

ФИЗИКА СПЛОШНЫХ СРЕД

профессор Константин Владимирович Лотов, 2015г.

Электродинамика сплошных сред

1. Уравнения Максвелла для сплошной среды. Материальное уравнение. Операторы проводимости и диэлектрической проницаемости в Фурье-представлении.
2. Дисперсионное уравнение. Анализ волновых свойств среды (на примере газа осцилляторов). Асимптотика диэлектрической проницаемости при больших частотах. Частотная и пространственная дисперсия. Свойства симметрии тензора диэлектрической проницаемости в изотропных и зеркально-изомерных средах.
3. Естественная оптическая активность. Одноосные кристаллы. Эффект Керра.
4. Магнитооптические эффекты (Фарадея, Коттона-Мутона). Аналитические свойства диэлектрической проницаемости. Теорема Крамерса-Кронига. Правило сумм.
5. Электромагнитные волны в среде с частотной дисперсией. Предвестник. Связь тензора диэлектрической проницаемости с параметрами ϵ , μ и σ квазистатической электродинамики.
6. Диссипация энергии волны. Энергия волны. Импульс волны. Поток энергии волны.
7. Переходное излучение. Черенковское излучение.

Гидродинамика

8. Уравнения идеальной гидродинамики, тензор плотности потока импульса. Приближение несжимаемой жидкости. Лагранжевы координаты. Теорема Бернулли.
9. Скорость истечения идеального газа в вакуум. Теорема Томсона. Потенциальное течение. Потенциальное обтекание тела.
10. Присоединенная масса. Вихревое течение, эволюция завихренности и динамика тонких вихрей. Звук. Энергия и импульс звуковой волны.
11. Волны на разделе сред. Капиллярные и гравитационные волны. Неустойчивости Рэлея-Тейлора и тангенциального разрыва. Ветер и волны.
12. Вязкая жидкость, вязкий тензор напряжений, уравнение Навье-Стокса. Закон подобия, число Рейнольдса. Уравнение теплопереноса.

Теория упругости

13. Тензор деформаций, деформации сдвига и всестороннего сжатия. Тензор напряжений. Закон Гука для изотропных тел. Простые деформации. Энергия деформации.
14. Звук в твердом теле. Продольные колебания стержней. Изгиб стержней.
15. Поперечные колебания стержней. Устойчивость опор по Эйлеру. Кручение стержней.

Литература

- [1] *Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М.* Теоретическая физика, т.6, *Гидродинамика*. М: Наука, 2006.
- [2] *Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М.* Теоретическая физика, т.7, *Теория упругости*. М: Наука, 2007.
- [3] *Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М.* Теоретическая физика, т.8, *Электродинамика сплошных сред*. М: Наука, 2003.
- [4] *Векштейн Г.Е.* *Физика сплошных сред в задачах*. М: Институт компьютерных исследований, 2002.
- [5] *Лотов К.В.* *Физика сплошных сред*. Новосибирск: НГУ, 2001.

Программа семинаров¹

Электродинамика сплошных сред

1. Тензоры. Усреднение тензоров по изотропному распределению ($1-1\{1\}$). Элементарные тензорные соотношения. Конструирование тензорных величин из соображений тензорной размерности.

¹ Для задач, разобранных в задачнике [4], в круглых скобках дана нумерация по изданию 2002 года, в фигурных скобках – по изданию 1989 года.

2. Дифференциальные операторы и уравнения Максвелла в Фурье-представлении. Найти поле равномерно движущегося заряда разложением по плоским волнам, в т.ч. найти ток точечного заряда, его Фурье-образ и физическую размерность дельта-функций (1-2{2}).
3. Анализ волновых свойств среды на примере холодной плазмы. Тензор диэлектрической проницаемости холодной плазмы в магнитном поле (2-3{5}).
4. Ленгмюровская и электромагнитная волны в холодной плазме без магнитного поля (2-4{6}). Граничные условия. Отражение и преломление волн: откуда получается равенство ω и k_x , как находим углы отражения и преломления. Поверхностная волна (общая схема решения).
5. Поверхностная волна на границе холодной плазмы и вакуума (2-13{13}). Угол Брюстера, структура поверхностной волны в предельных случаях.
6. Одноосные кристаллы: угол преломления необыкновенной волны, направление вектора Пойнтинга в необыкновенной волне, поворот плоскости поляризации волны при нормальном падении из вакуума на одноосный кристалл (2-10{10}, 2-11{11}, 3-8{24}).
7. Диэлектрическая проницаемость холодной плазмы со столкновениями. Скин-эффект: найти глубину проникновения электромагнитной волны в холодную столкновительную плазму как функцию частоты, построить график. Заряд в одноосном кристалле (2-6{7}).
8. Эффекты Фарадея (3-6{22}, 3-7{23}) и Коттона-Мутона на примере холодной плазмы с неподвижными ионами.
9. Формула Крамерса-Кронига для проводников. Восстановление $\varepsilon(\omega)$ по мнимой части (4-2{26}). Нахождение функции отклика среды (4-1{25}).
10. Энергия ленгмюровской волны в холодной плазме: прямое вычисление и нахождение по тензору диэлектрической проницаемости (2-15{15}). Диэлектрическая проницаемость движущейся плазмы.
11. Энергия ленгмюровской волны в движущейся плазме. Объяснение отрицательной энергии.
12. Черенковское излучение кильватерной волны.

Гидродинамика

13. Лагранжевы координаты. Опрокидывание ленгмюровской волны конечной амплитуды (7-6{50}). Разлет шара заряженных частиц (7-4{48}). Что изменится, если частицы притягиваются?
14. Сила, действующая на изогнутый участок трубы (7-7{51}). Распределение давления в равномерно вращающемся стакане.
15. Распределение скорости жидкости при потенциальном обтекании шара. Частота колебаний шара на пружинке в жидкости (7-19{58}), закон всплывания пузырька. Распределение давления при потенциальном обтекании шара.
16. Звук: отражение от раздела двух сред, средняя сила на границу раздела (задача 10-3{78}). Уравнение звуковой волны в движущейся жидкости. Собственные колебания газа в вертикальной трубе: сформулировать и линеаризовать уравнения (10-4{79}).
17. Радиационное затухание колебаний пузырька в жидкости (8-6{67}).
18. Гравитационные волны на поверхности жидкости: число колебаний поплавок (7-11{53}), дисперсионное соотношение для мелкой воды.
19. Вязкая жидкость: течение Пуазейля, течение по наклонной плоскости.
20. Вязкостное затухание колебаний пузырька.

Теория упругости

21. Закон Гука и простые деформации. Деформация кубика в жесткой полости (13-1{91}). Найти форму упругого стержня, поставленного на гладкий стол (без трения) в поле тяжести. Задача об удлинении кабеля, который волокут по земле с трением в поле тяжести.
22. Задача о горизонтально заделанном стержне (13-6{94}).
23. Устойчивость стержней: найти предел устойчивости при различных граничных условиях.
24. Упругие волны: углы отражения и преломления, амплитуды волн при отражении от твердой границы (13-2{90}). Сколько будет вторичных волн и из каких условий их искать для границ разного вида.

ЗАДАНИЕ №1

1. Найти среднее по времени значение тензора $E_\alpha(t)B_\beta(t-\tau)$ для электромагнитной волны с левой круговой поляризацией в вакууме. Амплитуда волны E , волновой вектор \mathbf{k} , и фаза запаздывания $\phi = kc\tau$, заданы. Как изменится ответ для линейно поляризованной волны?

2. Найти диэлектрическую проницаемость однородного электролита с положительными ($s=1$) и отрицательными ($s=2$) ионами, если известно, что плотность потока частиц сорта s имеет вид $\mathbf{f}^s = n^s b^s q^s \mathbf{E} - D^s \nabla n^s$, где q^s - заряд, b^s - подвижность, D^s - коэффициент диффузии, n^s - концентрация ионов, причём отношение $D^s/b^s = kT$ зависит только от температуры. Найти поле неподвижного точечного заряда в такой среде. Указание: можно воспользоваться диэлектрической проницаемостью и решением задачи 8 из [4] или найти стационарное распределение плотности ионов вблизи стороннего заряда и решить задачу электростатики).
3. Плоская монохроматическая электромагнитная волна с круговой поляризацией падает из вакуума по нормали на плоскую поверхность одноосного кристалла с диэлектрической проницаемостью $\epsilon_{\alpha\beta} = 2.25\delta_{\alpha\beta} + 9.75h_\alpha h_\beta$. Под каким углом к нормали направлена ось кристалла \mathbf{h} , если известно, что отражённая волна имеет эллиптическую поляризацию с отношением осей 17:35?

ЗАДАНИЕ №2

4. Пучок линейно поляризованного света с частотой ω входит в водный раствор сахара, который вращает плоскость поляризации с постоянной $\alpha = 30$ град/см. После прохождения в растворе расстояния $L = 100$ см из-за разницы в поглощении свет стал эллиптически поляризованным с отношением осей равным 3. Каким будет отношение осей, когда свет пройдет ещё такое же расстояние?
5. Во внешнем электрическом поле изотропная среда приобретает оптические свойства одноосного кристалла (эффект Керра), причём тензор диэлектрической проницаемости имеет вид $\epsilon_{\alpha\beta} = \epsilon\delta_{\alpha\beta} + \alpha E_\alpha E_\beta$. Вычислить константу α для воды, если после прохождения через кювету длины $L = 75$ см, помещенную в поперечное поле $E = 30$ кВ/см, линейно поляризованный свет с длиной волны $\lambda = 5000$ Å приобрёл круговую поляризацию. Указать ориентацию поляризации исходной волны относительно внешнего электрического поля.
6. В некоторой среде плотность тока связана с напряженностью электрического поля соотношением $\mathbf{j}(\mathbf{r}, t) = \int_0^\infty \sigma(\tau) \mathbf{E}(\mathbf{r}, t - \tau) d\tau$. Можно ли утверждать, (1) что эта среда изотропная, (2) обладает пространственной и (3) частотной дисперсией? Найти функцию отклика $\sigma(\tau)$ для газа осцилляторов, если известен его тензор диэлектрической проницаемости $\epsilon_{\alpha\beta}(\omega) = [1 - \omega_p^2 / (\omega^2 + 2i\gamma\omega - \omega_0^2)] \delta_{\alpha\beta}$, где ω_p , γ , ω_0 - константы, причём $\gamma < \omega_0$, $\delta_{\alpha\beta}$ - единичная матрица. Чему равна магнитная проницаемость такой среды при низких частотах?
7. Электрон летит в одноосном кристалле в направлении оптической оси. Найти угловой размер конуса, в котором сосредоточено черенковское излучение. Скорость электрона равна v ; элементы тензора диэлектрической проницаемости $\epsilon_{||}(\omega)$, $\epsilon_{\perp}(\omega)$ являются известными функциями частоты. Найти спектральную мощность черенковского излучения электрона (мощность излучения на единичный интервал частот).

ЗАДАНИЕ №3

8. Шарик радиуса a , находящийся в идеальной несжимаемой жидкости на расстоянии $l \gg a$ от твёрдой стенки, движется с постоянной скоростью вдоль неё. Найти распределение давления по поверхности стенки с точностью до слагаемых второго порядка по малому отношению a^3/l^3 . Плотность жидкости ρ .
9. Звуковая волна падает из воздуха на поверхность реки под углом α к нормали. Под каким углом к нормали пойдёт преломлённая волна? Скорости звука в воздухе c_1 и воде c_2 известны. Вектор скорости реки \mathbf{u} лежит в плоскости падения волны.
10. По какой траектории движется элемент жидкости в бегущей и стоячей гравитационной волне?
11. Вертикальная трубка радиуса R заполнена вязкой жидкостью с плотностью ρ и находится в поле тяжести. На оси трубки помещён длинный невесомый цилиндр радиуса $r < R$, так что $R - r \ll R$, $R \ll L$, где L - длина цилиндра. Найти коэффициент вязкости жидкости η , если скорость всплытия цилиндра равна u .
12. Найти стационарное распределение температуры $T(r)$ вязкой жидкости в задаче о стекании слоя по наклонной плоскости в поле тяжести. Верхняя граница жидкости - свободная. Температура наклонной плоскости T_0 поддерживается постоянной, угол её наклона к горизонту α . Известны коэффициент кинематической вязкости жидкости ν , теплоёмкость при постоянном давлении c_p , коэффициент температуропроводности χ , плотность ρ . Толщина слоя жидкости равна h .

ЗАДАНИЕ №4

13. Между двумя плоскими параллельными жесткими пластинами вставлен длинный брусок с исходным сечением $d_1 \times d_2$. Какую минимальную силу необходимо приложить к краю бруска, чтобы вытянуть брусок

из канала (в направлении длинной стороны), если коэффициент трения его боковой поверхности (d_1) о поверхность канала равен k ($k \ll 1$), а длина бруска $L \gg d_1, d_2$? Зазор между пластинами равен a , причем $a < d_2$. Модуль Юнга E и коэффициент Пуассона σ бруска заданы. Указание: Считать, что до приложения вытягивающей силы в бруске не было продольных напряжений. Найти, какие компоненты тензора деформации не изменяются при "включении" вытягивающей силы. Воспользоваться уравнением равновесия тела. Значение комбинации параметров $\sigma k l / a$ произвольно.

14. Упругий кубик с ребром a в одном направлении ограничен жесткими плоскостями с зазором a , в другом направлении сжимается давлением p , а в третьем может свободно расширяться. Трения нет. Упругие свойства кубика известны. Найти все компоненты тензоров деформации и напряжения.
15. Прямая вертикальная опора с длиной L и сечением $a \times a$ жестко закреплена в основании. Найти максимальный вес, который она может удерживать, если её модуль Юнга равен E .