

Вариант 1

1. Дан симметричный ортогональный тензор $A(\mathbf{x}, \mathbf{x}) = x_1^2 - 2x_2^2 + x_3^2 - 4x_1x_2 - 8x_1x_3 + 4x_2x_3$. Записать характеристический многочлен. Записать тензор в главных осях. Выписать главные направления так, чтобы они составляли ортонормированный правый базис. ($\lambda = -3$)
2. Выделить симметричную S и антисимметричную A части ортогонального тензора $T = \begin{pmatrix} -11 & 3 & 2 \\ 7 & 1 & 8 \\ 0 & 4 & 4 \end{pmatrix}$. Симметричную часть разделить на шаровую часть и девиатор. Найти декартовы координаты вектора \mathbf{w} : $A = \mathbf{w} \times$
3. Ортогональный тензор T в базисе $\mathbf{e}_1 = \frac{3}{\sqrt{58}}\mathbf{i} + \frac{7}{\sqrt{58}}\mathbf{j}$, $\mathbf{e}_2 = -\frac{7}{\sqrt{58}}\mathbf{i} + \frac{3}{\sqrt{58}}\mathbf{j}$, имеет компоненты $t_{111} = 1$, $t_{112} = 3$, $t_{121} = 5$, $t_{122} = 7$, $t_{211} = 9$, $t_{212} = 11$, $t_{221} = 13$, $t_{222} = 0$, . Найти компоненту t'_{222} в базисе $\{\mathbf{i}, \mathbf{j}\}$.
4. Тензор (t_{klmnrs}^{ij}) , $i, j, k, l, m, n, r, s = 1, 2, 3, 4, 5, 6$ задан своими компонентами $t_{154362}^{12} = 11$, $t_{321546}^{12} = 13$, $t_{412563}^{12} = 15$, $t_{643215}^{21} = 17$, $t_{261345}^{12} = 19$, $t_{523456}^{12} = 21$, остальные компоненты равны нулю. Определим тензор $a_{klmnrs}^{ij} = t_{[klmnrs]}^{ij}$. Вычислить a_{214536}^{12} .
5. Заданы: базис $\mathbf{e}_1 = 3\mathbf{i} + \mathbf{j} + 2\mathbf{k}$; $\mathbf{e}_2 = \mathbf{i} + \mathbf{j} + \mathbf{k}$; $\mathbf{e}_3 = -\mathbf{i} - \mathbf{j} + 2\mathbf{k}$; тензор $(t_j^i) = (\mathbf{e}_1 + \mathbf{e}_2 + 3\mathbf{e}_3) \otimes (\mathbf{e}^1 + 2\mathbf{e}^3) + (\mathbf{e}_1 - \mathbf{e}_2) \otimes (2\mathbf{e}^2 + \mathbf{e}^3)$, ковектор $\mathbf{v} = 2\mathbf{e}^1 + \mathbf{e}^2 + 5\mathbf{e}^3$. Выписать координаты тензора (t_j^i) . Найти длину ковектора \mathbf{u} , если $u_j = t_j^i v_i$.

Вариант 2.

1. Дан симметричный ортогональный тензор $A(\mathbf{x}, \mathbf{x}) = 5x_1^2 + 2x_2^2 + 5x_3^2 - 4x_1x_2 - 8x_1x_3 + 4x_2x_3$. Записать характеристический многочлен. Записать тензор в главных осях. Выписать главные направления так, чтобы они составляли ортонормированный правый базис. ($\lambda = 1$)
2. Выделить симметричную S и антисимметричную A части ортогонального тензора $T = \begin{pmatrix} -13 & 4 & 7 \\ 6 & -1 & -2 \\ 5 & -6 & 2 \end{pmatrix}$. Симметричную часть разделить на шаровую часть и девиатор. Найти декартовы координаты вектора \mathbf{w} : $A = \mathbf{w} \times$
3. Ортогональный тензор T в базисе $\mathbf{e}_1 = \frac{1}{\sqrt{65}}\mathbf{i} + \frac{8}{\sqrt{65}}\mathbf{j}$, $\mathbf{e}_2 = -\frac{8}{\sqrt{65}}\mathbf{i} + \frac{1}{\sqrt{65}}\mathbf{j}$, имеет компоненты $t_{111} = 0$, $t_{112} = 2$, $t_{121} = 4$, $t_{122} = 6$, $t_{211} = 8$, $t_{212} = 10$, $t_{221} = 12$, $t_{222} = 14$. Найти компоненту t'_{111} в базисе $\{\mathbf{i}, \mathbf{j}\}$.
4. Тензор (t_{klmnrs}^{ij}) , $i, j, k, l, m, n, r, s = 1, 2, 3, 4, 5, 6$ задан своими компонентами $t_{124565}^{31} = 12$, $t_{324651}^{31} = 14$, $t_{215436}^{31} = 16$, $t_{312654}^{13} = 18$, $t_{461253}^{31} = 20$, $t_{532651}^{31} = 22$, остальные компоненты равны нулю. Определим тензор $a_{klmnrs}^{ij} = t_{[klmnrs]}^{ij}$. Вычислить a_{642351}^{31} .
5. Заданы: базис $\mathbf{e}_1 = 2\mathbf{i} + 3\mathbf{j} + \mathbf{k}$; $\mathbf{e}_2 = \mathbf{i} - \mathbf{j} - \mathbf{k}$; $\mathbf{e}_3 = -2\mathbf{i} + 3\mathbf{j} - 5\mathbf{k}$; тензор $(t_j^i) = (\mathbf{e}_1 + \mathbf{e}_2 + \mathbf{e}_3) \otimes (\mathbf{e}^1 + 5\mathbf{e}^2) + (-2\mathbf{e}_2 + \mathbf{e}_3) \otimes (2\mathbf{e}^1 + \mathbf{e}^3)$, ковектор $\mathbf{v} = \mathbf{e}^1 + 3\mathbf{e}^2 + 4\mathbf{e}^3$. Выписать координаты тензора (t_j^i) . Найти длину ковектора \mathbf{u} , если $u_j = t_j^i v_i$.