

# XI

*Усталостная  
прочность*

*(прочность при  
переменных  
во времени  
напряжениях).*

Никто из нас не может порвать руками двухмиллиметровую (в диаметре) стальную проволоку или сломать её, изогнув. Однако, её легко разрушить, многократно перегибая в разные стороны на ограниченном участке.

Происходит это из-за неидеальности материала: на микроуровне он неоднороден и анизотропен – состоит из множества кристаллов («зёрен»), что приводит к неравномерности распределения усилий внутри материала (рис. XI.1б.).

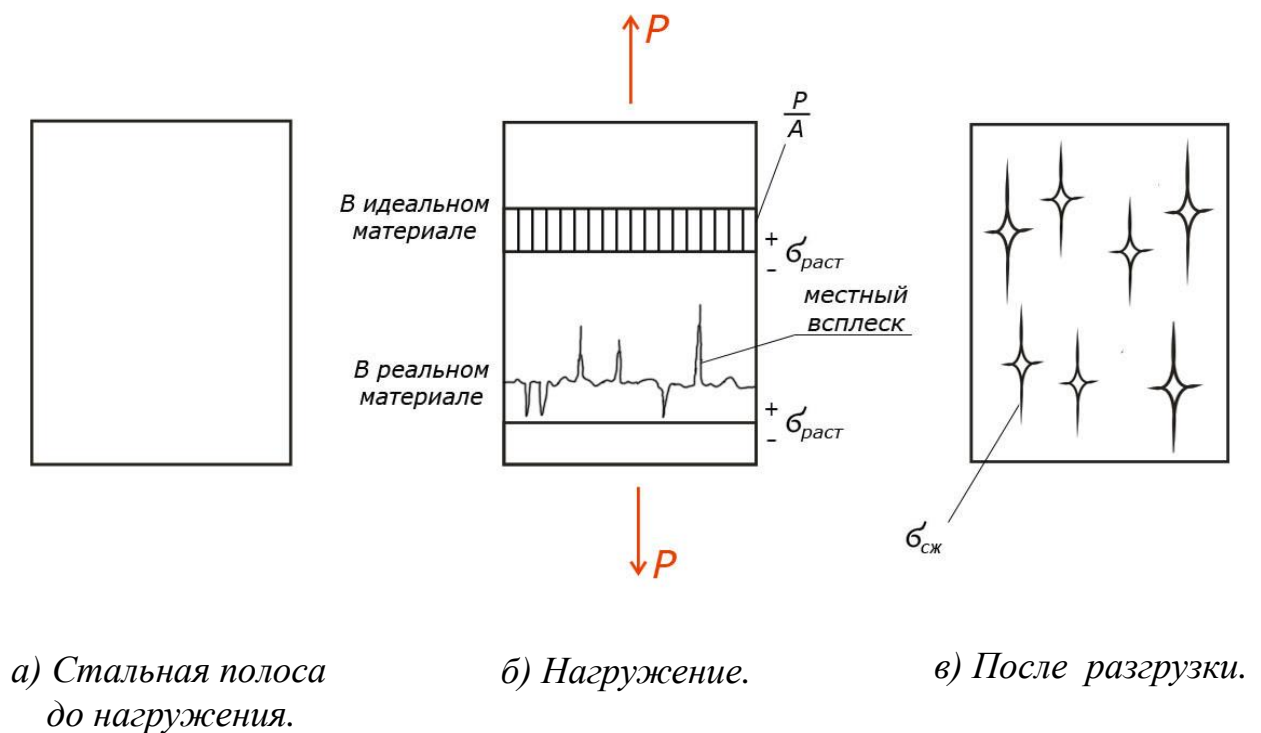


Рис. XI.1.

Местные всплески напряжений деформируют и разрушают отдельные зёрна. После снятия нагрузки возникают остаточные напряжения (рис. XI.1в.) – деформированные зёрна расталкивают соседей, деформируя и разрушая их.

При многократных нагружениях эти микроразрушения накапливаются, возникают микротрещины. Микротрещины сливаются, растут, возникают трещины, длина которых уже сопоставима с размерами детали и, в конце концов, конструкция разламывается на части.

Разрабатываемая веками, положенная в основу нескольких крупных теорий модель идеального материала (однородного, изотропного, сплошного, упругого) по понятным причинам не подходит для анализа процессов усталостного разрушения. Более же удачная пока не разработана. Поэтому все основные формулы, относящиеся к данному разделу, носят эмпирический, либо полуэмпирический характер.

Процесс накопления необратимых механических изменений при действии переменной нагрузки – **усталость**.

Способность материала противостоять усталости – **выносливость**.

## Характеристики циклов

Цикл характеризуется шестью параметрами:

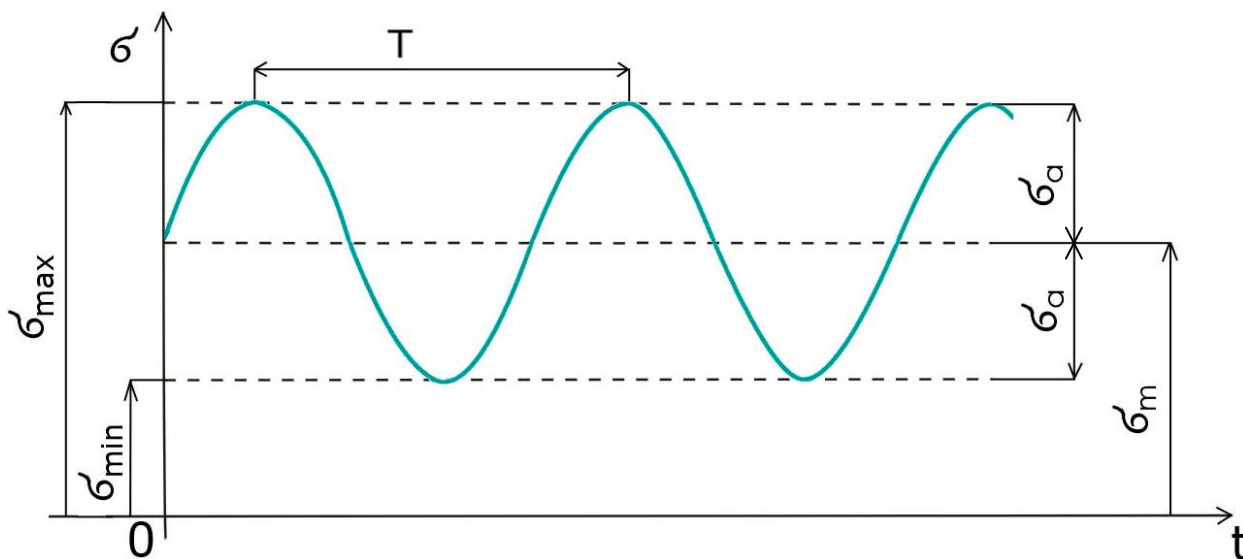


Рис. XI.2.

- 1)  $\sigma_{\min}$  – минимальное напряжение цикла;
- 2)  $\sigma_{\max}$  – максимальное напряжение цикла;
- 3)  $\sigma_m = \frac{\sigma_{\max} + \sigma_{\min}}{2}$  – среднее напряжение цикла;
- 4)  $\sigma_a = \frac{\sigma_{\max} - \sigma_{\min}}{2}$  – амплитуда цикла;
- 5)  $T$  – период цикла;

- 6) Закон изменения напряжений (форма цикла):
- 

Последние два параметра на усталостную прочность никак не влияют (экспериментальные данные).

Отношение минимального напряжения к максимальному называется **коэффициентом асимметрии цикла**:

$$R_{\sigma} = \frac{\sigma_{\min}}{\sigma_{\max}} \quad (XI.1)$$

Отношение берётся с учётом знаков напряжений. Циклы, имеющие одинаковые показатели  $R_\sigma$  называются **подобными**.

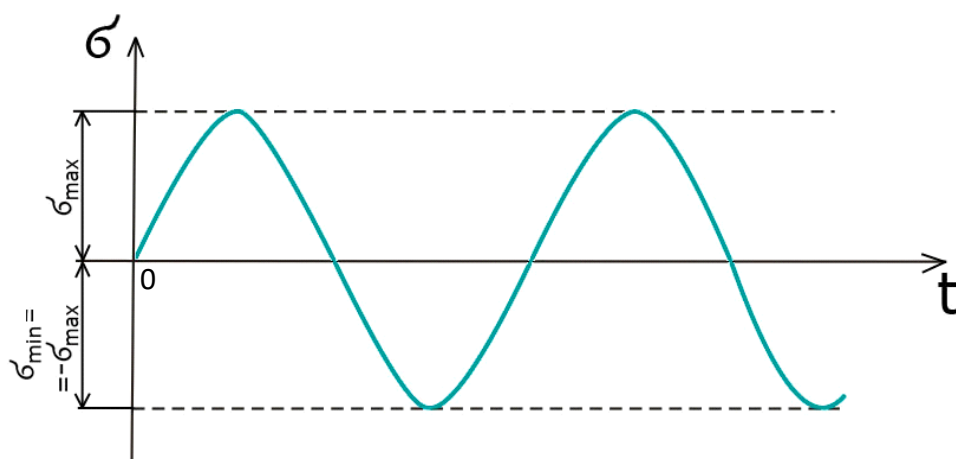
Коэффициент асимметрии для циклов касательных напряжений обозначается  $R_\tau$ :

$$R_\tau = \frac{\tau_{\min}}{\tau_{\max}} \quad (XI.2)$$

В дальнейшем будем рассматривать только циклы нормальных напряжений  $\sigma$ . Для циклов  $\tau$  формулы идентичны, только индексы другие.

## Виды циклов

### 1. Симметричный



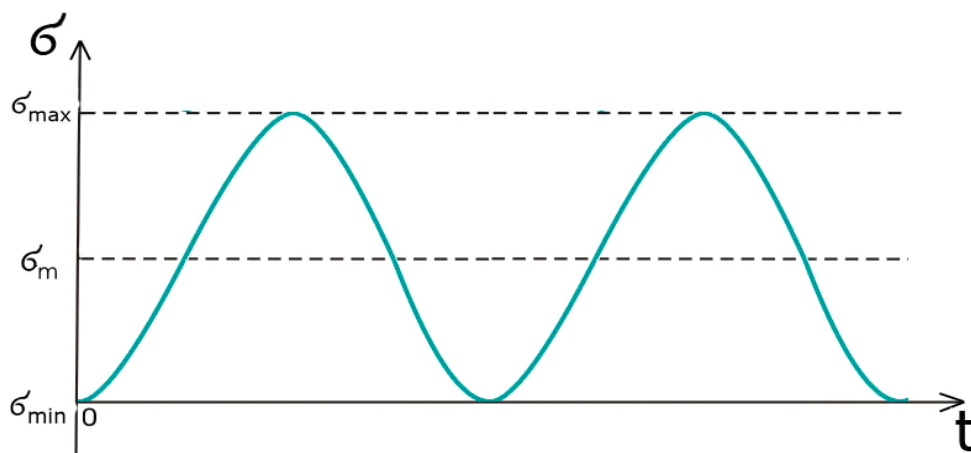
$$R_{\sigma} = -1$$

$$\sigma_m = 0$$

$$\sigma_a = \sigma_{\max}$$

Рис. XI.3.

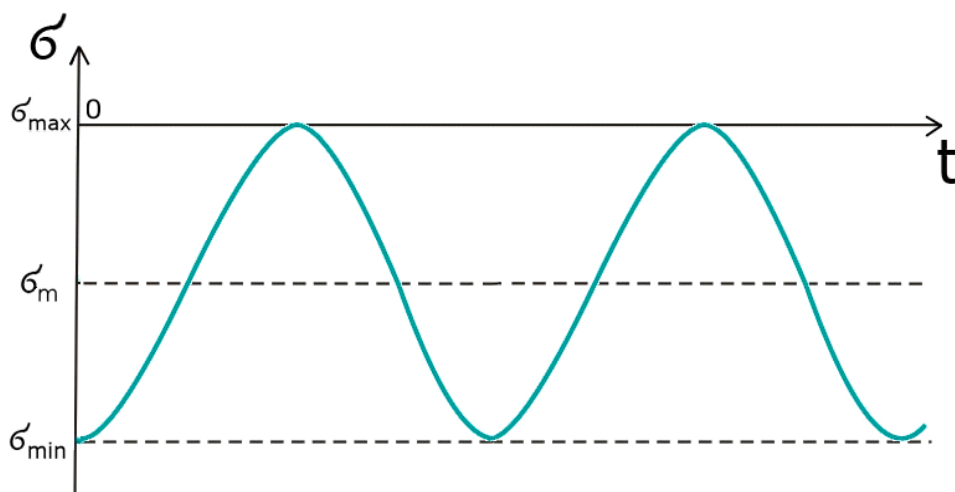
### 2. Пульсационный (отнулевой):



$$R = 0$$

$$\sigma_{\min} = 0$$

$$\sigma_m = \frac{\sigma_{\max}}{2}$$



$$R = -\infty$$

$$\sigma_{\max} = 0$$

$$\sigma_m = \frac{\sigma_{\min}}{2}$$

Рис. XI.4.

### 3. Остальные циклы, у которых $R \neq -1, 0, -\infty$ называются асимметричными.

## Кривая усталости для образцов

Чем бóльшие напряжения возникают в детали, тем меньшее количество циклов нагружения она выдерживает.

Какое именно количество циклов выдержит деталь, зависит, прежде всего, от материала из которого она изготовлена.

Для экспериментального определения характеристик выносливости материала из него изготавливают множество цилиндрических образцов  $\varnothing 7,5$  мм. Образцы подвергают нагружению симметричным циклом с различными  $\sigma_{\max}$  (рис. XI.3.). Зависимость количества циклов нагружения  $N$ , которые выдержал образец, от максимального напряжения в нём называется **кривой усталостной прочности** или кривой усталости или диаграммой Вёллера (рис. XI.5.).

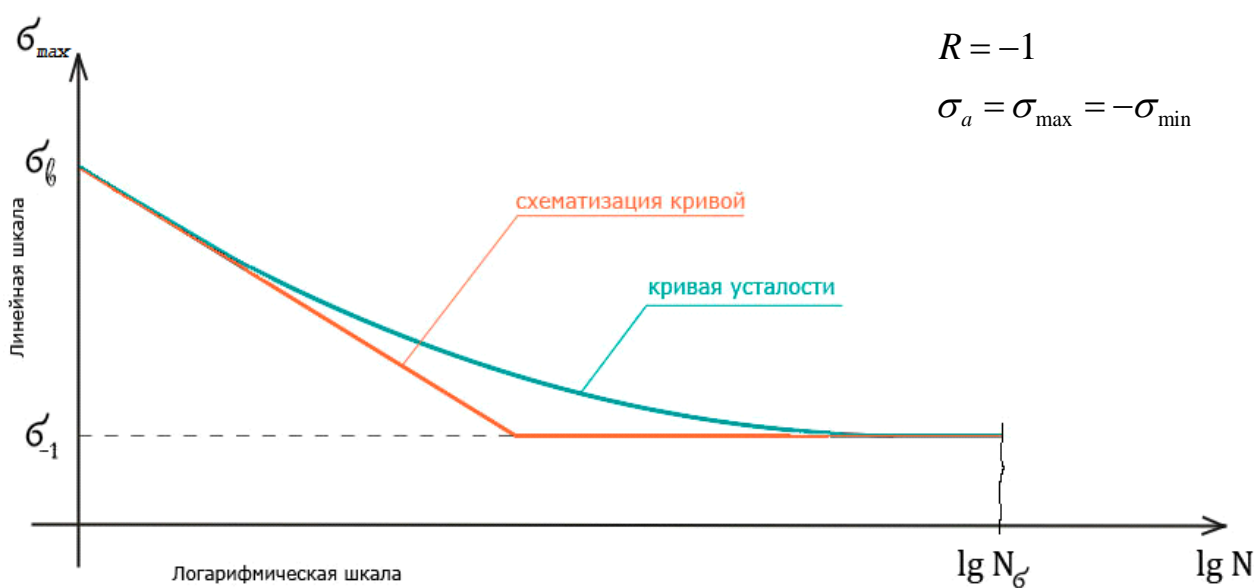


Рис. XI.5.

Опыт испытания стальных нелегированных образцов при нормальной температуре показывает, что если образец не разрушится до  $10^7$  циклов, то он не разрушится и при более длительном испытании. Поэтому число  $10^7$  принято за **базу испытаний** стальных образцов  $N_{\sigma}$  – количество циклов, после которых испытание принудительно останавливают.

Наибольшее напряжение, при котором образец не разрушается до базы испытаний, называется **пределом выносливости**  $\sigma_R$ , где индекс  $R$  соответствует коэффициенту асимметрии цикла.

Для симметричного цикла (*рис. XI.3.*) предел выносливости обозначается  $\sigma_{-1}$  (*рис. XI.5.*), для пульсационного он обозначается  $\sigma_0$  или  $\sigma_{-\infty}$  (*рис. XI.4.*).

Построение кривой усталости – сложная задача, а её форма неудобна для использования в расчётах. Поэтому саму **кривую** обычно заменяют билинейной **схематизацией** (*рис. XI.5.*), а для предела выносливости используют эмпирические зависимости, свои для каждого материала. Например:  $\sigma_{-1} = (0,4 \dots 0,5) \cdot \sigma_{BP}$ , или  $\sigma_{-1} = 1,65 \cdot HRB$ .



## Диаграмма предельных амплитуд для образцов

Кривая усталости строится для симметричного цикла. На практике же, чаще всего, встречаются циклы асимметричные.

**Диаграмма предельных амплитуд** строится экспериментально и показывает, при каких комбинациях  $\sigma_m$  и  $\sigma_a$  образец выдержит базовое число циклов  $N_\sigma$ , а при каких – нет:

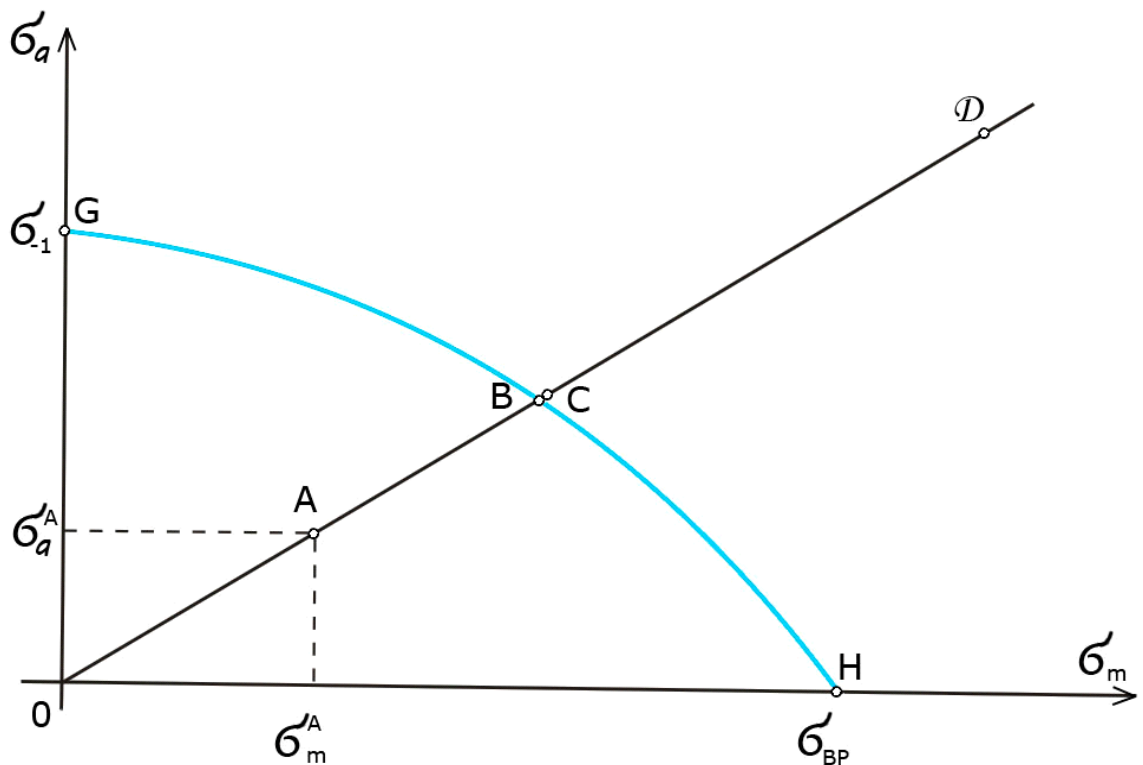


Рис. XI.6.

Точка  $A$  соответствует асимметричному циклу  $(\sigma_m = \sigma_m^A, \sigma_a = \sigma_a^A)$ , при котором образец выдержит количество циклов нагружения  $N > N_\sigma$ .

т.  $B$ :  $N = N_\sigma$

т.  $C$ , т.  $D$ :  $N < N_\sigma$

т.  $G$ : симметричный цикл  $\sigma_m = 0, \sigma_a = \sigma_{-1}$

т.  $H$ : простое растяжение.

Вводится понятие **коэффициент запаса по выносливости** (коэффициент запаса циклической прочности) – отношение количества циклов нагружения, которые способен выдержать образец к базовому числу циклов:

$$n_{\sigma} = \frac{N}{N_{\sigma}} \quad (XI.3)$$

Коэффициент запаса по выносливости, можно вычислить графически по диаграмме предельных амплитуд (рис. XI.6.):

$$\begin{aligned} n_{\sigma}^A &= \frac{OB}{OA} > 1 \\ n_{\sigma}^B &= \frac{OB}{OB} = 1 \\ n_{\sigma}^C &= \frac{OB}{OC} < 1 \\ n_{\sigma}^D &= \frac{OB}{OD} < 1 \end{aligned} \quad (XI.4)$$

Точки на луче, проведённом из начала координат, соответствуют подобным циклам:

$$R^A = R^B = R^C = R^D$$

## Схематизация диаграммы предельных амплитуд для образцов

Построение **диаграммы предельных амплитуд** - это чрезвычайно трудоёмкое занятие. Целесообразно **схематизировать** её двумя прямыми:

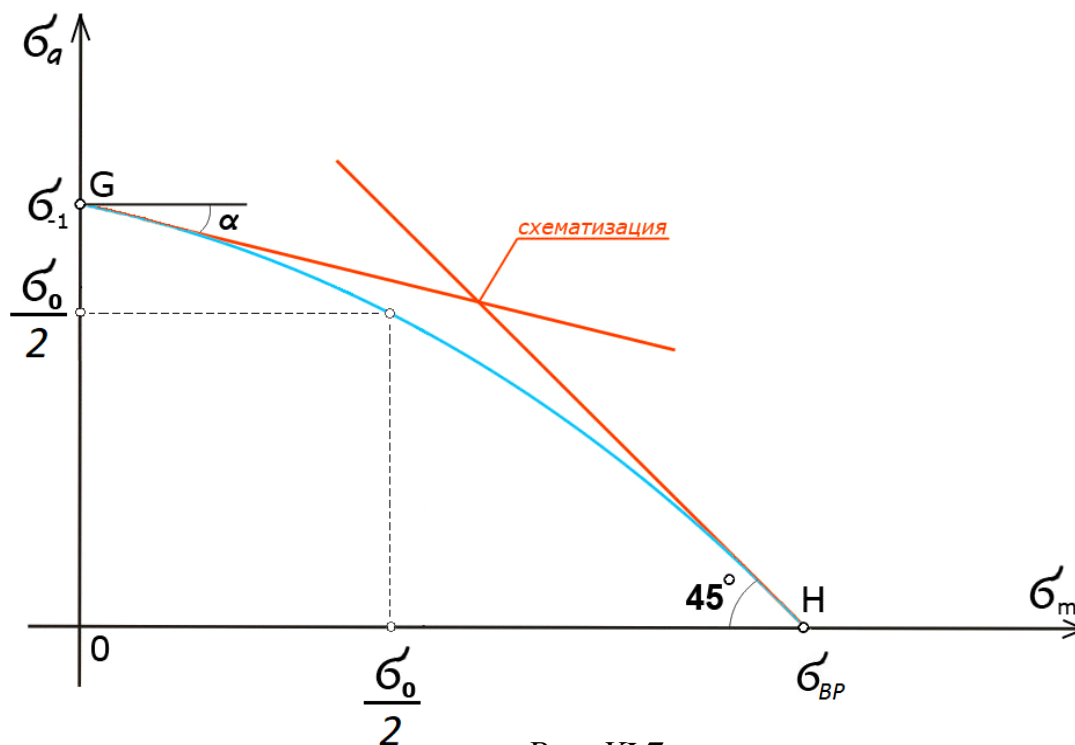


Рис. XI.7.

Для построения верхней прямой требуется экспериментально определить угол  $\alpha$ . Можно поступить проще: зная предел выносливости при симметричном цикле  $\sigma_{-1}$  и предел выносливости при пульсационном цикле  $\sigma_0$ , провести прямую через эти две точки.

Правая прямая проводится из предела прочности при растяжении  $\sigma_{BP}$  под углом  $45^\circ$  (если обе оси в одном масштабе), чтобы для её точек выполнялось условие:  $\sigma_m + \sigma_a = \sigma_{BP}$ .

$\psi_\sigma = \operatorname{tg} \alpha$  – **коэффициент чувствительности к асимметрии цикла:**

0,1...0,2 – для конструкционных сталей;

0,2...0,3 – для легированных сталей.

Для циклов касательных напряжений  $\tau$  также строятся и схематизируются диаграммы предельных амплитуд:

$\psi_\tau = \operatorname{tg} \alpha : 0,05..0,1$  – для конструкционных сталей;

0,1..0,15 – для легированных сталей.

Уравнение верхней прямой (*рис. XI.7.*):

$$\sigma_a = \sigma_{-1} - \psi_\sigma \cdot \sigma_m \quad (XI.5)$$

## Диаграмма предельных амплитуд для деталей машин

Диаграмма предельных амплитуд (рис. XI.6., далее работать будем с её схематизацией, рис. XI.7.) строится для стандартных цилиндрических образцов диаметром  $\approx 7,5$  мм и отображает только выносливость материала. На выносливость реальной детали помимо материала влияют также:

1. Её форма (наличие концентраторов напряжений);
2. Размеры (чем больше – тем хуже);
3. Обработка поверхности.

Эти факторы дополнительно **снижают** верхнюю линию схематизированной диаграммы предельных амплитуд в  $K$  раз:

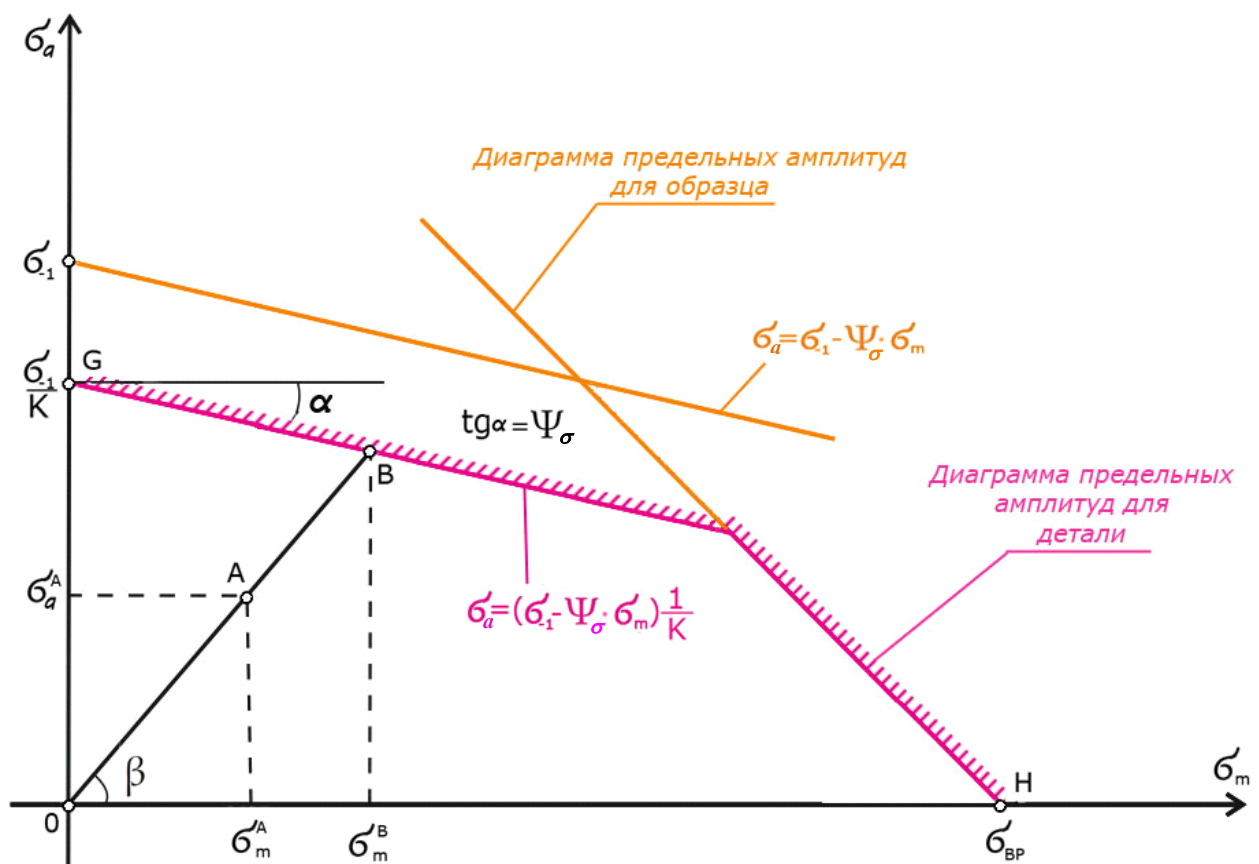


Рис. XI.8.

Вместо прямой

$$\sigma = \sigma_{-1} - \psi_{\sigma} \cdot \sigma_m$$

диаграмма сверху будет ограничена прямой:

$$\sigma = \frac{1}{K} \cdot (\sigma_{-1} - \psi_{\sigma} \cdot \sigma_m) \quad (XI.6)$$

где

$$K = \left( \frac{k_{\sigma}}{\varepsilon_{\sigma}} + \frac{1}{\beta} - 1 \right) \cdot \frac{1}{\beta_{унр}} - \text{эмпирический коэффициент}; \quad (XI.7)$$

$\varepsilon_{\sigma}$  – масштабный фактор (коэффициент учёта размеров детали);

$\beta$  – коэффициент учёта качества обработки поверхности;

$k_{\sigma}$  – эффективный коэффициент концентрации напряжений;

$\beta_{унр}$  – коэффициент учёта специальной обработки поверхности.

$$k_{\sigma} = \frac{\sigma_{-1}}{\sigma_{-1K}} - \text{эффективный коэффициент концентрации напряжений:}$$

степень снижения прочности детали в районе

**концентраторов напряжений** (резких изменений в её геометрии):

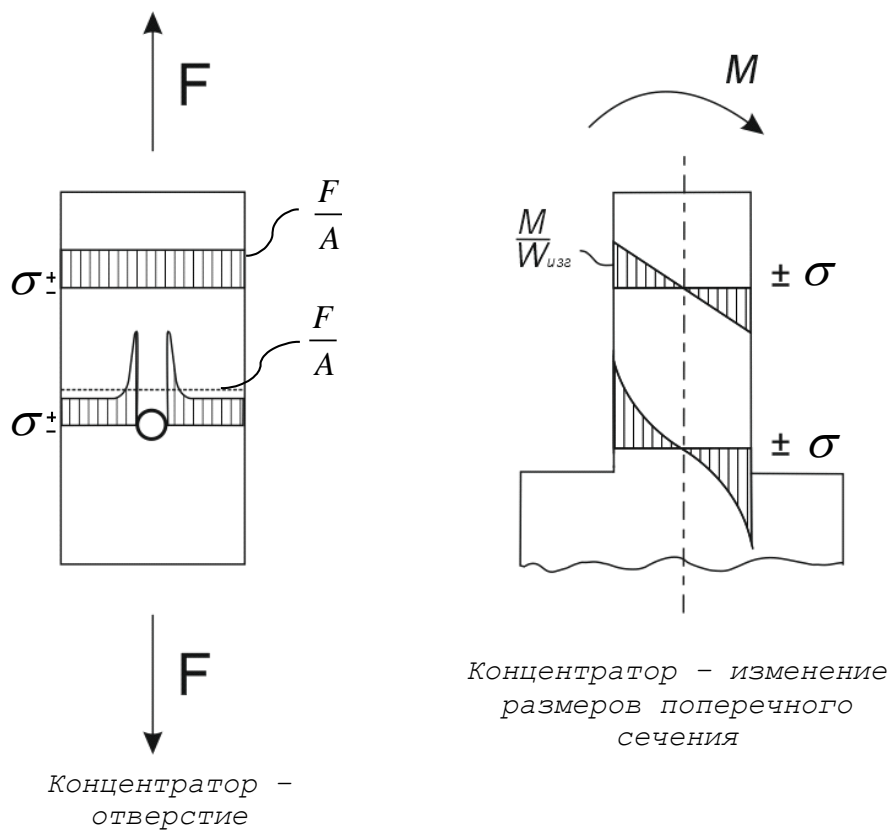


Рис. XI.9.

$\sigma_{-1}$  – предел выносливости гладкого образца;

$\sigma_{-1K}$  – предел выносливости такого же образца с концентратором напряжений (круговой царапиной стандартных размеров).

$\varepsilon_\sigma$  – масштабный фактор; учитывает влияние размеров детали на её выносливость. Чем больше размер детали, тем выносливость хуже (**масштабный эффект**).

Связано это с тем, что район концентрации напряжений (рис. XI.9.) у крупной детали больше по абсолютным размерам, чем у мелкой детали такой же формы и зёрен стали в нём оказывается большее количество, а, значит, и количество неблагоприятно ориентированных зёрен, с которых начинается разрушение, возрастает.

Кроме того, бóльшие детали изготавливаются из бóльших отливок, неоднородность материала в которых выше, чем в отливках меньшего размера.

$\beta = \frac{\sigma'_{-1}}{\sigma_{-1}}$  – коэффициент учёта качества обработки поверхности;

показывает вероятность зарождения трещины на поверхности детали, связанную с её обработкой, более грубой, чем тщательная полировка.

Шероховатости поверхности служат концентраторами напряжений, в которых трещины зарождаются.

$\sigma'_{-1}$  – предел выносливости образцов стандартных размеров ( $\varnothing 7,5\text{мм}$ ) с такой же шероховатостью поверхности, как у детали.

$\sigma_{-1}$  – предел выносливости тщательно полированных стандартных образцов.

Токарная обточка ( $\sim 12$  мкм шероховатости) алюминиевых образцов даёт  $\beta = 0,8..0,9$ ; магниевых –  $0,7..0,8$ .



$\beta_{упр}$  – коэффициент учёта эффекта от специальной обработки поверхности; отображает результат химико-термического упрочнения тонкого поверхностного слоя детали (азотирование, цианирование, цементация и т.д.).

Наибольшие напряжения возникают у поверхности детали (например, при изгибе или кручении). Именно там, как правило, трещины и зарождаются. Локальное упрочнение области зарождения трещины позволяет спасти от них всю деталь.

Кроме того: для зарождения трещины необходимо наличие растягивающих напряжений. Обкатка поверхности детали роликом или обдувка её дробью создают в её приповерхностном слое сжимающие остаточные напряжения.

## Коэффициент запаса по выносливости

Как уже указывалось ранее, коэффициент запаса по выносливости (XI.3) может быть найден графически, через соотношения длин отрезков (XI.4) на **диаграмме предельных амплитуд** (ДПА).

Схематизация ДПА позволяет графические построения выразить аналитически (через формулы).

Предположим, что луч  $OA$  (рис. XI.8.) упирается в верхнюю линию  $GB$  (так и бывает чаще всего).

Тогда:

$$\begin{aligned}
 &\left. \begin{aligned}
 &\text{Уравнение прямой } OA: \sigma_a = \sigma_m \cdot \operatorname{tg} \beta = \sigma_m \cdot \frac{\sigma_a^A}{\sigma_m^A} \\
 &\text{Уравнение прямой } GB: \sigma_a = \frac{1}{K} \cdot (\sigma_{-1} - \psi_\sigma \cdot \sigma_m)
 \end{aligned} \right\} \begin{aligned}
 &\text{т. } B \left( \sigma_m^B, \sigma_a^B \right) \\
 &\text{принадлежит} \\
 &\text{обеим линиям}
 \end{aligned} \\
 &\begin{aligned}
 &\text{т. } B \rightarrow \sigma_a^B = \sigma_m^B \cdot \frac{\sigma_a^A}{\sigma_m^A} \\
 &\text{т. } B \rightarrow \sigma_a^B = \frac{1}{K} \cdot (\sigma_{-1} - \psi_\sigma \cdot \sigma_m^B)
 \end{aligned} \Rightarrow \sigma_m^B \cdot \frac{\sigma_a^A}{\sigma_m^A} = \frac{1}{K} \cdot (\sigma_{-1} - \psi_\sigma \cdot \sigma_m^B) \\
 &\Downarrow \\
 &\sigma_m^B = \frac{\sigma_{-1}}{\psi_\sigma \cdot \sigma_m^A + K \cdot \sigma_a^A} \cdot \sigma_m^A
 \end{aligned}$$

$$\boxed{n_\sigma = \frac{OB}{OA} = \frac{\sigma_m^B}{\sigma_m^A} = \frac{\sigma_{-1}}{K \cdot \sigma_a^A + \psi_\sigma \cdot \sigma_m^A}} \quad (XI.8)$$

Если речь идет о циклическом изменении касательных  $\tau$  (а не нормальных  $\sigma$ ) напряжений, то структура формулы (XI.8) сохраняется; места коэффициентов, полученных экспериментально для нормальных напряжений, занимают точно такие же коэффициенты, для напряжений касательных:

$$\boxed{n_\tau = \frac{\tau_{-1}}{K \cdot \tau_a + \psi_\tau \cdot \tau_m}} \quad (XI.9)$$

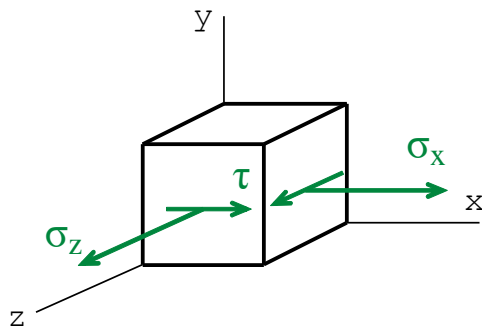


Рис. XI.10.

В случае двухосного напряжённого состояния (рис. XI.10.), когда нормальные  $\sigma$  и касательные  $\tau$  напряжения меняются синфазно, пользуются эмпирической **формулой Гафа и Полларда**:

$$\boxed{\frac{1}{n^2} = \frac{1}{n_\sigma^2} + \frac{1}{n_\tau^2}} \quad (XI.10)$$

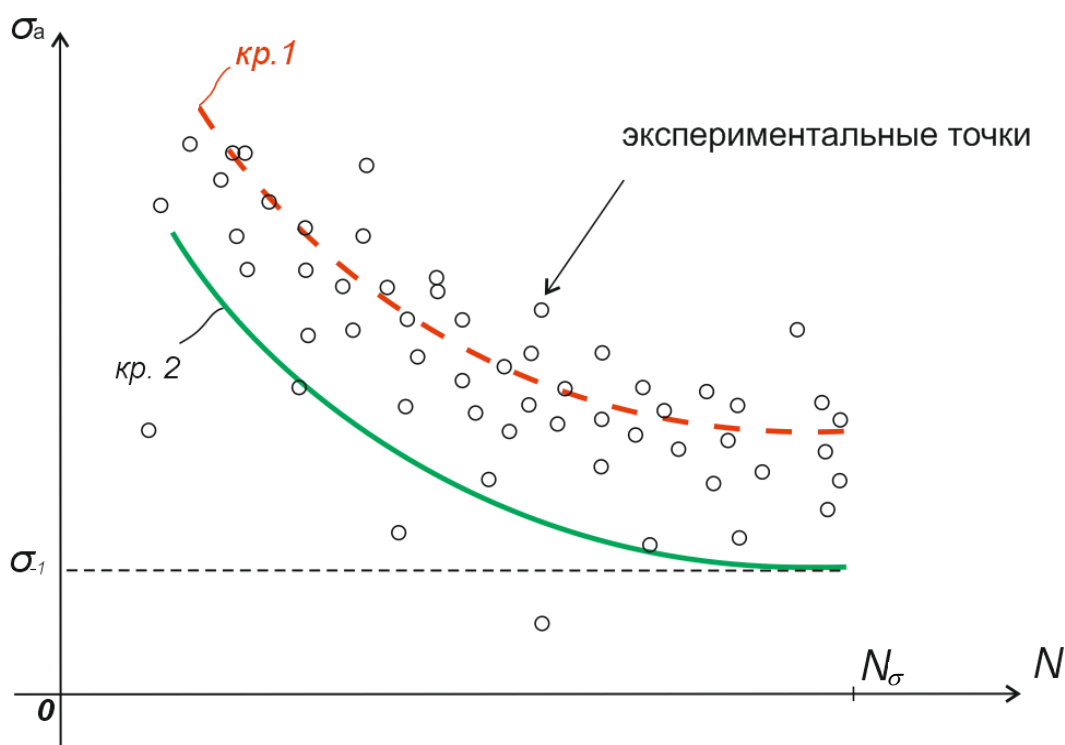
где

$n$  – общий коэффициент запаса по выносливости.

## Вероятностный характер усталостного разрушения

Для усталостных испытаний (в отличие от статических) характерен большой разброс результатов экспериментов.

Например, показанная на *рис. XI.5.* кривая усталости, строится следующим образом (*рис. XI.11.*): методом наименьших квадратов через «облако» экспериментальных точек проводится аппроксимирующая кривая (*кр. 1*). 50% экспериментальных точек лежат выше неё, 50% – ниже.



*Рис. XI.11.*

Затем кривая, как жёсткое целое смещается вниз (*кр. 2*) так, чтобы большинство точек остались выше неё. Сместить настолько, чтобы все точки остались выше, не представляется возможным: предел выносливости  $\sigma_{-1}$ , вычисленный по такой кривой (*рис. XI.11.*) либо будет близок к нулю, либо вообще формально станет  $< 0$ .

Итак, некоторые экспериментальные точки останутся ниже кривой, и, значит, остаётся вероятность поломки машины, детали которой рассчитаны по такому пределу выносливости.

Чем ниже кривая — тем тяжелее машина, чем выше — тем легче, но больше вероятность её поломки. Оптимальное положение кривой выбирает конструктор, согласуясь с назначением агрегата и условиями и продолжительностью его работы: гражданская это продукция или военная; работает автономно или с людьми; серийный выпуск или единичный; просто осуществить ремонт или это сложный процесс и т.д.

## Накопление усталостных повреждений

Редкая деталь работает исключительно в условиях однообразного циклического нагружения с одними и теми же параметрами  $\sigma_m$  и  $\sigma_a$ .

Как правило, за время службы деталь испытывает на себе действие циклов с разными  $\sigma_m$  и  $\sigma_a$ . Каждый из этих циклов вносит свой индивидуальный вклад в преумножение микрповреждений внутри детали (микротрещин, групп дислокаций и т.д.).

Предполагается, что поломка (зарождение большой трещины) начинается по достижении микрповреждениями некоторой критической численности.

Известны различные модели суммирования усталостных повреждений при работе на различных режимах нагружения:

- линейное суммирование;
- степенная зависимость;
- степенная зависимость Фрейдентала;
- степенная зависимость Кортена и Долана.

Наиболее простой является модель **линейного суммирования** повреждений, в соответствии с которой условие усталостного разрушения при работе на нескольких режимах имеет вид:

$$\boxed{\sum_{i=1}^{\ell} \frac{n_i}{N_i^*} = 1} \quad (XI.11)$$

где

$\ell$  – число режимов нагружения;

$n_i$  – число циклов нагружения на  $i$ -м режиме;

$N_i^*$  – среднее число циклов до разрушения при работе на  $i$ -м режиме.

## Дополнительные факторы, влияющие на сопротивление усталости

### **Влияние пауз:**

На предел выносливости оказывают влияние паузы (перерывы в нагружении). При этом влияние пауз в одних случаях незначительно, в других число циклов до разрушения увеличивается за счёт пауз на 15-20 %. Увеличение циклов тем больше, чем чаще паузы и чем они длительнее (последний фактор влияет слабее).

### **Влияние перегрузок:**

Влияние перегрузок, т.е. нагрузок выше предела выносливости, это влияние зависит от характера перегрузки. При малых перегрузках до определённого количества циклов, предел выносливости повышается, при больших перегрузках после определённого количества циклов – понижается.

### **Влияние тренировки:**

Если нагрузить образец циклом с максимальным напряжением немного ниже предела выносливости и затем постепенно повышать величину переменной нагрузки, то сопротивление усталости можно значительно повысить. Это явление, называемое **тренировкой** материала широко используется в технике.