

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РФ
НОВОСИБИРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

Физический факультет
Кафедра общей физики

ИНТЕРФЕРЕНЦИЯ СВЕТА

Сборник лабораторных работ по физической оптике
Методическое пособие

Новосибирск
2011

Методическое пособие посвящено изучению явления интерференции света. Содержание пособия и его уровень рассчитаны на то, чтобы дать студентам базу, достаточную для их будущей научной работы. В пособии кратко изложена теория двухлучевой и многолучевой интерференции света. Вводятся понятия временной и пространственной когерентности и проводится анализ влияния когерентности волн на интерференционную картину. Кратко рассмотрена теория дисперсии света, связанная с зависимостью показателя преломления среды от длины волны света. Приведены экспериментальные методы наблюдения интерференции света (устройство Юнга, бипризма Френеля, опыт Ньютона, интерферометр Фабри – Перо). Описано практическое применение интерференции для определения длины волны света, радиуса кривизны линзы, длины и времени когерентности источника излучения, показателя преломления газовой среды. Представлена современная измерительная техника с использованием полупроводниковых светоизлучающих диодов, персонального компьютера, цифрового осциллографа и цифрового вольтметра.

Предназначено для студентов второго курса физического факультета, факультета естественных наук и геолого-геофизического факультета НГУ, а также для преподавателей практикума по физической оптике. Методическое пособие может быть использовано и при обучении студентов других естественнонаучных и технических факультетов.

Составители:

д-р. физ.-мат. наук, проф. В. Ф. Климкин,
канд. физ.-мат. наук, ст. преп. Г. А. Поздняков

Издание подготовлено в рамках реализации *Программы развития государственного образовательного учреждения высшего профессионального образования «Новосибирский государственный университет» на 2009–2018 годы.*

© Новосибирский государственный
университет, 2011

ГЛАВА I. ДВУХЛУЧЕВАЯ ИНТЕРФЕРЕНЦИЯ СВЕТА

Краткая теория

Явление интерференции заключается в перераспределении потока световой энергии в области пересечения световых пучков и наблюдается при наложении когерентных или частично когерентных волн одинаковой частоты и поляризации. Интерференция является результатом векторного сложения электрических полей взаимодействующих пучков. Вследствие изменения разности хода (разности фаз) между пучками происходит усиление колебаний в одних точках пространства и ослабление в других. Получаемое при этом пространственное распределение интенсивности называется интерференционной картиной, представляющей собой чередующиеся максимумы и минимумы интенсивности. Причем максимальная интенсивность превышает сумму интенсивностей каждой из волн, а минимальная – может оказаться равной нулю. Образование интерференционных полос доказывает, что свет обладает волновыми свойствами.

Первые исследования интерференции света были выполнены И. Ньютоном. Однако Ньютон придерживался корпускулярных представлений о природе света, что затрудняло интерпретацию наблюдаемых явлений. Впервые интерференция света на основе волновых представлений была объяснена Т. Юнгом в 1802 г.

Интерференционные явления находят широкое практическое применение, например, в спектроскопии, метрологии (измерение малых углов и перемещений, показателей преломления сред), в оптической промышленности (исследование качества поверхностей, просветление оптических элементов, интерференционные светофильтры), в научных исследованиях (газодинамика, физика плазмы, импульсные разряды) и т. д. Физические принципы интерференции лежат в основе голографии – метода регистрации и последующего восстановления волнового фронта, предложенного Д. Габором в 1948 г.

В данной главе представлена элементарная теория двухлучевой интерференции света. Сначала рассматривается идеализированный случай интерференции строго монохроматических волн, распространяющихся от двух точечных источников (абсолютно когерент-

ные волны). Затем вводится понятие комплексной степени когерентности и проводится анализ влияния когерентности волн на интерференционную картину. Рассматриваются понятия временной и пространственной когерентности. Приводятся методы получения когерентных волн в оптике. Представлены некоторые экспериментальные методы наблюдения двухлучевой интерференции света.

1. Световые волны

Согласно теории Максвелла, в световой волне существуют электрические и магнитные поля, которые распространяются в пространстве в соответствии с волновым уравнением. Поскольку линейная частота их составляет $\sim 6 \cdot 10^{14}$ Гц для видимого света, регистрировать мгновенные значения электрического и магнитного полей не удастся. Мы можем наблюдать только усредненный по времени результат их взаимодействия с приемником. Опыты Винера с фотографическими эмульсиями, выполненные в 1890 г., показали, что воздействие световых волн связано в основном с электрическим, а не магнитным полем [1]. Это характерно и для флуоресцирующих, фотоэмиссионных и других приемников, что обусловлено взаимодействием света с электронами, которые покоятся или движутся со скоростями, много меньшими скорости света. Силовое воздействие магнитного поля мало, поэтому можно учитывать только электрическое поле световой волны.

В любой точке световой волны вектор Пойтинга определяет величину и направление потока энергии за единицу времени через единичную площадку, нормальную к потоку. Усредненную по времени, большему по сравнению с периодом световых колебаний, величину этого вектора в оптике называют интенсивностью света в точке. Для плоской волны (это соответствует параллельному пучку лучей)

$$I(x, y, z) = \frac{1}{2} \nu \varepsilon \varepsilon_0 \langle E^2(x, y, z, t) \rangle, \quad (1)$$

где ν – скорость света в среде; ε – относительная диэлектрическая проницаемость среды; ε_0 – электрическая постоянная; E – напряженность электрического поля, а скобки $\langle \rangle$ означают усреднение по времени. Это соотношение справедливо как приближение и для

волн более общего типа [1]. Заметим, что в выражении (1) величина $(1/2)\epsilon\epsilon_0 E^2$ – объемная плотность энергии электрического поля световой волны. Интенсивность $I(x, y, z)$ выражается в ваттах на квадратный метр.

Пусть электрическое поле соответствует строго монохроматической волне. Тогда оно описывается простой гармонической функцией времени

$$\vec{E}(x, y, z, t) = \vec{E}_0(x, y, z) \cos(\omega t + \varphi(x, y, z)), \quad (2)$$

где ω – угловая частота волновых колебаний, а $\vec{E}_0(x, y, z)$ и $\varphi(x, y, z)$ – амплитуда и фаза, являющиеся функциями только пространственных координат. Подставляя выражение (2) в формулу (1), получаем:

$$I(x, y, z) = \frac{1}{2} \nu \epsilon \epsilon_0 \frac{1}{T} \int_0^T \frac{E_0^2(x, y, z)}{2} [1 + \cos 2(\omega t + \varphi(x, y, z))] dt,$$

где T – интервал времени, по которому производится усреднение (временное разрешение измерительного прибора). Для $T \gg 1/\omega$

$$I(x, y, z) = \frac{1}{4} \nu \epsilon \epsilon_0 E_0^2(x, y, z). \quad (3)$$

Видно, что интенсивность определяется квадратом амплитуды электрического поля. И поскольку приемники оптического излучения фиксируют интенсивность, они называются квадратичными. Из выражения (3) следует, что измерение интенсивности одной волны не дает информации о ее фазе.

Выражение (2) можно представить в другом виде:

$$\vec{E}(x, y, z, t) = \text{Re} \left\{ \vec{E}_0(x, y, z) \exp i [\omega t + \varphi(x, y, z)] \right\},$$

где Re означает, что берется действительная часть комплексной величины, стоящей внутри скобок. Использование экспоненциальных функций вместо тригонометрических упрощает вычисления, связанные с гармоническими волнами. В дальнейшем символ Re будем опускать, имея в виду, что волновая функция – действительная величина. Теперь вектор электрического поля $\vec{E}(x, y, z, t)$ в выражении (2) можно представить как произведение двух сомножителей:

$$\vec{E}(x, y, z, t) = \vec{E}_{0k}(x, y, z) \exp(i\omega t). \quad (4)$$

Величина $\vec{E}_{0k}(x, y, z) = \vec{E}_0(x, y, z) \exp[i\varphi(x, y, z)]$, содержащая только амплитуду и не зависящий от времени фазовый множитель, называется комплексным вектором амплитуды в данной точке, в отличие от величины $\vec{E}_0(x, y, z)$, называемой просто вектором амплитуды. При записи волны в комплексной форме (4) ее интенсивность можно представить как

$$I(x, y, z) = \frac{1}{4} v \varepsilon \varepsilon_0 [\vec{E}(x, y, z, t) \cdot \vec{E}^*(x, y, z, t)],$$

где символом « $*$ » обозначена комплексно-сопряженная величина.

2. Сложение монохроматических волн

Пусть в пространстве одновременно присутствует несколько монохроматических волн с одинаковой угловой частотой. Каждая волна может быть представлена в виде

$$\vec{E}_i(x, y, z, t) = \vec{E}_{0i}(x, y, z) \cos(\omega t + \varphi_i(x, y, z)),$$

где \vec{E}_i и φ_i – вектор и фаза электрического поля в области сложения волн. В соответствии с принципом суперпозиции результирующее электрическое поле можно представить в виде

$$\vec{E}(x, y, z, t) = \sum_{i=1}^N \vec{E}_i(x, y, z, t).$$

Сумма этих синусоидальных функций есть синусоида. Воспользовавшись комплексной формой записи и разделив каждый член на $\exp(i\omega t)$, получим:

$$\vec{E}_0(x, y, z) \exp[i\varphi(x, y, z)] = \sum_{i=1}^N \vec{E}_{0i}(x, y, z) \exp[i\varphi_i(x, y, z)].$$

Отсюда

$$\vec{E}_{0k}(x, y, z) = \sum_{i=1}^N \vec{E}_{0ik}(x, y, z).$$

Таким образом, суммирование векторов напряженности электрических полей можно заменить сложением комплексных векторов амплитуды индивидуальных волн согласно правилам сложения

комплексных чисел. Для интенсивности результирующего поля в области суммирования можно записать

$$I(x, y, z) = \frac{1}{4} v \varepsilon \varepsilon_0 \left[\vec{E}_{0k}(x, y, z) \cdot \vec{E}_{0k}^*(x, y, z) \right]. \quad (5)$$

Очевидно, что такое упрощение невозможно в случае сложения волн различных частот.

3. Интерференция монохроматических волн, распространяющихся от двух точечных источников

В качестве примера рассмотрим сложение света от двух источников. На рис. 1 буквами S_1 и S_2 обозначены два точечных источника, находящихся в изотропной среде (направление распространения излучаемых волн перпендикулярно к поверхности волнового фронта в данной точке). Каждый источник излучает монохроматическую волну частоты ω . Идеальный точечный источник излучает расходящуюся сферически симметричную волну.

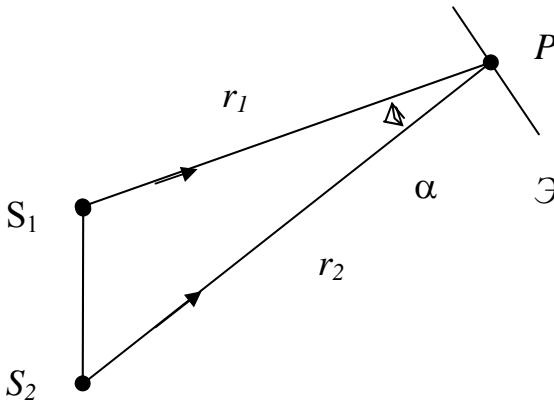


Рис. 1. К расчету картины интерференции света от двух монохроматических точечных источников S_1 и S_2

Если он расположен на расстоянии, много превышающем размеры области наблюдения, то волну можно считать практически

плоской. Здесь мы рассмотрим картину в точках P , удаленных от источников S_1 и S_2 , так, что приходящие в окрестность точки P волны можно считать плоскими. Амплитуды таких волн, распространяющихся в непоглощающей среде, не зависят от координат. Рассмотрим лучи обеих волн, расположенные в плоскости рисунка. Предположим, что источники S_1 и S_2 синфазны. Тогда в произвольной точке наблюдения P результирующий комплексный вектор амплитуды может быть представлен в виде

$$\vec{E}_{0k}(P) = \vec{E}_{01} \exp[i\varphi_1(P)] + \vec{E}_{02} \exp[i\varphi_2(P)],$$

а интенсивность, согласно соотношению (5), дается выражением (с точностью до постоянного множителя):

$$\begin{aligned} I(P) &= \vec{E}_{0k}(P) \cdot \vec{E}_{0k}^*(P) = \left\{ \vec{E}_{01} \exp[i\varphi_1(P)] + \vec{E}_{02} \exp[i\varphi_2(P)] \right\} \times \\ &\times \left\{ \vec{E}_{01} \exp[-i\varphi_1(P)] + \vec{E}_{02} \exp[-i\varphi_2(P)] \right\} = \\ &E_{01}^2 + E_{02}^2 + \vec{E}_{01} \cdot \vec{E}_{02} \left\{ \exp[i(\varphi_2 - \varphi_1)] + \exp[-i(\varphi_2 - \varphi_1)] \right\}. \end{aligned}$$

Или

$$I(P) = I_1 + I_2 + 2\vec{E}_{01} \cdot \vec{E}_{02} \cos \Delta\varphi(P),$$

где $I_1 = E_{01}^2$ и $I_2 = E_{02}^2$ – интенсивности каждой из волн, а $\Delta\varphi(P) = \varphi_2(P) - \varphi_1(P)$ – разность фаз, возникающая вследствие того, что свет проходит от источников до точки наблюдения разные пути. Величина (скалярное произведение)

$$I_{12} = 2\vec{E}_{01} \cdot \vec{E}_{02} \cos \Delta\varphi(P),$$

выражающая интенсивность света, образующегося в результате взаимодействия пучков, носит название интерференционного члена. В этом интерференционном члене (не зависящем от времени) содержится информация о разности фаз.

Видно, что две световые волны, поляризованные во взаимно перпендикулярных направлениях, дают вклад в интенсивность, равный только сумме их интенсивностей (волны не интерферируют друг с другом). Если две световые волны поляризованы параллельно друг другу (или вектор \vec{E}_{02} имеет компоненту, параллельную \vec{E}_{01}), то результирующая интенсивность может быть и больше и меньше суммы их интенсивностей (волны интерферируют друг с

другом). Предположим, что векторы напряженности электрического поля для обеих волн перпендикулярны к плоскости рис. 1.

В этом случае взаимодействующие амплитуды можно рассматривать как скалярные величины, и выражение для суммарной интенсивности имеет вид

$$I(P) = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 \cdot I_2} \cos \Delta\varphi(P). \quad (6)$$

Выражение (6) известно как закон интерференции для когерентных источников. Таким образом, суммарная интенсивность будет в пространстве периодически меняться, достигая максимумов

$$I_{\max}(P) = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 \cdot I_2}$$

в точках, для которых $\Delta\varphi(P) = 0, \pm 2\pi, \pm 4\pi, \dots$.

В тех точках, для которых $\Delta\varphi(P) = \pm\pi, \pm 3\pi, \pm 5\pi, \dots$, интенсивность минимальна:

$$I_{\min}(P) = I_1 + I_2 - 2\sqrt{I_1 \cdot I_2}.$$

В случае, если $I_1 = I_2 = I_0$ (волны имеют равные амплитуды), то

$$I(P) = 4I_0 \cos^2 [\Delta\varphi(P)/2], \quad (7)$$

и интенсивность изменяется от максимального значения $I_{\max} = 4I_0$ до минимального значения $I_{\min} = 0$.

Световая волна характеризуется также волновым вектором \vec{k} , направление которого совпадает с направлением распространения волны в данной точке пространства (поэтому называется еще вектором распространения). Абсолютная величина волнового вектора \vec{k} равна $k = 2\pi/\lambda$ (число радиан фазы на единицу длины), где λ — длина волны света в вакууме. Для разности фаз в точке P можно записать:

$$\Delta\varphi(P) = -\frac{2\pi}{\lambda}(r_2 - r_1) = k(r_1 - r_2).$$

Знак « $-$ » указывает на запаздывание волн по фазе на пути от S_1 и S_2 до точки P .

Если свет распространяется в среде с показателем преломления n , то

$$\Delta\varphi(P) = \frac{2\pi}{\lambda_{\text{ср}}}(r_1 - r_2) = \frac{2\pi}{\lambda}n(r_1 - r_2), \quad (8)$$

где $\lambda_{\text{ср}}$ – длина волны света в данной среде. Величина $n(r_1 - r_2)$ называется оптической разностью хода в отличие от разности хода $(r_1 - r_2)$.

Линии одинаковой интенсивности соответствуют условию $r_1 - r_2 = \text{const}$ и являются гиперболами с фокусами в точках S_1 и S_2 . В трехмерном случае поверхностями одинаковой интенсивности (максимальной или минимальной) будут гиперboloиды вращения с осью $S_1 S_2$. В частности, на средней плоскости $(r_1 - r_2 = 0)$ интенсивность имеет максимум. Наблюдаемое распределение интенсивности называется интерференционной картиной.

В любой точке интерференционной картины число m , определяемое выражением

$$m(P) = \frac{\Delta\varphi(P)}{2\pi} = \frac{n(r_1 - r_2)}{\lambda}, \quad (9)$$

называется порядком интерференционной полосы в этой точке. Светлым полосам соответствуют целые порядки $m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$, а темным – полуцелые порядки $m = \pm 1/2, \pm 3/2, \pm 5/2, \dots$.

За меру четкости полос в точке P (качество интерференционной картины) принимается их видность (контраст), определяемая как

$$V = \frac{I_{\max} - I_{\min}}{I_{\max} + I_{\min}}, \quad (10)$$

где I_{\max} и I_{\min} – максимальная и минимальная интенсивности в непосредственной близости от P [1].

Структура интерференционных полос зависит от положения источников S_1 и S_2 относительно экрана. Например, если экран расположен перпендикулярно к линии $S_1 S_2$, то интерференционные полосы представляют собой концентрические окружности (сечения гиперboloидов вращения плоскостью, перпендикулярной к оси). Если экран расположен вдали от оси $S_1 S_2$, то интерференционные полосы на экране имеют вид гипербол, которые мало отличаются от прямых линий. Касательная к гиперболе в точке P является биссектрисой внутреннего угла α между векторами \vec{r}_1 и \vec{r}_2 (см. рис. 1). Простой расчет показывает, что расстояние d между интерференционными полосами в этом случае (экран расположен перпендикулярно биссектрисе угла) определяется формулой

$$d = \frac{\lambda}{2n \sin(\alpha/2)}. \quad (11)$$

Как следует из формулы (11), минимальное расстояние $d = (\lambda/2n)$ будет наблюдаться для угла $\alpha = \pi$, что соответствует точкам, лежащим на отрезке $S_1 S_2$ (интерференция встречных пучков). Формула (11) определяет необходимое пространственное разрешение приемника, используемого для регистрации интерференционной структуры.

Описанная интерференционная картина соответствует случаю, когда, как мы говорили, фазы волн в точках S_1 и S_2 одинаковые. Если это не так, то

$$\Delta\varphi(P) = (\varphi_{20} - \varphi_{10}) + \frac{2\pi}{\lambda} n(r_1 - r_2), \quad (12)$$

где φ_{10} и φ_{20} – начальные фазы волн, испускаемых источниками S_1 и S_2 . Интерференционная картина в целом не изменится, а произойдет только сдвиг поверхностей максимальной и минимальной интенсивности.

Мы рассмотрели интерференцию строго монохроматических волн, исходящих от двух точечных источников. В этом случае начальная разность фаз источников представляет постоянную величину. Разность фаз (12) в произвольных точках пространства не зависит от времени, поэтому наблюдается стабильная интерференционная картина. Такие волны, для которых разность фаз остается постоянной во времени, называются когерентными (согласованными).

Начальные фазы колебаний, испускаемых реальными источниками, хаотически изменяются со временем. Поэтому наблюдается «мелькание» интерференционных картин, каждая из которых соответствует своему значению начальной разности фаз. Для самых лучших источников света – лазеров характерное время «мелькания» не превышает нескольких микросекунд, поэтому, как правило, мы не можем регистрировать эти мгновенные интерференционные картины и измеряем среднюю по времени интенсивность, которая везде будет одинаковой. Действительно, если начальная разность фаз $\varphi_{20} - \varphi_{10}$ принимает все возможные значения между 0 и 2π , а каждое значение равновероятно, то среднее по времени значение

$\cos[(\varphi_{20} - \varphi_{10}) + (2\pi/\lambda)n(r_1 - r_2)]$ равно нулю, и имеет место простое сложение интенсивностей отдельных волн. Итак, любые независимые источники света, фаза колебаний которых претерпевает быстрые случайные изменения, не могут давать стабильной интерференционной картины. Такие источники света и испускаемые ими волны называются некогерентными (несогласованными). Более того, колебания, испускаемые разными точками одного обычного источника, также некогерентные.

4. Комплексная степень когерентности

Процесс излучения света отдельными атомами не может продолжаться бесконечно долго и обрывается спустя некоторое время после начала. В простейшем случае колебания, продолжающиеся в течение этого интервала времени, являются гармоническими. Более точное описание классической картины излучения света атомами требует учета затухания колебаний, изменения частоты света из-за хаотического теплового движения атомов (доплеровский эффект), столкновения атомов в процессе излучения. Все это приводит к тому, что поведение комплексной амплитуды во времени носит сложный характер. Поскольку длительность колебаний, испускаемых атомами, обычно много меньше времени наблюдения, то приемник регистрирует очень большое количество волн, имеющих случайные амплитуды, начальные фазы и частоты. Если ограничиться случаем квазимонохроматического света, т. е. $\Delta\omega/\omega_{\text{cp}} \ll 1$, где $\Delta\omega$ – ширина полосы частот, а ω_{cp} – средняя частота спектра излучения, то суммарное электрическое поле в некоторой точке в момент времени t можно представить в следующем виде [2]:

$$\vec{E}(t) = \vec{E}_{0k}(t) \exp(i\omega_{\text{cp}} t). \quad (13)$$

Здесь $\vec{E}_{0k}(t)$ отображает вариации комплексной амплитуды большого числа волн. Функцию $\vec{E}_{0k}(t)$ можно рассматривать как мгновенную комплексную амплитуду поля квазимонохроматической световой волны со средней частотой ω_{cp} . Она изменяется медленно по сравнению с периодом колебаний $2\pi/\omega_{\text{cp}}$.

Вернемся к опыту, схема которого представлена на рис. 1. Но теперь в точках S_1 и S_2 расположим источники, которые испускают световые волны в соответствии с выражением (13). Пусть $\vec{E}_1(t)$ и $\vec{E}_2(t)$ – комплексные напряженности электрического поля в точках S_1 и S_2 в момент времени t , когда волны покидают источники. Результирующее комплексное электрическое поле в точке P в некоторый другой момент времени t равно

$$E(P, t) = E_1(t - t_1) + E_2(t - t_2). \quad (14)$$

Здесь $t_1 = nr_1/c$ и $t_2 = nr_2/c$ – времена распространения света от S_1 и S_2 до точки P соответственно (c – скорость света в вакууме). Интенсивность в точке P с точностью до постоянного множителя в выражении (3) равна

$$I(P) = \langle E(P, t) \cdot E^*(P, t) \rangle. \quad (15)$$

Из формулы (15) следует, что

$$\begin{aligned} I(P) = & \langle E_1(t - t_1) \cdot E_1^*(t - t_1) \rangle + \langle E_2(t - t_2) \cdot E_2^*(t - t_2) \rangle + \\ & + \langle E_1(t - t_1) \cdot E_2^*(t - t_2) \rangle + \langle E_1^*(t - t_1) \cdot E_2(t - t_2) \rangle. \end{aligned}$$

Предполагая, что поле стационарно, в этих выражениях можно изменить начало отсчета времени. Тогда получим, например,

$$\langle E_1(t - t_1) \cdot E_1^*(t - t_1) \rangle = \langle E_1(t) \cdot E_1^*(t) \rangle = I_1(P) = I_1.$$

Вводя также $\Delta t = t_2 - t_1$, получаем:

$$\begin{aligned} I(P) = & I_1 + I_2 + \langle E_1(t + \Delta t) \cdot E_2^*(t) \rangle + \langle E_1^*(t + \Delta t) \cdot E_2(t) \rangle = \\ = & I_1 + I_2 + 2 \operatorname{Re} \left[\langle E_1(t + \Delta t) \cdot E_2^*(t) \rangle \right]. \end{aligned} \quad (16)$$

Функция $\tilde{A}_{12}(\Delta t) = \langle E_1(t + \Delta t) \cdot E_2^*(t) \rangle$ называется взаимной функцией когерентности (взаимной корреляционной функцией) световых колебаний в точках S_1 и S_2 [1]. Причем колебания в точке S_1 рассматриваются в момент времени, запаздывающий на величину Δt по сравнению с моментом времени колебаний в точке S_2 .

Нормированная величина

$$\gamma_{12}(\Delta t) = \frac{\tilde{A}_{12}(\Delta t)}{\sqrt{I_1 \cdot I_2}} = \frac{\langle E_1(t + \Delta t) \cdot E_2^*(t) \rangle}{\sqrt{I_1 \cdot I_2}} \quad (17)$$

называется комплексной степенью когерентности световых колебаний. Теперь выражение (16) можно записать в виде

$$I(P) = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 \cdot I_2} \operatorname{Re}[\gamma_{12}(\Delta t)]. \quad (18)$$

Комплексную степень когерентности можно выразить через амплитуду и фазу

$$\gamma_{12}(\Delta t) = |\gamma_{12}(\Delta t)| \exp[i\beta_{12}(\Delta t)].$$

Тогда выражение (18) принимает вид

$$I(P) = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 \cdot I_2} |\gamma_{12}(\Delta t)| \cos \beta_{12}(\Delta t). \quad (19)$$

Причем $|\gamma_{12}(\Delta t)| \leq 1$ [1]. Если $|\gamma_{12}(\Delta t)| = 1$, то интенсивность в точке P будет совпадать с интенсивностью, которая получилась бы со строго монохроматическим светом с длиной волны λ_{cp} и разностью фаз

$$\Delta\varphi_{12}(\Delta t) + \frac{2\pi}{\lambda_{\text{cp}}} n(r_1 - r_2) = \beta_{12}(\Delta t),$$

где $\Delta\varphi_{12}(\Delta t)$ – начальная разность фаз между колебаниями в точках S_1 и S_2 . В таком случае колебания в S_1 и S_2 когерентны. Если $|\gamma_{12}(\Delta t)| = 0$, то интерференционный член исчезает, и можно сказать, что колебания в S_1 и S_2 некогерентные. Если $0 < |\gamma_{12}(\Delta t)| < 1$, то колебания называют частично когерентными, а $|\gamma_{12}(\Delta t)|$ представляет степень их когерентности. Соотношение (19) выражает общий закон интерференции для частично когерентного квазимонохроматического света.

Определим максимальные и минимальные значения интенсивности I :

$$I_{\max} = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 \cdot I_2} |\gamma_{12}(\Delta t)|,$$

когда $\cos \beta_{12}(\Delta t) = 1$, и

$$I_{\min} = I_1 + I_2 - 2\sqrt{I_1 \cdot I_2} |\gamma_{12}(\Delta t)|,$$

когда $\cos \beta_{12}(\Delta t) = -1$.

Подставляя эти величины в выражение для видности (10), получаем

$$V = \frac{4\sqrt{I_1 \cdot I_2} |\gamma_{12}(\Delta t)|}{2(I_1 + I_2)}.$$

Если интерферирующие волны имеют равные интенсивности $I_1 = I_2$, то $V = |\gamma_{12}(\Delta t)|$, т. е. видность полос равна степени когерентности и достигает максимального значения, равного 1, при $|\gamma_{12}(\Delta t)| = 1$.

На рис. 2 показано распределение интенсивности в окрестности точки P для трех типичных случаев когерентности. Влияние частичной когерентности проявляется в том, что глубина модуляции интенсивности в интерференционной картине уменьшается (коэффициент при члене с косинусом становится меньше), вследствие чего минимальное значение интенсивности уже не равно нулю.

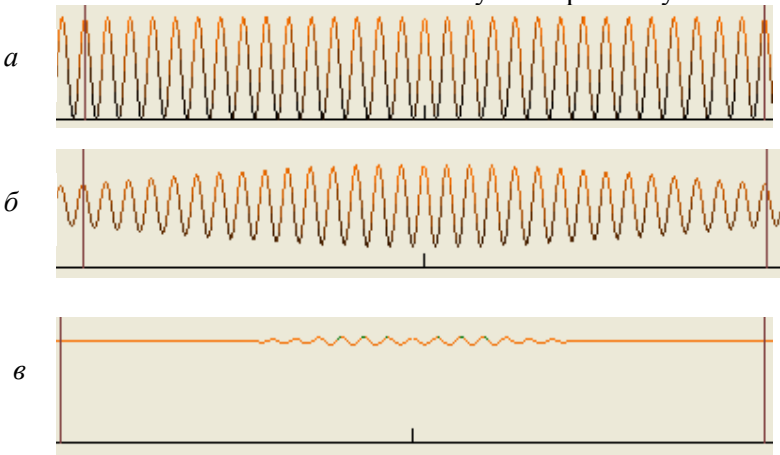


Рис. 2. Распределение интенсивности в интерференционной картине при суперпозиции двух квазимонохроматических пучков равной интенсивности $I_1 = I_2 = I_0$: а – $|\gamma| = 1$; б – $0 < |\gamma| < 1$; в – $\gamma \approx 0$

Величина $\gamma_{12}(\Delta t)$ включает в себе как предельные случаи временную и пространственную когерентность. Причем $\gamma_{11}(\Delta t)$ представляет собой комплексную степень временной когерентности, а $\gamma_{12}(0)$ – комплексную степень пространственной (поперечной) когерентности.

5. Временная когерентность

Предположим, что атомы точечных источников света S_1 и S_2 (см. рис. 1) излучают синфазно волновые цуги одинаковой длительности τ , и в течение этого времени комплексная напряженность электрического поля $\vec{E}(t)$ описывается гармонической функцией с частотой ω_0 , т. е.

$$\vec{E}(t) = \begin{cases} \vec{E}_0 e^{i\omega_0 t} & \text{для } 0 < t < \tau, \\ 0 & \text{вне этого интервала.} \end{cases}$$

Фурье-образ поля световой волны $\vec{E}(t)$ равен

$$\begin{aligned} \vec{E}(\omega) &= \int_{-\infty}^{+\infty} \vec{E}(t) \exp(-i\omega t) dt = \vec{E}_0 \int_0^{\tau} \exp[i(\omega_0 - \omega)t] dt = \\ &= \vec{E}_0 \tau \exp\left[\frac{i(\omega_0 - \omega)\tau}{2}\right] \cdot \frac{\sin\left[(\omega_0 - \omega)\frac{\tau}{2}\right]}{(\omega_0 - \omega)\frac{\tau}{2}}. \end{aligned}$$

Спектр интенсивности света пропорционален квадрату фурье-образа функции $\vec{E}(t)$:

$$I(\omega) = |\vec{E}(\omega)|^2 = I_0 \left[\frac{\sin\left[(\omega_0 - \omega)\frac{\tau}{2}\right]}{(\omega_0 - \omega)\frac{\tau}{2}} \right]^2, \quad (20)$$

где $I_0 = (E_0 \tau)^2$. График этого распределения приведен на рис. 3. Первые нули функции (20) (аргумент синуса равен $\pm\pi$) соответствуют $\omega_0 - \omega = \pm 2\pi/\tau$. Полуширину центрального максимума этой функции примем за ширину полосы частот $\Delta\omega$. Это соответствует интервалу между двумя точками, для которых $I(\omega) = 0,4I_0$. Тогда

$$\Delta\omega\tau = 2\pi \text{ или } \Delta\nu\tau = 1. \quad (21)$$

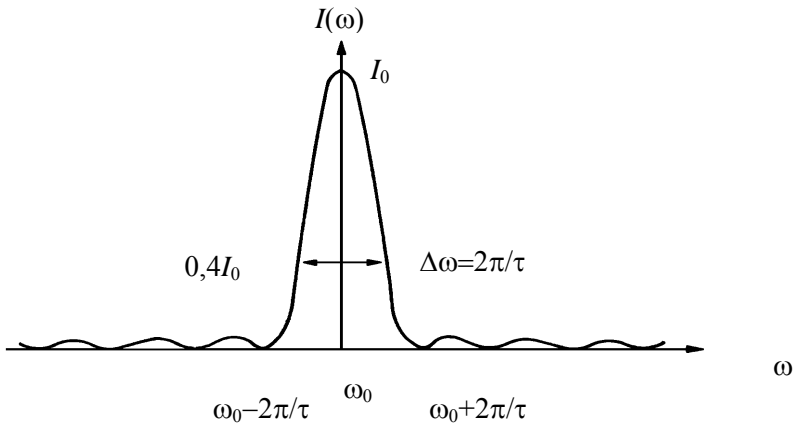


Рис. 3. Спектральное распределение импульса излучения конечной длительности τ

Интервал времени τ , в течение которого источник излучает непрерывный пучок, называется временем когерентности. В течение этого времени амплитуда и начальная фаза волны сохраняются постоянными. Из выражения (21) видно, что временная когерентность излучения полностью определяется его спектральным составом. За время τ волна распространяется на расстояние

$$l_{\text{ког}} = \frac{c}{n} \tau = \frac{c}{n} \frac{2\pi}{\Delta\omega} = \frac{\lambda_{\text{ср}}^2}{\Delta\lambda}, \quad (22)$$

которое называется длиной когерентности. Например, для длины волны $\lambda_{\text{ср}} = 5000 \text{ \AA}$ и $\Delta\lambda = 100 \text{ \AA}$ длина когерентности равна 25 мкм. Для лазерного излучения с шириной линии 10^{-2} \AA длина когерентности составляет 25 см, а время когерентности $\tau = 8 \cdot 10^{-10} \text{ с}$ (если свет распространяется в вакууме). Так как период колебаний $T_{\text{ср}} = \lambda_{\text{ср}}/c = 1,7 \cdot 10^{-15} \text{ с}$, то в одном пучке укладывается $\tau/T_{\text{ср}} \sim 5 \cdot 10^5$ периодов.

Атомные осцилляторы обычных источников излучают волновые цуги случайной длины с различными частотами. При этом амплитуда и фаза претерпевают нерегулярные флуктуации, частота которых зависит от ширины спектра $\Delta\omega$. В этом случае величину τ можно рассматривать как среднюю длительность волновых цугов, в течение которой амплитуда и фаза (в данной точке) остаются более или менее постоянными. Иначе говоря, в течение времени τ колебание как бы "помнит" свою первоначальную фазу. Время τ и эффективная ширина спектра $\Delta\omega$ удовлетворяют соотношению (21). Каждая монохроматическая компонента Фурье, излучаемая точечными источниками S_1 и S_2 (см. рис. 1), дает свою интерференционную картину. Мы предполагаем, что источники на каждой из частот по-прежнему излучают с постоянной, равной нулю, разностью фаз. Очевидно, что эти интерференционные картины смещены друг относительно друга. Причем смещение тем сильнее, чем больше порядок m интерференционной полосы и длина волны λ . Интерференционная картина исчезнет, когда весь промежуток между соседними максимумами, образованными λ_{\min} , будет заполнен максимумами длин волн интервала $\Delta\lambda$. Другими словами, максимум порядка m для длины волны $\lambda_{\min} + \Delta\lambda$ совпадет с максимумом $(m+1)$ порядка для длины волны λ_{\min} . Для этого необходимо равенство соответствующих оптических разностей хода или выполнение условия

$$m(\lambda_{\min} + \Delta\lambda) = (m+1)\lambda_{\min}.$$

Отсюда

$$m = \frac{\lambda_{\min}}{\Delta\lambda} \approx \frac{\lambda_{\text{cp}}}{\Delta\lambda}. \quad (23)$$

Таким образом, наблюдение интерференционных полос высоких порядков m требует узких спектральных интервалов $\Delta\lambda$. Следует отметить, что разность длин волн $\Delta\lambda$, при которой наступает наложение полос соседних порядков интерференции, называется областью свободной дисперсии. Оказывается, что оптическая разность хода, при которой произойдет исчезновение интерференционной картины, равна длине когерентности. Действительно

$$n(r_1 - r_2) = m_{\max} \lambda_{\text{cp}} = \frac{\lambda_{\text{cp}}^2}{\Delta\lambda}. \quad (24)$$

Этот результат имеет простое объяснение. Если оптическая разность хода больше длины цуга, то в точке P (см. рис. 1) накладываются различные цуги волн, которые не имеют никакой связи друг с другом. Комплексная степень временной когерентности обращается в нуль, поэтому интерференционная картина не будет наблюдаться. Если относительное запаздывание Δt лучей света в точке P равно нулю, то комплексная степень временной когерентности равна 1. Для получения сравнительно контрастной интерференционной картины необходимо, чтобы максимальная разность оптических путей не превышала длины когерентности.

6. Поперечная пространственная когерентность

Предположим, что точки S_1 и S_2 на рис. 1 являются источниками вторичных световых волн, образуемых в результате освещения их протяженным квазимонохроматическим источником S (рис. 4). Пусть a – линейный размер источника S . При $\Delta t \rightarrow 0$ (относительное временное запаздывание лучей света, идущих от источников S_1 и S_2 до точки наблюдения) видность интерференционной картины является мерой поперечной пространственной когерентности (взаимной когерентности в точках S_1 и S_2).

В случае обычного (нелазерного) протяженного источника S его можно рассматривать как совокупность независимых (несогласованных) осцилляторов, каждый из которых создает свою интерференционную картину в пространстве. Эти картины будут сдвинуты одна относительно другой.

Значение интенсивности, наблюдаемое в точке P (см. рис. 1), зависит от соотношения между фазами света, приходящего в точки S_1 и S_2 от данного осциллятора. Фазовые соотношения зависят от расположения осциллятора внутри источника и от угла, под которым видны из источника точки S_1 и S_2 . Может оказаться, что максимумы интерференционных картин, образованных одними осцилляторами, совпадут с минимумами интерференционных картин, образованных другими осцилляторами. Тогда результирующая интенсивность однородна и видность равна нулю. Влияние размеров источника на видность интерференционной картины оценим из схемы, приведенной на рис. 4.

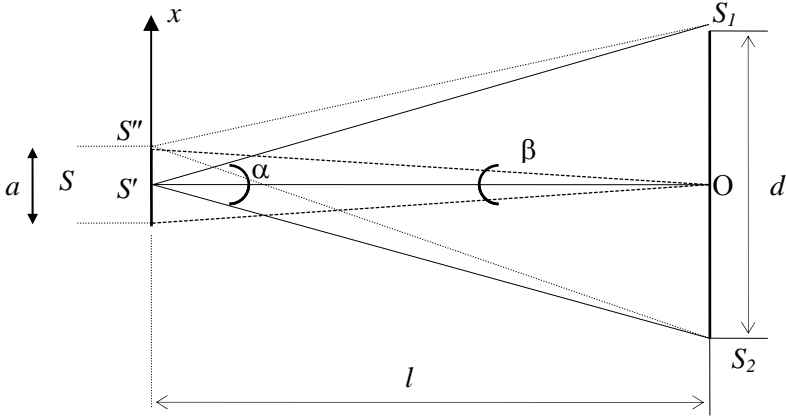


Рис. 4. Поперечная пространственная когерентность в точках S_1 и S_2 при использовании протяженного источника S

Очевидно, что колебания от осциллятора S' , расположенного на оптической оси, приходят в точки S_1 и S_2 в одной фазе. В этом случае степень когерентности в точках S_1 и S_2 равна 1. Излучение от осциллятора S'' , расположенного на краю источника, приходит в точки S_1 и S_2 с некоторой разностью фаз, так как эти точки находятся от S'' на разных расстояниях. Если оптическая разность хода $S''S_2 - S''S_1$ равна $\lambda/2$ (сдвиг интерференционной картины на половину расстояния между поверхностями равной интенсивности), то интерференционная картина исчезнет. В этом случае степень когерентности в точках S_1 и S_2 равна 0. Условие достаточно резкой интерференционной картины запишем в виде

$$S''S_2 - S''S_1 \leq \lambda/2. \quad (25)$$

Из рис. 4 находим:

$$(S''S_2)^2 - (S''S_1)^2 = (S''S_2 - S''S_1)(S''S_2 + S''S_1) = ad.$$

При условии, что

$$a \ll l \text{ и } d \ll l, \text{ то } S''S_2 + S''S_1 \approx 2l,$$

и выражение (25) можно представить в виде

$$\frac{ad}{2l} \leq \frac{\lambda}{2} \text{ или } a \cdot \alpha \leq \lambda. \quad (26)$$

Последнее условие определяет угол, внутри которого источник излучает когерентно $\alpha \leq \lambda/a$. Длина поперечной пространственной когерентности $d_{\text{ког}}$ (размер области волнового фронта, в котором волна когерентна) равна

$$d_{\text{ког}} \leq \lambda l/a \text{ или } d_{\text{ког}} \leq \lambda/\beta, \quad (27)$$

где $\beta = a/l$ – угловой размер источника. Знак равенства в (27) соответствует исчезновению интерференционной картины. Например, для длины волны $\lambda = 5000 \text{ \AA}$ (видимая область спектра), $a = 1 \text{ мкм}$, $l = 30 \text{ см}$ угловая область когерентности источника $\alpha \leq 29^\circ$, а длина поперечной пространственной когерентности $d \leq 15 \text{ см}$. При $a = 10 \text{ мкм}$ (реальный размер протяженного источника) $\alpha \leq 3^\circ$, а $d \leq 1,5 \text{ см}$.

Таким образом, способность света создавать неподвижную и контрастную интерференционную картину в пространстве определяется временной и пространственной когерентностью. Временная когерентность связана с монохроматичностью света и определяет наибольшую допустимую разность хода между интерферирующими волнами. Пространственная когерентность связана с протяженностью реальных источников света и определяет допустимый угловой размер источника (обратно пропорциональна углу β).

Сформулируем условия наблюдения интерференции волн:

- 1) равенство частот;
- 2) параллельность векторов напряженности электрического поля;
- 3) когерентность.

7. Получение когерентных волн

В случае обычных источников света излучение различных независимых атомов непригодно для получения интерферирующих волн. Однако если две волны происходят от одного атомного осциллятора, то они согласованы (когерентны) и могут быть использованы для получения интерференции. Для этого волну, излучаемую одним атомом, необходимо разделить на две волны и затем свести их после того, как они пройдут различные пути. При этом, несмотря на то, что начальные фазы исходных волн меняются во времени хаотически, разность фаз в точках наблюдения остается

постоянной, что и обеспечивает стабильность интерференционной картины. Выполняются и другие условия интерференции волн. Существуют два метода получения интерферирующих волн из одной исходной волны [1]. Первый метод основан на делении волнового фронта (опыт Юнга, бипризма Френеля, зеркало Ллойда и др.) и пригоден при достаточно малых угловых размерах источника. Второй метод основан на делении амплитуды волны (кольца Ньютона, интерферометры Майкельсона, Маха – Цендера, Жамена и др.), может применяться с протяженным источником и обеспечивает большую интенсивность, чем первый метод. Ниже будут рассмотрены некоторые экспериментальные методы наблюдения интерференции света.

Лабораторная работа 2.1. Определение длины волны света с помощью опыта Юнга и бипризмы Френеля

Цель работы: изучение простых способов получения когерентных источников; наблюдение интерференции света; измерение длины волны квазимонохроматического света с помощью опыта Юнга и бипризмы Френеля; исследование влияния ширины источника на «видность» (четкость) интерференционных полос.

1. Схема опытов

В числе первых интерференцию света наблюдал Юнг. Схема опыта Юнга приведена на рис. 5 [1].

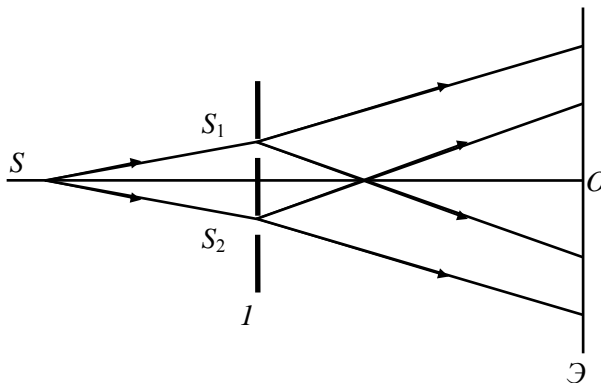


Рис. 5. Интерференционный опыт Юнга: S – точечный источник; I – экран; S_1 и S_2 – отверстия в экране; \mathcal{E} – плоскость наблюдения

Свет от точечного квазимонохроматического источника S падает на два небольших отверстия S_1 и S_2 в экране, расположенные рядом и находящиеся на равных расстояниях от источника S . Отверстия S_1 и S_2 в соответствии с принципом Гюйгенса могут рассматриваться как вторичные точечные и синфазные источники волн. Они порождаются одной и той же первичной волной и поэтому взаимно когерентны. Световые пучки от источников S_1 и S_2 перекрываются позади экрана. В области перекрытия световых пучков наблюдается интерференция.

В качестве второго устройства, позволяющего получать когерентные источники, рассмотрим бипризму Френеля (рис. 6) [1]. Бипризма Френеля 1 образуется двумя одинаковыми призмами с небольшим преломляющим углом ($\sim 10'$ или $1/6$ градуса), которые сложены основаниями и имеют параллельные преломляющие ребра.

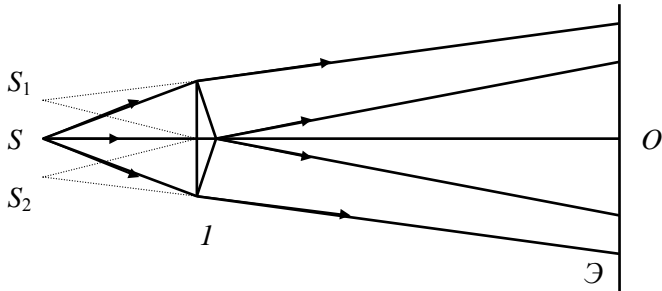


Рис. 6. Схема образования налагающихся когерентных волн с помощью бипризмы Френеля: S – точечный источник света; S_1 и S_2 – мнимые изображения источника S ; I – бипризма Френеля; \mathcal{E} – плоскость наблюдения

Пучок лучей от точечного источника S в результате преломления на бипризме делится на два пучка. Вследствие малости преломляющего угла и угловой апертуры пучков (угла расхождения) можно пренебречь абберациями (искажениями) и считать, что призмы образуют два мнимых точечных изображения S_1 и S_2 источника S . В области перекрытия световых пучков, исходящих от когерентных источников S_1 и S_2 , наблюдается интерференция.

В описанных выше устройствах с первичным точечным монохроматическим источником интерференционные полосы наблюдаются в любой плоскости, расположенной в области перекрытия пучков, расходящихся от источников S_1 и S_2 . Про такие полосы говорят, что они не локализованы.

Интерференционные полосы в плоскости наблюдения \mathcal{E} на рис. 5 и рис. 6 представляют собой гиперболы. Однако вблизи точки O они близки к прямым эквидистантным линиям, направленным под прямым углом к линии $S_1 S_2$.

Как следует из рис. 5, рис. 6, в схеме опыта Юнга и с бипризмой Френеля два интерферирующих пучка получаются методом деле-

ния волнового фронта одного светового источника. Обычно для увеличения интенсивности интерференционной картины в качестве первичного источника S применяется ярко освещенная узкая щель, параллельная плоскости симметрии системы (ребру бипризмы Френеля). Отверстия в опыте Юнга заменяются узкими щелями, параллельными щели источника. Можно считать, что щелевые источники состоят из большого числа точечных взаимно-некогерентных элементов (идеализированный случай). Поэтому если S (S_1 и S_2) смещать перпендикулярно к плоскости рис. 5 и рис. 6, то интерференционные полосы будут смещаться вдоль своих направлений (параллельно щелям). Таким образом, использование линейных источников, расположенных указанным выше образом, не приводит к ухудшению четкости интерференционных полос (если их кривизна незначительна).

2. Методика измерений

На рис. 7 изображена эквивалентная интерференционная схема, являющаяся общей для устройств описанного выше типа. Если S_1 и S_2 – источники в виде щели, то они расположены перпендикулярно к плоскости рисунка. Рассмотрим интерференционную картину в плоскости, нормальной к перпендикуляру, восстановленному из середины отрезка $S_1 S_2$ (лучи, лежащие в плоскости рис. 7).

Пусть d – расстояние между источниками, а L – расстояние между отрезком $S_1 S_2$ и плоскостью наблюдения. Для точки P (x_p), лежащей в плоскости наблюдения, имеем

$$r_1 = \sqrt{L^2 + \left(x_p - \frac{d}{2}\right)^2} \approx L \left(1 + \frac{1}{2} \frac{\left(x_p - \frac{d}{2}\right)^2}{L^2}\right),$$

$$r_2 = \sqrt{L^2 + \left(x_p + \frac{d}{2}\right)^2} \approx L \left(1 + \frac{1}{2} \frac{\left(x_p + \frac{d}{2}\right)^2}{L^2}\right),$$

поскольку практически всегда $d \ll L$, а координаты точек, лежащих в плоскости наблюдения, $x_p \ll L$.

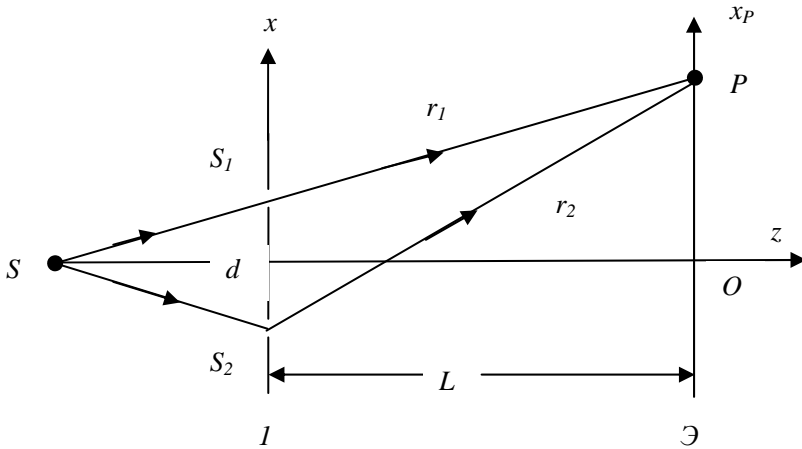


Рис. 7. К расчету интерференционной картины: S_1 и S_2 – излучающие источники (точечные или щелевые, действительные или мнимые); \mathcal{E} – экран

Разность геометрических путей света от S_1 и S_2 до точки P равна

$$\Delta r = r_2 - r_1 \approx \frac{x_p d}{L}.$$

Если n – показатель преломления среды (она однородна), в которой происходит опыт, то оптическая разность хода равна

$$n(r_2 - r_1) \approx \frac{nx_p d}{L},$$

а соответствующая разность фаз –

$$\Delta\varphi(x_p) \approx \frac{2\pi}{\lambda} \frac{nx_p d}{L}, \quad (28)$$

где λ – длина волны света в вакууме.

Изменение интенсивности в соответствии с законом интерференции для когерентных источников (7) можно рассчитать по формуле (в приближении плоских волн)

$$I(x_p) = 4I_0 \cos^2 \left(\frac{\pi}{\lambda} \frac{ndx_p}{L} \right). \quad (29)$$

Заметим, что это распределение не учитывает дифракцию на щелях S_1, S_2 (отверстиях), имеющих конечную ширину.

Из выражения (29) следует, что интерференционная картина состоит из светлых и темных полос, направленных под прямым углом к линии S_1S_2 , соединяющей оба источника (параллельных щелям). Максимумы (минимумы) интенсивности будут при значениях

$x_m = \frac{mL\lambda}{nd}$, где m – порядок интерференционной полосы. Отметим, что светлым полосам соответствуют целые порядки $m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$, а темным – полуцелые порядки $m = \pm 1/2, \pm 3/2, \pm 5/2, \dots$. Расстояние между интерференционными полосами порядков m и m' в воздухе ($n \approx 1$) равно

$$\Delta x_{mm'} = (m - m') \frac{L\lambda}{d}. \quad (30)$$

Видно, что ширина полосы между соседними порядками m и m' , равная $\lambda L/d$ ($m - m' = 1$), тем больше, чем меньше расстояние d между источниками при заданных L и λ . Если $d = 1$ мм, $\lambda = 5 \cdot 10^{-5}$ см, $L = 50$ см, то ширина полосы составляет 0,25 мм.

Из формулы (30) получается выражение для определения длины волны света

$$\lambda = \frac{\Delta x_{mm'} d}{(m - m') L}. \quad (31)$$

Для этого необходимо знать d , L и измерить расстояние между соответствующими интерференционными полосами $\Delta x_{mm'}$.

3. Влияние ширины щелей в опыте Юнга на вид интерференционной картины

Дифракция света на щелях S_1, S_2 , имеющих конечную ширину, приводит к изменению распределения интенсивности в интерференционной картине.

Положим, что центр щели, например S_1 шириной D (щель ориентирована перпендикулярно к плоскости рис. 7) расположен в начале координат (оси x, z). Тогда в приближении дифракции Фраунгофера для амплитуды поля в точке P плоскости наблюдения полу-

чим (более подробно о дифракции света смотрите, например, [3, 4]):

$$E(x_p) = \sqrt{\frac{k}{2\pi i L}} E_0 \exp[i(kz - \omega t)] \exp\left(\frac{ikx_p^2}{2L}\right) \int_{-D/2}^{D/2} \exp\left(-\frac{ikxx_p}{L}\right) dx. \quad (32)$$

Производя интегрирование, найдем

$$E(x_p) = \sqrt{\frac{k}{2\pi i L}} E_0 D \exp[i(kz - \omega t)] \exp\left(\frac{ikx_p^2}{2L}\right) \frac{\sin \alpha}{\alpha}, \quad (33)$$

где $\alpha = kDx_p/2L \approx kD\theta/2$ ($\theta \approx x_p/L$ – угол дифракции). Для интенсивности света в точке P получим

$$I(x_p) = I_0 \left(\frac{\sin \alpha}{\alpha}\right)^2, \quad (34)$$

где $I_0 = E_0^2 k D^2 / 2\pi L$. Анализ выражения (34) показывает, что интенсивность максимальна и равна I_0 в центре дифракционной картины, поскольку $\sin \alpha / \alpha \rightarrow 1$ при $\alpha \rightarrow 0$ ($x_p = 0$ или $\theta = 0$). Когда $\sin \alpha = 0$, т. е. когда величина $\alpha = n\pi$, где $n = \pm 1, \pm 2, \pm 3$, интенсивность $I(P)$ обращается в нуль. Отсюда находим, что условие дифракционных минимумов имеет вид

$$\frac{Dx_p}{L} = n\lambda \quad \text{или} \quad D\theta = n\lambda. \quad (35)$$

Между минимумами расположены побочные максимумы, соответствующие максимуму множителя $(\sin \alpha / \alpha)^2$. Интенсивность побочных максимумов быстро уменьшается по мере удаления от центра дифракционной картины. Этим объясняется, почему обычно наблюдаются только несколько первых побочных максимумов.

С точки зрения применения преобразования Фурье при анализе дифракции света на щели амплитуда дифрагировавшей волны (32) или (33) в пространстве волновых чисел k_x ($k_x = k\theta \approx kx_p/L$) представляет собой Фурье-образ прямоугольного импульса амплитудой E_0 и шириной D в x -пространстве.

Ширина главного максимума определяется условием $D\theta = \pm\lambda$. Поэтому при уменьшении ширины щели D (длина волны λ постоянна) будет возрастать его ширина и расстояние между побочными максимумами. Таким образом, чем уже щель, тем шире дифракционное распределение. Иными словами, чем уже импульс в x -

пространстве (чем уже световой пучок), тем шире область в пространстве волновых чисел k_x , необходимая для его описания.

Проведенное выше рассмотрение легко обобщить на случай двух одинаковых щелей шириной D с интервалом d между ними (расположение осей координат x, z соответствует рис. 7). Амплитуда поля в точке P плоскости наблюдения от первой (верхней) щели $E_1(x_p)$ с точностью до несущественного фазового множителя $\left(\exp\left[-(ikx_p d)/2L\right]\right)$ описывается выражением (33). Тогда для амплитуды поля в этой же точке от второй (нижней) щели можно записать

$$E_2(x_p) = \sqrt{\frac{k}{2\pi iL}} E_0 D \exp[i(kz - \omega t)] \exp\left(\frac{ikx_p^2}{2L}\right) \frac{\sin \alpha}{\alpha} \exp(-ikdx_p/L). \quad (36)$$

Последний экспоненциальный множитель в выражении (36) обусловлен изменением фазы второй волны в точке наблюдения P по сравнению с фазой первой волны. При суммировании этих параллельных волн (в дальней зоне) амплитуда поля в точке P равна

$$E(x_p) = E_1(x_p) + E_2(x_p) = \sqrt{\frac{k}{2\pi iL}} E_0 D \exp[i(kz - \omega t)] \exp\left(\frac{ikx_p^2}{2L}\right) \times \quad (37)$$

$$\times \frac{\sin \alpha}{\alpha} \exp\left(-\frac{ikdx_p}{2L}\right) 2 \cos\left(\frac{kdx_p}{2L}\right).$$

Интенсивность в точке P плоскости наблюдения дается формулой $(I(x_p) \sim |E(x_p)|^2)$:

$$I(x_p) = 4I_0 \left(\frac{\sin \alpha}{\alpha}\right)^2 \cos^2\left(\frac{\pi}{\lambda} \frac{dx_p}{L}\right). \quad (38)$$

Здесь учтено, что $k = 2\pi/\lambda$ и $I_0 = E_0^2 k D^2 / 2\pi L$. Выражение (38) представляет собой произведение двух функций, первая из которых соответствует дифракционному распределению от одной (каждой) щели, а вторая – обусловлена интерференцией волн от двух щелей. Из сравнения выражения (38) с формулой (29) (показатель преломления среды $n = 1$) следует, что конечная ширина щелей S_1, S_2 не влияет на расположение светлых и темных полос. Дифракционное распределение, имеющее огибающую $(\sin \alpha / \alpha)^2$, изменяет только интенсивность интерференционной картины.

В качестве примера на рис. 8 приведены картины интерференции и распределения интенсивности при различной ширине щелей

S_1, S_2 . Они соответствуют длине волны света $\lambda = 6328 \text{ \AA}$, расстоянию между щелями $d = 300 \text{ мкм}$ и расстоянию от щелей до плоскости наблюдения $L = 700 \text{ мм}$.

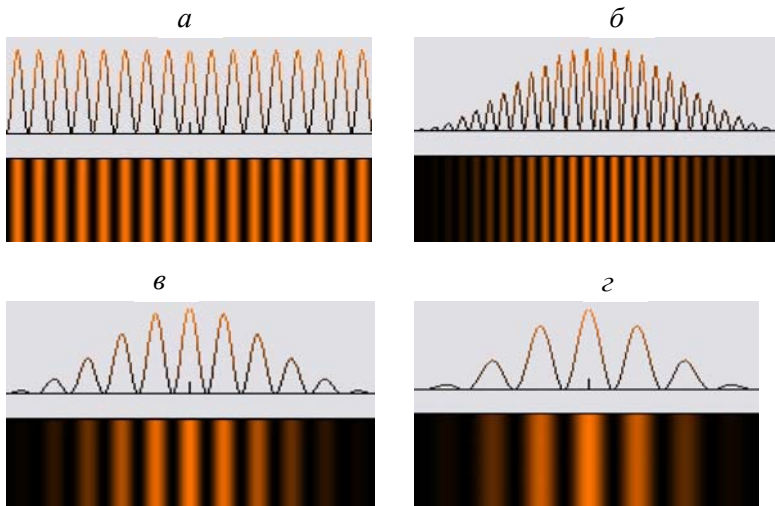


Рис. 8. Картины интерференции (внизу) и соответствующие распределения интенсивности света (вверху): *а* – приближение нулевой ширины щелей, *б* – ширина щелей $D = 20 \text{ мкм}$, *в* – $D = 50 \text{ мкм}$, *г* – $D = 80 \text{ мкм}$

Следует отметить, что коэффициент 4 в распределении интенсивности (38) обусловлен величиной N^2 (квадрат числа щелей), что связано с когерентностью волн от каждой из щелей.

4. Экспериментальная установка

Оптическая схема экспериментальной установки представлена на рис. 9. В работе используется лабораторный источник света (ЛИС) 1.

Щель 2 служит для уменьшения поперечного размера источника света в горизонтальном направлении. Двойная щель 3 и бипризма Френеля 4 размещаются в специальной оправе. Оправа может смещаться в горизонтальном направлении, нормальном оптической оси установки. При этом поочередно в расходящийся световой пу-

чок вводится либо двойная щель, либо бипризма Френеля. Оправа может поворачиваться вокруг оптической оси для расположения двойной щели или бипризмы параллельно щели 2. Пучок лучей от щелевого источника 2 в результате прохождения через двойную щель 3 или бипризму Френеля 4 делится на два пучка, которые интерферируют в области перекрытия.

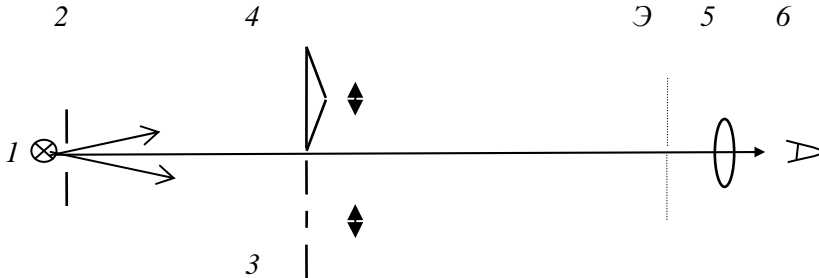


Рис. 9. Оптическая схема экспериментальной установки: 1 – лабораторный источник света; 2 – узкая щель с плавно регулируемой шириной; 3 – двойная щель (опыт Юнга); 4 – бипризма Френеля; 5 – окуляр-микрометр МОВ-1.15^х; 6 – наблюдатель; Э – плоскость наблюдения интерференционной картины

Принципиальная электрическая схема лабораторного источника света и его внешний вид показаны на рис. 10.

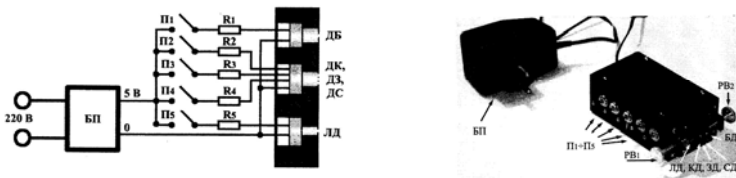


Рис. 10. Принципиальная электрическая схема и внешний вид лабораторного источника света

Источник света включает в себя пять излучателей: 4 светодиода – белый (ДБ), красный (ДК), зеленый (ДЗ), синий (ДС) и полупро-

водниковый лазер с длиной волны излучения $\lambda = 0,655$ мкм (ЛД). На ЛИС подается напряжение 5 вольт от блока питания (БП). Выбор необходимого излучателя осуществляется включением соответствующего тумблера П₁–П₅ на корпусе прибора. Регулировка положения выбранного излучателя относительно оптической оси установки производится с помощью специальных винтов РВ₁ и РВ₂.

Интерференционная картина в плоскости Э рассматривается с помощью окуляр-микрометра 5 типа МОВ–1·15^х, использующегося для измерения расстояния между интерференционными полосами. Плоскость наблюдения совпадает с плоскостью отсчетной шкалы окуляр-микрометра (см. метку на его корпусе). Внешний вид экспериментальной установки приведен на рис. 11.

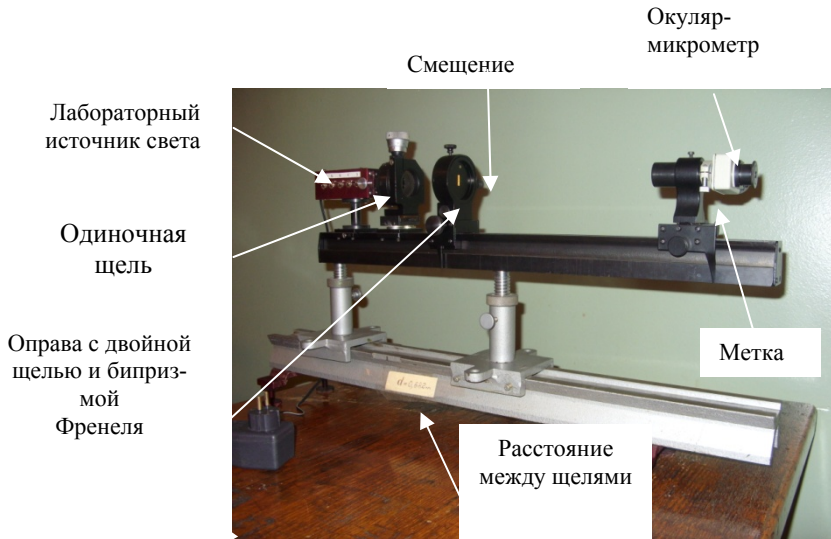


Рис. 11. Внешний вид экспериментальной установки

Все оптические элементы установки расположены на подставках, которые могут передвигаться вдоль оптической скамьи.

5. Порядок выполнения работы

Работа включает в себя проведение двух опытов: по методу Юнга и с бипризмой Френеля.

5.1. Определение длины волны света с помощью опыта Юнга (интерференция от двух щелевых источников)

Установите лабораторный источник света на оптической скамье (оптическом рельсе) и включите его блок питания (см. рис. 10). Включите полупроводниковый лазер и выставьте его с помощью регулировочных винтов так, чтобы его пучок распространялся строго вдоль оптической оси (в горизонтальной плоскости и вдоль скамьи). На расстоянии примерно 1 см за источником света поместите одиночную щель 2 (см. рис. 9) и установите ее ширину 0,1–0,2 мм. Введите в световой пучок двойную щель 3 и установите ее на расстоянии 6–8 см от щели 2. Располагая перед двойной щелью экран из белой бумаги (для контроля), добейтесь попадания пучка света на двойную щель. Установите в конце оптической скамьи окуляр-микрометр МОБ–1.15^х. Все элементы должны находиться на оптической оси установки.

Уменьшите ширину одиночной щели 2. Изменяя положение двойной щели (вдоль оптической оси) и устанавливая двойную щель параллельно щели 2 (слегка поворачивая оправу вокруг оптической оси), добейтесь появления ярких и широких интерференционных полос. Интерференционная картина рассматривается через окуляр 5. Меняя ширину одиночной щели 2, добейтесь наблюдения четких и достаточно ярких интерференционных полос.

Настройтесь на резкое изображение отсчетной шкалы (перекрестия) окуляр-микрометра. В поле зрения окулярного микрометра видны две пересекающиеся линии. Резкость перекрестия достигается вращением держателя линзы окулярного микрометра. С помощью окуляр-микрометра измерьте расстояние между светлыми (темными) интерференционными полосами. Для этого вращайте барабан окулярного микрометра и, перемещая перекрестие, определите, сколько делений микрометра укладывается между соответствующими интерференционными полосами. Цена наименьшего

деления окулярного микрометра 0,001 мм. Измерения проведите между различными комбинациями полос. С помощью линейки измерьте расстояние между двойной щелью и плоскостью наблюдения интерференционной картины (соответствует метке на корпусе окуляр-микрометра 5).

Пользуясь формулой (31), вычислите длину волны излучения полупроводникового лазера. Определите среднее значение, оцените погрешность измерений. Для проверки надежности измерений полученное значение сравните с известной длиной волны лазера. Аналогичные измерения проведите для других квазимонохроматических источников света (красный, синий и зеленый светодиоды). Определите средние значения длин волн, оцените погрешности измерений.

Установите источник белого света. Обратите внимание на изменение вида интерференционной картины. Оцените среднюю длину волны в спектре излучения. Сравните со средним значением длины волны видимого света. Объясните различие в интерференционной картине по сравнению со случаем квазимонохроматического источника света.

Для одного из квазимонохроматических светодиодов исследуйте (качественно) влияние ширины одиночной щели 2 на видность (четкость) интерференционных полос. Плавно увеличивая ширину щели, добейтесь исчезновения интерференционной картины (видность равна нулю). Пользуясь соотношением (26), оцените максимальную ширину щели, при которой видность уменьшается до нуля. Сравните с экспериментальным значением, определенным по лимбу микрометрического винта щели 2. Объясните исчезновение интерференционной картины в случае увеличения ее ширины.

5.2. *Определение длины волны света с помощью бипризмы Френеля*

Длину волны света можно также определить с помощью формулы (4), если под d понимать расстояние между мнимыми источниками S_1 и S_2 (см. рис. 6). Однако методически выполнение задания упростится, если длину волны лазера считать заданной ($\lambda_{\text{лаз}} = 0,655$ мкм). Как видно из выражения (30), ширина полосы (расстояние между соседними, например, светлыми интерференцион-

ными полосами) прямо пропорционально длине волны света (при сохранении геометрии опыта).

Включите полупроводниковый лазер и выставьте его с помощью регулировочных винтов так, чтобы его пучок распространялся строго вдоль оптической оси (в горизонтальной плоскости и вдоль скамьи). Введите в световой пучок бипризму Френеля 4 (см. рис. 9) и установите ее на расстоянии 6–8 см от одиночной щели с плавно регулируемой шириной 2. На расстоянии 50 см от щели 2 после бипризмы установите окуляр-микрометр 5. Бипризма Френеля и окуляр-микрометр должны располагаться на оптической оси установки.

Перемещая бипризму немного вправо или влево и устанавливая ее ребра параллельно щели 2 (слегка поворачивая бипризму вокруг оптической оси), добейтесь появления ярких интерференционных полос. Перемещая бипризму Френеля и окуляр-микрометр вдоль оптической оси и меняя ширину щели 2, добейтесь наблюдения четких, достаточно ярких и широких интерференционных полос. Зафиксируйте положение бипризмы и окуляр-микрометра на оптической оси (*при дальнейших измерениях их положение не меняется*). Измерьте расстояние между светлыми (темными) интерференционными полосами с помощью окуляр-микрометра. Используйте различные комбинации полос. Найдите среднее значение ширины полосы $\Delta x(\lambda_{\text{лаз}})$ для лазерного источника света.

Поочередно устанавливая различные светодиодные источники света при сохранении геометрии опыта, найдите средние значения ширины интерференционных полос для каждого из них. Длину волны излучения светодиодов λ можно найти из соотношения для относительных величин

$$\frac{\lambda_{\text{лаз}}}{\lambda} = \frac{\Delta x(\lambda_{\text{лаз}})}{\Delta x(\lambda)} \quad \text{и} \quad \lambda = \frac{\lambda_{\text{лаз}} \Delta x(\lambda)}{\Delta x(\lambda_{\text{лаз}})}, \quad (39)$$

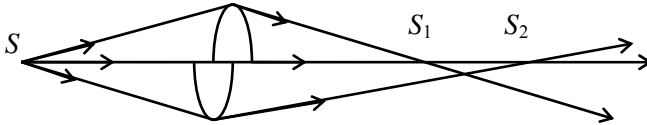
где $\Delta x(\lambda)$ – среднее значение ширины полосы для соответствующего светодиодного излучателя.

С помощью формулы (39) вычислите средние значения длин волн для различных светодиодных источников, оцените погрешности измерений.

Обратите внимание на изменение интерференционной картины в случае источника белого света. Исследуйте также влияние ширины щели 2 на видность интерференционных полос.

Контрольные вопросы

1. Как влияет дифракция света на щелях S_1 , S_2 в условиях реального эксперимента (см. рис. 5) на интенсивность интерференционной картины?
2. Почему при увеличении ширины (протяженности) первичного источника света S интерференционные полосы становятся менее четкими?
3. Какой вид имеют интерференционные полосы в плоскостях,



нормальных к S_1S_2 , в опыте Меслина (половинки разрезанной линзы смещены вдоль оси)?

Приложение для физиков

Влияние ширины спектра источника света на видность интерференционной картины

Более строгий теоретический анализ влияния ширины спектра первичного источника требует учета спектрального распределения интенсивности в интерферирующих пучках. Предположим, что излучение точечного источника S (см. рис. 7) имеет непрерывный спектр в интервале длин волн от λ_1 до λ_2 . В соответствии с выражением (29) вклад в интенсивность излучения от каждой монохроматической компоненты в интервале $d\lambda$ равен

$$dI(x_p, \lambda) = 2I_\lambda \left[1 + \cos\left(\frac{2\pi}{\lambda} \frac{ndx_p}{L}\right) \right] d\lambda, \quad (40)$$

где I_λ – спектральное распределение интенсивности в каждом пучке. Так как отдельные спектральные компоненты некогерентны, то полная интенсивность в точке наблюдения равна

$$I(x_p) = 2 \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} I_\lambda \left[1 + \cos\left(\frac{2\pi}{\lambda} \frac{ndx_p}{L}\right) \right] d\lambda. \quad (41)$$

Пусть в качестве источника света S используется свечение газоразрядной плазмы низкого давления (например, излучение гелий-неонового лазера). В этом случае основной причиной уширения спектральной линии является хаотическое тепловое движение излучающих атомов (доплеровское уширение). Спектральное распределение интенсивности определяется выражением

$$I_\lambda = I_{\lambda_0} \exp(-4 \ln 2 \cdot (\lambda - \lambda_0)^2 / (\Delta\lambda)^2), \quad (42)$$

где I_{λ_0} – спектральная интенсивность в центре линии ($\lambda = \lambda_0$), а

$$\Delta\lambda = (2\lambda_0 / c) \sqrt{2kT \ln 2 / M}$$

есть полуширина контура (расстояние между двумя точками, интенсивность в которых равна $(1/2)I_{\lambda_0}$) [5]. В последней формуле k – постоянная Больцмана; c – скорость света в вакууме; M – масса атома; T – абсолютная температура. Распределение (42) симметрично относительно λ_0 (кривая Гаусса).

В этом случае выражение для интенсивности (41) можно представить в виде

$$\begin{aligned} I(x_p) = & 2I_{\lambda_0} \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} \exp\left(-\frac{4 \ln 2 \cdot (\lambda - \lambda_0)^2}{(\Delta\lambda)^2}\right) d\lambda + \\ & + 2I_{\lambda_0} \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} \exp\left(-\frac{4 \ln 2 \cdot (\lambda - \lambda_0)^2}{(\Delta\lambda)^2}\right) \cos\left(\frac{2\pi}{\lambda} \frac{ndx_p}{L}\right) d\lambda. \end{aligned} \quad (43)$$

Спектральное распределение (42) отлично от нуля лишь в узком интервале длин волн вблизи центра линии излучения λ_0 . Если перейти в выражении (43) к новой переменной интегрирования $\lambda' = \lambda - \lambda_0$, можно пределы интегрирования по λ' рассматривать от $-\infty$ до ∞ для упрощения расчетов. Положив $\alpha = 4 \ln 2 / (\Delta\lambda)^2$, найдем, что первый член в выражении (2.16) сводится к интегралу Пуассона. Действительно,

$$2I_{\lambda_0} \int_{-\infty}^{\infty} \exp(-\alpha \cdot (\lambda')^2) d\lambda' = 2I_{\lambda_0} \sqrt{\pi/\alpha} = 2I_{\lambda_0} \Delta\lambda \sqrt{\pi/4\ln 2}. \quad (44)$$

Второй член в выражении (43) имеет вид

$$2I_{\lambda_0} \int_{-\infty}^{\infty} \exp(-\alpha \cdot (\lambda')^2) \cos\left(\frac{2\pi}{\lambda' + \lambda_0} \frac{ndx_p}{L}\right) d\lambda'.$$

Разлагая функцию $1/(\lambda' + \lambda_0)$ в аргументе косинуса в степенной ряд (ограничиваясь первыми двумя членами) и используя комплексную форму записи волны (имея в виду, что волновая функция – действительная величина), найдем, что второй член в выражении (43) сводится к интегралу Фурье. Действительно,

$$\begin{aligned} 2I_{\lambda_0} \exp(i \frac{2\pi}{\lambda_0} \frac{ndx_p}{L}) \int_{-\infty}^{\infty} \exp(-\alpha \cdot (\lambda')^2) \exp(-i \frac{2\pi}{\lambda_0^2} \frac{ndx_p}{L} \lambda') d\lambda' = \\ = 2I_{\lambda_0} \sqrt{\pi/\alpha} \exp\left[-\left(\frac{2\pi}{\lambda_0^2} \frac{ndx_p}{L}\right)^2 / 4\alpha\right] \cos\left(\frac{2\pi}{\lambda_0} \frac{ndx_p}{L}\right) = \\ = 2I_{\lambda_0} \Delta\lambda \sqrt{\pi/4\ln 2} \exp\left[-\left(\frac{2\pi}{\lambda_0^2} \frac{ndx_p}{L}\right)^2 (\Delta\lambda)^2 / 16\ln 2\right] \times \\ \times \cos\left(\frac{2\pi}{\lambda_0} \frac{ndx_p}{L}\right). \end{aligned} \quad (45)$$

С учетом (44) и (45) для распределения интенсивности (43) получаем ($\sqrt{\pi/4\ln 2} \approx 1$, а $1/16\ln 2 = 0,09$):

$$\begin{aligned} I(x_p) = 2I_{\lambda_0} \Delta\lambda + 2I_{\lambda_0} \Delta\lambda \exp\left[-0,09\left(\frac{2\pi}{\lambda_0} \frac{ndx_p}{L}\right)^2 (\Delta\lambda)^2 / \lambda_0^2\right] \times \\ \times \cos\left(\frac{2\pi}{\lambda_0} \frac{ndx_p}{L}\right). \end{aligned} \quad (46)$$

В формуле (46) первое слагаемое является величиной постоянной (средняя интенсивность), а член $\cos\left(\frac{2\pi}{\lambda_0} \frac{ndx_p}{L}\right)$ во втором слагаемом обуславливает быстрое чередование интенсивности в зависимости от разности хода в точках наблюдения x_p . Множитель

$\exp\left[-0,09\left(\frac{2\pi}{\lambda_0}\frac{ndx_p}{L}\right)^2(\Delta\lambda)^2/\lambda_0^2\right]$ определяет форму модулирующей

функции, т. е. характеризует ухудшение контраста интерференционных полос по мере увеличения разности хода.

Для видности интерференционной картины (10) в соответствии с выражением (46) имеем:

$$V(x_p) = \exp\left[-0,09\left(\frac{2\pi}{\lambda_0}\frac{ndx_p}{L}\right)^2(\Delta\lambda)^2/\lambda_0^2\right]. \quad (47)$$

Таким образом, кривая видности полос (степени временной когерентности) описывается гауссовой функцией.

При разностях хода $(nd/L)x_p \leq 0,17\lambda_0^2/\Delta\lambda$ (величина $\lambda_0^2/\Delta\lambda$ имеет смысл средней длины когерентности) амплитуда остается приблизительно постоянной (видность $V \geq 0,9$) и распределение интенсивности (46) служит хорошим приближением к косинусоидальной волне с длиной λ_0 . С увеличением разности хода амплитуда начинает спадать. Она уменьшается в 10 и более раз (видность $V \leq 0,1$) при разностях хода $(nd/L)x_p \geq 0,8\lambda_0^2/\Delta\lambda$. Это будет наблюдаться для порядков интерференции $m \geq 0,8\lambda_0/\Delta\lambda$, что служит в поддержку результатов качественного анализа (23).

В качестве примера на рис. 12 приведены распределения интенсивности при различных значениях ширины спектра источника излучения. Верхняя кривая соответствует модели монохроматического источника, а нижние кривые – излучению источника с увеличивающейся шириной спектра.

Заметим, что для реального (немонохроматического) источника распределение интенсивности вблизи центра картины (низкие порядки интерференции) близко к идеализированному приближению монохроматической волны. Однако для более высоких порядков интерференции (с увеличением разности хода) наблюдается уменьшение глубины модуляции интенсивности в интерференционной картине.

Таким образом, влияние ширины спектра источника света (частичной временной когерентности) проявляется в уменьшении глубины модуляции интенсивности в интерференционной картине.

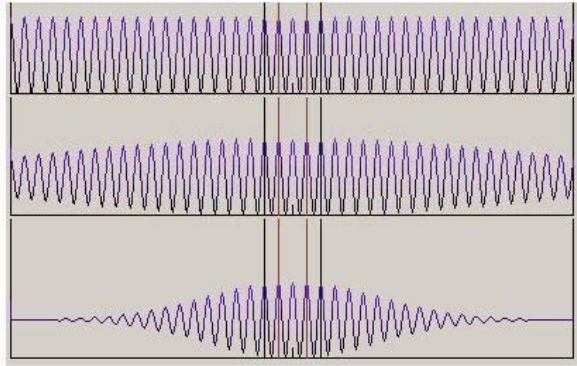


Рис. 12. Влияние ширины спектра источника света на распределение интенсивности в интерференционной картине. Увеличение ширины спектра – сверху вниз

Измеряя видность полос, можно определить спектральный состав излучения. Следует отметить, что на этом основан метод Фурье-спектроскопии [6].

Влияние протяженности источника света на видность интерференционной картины

Пусть число осцилляторов, образующих щель S (см. рис. 4), достаточно велико, и их распределение можно считать непрерывным. Разобьем щель на элементарные светящиеся полоски шириной dx , перпендикулярные к плоскости рис. 8. Положим $(I_0/a)dx$ – интенсивность излучения, испущенного элементарной полоской (однородное распределение излучения с интенсивностью I_0 от всей щели S). Интенсивность, создаваемая в точке наблюдения x_p (см. рис. 7) полоской шириной dx с координатой x в плоскости щели S , согласно формуле (29), равна

$$dI(x_p, x) = 2I_0/a \left[1 + \cos \frac{2\pi}{\lambda} \left(\frac{nd}{L} x_p + \frac{nd}{l} x \right) \right] dx, \quad (48)$$

где $(nd/l)x$ – дополнительная оптическая разность хода в точке x_p (в приближении $a \ll l$, $d \ll l$), обусловленная смещением источника S' в положение S'' (n – показатель преломления среды). Для полной интенсивности в точке x_p , создаваемой всей щелью S , получим выражение (используя комплексную форму записи волны)

$$I(x_p) = 2I_0/a \int_{-a/2}^{a/2} dx + 2I_0/a \int_{-a/2}^{a/2} \exp\left[i\frac{2\pi}{\lambda}\left(\frac{nd}{L}x_p + \frac{nd}{l}x\right)\right] dx. \quad (49)$$

Вычисляя (49), находим

$$I(x_p) = 2I_0 + 2I_0 \frac{\sin\left(\frac{\pi}{\lambda} \frac{nd}{l} a\right)}{\left(\frac{\pi}{\lambda} \frac{nd}{l} a\right)} \cos\left(\frac{2\pi}{\lambda} \frac{nd}{L} x_p\right). \quad (50)$$

В выражении (50) первый член определяет среднюю интенсивность, а множитель $\sin(\frac{\pi}{\lambda} \frac{nd}{l} a)/(\frac{\pi}{\lambda} \frac{nd}{l} a)$ второго члена влияет на глубину модуляции интенсивности (контраст) в интерференционной картине.

В соответствии с соотношением (10) видность полос выражается формулой

$$V = \frac{\left| \sin\left(\frac{\pi}{\lambda} \frac{nd}{l} a\right) \right|}{\left(\frac{\pi}{\lambda} \frac{nd}{l} a\right)}. \quad (51)$$

Итак, видность интерференционной картины (степень пространственной когерентности) зависит от угловой ширины источника a .

Видность остается сравнительно высокой ($V \geq 0,9$), если ширина щели $a \leq 0,25\lambda/(nd/l)$ или если разность фаз в точках S_1 и S_2 от осциллятора, расположенного на краю источника S , не превышает $\pi/4$ (см. рис. 4). При этом распределение интенсивности (50) служит хорошим приближением к идеализированному случаю точечного источника. С увеличением ширины щели видность непрерывно падает. Она становится равной нулю, когда

$$\frac{\pi}{\lambda} \frac{nd}{l} a = \pi \quad \text{или} \quad a = \frac{\lambda l}{nd}.$$

При этом оптическая разность хода в точках S_1 и S_2 от осциллятора, расположенного на краю источника S , равна $\lambda/2$ (сдвиг интерференционной картины в плоскости наблюдения на половину расстояния между линиями равной интенсивности), и интерференционная картина исчезает.

Условие достаточно резкой интерференционной картины можно записать в виде

$$\frac{nad}{l} < \lambda \text{ или } na\alpha < \lambda, \quad (52)$$

что служит в поддержку результатов качественного анализа, проведенного ранее (26), показатель преломления $n = 1$).

Так как функция видности (51) осциллирующая и быстро спадающая функция, то при дальнейшем увеличении ширины щели a видность не превышает значения $V = 0,2$.

В качестве примера на рис. 13 приведены распределения интенсивности при различных значениях ширины первичного источника излучения. Левая кривая соответствует модели идеализированного источника, а две кривые в центре – излучению источника с увеличивающейся шириной. Крайняя правая кривая показывает последующее увеличение видности интерференционной картины при уменьшении расстояния между щелями S_1 и S_2 (ширина первичного источника S зафиксирована).

Видно, что глубина модуляции интенсивности (контраст) в интерференционной картине зависит от протяженности первичного источника и расстояния между двумя щелями.

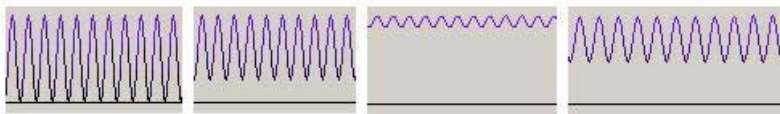


Рис. 13. Влияние протяженности источника света на распределение интенсивности в интерференционной картине. Увеличение ширины источника – слева направо

Таким образом, влияние протяженности источника света (частичной пространственной когерентности) проявляется в уменьшении видности интерференционной картины, обусловленном сме-

щением интерференционных полос от различных точек источника. Измеряя видность полос, можно определить угловой размер источника. Такая возможность реализована практически в звездном интерферометре, предложенном Физо и Майкельсоном [1].

Лабораторная работа 2.2. Кольца Ньютона

Цель работы: изучение явления интерференции света; наблюдение колец Ньютона; определение радиуса кривизны линзы; измерение длины волны квазимонохроматических источников света; наблюдение световых биений; определение длины и времени когерентности источника излучения.

1. Интерференция в отраженном свете

Рассмотрим интерференцию в отраженном свете от плоского прозрачного клина с углом γ (рис. 14). Предположим, что клин освещается параллельными пучками квазимонохроматического света. Пусть показатель преломления клина равен n_2 , и он находится в среде с показателями преломления n_1 и n_3 . Рассмотрим лучи, лежащие в плоскости, перпендикулярной обоим граням клина. Луч 1 падает на переднюю поверхность, преломляется в точке A и после отражения в точке B от задней поверхности клина и преломления на передней его поверхности выходит в направлении $1'$. Луч 2 отражается в точке P от передней поверхности клина и распространяется в направлении $2'$. Если лучи 1 и 2 когерентны, то, встречаясь в точке P , они будут интерферировать.

Пусть α и β – соответственно углы падения и преломления в точке A , BF и DB – перпендикуляры к передней и задней поверхности клина соответственно, а $h = DB$ – отрезок перпендикуляра, восстановленного из точки B между гранями клина.

Угол отражения в точке B равен $\beta + \gamma$. Определим оптическую разность хода между лучами 1 и 2 в точке P . Она равна

$$\Delta = n_2(AB + BP) - n_1 EP.$$

Из элементарной геометрии следует, что

$$FB = h \cos \gamma, \quad AB = h \frac{\cos \gamma}{\cos \beta}, \quad BP = h \frac{\cos \gamma}{\cos(\beta + 2\gamma)}$$

и

$$AB + BP = h \cos \gamma \left(\frac{1}{\cos \beta} + \frac{1}{\cos(\beta + 2\gamma)} \right).$$

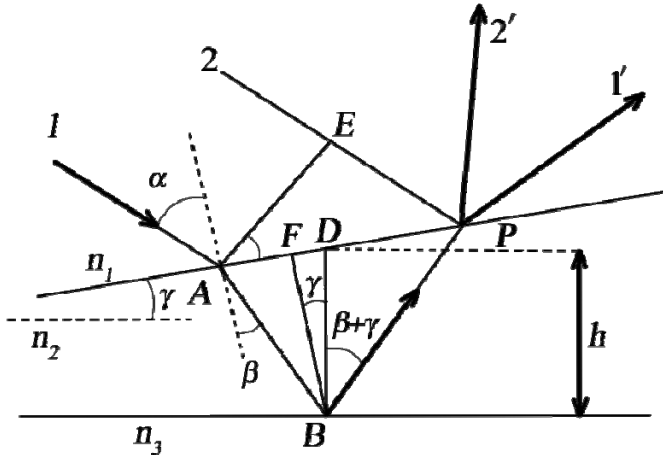


Рис. 14. Световые пучки, отраженные и преломленные на поверхностях плоского клина

Далее

$$AP = h \cos \gamma (tg \beta + tg(\beta + 2\gamma)),$$

$$EP = h \cos \gamma \sin \alpha (tg \beta + tg(\beta + 2\gamma)).$$

Учитывая закон Снеллиуса для преломления в точке A

$$n_1 \sin \alpha = n_2 \sin \beta,$$

для оптической разности хода получаем

$$\Delta = hn_2 \cos \gamma \left[\frac{1}{\cos \beta} + \frac{1}{\cos(\beta + 2\gamma)} - \left(\frac{\sin^2 \beta}{\cos \beta} + \right. \right. \quad (53)$$

$$\left. \left. + \sin \beta \cdot tg(\beta + 2\gamma) \right) \right].$$

Если угол клина γ достаточно мал, то $\cos \gamma \approx 1$, $\cos(\beta + 2\gamma) \approx \cos \beta$, $\sin(\beta + 2\gamma) \approx \sin \beta$, и приближенное выражение для оптической разности хода имеет вид

$$\Delta \approx 2hn_2 \cos \beta. \quad (54)$$

Если $n_2 < n_3 = n_1$, например, клин представляет собой воздушную прослойку между поверхностями двух стеклянных пластинок, то необходимо учитывать изменение напряженности электрического поля на π («потерю полуволны»), которое, согласно формулам Френеля, происходит при отражении на нижней границе воздушной прослойки со стеклянной поверхностью (в точке B на рис. 14)

[1]. Максимумы (минимумы) интенсивности на верхней поверхности клина в этом случае будут наблюдаться при выполнении условия

$$2h_m n_2 \cos \beta + \frac{\lambda}{2} = m\lambda, \quad (55)$$

где m – порядок интерференционной полосы, λ – длина волны в вакууме. Для светлых полос $m = 0, 1, 2, \dots$, а для темных $m = \frac{1}{2}, \frac{3}{2}, \frac{5}{2}, \dots$. Соотношение (55) остается справедливым и при неплоских поверхностях воздушной прослойки, если угол между ними остается малым. Если $\cos \beta$ постоянен, то интерференционные полосы соответствуют тем местам прослойки, где толщины одинаковы. Поэтому интерференционные полосы называются полосами равной толщины. При плоской клиновидной прослойке они эквидистантны и параллельны ребру клина. Можно показать, что линейное расстояние между соседними полосами равно $\frac{\lambda}{2n_2 \tan \gamma}$,

где γ – угол при вершине клина. Для воздушного клина, например, при $\gamma = 10'$ и $\lambda = 5000 \text{ \AA}$, оно составляет около 0,1 мм. Отсюда следует, что для наблюдения полос угол клина должен быть очень мал. При $\gamma = 10'$ $\cos \gamma = 1$, а $\tan \gamma = 0,0029$, что подтверждает справедливость приближения (54). Если толщина прослойки достаточно мала, то порядки интерференционных полос низки и хорошо видны в белом свете. Это явление легко наблюдается на мыльных и масляных пленках в отраженном свете.

Интерференционная картина видна также и в проходящем свете. Дополнительная разность хода $\lambda/2$ здесь отсутствует, так как оба внутренних отражения происходят в одинаковых условиях (от более плотной среды). Поэтому картины в проходящем и отраженном свете дополнительные, т. е. светлые полосы одной появляются в тех же местах воздушной прослойки, что и темные полосы другой. На границе стекло-воздух отражательная способность клина мала (при нормальном падении она равна примерно 0,04). Поэтому интенсивности прошедших лучей сильно отличаются друг от друга и «видность» интерференционных полос оказывается низкой. По этой же причине мы пренебрегли многократностью внутренних отражений

в клине и ограничились рассмотрением двухлучевой интерференции.

В случае протяженного источника света интерференционные полосы локализованы (имеют высокую «видность») на передней поверхности клина. Их можно наблюдать через микроскоп, сфокусированный на поверхность, или глазом, который аккомодируется на нее.

2. Методика измерений

Примером полос равной толщины служат полосы, называемые кольцами Ньютона [1, 7, 8]. Они наблюдаются в воздушном зазоре между соприкасающимися выпуклой сферической поверхностью линзы малой кривизны и плоской поверхностью стеклянной пластинки (рис. 15).

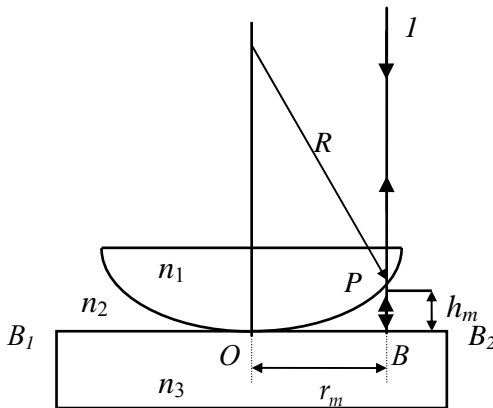


Рис. 15. К расчету радиуса колец Ньютона. $B_1 B_2$ – верхняя плоская поверхность

Если на систему падает пучок света I , то лучи, отраженные от верхней и нижней границ воздушного зазора, встречаясь в точке P , будут интерферировать (приближение малых углов преломления β , см. рис. 14). Полосы имеют вид чередующихся светлых и темных колец убывающей ширины с центром в точке касания поверхностей O . Вследствие изменения фазы на π при отражении от плоской стеклянной поверхности $B_1 B_2$ центр интерференционной кар-

тины оказывается темным (геометрическая разность хода равна нулю). Такие интерференционные полосы впервые наблюдал Гук, а Ньютон установил зависимость размеров колец от кривизны линзы. Легко рассчитать радиусы колец Ньютона. Пусть R – радиус кривизны выпуклой поверхности линзы. Толщина зазора h_m , соответствующая кольцу с порядком m , связана с радиусом этого кольца r_m соотношением

$$h_m = R - \sqrt{R^2 - r_m^2} \approx \frac{r_m^2}{2R}, \quad (56)$$

если ограничиться первыми двумя членами разложения в ряд Тейлора $r_m^2/R^2 \ll 1$. При приблизительно нормальном падении света и малом наклоне поверхности линзы к поверхности пластинки условие образования интерференционных полос (55) в случае воздуха ($n_2 \approx 1$) имеет вид

$$2h_m + \frac{\lambda}{2} = m\lambda. \quad (57)$$

Согласно выражениям (56) и (57), для радиусов колец получаем

$$r_m^2 = R\lambda \left(m - \frac{1}{2} \right), \quad (58)$$

где $m = \frac{1}{2}, \frac{3}{2}, \frac{5}{2}, \dots$ – для темных колец и $m = 0, 1, 2, \dots$ – для светлых колец.

Из выражения (58) видно, что, например, радиусы темных колец пропорциональны квадратному корню из положительных целых чисел, а расстояние между соседними кольцами уменьшается с увеличением порядка интерференционных полос.

В качестве примера на рис. 16 приведены типичные картины колец Ньютона. Рисунок 16, а соответствует воздушной прослойке между соприкасающимися поверхностями линзы и стеклянной пластинки (что наблюдал Ньютон). В случае рис. 16, б показатель преломления линзы $n_1 = 1,5$, прослойки $n_2 = 1,6$, а стеклянной пластинки $n_3 = 1,7$ (что продемонстрировал Юнг).

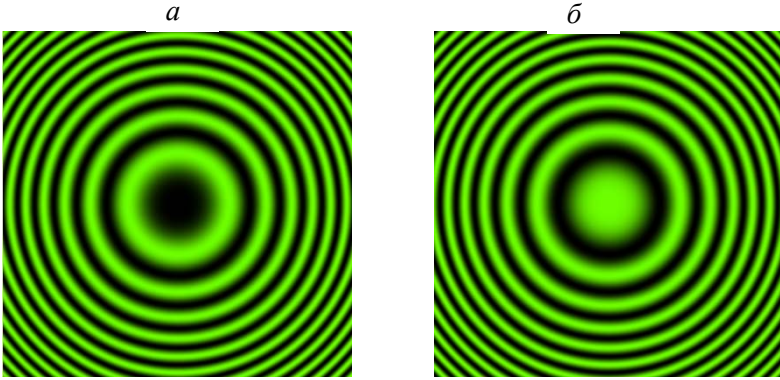


Рис. 16. Картины колец Ньютона при различных соотношениях показателей преломления линзы, прослойки и стеклянной пластинки

Следует отметить, что разность фаз, соответствующая кольцу с порядком m , определяется соотношением

$$\Delta\varphi_m = \frac{2\pi}{\lambda} \left(2h_m + \frac{\lambda}{2} \right) = \frac{2\pi}{\lambda} \left(\frac{r_m^2}{R} + \frac{\lambda}{2} \right). \quad (59)$$

Если между линзой и пластинкой в области соприкосновения находится (случайным образом) пылинка или микрочастица с характерным размером δ , то возникает добавочная разность хода 2δ и выражение (58) имеет вид

$$r_m^2 = R\lambda \left(m - \frac{1}{2} \right) - 2\delta R. \quad (60)$$

Причем наблюдаемые порядки интерференционных полос определяются условием $\lambda \left(m - \frac{1}{2} \right) \geq 2\delta$, если не нарушено условие временной когерентности. Измеряя радиусы колец, соответствующие различным порядкам, и зная длину волны света, можно определить радиус кривизны линзы из соотношения

$$R = \frac{r_{m+\Delta m}^2 - r_m^2}{\Delta m \lambda}, \quad (61)$$

где Δm – изменение порядка интерференционных полос.

3. Световые биения

Предположим, что источник света испускает две монохроматические компоненты с близкими длинами волн λ_1 и $\lambda_2 > \lambda_1$. Так как спектральные компоненты некогерентные, то каждая из них образует свою интерференционную картину. Эти картины будут сдвинуты друг относительно друга. Для суммарной интенсивности, соответствующей радиусу кольца r_m , в соответствии с формулой (7) получим (в приближении одинаковой интенсивности пучков для каждой из компонент):

$$I(r_m) = 4I_0 + 2I_0 \left[\cos \frac{2\pi}{\lambda_1} \left(\frac{r_m^2}{R} + \frac{\lambda_1}{2} \right) + \cos \frac{2\pi}{\lambda_2} \left(\frac{r_m^2}{R} + \frac{\lambda_2}{2} \right) \right],$$

или

$$I(r_m) = 4I_0 + 4I_0 \cos \left[\frac{2\pi r_m^2}{R} \left(\frac{\lambda_2 - \lambda_1}{2\lambda_1\lambda_2} \right) \right] \times \cos \left[\frac{2\pi r_m^2}{R} \left(\frac{\lambda_2 + \lambda_1}{2\lambda_1\lambda_2} \right) \right]. \quad (62)$$

Первый член суммы (62) дает для всего экрана постоянную интенсивность. Второй член описывает косинусоидальную волну длиной $2\lambda_1\lambda_2/(\lambda_2 + \lambda_1)$, близкой к длине волны любой из двух компонент. Амплитуда волны модулирована в пространстве от 0 до $4I_0$ медленно меняющейся огибающей с длиной волны $2\lambda_1\lambda_2/(\lambda_2 - \lambda_1)$.

Видность полос описывается формулой (согласно (10))

$$V(r_m) = \cos \left[\frac{2\pi r_m^2}{R} \left(\frac{\lambda_2 - \lambda_1}{2\lambda_1\lambda_2} \right) \right]. \quad (63)$$

Таким образом, в результате перекрытия полос различных порядков возникают периодические изменения видности (контраста) интерференционной картины (узлы и пучности, или «световые биения»). Первое от центра размытие происходит, когда

$$\frac{2\pi r_m^2}{R} \left(\frac{\lambda_2 - \lambda_1}{2\lambda_1\lambda_2} \right) = \frac{\pi}{2} \quad \text{или} \quad r_m^2 = \frac{\lambda_1\lambda_2 R}{2(\lambda_2 - \lambda_1)}.$$

Это будет наблюдаться для порядка интерференции

$$m = \lambda_2 / 2(\lambda_2 - \lambda_1). \quad (64)$$

Физически условие (64) отражает совпадение светлого кольца порядка m для длины волны λ_1 с темным кольцом порядка $(m - \frac{1}{2})$ для длины волны λ_2 . Так как интерференционные кольца имеют заметную ширину и в них осуществляется плавный переход от максимума к минимуму, то область размытия имеет некоторую протяженность. Из условия возникновения второго размытия следует, что это будет наблюдаться для кольца

$$r_{m'}^2 = \frac{3\lambda_1\lambda_2 R}{2(\lambda_2 - \lambda_1)}$$

или для порядка интерференции

$$m' = 3\lambda_2 / 2(\lambda_2 - \lambda_1). \quad (65)$$

Из выражений (12) и (13) получим, что

$$\Delta m = m' - m = \lambda_2 / (\lambda_2 - \lambda_1), \quad (66)$$

где Δm – изменение порядка интерференционных полос между соседними размытыми участками. Измеряя Δm и зная длину волны одной из спектральных компонент, можно определить длину волны другой компоненты.

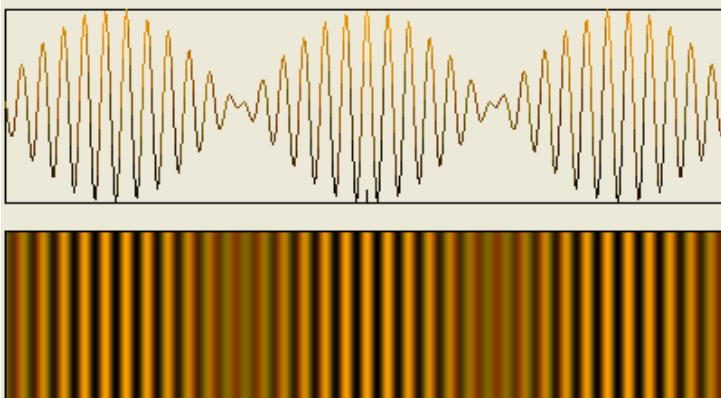


Рис. 17. Результат наложения интерференционных картин, соответствующих двум монохроматическим компонентам с близкими длинами волн

На рис. 17 представлена типичная картина «световых биений» (интерференционная картина и распределение интенсивности), со-

ответствующая излучению источником света двух монохроматических компонент со спектральным интервалом между ними 500 \AA (на примере опыта Юнга). Видны периодические изменения видности (контраста) интерференционной картины, возникающие в результате перекрытия полос различных порядков.

При освещении белым светом кольца окрашены и число наблюдаемых колец невелико, так как при больших m происходит настолько сложное наложение колец разных длин волн, что интерференционная картина исчезает, кроме того, на белом свете легко нарушается условие временной когерентности.

4. Экспериментальная установка

Радиусы колец Ньютона и расстояние между ними малы. Например, при радиусе кривизны линзы $R = 100 \text{ см}$ и $\lambda = 5 \cdot 10^3 \text{ \AA}$ радиусы темных колец с порядками $m = \frac{3}{2}$ и $m = \frac{5}{2}$, как следует из выражения (58), примерно равны $0,7 \text{ мм}$ и 1 мм . Поэтому наблюдение и измерение радиусов интерференционных колец осуществляется с помощью микроскопа.

Оптическая схема экспериментальной установки приведена на рис. 18. Свет от источника S падает на установленную под углом 45° к оси микроскопа полупрозрачную стеклянную пластинку 2. Часть света, отразившись от нее, проходит через объектив 3 и освещает линзу 4, соприкасающуюся с плоской стеклянной пластинкой 5. Линза 4 и пластинка 5 закреплены в специальной оправе, которая может перемещаться на предметном столике микроскопа в горизонтальном направлении. После отражения от нижней поверхности линзы 4 и верхней поверхности пластинки 5 (воздушная прослойка) свет проходит в обратном направлении снова через объектив, затем полупрозрачную пластинку и собирается в точке S' , являющейся изображением источника S . Изображение колец Ньютона, даваемое объективом микроскопа 3 в плоскости P' , рассматривается через окуляр 6. Резкость изображения достигается перемещением в вертикальном направлении тубуса микроскопа при помощи винтов грубой и плавной настройки.

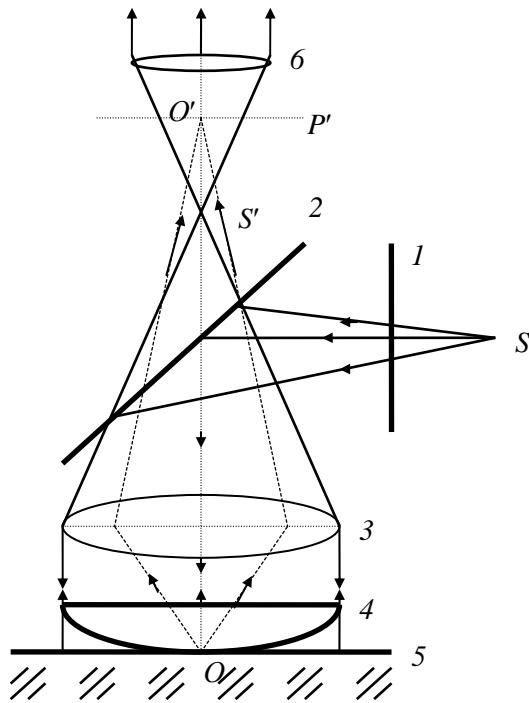


Рис. 18. Оптическая схема установки для наблюдения колец Ньютона в отраженном свете: S – источник света; 1 – светофильтр (устанавливается при необходимости); 2 – полупрозрачная стеклянная пластинка; 3 – объектив микроскопа; 4 – исследуемая линза; 5 – плоская отполированная стеклянная пластинка; 6 – окуляр микроскопа

В качестве источника S в работе используется лабораторный источник света (ЛИС). Принципиальная электрическая схема лабораторного источника света и его внешний вид представлены на рис. 19. Он включает в себя пять излучателей: 4 светодиода – белый (ДБ), красный (ДК), зеленый (ДЗ), синий (ДС) и полупроводниковый лазер с длиной волны излучения $\lambda = 0,655$ мкм (ЛД). На ЛИС подается напряжение 5 вольт от блока питания (БП). Выбор необходимого излучателя осуществляется включением соответствующего тумблера Π_1 – Π_5 на корпусе прибора. Регулировка поло-

жения выбранного излучателя относительно оптической оси установки производится с помощью специальных винтов PB_1 и PB_2 .

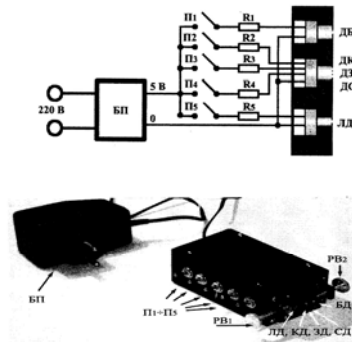


Рис. 19. Принципиальная электрическая схема и внешний вид лабораторного источника света

Радиусы наблюдаемых колец измеряются с помощью винтового окулярного микрометра. Резкость делений шкалы и пересекающихся нитей окулярного микрометра достигается вращением держателя его линзы. На рис. 20 приведен внешний вид экспериментальной установки.

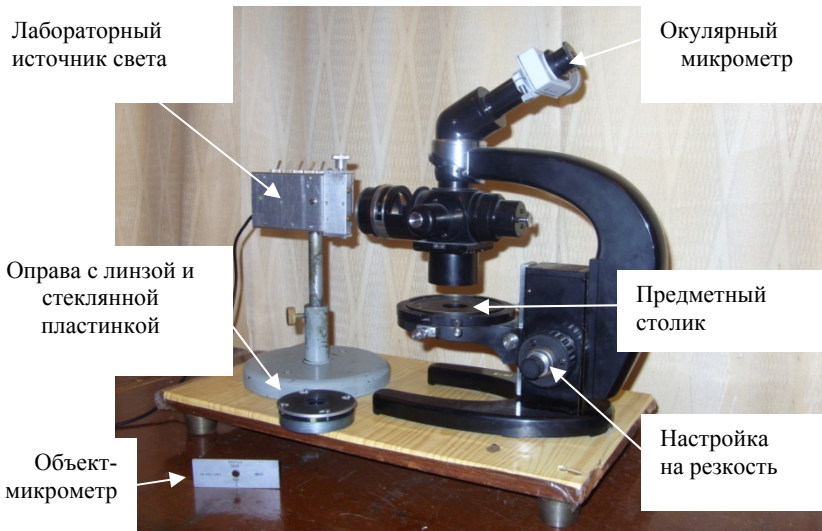


Рис. 20. Внешний вид экспериментальной установки

Малая апертура объектива микроскопа (малый размер отверстия) позволяет удовлетворить условию падения (наблюдения) световых пучков в направлении, близком к нормальному, даже при использовании протяженного источника света S.

5. Порядок выполнения работы

Работу рекомендуется проводить в представленной ниже последовательности.

5.1. Определение цены деления окулярного микрометра

Чтобы использовать окулярный микрометр, необходимо знать цену его делений. Ее можно определить с помощью объект-микрометра для отраженного света, имеющего эталонную шкалу с наименьшим расстоянием между двумя рисками 10 мкм. Включите белый светодиод и установите его так, чтобы наблюдалось равномерное освещение поля зрения микроскопа. Поместите объект-микрометр нужным образом на предметном столике микроскопа. Перемещая тубус микроскопа в вертикальном направлении, добейтесь резкого изображения шкалы объект-микрометра в поле зрения микроскопа. Вращая барабан окулярного микрометра, установите точку пересечения его нитей (перекрестия) на одну из рисков объект-микрометра и произведите отсчет по шкале и барабану окулярного микрометра N_1 . Прodelайте то же самое для другой, произвольно выбранной, риски объект-микрометра N_2 . Найдите цену деления окулярного микрометра, определив отношение
$$\frac{\Delta}{|N_2 - N_1|},$$

где Δ – расстояние (в абсолютных единицах) между этими рисками. Измерения проведите несколько раз и определите среднее значение и погрешность калибровки.

5.2. Определение радиуса кривизны линзы

Для определения радиуса кривизны линзы используется полупроводниковый лазер ($\lambda = 6550 \text{ \AA}$). Разместите оправу с линзой и пластинкой на предметном столике. Опустите тубус микроскопа так, чтобы между объективом и линзой оставался небольшой зазор. Фокусируя микроскоп, добейтесь появления резкого изображения интерференционных колец в поле зрения микроскопа. При необходимости установите линзу симметрично относительно оптической оси микроскопа. Устанавливая перекрестие окулярного микрометра на середину линии поочередно слева и справа, определите диаметры достаточно удаленных от центра колец разных порядков. Определив их радиусы, с помощью выражения (61) вычислите радиус кривизны линзы. Найдите среднее значение и оцените погрешность измерений.

При обработке результатов измерений можно воспользоваться графическим методом. Для этого необходимо построить зависимость r_m^2 от порядка интерференционного кольца m , которая должна представлять собой прямую линию. Возможны отклонения от прямой для колец малых порядков из-за деформации линзы и стеклянной пластинки в месте их соприкосновения. Из наклона прямой можно определить радиус кривизны линзы, так как

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{r_{m+\Delta m}^2 - r_m^2}{\Delta m} = R \lambda .$$

Оцените погрешность измерений данным методом.

5.3. Определение длин волн светодиодных источников

Зная радиус кривизны линзы, с помощью выражения (61) можно определить длину волны источника излучения. Поочередно меняя светодиоды, проведите измерения, аналогичные описанным выше, для других квазимонохроматических источников света (красный, синий и зеленый светодиоды). Определите средние значения длин волн, оцените погрешности измерений.

5.4. Наблюдение биений световых волн

Специально подобранным светофильтром выделите одновременно две спектральные линии (λ_1 и λ_2) и обратите внимание на

периодические изменения «видности» интерференционной картины. Опытным путем проверьте справедливость соотношения (66).

5.5. Определение длины и времени когерентности

В этом опыте используется белый светодиод. Наблюдайте окрашенные кольца Ньютона и переход интерференционной картины в равномерно освещенное светом пространство. Исчезновение интерференционной картины связано с тем, что оптическая разность хода между двумя лучами в этих местах пространства порядка или больше длины когерентности излучения (длины волнового цуга). Определив максимальный порядок интерференционной полосы (кольца) m_{\max} , оцените длину когерентности $l_{\text{ког}}$ из условия

$$l_{\text{ког}} \approx 2h_{m(\max)} + \frac{\lambda_{\text{ср}}}{2} = m_{\max} \lambda_{\text{ср}}.$$

В случае белого света и визуального наблюдения эффективный диапазон длин волн составляет $\approx 4000 \text{ \AA} - 7000 \text{ \AA}$ и $\lambda_{\text{ср}} \approx 5500 \text{ \AA}$. Оцените время когерентности $\tau = l_{\text{ког}}/c$, где c – скорость света в вакууме, в течение которого источник излучает непрерывный волновой цуг.

Контрольные вопросы

1. Почему в опытах с тонкими пластинками интерференционные полосы хорошо видны в отраженном свете и при использовании протяженного источника белого света?
2. Что будет наблюдаться в отраженном свете в центре интерференционной картины и почему, если в опыте на рис. 15 $n_1 = 1,5$; $n_2 = 1,6$; а $n_3 = 1,7$?
3. Каким образом длина когерентности связана с монохроматичностью света?

ГЛАВА II. МНОГОЛУЧЕВАЯ ИНТЕРФЕРЕНЦИЯ СВЕТА

Введение

Интерференция большого количества лучей дает качественно иную картину по сравнению с двухлучевой интерференцией, являющейся причиной возникновения колец Ньютона, теория которых приведена в настоящем пособии. При построении теории колец Ньютона мы учитывали только свет, испытавший по одному отражению от верхней и нижней границ раздела сред. Мы пренебрегали следующими отражениями, поскольку коэффициент отражения в задаче о кольцах Ньютона очень мал. Учитывая многократное отражение от поверхности, следует производить сложение многих волн; соответствующая теория называется теорией многолучевой интерференции. Явление многолучевой интерференции используется в многочисленных оптических приборах и при проведении оптических измерений высокой точности и чувствительности.

1. Интерференция при многократном отражении от двух поверхностей. Общий случай

Следуя [1], рассмотрим задачу о прохождении света через прозрачную плоскопараллельную пластину, учитывая многократные отражения от границ раздела сред. На рис. 21 показана соответствующая задаче схема. Пусть на пластину с толщиной h и имеющей показатель преломления n' , помещенную в среду с показателем преломления n , под углом θ падает плоская монохроматическая линейно поляризованная волна W . Длина волны в вакууме равна λ_0 . В дальнейшем нам понадобится обсудить зависимость результата от свойств источника света S , поэтому на рис. 21 показана оптическая схема осветителя, состоящего из линзы L_0 и собственно источника света S , расположенного в фокальной плоскости линзы. Если размер источника бесконечно мал, то, используя эту схему, можно получить плоский фронт волны. Луч SB_1 в точке B_1 разделяется на два – отраженный B_1C_1 и прошедший B_1D_1 . Преломленный луч под углом θ' распространяется внутри пластины, в точке D_1 снова разделяется на два луча – отраженный от нижней границы раздела сред

D_1B_2 и прошедший D_1E_2 . При каждом прохождении через границу сред происходит деление светового потока, как показано рис. 21.

В результате образуются отраженные лучи C_p и прошедшие E_p . Интерференцию света обычно наблюдают в фокальной плоскости линз L_1 и (или) L_2 . Интенсивность света в фокусе определяется амплитудами электрического поля в каждом луче и разностью фаз.

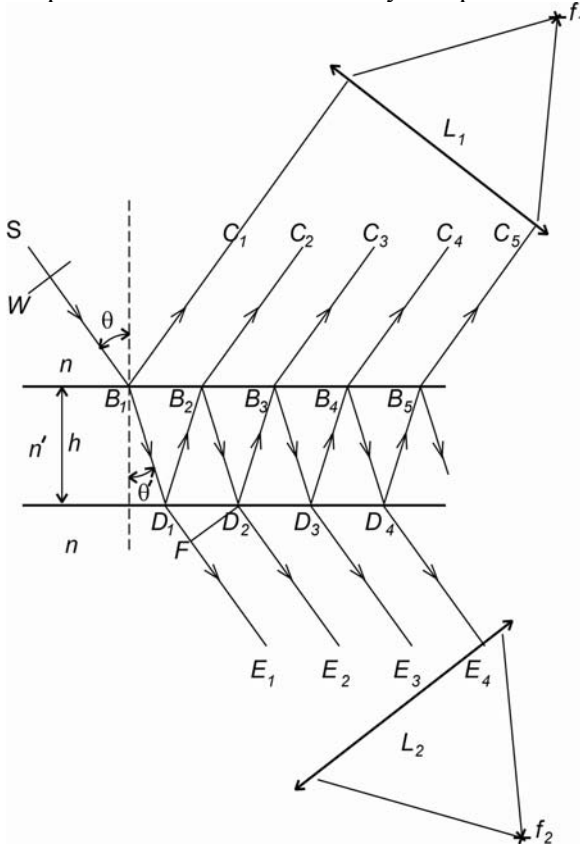


Рис. 21. Схема прохождения света через прозрачную плоскопараллельную пластинку

Вычислим разность фаз электромагнитной волны в соседних лучах, например, D_1E_1 и D_2E_2 . Из точки D_2 опустим перпендикуляр к лучу D_1E_1 в точку F . Оптические пути FE_1f_2 и $D_2E_2f_2$ равны в соот-

ветствии со свойствами линзы. Поэтому разность фаз δ волн в лучах E_1 и E_2 определяется разностью оптических путей $D_1B_2D_2$ и D_1F :

$$\delta = 4\pi hn' / \lambda_0 \cos \theta' - 4\pi hn \operatorname{tg} \theta' \sin \theta / \lambda_0 = 4\pi n'h \cos \theta' / \lambda_0 \quad (67)$$

При выводе (67) использовано соотношение $n \sin \theta = n' \sin \theta'$. Обратим внимание на то, что разность фаз уменьшается при увеличении угла падения луча.

Вычислим амплитуды волн. Обозначим коэффициенты отражения как r и r' для волны, пересекающей границу раздела сред со стороны внешней среды и со стороны пластинки соответственно, а коэффициенты пропускания – как t и t' . Тогда, если комплексная амплитуда падающей волны W равна A , то амплитуды отраженных волн $B_p C_p$ равны соответственно: Ar , $Atr't' \exp(i\delta)$, $Atr'r't' \exp(2i\delta)$ и т. д. В общем виде для волны номер p равен

$$Att'r'^{(2p-3)} \exp(i(p-1)\delta). \quad (68)$$

Аналогично записываются выражения для амплитуд прошедших волн $D_p E_p$ в общем виде:

$$Att'r'^{(2(p-1))} \exp(i(p-1)\delta), \quad (69)$$

Величины коэффициентов r , r' , t и t' связаны с параметрами задачи n , n' , θ , θ' и с направлением поляризации первичной волны W посредством формул Френеля. Конкретный вид этих зависимостей нам здесь неважен. При выводе формул Френеля [1] было показано, что:

$$r = -r'. \quad (70)$$

В дальнейшем нам понадобятся коэффициенты пропускания и отражения для интенсивностей волн T и R соответственно:

$$tt' = T, \quad r^2 = r'^2 = R, \quad R + T = 1. \quad (71)$$

В (71) содержится также условие отсутствия потерь света.

Вычислим амплитуду электрического поля отраженной волны $A^{(r)}$, для чего просуммируем члены ряда вида (68), учитывая (70):

$$A^{(r)} = -r'A \left[1 - (r'^2 + tt') \exp(i\delta) \right] / (1 - r'^2 \exp(i\delta)). \quad (72)$$

Интенсивность отраженной волны $I^{(r)} = A^{(r)} A^{(r)*}$ запишем как:

$$I^{(r)} = 4RI \sin^2(\delta/2) / \left[(1 - R)^2 + 4R \sin^2(\delta/2) \right]. \quad (73)$$

Здесь I – интенсивность падающего света.

Аналогично получим выражения для амплитуды $A^{(t)}$ и интенсивности $I^{(t)}$ прошедшего света, суммируя члены ряда вида (69):

$$A^{(r)} = TA / (1 - R \exp i \delta),$$

$$I^{(r)} = T^2 I / \left[(1 - R)^2 + 4R \sin^2(\delta / 2) \right]. \quad (74)$$

Формулы (73) и (74) называются *формулами Эйри*.

Мы рассмотрели задачу о взаимодействии плоской волны с плоской прозрачной пластиной. Поскольку плоская волна может быть получена при помещении точечного источника в фокальной плоскости идеальной линзы, рассмотренный вариант задачи называют задачей с точечным источником. Рассмотрим теперь случай «протяженного источника S», имеющего характерный диаметр d_s .

В этом случае мы имеем некоторое распределение волн по углу падения $\theta - \Delta\theta/2 < \theta < \theta + \Delta\theta/2$, величина $\Delta\theta \approx d_s/f_0$, где f_0 – фокусное расстояние линзы L_0 . Предполагая, что амплитуда волн не зависит от угла, построим зависимости распределения интенсивности прошедшего света в фокальной плоскости линзы L_2 . Относительная интенсивность света в фокальной плоскости этой линзы равна $I^{(r)} / I$. Максимумы интенсивности (74) будут наблюдаться при выполнении условия $\delta = 2m\pi$ для целых m , где m – *порядок интерференции*. Минимумы – для полуцелых значений порядка интерференции ($m = 1/2, 3/2, \dots$). Таким образом, мы увидим в фокальной плоскости *полосы равного наклона*, вдоль которых остается постоянным значение угла θ (и соответственно θ'). Вводя параметр $F = 4R/(1 - R)^2$, получим следующие выражения для относительных интенсивностей отраженного и прошедшего света:

$$I^{(r)} / I = F \sin^2(\delta / 2) / (1 + F \sin^2(\delta / 2)),$$

$$I^{(t)} / I = 1 / (1 + F \sin^2(\delta / 2)). \quad (75)$$

На рис. 22 показаны графики (75) для прошедшего света при различных значениях параметра F . Графики для отраженного света дополнительны к графикам рис. 22, так как сумма выражений (75) дает единицу. В фокальной плоскости линзы L_1 наблюдается «негативное» изображение относительно изображения в фокальной плоскости L_2 .

Для коэффициента отражения $R = 0,05$, характерного для оптических стекол при угле $\theta \sim 0^\circ$, наблюдается модуляция интенсивности с глубиной порядка 0,15. Форма кривой близка к гармонической, характерной для двухлучевой интерференции. При увеличении R происходит увеличение эффективного количества интерфе-

рирующих лучей, что сопровождается обострением максимумов. Чем резче полосы, тем точнее можно определить положение максимумов. Для количественного описания резкости полос используют понятие *полуширины* полосы ε , определяемую как расстояние между точками по обе стороны максимума на уровне половины его высоты для картины в прошедшем свете. Отношение расстояния между соседними порядками к полуширине назовем *резкостью полосы* Q . У m -го порядка интенсивность полосы равна половине максимума при $\delta = 2\pi m \pm \varepsilon/2$, т. е. полуширина может быть получена решением уравнения $1/2 = 1/(1 + F \sin^2(\varepsilon/4))$. В пределе больших F полуширина равна $\varepsilon \approx 4/\sqrt{F}$, резкость полосы при этом

$$Q = 2\pi/\varepsilon \approx \pi\sqrt{F}/2. \quad (76)$$

Обсудим критерий малости $\Delta\theta$ или, что приблизительно то же самое, для $\Delta\theta'$. Максимум полосы m -го порядка наблюдается под углом, удовлетворяющим условию (см. (67)): $2n'h \cos\theta'/\lambda_0 = m$. Изменяя θ' в пределах $\theta' = \theta' \pm \Delta\theta'/2$ или строя интерференционную картину для различных точек поверхности источника света, мы будем наблюдать перемещение максимума m -го порядка. Если величина $\Delta\theta'$ будет такой, что совпадут максимумы соседних порядков, то результирующая интерференционная картина «размоется». Запишем это условие: $2n'h \cos\theta'/\lambda_0 - 2n'h \cos(\theta' + \Delta\theta')/\lambda = 1$. Учитывая, что для малых $\Delta\theta'$ $\cos(\theta' + \Delta\theta') = \cos\theta' - \sin\theta'\Delta\theta'$, критерий малости углового размера источника определяется следующим образом:

$$\Delta\theta' \ll \lambda_0 / 2n'h \sin\theta'. \quad (77)$$

Допустимый размер источника света уменьшается с увеличением угла падения. Для света с длиной волны $\lambda_0 = 600$ нм и стеклянной пластинки ($n' = 1,5$) с толщиной $h = 10$ мм получим характерную величину $\Delta\theta' \approx 5 \cdot 10^{-5}$ радиана при $\theta' \approx 45^\circ$. Это значит, что интерференционную картину можно наблюдать, если, например, размер источника не превышает 0,5 мм при фокусном расстоянии линзы L_0 более 10 м. Максимальный допустимый размер источника можно оценить, приравняв его угловой размер к углу падения. В этом случае $\Delta\theta'^2 = 2 \cdot 10^{-5}$, $\Delta\theta' \approx 4,5 \cdot 10^{-3}$ радиана.

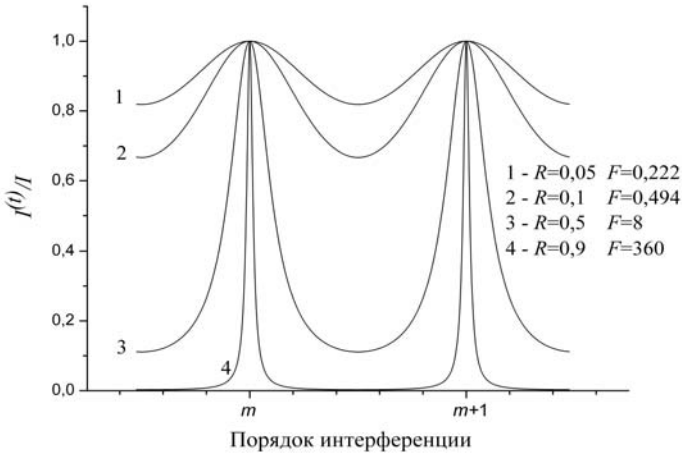


Рис. 22. Зависимости интенсивности прошедшего света (75) для различных коэффициентов отражения R и соответствующих значений параметра F . Порядок интерференции $m = \delta / 2\pi$

Рассмотрим теперь случай квазимонохроматического источника S . В этом случае диапазон длин волн имеет относительно небольшую ширину $\Delta\lambda$ при средней величине длины волны $\bar{\lambda}_0$. Область значений разности фаз $\Delta\delta$, связанной с немонохроматичностью света, определяется так:

$$|\Delta\delta| = 4\pi n' h \cos \theta' \Delta\lambda / \bar{\lambda}_0 = 2m\Delta\lambda / \bar{\lambda}_0. \quad (78)$$

Зависимостью показателей преломления сред от длины волны для квазимонохроматического света можно пренебречь. Например, среднее значение дисперсии показателя преломления кварца в видимом диапазоне $dn/d\lambda \approx 2 \cdot 10^{-5} \text{ нм}^{-1}$.

Если область значений разности фаз много меньше ширины полосы ($|\Delta\delta| \ll \varepsilon$), то интерференционная картина будет такой же, как в случае строго монохроматической волны с длиной волны $\bar{\lambda}_0$. В соответствии с (76) и (78) условие на спектральную ширину света дает следующее соотношение: $mQ \ll \bar{\lambda}_0 / \Delta\lambda$. Умножив обе части неравенства на $\bar{\lambda}_0$, получим в правой части длину когерентности, а

в левой – оптическую разность хода между соседними лучами, умноженную на Q :

$$Qm\overline{\lambda_0} << \overline{\lambda_0^2} / \Delta\lambda . \quad (79)$$

Резкость полосы Q по физическому смыслу эквивалентна добротности колебательной системы, она характеризует количество лучей (переотражений в пластинке), вносящих существенный вклад в интерференционную картину. Физический смысл (79) состоит в том, что длина когерентности должна превышать максимальную разность оптических путей для лучей, вносящих существенный вклад в интерференционную картину.

Мы видели, что резкость полос, важная для точности определения их локализации, увеличивается с коэффициентом отражения. Используются несколько способов увеличения коэффициента отражения.

1. Увеличение угла падения. При этом, как следует из формул Френеля, коэффициент отражения существенно зависит от поляризации света, поэтому для s -и p -волн резкость полос будет различна.

2. Нанесение на поверхность диэлектрических зеркал (что это такое, мы обсудим далее в разделе, посвященном интерференционным фильтрам). В этом случае коэффициент отражения также зависит от поляризации света. Кроме того, диэлектрические зеркала обладают спектральной селективностью т. е. коэффициент отражения зависит от длины волны.

3. Металлизирование поверхности. Коэффициент отражения слабо зависит от поляризации света и длины волны. Однако металлические зеркала обладают заметным коэффициентом поглощения, обычно превышающим несколько процентов. Кроме этого, при отражении происходит сдвиг фазы, отличающийся от 0 или π и зависящий от показателя преломления пластины, рода металла, толщины покрытия и т. п. Это приводит к уменьшению резкости полос и их интенсивности.

2. Интерферометр Фабри – Перо

Многолучевой интерферометр, основанный на многократном отражении света с малым углом падения θ , называется интерферометром Фабри – Перо. На рис. 23 показана наиболее часто применяемая схема его устройства, называемая эталоном Фабри – Перо.

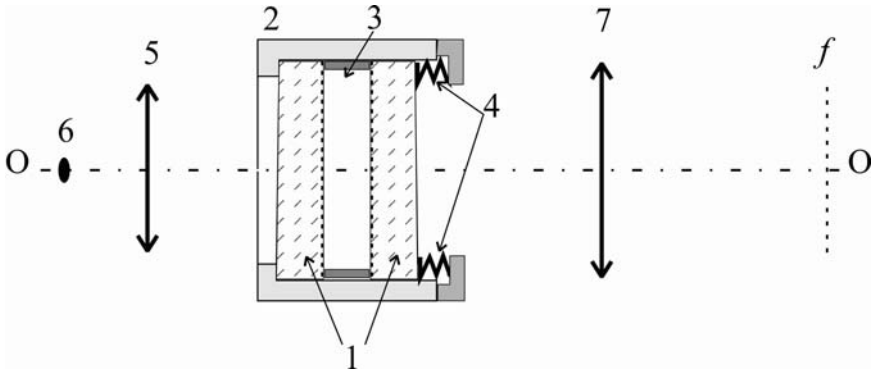


Рис. 23. Схема эталона Фабри – Перо: OO – оптическая ось; 1 – зеркала; 2 – оправка; 3 – распорное кольцо; 4 – прижимные пружины; 5 – линза осветителя; 6 – источник света; 7 – объектив; f – фокальная плоскость

Два плоских зеркала 1 устанавливаются в оправу 2 так, что отражающие поверхности (обозначены пунктиром ----) находятся внутри. Распорное кольцо 3 задает расстояние между зеркалами (базу интерферометра). Зеркала и кольцо выполнены с высокой точностью. Отклонение формы поверхностей зеркал от плоскости много меньше минимальной рабочей длины волны. Кольцо имеет по три опорных площадки с полированными поверхностями с каждой стороны, что обеспечивает устойчивую установку зеркал. Зеркала прижимаются к кольцу пружинами 4. Регулируя силы, с которой пружины действуют на зеркало, осуществляется тонкая регулировка параллельности отражающих поверхностей зеркал. Внешние поверхности зеркал слегка непараллельны внутренним (зеркальным) поверхностям, чтобы отражения от них не вносили помех. Осветитель 5 формирует пучок исследуемого света, испускаемого протяженным квазимонохроматическим источником 6. В фокальной плоскости f объектив 7 строит интерференционную картину. Оптические оси OO осветителя и объектива совпадают и нормальны к отражающим поверхностям зеркал.

Поскольку, как мы видели, многолучевой интерферометр строит линии равного наклона в случае протяженного монохроматического источника, то в фокальной плоскости наблюдаются концентрические кольца. Разность фаз δ в случае пары металлизированных от-

ражающих поверхностей будет отличаться от (67) на некоторую постоянную величину φ для каждого отражения:

$$\delta = 4\pi n'h \cos \theta' / \lambda_0 + 2\varphi.$$

Порядок интерференции запишется как $m = 2n'h \cos \theta' / \lambda_0 + \varphi / \pi$. Здесь h – база интерферометра, n' – показатель преломления среды, заключенной между зеркалами (например, воздух или иной газ). Порядок интерференции в центре картины ($\theta' = 0$) максимален и равен

$$m_0 = 2n'h / \lambda_0 + \varphi / \pi. \quad (80)$$

В общем случае величина m_0 не является целым числом. Ближайшее к центру светлое кольцо имеет целый порядок $m_1 = m_0 - e$, где e – число меньше 1.

Вычислим диаметр кольца p -го порядка. Для этого выразим разность порядков через угловой радиус этого кольца θ'_p : $m_0 - m_p = m_1 - e - m_p = p - 1 + e = 2n'h(1 - \cos \theta_p) / \lambda_0$. При условии малости угла получим: $\theta' = \sqrt{h(p-1+e)\lambda / n'}$. Во внешней среде с показателем преломления n угловой радиус кольца $\theta = 1/n \sqrt{h(p-1+e)n' / \lambda}$, поскольку согласно закону преломления $\theta'n' = \theta n$. В фокальной плоскости объектива будут наблюдаться концентрические кольца, диаметры которых связаны с порядком интерференции соотношением

$$D_p^2 = (2f\theta_p)^2 = \frac{4}{n^2} f^2 h \lambda_0 (p-1+e)n'. \quad (81)$$

Измеряя разности диаметров колец, можно вычислить длину волны λ_0 . Точность определения длины волны, очевидно, тем выше, чем больше резкость полосы Q .

Прежде, чем собирать эталон Фабри – Перо для изучения спектрального состава света, необходимо выбрать величину базы интерферометра, определяющую *область свободной дисперсии*.

Выражение (80) позволяет вычислить длины волн λ_0 и λ_1 , для которых соседние интерференционные порядки, например p_0 и p_0+1 , начнут перекрываться. Разность $\lambda_0 - \lambda_1$ называется *областью свободной дисперсии*. Вычислим область свободной дисперсии для максимального порядка:

$$\lambda_0 - \lambda_1 = \lambda_0 \lambda_1 / n'h. \quad (82)$$

Чем меньше база интерферометра, тем шире область свободной дисперсии. Область свободной дисперсии используемого интерферометра должна превышать ширину спектрального диапазона изучаемого излучения.

Другая важная характеристика спектральных приборов и эталона Фабри – Перо в частности – *разрешающая сила*.

Разрешающей силой спектрального прибора называют отношение $\lambda/\Delta\lambda$, где $\Delta\lambda$ – разность длин волн близких спектральных линий, которые можно различить с помощью данного прибора. Критерий разрешимости линий не имеет такого строгого определения смысла, как область свободной дисперсии. Вообще говоря, каждый экспериментатор может обосновать свое определение критерия разрешимости. Широко применяется *критерий Рэлея*. Согласно этому критерию линии одинаковой интенсивности считаются разрешенными, если локальный минимум интенсивности составляет не более 81 % от максимумов, между которыми он расположен. Критерий Рэлея изначально был сформулирован для призменных или дифракционных спектрографов с фотографической регистрацией. Наиболее точно положение линии в плоскости фотопластины определяется при ширине щели, близкой к дифракционному пределу. При этом распределение интенсивности света подчиняется закону $I(x) = (\sin(x/2)/(x/2))^2$ (дифракция Фраунгофера на щели). Линии, согласно Рэлею, будут различимы, если максимум дифракционной картины одной линии придется на ближайший минимум дифракционной картины другой линии. Суммируя интенсивности двух таких линий, получим упомянутое условие на минимум интенсивности. Если суммировать интенсивности близко расположенных линий, исследуемых с помощью интерферометра Фабри – Перо, профиль которых подчиняется (75), и требуя, чтобы минимум между линиями составлял 81 % от максимального значения, получим критерий для разрешающей силы [1]:

$$\lambda/\Delta\lambda \approx 2Qn'h/\lambda. \quad (83)$$

Оценим характерную величину разрешающей силы интерферометра Фабри – Перо. Пусть мы исследуем спектральную область около 500 нм. Если база интерферометра $h = 50$ мм, показатель преломления $n' = 1$, резкость полос $Q = 60$ ($R = 0,95$), то

$$\lambda/\Delta\lambda = 1,2 \cdot 10^7, \quad (84)$$

что на 1–2 порядка выше разрешающей силы приборов с дифракционными решетками.

С помощью эталона Фабри – Перо можно не только изучать спектральный состав света с высоким разрешением, но и измерять величину n' для заданного λ_0 , что и предлагается сделать в лабораторной работе 2.6. Прежде чем приступить к описанию этой работы, следует ознакомиться с классическими теориями показателя преломления, приведенными в пп. 4–7.

Выражение (83) позволяет оценить чувствительность метода (под чувствительностью метода измерения понимают величину минимальных изменений измеряемой величины, при которых можно зарегистрировать изменение показаний прибора, реализованного на основании данного метода). Поскольку разрешающая сила интерферометра линейно связана с величиной показателя преломления, то и чувствительность составляет соответствующую величину. Чувствительность при измерении показателя преломления газов, величина которой близка к 1, с помощью прибора, для которого получено значение разрешающей силы (84), позволяет измерять величину n' до 7-го знака после запятой.

3. Интерференционные фильтры

Интерферометр Фабри – Перо может быть использован в режиме полосового фильтра, если в схеме, представленной на рис. 23, в качестве источника света используется точечный источник, так, что на интерферометр падает плоский фронт волны. В этом случае апертура интерферометра освещена однородно, а коэффициенты пропускания и отражения интерферометра определяются функциями (75).

Если фильтр предназначен для выделения спектральных полос из сплошного спектра, то следует выбирать базу порядка длины волны, что следует из выражения для области свободной дисперсии (82). Поэтому в фильтры между отражающими поверхностями содержат твердый диэлектрик, в отличие от эталона Фабри – Перо, рассмотренного в п. 2.

Интерференционные светофильтры изготавливаются путем нанесения на полированную стеклянную или кварцевую подложку

C_1 (рис. 24, а) двух отражающих покрытий M_1 и M_2 , разделенных тонким слоем диэлектрика D толщины h .

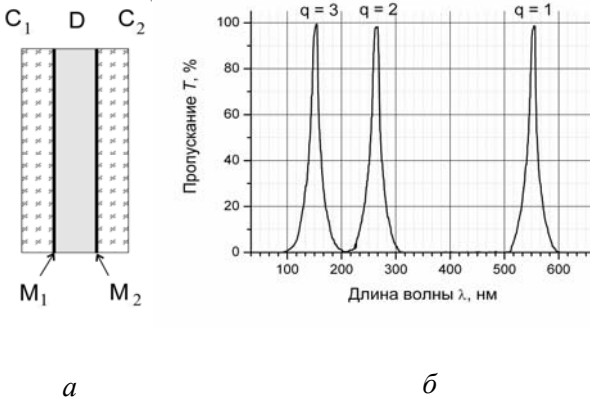


Рис. 24. а – конструкция ИС, б – кривая пропускания ИС толщиной $nh = 280$ нм

Для защиты от механических повреждений и выделения нужной полосы пропускания нанесенные слои покрываются второй стеклянной пластинкой C_2 из цветного стекла (абсорбционным светофильтром). Зеркала M_1 и M_2 могут быть как металлическими, так и многослойными диэлектрическими.

Из (75) следует, что при нормальном падении ($\theta = 0$) белого света на ИС в прошедшем свете появляются максимумы интенсивности на длинах волн λq , удовлетворяющих условию $\delta = 2\pi q$, где q – целое число, т. е.

$$\lambda_q = 2nh / (q - \varphi / \pi). \quad (85)$$

Если оптическая толщина пластинки составляет одну или несколько полуволн видимого света, то полосы пропускания в видимой области принадлежат низким порядкам и широко разнесены по длинам волн (рис. 24, б). Поэтому обычно можно не пропускать все эти полосы, кроме одной, либо при помощи вспомогательных абсорбционных фильтров, либо воспользовавшись селективной реакцией фотоприемника.

Как следует из (67), положение максимума полосы пропускания фильтра зависит от угла падения света. Этим можно пользоваться для небольшого (несколько полуширин) смещения полосы пропускания

фильтра в коротковолновую сторону. На практике фильтры низшего порядка можно перестроить путем наклона примерно на 10 нм. Узкополосные фильтры более высокого порядка допускают перестройку длины волны не более чем на 1–2 нм. Однако следует иметь в виду, что при этом растёт ширина полосы пропускания, а при больших углах наклона происходит расщепление полосы. Это связано с различием в фазовых сдвигах при отражении компонент, поляризованных в плоскости падения и нормально к ней (*S*-и *P*-компоненты). Для фильтров с широкой полосой пропускания расщепление наступает при углах наклона, больших 30°, и может достигать нескольких десятков нанометров (рис. 25). У узкополосных ИС оно может наблюдаться и при меньших углах

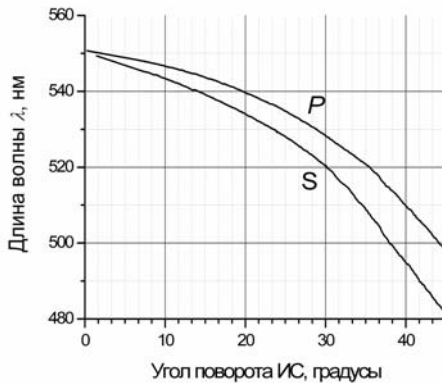


Рис. 25. Зависимость положения максимума полосы пропускания для *S*-и *P*-компонент светового пучка от угла его падения на интерференционный фильтр (θ – угол преломления)

В случае использования оптически активного вещества в качестве прослойки между зеркальными поверхностями возникает сильное расщепление спектральных характеристик на компоненты с разной поляризацией. Так, при использовании прозрачной слюды максимумы в спектре пропускания раздваиваются вследствие различия показателей преломления n_o и n_e обыкновенного и необыкновенного лучей. Измеряя величину расщепления $\Delta\lambda_q$ в спектре q -го порядка, можно вычислить $\Delta n = n_o - n_e = (1 - q) \Delta\lambda_q / 2h$ и исследовать зависимость этой разности от длины волны.

Увеличение базы фильтра повышает требования к оптическому качеству материала, из которого изготовлена прослойка между зеркалами, поскольку неоднородности показателя преломления («свили») приводят к уширению полос пропускания на величину, которую можно оценить из формулы (83).

4. Теоретические основы физической феноменологической оптики

Теоретическое описание явлений в физической оптике базируется на уравнениях Максвелла (Maxwell James Clark, 1831–1879). Приведем основные положения теории, существенные для объяснения показателя преломления. Дифференциальная система уравнений Максвелла, описывающих поле в каждой точке пространства, в системе Гаусса выглядит следующим образом:

$$\begin{aligned}\operatorname{rot} \vec{H} &= \frac{1}{c} \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} + \frac{4\pi}{c} \vec{j}, \\ \operatorname{rot} \vec{E} &= -\frac{1}{c} \frac{\partial \vec{B}}{\partial t}, \\ \operatorname{div} \vec{D} &= 4\pi\rho, \\ \operatorname{div} \vec{B} &= 0.\end{aligned}\tag{86}$$

Для полноты описания сюда добавляют формулу для вектора Пойнтинга: $\vec{S} = \frac{c}{4\pi} [\vec{E} \vec{H}]$.

Здесь \vec{E} , \vec{H} и \vec{D} , \vec{B} – напряженности и индукции электрического и магнитного полей, а \vec{j} и ρ – плотности токов и заряда. Как видно, приведенные уравнения не зависят от свойств среды и поэтому являются универсальными. Уравнения Максвелла применимы для сред любого агрегатного состояния, однородных и неоднородных, изотропных и анизотропных, стационарных и нестационарных, линейных и нелинейных.

Однако приведенная система (86) не замкнута (число переменных больше числа уравнений), и, следовательно, с ее помощью нельзя однозначно рассчитать электромагнитные процессы в среде.

Систему необходимо дополнить уравнениями, устанавливающими связи между \vec{D} и \vec{E} , \vec{B} и \vec{H} , \vec{j} и \vec{E} :

$$\vec{D} = \vec{D}(\vec{E}), \quad \vec{B} = \vec{B}(\vec{H}), \quad \vec{j} = \vec{j}(\vec{E}). \quad (87)$$

Приведенные уравнения (87) называют *уравнениями состояния*, или *материальными уравнениями*. Они описывают электромагнитные свойства среды, а для каждой конкретной имеют определенную форму, например, в вакууме $\vec{D} \equiv \vec{E}$, и $\vec{B} \equiv \vec{H}$. Совокупности уравнений поля (86) и уравнений состояния (87) образуют полную систему уравнений.

Уравнения состояния в общем случае очень сложны, так как векторы \vec{D} , \vec{B} и \vec{j} в данной точке пространства и в данный момент времени могут зависеть от полей \vec{E} и \vec{H} во всех точках пространства во все предыдущие моменты времени (временная и пространственная дисперсия). Физический смысл временной и пространственной дисперсии упрощенно можно пояснить следующим образом. Среда содержит, в частности, электрические колебательные системы – электроны обращаются вокруг ядер атомов, атомы в молекулах колеблются около равновесных положений, в плазме имеются различные плазменные волны и т. д. Текущее состояние колебательной системы определяется, вообще говоря, всей «историей» ее взаимодействия с электромагнитным полем и с остальными элементами среды, окружающими эту систему.

Однако для большинства изотропных сред, вплоть до весьма значительных полей, уравнения состояния имеют простую линейную форму:

$$\vec{D} = \varepsilon \vec{E}, \quad \vec{B} = \mu \vec{H}, \quad \vec{j} = \sigma \vec{E} + \vec{j}_{\text{стр.}} \quad (88)$$

Здесь $\varepsilon(x, y, z)$ – диэлектрическая, а $\mu(x, y, z)$ – магнитная проницаемости среды; $\sigma(x, y, z)$ называется удельной электропроводностью, а $\vec{j}_{\text{стр.}}$ – плотность так называемых сторонних токов.

5. Показатель преломления в теории феноменологической оптики

При отыскании решений системы уравнений (86)–(87) (или (86)–(88)) значения параметров среды ε , μ , σ считаются известными, по-

лученными, как правило, из эксперимента. Именно это положение (соглашение, допущение) является отличительной особенностью феноменологической (макроскопической) теории Максвелла (от слов феномен – «явление», логос – «наука»: воздействуем на среду полем и получаем индукцию как явление, при этом не вникаем в природу взаимодействия). Решая далее систему уравнений в том или ином виде, находим напряженности и индукции полей, а также их зависимости от координат и времени. Таким образом, в феноменологической теории Максвелла макроскопические характеристики электромагнитных свойств среды должны быть найдены либо экспериментально, либо каким-нибудь другим независимым способом. Тем самым выключается из рассмотрения сложный механизм взаимодействия электромагнитного поля с заряженными частицами среды.

Задача феноменологической электромагнитной теории состоит в том, чтобы найти (установить, обосновать) такие функциональные зависимости в материальных уравнениях, которые позволили бы преобразовать систему (86) к более простому виду и решить ее. При этом используются какие-либо физические модели среды. Например, в оптической области спектра используется тот факт, что вследствие больших значений частот материальное уравнение для магнитной компоненты поля значительно упрощается:

$$\vec{B} = \vec{H}, \quad (88a)$$

т. е. среды полагаются немагнитными ($\mu = 1$).

Более существенно упростить задачу можно, допустив, что диэлектрическая проницаемость $\varepsilon = \text{const}$, а $\sigma = 0$, $\rho = 0$, т. е. среда является непроводящей и, следовательно, является диэлектриком. Система (86) для такой среды преобразуется к виду:

$$\begin{aligned} \text{rot } \vec{H} &= \frac{\varepsilon}{c} \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} & \text{rot } \vec{E} &= -\frac{\mu}{c} \frac{\partial \vec{H}}{\partial t} \\ \text{div } \vec{D} &= 0, \quad \text{div } \vec{H} = 0. \end{aligned}$$

Во втором уравнении мы формально оставили магнитную проницаемость. Продифференцировав по времени первое уравнение и подставив в него значение $\frac{\partial \vec{H}}{\partial t}$ из второго, получим:

$$c \cdot \text{rot} \text{rot} \vec{E} = \frac{\varepsilon \mu}{c} \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2}.$$

Учитывая, что $\text{rot} \text{rot} \vec{E} = -\nabla^2 \vec{E} + \text{grad} \text{div} \vec{E}$, а $\text{div} \vec{E} = 0$, получим *волновое уравнение* для электрического поля:

$$\frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} - \frac{c^2}{\mu \varepsilon} \nabla^2 \vec{E}.$$

Множитель, стоящий перед пространственной производной, равен квадрату скорости распространения волны. Отсюда следует, что скорость распространения поля в среде v отличается от скорости его распространения в вакууме c и равна

$$v = \frac{c}{\sqrt{\mu \varepsilon}}.$$

Показателем преломления среды n называют отношение скоростей распространения оптического излучения в вакууме c и в среде v , т. е.

$$n = \sqrt{\mu \varepsilon}.$$

Иногда это отношение называют *абсолютным показателем преломления*.

Перейдем от примера к более общему случаю [9]. Рассмотрим линейные среды, для которых выполняется условие (88). Вследствие инерционности любых материальных систем, в том числе и заряженных частиц, связь между электрической индукцией и полем должна иметь интегральную форму:

$$\vec{D}(t, \vec{r}) = \vec{E}(t, \vec{r}) + \int_{-\infty}^t f(t, t') \vec{E}(t', \vec{r}) dt', \quad (89)$$

где верхний предел интегрирования определен принципом причинности. Формула (89) отражает известное соотношение для вектора электрической индукции \vec{D} : $\vec{D} = \varepsilon \cdot \vec{E} = \vec{E} + 4\pi \vec{P} = \vec{E} + 4\pi \alpha \vec{E}$, и, следовательно, интегральный член в (89) пропорционален *поляризации* $\vec{P}(t, r)$ единицы объема среды:

$$\vec{P}(t, \vec{r}) = \frac{1}{4\pi} \int_{-\infty}^t f(t, t') \vec{E}(t', \vec{r}) dt'. \quad (90)$$

Функцию $f(t, t')$ называют *функцией влияния*, или *переходной функцией*, или *функцией Грина*. Физический смысл ее становится

ясным, если представить поле в виде бесконечно короткого импульса $\vec{E}(t', \vec{r}) = \vec{E}_0(\vec{r})\delta(t' - t_0)$, тогда из (24) находим:

$$\vec{P}(t, \vec{r}) = 1/4\pi f(t, t_0)\vec{E}_0(\vec{r}).$$

Следовательно, функция влияния пропорциональна диэлектрической восприимчивости среды и описывает поляризуемость среды α на момент времени t , возникшую в результате действия бесконечно короткого импульса поля в момент времени t_0 . Вид функций Грина для некоторых сред приведен в пособии по физической оптике [9].

Представим для справки общий вид замкнутой системы уравнений электромагнитного поля для диэлектриков (91). Здесь первые два уравнения Максвелла преобразованы в одно волновое уравнение, исходя из условия (88а), следовательно, система описывает явления в оптической области частот:

$$\begin{aligned} \Delta \vec{E} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \vec{D}}{\partial t^2} - \nabla(\nabla \vec{E}) &= 0, \\ \operatorname{div} \vec{E} &= 0, \quad \operatorname{div} \vec{H} = 0, \\ D_i(t, \vec{r}) &= \vec{E}_i(t, \vec{r}) + \int_{-\infty}^t dt' \int f_{i,j}(t, t', \vec{r}, \vec{r}') E_j(t, \vec{r}') d\vec{r}', \\ \vec{S} &= \frac{c}{4\pi} [\vec{E} \vec{H}]. \end{aligned} \quad (91)$$

В средах с конечной проводимостью ток \vec{j} не равен нулю и система (86) должна быть дополнена материальным уравнением для \vec{j} .

Для слабых полей [9]: $\vec{j}(t, \vec{r}) = \int_0^\infty d\tau \int \varphi(\tau, \vec{\rho}) \vec{E}(t - \tau, \vec{r} - \vec{\rho}) d\vec{\rho}$.

Видно, что система (91) принципиально позволяет определить динамику электромагнитной волны в среде при условии нахождения решений материальных уравнений.

6. Микроскопическая трактовка показателя преломления. Основы электронной теории Лоренца оптических явлений

Итак, в феноменологической теории показатель преломления среды считается определенным из опыта. Если же отклик среды на

волну находится расчетным путем, то в рамках той или иной модели среды сначала определяется функция Грина, а затем находится индукция и показатель преломления. Принципиальная зависимость индукции от времени t (см. (91)) указывает на то, что фурье-составляющие показателя преломления должны зависеть от частоты.

Действительно, эксперимент показывает, что такая зависимость существует. Последовательное объяснение физической природы зависимости $n(\nu)$ дано в микроскопической электродинамике Лоренца. Здесь детально рассматривается воздействие световой волны на электрические заряды атомов среды (электроны, ионы): электромагнитные волны возбуждают колебания зарядов, происходящие с частотой колебаний электрического вектора; вследствие этих колебаний атомы среды излучают вторичные электромагнитные волны. Интерференция всех вторичных волн с первичной волной приводит к возникновению отраженной и преломленной волн.

Фундаментальными уравнениями электродинамики, определяющие микроскопические электромагнитные поля, создаваемые отдельными заряженными частицами, являются уравнения Лоренца – Максвелла (Lorentz Hendrik Antoon, 1853–1928). Теория, базирующаяся на уравнениях Лоренца – Максвелла, называется *электронной теорией*, или *классической микроскопической электродинамикой*¹. Основной постулат теории Лоренца, построенной им в конце XIX – начале XX в., состоит в предположении, что *уравнения классической (феноменологической, или макроскопической) электродинамики Максвелла точно описывают поля в любой точке пространства (в том числе межатомные и внутриатомные) в любой момент времени t .*

В дифференциальной форме в гауссовой системе единиц уравнения Лоренца – Максвелла в самосогласованной электронной теории имеют вид

¹ Отметим, что электродинамика, учитывающая квантовые эффекты при взаимодействии электромагнитного поля с заряженными частицами, называется *квантовой электродинамикой*. Взаимодействие же на уровне кварков описывается *квантовой хромодинамикой*.

$$\begin{aligned}
\operatorname{rot} \vec{h} &= \rho \vec{v} + \frac{1}{c} \frac{\partial \vec{e}}{\partial t}, \quad \operatorname{rot} \vec{e} = -\frac{1}{c} \frac{\partial \vec{h}}{\partial t}, \\
\operatorname{div} \vec{h} &= 0, \quad \operatorname{div} \vec{e} = 4\pi\rho, \\
\vec{f} &= \rho(\vec{e} + \frac{1}{c} [\vec{v} \vec{h}]).
\end{aligned} \tag{92}$$

Здесь \vec{e}, \vec{h} – микроскопические напряженности электрического и магнитного полей; ρ – плотность заряда частицы, \vec{v} – его скорость ($\vec{j} = \rho \vec{v}$); \vec{f} – объемная плотность силы (сила Лоренца), через которую осуществляется воздействие электромагнитной волны на заряды среды. Система (92) еще не является замкнутой, поскольку действующая на частицу сила должна зависеть от ее структуры. Основной вклад во взаимодействие электромагнитной волны со средой из всех заряженных частиц дают электроны как наиболее легкие и, следовательно, более подвижные. В результате с хорошим приближением можно считать, что структура заряда является точечной, а система (92) при этом приобретает вид

$$\begin{aligned}
\operatorname{rot} \vec{h} - \frac{1}{c} \frac{\partial \vec{e}}{\partial t} &= \frac{4\pi}{c} \sum_i q_i \vec{v}_i(t) \delta(\vec{r} - \vec{r}_i(t)), \\
\operatorname{div} \vec{e} &= 4\pi \sum_i q_i \delta(\vec{r} - \vec{r}_i(t)), \\
\operatorname{rot} \vec{e} + \frac{1}{c} \frac{\partial \vec{h}}{\partial t} &= 0, \quad \operatorname{div} \vec{h} = 0, \\
m_i \ddot{\vec{r}}_i &= \int \sum_{j \neq i} q_j \delta(\vec{r} - \vec{r}_j(t)) \left(\vec{e} + \frac{1}{c} [\vec{v}_j \vec{h}] \right) d\vec{r}_j.
\end{aligned} \tag{93}$$

Здесь $\delta(\vec{r} - \vec{r}_i(t))$ – δ -функция Дирака, m_i , r_i – масса и координата i -й частицы.

Под влиянием внешнего электромагнитного поля электроны, находящиеся первоначально в атомах или молекулах среды в положении равновесия, смещаются на расстояние \vec{r} . В результате смещения i -го электрона возникает электрический момент (диполь) величиной $\vec{p}_i = \vec{r}_i e$, направленный вдоль электрического поля \vec{E} электромагнитной волны. Воздействием со стороны магнитного поля волны в первом приближении можно пренебречь, так как магнитная

составляющая силы Лоренца примерно на два порядка меньше электрической составляющей. Это обусловлено тем, что характерная скорость электрона в атоме более чем в сто раз меньше скорости света и составляет величину около 10^8 см/с.

Если в единице объема среды находится N_0 атомов, то электрический суммарный момент единичного объема среды, или поляризация среды, будет равна $\vec{P} = \sum N_0 \vec{p}_i = \sum_i^{N_0} N_0 e \vec{r}_i$. Зная электри-

ческую поляризуемость среды, можно вычислить следующие феноменологические параметры среды: вектор электрической индукции, диэлектрическую проницаемость и показатель преломления среды. Действительно, $\vec{D} = \varepsilon \vec{E} = \vec{E} + 4\pi \sum N_0 e \vec{r}_i$, $n = \sqrt{\varepsilon \mu}$.

Таким образом, формально задача микроскопической оптики сводится к определению смещения электрона под действием внешнего, периодически меняющегося поля. При этом необходимо учитывать силы, действующие на электрон со стороны других частиц атома и его окружения, и, следовательно, определение смещения электрона сводится к задаче вычисления амплитуды вынужденных колебаний электрона. Следует иметь в виду, что речь идет об электронах, частоты движения которых в атоме ω_0 имеют тот же порядок величины, что и частота световой волны ω . Только такие электроны испытывают достаточно большое смещение и дают заметный вклад в диэлектрическую проницаемость среды. Часто такие электроны называют *оптическими*.

Рассмотрим кратко силы, действующие на оптические электроны [10].

Во-первых, это *сила, удерживающая* электрон в атоме (молекуле кристалле и т. п.). В упрощенной модели атома, состоящего из положительного ядра и отрицательного электрона, это сила Кулона между точечными зарядами ($F_{\text{кул.}} = q_1 q_2 / r^2$), скомпенсированная центробежной силой и пропорциональная r^2 . Более детальные исследования, однако, показывают, что удерживающая электрон в атоме сила пропорциональна r , что соответствует силе Кулона, действующей на электрон, если бы он располагался в центре положительно заряженного шара. Из этого следует, что при смещении электрона сила, стремящаяся вернуть его к центру, будет равна $-br$, где r – расстояние от центра такого шара. Следовательно, сила,

удерживающая электрон в положении равновесия, определяется законом $F = -br$. Такая сила называется упругой силой (как сила Гука в механике), а b называют константой упругой связи.

Таким образом, взаимодействие атома с электромагнитной волной можно описать, рассматривая атом как совокупность гармонических осцилляторов соответствующей частоты, определяемой квазиупругой силой $-br$. Уравнение движения электрона, смещенного из положения равновесия и предоставленного действию этой внутриатомной силы, есть

$$m\ddot{r} = -br.$$

Отсюда

$$r = r_0 \cos \omega_0 t,$$

где m – масса электрона, r_0 – амплитуда, а $\omega_0 = \sqrt{b/m}$ – круговая частота собственных колебаний электрона.

Кроме рассмотренной упругой силы, на колеблющийся электрон действует *тормозящая сила*. Как показывает опыт, эта сила слабо искажает собственные колебания атома, так что растроченная за один период колебаний энергия составляет ничтожную часть колебательной энергии электрона. При таких условиях можно принять тормозящую силу пропорциональной скорости электрона \dot{r} , подобно тому как во многих задачах механики сила трения считается пропорциональной скорости движения тела. Таким образом, в качестве второй силы, действующей на электрон, мы принимаем силу торможения:

$$G = -g\dot{r}.$$

И, наконец, *вынуждающая сила*, возникающая в результате воздействия на электрон со стороны электромагнитной (световой) волны – это упоминавшаяся уже сила Лоренца. Можно легко показать, что, как правило, магнитная составляющая волны намного (примерно более чем на 7 порядков) меньше ее электрической составляющей. Поэтому во всех практических задачах можно ограничиться учетом действия лишь электрического поля волны. Исключения составляют задачи по вращению плоскости поляризации света в веществе. Электрическое поле монохроматической волны можно представить в виде $E = E_0 \cos \omega t$, и, следовательно, сила будет равна $F = eE_0 \cos \omega t$.

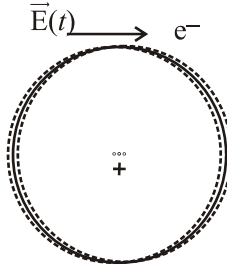


Рис. 26. Схема колебаний ядра и орбиты оптического электрона под действием электромагнитной волны $\vec{E}(t)$

На рис. 26 схематически показано движение ядра и оптического электрона под действием электрического поля волны $\vec{E}(t)$. Пунктиром показаны крайние положения орбиты электрона, серыми точками – ядра. Необходимо отметить, что такое представление силы справедливо лишь в том случае, когда можно пренебречь действием окружающих молекул, которые поляризуются под влиянием проходящей волны. Следовательно, такое представление силы справедливо для разреженных газов, когда расстояние между молекулами среды велико. В противном случае необходимо учитывать это влияние (см. формулу Лоренц – Лоренца).

С учетом перечисленных сил напомним ньютоново уравнение движения для электрона:

$$m\ddot{r} = eE - br - g\dot{r}.$$

Упростим его, приняв $g = 0$. Решением такого уравнения будет следующее соотношение:

$$r = A \sin \omega t = \frac{eE_0}{m(\omega_0^2 - \omega^2)} \sin \omega t.$$

Следовательно,

$$P = N_0 e r = \frac{N_0 e^2 E_0}{m(\omega_0^2 - \omega^2)} \sin \omega t,$$

где N_0 – число осцилляторов.

Отсюда, учитывая соотношение $D = \varepsilon E = E + 4\pi P$, получим окончательное решение упрощенной задачи ($g = 0$):

$$\varepsilon = 1 + \frac{4\pi N_0 e^2}{m(\omega_0^2 - \omega^2)}. \quad (94)$$

Видно, что, в отличие от феноменологической теории, показатель преломления и, следовательно, скорость распространения волны в одной и той же среде зависят от частоты электромагнитной волны. Общепринято эту зависимость называть *дисперсией показателя преломления*, а формулу (94) – *дисперсионным соотношением*. Перенеся в формуле (94) единицу в левую часть и разложив последнюю на сомножители, получим:

$$(n-1)(n+1) = \frac{4\pi N_0 e^2}{m(\omega_0^2 - \omega^2)}.$$

Поскольку n для газов обычно не очень сильно отличается от единицы, то множитель $(n-1)$ изменяется значительно сильнее, чем $(n+1)$. Опыт показывает, что величину $(n-1)$ с хорошим приближением можно считать пропорциональной плотности или числу атомов N_0 в единице объема. Итак, положим $N = fN_0$. Безразмерный коэффициент f называют *силой осциллятора*. Его вводят, желая подчеркнуть эффективность отдельного атома как осциллятора в явлении дисперсии.

Учет затухания ($g \neq 0$) приводит к тому, что показатель преломления становится мнимой величиной $\tilde{n} = n(1 - i\chi)$. Здесь n – действительная часть показателя преломления, определяющая фазовую скорость волны, а χ – показатель поглощения, характеризующий убывание амплитуды волны. Приведем окончательные формулы для действительной и мнимой части показателя преломления, получающиеся в результате решения уравнения движения электрона в этом случае:

$$n^2(1 - \chi^2) = 1 + \frac{4\pi e^2}{m} N_0 \frac{f(\omega_0^2 - \omega^2)}{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + \omega^2(g/m)^2},$$

$$2n^2\chi = \frac{4\pi e}{m} N_0 \frac{f(g/m)\omega}{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + \omega^2(g/m)^2}.$$

7. Учет действия окружающих молекул и формула Лоренц – Лоренца

При обсуждении вынуждающей силы мы упростили задачу, когда пренебрегли влиянием окружающих молекул, поляризованных под действием световой волны. Учет этого влияния, вообще говоря, очень труден. Строгое и последовательное изложение этого вопроса можно найти в монографии [1, с. 111]. Для простейшего случая изотропной среды Лоренц показал, что такой учет связи между действующим на электрон полем E' , внешним полем E и поляризацией P дается следующей зависимостью:

$$\vec{E}' = \vec{E} + 4\pi\vec{P}.$$

Подставим такое поле в уравнение Ньютона при $g = 0$ и получим:

$$n\ddot{P} + (b - \frac{4\pi}{3}Ne^2) = Ne^2E.$$

Определив отсюда P , найдем n^2 , воспользовавшись соотношением $\varepsilon E = n^2 E = E + 4\pi P$:

$$n^2 - 1 = \frac{(4\pi N_0 e^2 / m)f}{(\omega_0^2 - \omega^2) - (4\pi N_0 e^2 f) / 3m}.$$

Преобразовывая это выражение, выведем формулу, полученную одновременно Х. А. Лоренцем² и Л. Лоренцем³ (1880 г.):

$$\frac{n^2 - 1}{n^2 + 2} = N_0 \frac{4\pi e^2 f}{3m(\omega_0^2 - \omega^2)}. \quad (95)$$

Учитывая, что для данного вещества и данной длины волны величины e , m , ω_0 и ω постоянны, можно придать формуле Лоренц – Лоренца общепринятый вид:

$$\frac{n^2 - 1}{n^2 + 2} = \frac{4\pi}{3} N_0 \alpha_{ye}, \quad (96)$$

² Сила Лоренца, уравнения Лоренца – Максвелла, преобразования Лоренца и приведенная в тексте формула – всему этому мы обязаны голландскому физiku Х. А. Лоренцу (Hendrik Antoon Lorentz, 1853–1928).

³ В русской литературе фамилии обоих ученых (Lorentz и Lorenz) принято записывать одинаково – Лоренц.

где $\alpha_{эл}$ – удельная (объемная) электронная поляризуемость ($E = \alpha P$). В случае смеси нескольких (k) веществ в правой части стоит сумма $\frac{4\pi}{3} \sum_{i=1}^k N_i \alpha_{\text{э}}^i$, каждый член которой относится к одному из этих веществ. Формуле (95) можно придать следующий вид:

$$\frac{n^2 - 1}{n^2 + 2} \frac{1}{N_0} = \text{const}$$

или

$$\frac{n^2 - 1}{n^2 + 2} \frac{1}{\rho} = r. \quad (97)$$

Последнее соотношение называют удельной рефракцией вещества (ρ – плотность вещества). Согласно (97) удельная рефракция r не должна зависеть от плотности вещества. Действительно, нередко она остается постоянной даже при переходе от газообразного состояния в жидкое.

Опыт показывает, что формула Лоренц – Лоренца приближенно выполняется не только для изотропных, но и для многих других веществ (допустимость ее применения и степень точности устанавливается экспериментально в каждом отдельном случае). Она неприменима в областях собственных (резонансных ($\omega = \omega_0$)) частот.

Поляризуемость вещества можно считать чисто электронной лишь при частотах внешнего поля, соответствующих видимому и ультрафиолетовому излучению. При более медленных колебаниях поля (например, в инфракрасной области) за период колебания успевают сместиться не только электроны, но и ионы в ионных кристаллах и атомы в молекулах. В этом случае необходимо учитывать ионную или атомную поляризуемости. В ряде случаев достаточно в формуле Лоренц – Лоренца заменить $\alpha_{эл}$ на полную (суммарную) «упругую» поляризуемость α . В этом случае связь диэлектрической проницаемости с поляризуемостью описывается *формулой Клаузиуса – Моссо́ти*, совпадающей по виду с формулой Лоренц – Лоренца. В полярных диэлектриках в еще более длинноволновой, чем ИК, области спектра существенна так называемая *ориентационная поляризуемость*, обусловленная поворотом «по полю» постоянных дипольных моментов частиц. Зависимость n от α в этом случае усложняется и описывается *формулой Ланжевена – Дебая*.

Лабораторная работа 2.6. Измерение показателя преломления газа с помощью интерферометра Фабри – Перо

1. Методы измерения показателя преломления

Практически показатель преломления газов часто измеряется с помощью интерферометрии, в частности, лазерной. При этом исследуется зависимость длины оптического пути в среде l от показателя преломления n . Длина оптического пути определяется как $l = n \cdot d$, где d – геометрическая длина пути. Тангенс угла наклона графика полученной зависимости равен показателю преломления среды.

Известен интерферометр Рэлея, специально предназначенный для точного измерения показателя преломления различных прозрачных сред. В этом двухлучевом интерферометре измеряется положение интерференционных полос картины, возникающей при дифракции света на двух параллельных щелях (аналогично опыту Юнга). Интерферирующие лучи распространяются каждый через свою трубку, заполненную исследуемыми веществами. Если показатели преломления веществ различны, то интерференционные полосы смещаются в ту или иную сторону относительно опорной картины, получаемой для тех же лучей, распространяющихся снаружи этих трубок. Чем длиннее трубки, тем чувствительнее интерферометр и тем точнее можно измерить разность показателей преломления веществ, содержащихся в трубках.

Интерферометр Фабри – Перо отличается малыми габаритами при высокой разрешающей способности, что позволяет с успехом проводить измерения показателя преломления на предлагаемой простой установке [11].

2. Экспериментальная установка

В настоящей работе предлагается измерить показатель преломления неизвестного газа с помощью сканирующего интерферометра Фабри – Перо, оптическая схема которого показана на рис. 27.

В качестве источника электромагнитного излучения используется He-Ne-лазер 1, мощность которого составляет < 3 мВт. Длина волны генерируемого лазером излучения $\lambda = 633$ нм. Лазерный луч расширяется с помощью объектива 2. Излучение через оптическое

окно 3 вводится в барокамеру 7. Изменение длины электромагнитной волны в газе при варьировании давления измеряется с помощью интерферометра Фабри – Перо, состоящего из корпуса 4, зеркал 6 и распорного кольца 5. Распорное кольцо задает расстояние между зеркалами (базу интерферометра) $h = 5,996$ мм. Вышедшее через окно 3а излучение попадает в объектив (8) автоколлиматора. Делительный кубик 10 позволяет одновременно наблюдать интерференционные кольца глазом 12 через окуляр 11 и регистрировать интегральный световой поток вблизи центра интерференционной картины фотодиодом 9. Размер чувствительной площадки фотодиода имеет порядок диаметра центрального пятна интерференционной картины.

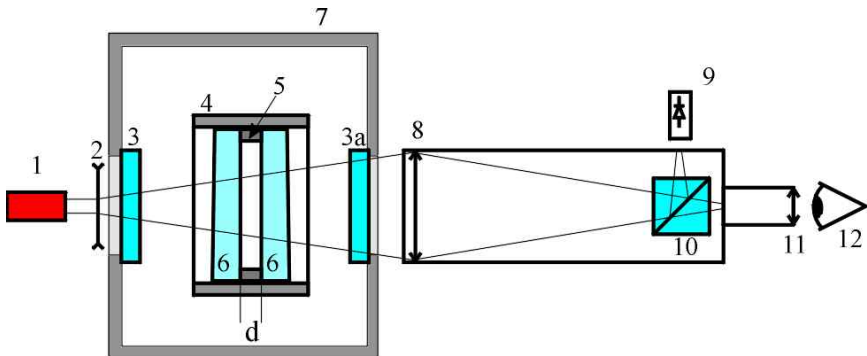


Рис. 27. Оптическая схема установки: 1 – лазер; 2 – объектив осветителя; 3, 3а – оптические окна; 4 – корпус интерферометра; 5 – распорное кольцо; 6 – зеркала; 7 – корпус барокамеры; 8 – объектив коллиматора; 9 – фотодиод; 10 – делительный кубик; 11 – окуляр; 12 – глаз

В интерферометре происходит изменение длины оптического пути l , что достигается изменением показателя преломления среды n' (формула (80)). Изменение длины оптического пути будет приводить к тому, что интерференционные кольца, наблюдаемые через окуляр 11, будут расходиться или сходиться к центру. При этом центральное пятно будет периодически исчезать. Установка настроена на регистрацию интенсивности света, прошедшего вблизи

оптической оси, т. е. на регистрацию интенсивности в порядке m_0 (формула (80)).

На рис. 28. показана общая схема установки для измерения показателя преломления газов.

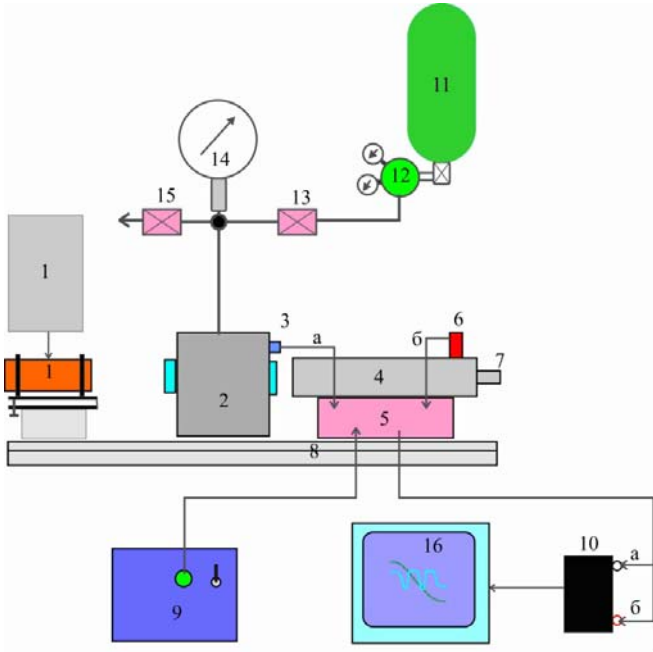


Рис. 28. Общая схема установки для измерения показателя преломления: 1 – лазер; 2 – барокамера с интерферометром; 3 – тензодатчик давления; 4 – автоколлиматор; 5 – подставка автоколлиматора с источниками питания лазера и тензодатчика и предусилителями сигналов с датчика давления и фотоприемника; 6 – фотодатчик-фотодиод; 7 – окуляр; 8 – оптический рельс; 9 – источник стабилизированного напряжения +12 и –12 В; 10 – двухканальный цифровой осциллограф; 11 – баллон с газом; 12 – редуктор; 13 – натекатель; 14 – манометр; 15 – выпускной вентиль; 16 – монитор

Здесь есть несколько элементов, не описанных выше. Тензодатчик давления 3 предназначен для регистрации временной зависимости давления в барокамере, обладает линейной зависимостью выходного сигнала от давления. Редуктор 12 снижает высокое дав-

ление, при котором находится газ в баллоне, до рабочего (1–2 атм). Натекатель 13 позволяет медленно и плавно наполнять барокамеру газом. Вентиль 15 предназначен для выпуска газа из барокамеры. Манометр 14 необходим для измерения начального и конечного давления в барокамере (измеряется *избыточное*, но не *абсолютное* давление!). Источник стабилизированного напряжения 9 питает электронные схемы, содержащиеся в подставке автоколлиматора. Цифровой осциллограф фирмы TiePie™ HS-3, подключенный с компьютеру через USB-порт, позволяет регистрировать сигналы с фото- и тензодатчика и измерять их временные и амплитудные характеристики. На рис. 28 на мониторе показан возможный вид зависимости давления (зеленый луч) и светового потока (голубой луч) от времени. Цифровой осциллограф может строить на экране зависимость одного сигнала от другого (X–Y-режим).

3. Порядок проведения работы

На рис. 29 показана установка для измерения показателя преломления. Перед началом работы необходимо убедиться в соответствии электрических соединений со схемами, приведенными в данном методическом материале. Проверьте внешний вид и исправность газовой магистрали, крепление баллона, наличие (6 штук!) и состояние болтов крепления крышки барокамеры (затянуты!).

Включите компьютер, на мониторе появится ярлык, подписанный «2.6». При запуске этой программы, появятся два окна – окно выбора режима работы и окно осциллографа. В пункте меню «ФАЙЛ» выберите «восстановить настройку прибора» и загрузите установки работы («lab2–6–osc.set») при работе в режиме осциллографа или («lab2–6–trans.set») – при работе в режиме самописца. Подробно с правилами эксплуатации прибора HS-3 можно ознакомиться по специальной инструкции.

Включите лазер 4 и источник стабилизированного напряжения 7, убедитесь в том, что интерферометр настроен и лазер работает – через окуляр 7 должна наблюдаться центральная область интерференционной картины (см. рис. 28).

Если центр интерференционной картины находится не по центру поля зрения, необходимо настроить прибор. Для этого следует вынуть фотоприемник из втулки и с помощью специального окуляра убедиться, что на фотоприемник попадает излучение из центра ин-

терференционной картины. Настройка положения втулки осуществляется после освобождения прижимного кольца, крепящегося двумя винтами. После юстировки прижимное кольцо следует зафиксировать. Убедившись в правильности установки втулки, задвинуть фотодиод во втулку до упора.

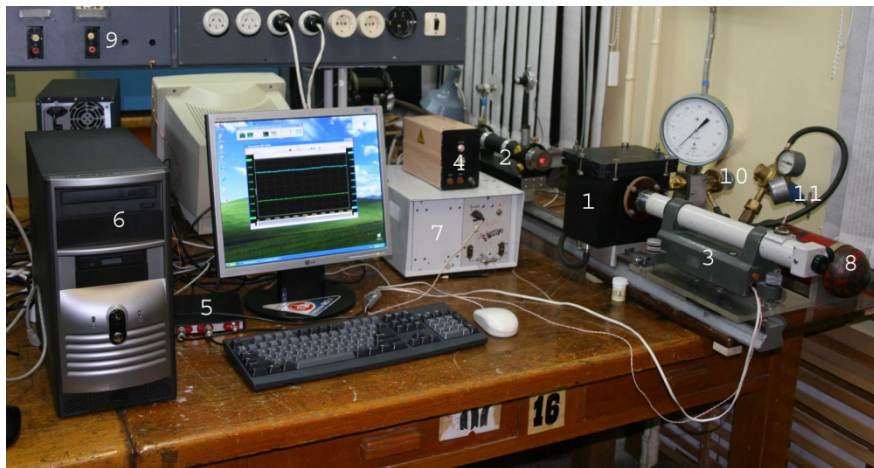


Рис. 29. Установка для измерения показателя преломления: 1 – барокамера с интерферометром; 2 – лазер; 3 – коллиматор; 4 – блок питания лазера; 5 – осциллограф; 6 – компьютер; 7 – блок питания установки; 8 – баллон с исследуемым газом; 9 – сетевой автомат; 10 – натекаль; 11 – редуктор

Проделать пробный напуск газа в камеру. Для этого необходимо выполнить следующие операции (см. рис. 28).

1. Проверить наличие газа в баллоне. Для этого необходимо сначала проверить, свободно ли вращается винт редуктора, который располагается в непосредственной близости от вентиля на баллоне. Если винт редуктора вращается с усилием (~ 10 Н), то его следует выворачивать его до момента, когда прикладываемое усилие резко сократится ($\sim 0,1$ Н). Затем, обхватив вентиль баллона кистями обеих рук, открыть его. Наличие газа в баллоне при этом определяется

по показанию манометра высокого давления на редукторе (должно быть ~60 ати⁴).

2. Закрывать вентиль 15 сброса газа из камеры.

3. Закрывать натекаТЕЛЬ 13.

4. Вворачивая постепенно винт редуктора, установить по манометру низкого давления на редукторе выходное давление газа, равное 1,5 ати (избыточных атмосфер). Обратите внимание – стрелка манометра при этом должна отойти от ограничителя на полделения, так как шкала этого манометра начинается с 1 ати.

5. Затем, открывая вентиль натекателя, установить по основному манометру требуемое давление в барокамере. **Недопустимо наполнять камеру до давления выше 1,5 ати!**

6. Закрывать натекаТЕЛЬ 13.

7. Для сброса газа из барокамеры открыть вентиль 15.

8. После окончания работы закрыть вентиль баллона до упора.

В случае долгого простоя установки необходимо «промыть» рабочий объем установки от воздуха, для чего операции 5–7 провести несколько раз.

Во время проведения пробных напусков камеры следует наблюдать в окуляр автоколлиматора за изменениями интерференционной картины и проверять настройку чувствительности каналов осциллографа. Настройка может считаться выполненной, если при изменении давления, которое вызывает смещение луча на высоту экрана, наблюдается не менее двух экстремальных положений луча канала фоторегистрации. *Внимание! Изменение давления в барокамере при проведении измерений должно происходить не быстрее 0,1 бар/с – это связано с инерционностью преусилителя фотодатчика.*

Проведение и количество пробных напусков также определяется необходимостью «промывки» барокамеры рабочим газом с целью удаления остатков воздуха.

А. Вариант проведения измерений в режиме осциллографа.

Для проведения измерений необходимо установить время развертки (рис. 29) порядка 10–20 с выбором частоты и количества вы-

⁴ Сокращение «ати» применяется для так называемых «избыточных» атмосфер давления. Стрелочные манометры показывают избыточное давление – разность между абсолютным давлением в резервуаре и атмосферным давлением.

борок. Запуск осциллографа следует производить сигналом с датчика давления «по уровню с опережением». Время опережения надо установить достаточно большим, чтобы оказался зарегистрированным начальный уровень давления в барокамере. Измерения можно проводить как во время напуска газа, так и во время сброса газа из камеры. Следует подобрать достаточно низкую скорость изменения давления в камере. Однако время измерения не должно быть слишком большим и быть сравнимым со временем спонтанного изменения интерференционной картины, связанной с нестабильностью характеристик лазера.

Предположим, что регистрация сигналов проводится при сбросе давления. После наполнения камеры произведите запись показаний манометра. Установите режим запуска осциллографа – «однократный». После этого поверните вентиль сброса давления на заранее выбранный угол, такой, чтобы скорость падения давления была не очень высокой. В момент достижения сигналом с датчика давления уровня запуска произойдет запуск осциллографа, причем будет записан сигнал с датчика давления с заданным опережением. При получении качественных сигналов произведите запись конечного значения давления в камере (по манометру).

Занесите в таблицу значения давлений в камере для последовательности резких экстремумов сигнала с фотодатчика.

Повторите измерения для различных значений начального и конечного давления в камере.

Б. Вариант проведения измерений в режиме самописца.

Установите частоту оцифровки (по умолчанию она равна 0,01 с) и количество выборок. Полное время измерения следует выбрать не менее 20 с. Нажав кнопку пуска (зеленый треугольник на панели сверху), начните изменять давление в барокамере. Остановить самописец можно, нажав на красный квадратик. Отличие режима самописца от режима осциллографа состоит в том, что в первом можно наблюдать за процессом регистрации данных, но нельзя вывести данные в зависимости один от другого.

4. Обработка измерений

Переход от одного экстремума к другому происходит в результате изменения порядка интерференции на единицу. По числу m зарегистрированных максимумов при изменении давления газа Δp в ба- рокамере можно вычислить изменение показателя преломления га- за:

$$\delta n_{\Delta p} = m \cdot \lambda / 2h .$$

Осциллограф может строить зависимость одного сигнала от дру- гого, для чего в пункте меню «измерение» следует выбрать «X–Y- режим».

Чтобы задокументировать полученную зависимость, необходимо воспользоваться курсорами, которые можно включить, выбрав пункт меню «курсоры».

Упражнение 1. Определить поведение показателя преломления неизвестного газа в зависимости от давления (построить график). Определить по таблицам справочников сорт газа. Построить график зависимости рефракции от давления.

Упражнение 2. Определить по формуле (97) поляризуемость ве- щества. Найти силу осциллятора.

Упражнение 3. Определить область свободной дисперсии скани- рующего интерферометра Фабри – Перо, определить его спектраль- ное разрешение.

Контрольные вопросы

1. Напишите уравнения состояния для анизотропной среды (общий вид). Каким математическим объектом определяется в этом случае диэлектрическая проницаемость среды? Как из нее опреде- лить показатель преломления?

2. Может ли быть показатель преломления меньше единицы? Как соотносится при этом фазовая скорость света в среде со скоро- стью света в вакууме?

3. Может ли скорость распространения световой волны в среде зависеть от ее поляризации? Объяснить это с позиций микроскопи- ческой теории Лоренца.

4. Оцените габариты интерферометра Релея, обладающего такой же чувствительностью, как использовавшийся Вами интерферометр.

Список литературы

1. Борн М., Вольф Э. Основы оптики. М.: Наука, 1970.
2. Бурмасов В. С., Поздняков Г. А. Лабораторная работа № 2.6 Практикума по физической оптике КОФ НГУ. Новосибирск, 2006.
3. Бутиков Е.И. Оптика. М., 1985
4. Ландсберг С. Г. Оптика. 5-е изд. М.: Наука, 1976.
5. Матвеев А. Н. Оптика. М.: Высш. шк., 1985.
6. Мешков И. Н., Чириков Б.В. Электромагнитное поле. Новосибирск: Наука. Сиб. отд-ние, 1987. Ч. 2.
7. Руссо М., Матье Ж. П. Задачи по оптике. М.: Мир, 1976.
8. Раутиан С. Г. Физическая оптика: учеб. пособие: в 3 ч. Новосибирск, 1995. Ч. 1
9. Ражев А. М., Климкин В. Ф., Кубарев В. В., Поздняков Г. А. Дифракция света. Сб. лаб. работ по физической оптике: учеб. пособие. Новосибирск, 2009. Ч. 1
10. Сивухин Д.В. Оптика. М., 1985
11. Сороко Л. М. Основы голографии и когерентной оптики. М.: Наука, 1971.
12. Ланжевена – Дебая Физическая энциклопедия, М., 1990.

ОГЛАВЛЕНИЕ

ГЛАВА I. ДВУХЛУЧЕВАЯ ИНТЕРФЕРЕНЦИЯ СВЕТА.....	3
Краткая теория.....	3
1. Световые волны.....	4
2. Сложение монохроматических волн.....	6
3. Интерференция монохроматических волн, распространяющихся от двух точечных источников.....	7
4. Комплексная степень когерентности.....	12
5. Временная когерентность.....	16
6. Поперечная пространственная когерентность.....	19
7. Получение когерентных волн.....	21
Лабораторная работа 2.1. Определение длины волны света с помощью опыта Юнга и бипризмы Френеля.....	23
1. Схема опытов.....	23
2. Методика измерений.....	25
3. Влияние ширины щелей в опыте Юнга на вид интерференционной картины.....	28
4. Экспериментальная установка.....	31
5. Порядок выполнения работы.....	33
Приложение для физиков	
Лабораторная работа 2.2. Кольца Ньютона.....	44
1. Интерференция в отраженном свете.....	44
2. Методика измерений.....	47
3. Световые биения.....	50
4. Экспериментальная установка.....	52
5. Порядок выполнения работы.....	55

ГЛАВА II. МНОГОЛУЧЕВАЯ ИНТЕРФЕРЕНЦИЯ СВЕТА.....	59
Введение.....	59
1. Интерференция при многократном отражении от двух поверхностей. Общий случай.....	59
2. Интерферометр Фабри – Перо	66
3. Интерференционные фильтры	69
4. Теоретические основы физической феноменологической оптики	72
5. Показатель преломления в теории феноменологической оптики	74
6. Микроскопическая трактовка показателя преломления.	
Основы электронной теории Лоренца оптических явле- ний.....	77
7. Учет действия окружающих молекул и формула Лоренц – Ло- ренца	83
Лабораторная работа 2.6. Измерение показателя преломления газа с помощью интерферометра Фабри – Перо.....	86
1. Методы измерения показателя преломления	86
2. Экспериментальная установка	87
3. Порядок проведения работы	89
4. Обработка измерений	93
Список литературы.....	94