Задача 2.2 г:

Найти спектр сигнала

$$f(t) = \begin{cases} \cos \omega_0 t \text{ при } |t| \leqslant \frac{\tau}{2}, \\ \\ 0 \text{ при } |t| > \frac{\tau}{2}, \end{cases}$$

где $\omega_0 = \frac{\pi}{\tau}$.

Решение.

$$f_{\omega} = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} f(t) e^{i\omega t} dt = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\frac{\tau}{2}}^{\frac{\tau}{2}} \cos(\omega_0 t) e^{i\omega t} dt = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\frac{\tau}{2}}^{\frac{\tau}{2}} \frac{e^{i\omega_0 t} + e^{-i\omega_0 t}}{2} e^{i\omega t} dt =$$

$$= \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\frac{\tau}{2}}^{\frac{\tau}{2}} \frac{e^{i(\omega+\omega_0)t} + e^{i(\omega-\omega_0)t}}{2} dt = \frac{\tau}{2\sqrt{2\pi}} \left(\operatorname{sinc} \left[\left(\omega + \frac{\pi}{\tau} \right) \frac{\tau}{2} \right] + \operatorname{sinc} \left[\left(\omega - \frac{\pi}{\tau} \right) \frac{\tau}{2} \right] \right).$$

На графике представлен вид каждого слагаемого и результирующей функции:

