МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РФ
НОВОСИБИРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

Физический факультет
Кафедра общей физики

Практикум по молекулярной физике

Р. А. Хайрулин, О. А. Брагин

# ОПРЕДЕЛЕНИЕ КОЭФФИЦИЕНТА ПОВЕРХНОСТНОГО НАТЯЖЕНИЯ ЖИДКОСТЕЙ ВОЛНОВЫМ МЕТОДОМ

Лабораторная работа 3.4

Новосибирск
2011

В пособии содержится описание лабораторной работы 3.4 по определению коэффициента поверхностного натяжения жидкостей методом измерения параметров поверхностных гравитационно-капиллярных волн. Приведена краткая теория явления, рассмотрены особенности практического выполнения работы.

Предназначена для студентов физических специальностей университетов, а также для преподавателей.

Рецензент
канд. физ.-мат. наук Д. Ю. Дубов

Издание подготовлено в рамках реализации *Программы развития государственного образовательного учреждения высшего профессионального образования «Новосибирский государственный университет»* на 2009–2018 годы.

**Цель работы** – измерение коэффициента поверхностного натяжения дистиллированной воды и ряда других жидкостей; определение зависимости коэффициента поверхностного натяжения от концентрации примесей; оценка размеров молекул жидкости.

**Оборудование:** генератор переменного напряжения, импульсный источник света, вибратор, кювета, набор исследуемых жидкостей.

## 1. Краткая теория

### 1.1. Поверхностное натяжение жидкостей

На молекулу жидкости действуют силы притяжения со стороны окружающих молекул. Если молекула находится внутри объема жидкости, то эти силы в среднем уравновешиваются. Если же молекула расположена вблизи поверхности, то она испытывает со стороны своих соседей притяжение, направленное внутрь и в стороны (рис. 1), но практически не испытывает притяжения со стороны, прилегающих слоев газообразной фазы, где плотность вещества значительно меньше. В результате на поверхностную молекулу действует результирующая сила, направленная внутрь жидкости, перпендикулярно ее поверхности.

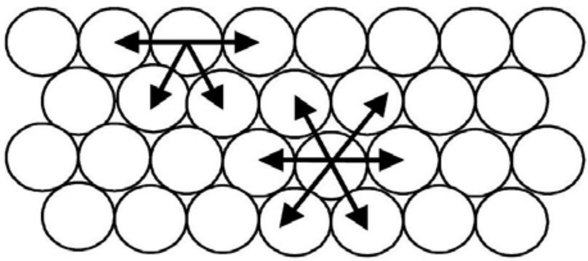

Рис. 1. К определению поверхностного натяжения

Вот почему для увеличения площади поверхности жидкости (то есть для извлечения части молекул из объема в поверхностный слой) требуется затрата работы. *Работа, которую надо затратить, чтобы изотермически и квазистатически*[1] *увеличить площадь поверхности жидкости на единицу при сохранении ее объема неизменным, называется коэффициентом поверхностного натяжения, или просто поверхностным натяжением жидкости* (*обозначается греческой буквой* σ). Почему σ называют поверхностным натяжением? Для ответа на этот вопрос рассмотрим следующий опыт. Если проволочный каркас с подвижной перемычкой АВ, представленный на рис. 2, поместить в мыльный раствор, то на нем образуется мыльная пленка – тонкий слой жидкости с двумя свободными поверхностями. Опыт показывает, что пленка стремится сократиться (уменьшить площадь поверхности). Чтобы удержать в равновесии перемычку АВ, к ней надо приложить определенную силу.

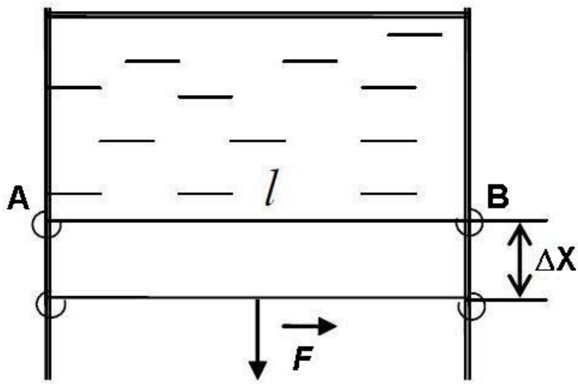


Рис. 2. Опыт по измерению коэффициента поверхностного натяжения жидкой пленки

[1] Квазистатический, или квазиравновесный процесс – идеализированный процесс, состоящий из непрерывно следующих друг за другом состояний равновесия.

Найдем связь между этой силой и величиной $\sigma$. Для этого, поддерживая температуру постоянной, увеличим силу F на бесконечно малую величину. Тогда перемычка AB начнет бесконечно медленно перемещаться вниз. При смещении перемычки на величину $\Delta X$ площадь поверхности пленки увеличится на $\Delta S = 2l\Delta X$ (у пленки две стороны). Для этого надо совершить работу $\Delta A = 2\sigma l\Delta X$. С другой стороны, по определению $\Delta A = F\Delta X$. Приравнивая оба выражения, получим:

$$\sigma = F/2l.$$

Таким образом, пленка находится в состоянии натяжения. В таком же состоянии натяжения находится вообще поверхность любой жидкости. Жидкость ведет себя так, как будто она помещена в эластичный (например, резиновый) мешок. Конечно, эта аналогия является внешней. При растяжении резиновой пленки сила пропорциональна степени растяжения, тогда как сила поверхностного натяжения от площади поверхности не зависит.

Силы поверхностного натяжения приводят к тому, что, если поверхность жидкости искривленная, то в условиях равновесия давления по разные стороны поверхности отличаются:

$$P_в - P_н = \sigma(1/R_1 + 1/R_2) = \sigma K. \qquad (1)$$

Здесь $P_в$ – давление в жидкости, $P_н$ – давление снаружи, $R_1$, $R_2$ – это радиусы кривизны двух взаимно перпендикулярных сечений поверхности жидкости. Радиус кривизны считается положительным, если соответствующее сечение выгнуто в сторону жидкости, в противном случае он считается отрицательным. Формула (1) называется *формулой Лапласа*. Величина $K = (1/R_1 + 1/R_2)$ называется кривизной поверхности. Если поверхность жидкости сферическая, то $R_1 = R_2 = R$, и формула (1) переходит в: $P_в - P_н = 2\sigma/R$. Для цилиндрической поверхности $P_в - P_н = \sigma/R$.

## 1.2. Капиллярно-гравитационные волны на поверхности жидкости

Волновое движение возникает на поверхности жидкостей, когда под действием внешних причин меняется форма ее границы. Формирование волн этого типа происходит за счет действия сил тяжести и поверхностного натяжения, поэтому эти волны часто называют гравитационно-капиллярными. Если какое-либо воздействие нарушает равновесное состояние поверхностного слоя жидкости, то указанные силы, стремясь восстановить состояние равновесия, передают от частицы к частице движение, которое и является, по сути, волновым. Возникающее волновое движение, строго говоря, охватывает все слои жидкости, но в первом приближении, вполне достаточном для элементарного рассмотрения, можно считать, что волновое движение сосредоточено в поверхностном слое. Однако такое приближение применимо только к глубокой воде, когда высота слоя жидкости больше длины волны. Найдем выражение для скорости распространения гравитационно-капиллярных волн. Для упрощения задачи рассмотрим случай невязкой и несжимаемой жидкости. Кроме того, будем считать, что амплитуда волны (половина высоты между гребнем и подошвой волны) много меньше ее длины. При распространении таких волн, как показывают уравнения гидродинамики и экспериментальные исследования, частицы жидкости совершают движение по окружности, расположенной в вертикальной плоскости. Радиус окружности $r$ для частиц на поверхности жидкости равен амплитуде волны (рис. 3 и **анимация).** Частицы в глубине жидкости вращаются по окружностям меньшего радиуса.

Период вращения частиц $T$ связан с длиной волны $\lambda$ и скоростью волны $c$ очевидным соотношением:

$$T = \lambda/c. \tag{2}$$

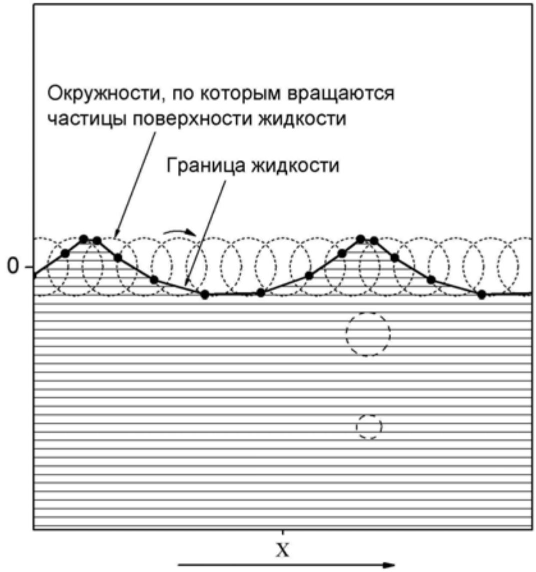


Рис. 3. Траектории движения поверхностных частиц жидкости при распространении гравитационно-капиллярных волн

Модуль скорости вращения частиц поверхности жидкости $\upsilon$ равен

$$\upsilon = 2\pi r/T = 2\pi rc/\lambda. \qquad (3)$$

Поскольку по условию $r \ll \lambda$, то $\upsilon \ll c$.

Направим ось $X$ по невозмущенной поверхности жидкости в сторону распространения волны, а ось $Z$ – вертикально вниз. Тогда координаты $x$ и $z$ некоторой выделенной частицы поверхности жидкости в зависимости от времени $t$, отсчитываемые от ее положения равновесия, будут описываться уравнениями:

$$x = r\cos(2\pi t/T) = r\cos(2\pi c\ t/\lambda); \quad z = r\sin(2\pi t/T) = r\sin(2\pi c\ t/\lambda). \qquad (4)$$

Соответствующие компоненты скорости частицы, $\upsilon_x = dx/dt$ и $\upsilon_z = dz/dt$, равны:

$$\begin{aligned} \upsilon_x &= (-2\pi rc/\lambda)\sin(2\pi c\, t/\lambda) = -\upsilon\sin(2\pi c\, t/\lambda); \\ \upsilon_z &= (2\pi rc/\lambda)\cos(2\pi c\, t/\lambda) = \upsilon\cos(2\pi c\, t/\lambda). \end{aligned} \qquad (5)$$

Вращение соседних точек поверхности жидкости описывается уравнениями, аналогичными (4), (5), но со сдвигом по фазе. Сдвиг фазы для частицы, находящейся на расстоянии $\Delta X$ равен $\Delta\varphi = -2\pi\Delta X/\lambda$.

Рассмотрим движение жидкости в системе отсчета, движущейся со скоростью $c$ в направлении распространения волн. В этой системе волны будут неподвижны, а движение частиц приповерхностного слоя жидкости будет слагаться из равномерно-поступательного со скоростью $-c$ и вращения со скоростью $\upsilon$ (рис. 4 и **анимация**).

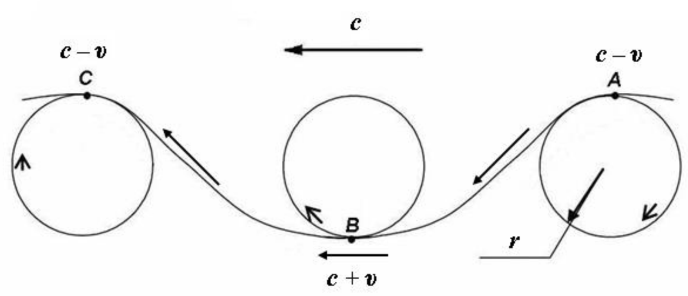


Рис. 4. Траектории движения поверхностных частиц жидкости в системе отсчета, движущейся со скоростью распространения волн

В данной системе отсчета течение жидкости стационарно, т.е. в каждой точке скорость течения постоянна по абсолютной величине и направлению. Для стационарного течения невязкой и несжимаемой жидкости справедлив *закон Бернулли*. Согласно этому закону вдоль траектории движения частицы жидкости (т.н. трубки тока) остается постоянной следующая величина:

$$P+\frac{\rho v^{2}}{2}+\rho g h=\text{const.} \qquad (6)$$

Здесь $P$ – давление в точке пространства, где расположен рассматриваемый элемент жидкости; ρ – плотность жидкости; $v$ – скорость частицы жидкости; $h$ – высота, на которой находится рассматриваемый элемент жидкости; g – ускорение свободного падения. По своей сути закон Бернулли является частным случаем закона сохранения энергии для стационарного потока идеальной (то есть без внутреннего трения) несжимаемой жидкости.

Применим закон Бернулли для элемента жидкости, движущегося в приповерхностном слое (см. рис. 4). В рассматриваемой системе отсчета скорость течения в точке $A$ равна $c–\upsilon$, а в точке $B$ – $c+\upsilon$. Тогда из уравнения Бернулли (6) следует, что

$$P_{A}+\frac{\rho}{2}(c-\upsilon)^{2}+2\rho g r=P_{B}+\frac{\rho}{2}(c+\upsilon)^{2},$$

или

$$2\rho c\upsilon = 2\rho g r + (P_A - P_B). \qquad (7)$$

Здесь $P_A$, $P_B$ – давления в жидкости в точках $A$ и $B$. С учетом формулы (3) для скорости $\upsilon$ получаем из формулы (7):

$$\frac{4\pi\rho r c^{2}}{\lambda}=2\rho g r+(P_A-P_B). \qquad (8)$$

По формуле Лапласа (1) давления в жидкости в точках $A$ и $B$ равны соответственно

$$P_A = P_0 + \sigma K_A; \quad P_B = P_0 + \sigma K_B; \qquad (9)$$

где $P_0$ – атмосферное давление, $K_A$, $K_B$ – кривизна поверхности жидкости в точках $A$ и $B$, соответственно.

Найдем форму поверхности жидкости. Очевидно, что это форма траектории частицы поверхности в системе отсчета, движущейся со скоростью $c$ в направлении распространения волн. При переходе в движущуюся систему координат вертикальная координата $z$ и вертикальная компонента скорости $\upsilon_z$ не меняются. Горизонтальная компонента скорости частицы преобразуется: $\upsilon_x \to \upsilon_x - c$. Поскольку $\upsilon \ll c$, то горизонтальная скорость частицы жидкости в движущейся системе координат приближенно равна $-c$. Таким образом движение частицы поверхности жидкости в данной системе отсчета приближенно описывается уравнениями:

$$x = -ct; \qquad z = r\sin(2\pi c\, t/\lambda).$$

Исключая время, находим связь между координатами $x$ и $z$, т.е. форму траектории:

$$z(x) = r\sin(2\pi x/\lambda).$$

Как видно, при малых амплитудах волн ($r \ll \lambda$) форма поверхности жидкости приближенно описывается синусоидой.

В точках $A$ и $B$ кривизна синусоиды равна $\dfrac{d^2 z}{dx^2}$ (см. прил.). Отсюда

$$K_A = \frac{4\pi^2 r}{\lambda^2}; K_B = -\frac{4\pi^2 r}{\lambda^2}.$$

Используя полученные значения кривизны, из уравнений (8), (9) получаем:

$$\frac{4\pi\rho r c^2}{\lambda} = 2\rho g r + \frac{8\sigma\pi^2 r}{\lambda^2},$$

и находим формулу для скорости распространения гравитационно-капиллярных волн:

$$c = \sqrt{\frac{g\lambda}{2\pi} + \frac{2\pi\sigma}{\rho\lambda}}\,. \qquad (10)$$

Отметим, что в теории волн величина $c$ называется фазовой скоростью, т.е. скоростью, с которой распространяется фаза волны. Формула (10) отчетливо свидетельствует о двойственности физической природы волн на поверхности жидкости. Для длинных волн, когда $g\lambda/2\pi \gg 2\pi\sigma/\rho\lambda$, т.е. $\lambda \gg \sqrt{\sigma/\rho g}$, поверхностное натяжение не играет роли, и формула (10) переходит в $c = \sqrt{g\lambda/2\pi}$. Такие волны называются гравитационными. В другом предельном случае, когда $\lambda \ll \sqrt{\sigma/\rho g}$, наоборот, несущественно действие силы тяжести. Такие волны называются капиллярными. Для их скорости имеем: $c = \sqrt{2\pi\sigma/\rho\lambda}$. Легко показать, что зависимость скорости распространения поверхностных волн от их длины имеет минимум: $c_{\min} = \sqrt[4]{4g\sigma/\rho}$. В частности, оценки показывают, что для поверхности раздела вода – воздух минимальная скорость распространения волны составляет 23,1 см/с, а соответствующая ей длина волны равна 1,72 см (частота – 13,5 Гц).

## 2. Описание экспериментальной установки

Наблюдение гравитационно-капиллярных волн дает удобный метод измерения поверхностного натяжения жидкости. Для этого на поверхности жидкости с помощью генератора волн (вибратора) возбуждаются волны с частотой $f$. Учитывая, что $f = 1/T = c/\lambda$, из (10) получаем расчетное соотношение для коэффициента поверхностного натяжения:

$$\sigma = \frac{\rho\lambda^2}{4\pi^2}(2\pi f^2\lambda - g). \qquad (11)$$

Для определения длины волны на поверхности жидкости в данных экспериментах используется стробоскопический метод, т.е. осуществляется прерывистое освещение явления с частотой, равной частоте генератора поверхностных волн. При этом картина бегущих волн будет казаться неподвижной, так как за время между вспышками волна успевает сместиться на λ. На рис. 5 представлена общая схема установки.

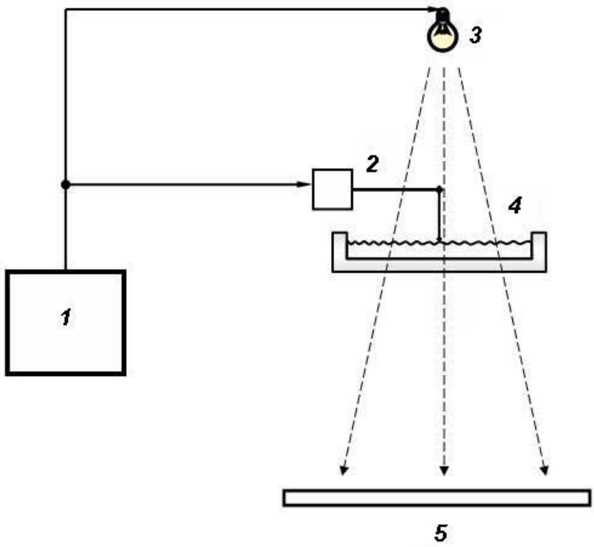


Рис. 5. Схема установки: *1* – генератор переменного тока; *2* – вибратор (генератор поверхностных волн); *3* – импульсный источник света; *4* – прозрачная кювета с исследуемой жидкостью; *5* – экран

Импульсный источник света и вибратор (генератор волн) питаются от одного и того источника переменного тока. Генератор волн представляет собою электродинамическую систему электромагнитного реле, к якорю которой прикреплена пластина, передающая колебания исследуемой среде. Прозрачная кювета с исследуемой жидкостью помещается на просмотровом столике таким образом, чтобы пластина вибратора лишь слегка касалась жидкости в центре кюветы. Увеличенное неподвижное изображение волн проецируется на экран.

### 3. Порядок выполнения работы

1. Перед началом работы тщательно промойте и обезжирьте кювету и осторожно налейте в нее исследуемую жидкость. Уровень жидкости должен составлять 0,7–1 см, т.е. быть настолько высоким, чтобы дно кюветы не оказывало влияния на процесс образования и распространения волн.

2. Установите кювету на просмотровый столик, приведите пластину вибратора в соприкосновение с поверхностью жидкости примерно в центре кюветы.

3. Предварительно поставив ручку регулировки выходного напряжения генератора переменного тока в нулевое положение, включите генератор в сеть. После включения установите заданную частоту и по возможности минимальное напряжение, необходимое для устойчивой работы вибратора и импульсного источника света. Заметим, что лишь при этом условии волны на поверхности жидкости наблюдаются отчетливо, а жидкость не разбрызгивается.

4. Поскольку изображение волн на экране увеличено, необходимо определить коэффициент увеличения оптической системы. Метод определения коэффициента увеличения предлагается придумать самостоятельно.

5. Приступите к измерению длин волн на различных частотах генератора и, используя расчетную формулу (11), определите коэффициент поверхностного натяжения предложенных для исследования жидкостей. Так как точность получаемых результатов невысока, измерения для каждой жидкости и каждой частоты проводите многократно, 5-7 раз дублируя их.

В каком диапазоне частот работать? Из самых общих соображений очевидно, что при низких частотах длина волны оказывается большой. В таких волнах вклад сил поверхностного натяжения является малым, и измерение $\sigma$ ненадежно. С другой стороны, при больших частотах, когда длина волн мала, возрастает погрешность измерения $\lambda$. Кроме того, может быть нарушено условие ($r << \lambda$), используемое при выводе расчетных формул. Опытным путем установлено, что рекомендуемый диапазон частот составляет 60–120 Гц. Измерения следует вести с шагом по частоте 10 Гц.

## 4. Задания

1. Произведите измерение коэффициента поверхностного натяжения дистиллированной воды. Оцените погрешность измерений. Сравните полученный результат с табличным значением. Объясните полученные расхождения.

2. Измерьте коэффициент поверхностного натяжения двух–трех жидкостей с различным строением молекул (растворов глицерина в воде различной концентрации).

3. Получите зависимость коэффициента поверхностного натяжения раствора глицерина в воде от его концентрации. Объясните причину изменения $\sigma$.

## 5. Контрольные вопросы

1. Приведите «силовое» и «энергетическое» определение коэффициента поверхностного натяжения и укажите его размерность.
2. Чем обусловлено существование сил поверхностного натяжения?
3. Что понимают под гравитационно-капиллярными волнами на поверхности жидкости?
4. Почему так трудно оторвать друг от друга две стеклянные пластины, смоченные водой? Оцените силу, которую надо приложить для отрыва пластин площадью 100 см$^2$ друг от друга. Шероховатость стекла (размер неровностей) около $10^{-4}$ см. Чистое стекло идеально смачивается водой.

## 6. Приложение

*Кривизна* (рис. 6) – величина, характеризующая отклонение кривой (поверхности) от прямой (плоскости).

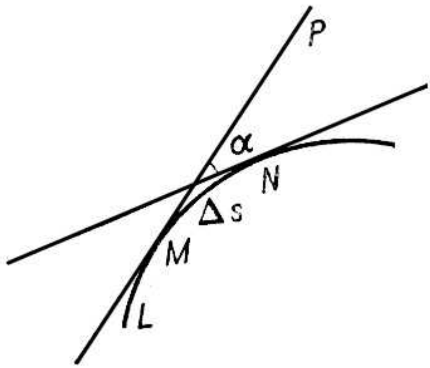


Рис. 6. К определению кривизны плоской кривой

Отклонение дуги $MN$ кривой $L$ от касательной $MP$ в точке $M$ можно охарактеризовать с помощью т. н. средней кривизны $K_{cp}$ этой дуги, равной отношению величины ее угла между касательными в точках $M$ и $N$ к длине $\Delta s$ дуги $MN$:

$$K_{cp} = \frac{\alpha}{\Delta s}.$$

Для дуги окружности средняя кривизна равна обратной величине радиуса этой окружности и, таким образом, наглядно характеризует степень искривленности окружности – с уменьшением радиуса увеличивается искривленность дуги. Предельное значение средней кривизны при стремлении точки $N$ кривой к точке $M$, т. е. при $\Delta s \to 0$,

$$K = \lim_{N \to M} K_{cp} = \lim_{\Delta s \to 0} \frac{\alpha}{\Delta s}$$

называется кривизной $K$ кривой $L$ в точке $M$. Величина $R$, обратная кривизне, обычно называется радиусом кривизны кривой $L$ в точке $M$. Если кривая $L$ является графиком функции $y = f(x)$, то кривизна $K$ этой кривой может быть вычислена по формуле

$$K = \frac{|f''|}{[1+(f')^2]^{3/2}}.$$

**Литература**


1. *Савельев И. В*. Курс общей физики: в 3 т. М.: Наука, 1988. Т. 1. § 115-117.
2. *Сивухин Д. В*. Общий курс физики. М.: Наука, 1990. Т. 2. Глава IX.



Учебное издание

*Практикум по молекулярной физике*

**Хайрулин** Рашид Амирович, **Брагин** Олег Анатольевич

**ОПРЕДЕЛЕНИЕ КОЭФФИЦИЕНТА ПОВЕРХНОСТНОГО НАТЯЖЕНИЯ ЖИДКОСТЕЙ ВОЛНОВЫМ МЕТОДОМ**

Лабораторная работа 3.4

Редактор *С. В. Исакова*

Подписано в печать 25.05.2011 г.
Формат 60×84 1/16. Уч.-изд. л. 1. Усл. печ. л. 0,9.
Тираж 20 экз. Заказ № 154
Редакционно-издательский центр НГУ.
630090, Новосибирск-90, ул. Пирогова, 2.