

## Домашняя работа к занятию 23.

Найти функцию Грина следующих для краевых задач

$$1.1 \quad \begin{cases} y'' + y = f(x) \\ y(0) - y'(0) = 0 \\ y'(\pi) = 0 \end{cases} \quad 1.2 \quad \begin{cases} x^2 y'' + xy' - y = f(x) \\ y(1) = 0 \\ \lim_{x \rightarrow +\infty} y(x) = 0 \end{cases}$$

$$2.1 \quad \begin{cases} y'' + y = f(x) \\ y(0) = y(\pi) \\ y'(0) = y'(\pi) \end{cases} \quad 2.2 \quad \begin{cases} y''' - y' = f(x) \\ y''(0) - y'(0) = 0 \\ y(1) - y''(1) = 0 \\ y'(1) + y''(1) = 0 \end{cases}$$

2.3 Выясните, при каких значениях параметра  $\lambda$  существует функция Грина краевой задачи  $\begin{cases} y'' + \lambda^2 y = f(x) \\ y(0) = 0; \quad y(1) = 0 \end{cases}$  и постройте ее.

3.1 Постройте обобщенную функцию Грина краевой задачи  $\begin{cases} y'' = f(x) \\ y'(0) = 0; \quad y'(1) = 0 \end{cases}$

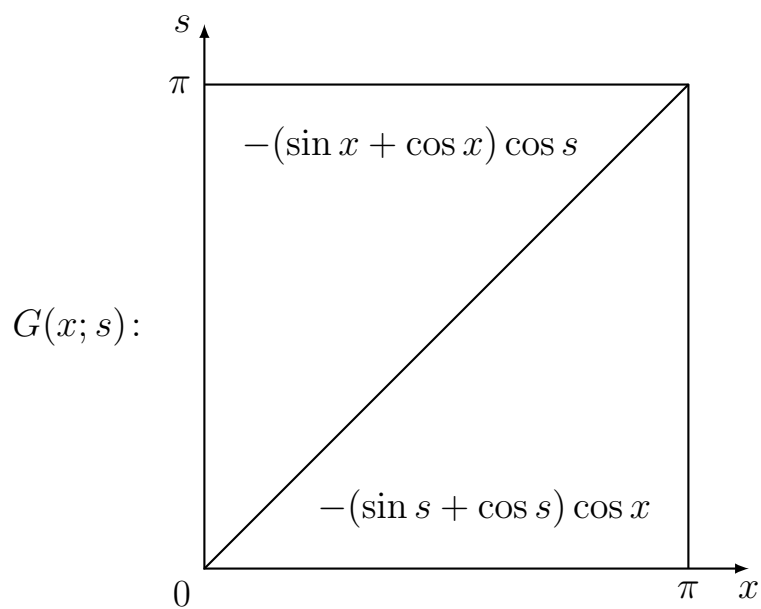
3.2 Постройте функцию Грина краевой задачи  $\begin{cases} y'' = f(x) \\ y(0) = 0; \quad y(1) = 0 \end{cases}$

Используя построенную функцию Грина, решите краевую задачу

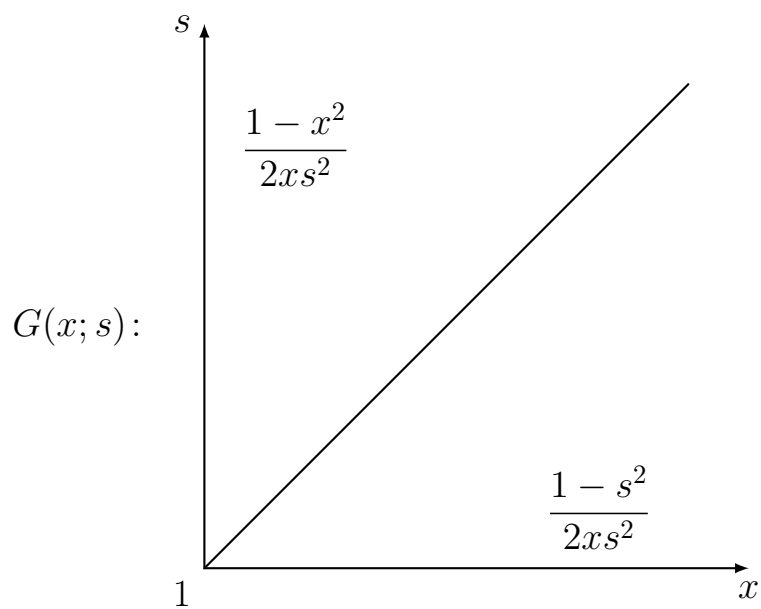
$$\begin{cases} y'' = f(x) \\ y(0) = -1; \quad y(1) = 1 \end{cases}, \text{ где } f(x) = \begin{cases} 2x - 1, & 0 \leq x \leq 1/2 \\ 0, & 1/2 \leq x \leq 1 \end{cases}.$$

Ответы.

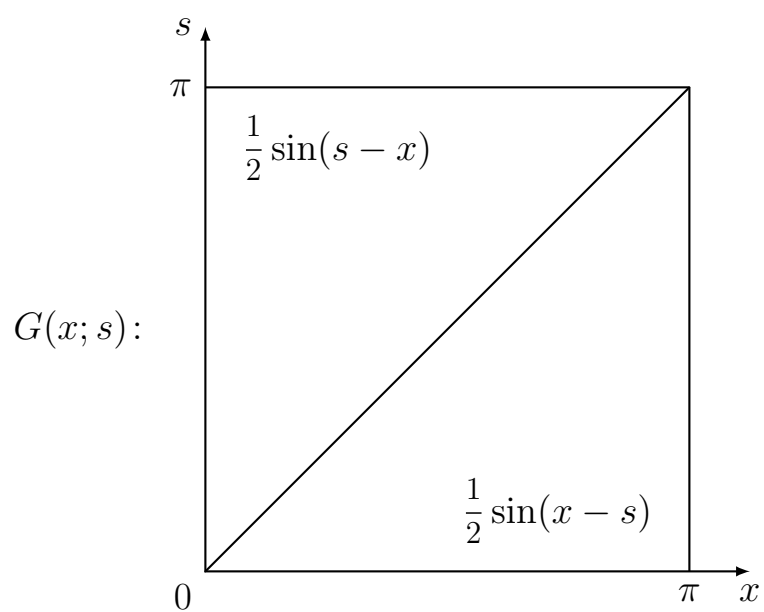
1.1



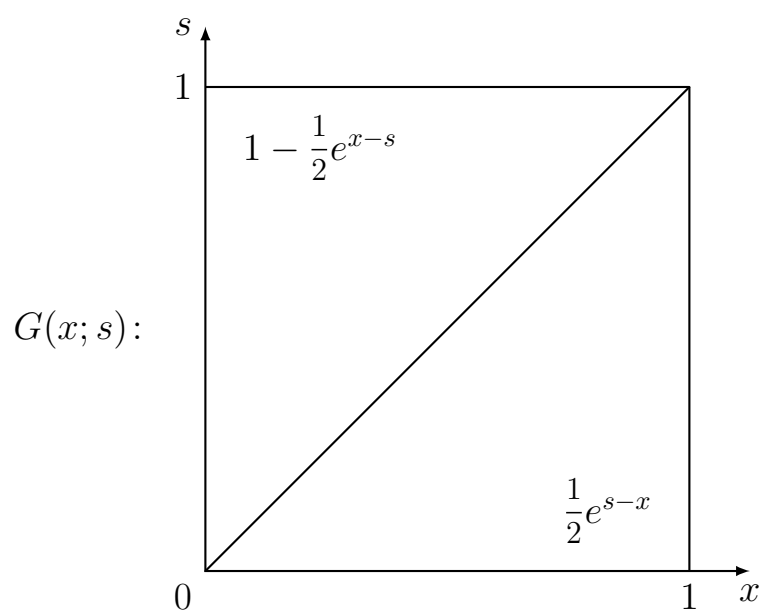
1.2



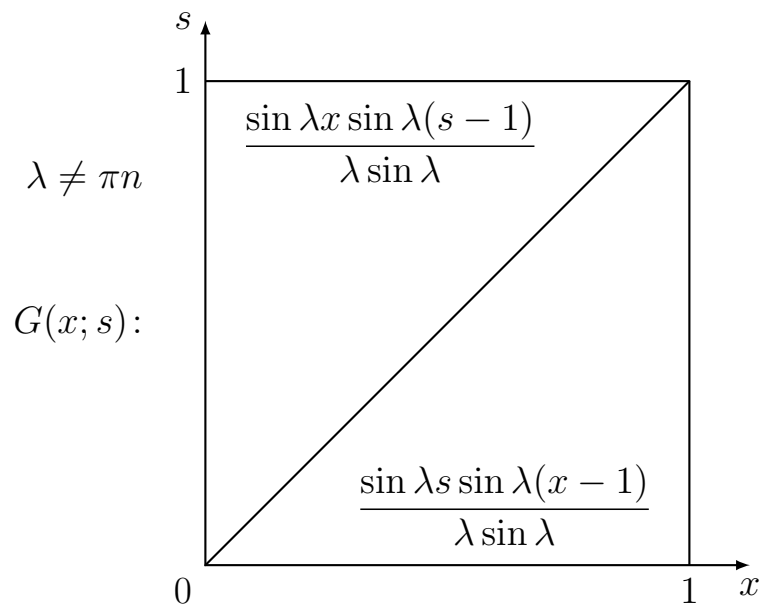
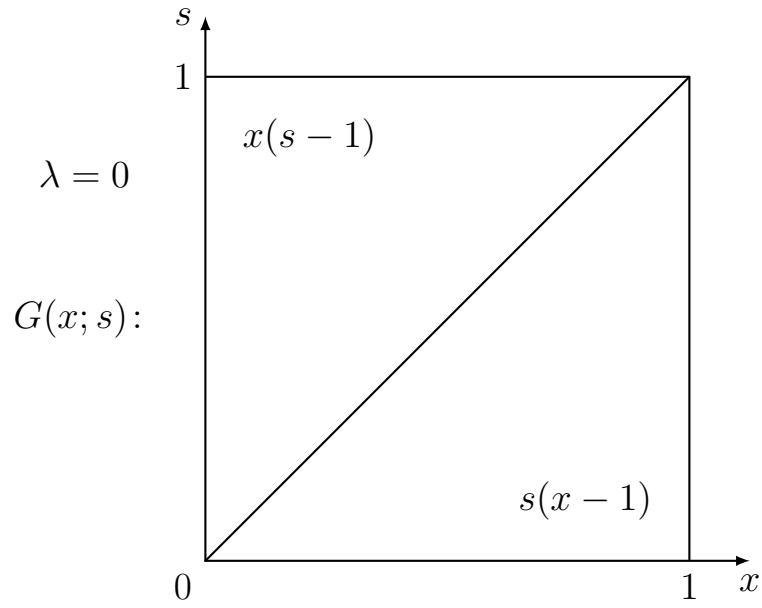
## 2.1



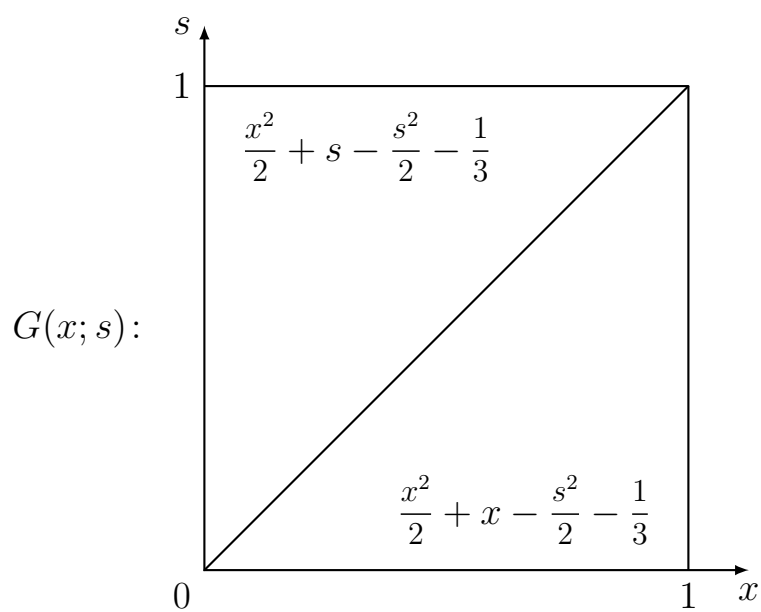
## 2.2



**2.3** При  $\lambda = \pi n$ ,  $n \in \mathbb{Z}$ ,  $n \neq 0$ , функция Грина не существует.



**3.1** Указание:  $e_0 = 1$ .



$$\mathbf{3.2} \quad y = \begin{cases} \frac{1}{3}x^3 - \frac{1}{2}x^2 + \frac{53}{24}x - 1, & 0 \leq x \leq 0,5 \\ \frac{47}{24}x - \frac{23}{24}, & 0,5 \leq x \leq 1 \end{cases}$$