 – 25^4 + 9$ записали в системе счисления с основанием 5. Сколько цифр «4» содержится в этой записи?

153) (**М.В. Кузнецова**) Значение арифметического выражения: $2·27^7 + 3^{10} – 9$ записали в системе счисления с основанием 3. Сколько цифр «0» содержится в этой записи?

154) (**М.В. Кузнецова**) Значение арифметического выражения: $4·25^4 – 5^4 + 14$ записали в системе счисления с основанием 5. Какова сумма цифр содержащихся в этой записи? Ответ укажите в десятичной системе.

155) Значение арифметического выражения: $9^8 + 3^5 – 2$ – записали в системе счисления с основанием 3. Сколько цифр «2» содержится в этой записи?

156) В системе счисления с основанием N запись числа 87 оканчивается на 2 и содержит не менее трёх цифр. Чему равно число N?

157) В системе счисления с основанием N запись числа 87 оканчивается на 2 и содержит не более двух цифр. Чему равно число N? Если у задачи есть несколько решений, выберите наименьшее.
158) Значение арифметического выражения: $9^{20} + 3^{60} – 5$ записали в системе счисления с основанием 3. Сколько цифр «2» содержится в этой записи?
159) Значение арифметического выражения: $9^{20} + 3^{60} – 15$ записали в системе счисления с основанием 3. Сколько цифр «2» содержится в этой записи?
160) Значение арифметического выражения: $9^{20} + 3^{60} – 25$ записали в системе счисления с основанием 3. Сколько цифр «2» содержится в этой записи?
161) Значение арифметического выражения: $9^{20} + 3^{60} – 125$ записали в системе счисления с основанием 3. Сколько цифр «2» содержится в этой записи?
162) Значение арифметического выражения: $9^{8} + 3^{24} – 6$ записали в системе счисления с основанием 3. Сколько цифр «2» содержится в этой записи?
163) Значение арифметического выражения: $9^{8} + 3^{24} – 18$ записали в системе счисления с основанием 3. Сколько цифр «2» содержится в этой записи?
164) Значение арифметического выражения: $9^{22} + 3^{66} – 12$ записали в системе счисления с основанием 3. Сколько цифр «2» содержится в этой записи?
165) Значение арифметического выражения: $9^{22} + 3^{66} – 18$ записали в системе счисления с основанием 3. Сколько цифр «2» содержится в этой записи?
166) Значение арифметического выражения: $9^{7} + 3^{21} – 9$ записали в системе счисления с основанием 3. Сколько цифр «2» содержится в этой записи?
167) Значение арифметического выражения: $9^{7} + 3^{21} – 19$ записали в системе счисления с основанием 3. Сколько цифр «2» содержится в этой записи?
168) (**М.В. Кузнецова**) Значение арифметического выражения: $9^{14} + 3^{18} – 9^{5} – 27$ записали в системе счисления с основанием 3. Сколько цифр «2» содержится в этой записи?
169) (**М.В. Кузнецова**) Значение арифметического выражения: $9^{7} - 3^{10} + 3^{21} – 9$ записали в системе счисления с основанием 3. Сколько цифр «2» содержится в этой записи?
170) (**М.В. Кузнецова**) Значение арифметического выражения: $9^{7} – 3^{12} + 3^{25} – 19$ записали в системе счисления с основанием 3. Сколько цифр «2» содержится в этой записи?
171) (**М.В. Кузнецова**) Значение арифметического выражения: $9^{7} + 3^{21} – 9$ записали в системе счисления с основанием 3. Сколько цифр «0» содержится в этой записи?
172) (**М.В. Кузнецова**) Значение арифметического выражения: $9^{9} + 3^{21} – 7$ записали в системе счисления с основанием 3. Сколько цифр «0» содержится в этой записи?
173) (**М.В. Кузнецова**) Значение арифметического выражения: $9^{7} + 3^{21} – 8$ записали в системе счисления с основанием 3. Найдите сумму цифр в этой записи. Ответ запишите в десятичной системе.
174) (**М.В. Кузнецова**) Значение арифметического выражения: $9^{5} + 3^{25} – 20$ записали в системе счисления с основанием 3. Найдите сумму цифр в этой записи. Ответ запишите в десятичной системе.
175) (**М.В. Кузнецова**) Значение арифметического выражения: $9^{8} + 3^{25} – 14$ записали в системе счисления с основанием 3. Найдите сумму цифр в этой записи. Ответ запишите в десятичной системе.
176) (**М.В. Кузнецова**) Значение арифметического выражения: $9^{17} + 3^{16} – 27$ записали в системе счисления с основанием 3. Какая из цифр чаще всего встречается в полученном числе? В ответе укажите, сколько таких цифр в этой записи.
177) (**М.В. Кузнецова**) Значение арифметического выражения: $9^{7} + 3^{8} – 1$ записали в системе счисления с основанием 3. Какая из цифр чаще всего встречается в полученном числе? В ответе укажите, сколько таких цифр в этой записи.

178) (**М.В. Кузнецова**) Значение арифметического выражения: $9^7 + 3^8 – 5$ записали в системе счисления с основанием 3. Какая из цифр реже всего встречается в полученном числе? В ответе укажите, сколько таких цифр в этой записи.

179) (**М.В. Кузнецова**) Значение арифметического выражения: $9^5 + 3^7 – 14$ записали в системе счисления с основанием 3. Какая из цифр реже всего встречается в этой записи? В ответе укажите, сколько таких цифр в записи.

180) Определите число N, для которого выполняется равенство $214_N = 165_{N+1}$.

181) Определите число N, для которого выполняется равенство $211_N = 152_{N+1}$.

182) Определите число N, для которого выполняется равенство $115_N = 57_{N+2}$.

183) Определите число N, для которого выполняется равенство $123_N = 93_{N+2}$.

184) Определите число N, для которого выполняется равенство $103_N = 97_{N+2}$.

185) Определите число N, для которого выполняется равенство $132_N + 13_8 = 124_{N+1}$.

186) Определите число N, для которого выполняется равенство $154_N + 35_9 = 170_{N+1}$.

187) Определите число N, для которого выполняется равенство $143_N + 25_6 = 138_{N+1}$.

188) Определите число N, для которого выполняется равенство $221_N + 34_8 = 180_{N+2}$.

189) Определите число N, для которого выполняется равенство $205_N + 55_8 = 196_{N+2}$.

190) Определите число N, для которого выполняется равенство $164_N + 41_9 = 145_{N+2}$.

191) Значение арифметического выражения: $125 + 25^3 + 5^9$ записали в системе счисления с основанием 5. Сколько значащих нулей в этой записи?

192) (**Д.В. Богданов**) Значение арифметического выражения: $3·(2^{10} + 2^7 + 2^4+ 2^1)$ записали в системе счисления с основанием 2. Сколько значащих нулей в этой записи?

193) Значение арифметического выражения: $4^{511} + 2^{511} – 511$ записали в системе счисления с основанием 2. Сколько единиц в этой записи?

194) Значение арифметического выражения: $8^{511} – 4^{511} + 2^{511} – 511$ записали в системе счисления с основанием 2. Сколько значащих нулей в этой записи?

195) (**Д.В. Богданов**) Коэффициенты уравнения $x^2 - 30_N x + 240_N = 0$ заданы в системе счисления с основанием N. Определите это основание, если известно, что уравнение имеет кратный корень.

196) Значение арифметического выражения: $49^{13} + 7^{33} – 49$ записали в системе счисления с основанием 7. Сколько цифр «6» в этой записи?

197) Значение арифметического выражения: $64^{115} + 8^{305} – 512$ записали в системе счисления с основанием 8. Сколько цифр «7» в этой записи?

198) Значение арифметического выражения: $81^{2017} + 9^{5223} – 81$ записали в системе счисления с основанием 9. Сколько цифр «8» в этой записи?

199) Значение арифметического выражения: $36^{17} + 6^{66} – 216$ записали в системе счисления с основанием 6. Сколько цифр «5» в этой записи?

200) Значение арифметического выражения: $25^{94} + 5^{216} – 125$ записали в системе счисления с основанием 5. Сколько цифр «4» в этой записи?

201) Значение арифметического выражения: $25^{56} + 5^{138} – 5$ записали в системе счисления с основанием 5. Сколько цифр «4» в этой записи?

202) (**М.В. Кузнецова**) Значение арифметического выражения: $16^{20} + 2^{30} – 32$ записали в системе счисления с основанием 4. Сколько цифр «3» в этой записи?

203) (**М.В. Кузнецова**) Значение арифметического выражения: $81^5 + 3^{30} – 27$ записали в системе счисления с основанием 9. Сколько цифр «8» в этой записи?

204) (**М.В. Кузнецова**) Значение арифметического выражения: $64^{30} + 2^{300} – 4$ записали в системе счисления с основанием 8. Сколько цифр «7» в этой записи?

205) (**М.В. Кузнецова**) Значение арифметического выражения: $64^{30} + 2^{300} – 32$ записали в системе счисления с основанием 4. Сколько цифр «3» в этой записи?

206) (**М.В. Кузнецова**) Значение арифметического выражения: $64^{150} + 4^{300} - 32$ записали в системе счисления с основанием 8. Сколько цифр «7» в этой записи?

207) (**М.В. Кузнецова**) Значение арифметического выражения: $32^{60} + 4^{180} - 128$ записали в системе счисления с основанием 8. Сколько цифр «7» в этой записи?

208) (**М.В. Кузнецова**) Значение арифметического выражения: $128^{30} + 16^{60} - 16$ записали в системе счисления с основанием 8. Сколько цифр «7» в этой записи?

209) (**М.В. Кузнецова**) Значение арифметического выражения: $32^{30} + 8^{60} - 32$ записали в системе счисления с основанием 4. Сколько цифр «3» в этой записи?

210) Значение арифметического выражения: $36^{10} + 6^{25} - 15$ записали в системе счисления с основанием 6. Сколько цифр «0» в этой записи?

211) Значение арифметического выражения: $36^{15} + 6^{38} - 11$ записали в системе счисления с основанием 6. Сколько цифр «0» в этой записи?

212) Значение арифметического выражения: $36^{17} + 6^{48} - 17$ записали в системе счисления с основанием 6. Сколько цифр «0» в этой записи?

213) Значение арифметического выражения: $36^{27} + 6^{18} - 19$ записали в системе счисления с основанием 6. Сколько цифр «0» в этой записи?

214) Значение арифметического выражения: $36^{17} + 6^{15} - 9$ записали в системе счисления с основанием 6. Сколько цифр «5» в этой записи?

215) Значение арифметического выражения: $36^{11} + 6^{25} - 21$ записали в системе счисления с основанием 6. Сколько цифр «5» в этой записи?

216) В какой системе счисления выполняется равенство $12_x \cdot 13_x = 211_x$? В ответе укажите число – основание системы счисления.

217) В какой системе счисления выполняется равенство $21_x \cdot 13_x = 313_x$? В ответе укажите число – основание системы счисления.

218) В какой системе счисления выполняется равенство $12_x \cdot 31_x = 402_x$? В ответе укажите число – основание системы счисления.

219) В какой системе счисления выполняется равенство $13_x \cdot 31_x = 423_x$? В ответе укажите число – основание системы счисления.

220) В какой системе счисления выполняется равенство $12_x \cdot 33_x = 406_x$? В ответе укажите число – основание системы счисления.

221) (**Е.А. Мирончик**) Выражение $2^5 \cdot 3^{25}$ записано в троичной системе счисления. Определите, сколько в этой записи цифр 0, 1 и 2.

222) (**Е.А. Мирончик**) Выражение $4^3 \cdot 3^{19}$ записано в троичной системе счисления. Определите, сколько в этой записи цифр 0, 1 и 2.

223) (**Е.А. Мирончик**) Выражение $4^4 \cdot 5^{69} - 70$ записано в системе счисления с основанием 5. Определите, сколько в этой записи цифр 0, 1, 2, 3 и 4.

224) (**Е.А. Мирончик**) Выражение $3^3 \cdot 7^{69} - 70$ записано в системе счисления с основанием 7. Определите, сколько в этой записи цифр 0, 1, 2, 3, 4, 5 и 6.

225) *(**Е.А. Мирончик**) Выражение $((9 \cdot 5^{20} + 9) \cdot 5^{19} + 9) \cdot 5^{18} + 9$ записано в системе счисления с основанием 5. Определите, сколько в этой записи цифр 0, 1, 2, 3 и 4.

226) *(**Е.А. Мирончик**) Выражение $(77+7^{77}) \cdot 7^{77} + 77 + 7^7$ записано в системе счисления с основанием 7. Определите, сколько в этой записи цифр 0, 1, 2, 3, 4, 5 и 6.

227) *(**Е.А. Мирончик**) Выражение $((44+4^{50}) \cdot 4^{25} + 44) \cdot 4^{12} + 44$ записано в системе счисления с основанием 4. Определите, сколько в этой записи цифр 0, 1, 2 и 3.

228) *(**Е.А. Мирончик**) Выражение $5^{55} + 5^{555} \cdot 555 - 5$ записано в системе счисления с основанием 5. Определите, сколько в этой записи цифр 0, 1, 2, 3 и 4.

229) **(Д. Ф. Муфаззалов)** Значение выражения $(66+6^{2019}) \cdot 6^{2019} + 66 + 6^6$ записали в системе счисления с основанием 6. Укажите сумму цифр этой записи.

230) **(Д. Ф. Муфаззалов)** Значение выражения $(88+2\cdot8^x)\cdot8^x+88+8^8$, где $x > 3$ – натуральное число, записали в системе счисления с основанием 8. Укажите сумму цифр этой записи.

231) **(Д. Ф. Муфаззалов)** Значение выражения $(55+2\cdot5^x)\cdot5^x+55+5^y$, где x, y – натуральные числа, записали в системе счисления с основанием 5. Укажите наибольшую возможную сумму цифр этой записи.

232) **(Д. Ф. Муфаззалов)** Значение выражения $(3+2\cdot4^x)\cdot4^x+3+4^y$, где x, y – натуральные числа, записали в системе счисления с основанием 4. Укажите наибольшую возможную сумму цифр этой записи.

233) (**С.С. Поляков, Саратов**) Значение выражения $7\cdot6561^{46} + 8\cdot729^{15} – 6 \cdot 5832$ записали в системе счисления с основанием 9. Сколько цифр 7 содержится в этой записи?

234) (**С.С. Поляков, Саратов)** Значение выражения $5\cdot6561^{46} + 5\cdot729^{15} – 5 \cdot 5832 – 5$ записали в системе счисления с основанием 9. Сколько цифр 4 содержится в этой записи?

235) (**С.С. Поляков, Саратов)** Значение выражения $(2\cdot343^{123} + 2401)\cdot(3\cdot343^{137} – 2401)$ записали в системе счисления с основанием 7. Сколько цифр 6 содержится в этой записи?

236) (**С.С. Поляков, Саратов)** Значение выражения $8\cdot 343^5 + 9\cdot49^8 – 48$ записали в системе счисления с основанием 7. Сколько цифр 6 содержится в этой записи?

237) (**С.С. Поляков, Саратов)** Значение выражения $7\cdot1296^{57} – 8 \cdot216^{30} + 35$ записали в системе счисления с основанием 6. Сколько цифр 5 содержится в этой записи?

238) (**С.С. Поляков, Саратов)** Значение выражения $(512^{78} - 512^{60})\cdot(512^5 + 64^5)$ записали в системе счисления с основанием 8. Сколько цифр 7 содержится в этой записи?

239) (**С.С. Поляков, Саратов)** Значение выражения $(729^{41} – 81^{16})\cdot(729^{15} + 9^5)$ записали в системе счисления с основанием 9. Сколько цифр 8 содержится в этой записи?

240) (**С.С. Поляков, Саратов)** Значение выражения $(729^{41} – 81^{16})\cdot(729^{15} + 9^5)$ записали в системе счисления с основанием 9. Сколько цифр 0 содержится в этой записи?

241) (**mcko.ru**) Запись некоторого натурального числа X в девятеричной системе счисления имеет ровно три значащих разряда и содержит хотя бы одну цифру 3. Это число увеличили в три раза, и оказалось, что запись получившегося числа Y в девятеричной системе также имеет ровно три значащих разряда. Чему равна сумма минимально возможного и максимально возможного чисел X? Ответ приведите в девятеричной системе счисления.

242) (**Б.С. Михлин)** Дано выражение:
$x = 3\cdot16^a + 5\cdot4^b – 8^c – 2^d + 15$, где $a = 46_8$, $b = 40_{16}$, $c = 47_8 – 1B_{16}$, $d = 110101_2 + 13_8$.
Найдите количество максимальных цифр в шестнадцатеричной записи числа x.

243) (**Б.С. Михлин)** Дано выражение:
$x = 16^a + 4^b – 8^c – 2^d + 31$, где $a = 25_8$, $b = 24_{16}$, $c = 43_8 – 1B_{16}$, $d = 110101_2 + 13_8$.
Найдите суммарное количество максимальных и минимальных цифр в шестнадцатеричной записи числа x.

244) (**А. Богданов)** Значение выражения

$$\left(7^{9^2-1} - (10-3)^4\right)\cdot\frac{5}{6}\cdot 8$$

записали в системе счисления с основанием 7. Сколько цифр 4 в этой записи?

245) (**А.Н. Носкин**) Сколько различных цифр в восьмеричной записи числа
$2^{102} + 2^{100} + 2^{85} + 2^{17}$?

246) (**А.Н. Носкин**) Сколько различных цифр в шестнадцатеричной записи числа
$2^{51} + 2^{40} + 2^{35} + 2^{17} – 2^5$?

247) (**Е. Джобс**) Значение арифметического выражения: $N^{25} – 2N^{13} + 10$ записали в системе счисления с основанием N. Определите основание системы счисления, если известно, что сумма разрядов в числе, представленном в этой системе счисления, равна 75.

248) (**Е. Джобс**) Значение арифметического выражения: $51\times7^{12} – 7^3 – 22$ – записали в системе счисления с основанием 7. Найдите сумму цифр в этой записи и запишите её в десятичной системе счисления.

249) (**Е. Джобс**) Значение выражения $5^2·7^{25} + 6^2·7^{36} – 4^2·9^3$ записали в семеричной системе счисления. Сколько нулей в такой записи?

250) (**Е. Джобс**) Значение выражения $5^{2004} – 5^{1016} – 25^{508} – 5^{400} + 25^{250} – 27$ записали в пятеричной системе счисления. Сколько цифр 4 в такой записи?

251) (**Е. Джобс**) Значение выражения $7^{202} + 49^{102} – 7^{20}$ записали в семеричной системе счисления. Сколько цифр 6 в такой записи?

252) (**Е. Джобс**) Значение выражения $(2^{345} + 8^{65} – 4^{130})(8^{123} – 2^{89} + 4^{45})$ записали в восьмеричной системе счисления. Найдите сумму всех разрядов восьмеричной записи этого числа и запишите её в ответе в десятичной системе счисления.

253) (**Е. Джобс**) Значение арифметического выражения $5^{94} + 25^{49} – 130$ записали в системе счисления с основанием 5. Сколько цифр 4 в этой записи?

254) (**Е. Джобс**) Значение арифметического выражения $43·7^{103} – 21·7^{57} + 98$ записали в системе счисления с основанием 7. Найдите сумму цифр получившегося числа и запишите её в ответе в десятичной системе счисления.

255) (**Б.С. Михлин**) Число 1234 записали в системах счисления с основаниями от 2 до 10 включительно. При каком основании сумма цифр в записи этого числа будет максимальной? Если таких оснований несколько, то укажите максимальное из них.

256) (**Б.С. Михлин**) Число 2345 записали в системах счисления с основаниями от 2 до 10 включительно. При каком основании сумма цифр в записи этого числа будет максимальной? Если таких оснований несколько, то укажите минимальное их них.

257) (**Б.С. Михлин**) Число 3456 записали в системах счисления с основаниями от 2 до 10 включительно. При каких основаниях запись этого числа не содержит нечётных цифр? В ответе укажите сумму всех подходящих оснований.

258) (**Б.С. Михлин**) Число 456 записали в системах счисления с основаниями от 2 до 10 включительно. При каком основании количество нечётных цифр в записи этого числа будет максимальным? Если таких оснований несколько, то укажите максимальное из них.

259) (**Б.С. Михлин**) Число 78 записали в системах счисления с основаниями от 2 до 10 включительно. При каких основаниях в записи этого числа каждые две соседние цифры имеют разную четность? Например, число 1234 – подходит, а 1243 – нет, т.к. цифры 2 и 4 имеют одинаковую четность. В ответе укажите сумму всех подходящих оснований.

260) (**Б.С. Михлин**) Число 609 записали в системах счисления с основаниями от 2 до 10 включительно. При каких основаниях крайние цифры в записи этого числа (самая левая и самая правая) имеют разную четность? Например, число 124 – подходит, а 123 – нет, т.к. цифры 1 и 3 имеют одинаковую четность (нечетные). В ответе укажите сумму всех подходящих оснований.

261) (**Б.С. Михлин**) Число 7667 записали в системах счисления с основаниями от 2 до 10 включительно. При каких основаниях запись этого числа является палиндромом (одинаково читается, как слева направо, так и справа налево)? В ответе укажите сумму всех подходящих оснований.

262) Число 432 записали в системах счисления с основаниями от 2 до 10 включительно. При каких основаниях цифры в записи этого числа расположены в порядке невозрастания? В ответе укажите сумму всех подходящих оснований.

263) Число 188 записали в системах счисления с основаниями от 2 до 10 включительно. При каких основаниях цифры в записи этого числа расположены в порядке неубывания? В ответе укажите сумму всех подходящих оснований.

264) Число 364 записали в системах счисления с основаниями от 2 до 10 включительно. При каких основаниях все цифры в записи этого числа одинаковые? В ответе укажите сумму всех подходящих оснований.

265) Число 1755 записали в системах счисления с основаниями от 2 до 10 включительно. При каких основаниях в записи этого числа нет одинаковых цифр? В ответе укажите сумму всех подходящих оснований.

266) Число 804 записали в системах счисления с основаниями от 2 до 10 включительно. При каких основаниях в записи этого числа есть цифра 1? В ответе укажите сумму всех подходящих оснований.

267) Число 652 записали в системах счисления с основаниями от 2 до 10 включительно. При каких основаниях в записи этого числа нет цифры 2? В ответе укажите сумму всех подходящих оснований.

268) Число 572 записали в системах счисления с основаниями от 2 до 10 включительно. При каких основаниях в записи этого числа есть две одинаковые цифры, стоящие рядом? В ответе укажите сумму всех подходящих оснований.

269) Число 1988 записали в системах счисления с основаниями от 2 до 10 включительно. При каких основаниях в записи этого числа нет двух одинаковых цифр, стоящих рядом? В ответе укажите сумму всех подходящих оснований.

270) (**П.М. Волгин**) Значение арифметического выражения $256^2 + 4096^{16} – 15$ записали в системе счисления с основанием 16. В этой записи помимо цифр от 0 до 9 могут встречаться цифры из списка: A, B, C, D, E, F, которые имеют числовые значения от 10 до 15 соответственно. Сколько цифр F встречается в этой записи?

271) (**П.М. Волгин**) Значение арифметического выражения $17^5 + 85^8 – 10$ записали в системе счисления с основанием 17. В этой записи помимо цифр от 0 до 9 могут встречаться цифры из списка: A, B, C, D, E, F, G, которые имеют числовые значения от 10 до 16 соответственно. Сколько цифр G встречается в этой записи?

272) (**П.М. Волгин**)Значение арифметического выражения $15 + 2^{10} + 16$ записали в системе счисления с основанием 16. В этой записи помимо цифр от 0 до 9 могут встречаться цифры из списка: A, B, C, D, E, F, которые имеют числовые значения от 10 до 15 соответственно. Сколько цифр F встречается в этой записи?

273) (**П.М. Волгин**) Значение арифметического выражения $7^2 + 49^4 - 21$ записали в системе счисления с основанием 14. В этой записи помимо цифр от 0 до 9 могут встречаться цифры из списка: A, B, C, D, которые имеют числовые значения от 10 до 13 соответственно. Сколько цифр A и цифр 0 встречается в этой записи?

274) (**П.М. Волгин**) Значение арифметического выражения $26^2 + 169 - 11$ записали в системе счисления с основанием 13. В этой записи помимо цифр от 0 до 9 могут встречаться цифры из списка: A, B, C, которые имеют числовые значения от 10 до 12 соответственно. Сколько цифр C и цифр 2 встречается в этой записи?

275) (**П.М. Волгин**) Значение арифметического выражения $32^2 + 1024 + 1024^2$ записали в системе счисления с основанием 16. В этой записи помимо цифр от 0 до 9 могут встречаться цифры из списка: A, B, C, D, E, F, которые имеют числовые значения от 10 до 15 соответственно. Сколько цифр 0 встречается в этой записи?

276) (**П.М. Волгин**) Значение арифметического выражения $100^2 + 625^{25} + 5^{100}$ записали в системе счисления с основанием 15. В этой записи помимо цифр от 0 до 9 могут встречаться цифры из списка: №, #, @, $, *, которые имеют числовые значения от 10 до 14 соответственно. Сколько цифр @ встречается в этой записи?

277) (**Б.С. Михлин**) Число 611 записали в системах счисления с основаниями от 2 до 10 включительно. При каких основаниях запись этого числа содержит нечетное количество значащих цифр? В ответе укажите сумму всех подходящих оснований.

278) (**Б.С. Михлин**) Число 622 записали в системах счисления с основаниями от 2 до 10 включительно. При каких основаниях запись этого числа содержит четное количество значащих цифр? В ответе укажите сумму всех подходящих оснований.

279) (**Б.С. Михлин**) Число 123 записали в системах счисления с основаниями от 2 до 10 включительно. При каких основаниях цифры этого числа расположены слева направо в порядке возрастания? В ответе укажите сумму всех подходящих оснований.

280) (**Б.С. Михлин**) Число 430 записали в системах счисления с основаниями от 2 до 10 включительно. При каких основаниях цифры этого числа расположены слева направо в порядке убывания? В ответе укажите сумму всех подходящих оснований.
281) (**Б.С. Михлин**) Число 538 записали в системах счисления с основаниями от 2 до 10 включительно. При каких основаниях сумма цифр этого числа четная? В ответе укажите сумму всех подходящих оснований.
282) (**Б.С. Михлин**) Число 559 записали в системах счисления с основаниями от 2 до 10 включительно. При каких основаниях сумма цифр этого числа нечетная? В ответе укажите сумму всех подходящих оснований.
283) (**Б.С. Михлин**) Число 123 записали в системах счисления с основаниями от 2 до 10 включительно. При каких основаниях цифры этого числа при чтении слева направо образуют возрастающие арифметические прогрессии? В ответе укажите сумму всех подходящих оснований.
284) (**Б.С. Михлин**) Число 210 записали в системах счисления с основаниями от 2 до 10 включительно. При каких основаниях цифры этого числа при чтении слева направо образуют убывающие арифметические прогрессии? В ответе укажите сумму всех подходящих оснований.
285) (**Б.С. Михлин**) Число 437 записали в системах счисления с основаниями от 2 до 10 включительно. При каких основаниях сумма цифр этого числа является простым числом? В ответе укажите сумму всех подходящих оснований.
286) (**А. Кабанов**) При каком наименьшем натуральном значении переменной x двоичная запись выражения $4^{2015} + 2^x – 2^{2015} + 15$ содержит ровно 500 единиц?
287) (**А. Кабанов**) При каком наименьшем натуральном значении переменной x двоичная запись выражения
$4^{1014} – 2^x + 12$ содержит ровно 2000 нулей?
288) (**А. Кабанов**) При каком наименьшем натуральном значении переменной x в выражении $36^{17} – 6^x + 71$ сумма цифр в шестеричной записи числа равна 61?
289) (**А. Кабанов**) При каком наименьшем натуральном значении переменной x в выражении $81^{20} – 9^x + 50$ сумма цифр в девятеричной записи числа равна 138?
290) (**А. Кабанов**) Значение выражения $64^{12} – 8^{14} + x$ записали в восьмеричной системе счисления, при этом в записи оказалось 12 цифр 7 и одна единица. При каком наименьшем натуральном x это возможно?
291) (**А. Кабанов**) Значение выражения $125^7 – 25^4 + x$ записали в пятеричной системе счисления, при этом в записи оказалось 15 цифр 4, одна тройка и две единицы. При каком наименьшем натуральном x это возможно?
292) (**А. Кабанов**) Значение выражения $27^7 – 3^{11} + 36 – x$ записали в троичной системе счисления, при этом сумма цифр в записи оказалась равной 22. При каком наименьшем натуральном x это возможно?
293) (**А. Кабанов**) Значение выражения $64^{11} – 4^{10} + 96 – x$ записали в четверичной системе счисления, при этом сумма цифр в записи оказалась равной 71. При каком наименьшем натуральном x это возможно?
294) (**В. Шелудько**) Значение выражения $7^{103} + 6·7^{104} – 3·7^{57} + 98$ записали в системе счисления с основанием 7. Сколько цифр 6 содержится в этой записи?
295) (**В. Шелудько**) Значение выражения $6^{203} + 5·6^{405} – 3·6^{144} + 77$ записали в системе счисления с основанием 6. Сколько цифр 5 содержится в этой записи?
296) (**В. Шелудько**) Значение выражения $4^{103} + 3·4^{444} – 2·4^{44} + 67$ записали в системе счисления с основанием 4. Сколько цифр 3 содержится в этой записи?
297) (**В. Шелудько**) Значение выражения $7^{103} – 6·7^{70} + 3·7^{57} – 98$ записали в системе счисления с основанием 7. Сколько цифр 6 содержится в этой записи?
298) (**В. Шелудько**) Значение выражения $6^{333} – 5·6^{215} + 3·6^{144} – 85$ записали в системе счисления с основанием 6. Сколько цифр 5 содержится в этой записи?
299) (**В. Шелудько**) Значение выражения $4^{503} + 3·4^{244} – 2·4^{444} – 95$ записали в системе счисления с основанием 4. Сколько цифр 3 содержится в этой записи?

300) (**В. Шелудько**) Значение выражения $7^{103} + 20 \cdot 7^{204} - 3 \cdot 7^{57} + 97$ записали в системе счисления с основанием 7. Сколько цифр 6 содержится в этой записи?
301) (**В. Шелудько**) Значение выражения $7^{103} + 6 \cdot 7^{104} - 3 \cdot 7^{57} + 98$ записали в системе счисления с основанием 7. Найдите сумму цифр получившегося числа и запишите её в ответе в десятичной системе счисления.
302) (**В. Шелудько**) Значение выражения $6^{203} + 5 \cdot 6^{405} - 3 \cdot 6^{144} + 76$ записали в системе счисления с основанием 6. Найдите сумму цифр получившегося числа и запишите её в ответе в десятичной системе счисления.
303) (**В. Шелудько**) Значение выражения $4^{1103} + 3 \cdot 4^{1444} - 2 \cdot 4^{144} + 66$ записали в системе счисления с основанием 4. Найдите сумму цифр получившегося числа и запишите её в ответе в десятичной системе счисления.
304) (**В. Шелудько**) Значение выражения $7^{2103} - 6 \cdot 7^{1270} + 3 \cdot 7^{57} - 98$ записали в системе счисления с основанием 7. Найдите сумму цифр получившегося числа и запишите её в ответе в десятичной системе счисления.
305) (**В. Шелудько**) Значение выражения $6^{1333} - 5 \cdot 6^{1215} + 3 \cdot 6^{144} - 86$ записали в системе счисления с основанием 6. Найдите сумму цифр получившегося числа и запишите её в ответе в десятичной системе счисления.
306) (**В. Шелудько**) Значение выражения $4^{1503} + 3 \cdot 4^{244} - 2 \cdot 4^{1444} - 96$ записали в системе счисления с основанием 4. Найдите сумму цифр получившегося числа и запишите её в ответе в десятичной системе счисления.
307) (**В. Шелудько**) Значение выражения $7^{1003} + 6 \cdot 7^{1104} - 3 \cdot 7^{57} + 294$ записали в системе счисления с основанием 7. Найдите сумму цифр получившегося числа и запишите её в ответе в десятичной системе счисления.
308) (**В. Шелудько**) Значение выражения $6 \cdot 343^{1156} - 5 \cdot 49^{1147} + 4 \cdot 7^{1153} - 875$ записали в системе счисления с основанием 7. Найдите сумму цифр получившегося числа и запишите её в ответе в десятичной системе счисления.
309) (**В. Шелудько**) Значение арифметического выражения $103 \cdot 7^{103} - 5 \cdot 7^{57} + 98$ записали в системе счисления с основанием 7. Найдите сумму цифр получившегося числа и запишите её в ответе в десятичной системе счисления.
310) (**В. Шелудько**) Значение выражения $5 \cdot 216^{1256} - 5 \cdot 36^{1146} + 4 \cdot 6^{1053} - 1087$ записали в системе счисления с основанием 6. Найдите сумму цифр получившегося числа и запишите её в ответе в десятичной системе счисления.
311) (**А. Богданов**) Значение выражения $81^{18} - (81^{8} - 1) \cdot ((8 + 1)^{8} + 1) / 8 - 8$ записали в системе счисления с основанием 3. Найдите количество единиц в этой записи.
312) (**Е. Джобс**) Значение арифметического выражения: $7^{500} + 7^{200} - 7^{50} - X$ записали в системе счисления с основанием 7. Какая максимальная сумма разрядов может быть в таком числе, при условии что X и полученное значение положительны?
313) (**Е. Джобс**) Сколько существует целых положительных чисел, для которых одновременно выполняются следующие условия:
– в шестнадцатеричной записи содержится не более 8 цифр;
– в восьмеричной записи не менее 11 цифр;
– последняя цифра в десятичной системе счисления – 5?
314) (**П. Волгин**) Значение выражения $(7^{160} \cdot 7^{90}) - (14^{150} + 2^{13})$ записали в системе счисления с основанием 7. Найдите сумму всех цифр семеричной записи числа, исключая шестерки.
315) (**П. Волгин**) Значение выражения $(5^{300} \cdot 15^{100}) - (25^{50} + 125^{100})$ записали в системе счисления с основанием 5. Запишите в ответ сумму всех цифр пятеричной записи числа, исключая четверки.
316) (**П. Волгин**) Значение выражения $8^{20} + ((8^{22} - 8^{17}) \cdot (8^{13} + 8^{16}))$ записали в системе счисления с основанием 8. Затем в восьмеричной записи этого числа все цифры 7 заменили на 0, а цифры в разрядах 0, 1 и 2 удалили. Найдите сумму цифр восьмеричной записи числа после изменения. Ответ запишите в десятичной системе счисления.

317) (**П. Волгин**) Значение выражения $16^{44} \cdot 16^{30} – (32^5 \cdot (8^{40} – 8^{32}) \cdot (16^{17} – 32^4))$ записали в системе счисления с основанием 16. Затем в шестнадцатеричной записи этого числа все цифры F заменили на 0, а цифры в разрядах 0, 1 и 2 удалили. Найдите количество значащих нулей в шестнадцатеричной записи числа после изменения. Ответ запишите в десятичной системе счисления.

318) (**П. Волгин**) Значение выражения $16^{44} \cdot 16^{30} – (32^5 \cdot (8^{40} – 8^{32}) \cdot (16^{17} – 32^4))$ записали в системе счисления с основанием 16. Затем в шестнадцатеричной записи этого числа все цифры E заменили на 1, а цифру в разряде 4 удалили. Найдите количество единиц в шестнадцатеричной записи числа после изменения. Ответ запишите в десятичной системе счисления.

319) (**П. Волгин**) Значение выражения $(64^{25} + 4^{10}) – (16^{20} + 32^3)$ записали в системе счисления с основанием 4. В каком разряде четверичной записи числа при просмотре справа налево впервые встречается цифра 2? Разряды нумеруются справа налево, начиная с нуля.

320) (**А. Богданов**) Значение выражения $1\cdot3^{37} + 2\cdot3^{23} + 3\cdot3^{20} + 4\cdot3^4 + 5\cdot3^3 + 4 + 5$ записали в системе счисления с основанием 9. Сколько значащих нулей содержится в этой записи?

321) Значение выражения $3^{72} + 6\cdot3^{50} – 7\cdot3^{26} + 2\cdot3^{15} + 155$ записали в системе счисления с основанием 9. Сколько различных цифр содержится в этой записи?

322) Значение выражения $12^{34} + 7\cdot12^{26} – 3\cdot12^{16} + 2\cdot12^5 + 552$ записали в системе счисления с основанием 12. Сколько различных цифр содержится в этой записи?

323) Значение выражения $3\cdot11^{58} + 15\cdot11^{55} – 99\cdot11^{18} + 125\cdot11^9 + 381$ записали в системе счисления с основанием 11. Сколько различных цифр содержится в этой записи?

324) Значение выражения $12\cdot7^{135} + 11\cdot7^{92} – 63\cdot7^{22} + 17\cdot7^{11} + 157$ записали в системе счисления с основанием 7. Сколько различных цифр содержится в этой записи?

325) Значение выражения $11\cdot15^{65} + 18\cdot15^{38} – 14\cdot15^{17} + 19\cdot15^{11} + 18338$ записали в системе счисления с основанием 15. Сколько различных цифр содержится в этой записи?