Определители

матриц 2x2 и матриц 3x3

Матрица

3	-2	0	7
1	12	-4	8
2	0	5	56

Матрица

$$\begin{pmatrix} 3 & -2 & 0 & 7 \\ 1 & 12 & -4 & 8 \\ 2 & 0 & 5 & 56 \end{pmatrix}$$

Матрицы

$$\begin{pmatrix} 3 & -2 & 0 & 7 \\ 1 & 12 & -4 & 8 \\ 2 & 0 & 5 & 56 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 8 & 21 & 9 & -4 \\ 0 & 2 & -4 & 83 \\ 45 & 1 & 5 & 7 \\ 9 & -3 & 11 & 0 \\ 5 & 6 & -9 & 2 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 6 \\ -1 \\ 4 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 6 & -1 & 3 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 5 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 2 & 5 \\ -1 & 3 \end{pmatrix} ✔$$

$$\begin{pmatrix} 7 & 0 & -4 \\ 13 & 2 & 1 \\ -8 & 9 & 6 \end{pmatrix} ✔$$

Определитель 2x2

$$\det\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} = ad - bc$$

determinant

детермина́нт

Определитель 2x2

$$\det\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} = \begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix}$$

Определитель 2x2

$$\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \longleftarrow \text{матрица}$$

$$\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix} \longleftarrow \text{число}$$

Определитель 2x2

$$\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix} = ad - bc$$

$$\begin{vmatrix} 2 & 5 \\ 1 & 3 \end{vmatrix} = \underline{2 \cdot 3} - \underline{5 \cdot 1} = 1$$

$$\begin{vmatrix} 3 & -7 \\ 2 & 3 \end{vmatrix} = 3 \cdot 3 - (-7) \cdot 2 = 9 + 14 = 23$$

Определитель 2x2

$$\begin{vmatrix} 9 & 3 \\ -1 & 0 \end{vmatrix} = ?$$

$$\begin{vmatrix} 17 & 53 \\ 0 & 0 \end{vmatrix} = ?$$

$$\begin{vmatrix} 4 & -7 \\ -2 & 3 \end{vmatrix} = ?$$

$$\begin{vmatrix} 2 & 4 \\ 8 & 16 \end{vmatrix} = ?$$

Определитель 2x2

$$\begin{vmatrix} 9 & 3 \\ -1 & 0 \end{vmatrix} = 3 \qquad \begin{vmatrix} 17 & 53 \\ 0 & 0 \end{vmatrix} = 0$$

$$\begin{vmatrix} 4 & -7 \\ -2 & 3 \end{vmatrix} = -2 \qquad \begin{vmatrix} 2 & 4 \\ 8 & 16 \end{vmatrix} = 0$$

Матрица 3x3

$$\begin{pmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{pmatrix} \longrightarrow \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix}$$

a_{ij}

i — номер строки

j — номер столбца

Определитель 3x3

$$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix}$$

Определитель 3x3

Разложение по первой строке

$$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} = a_{11} \begin{vmatrix} a_{22} & a_{23} \\ a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} - a_{12} \begin{vmatrix} a_{21} & a_{23} \\ a_{31} & a_{33} \end{vmatrix} + a_{13} \begin{vmatrix} a_{21} & a_{22} \\ a_{31} & a_{32} \end{vmatrix}$$

Определитель 3x3

Разложение по первой строке

$$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} = a_{11}\begin{vmatrix} a_{22} & a_{23} \\ a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} - a_{12}\begin{vmatrix} a_{21} & a_{23} \\ a_{31} & a_{33} \end{vmatrix} + a_{13}\begin{vmatrix} a_{21} & a_{22} \\ a_{31} & a_{32} \end{vmatrix}$$

i + j

нечётное — $-$

чётное — $+$

Определитель 3x3

Разложение по первой строке

$$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} = a_{11} \begin{vmatrix} a_{22} & a_{23} \\ a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} - a_{12} \begin{vmatrix} a_{21} & a_{23} \\ a_{31} & a_{33} \end{vmatrix} + a_{13} \begin{vmatrix} a_{21} & a_{22} \\ a_{31} & a_{32} \end{vmatrix}$$

Определитель 3х3

Разложение по первой строке

$$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} = a_{11} \begin{vmatrix} a_{22} & a_{23} \\ a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} - a_{12} \begin{vmatrix} a_{21} & a_{23} \\ a_{31} & a_{33} \end{vmatrix} + a_{13} \begin{vmatrix} a_{21} & a_{22} \\ a_{31} & a_{32} \end{vmatrix}$$

$$\begin{vmatrix} 3 & 2 & -1 \\ 5 & 1 & 3 \\ 1 & -2 & 4 \end{vmatrix} = 3 \begin{vmatrix} 1 & 3 \\ -2 & 4 \end{vmatrix} - 2 \begin{vmatrix} 5 & 3 \\ 1 & 4 \end{vmatrix} + (-1) \begin{vmatrix} 5 & 1 \\ 1 & -2 \end{vmatrix} = 7$$

Определитель 3x3

$$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} = a_{11} \begin{vmatrix} a_{22} & a_{23} \\ a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} - a_{12} \begin{vmatrix} a_{21} & a_{23} \\ a_{31} & a_{33} \end{vmatrix} + a_{13} \begin{vmatrix} a_{21} & a_{22} \\ a_{31} & a_{32} \end{vmatrix}$$

$$\boxed{a_{22}a_{33} - a_{23}a_{32}}$$

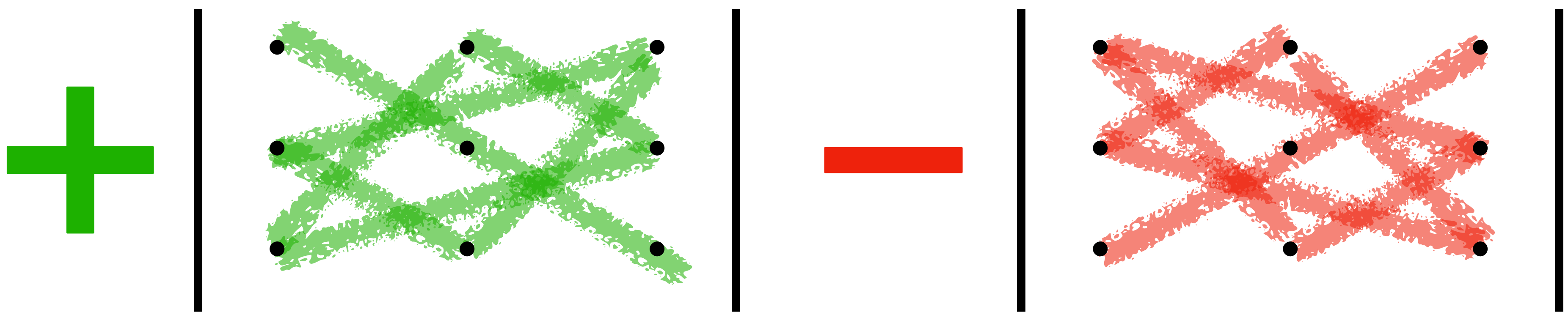
$$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} = \underline{a_{11}a_{22}a_{33}} + a_{12}a_{23}a_{31} + a_{13}a_{21}a_{32} - $$

$$- a_{13}a_{22}a_{31} - \underline{a_{11}a_{23}a_{32}} - a_{12}a_{21}a_{33}$$

и так далее…

Определитель 3x3

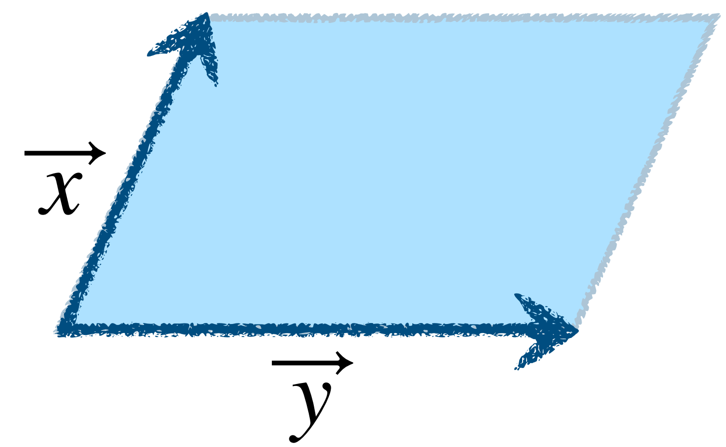
$$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} = a_{11}a_{22}a_{33} + a_{12}a_{23}a_{31} + a_{13}a_{21}a_{32} - \\ - a_{13}a_{22}a_{31} - a_{11}a_{23}a_{32} - a_{12}a_{21}a_{33}$$



И зачем?

Искать площадь!

Дано: $\overrightarrow{x} = (x_1, x_2), \overrightarrow{y} = (y_1, y_2)$



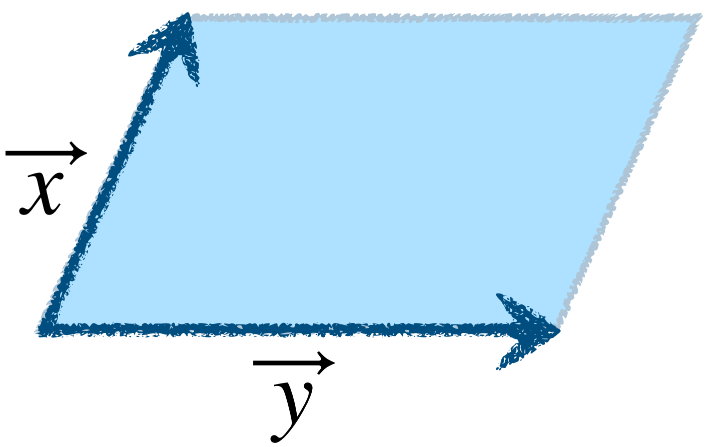
Найти: $S_{\text{▱}}$

Решение:

$$S_{\text{▱}} = \begin{vmatrix} x_1 & x_2 \\ y_1 & y_2 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} x_1 & y_1 \\ x_2 & y_2 \end{vmatrix} = x_1 y_2 - x_2 y_1$$

Искать площадь!

Дано: $\overrightarrow{x} = (x_1, x_2), \overrightarrow{y} = (y_1, y_2)$



Найти: $S_{\square}$

Решение:

$$S_{\square} = abs\left(\begin{vmatrix} x_1 & x_2 \\ y_1 & y_2 \end{vmatrix}\right) = abs\left(\begin{vmatrix} x_1 & y_1 \\ x_2 & y_2 \end{vmatrix}\right)$$

$$S_{\square} = |\, x_1 y_2 - x_2 y_1 \,|$$ ✓

Искать векторное произведение

Дано: $\overrightarrow{x} = (x_1, x_2, x_3), \overrightarrow{y} = (y_1, y_2, y_3)$ **в ОНБ!**

Найти: $\overrightarrow{x} \times \overrightarrow{y}$

$\boxed{\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}} \longrightarrow \boxed{\overrightarrow{e_1}, \overrightarrow{e_2}, \overrightarrow{e_3}}$

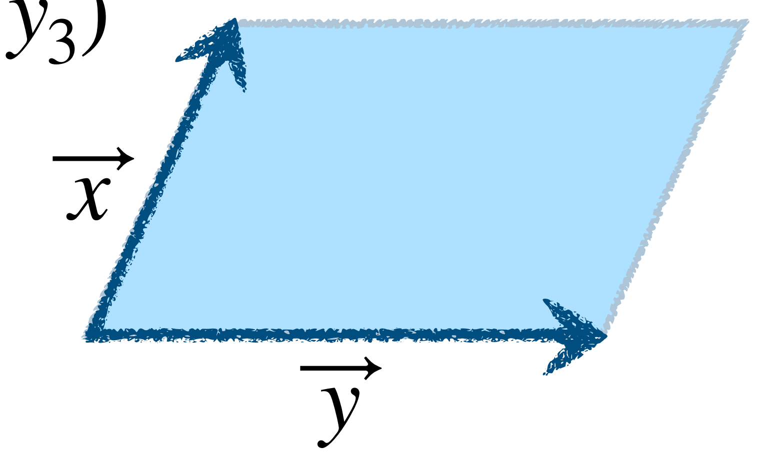
Решение:

$$\overrightarrow{x} \times \overrightarrow{y} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ x_1 & x_2 & x_3 \\ y_1 & y_2 & y_3 \end{vmatrix} \longrightarrow \overrightarrow{x} \times \overrightarrow{y} = \begin{vmatrix} x_1 & y_1 & \overrightarrow{e_1} \\ x_2 & y_2 & \overrightarrow{e_2} \\ x_3 & y_3 & \overrightarrow{e_3} \end{vmatrix}$$

$$\overrightarrow{x} \times \overrightarrow{y} = (\begin{vmatrix} x_2 & y_2 \\ x_3 & y_3 \end{vmatrix}, -\begin{vmatrix} x_1 & y_1 \\ x_3 & y_3 \end{vmatrix}, \begin{vmatrix} x_1 & y_1 \\ x_2 & y_2 \end{vmatrix})$$

Снова искать площадь!

Дано: $\overrightarrow{x} = (x_1, x_2, x_3), \overrightarrow{y} = (y_1, y_2, y_3)$



Найти: $S_{\square}$

Решение:

$$S_{\square} = |\overrightarrow{x} \times \overrightarrow{y}|$$

Искать смешанное произведение

Дано: $\overrightarrow{x} = (x_1, x_2, x_3), \overrightarrow{y} = (y_1, y_2, y_3), \vec{z} = (z_1, z_2, z_3)$

Найти: $(\overrightarrow{x}, \overrightarrow{y}, \vec{z})$

Решение:

$$(\overrightarrow{x}, \overrightarrow{y}, \vec{z}) = \begin{vmatrix} x_1 & x_2 & x_3 \\ y_1 & y_2 & y_3 \\ z_1 & z_2 & z_3 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} x_1 & y_1 & z_1 \\ x_2 & y_2 & z_2 \\ x_3 & y_3 & z_3 \end{vmatrix}$$

Искать объём!

Дано: $\overrightarrow{x} = (x_1, x_2, x_3), \overrightarrow{y} = (y_1, y_2, y_3), \vec{z} = (z_1, z_2, z_3)$

Найти: V

Решение:

$$V = |(\overrightarrow{x}, \overrightarrow{y}, \vec{z})|$$