

# Кривые второго порядка

*Овальная дыня,  
Овальный лимон.  
Мы с мамой купили  
Овальный батон.  
Овальных предметов  
Немало вокруг.  
С овалом теперь  
Я не считаю круг.*

*Мурасова В. И.*

# ГМТ

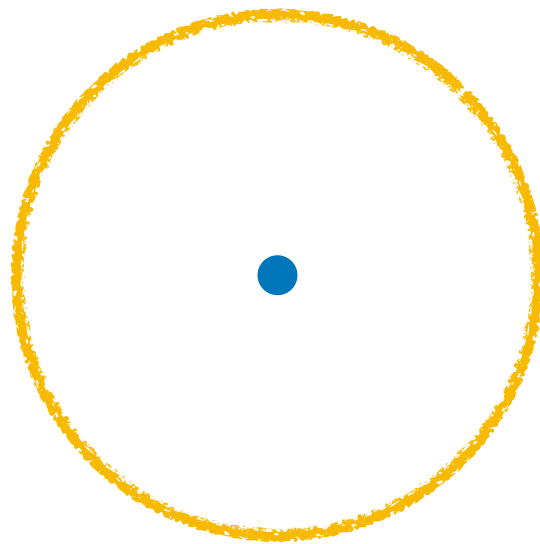
**Геометрическое место точек** — *это множество всех точек, обладающих некоторым заданным свойством.*

То есть (1) все точки множества, удовлетворяют этому свойству, и (2) если точка удовлетворяет свойству, то она принадлежит этому множеству.

# Задача 1

на плоскости

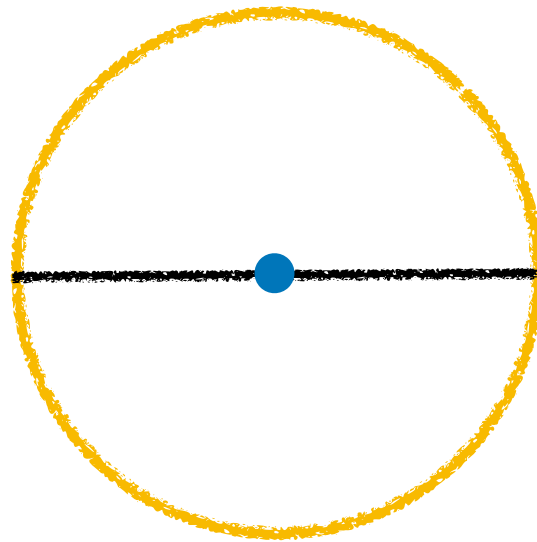
Найдите ГМТ, равноудаленных от заданной точки  $O$  на заданное расстояние  $R$ .



# Задача 2

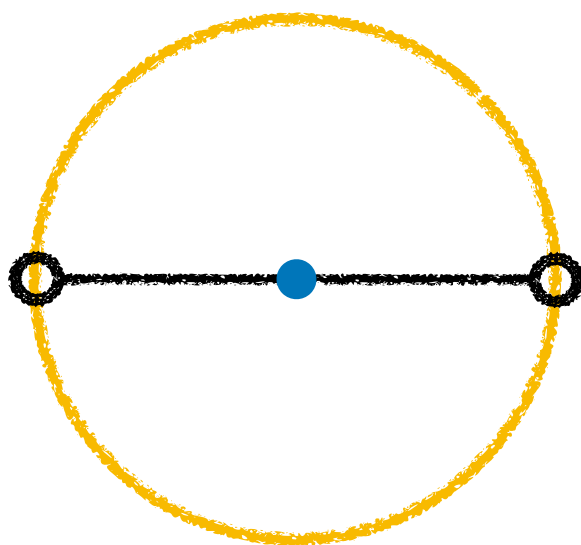
Найдите ГМТ, из которых данный отрезок виден под прямым углом.

(1) все точки множества,  
удовлетворяют этому свойству ?



# Задача 2

Найдите ГМТ, из которых данный отрезок виден под прямым углом.

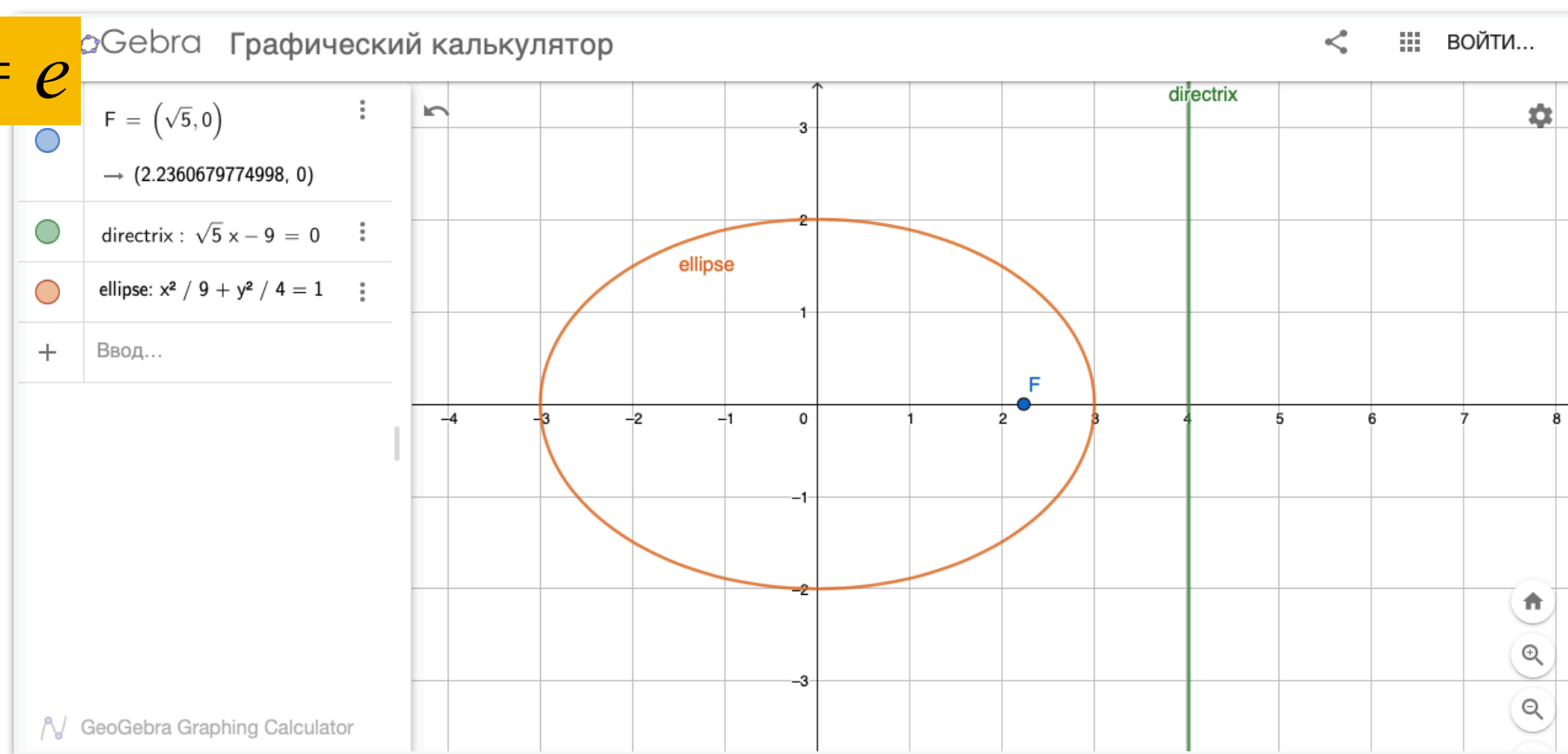


# Задача 1

Найдите уравнение геометрического места точек, для каждой из которых отношение расстояния до точки  $A(\sqrt{5}, 0)$  к расстоянию до прямой  $l : \sqrt{5}x - 9 = 0$  постоянно и равно  $\frac{\sqrt{5}}{3}$ .

# Задача 1

Найдите уравнение геометрического места точек, для каждой из которых отношение расстояния до точки  $F(\sqrt{5}, 0)$  к расстоянию до прямой  $d: \sqrt{5}x - 9 = 0$  постоянно и равно  $\frac{\sqrt{5}}{3} = e$



# Вывод

Эллипс/гипербола/парабола — это геометрическое место точек плоскости, для каждой из которых отношение расстояния до заданной точки (фокуса) к расстоянию от этой точки до данной прямой (директрисы, ближайшей к данному фокусу) равно заданному числу (эксцентриситету)

<https://www.geogebra.org/geometry/wujm63qa>

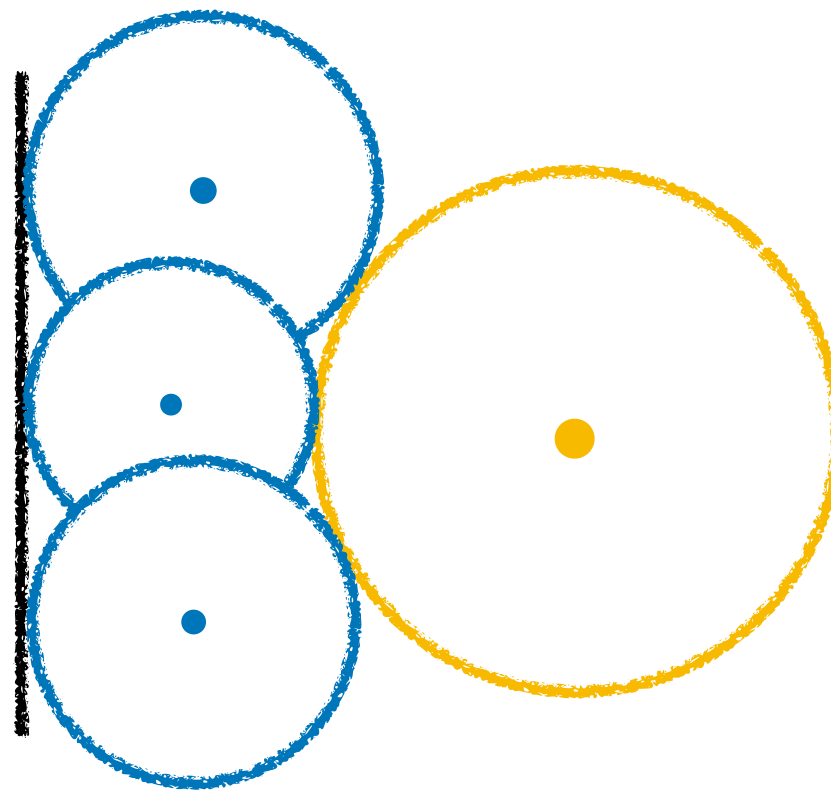


# Задача 2

**№ 791.** Найти геометрическое место точек центров окружностей, касающихся данной окружности и непересекающей её прямой.

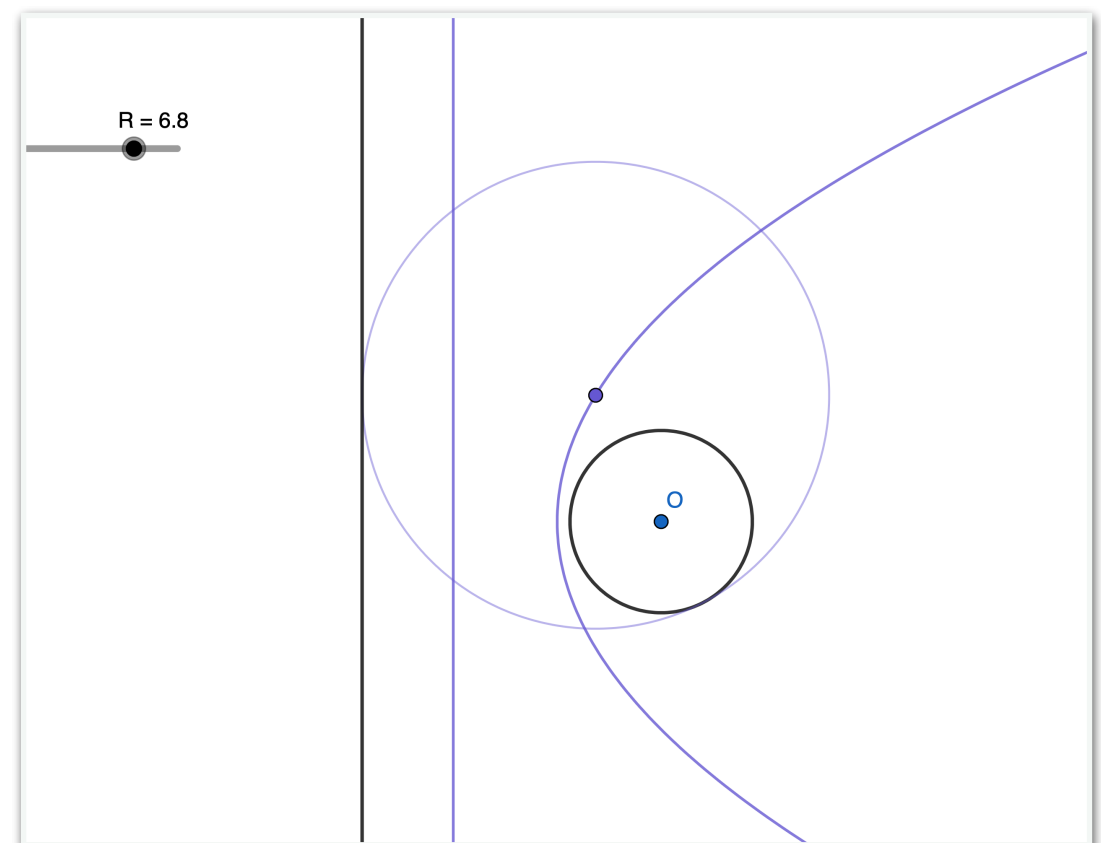
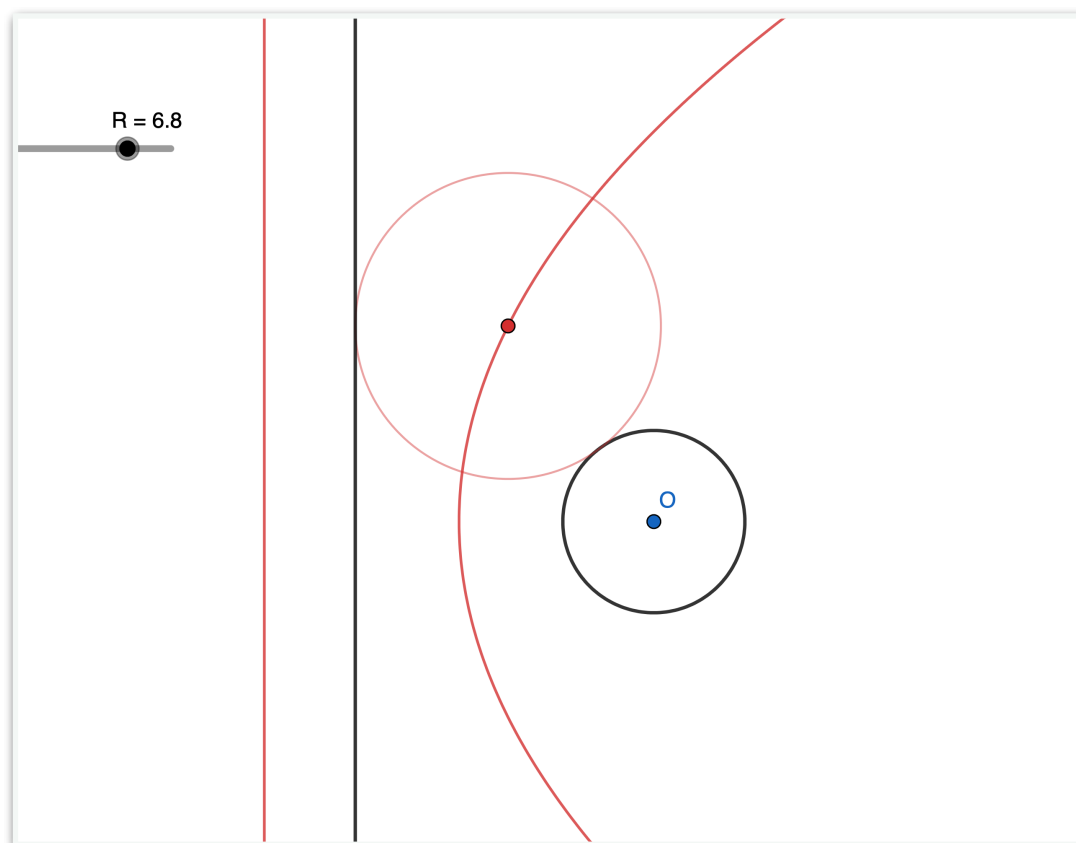
# Задача 2

№ 791. Найти геометрическое место точек центров окружностей, касающихся данной окружности и непересекающей её прямой.



# Задача 2

№ 791. Найти геометрическое место точек центров окружностей, касающихся данной окружности и непересекающей её прямой. <https://www.geogebra.org/geometry/nkpexrfk>



# Вывод

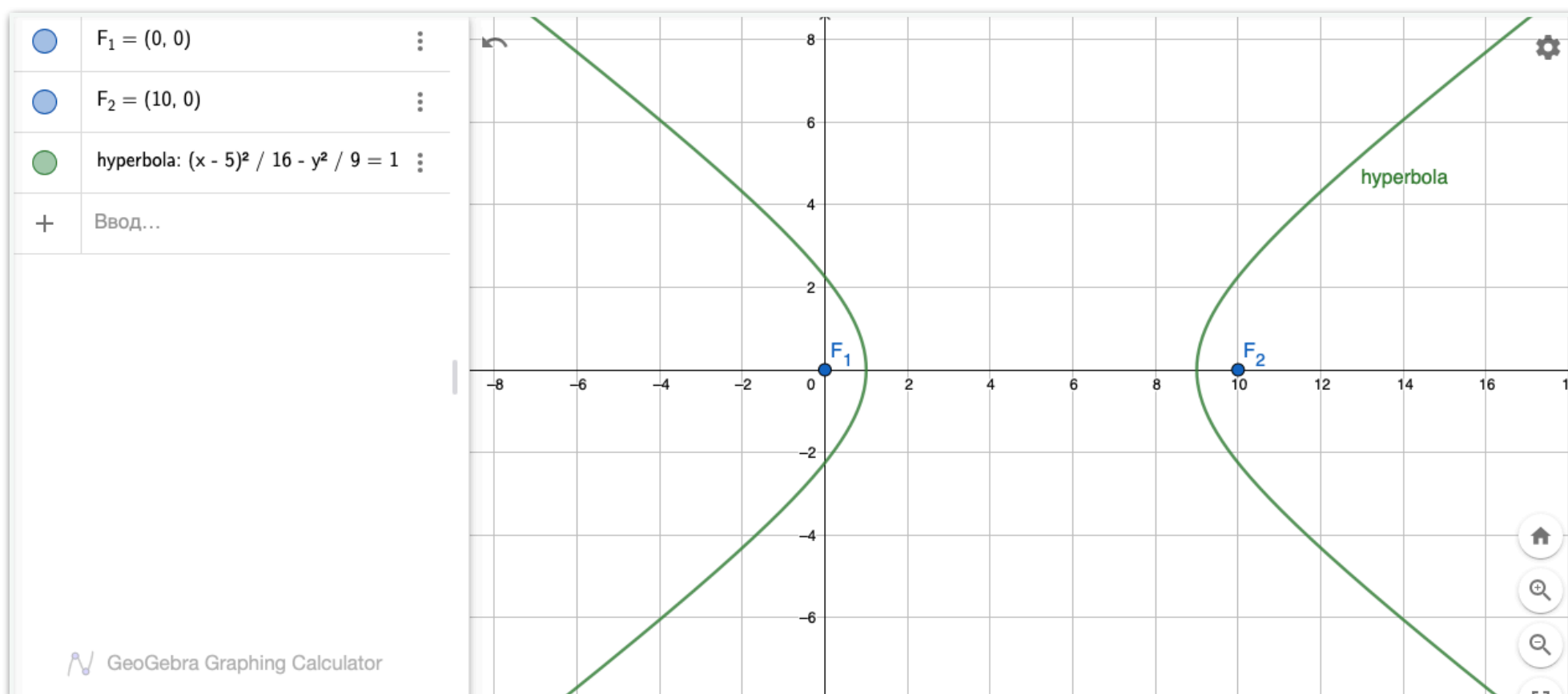
**Парабола** — это геометрическое место точек плоскости, для которых расстояние до заданной точки (фокуса) равно расстоянию до заданной прямой (директрисы), не содержащей эту точку.

# Задача 3

Найти уравнение ГМТ, для которых разность расстояний до точек  $A(10,0)$  и  $O(0,0)$  по модулю равна 8.

# Задача 3

Найти уравнение ГМТ, для которых разность расстояний до точек  $F_2(10,0)$  и  $F_1(0,0)$  по модулю равна 8



# Вывод

**Гипербола** — геометрическое место точек  $P$  плоскости, для которых модуль разности расстояний до двух данных точек  $F_1$  и  $F_2$  (двух фокусов) постоянна, то есть  $|PF_1 - PF_2| = 2a$ , причём  $F_1F_2 > 2a$ .

**Эллипс** — геометрическое место точек  $P$  плоскости, для которых сумма расстояний до двух данных точек  $F_1$  и  $F_2$  (двух фокусов) постоянна, то есть  $PF_1 + PF_2 = 2a$ , причём  $F_1F_2 < 2a$ .

# Задача 4

**№ 792.** Найти геометрическое место центров окружностей, касающихся двух данных окружностей:

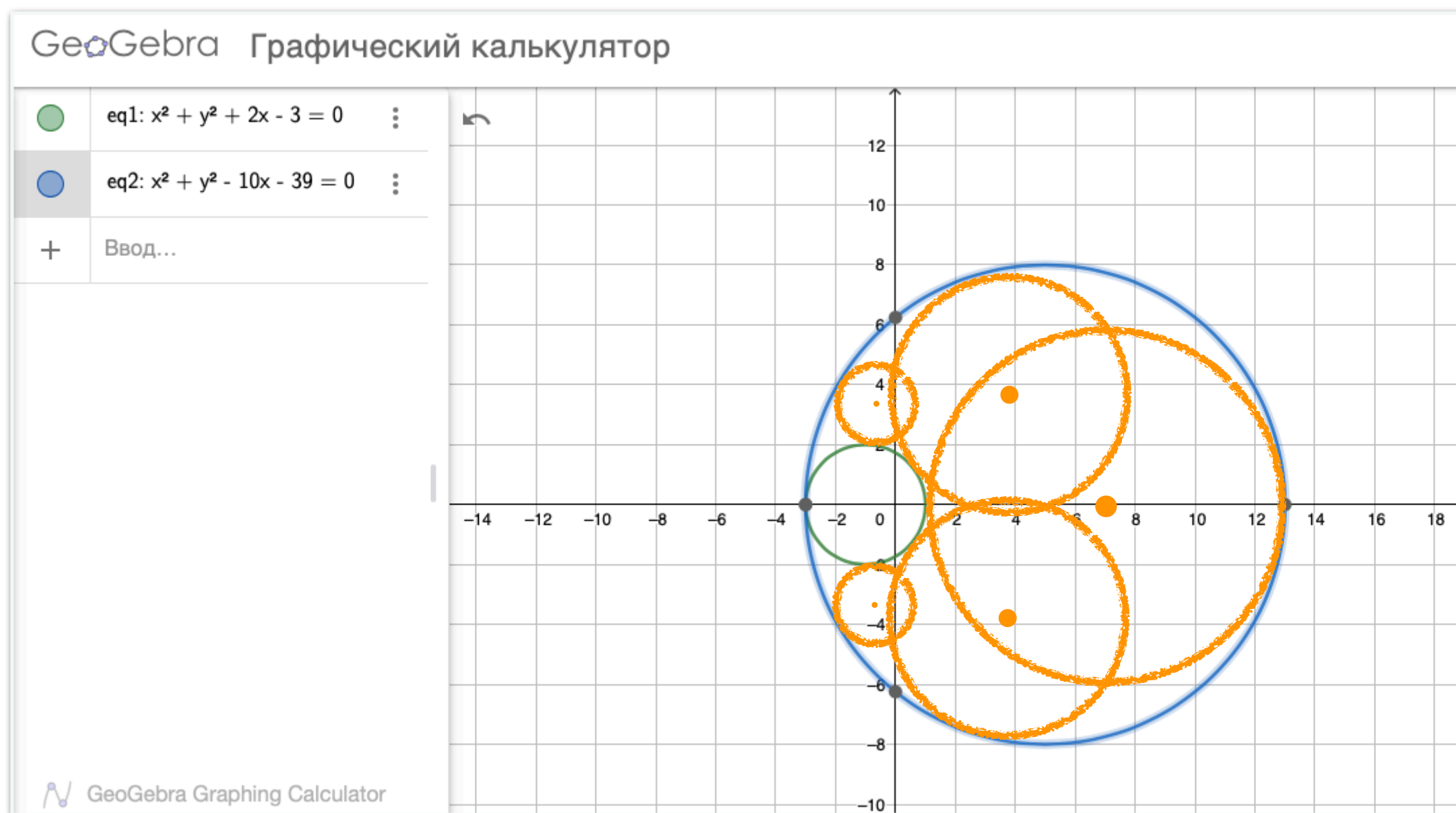
$$x^2 + y^2 + 2x - 3 = 0,$$

$$x^2 + y^2 - 10x - 39 = 0.$$



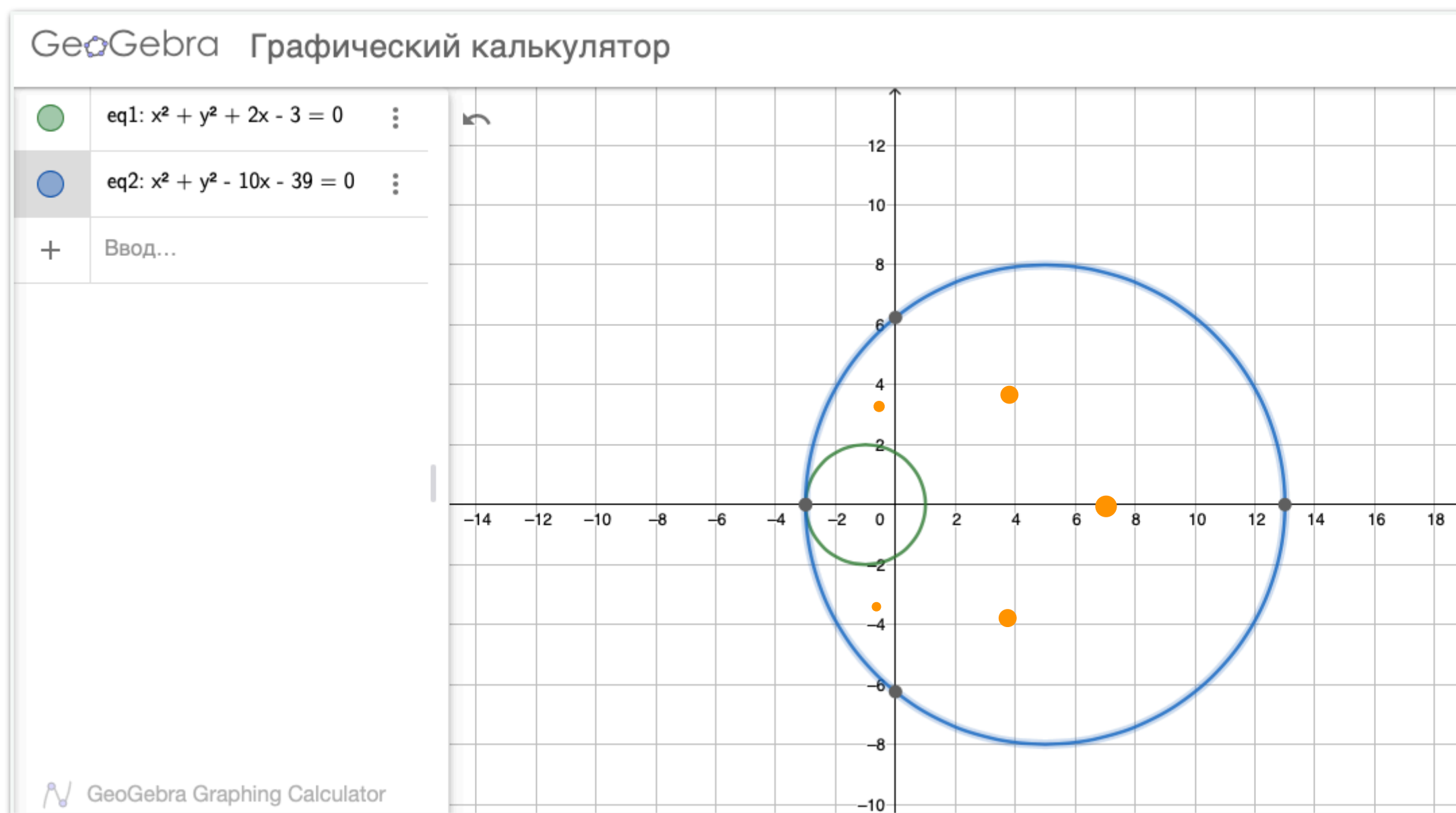
# Задача 4

№ 792. Найти геометрическое место центров окружностей, касающихся двух данных окружностей:



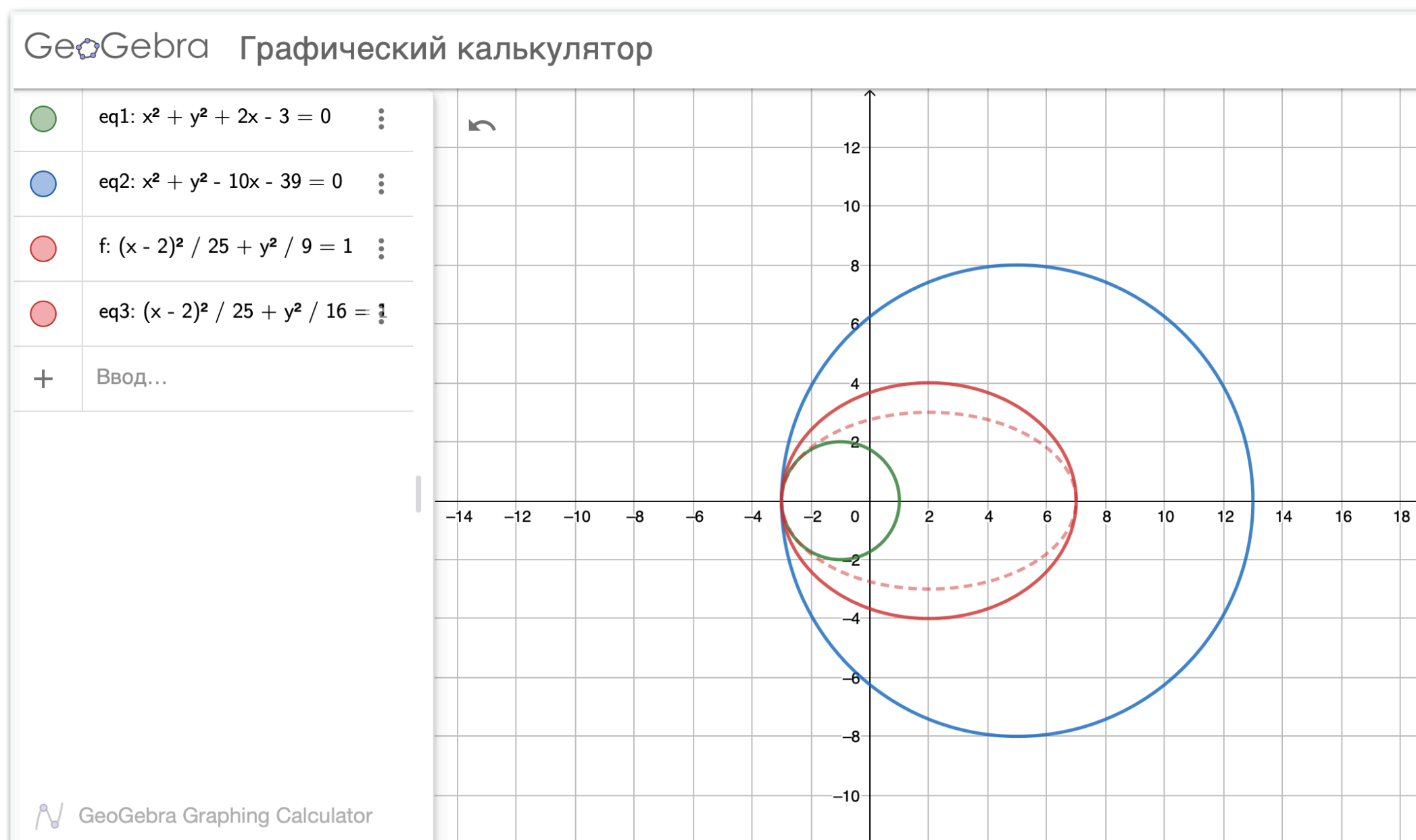
# Задача 4

№ 792. Найти геометрическое место центров окружностей, касающихся двух данных окружностей:



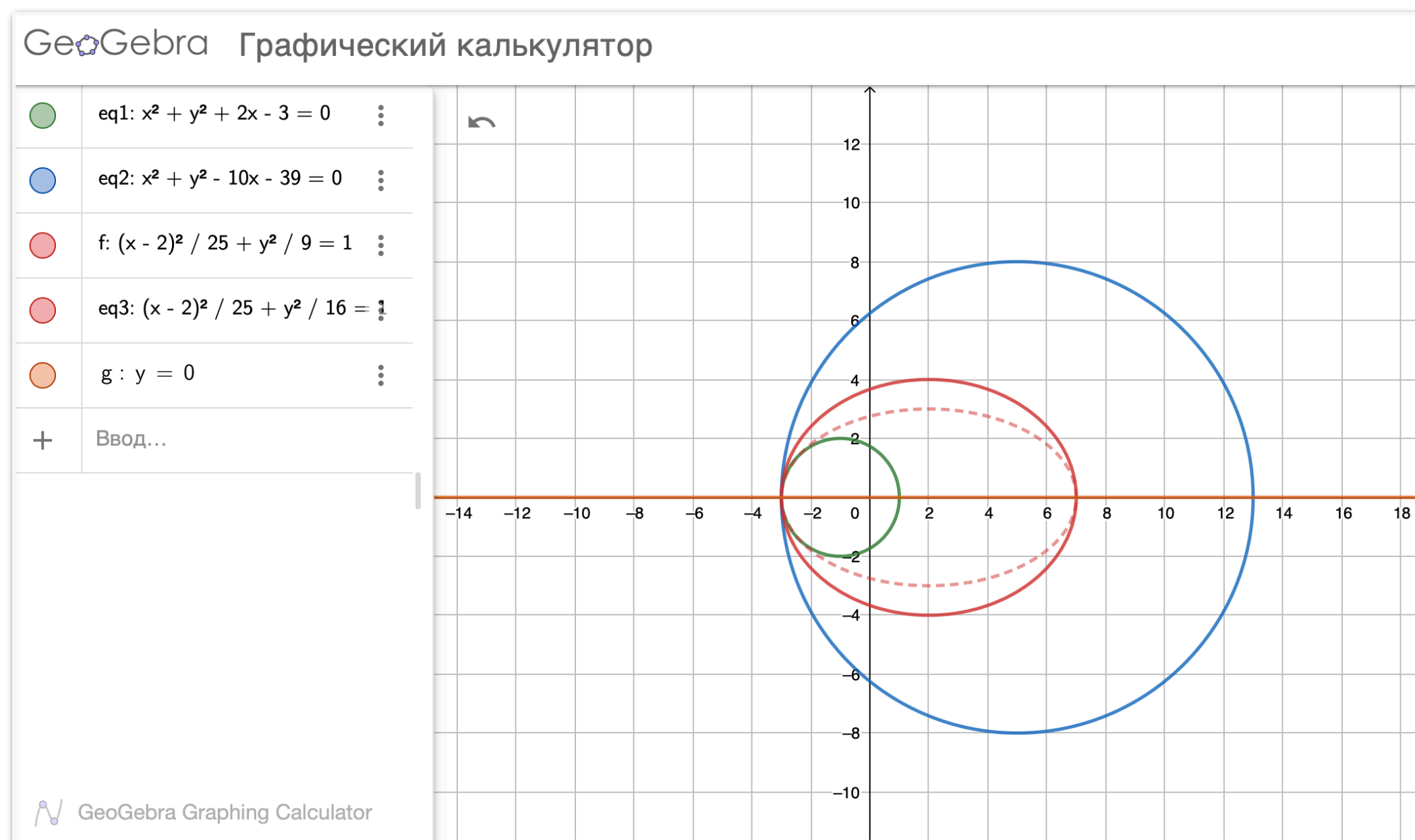
# Задача 4

№ 792. Найти геометрическое место центров окружностей, касающихся двух данных окружностей:

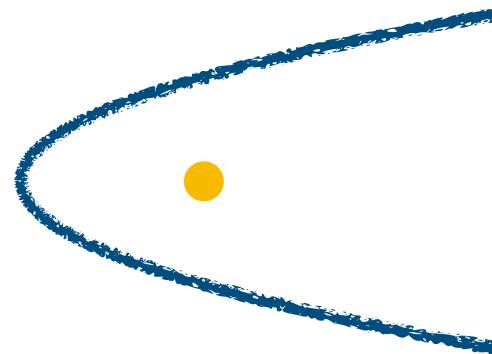


# Задача 4

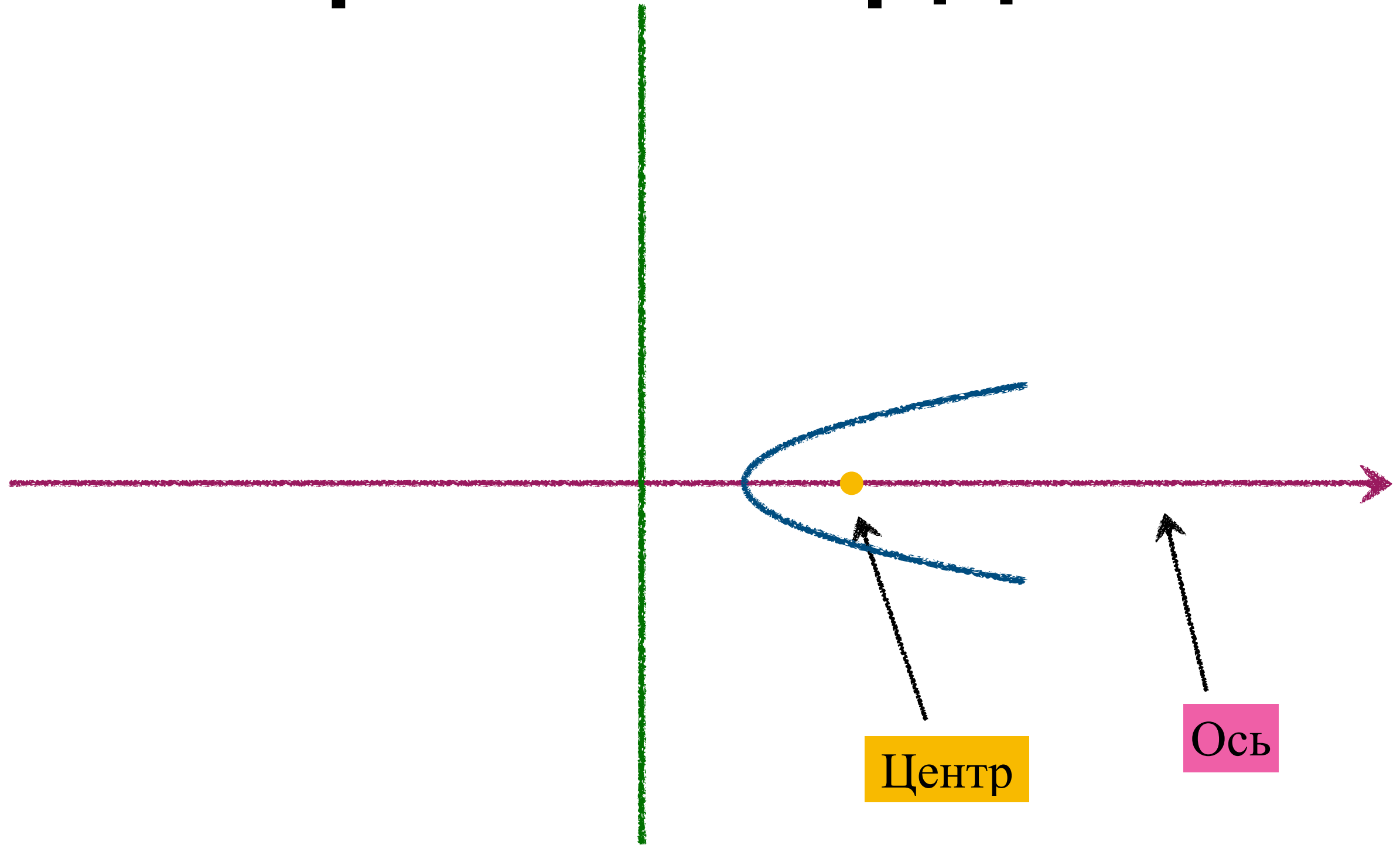
№ 792. Найти геометрическое место центров окружностей, касающихся двух данных окружностей:



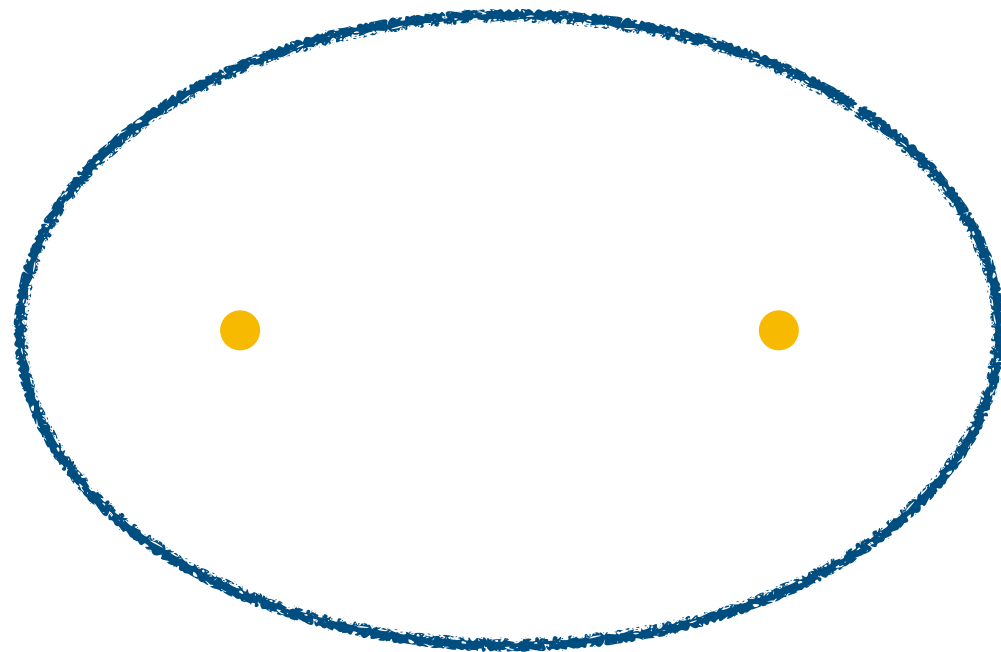
# Полярные координаты



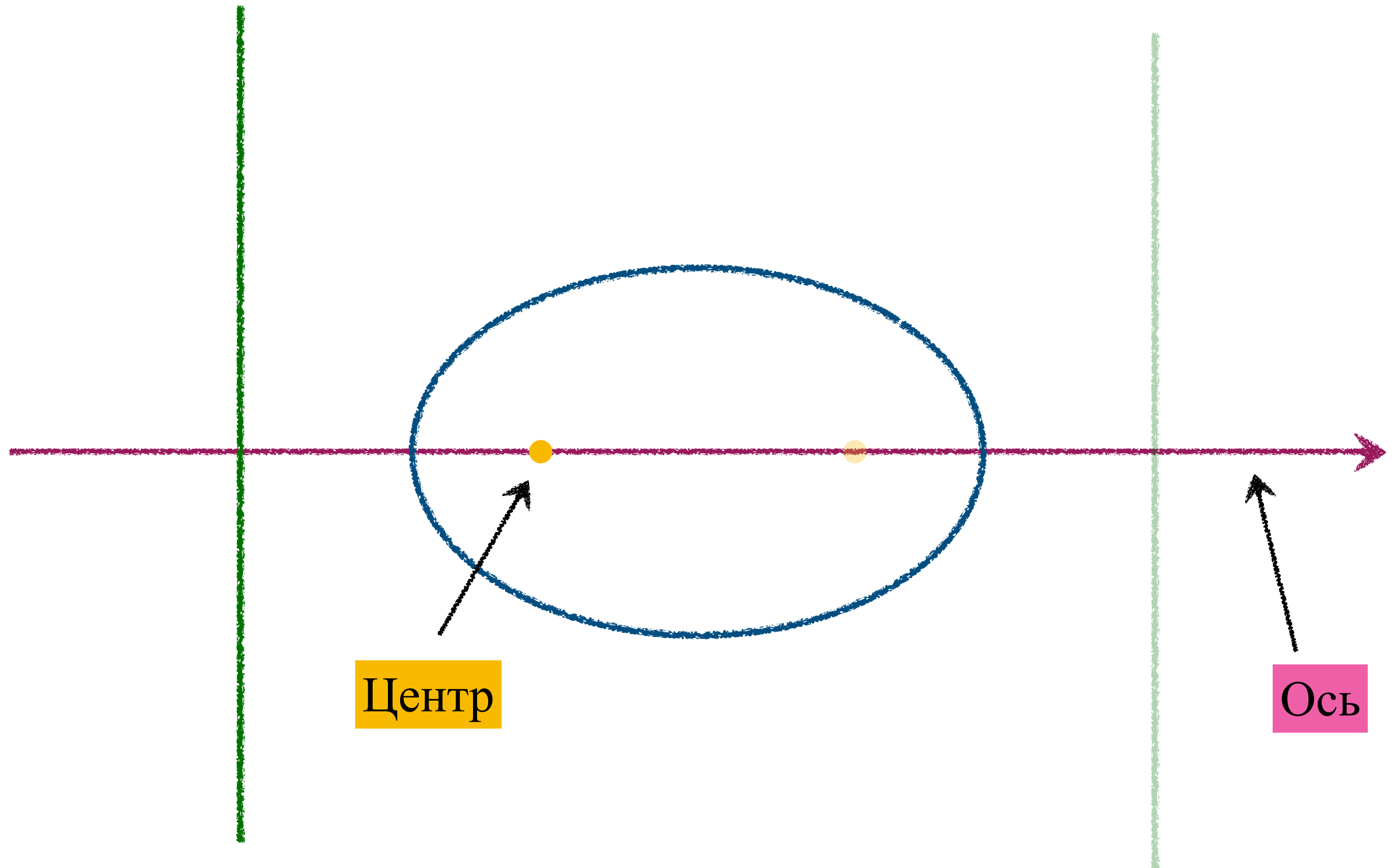
# Полярные координаты



# Полярные координаты

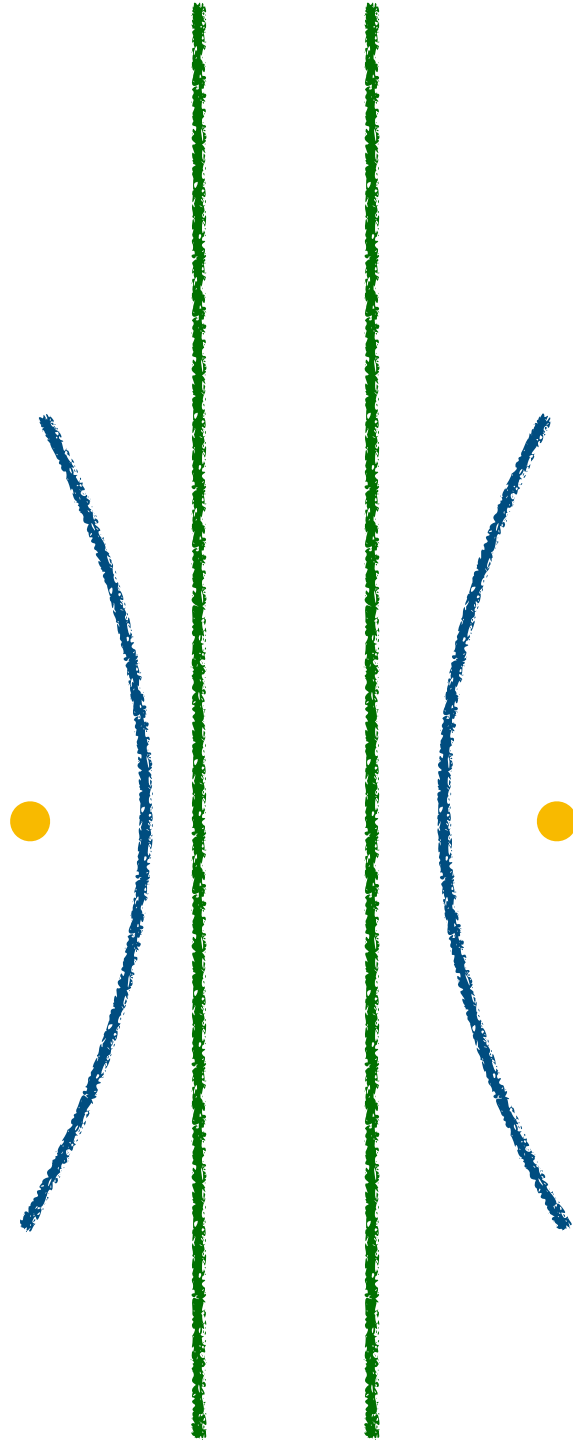


# Полярные координаты

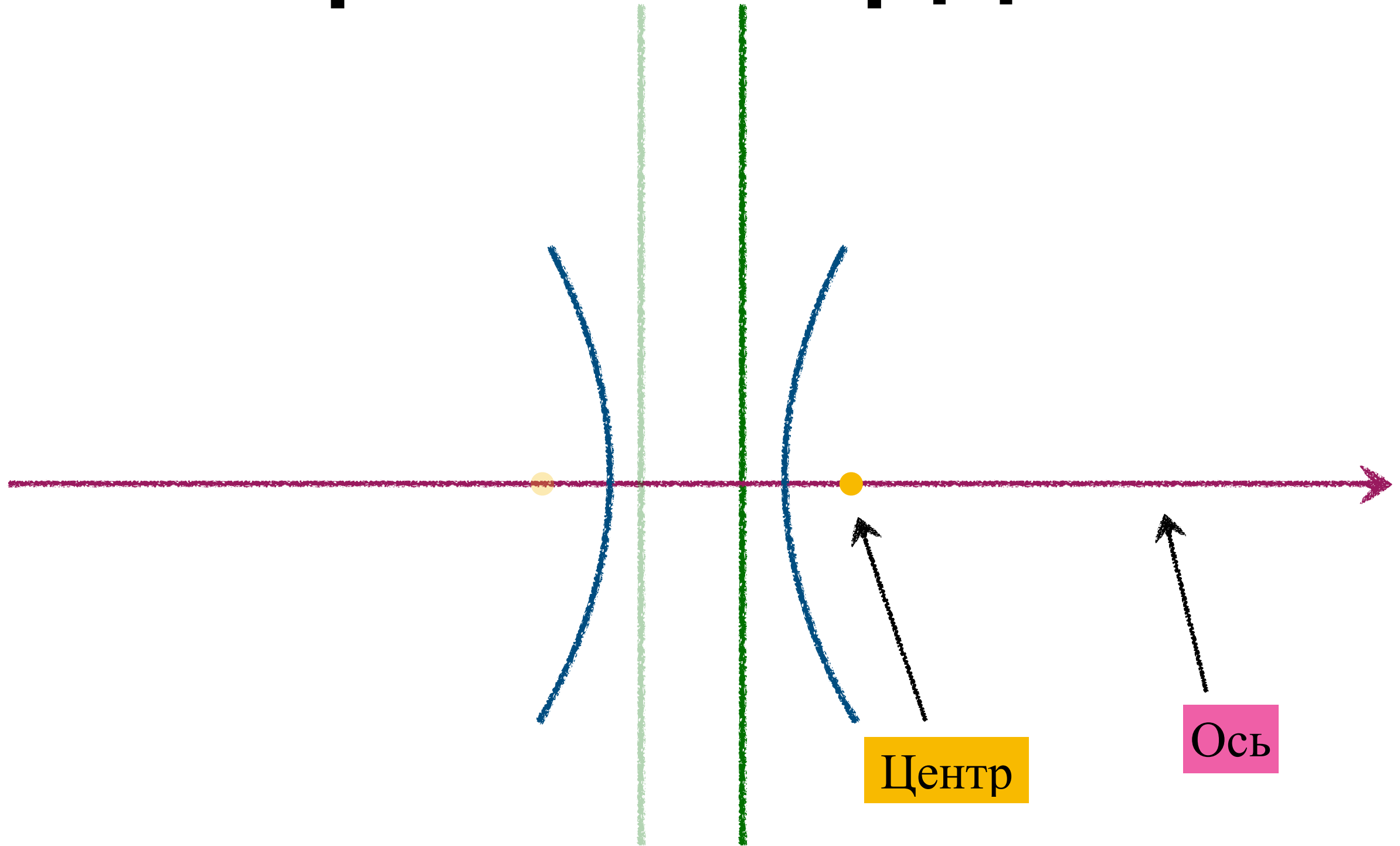




# Полярные координаты



# Полярные координаты



# Полярные координаты

$(r, \varphi)$

$$r = \frac{ep}{1 - e \cos \varphi}$$

$e$  – эксцентриситет

$p$  – расстояние от фокуса до директрисы

# Полярные координаты

$(r, \varphi)$

$$r = \frac{ep}{1 - e \cos \varphi}$$

$e$  — эксцентриситет

$p$  — расстояние от фокуса до директрисы

## Полярные координаты [\[ править | править код \]](#)

Если взять в качестве полюса **полярной системы координат**  $(\rho, \phi)$  **фокус** невырожденной кривой второго порядка, а в качестве полярной оси — её ось симметрии, то в полярных координатах  $\rho, \phi$  уравнение кривой будет иметь вид

$$\rho = \frac{p}{1 + \varepsilon \cos \phi}.$$

другое p!

# Задача 5

Составить уравнение эллипса в полярных координатах, если дано его каноническое уравнение

$$\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{9} = 1.$$

# Задача 6

№ 792. Написать каноническое уравнение кривой второго порядка, если дано её уравнение в полярных координатах

$$r = \frac{9}{4 - 5 \cos \varphi}.$$

# Задача 7

**№ 800.** Написать каноническое уравнение кривой второго порядка, если дано её уравнение в полярных координатах

$$r = \frac{6}{1 - \cos \varphi}.$$

# Задача 8

**№ 801.** Через фокус параболы проведена хорда, образующая с её осью угол  $\frac{\pi}{3}$ . Найти отношение, в котором фокус делит эту хорду.