

## **ВВЕДЕНИЕ**

Струйная обработка под высоким давлением используется во многих областях, в основном для очистки поверхностей и резки материалов. Жидкость проталкивается через очень малое отверстие под высоким давлением, заставляя высокоскоростную струю ударяться о поверхность, подлежащую очистке или резке. Кислотные или соляные растворы используются в качестве струйной жидкости при заканчивании нефтяных и газовых скважин для растворения фильтрационной корки, образовавшейся в результате утечки буровых растворов и растворов для заканчивания.

Схема гидродинамической операции по удалению фильтрационной корки в открытом стволе горизонтальной скважины (ГС) в карбонатном пласте представлена на рисунке 1. Нагнетание кислоты из струйных сопел происходит при движении трубы по стволу скважины, разрушая фильтрационную корку на обрабатываемом участке механическим воздействием струи, приемистость пласта в этом месте восстанавливается. Если давление в стволе скважины выше пластового давления (избыточное давление), кислота будет поступать в пласт, создавая червоточины, которые еще больше повышают проницаемость околоскважинной области. Если струйный инструмент – гидромониторная насадка транспортируется на гибких НКТ (ГНКТ), его можно непрерывно перемещать по скважине за счет вытягивания ГНКТ. Процесс удаления фильтрационной корки кислотной или водоструйной струйной обработкой был предметом нескольких исследований, в том числе [1-5]. Эти исследования на образцах пористой среды пришли к выводу, что эффективность удаления фильтрационной корки сильно зависит от расстояния между форсунками (расстояние от сопла до поверхности фильтрационной корки), скорости струи, продолжительности струйной очистки. В дополнение к удалению фильтрационной корки закачка кислоты может также устранить последствия повреждения пласта в скелете горной породы, вызванного буровыми растворами, если закачка кислоты осуществляется при избыточном давлении в

стволе скважины. Проникновение кислоты в матрицу породы приводит к образованию червоточин в карбонатной породе.

Успешная кислотная обработка в длинной горизонтальной карбонатной скважине требует надлежащего размещения кислоты по всему стволу скважины и должна способствовать созданию обширных червоточин для преодоления ущерба и повышения производительности. Колтюбинг, который годами использовался для раздачи кислоты, к сожалению, не может достичь полной глубины. Уникальным методом кислотной обработки в длинных горизонтальных скважинах является струйная кислотная промывка. Динамическая модель, операционные методы и результаты стимуляции для струйной кислотной промывки длинных ГС представлены в статьях [6,7].

В статье [8] представлена полуэмпирическая модель для прогнозирования распределения длины червоточин путем отслеживания движения кислоты во время процесса струйной обработки и при попадании кислоты в пласт. Модель включает перепад давления вдоль ствола скважины, значительный на длинных горизонтальных участках, а также оценивает эволюцию скин-фактора в зависимости от времени и местоположения. Модель кислотной обработки, представленная в [8], также может быть использована для оценки кислотной струйной обработки после проведения работ в длинных горизонтальных скважинах. Модель показывает, что неспособность поддерживать достаточный приток кислоты в пласт по мере того, как все более и более длинные участки подвергаются воздействию, может привести к очень неэффективной стимуляции материнской породы. Для поддержания роста червоточин во время такой обработки поток кислоты в пласт не должен падать ниже оптимального значения потока. Эти результаты показывают, что кислотные струйные обработки могут быть улучшены за счет увеличения скорости закачки по мере того, как большая часть пласта подвергается воздействию за счет удаления фильтрационной корки, или, возможно, за счет временной закупорки носового конца скважины для увеличения потока в секции, направленной к пятке. Исследование также показало, что образование червоточин в материнской

породе при кислотной промывке длинных горизонтальных скважин очень чувствительно к поведению червоточин в системе порода/кислота. Тщательная характеристика оптимальных условий образования червоточин для конкретной кислотной системы в конкретном пласте-коллекторе может значительно расширить возможности разработки улучшенных кислотных струйных обработок.

Таким образом, для оптимального проектирования кислотных обработок открытого ствола (наклонного или горизонтального ствола) скважины с применением гидромониторной насадки на насосно-компрессорную трубу (НКТ, либо гибкую НКТ), необходимо разработать цифровой модуль проектирования ОПЗ с применением гидромониторной насадки, основанный на математической модели процесса кислотного растворения карбонатной породы.

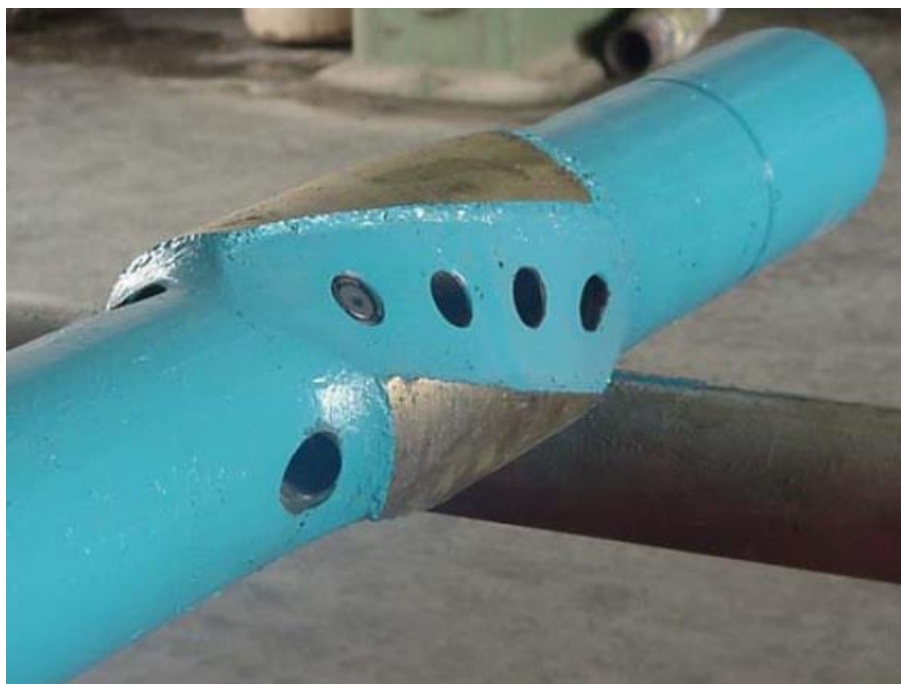
В представленной работе описана модель кислотной струйной обработки открытого ствола длинных ГС для прогнозирования распределения длины червоточин в породе путем отслеживания движения кислоты во время процесса струйной обработки и при попадании кислоты в пласт. Модель включает расчет перепада давления вдоль ствола скважины, значительный на длинных горизонтальных участках, а также оценивает эволюцию скин-фактора в зависимости от времени и местоположения фронта кислоты. Представленная модель кислотной обработки, позволит оптимальным образом спроектировать сценарий скважинных работ, спрогнозировать технологическую и экономическую эффективность кислотной струйной обработки после проведения работ в длинных горизонтальных скважинах.

## 1. ФИЗИЧЕСКАЯ ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Процесс кислотной обработки открытого ствола (наклонного или горизонтального ствола) скважины с применением гидромониторной насадки на насосно-компрессорную трубу (НКТ, либо гибкую НКТ) рассматривается как закачка кислоты через отверстия сопла, при котором создается эффект струйной обработки в необсаженной скважине, рис.1.1.



a)



b)

Рис.1.1. Типы гидромониторных насадок а), b).

ГНКТ медленно спускают в скважину, одновременно заливая кислотой и растворяя породу перед инструментом, расширяя туннель для стимуляции скважины. Добыча нефти увеличивается за счет чистого, стимулированного состояния туннеля и любых естественных трещин, с которыми он сталкивается.

Этот процесс можно повторять на разных глубинах так часто, как это необходимо.

Струя воды оказывает ударное давление на объект, когда он попадает в цель, в зависимости от массы и скорости воды. Эффективность струи можно повысить, используя несколько добавок, чтобы максимизировать воздействие струи при попадании в цель. Основными добавками являются абразивные материалы и понизители трения. Абразивные материалы добавляются в поток жидкости для увеличения количества массы, воздействующей на цель.

Понизители трения добавляются в поток жидкости для уменьшения потери давления в системе. Это обеспечивает более высокую скорость струи на основе уравнения Бернулли. Насадка с соплами показана на рис. 1.2. Струя воды через сопло показана на рис. 1.3. Уравнение Бернулли используется для расчета скорости в точке «2», где струйный поток выходит из сопла. Воспользуемся схемой расчета, рассмотренной в [8].

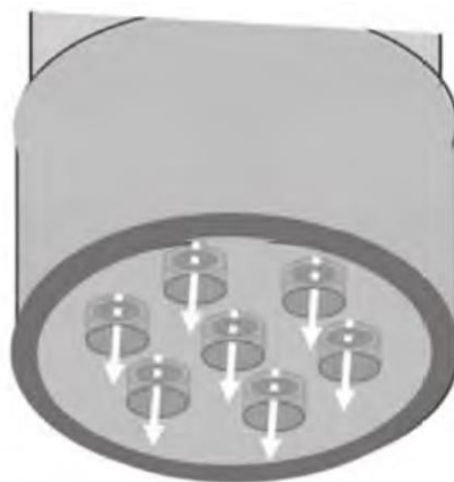


Рис.1.2. Гидромониторная насадка с соплами

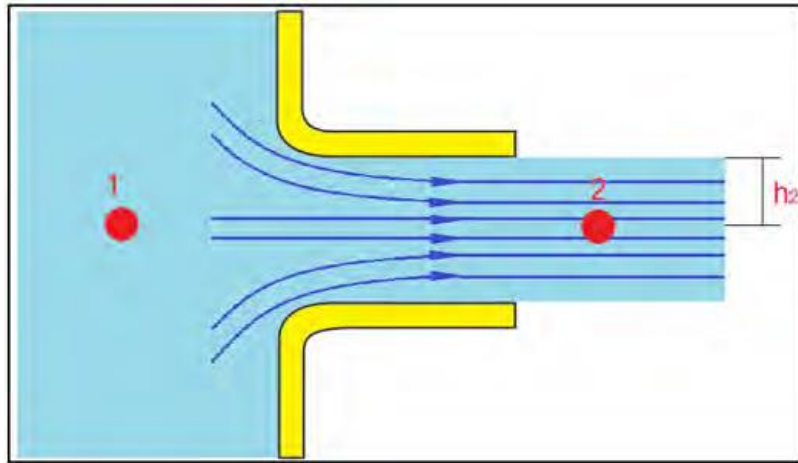


Рис.1.3. Поток воды из сопла

Запишем уравнение Бернулли [12]

$$P_1 + \frac{1}{2}\rho v_{1x}^2 + \rho g h_1 = P_2 + \frac{1}{2}\rho v_{2x}^2 + \rho g h_2, \quad (1.1)$$

где приняты обозначения:

$P_1$  — давление нагнетания в точке «1» перед соплом;

$P_2$  — давление окружающей жидкости в точке «2» после сопла;

$v_{1x}$  — скорость жидкости внутри струи в точке «1» перед соплом;

$v_{2x}$  — скорость реактивного потока в точке «2» после сопла;

$h_1$  — высота столба жидкости над точкой «1» перед соплом;

$h_2$  — высота столба жидкости над точкой «2» после сопла;

$\rho$  — плотность жидкости.

Оценим скорость  $v_{1x}$  и высоту  $h_2$ .

Пусть внешний диаметр насадки  $d_1=7,5$  см. Площадь поперечного сечения  $S_1=44,2$  см<sup>2</sup>. Расход  $Q = 50 \frac{\text{куб.м}}{\text{сут}} = 0,0005 \text{ куб. м/с}$

Скорость  $v_{1x} = \frac{Q}{S_1} = 11,4$  см/с

Диаметр одной форсунки  $d_2=0,25$  см. Площадь поперечного сечения одного сопла  $S_2=0,049$  см<sup>2</sup>. Их может быть 5 или 7.

Для квазистационарного течения несжимаемой жидкости оценим  $v_{2x}$ .

$$v_{2x} = \frac{S_1}{5S_2} v_{1x} = 900/5 v_{1x} = 180 v_{1x}.$$

Скоростью  $v_{1x}$  в уравнении (1) можно пренебречь.

Высотой  $h_2$  можно пренебречь по сравнению с  $h_1$ .

$$\frac{h_2}{h_1} = \frac{d_1}{d_2} = \frac{7,5}{0,25} = 30.$$

Следовательно, игнорируя  $v_1$  и  $h_2$  в уравнении. 1 получим упрощенное уравнение

$$p_1 + \rho g h_1 = p_2 + \frac{1}{2} \rho v_{2x}^2 \quad (1.2)$$

Рассчитаем число Рейнольдса после сопла

$$Re = \frac{\rho u D_w}{\mu} = 4Q\rho/\pi D_w \mu$$

В ГНКТ  $Re = 1000 * 0,114 * \frac{0,075}{0,001} = 8550 > 2300$ . Турбулентное течение.

В ГС  $Re = 1000 * 180 * 0,114 * 0,25 / 0,001 = 1800000$ . Турбулентное течение.

В кольцевом течении

$$Re_c = \frac{\rho u (D_w - D_{out})}{\mu}$$

$Re_c = 1000 * 180 * 0,114 * (0,125 - 0,075) / 0,001 = 205200 > 2300$ . Турбулентное течение.

Если скорость струйной обработки кислоты выше, чем скорость реакции с породой перед соплом, кислота останется неизрасходованной. Неизрасходованная кислота будет течь к задней части туннеля и увеличивать диаметр туннеля. Это снижает эффективность кислоты для прокладки длинных туннелей.

Для моделирования процесса струйной обработкой кислотой стенок ГС приняты следующие предположения:

1. Горизонтальный участок необсаженного ствола разделен на ряд сегментов, каждый из которых представляет собой один цикл струйной обработки кислотой (рис. 1.4).

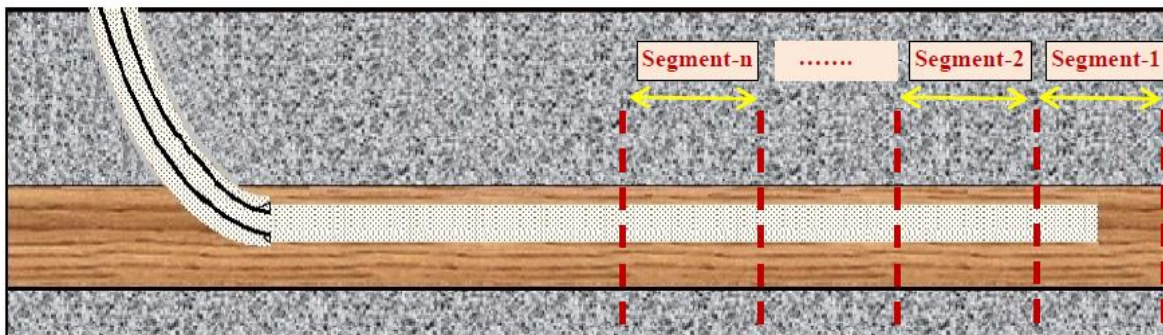


Рис.1.4. Схема струйной обработки открытого ствола ГС

2. Один цикл гидромониторной обработки, моделируется как единый непрерывный процесс закачки в начале каждого сегмента (рис. 1.5). Продолжительность и количество закачки кислоты в каждом сегменте зависит от скорости протяжки ГНКТ и длины одного сегмента. Для одного цикла обработки точка закачки кислоты считается стационарной на конце каждого сегмента.

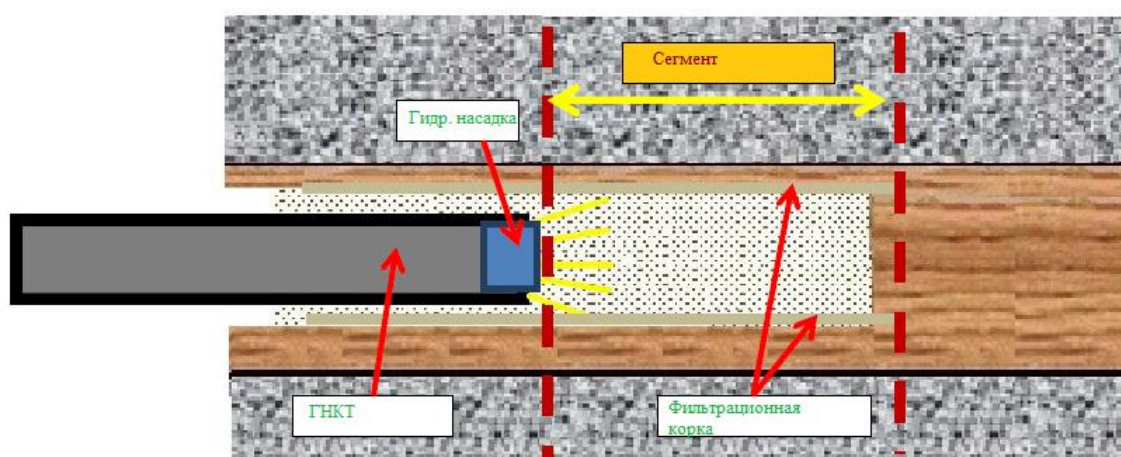


Рис.1.5. Схема гидромониторной обработки



3. Фильтрационная корка представлена тонким низкопроницаемым слоем на стенке скважины и предполагается, что после одного цикла процесса кислотруйной обработки фильтрационная корка механически полностью удаляется по обрабатываемому участку. Это соответствует предположению об удалении фильтрационной корки за счет механической струйной обработки.
4. Количество закачиваемой кислоты регулируется продолжительностью закачки в каждом цикле, а скорость закачки и скорость протяжки ГНКТ согласовываются с условиями эксплуатации месторождения.
5. Когда один цикл промывки кислотой выполнен, точка закачки перемещается в начало следующего сегмента, и тот же процесс повторяется, в то время как в предыдущих сегментах фильтрационной корки больше не существует. С началом нового цикла кислотной промывки фильтрационная корка на забое скважины удаляется за счет механического воздействия, и в то же время некоторое количество кислоты перейдет в предыдущие сегменты и потечет в пласт, образуя червоточину. Количество кислоты, попадающей в пласт, и длина распространения червоточины зависят от давления внутри ствола скважины, коллекторских свойств и наличия повреждений вокруг ствола скважины, рис. 1.6.

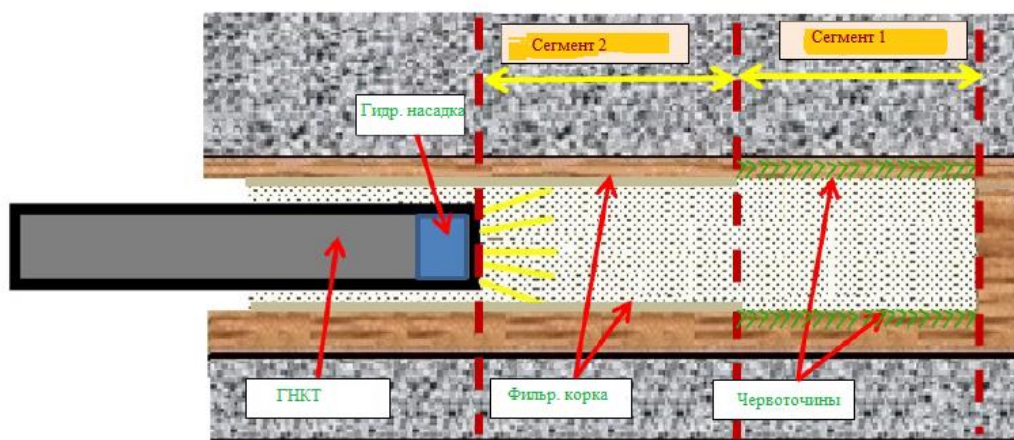


Рис.1.6. Во втором цикле кислота удаляет фильтровальную корку в текущем сегменте и создает червоточины в предыдущих сегментах.

На основе схемы, показанной на рис. 1.6, по мере удаления гидромониторной насадки к сегменту-3 червоточины также начинают расти в сегменте-2, а длина червоточин в сегменте-1 продолжает расти, пока обрабатывается сегмент-2. Этот процесс повторяется для всех сегментов скважины.

Эпюра скоростей при ламинарном движении жидкости в трубопроводе круглого сечения представляет собой параболоид вращения, ось которого совпадает с геометрической осью трубы. Эпюра скоростей турбулентного течения построена для значений скоростей осредненных во времени. Этому типу движения характерно выравнивание скоростей в ядре потока и резкое уменьшение скоростей вблизи стенки трубы в пограничном слое, рис.1.7.

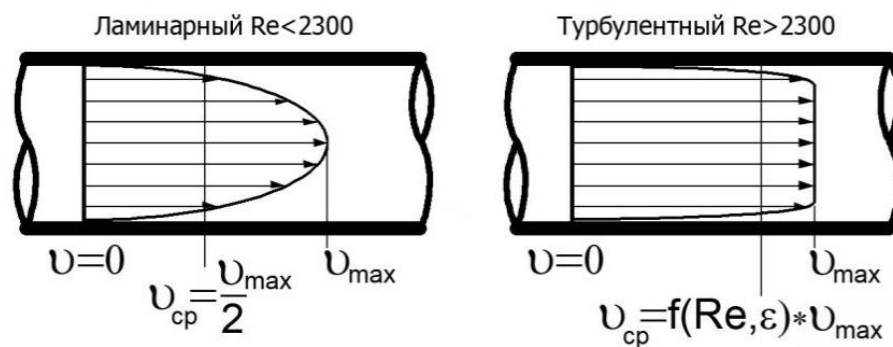


Рис. 1.7. Распределение скоростей в потоке жидкости при ламинарном (слева) и турбулентном (справа) режимах движения

В инженерных приложениях интерес представляют средние поля. Под средним значением  $\bar{f}$  в каждый момент времени  $t$  понимаем величину

$$\bar{f} = \frac{1}{T} \int_0^T f(\tau) d\tau.$$

## 2. МОДЕЛИРОВАНИЕ ТЕЧЕНИЯ В ГОРИЗОНТАЛЬНОЙ СКВАЖИНЕ

### 2.1. Течение в вертикальной или наклонной части скважины

Одним из способов преодоления естественных ограничений для вертикальной фильтрации является бурение наклонно-направленных скважин, пересекающих слоисто-неоднородный пласт под углом  $\theta$  к вертикали (Рис. 2.1). Косинус этого угла равен

$$\cos \theta = H/L,$$

где  $H$  – толщина пласта по вертикали, а  $L$  – длина наклонной скважины.

Каждая вертикальная скважина дренирует в плоскости область квадратной формы, что соответствует объему пласта в форме прямоугольной призмы высотой  $H$  с гранью, имеющей площадь поверхности  $A$ . Такой же объем дренирует наклонная скважина, только при этом призма, по центру которой проходит скважина, становится наклонной. Площадь дренирования наклонной скважины также равна величине  $A$ . В случае с вертикальной скважиной приток из каждого горизонта происходит из квадратной области дренирования к расположенной в центре скважине радиуса  $R_w$ . Для наклонной скважины центральный сток принимает форму не круга, а эллипса, как показано на рис. 2.2.

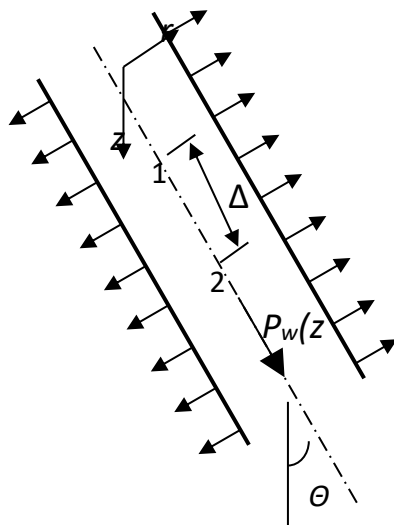


Рис. 2.1. Схема сечения наклонной скважины

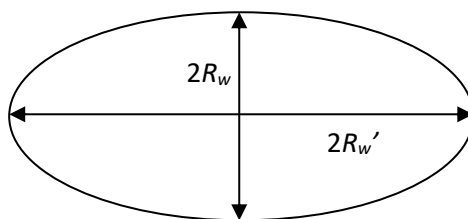


Рис. 2.2. Эллиптическое горизонтальное сечение для наклонной скважины

Если скважина имеет очень большой наклон, то есть значение  $\cos\theta = H/L$  мало, а эллипс имеет более вытянутую форму. Из геометрических построений на рис. 2.2 видно, что большой радиус эллипса увеличивается до значения  $R'_w = R_w \frac{L}{H}$  ( $R_w$ - малый радиус эллипса, равный радиусу скважины). Это способствует увеличению площади притока и делает наклонную скважину более продуктивной. Показано [9], что можно учесть влияние формы скважины, подставив в уравнение для притока цилиндрической скважины среднее между полуосями (радиусами  $R'_w$  и  $R_w$ ) эллипса. В данном случае необходимо провести замену от радиуса скважины  $R_w$  к эффективному радиусу  $R_{w\text{ eff}}$ :

$$R_{w\text{ eff}} = 0.5 R_w \left( 1 + \frac{L}{H} \right) \quad (2.1)$$

Забойное давление  $p_w$  в наклонной скважине определяется как

$$p_w = p_{\text{уст}} + \Delta p_l, \quad (2.2)$$

где  $p_{\text{уст}}$ - устьевое давление,  $\Delta p_l$ - потери давления.

Наклонные скважины из-за значительной длины имеют больший пространственный контакт с пластом относительно вертикальной скважины. Потому отбор и закачка на единицу длины меньше, чем у вертикальных скважин при одинаковых пластовых условиях. В связи с этим, потери давления по стволу наклонных скважин могут быть значительными.

Пусть  $l$ - координата, отсчитываемая вдоль ствола скважины.

Потери давления  $\Delta p_l$  на участке длины  $\Delta l$  вызваны силами трения, изменением кинетической энергии жидкости и гидростатическим градиентом.

$$\Delta p_l = \Delta p_f + \Delta p_k + \Delta p_h,$$

$$\Delta p_f = \lambda \frac{\Delta l}{d} \frac{\rho u^2}{2}, \quad (2.3)$$

$$\Delta p_k = \frac{\rho \Delta u^2}{2}, \quad (2.4)$$

$$\Delta p_h = \rho g \Delta l \cos \theta. \quad (2.5)$$

Формулы (2.3) – (2.5) определяют потери давления при движении жидкости на участке 1 – 2 (Рис. 2.1).

Предполагается, что средняя скорость течения жидкости в трубе постоянного диаметра  $D_w$  не изменяется. Поэтому потери давления  $\Delta p_k$  за счет изменения кинетической энергии равны нулю. Коэффициент трения  $\lambda$  определяется числом Рейнольдса для ламинарного и турбулентного потоков.

Если течение в трубе ламинарное, ( $Re < 2300$ ), то коэффициент гидравлического  $\lambda(Re)$  сопротивления не зависит от шероховатости трубы и равен вычисляется по формуле Пуазейля

$$\lambda(Re) = \frac{64}{Re} \quad Re = \frac{\rho u D_w}{\mu}, \quad (2.6)$$

а при турбулентных течениях (числа Рейнольдса от 2800 до  $10^5$ ) в ГС – по формуле Блазиуса [10]:

$$\lambda(Re) = \frac{0,3164}{\sqrt[4]{Re}} \quad (2.7)$$

$$Re = \frac{\rho u D_w}{\mu} = 4Q\rho/\pi D_w \mu$$

где  $Q$  – расход жидкости, м<sup>3</sup>/с;  $D_w$  – внутренний диаметр трубопровода, м;  $\mu$  – динамическая вязкость жидкости, Па·с.

## 2.2. Определяющие уравнения для распределения давления и скорости жидкости в ГС

Для построения математической модели струйной кислотной обработки ГС с применением гидромониторной насадки необходимо выписать законы сохранения механики сплошной среды (МСС), описывающие течение жидкости в трубе диаметра  $D_w$  и длины  $L$  с проницаемыми стенками (с коэффициентом пористости  $m$ ). При построении математической модели закачки кислоты в ствол ГС примем изотермическое приближение и приближение однородной несжимаемой жидкости. Также пренебрежем сжимаемостью пористой среды. Кроме того, при течениях несжимаемой жидкости в трубах хорошим приближением является одномерная модель с осредненными по сечению трубы параметрами – давлением и скоростью, т.к. время выравнивания (релаксации)  $t_{D_w}^{(p)}$  давления по сечению трубы много меньше характерного времени  $t^{(v)}$  процесса (течения в трубе, ГС)

$$t_{D_w}^{(p)} = \frac{D_w}{c} \ll \frac{L}{v} = t^{(v)} \quad (2.8)$$

где  $C, v$  – соответственно скорость звука в неподвижной среде и скорость среды.

В рассматриваемой модели предполагается, что скважина изначально заполнена вязкой инертной жидкостью (обратная водонефтяная имульсия) для создания противодействия. Закачиваемая кислота вытесняет начальную жидкость, поэтому и закачиваемый жидкий рабочий раствор, и вытесняемая жидкость перетекают в породу через стенку скважины. Распределение потока в породу в любой момент времени  $t$  зависит от фильтрационного сопротивления течению вдоль ствола скважины и вглубь породы, которое, в свою очередь, зависит от распределения жидкости и профиля проницаемости. Это сопротивление изменяется в процессе кислотной обработки. В результате этого процесса мы получаем зависимость основных характеристик процесса кислотной обработки от времени. Математическая модель связывает модель

течения жидкости в скважине с моделью течения в карбонатной породе с измененным профилем проницаемости и геометрией скважины.

В модели предполагается радиально-симметричный начальный профиль проницаемости. В длинных ГС эффекты поперечного течения и сепарации жидкостей под действием силы тяжести в скважине и горной породе являются незначительными [9]. Поэтому задача является осесимметричной и может быть сведена к двумерной задаче: радиальной по  $r$  в полости ГС и в пласте и линейной вдоль  $x$  направления скважины.

Проницаемость  $k$  и пористость  $m$  изменяются как в радиальном направлении, так и вдоль ствола скважины. Повреждение призабойной зоны пласта определяется как область низкой проницаемости  $k_d$ , располагающейся в радиусе  $r_d$  вокруг скважины. В результате кислотной обработки в пласте образуется улучшенная зона радиуса  $r_i$  с улучшенной проницаемостью  $k_i(r)$ .

В результате обработки околоскважинной зоны (ОЗ) раствором кислоты в карбонатном коллекторе образуются высокопроводящие каналы (червоточины) и, соответственно, формируется вторичный профиль проницаемости в зоне воздействия. Определяющими параметрами являются радиус воздействия кислотой  $r_i$  и значение проницаемости в обработанной зоне  $k_i(r)$ . Относительно величины радиуса воздействия кислотой возможны два случая: 1 -  $r_i < r_d$  и 2 -  $r_i > r_d$ . В первом случае происходит нарушение монотонности профиля проницаемости в зонах 1 и 2, во втором – профиль, сохраняя монотонность, переходит в зону 3 начальной (ненарушенной) проницаемости. Модель растворения в пласте является одномерной, предполагающей радиальный характер проникновения кислоты в изотропный пласт, что характерно для вертикальных скважин, вскрывших карбонатный коллектор. Для анизотропных песчаных пластов кислота, проникая в коллектор, формирует фронт воздействия, форма которого подобна форме зоны поражения пласта и определяется степенью анизотропии (рисунок 2.9). Для карбонатных коллекторов (активных по отношению к реагенту) кислота, растворяя коллектор, формирует фронт воздействия, форма которого даже в

анизотропном пласте близка к круговой [11] (рисунок 3). В этом случае для определения основных параметров кислотного растворения (размера зоны воздействия и профиля проницаемости) целесообразно использовать математическую модель.

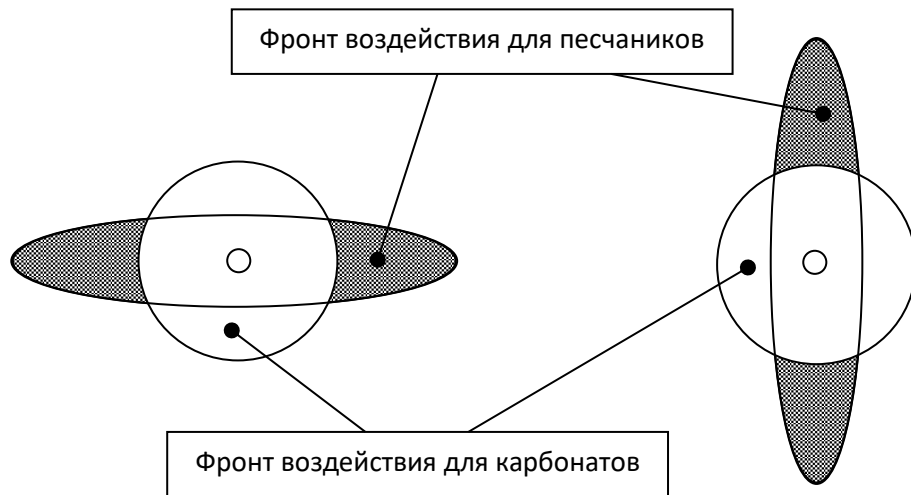


Рис. 2.9. Схема профилей воздействия кислотой для песчаников и карбонатных анизотропных коллекторов. (a) -  $k_H > k_v$ , (b) -  $k_H < k_v$

Горизонтальная скважина длины  $L$  рассматривается как цилиндрическая труба с проницаемыми боковыми стенками с коэффициентом пористости  $m$ . Начало координат совмещается с началом горизонтального участка, так называемая «пятка» ГС, а ось  $x$  системы координат направляется по оси ГС. Течение жидкости рассматривается в ГС с диаметром долота  $D_w$ . Уравнение неразрывности несжимаемой жидкости при одномерном нестационарном течении в цилиндрическом канале с проницаемыми стенками определяется дифференциальным уравнением:

*уравнение неразрывности несжимаемой жидкости при одномерном нестационарном течении в цилиндрическом канале с проницаемыми стенками*

$$\frac{\partial u(x, t)}{\partial x} = -\frac{4m}{D_w} v_L(x, t) \quad (2.9)$$



Закон сохранения количества движения несжимаемой жидкости при одномерном нестационарном течении в цилиндрическом канале с проницаемыми стенками определяется дифференциальным уравнением:

*уравнение количества движения несжимаемой жидкости при одномерном нестационарном течении в цилиндрическом канале с проницаемыми стенками*

$$\frac{\partial u}{\partial t} + \frac{\partial u^2}{\partial x} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + g \cos \alpha - \lambda \frac{(1-m)u^2}{4r_w}. \quad (2.10)$$

Здесь  $\rho$  и  $\mu$  - плотность и вязкость нагнетаемой жидкости. Коэффициент трения  $\lambda$  определяется числом Рейнольдса (Re) для ламинарного и турбулентного потоков.

Если течение в трубе ламинарное, ( $Re < 2300$ ), то коэффициент гидравлического  $\lambda(Re)$  сопротивления не зависит от шероховатости трубы и вычисляется по формуле Пуазейля

$$\lambda(Re) = \frac{64}{Re}, \quad (2.11)$$

а при турбулентных течениях (числа Рейнольдса от 2800 до  $10^5$ ) в ГС – по формуле Блазиуса [10]:

$$\lambda(Re) = \frac{0,3164}{\sqrt[4]{Re}}, \quad (2.12)$$

$$Re = \frac{\rho u D_w}{\mu} = \frac{4Q\rho}{\pi D_w \mu},$$

где  $Q$  – расход жидкости, м<sup>3</sup>/с;  $D_w = 2r_w$  – внутренний диаметр трубопровода, м;  $\rho$ ,  $\mu$  – плотность и динамическая вязкость жидкости соответственно,  $\alpha$  – угол отклонения ствола ГС от вертикали,  $v_L$  – скорость утечек жидкости через боковую поверхность ГС.

Если принимается модель псевдостационарного течения,  $\frac{\partial u}{\partial t} = 0$ . Поскольку кислотное растворение происходит медленнее, чем движение жидкости, можно предположить, что уравнение количества движения (2.10) стационарно для каждого временного шага.

### 3. МОДЕЛЬ КИСЛОТНОГО РАСТВОРЕНИЯ

#### 3.1. Усреднение базовых уравнений в частных производных

Запишем уравнение неразрывности (сохранения массы) для потока кислоты в стволе ГС

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \operatorname{div}(\rho \vec{v}) = 0, \quad (3.1)$$

где  $\rho$  – плотность кислоты;

$\vec{v}$  – вектор скорости потока кислоты.

В цилиндрической системе координат (3.1) имеет вид

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}(\rho v_x) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r}(r \rho v_r) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \varphi}(\rho v_\varphi) = 0, \quad (3.2)$$

где  $v_x, v_r, v_\varphi$  – составляющие средней скорости в стволе ГС.

Считая течение в ГС осесимметричным, примем  $v_\varphi = 0$ .

Усредним (3.2) по радиальному сечению скважины, для этого проинтегрируем уравнение (3.2) по площади поперечного сечения с учетом осесимметричного течения жидкости в ГС, получим

$$2\pi \int_0^{r_w} \frac{\partial \rho}{\partial t} r dr + 2\pi \int_0^{r_w} \frac{\partial}{\partial x}(\rho v_x) r dr + 2\pi \int_0^{r_w} \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r}(r \rho v_r) r dr = 0, \quad (3.3)$$

где  $r_w = r(x)$  – изменяющийся в результате растворения карбонатной породы радиус скважины.

Вычислим, чему равен второй член левой части уравнения (3.3). Применяя формулу дифференцирования по параметру, имеем

$$2\pi \frac{\partial}{\partial x} \int_0^{r_w} (\rho v_x) r dr = 2\pi \int_0^{r_w} \frac{\partial}{\partial x} (\rho v_x) r dr +$$

$$+ 2\pi \left( (\rho v_x)|_{r_w} \cdot \left( \frac{1}{2} r_w^2(x) \right)'_x - \frac{1}{2} (\rho v_x) \Big|_0 \cdot 0 \right) \quad (3.4)$$

Считая, что скорость жидкости на боковой поверхности трещины мала, т.к. там постоянно происходит реакция растворения и возникают вязкие силы трения, положим  $(v_x)|_{r_w} \approx 0$ , поэтому, последними двумя членами в (3.4) можем пренебречь по отношению к предыдущим членам. Тогда имеем

$$2\pi \int_0^{r_w} \frac{\partial}{\partial x} (\rho v_x) r dr = 2\pi \frac{\partial}{\partial x} \int_0^{r_w} (\rho v_x) r dr \quad (3.5)$$

Применяя теорему о среднем к интегралу правой части равенства (3.5), получим

$$2\pi \frac{\partial}{\partial x} \int_0^{r_w} (\rho v_x) r dr = \pi \frac{\partial}{\partial x} [(\rho v_x)_{cp} r_w^2] \quad (3.6)$$

Последний интеграл уравнения (3.3) оцениваем аналогично

$$2\pi \int_0^{r_w} \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r \rho v_r) r dr = 2\pi \rho r_w (v_r)_{r_w} \quad (3.7)$$

$(v_r)_{r_w} = v_L$  – скорость утечек на боковой поверхности ГС.

Выражение (3.7) учитывает утечки вдоль боковой поверхности ГС согласно граничному условию

$$(v_r)_{r_w} = v_L. \quad (3.8)$$

Применяя формулу дифференцирования по параметру  $t$ , теорему о среднем, имеем

$$2\pi \frac{\partial}{\partial t} \int_0^{r_w} \rho r dr = 2\pi \int_0^{r_w} \frac{\partial \rho}{\partial t} r dr +$$

$$+ 2\pi \left( (\rho)|_{r_w} \cdot \left( \frac{1}{2} r_w^2(x) \right)'_t - (\rho)|_0 \cdot 0 \right) \quad (3.9)$$

$$2\pi \int_0^{r_w} \frac{\partial \rho}{\partial t} r dr = \pi \frac{\partial r_w^2 \rho}{\partial t}. \quad (3.10)$$

Подставляя оцененные члены в (3.3), опустив индекс “ср” и считая,  $\rho = const$  для несжимаемой жидкости, получаем уравнение сохранения потока в ГС

$$2r_w \frac{\partial r_w}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} [v_x r_w^2] + 2r_w v_L = 0 \quad (3.11)$$

$$2r_w \frac{\partial r_w}{\partial t} + 2v_x r_w \frac{\partial r_w}{\partial x} + r_w^2 \frac{\partial v_x}{\partial x} + 2r_w v_L = 0$$

$$\frac{\partial r_w}{\partial t} + v_x \frac{\partial r_w}{\partial x} + \frac{r_w}{2} \frac{\partial v_x}{\partial x} + v_L = 0 \quad (3.12)$$

Получили уравнение для вычисления изменения радиуса скважины за счет механической струйной обработки. Скорость вдоль длины ГС  $v_x$  определяется из (2.1).

Нужно записать условие для  $v_L$ .

### 3.2. Расчет скорости утечек

Примем схему, представленную на рис.3.1.

Пренебрегая ускорением силы тяжести, скорость истечения  $v_L$  определяется по закону Дарси

$$v_L(x, t) = - \frac{k}{m \mu} \frac{\partial p(x, t)}{\partial r} \Big|_{r=r_w} \quad (3.13)$$

причем фильтрация в пласт начинается практически мгновенно по всему стволу ГС. Это следует из того, в рассматриваемом процессе выполняется неравенство

$$t_L^{(p)} = \frac{L}{C} \ll \frac{L}{v} = t^{(v)}, \quad (3.14)$$

где  $t_L^{(p)}$  – характерное время пробега волны давления по длине ГС. Эта же оценка (3.14) является обоснованием выбора приближения несжимаемой жидкости (бесконечной скорости малых возмущений).

Для того чтобы определить градиент давления на стенке ГС, входящий в формулу (3.13), в общем случае необходимо решать совместно задачу о течении в скважине и в пласте, что, учитывая ее геометрию является очень трудной задачей (трехмерная нестационарная фильтрация со сложными границами). Упростим задачу, заменив давление на стенке ГС средним давлением  $p(x, t)$  в стволе ГС

$$\left. \frac{\partial p(x, t)}{\partial r} \right|_{r=r_w} \approx \frac{p_R(x, t) - p(x, t)}{R(x, t) - r_w} \quad (3.15)$$

где, в силу оценки (2.8) давление на стенке ГС принято равным среднему давлению по ее сечению. Замена (3.15) оправдана, т.к. давление в пласте (как решение уравнения пьезопроводности) является гладкой функцией, поэтому величины, стоящие в (3.15) слева и справа должны быть величинами одного порядка. Для вычисления давления  $p_R(x, t)$  в пласте пренебрежем отражениями волн давления от кровли и подошвы продуктивного пласта, а также от его границ. Тогда можно использовать приближенную формулу для распределения давления в пласте для вертикальной скважины, полученной методом последовательной смены стационарных состояний (ПССС) [13]. В применении к рассматриваемой задаче закачки кислоты с объемным расходом  $Q$ , давление потока жидкости в продуктивном пласте будет распределено по стволу ГС согласно выражению

$$p_R(x, t) = p_k + \frac{Q\mu}{2\pi kL} \ln \frac{\sqrt{r_w^2 + 4\chi t}}{R(x, t)} \quad (3.16)$$

где  $\chi = k/\mu(m\beta + \beta_c)$  – коэффициент пьезопроводности продуктивного пласта;  $\beta, \beta_c$  – коэффициенты упругой сжимаемости нефти и скелета породы соответственно. Преобразуя (3.15) с помощью (3.16), принимая, что  $v_L(x, t) = Q/2\pi r_w l$ , где  $Q$  – расход жидкости в стволе ГС,  $l$  – протяженность боковой поверхности ГС, через которую жидкость поступает в пласт, получим следующее уравнение для скорости истечения жидкости в пласт

$$v_L(x, t) = \frac{k}{m\mu} \frac{p(x, t) - p_k}{\left[ R(x, t) - r_w + r_w \ln \frac{\sqrt{r_w^2 + 4\chi t}}{R(x, t)} \right]} \quad (3.17)$$

где  $R$  – радиус проникновения жидкости в пласт.

Для вычисления функции  $R(x, t)$  примем допущение, что траектории частиц жидкости в пласте являются прямыми линиями, радиально направленными к боковой поверхности ГС. Пусть в произвольный момент времени  $t$  с начала закачки кислота в точке скважины с координатой  $x$  проникает в пласт на расстояние  $R(x, t)$ . Тогда объемы закачанной в пласт жидкости между произвольными бесконечно близкими сечениями  $x$  и  $x + dx$  будет равен

$$dV(x, t) = \pi m (R^2 - r_w^2) dx.$$

Учитывая, что объемный расход между рассматриваемыми близкими сечениями в ГС равен

$$dQ(x, t) = 2\pi r_w m \int_x^{x+dx} v_L(x, t) dx = 2\pi r_w m v_L(x, t) dx$$

а также, что между закачанным объемом и объемным расходом между сечениями  $x$  и  $x + dx$  существует очевидная связь

$$dQ = \frac{d(dV)}{dt}$$

получим радиус проникновения жидкости в пласт

$$R(x, t) = \sqrt{r_w^2 + 2r_w \int_0^t v_L(x, t) dt} \quad (3.18)$$



Рис.3.1. Схема утечки жидкости из ГС

### 3.3. Основные уравнения кислотного растворения

В операции кислотного растворения стенок необсаженной ГС кислотные реакции происходят на боковой поверхности ГС, поэтому предполагается отсутствие кислотной реакции в жидкой фазе; следовательно, источниковый член массообмена в уравнении (3.1) опущен. Также предполагается, что кислота достигает стенок трещины путем диффузии, чтобы вступить в реакцию на боковой поверхности ГС, и коэффициенты диффузии кислоты во всех направлениях одинаковы. Кислотная реакция называется «ограниченным массопереносом», когда скорость реакции является самой быстрой стадией, и «ограниченной скоростью реакции», когда скорость кислотного массопереноса выше, чем скорость реакции.

Будем считать, что кислотный раствор имеет ту же плотность, что и вода. В силу незначительных концентраций растворенных веществ, принимаем гипотезу о равновесности системы и приравниваем плотность кислотного раствора к плотности воды, т.е.  $\rho_k = C\rho_l^0$ , плотность минерала  $\rho_R = const$ ,  $\rho_l^0$  — начальная плотность воды,  $const$ ,  $C$  — массовая концентрация кислоты.

Закачиваемый кислотный раствор имеет коэффициент сжимаемости порядка  $10^{-10}$  1/ат, что пренебрежимо мало для условий закачки, учитывая

небольшой объем закачиваемого реагента. Поэтому, принимается условие несжимаемости жидкости.

Продуктами реакции являются легкорастворимая соль хлористого кальция  $CaCl_2$  и углекислый газ  $CO_2$ . Растворимость последнего определяется пластовой температурой, давлением, пористостью породы и концентрацией кислоты в растворе. Для оценок концентрации углекислого газа в водной фазе в зоне продвижения оторочки раствора кислоты можно воспользоваться решением задачи при условии равновесного течения реакции [14]. Расчеты, приведенные в этой работе, показывают, что при закачке 20 % раствора соляной кислоты, концентрация углекислого газа перед фронтом реакции составляет 7 %. Таким образом, при реакции кислоты с породой в условиях закачки и движения раствора в пористой среде основная часть продуктов реакции движется перед оторочкой кислоты, и их концентрация меньше, чем в случае течения реакции в замкнутом объеме, и не влияет существенным образом на процесс кислотного растворения. Этот вывод позволяет принять допущение о растворимости углекислого газа в водной фазе.

Массовый баланс кислоты, использованный в модели, имеет вид:

$$\frac{\partial C}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}(Cv_x) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r}(rCv_r) - \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( rD_{eff} \frac{\partial C}{\partial r} \right) = 0 \quad (3.19)$$

где  $C$  – массовая концентрация кислоты;  $D_{eff} = mD_m$  – эффективный коэффициент диффузии,  $D_m$  – молекулярный коэффициент диффузии.

Усредняя это уравнение радиальному сечению скважины, аналогично (3.3) – (3.7) имеем:

$$\begin{aligned} 2\pi \int_0^{r_w} \frac{\partial C}{\partial t} r dr + 2\pi \int_0^{r_w} \frac{\partial}{\partial x}(Cv_x) r dr + 2\pi \int_0^{r_w} \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r}(rCv_r) r dr = \\ = 2\pi D_{\text{эф}} \int_0^{r_w} \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\partial C}{\partial r} \right) r dr \end{aligned}$$



$$2\pi \frac{\partial}{\partial x} \int_0^{r_w} (Cv_x) r dr = 2\pi \int_0^{r_w} \frac{\partial}{\partial x} (Cv_x) r dr = \pi \frac{\partial}{\partial x} ((Cv_x)_{cp} r_w^2)$$

$$2\pi \int_0^{r_w} \frac{\partial}{\partial x} (Cv_x) r dr = \pi \frac{\partial}{\partial x} ((Cv_x)_{cp} r_w^2) = \pi \frac{\partial}{\partial x} (C_w v_{xcp} r_w^2) \quad (3.20)$$

$$2\pi \int_0^{r_w} \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r C v_r) r dr = 2\pi r_w (C v_r)_{r_w} = 2\pi r_w C_w v_L, \quad (3.21)$$

$(v_r)_{r_w} = v_L$  – скорость утечек на боковой поверхности ГС,  $C_w = C_{r_w}$  – массовая концентрация кислоты на боковой поверхности ГС.

Выражение (3.21) учитывает утечки вдоль боковой поверхности ГС согласно граничному условию

$$(v_r)_{r_w} = v_L.$$

$$2\pi \int_0^{r_w} \frac{\partial C}{\partial t} r dr = \pi \frac{\partial C_{cp} r_w^2}{\partial t} = \pi \frac{\partial C_w r_w^2}{\partial t}. \quad (3.24)$$

В уравнениях (3.20) и (3.24) среднее значение массовой концентрации кислоты на интервале  $[0, r_w]$  определяется её значением на боковой поверхности ГС,  $C_{cp} = C_{r_w} = C_w$ .

Усреднение диффузионного члена

$$\begin{aligned} 2\pi D_{eff} \int_0^{r_w} \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\partial C}{\partial r} \right) r dr &= 2\pi D_{eff} \int_0^{r_w} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\partial C}{\partial r} \right) dr = \\ &= 2\pi D_{eff} \left( r \frac{\partial C_{cp}}{\partial r} \right)_{r_w} = 2\pi r_w D_{eff} \left( \frac{\partial C_{cp}}{\partial r} \right)_{r_w} \end{aligned} \quad (3.25)$$

Подставляя оцененные члены в (3.19), опустив индекс “ср”, получаем уравнение сохранения для кислотной компоненты в ГС

$$\frac{\partial r_w^2 C}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} [C v_x r_w^2] + 2 r_w C v_L = 2 r_w D_{eff} \left( \frac{\partial C}{\partial r} \right)_{r_w} \quad (3.26)$$

Второе слагаемое левой части уравнения (3.26) описывают перенос кислоты, обусловленный потоком кислоты в направлении  $x$ . Последние два члена в левой и правой частях (3.26) описывают распространение кислоты из ГС в радиальном направлении, обусловленное утечками и диффузией соответственно.

Уравнение (3.26) описывает распространение кислоты вдоль боковой поверхности ГС в процессе кислотной обработки.

При ламинарном течении диффузия идентична молекулярной диффузии, при этом коэффициент возрастает при наличии турбулентности. Коэффициент диффузии определяется соотношением [15]

$$-D_{eff} \frac{\partial C}{\partial r} \Big|_{r=r_w} = (1 - m) k_g (C - C_s) \Big|_{r=r_w}, \quad (3.27)$$

где  $C_s$  – концентрация кислоты на границе раздела жидкость-твердое тело, так называемая равновесная концентрация;  $k_g$  – коэффициент массообмена.

Коэффициент  $k_g$  имеет ту же размерность, что и скорость (м/с), и определяется, как скорость притока кислоты к боковой поверхности ГС при диффузии. Так как соляная кислота (HCl) является сильной кислотой, то почти все молекулы HCl в кислотном растворе диссоциируют на ионы  $H^+$  и  $Cl^-$ . Скорость реакции ионов водорода  $H^+$  с карбонатами (главным образом с карбонатом кальция  $CaCO_3$ ) очень высокая, поэтому все ионы водорода  $H^+$  вступают в реакцию с карбонатами на поверхности трещины. В результате значение концентрации кислоты  $C_s$  может быть приравнено к нулю [15]. Вышеуказанное выражение (3.27) принимает вид

$$-D_{eff} \frac{\partial C}{\partial r} \Big|_{r=r_w} = (1 - m)k_g C|_{r=r_w} = (1 - m)k_g C_w = (1 - m)k_g C. \quad (3.27)$$

Таким образом, уравнения расчета концентрации кислоты принимает вид

$$\frac{\partial r_w^2 C}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} [C v_x r_w^2] + 2 r_w C v_L + 2 r_w (1 - m) k_g C = 0. \quad (3.28)$$

Граничное условие утверждает, что кислота достигает стенок трещины путем диффузии, чтобы вступить в реакцию на поверхности трещины, скорость диффузии к стенкам трещины равна скорости реакции.

Реакция взаимодействия кислоты с поверхностью горной породы является гетерогенной реакцией. Истинная скорость реакции, которая определяет время, необходимое для растворения горной породы, контролируется скоростью переноса кислоты к стенкам трещины и внутренней кинетикой реакции кислоты с горной породой. При температуре, присущей процессу кислотной обработки, скорость реакции  $\text{HCl}$  с  $\text{CaCO}_3$  сравнима со скоростью молекулярной диффузии. Таким образом, реакция  $\text{HCl}$  с  $\text{CaCO}_3$  является мгновенной, поэтому истинная скорость растворения горной породы фактически зависит только от скорости переноса кислоты к поверхности ГС [16].

Согласно этому предположению, выведем уравнение для расчета изменения радиуса ГС за счет растворения. Профиль концентрации кислоты определяет концентрацию кислоты, которая достигает поверхности трещины и вступает в реакцию, создавая ширину травления.

Количество породы, растворенной за время  $dt$  равно

$$\rho_m A (1 - m) dr,$$

где  $\rho_m$  – плотность породы;

$A$  – площадь поверхности реакции;

$m$  – пористость матрицы.

Количество израсходованной кислоты за время  $dt$  равно

$$\rho R A dt,$$

где  $R$  – удельная скорость поверхностной реакции, (м/с).

Из определения растворяющей способности кислоты  $\beta$  следует

$$\beta = \frac{\rho_m A (1 - m) dr}{\rho R A dt}$$

Скорость изменения радиуса ГС

$$\frac{dr}{dt} = \beta \frac{\rho}{\rho_m (1 - m)} R$$

Скорость поверхностной реакции определяется выражением

$$R = \left( \eta v_L C - D_{eff} \frac{\partial C}{\partial r} \right) \Big|_{r=r_w},$$

где  $\eta$  – коэффициент, характеризующий долю утечек, которая вступила в реакцию с горной породой на боковой поверхности ГС. Этот параметр эмпирически объясняет тот факт, что часть кислоты, просачивающейся в пласт, не расходуется в реакции на боковой поверхности ГС, а взаимодействует с породой в околоскважинном пространстве ГС. В этом исследовании мы использовали значение  $\eta$ , равное 0,3, на основе сравнения модели с экспериментами.

Окончательно имеем

$$\frac{dr_w}{dt} = \beta \frac{\rho}{\rho_m (1 - m)} \left( \eta v_L C - D \frac{\partial C}{\partial r} \right) \Big|_{r=r_w}. \quad (3.29)$$

Выражение (3.29) с учетом (3.27) принимает вид

$$\frac{dr_w}{dt} = \beta \frac{\rho}{\rho_m(1-m)} (\eta v_L C + (1-m)k_g C) \Big|_{r=r_w} . \quad (3.30)$$

Уравнение (3.30) описывает изменение радиуса ГС вследствие растворения кислотой боковой поверхности ГС и образование червоточин в пласте. Дифференциальное уравнение (3.30) рассчитывается при начальном условии на начальный радиус скважины  $r_{w0}$ .

$$r_w \Big|_{t=0} = r_{w0} .$$

### 3.4. Начальные и граничные условия

В ходе технологической операции ГНКТ с гидромониторной насадкой медленно спускают в скважину до носка, одновременно заливая кислотой и растворяя породу перед инструментом, расширяя туннель для стимуляции скважины, рис.1.4-1.6. Добыча нефти увеличивается за счет чистого, стимулированного состояния туннеля и любых естественных трещин, с которыми он сталкивается. Этот процесс можно повторять на разных глубинах так часто, как это необходимо.

Для течения жидкости в ГС примем следующие предположения.

Скорость обратного (к пятке) передвижения ГНКТ  $V \ll v_x = u$ , поэтому в уравнениях движения (2.9-2.10) его можно не учитывать.

В ГС после истечения жидкости из ГНКТ через насадку, образуется подвижная граница  $\xi = \xi(t)$ , движение которой задается уравнением

$$\frac{d\xi}{dt} = -V , \quad (3.31)$$

$$\xi(t=0) = L.$$

В области  $(L - Vt) < x < L$  вычисляются средняя скорость течения в ГС и среднее давление в потоке через уравнения (2.9) и (2.10).

На пятке ГС (начало горизонтального участка, начало координат,  $x=0$ ) задается давление на забое вертикального участка с учетом потерь на трение

$$p_w |_{x=0} = p_{уст} + \rho g H - \lambda \frac{8H}{\pi^2} \frac{\rho q_w^2}{d_{нкт}^5}. \quad (3.32)$$

Для горизонтального участка скважины изменение давления управляется дифференциальным уравнением

$$\frac{dp_w}{dx} = -\lambda \frac{8}{\pi^2} \frac{\rho q_w^2}{d_{нкт}^5}, \quad (3.33)$$

где  $q_w$  – заданный расход на скважине, const;  $d_{нкт}$  – внутренний диаметр НКТ.

В качестве начального условия при  $x = 0$  для (3.33) используется значение (3.32).

Из уравнения (3.33) вычисляется давление перед гидромониторной насадкой, т.е., это условие рассматривается в качестве граничного условия для расчета давления на выходе из гидромониторной насадки по формуле Бернулли (1.2)

$$p_w(x = L - Vt) = p_2 + \frac{1}{2} \rho v_{2x}^2.$$

Из формулы Бернулли определяется граничное давление в начале каждого сегмента на выходе потока из гидромониторной насадки  $p_2$ .

$$p_2(x = L - Vt) = p_w(x = L - Vt) - \frac{1}{2} \rho v_{2x}^2. \quad (3.34)$$

С учетом (3.32), (3.33) вычисляется давление

$$p_w(x = L - Vt) = p_{уст} + \rho g H - \lambda \frac{8H}{\pi^2} \frac{\rho q_w^2}{d_{нкт}^5} - \lambda \frac{8}{\pi^2} \frac{\rho q_w^2}{d_{нкт}^5} (L - Vt) \quad (3.35)$$

Скорость на выходе из гидромониторной насадки вычисляется из уравнения неразрывности для несжимаемой жидкости [12]

$$v_{2x} = \frac{S_1}{n S_2} v_{1x}, \quad v_{1x} = \frac{q_w}{S_1}. \quad (3.36)$$

Здесь  $S_1$  – площадь входного поперечного сечения гидромониторной насадки,  $S_2$  – площадь выходного поперечного сечения форсунки,  $n$  – число

форсунок. Таким образом, условия (3.35) и (3.36) рассматриваются как граничные для уравнений (2.9), (2.10).

Для замыкания системы дифференциальных уравнений кислотной реакции с карбонатной породой (3.28), (3.30) приняты следующие начальные и граничные условия.

До начала закачки концентрация кислоты везде была равна нулю.

$$C(x, r, t = 0) = 0.$$

На входе в сегмент, рис.1.4-1.6, задается начальное значение массовой концентрации кислоты

$$C(x = L - Vt, r, t) = C_i.$$

На боковой поверхности ГС диффузия кислоты к поверхности равна скорости нейтрализации кислоты из-за реакции:

$$-D_{eff} \frac{\partial C}{\partial r} \Big|_{r=r_w} = (1 - m)k_g C.$$

### 3.5. Замкнутая система уравнений течения жидкости в ГС

Уравнения (2.9), (2.10), (3.17), (3.18), (3.28), (3.30) представляют замкнутую систему, которую выпишем отдельно с соответствующими граничными и начальными условиями.

$$\frac{\partial u(x, t)}{\partial x} = -\frac{4m}{D_w} v_L(x, t) \quad (3.37)$$

$$\frac{\partial u}{\partial t} + \frac{\partial u^2}{\partial x} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + g \cos \alpha - \lambda \frac{(1 - m)u^2}{4r_w}. \quad (3.38)$$

$$\frac{d\xi}{dt} = -V, \quad (3.39)$$

$$\xi(t = 0) = L.$$

$$u(x, 0) = 0, \quad p(x, 0) = p_k.$$

$$u(0, t) = \frac{4q_w}{\pi D_{\text{HKM}}^2}, \quad u(L, t) = 0. \quad (3.40)$$

$$p = p_w(0, t) = p_{\text{уст}} + \rho g H - \lambda \frac{8H}{\pi^2} \frac{\rho q_w^2}{d_{\text{HKТ}}^5}. \quad (3.41)$$

$$p = p_2(x = L - Vt) = p_w(x = L - Vt) - \frac{1}{2} \rho v_{2x}^2. \quad (3.42)$$

$$\begin{aligned} p = p_1 = p_w(x = L - Vt) = \\ = p_{\text{уст}} + \rho g H - \lambda \frac{8H}{\pi^2} \frac{\rho q_w^2}{d_{\text{HKТ}}^5} - \lambda \frac{8}{\pi^2} \frac{\rho q_w^2}{d_{\text{HKТ}}^5} (L - Vt) \end{aligned} \quad (3.43)$$

$$v_{2x} = \frac{S_1}{nS_2} v_{1x}, \quad v_{1x} = \frac{q_w}{S_1}. \quad (3.44)$$

В условиях (3.42) - (3.44) индекс «1» означает функцию слева от границы  $x = L - Vt$ , т.е. на входе в гидромониторную насадку. Индекс «2» означает функцию справа от этой границы, т.е. на выходе из насадки.

$$v_L(x, t) = \frac{k}{m\mu} \frac{p(x, t) - p_k}{\left[ R(x, t) - r_w + r_w \ln \frac{\sqrt{r_w^2 + 4\chi t}}{R(x, t)} \right]} \quad (3.45)$$

$$R(x, t) = \sqrt{R_w^2 + 2R_w \int_0^t v_L(x, t) dt} \quad (3.46)$$

Условия (3.45), (3.46) работают в области  $L - Vt < x < L$ .

$$\frac{\partial r_w^2 C}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} [C v_x r_w^2] + 2r_w C v_L + 2r_w(1 - m)k_g C = 0. \quad (3.47)$$

$$C(x, t = 0) = 0.$$

$$C(x = L - Vt, t) = C_i.$$

$$\frac{dr_w}{dt} = \beta \frac{\rho}{\rho_m(1 - m)} (\eta v_L C + (1 - m)k_g C) \Big|_{r=r_w}. \quad (3.48)$$

$$r_w \Big|_{t=0} = r_{w0}.$$



### 3.6. Расчет скин-фактора

Повреждение околоскважинной зоны пласта происходит из-за снижения исходной проницаемости породы. Первоначальная проницаемость может быть изменена из-за миграции мелких частиц из бурового раствора, жидкости для заканчивания и т. д., что может привести к достаточному падению давления, и соответственно снижению производительности скважин. При заканчивании скважины открытым стволом, имеется непосредственный контакт с пластом, и вся цилиндрическая поверхность ствола скважины открыта для потока. Заканчивание открытым стволом является самым простым и дешевым. Использование данной технологии ограничено типом резервуара, образованного прочной горной породой, которая достаточно прочна, чтобы выдерживать разрушающие нагрузки. Заканчивание открытым стволом обеспечивает максимальную гибкость для будущих модификаций скважин. Например, на более позднем этапе можно вставить хвостовик с пакерами внешней обсадной колонны или даже перевести скважину с необсаженным стволом в полностью зацементированное заканчивание.

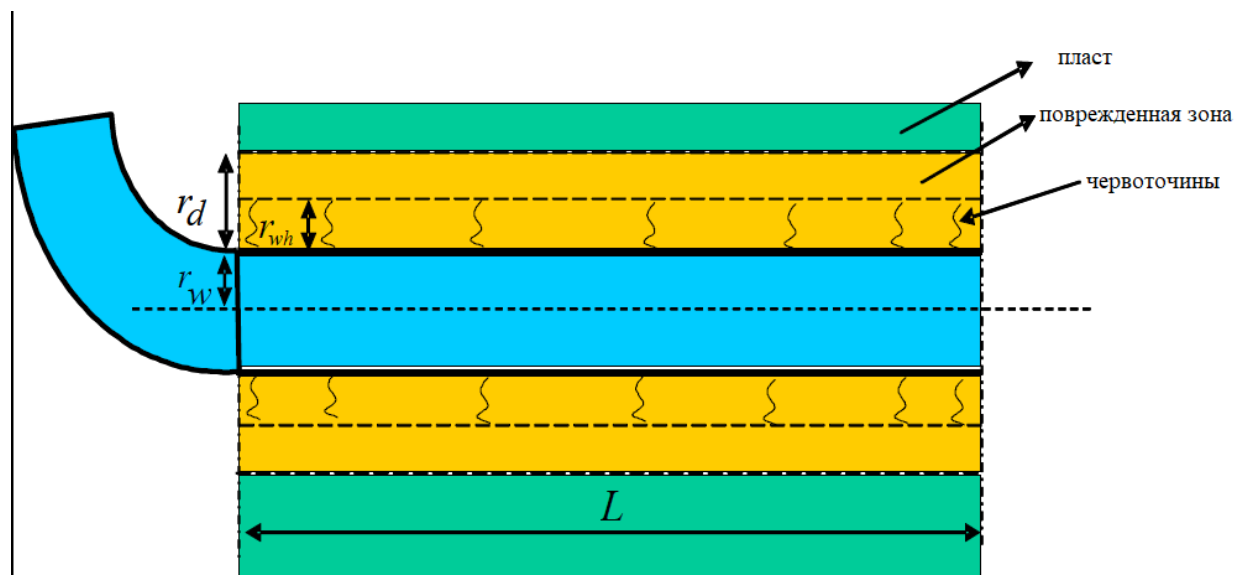


Рис. 3.2. Горизонтальная скважина с необсаженным стволом и повреждением пласта вокруг ствола

На рис. 3.2 показано заканчивание горизонтальной скважины открытым стволом с повреждением пласта в призабойной зоне.  $r_d$  определяется как радиус повреждения за пределами ствола скважины, а  $r_{wh}$  определяется как длина червоточины. В идеальном случае эти два параметра меняются в зависимости от длины и могут иметь неравномерное распределение по длине ствола скважины.

В предположении, что перепад давления в червоточине мал, эти червоточины можно рассматривать как каналы бесконечной проводимости. Локальный скин-фактор в любой общей точке  $x$  вдоль ствола скважины может быть получен путем применения формулы Хокинса для скин-фактора в этой точке [17].

Если  $r_{wh} < r_d$ :

$$s(x) = \frac{k}{k_d(x)} \ln \left( \frac{r_d(x)}{r_{wh}(x)} \right) - \ln \left( \frac{r_d(x)}{r_{ow}} \right).$$

Если  $r_{wh} > r_d$ :

$$s(x) = -\ln \left( \frac{r_{wh}(x)}{r_{ow}} \right).$$

Здесь  $r_{wh}(x)$  — радиус области, пронизанной червоточинами в данной точке, который рассчитывается по модели червоточин (3.30). Модель включает и изменение начального радиуса  $r_{ow}$  скважины за счет растворения.

Из приведенных выше уравнений видно, что по мере увеличения длины червоточин скин-фактор уменьшается. Скин-фактор необходимо обновлять на каждом временном шаге после вычисления длины червоточины в конце временного шага.

Для лучшего представления возможных результатов моделирования, приведем результаты расчетов по упрощенной модели кислотной обработки длинных ГС [8]. В модели использовалась стандартное размещение кислоты в ГС, червоточины моделировались полуэмпирической моделью Buijse M.A. and

Glasbergen G. [18]. Струйная обработка моделировалась высокими значениями расхода жидкости. Расчеты показали, носочная часть скважины подвергается стимуляции в первую очередь, и поэтому может стимулироваться в наибольшей степени. Менее ожидаемым является тот факт, что большая часть скважины (до 75%) почти не подвергается стимуляции матрицы, кроме удаления фильтрационной корки, и червоточины в носочной части перестают значительно расти во время обработки. Эти результаты вызваны уменьшением притока в формацию по мере того, как все больше и больше фильтрационной корки удаляется при кислотной струйной обработке, что делает процесс образования червоточины очень медленным. Медленный рост червоточин на протяжении большей части обработки вызван тем, что внутрискважинный поток падает значительно ниже оптимального значения 1,75 мл/мин. При скоростях ниже оптимальных количество кислоты, необходимое для распространения червоточин на заданное расстояние, резко возрастает с уменьшением скорости. Этот уменьшенный поток приводит к тому, что рост червоточины на несколько порядков ниже оптимального.

Для участков скважины, удаленных от носка, к тому времени, когда они подверглись воздействию кислоты при удалении фильтрационной корки, приток в пласт был слишком низким для эффективного распространения червоточин. Интенсивное воздействие на большую часть скважины осуществлялось только путем удаления фильтрационной корки гидродинамической обработкой, а не путем интенсификации притока матрицы. На самом деле скважину можно было бы обработать так же эффективно, заменив кислоту водой на последних 75% этой обработки.

Показанные в статье [8] результаты, очевидно, очень чувствительны к характеристикам процесса распространения червоточины, представленным оптимальным внутриворонным потоком и оптимальным объемом пор для прорыва. Если уменьшать значения этих параметров, как предполагают результаты крупных экспериментов на керне и процедуры масштабирования [19], результаты резко улучшатся. Используя оптимальное значение  $PV_{bt}$ ,

равное 0,147, и оптимальное значение  $V_i$ , равное 0,228 см/мин, как указано в [19], для тех же условий закачки кислоты, достигается стимуляция матрицы вдоль всей длины скважины. Характеристики процесса образования червоточин, безусловно, являются важной информацией, необходимой для прогнозирования результатов стимуляции матрицы карбонатов.

Если поток кислоты становится слишком низким для эффективного распространения червоточин в пласте, произойдет растворение забоя ствола скважины, что приведет к расширению ствола скважины. Каверномерные каротажи, выполненные после кислотной струйной обработки, показывают, что действительно произошло значительное расширение ствола скважины. Эту проблему можно смягчить, по возможности увеличив скорость закачки по мере увеличения интервала стимуляции или временно отключив секцию по направлению к зацепу, прежде чем продолжить струйную обработку.

Таким образом, модель показывает, что неспособность поддерживать достаточный приток кислоты в пласт по мере того, как все более и более длинные участки подвергаются воздействию, может привести к очень неэффективной стимуляции материнской породы. Для поддержания роста червоточин во время такой обработки поток кислоты в пласт не должен падать ниже оптимального значения потока. Эти результаты [8] показывают, что кислотные струйные обработки могут быть улучшены за счет увеличения скорости закачки по мере того, как большая часть пласта подвергается воздействию за счет удаления фильтрационной корки, или, возможно, за счет временной закупорки носового конца скважины для увеличения потока в секции, направленной к пятке.

Исследование также показало, что образование червоточин в материнской породе при кислотной промывке длинных горизонтальных скважин очень чувствительно к поведению червоточин в системе порода/кислота. Тщательная характеристика оптимальных условий образования червоточин для конкретной кислотной системы в конкретном пласте-коллекторе значительно расширит возможности разработки улучшенных кислотных струйных обработок.

## 4. БЕЗРАЗМЕРНЫЕ ПЕРЕМЕННЫЕ И ЧИСЛЕННЫЙ АЛГОРИТМ

### 4.1. Безразмерные переменные

Для численной реализации модели (3.37-3.48) введем безразмерные переменные:

$$\bar{t} = \frac{t}{t_*}, \bar{x} = \frac{x}{L}, \bar{u} = \frac{u}{u_*}, \bar{p} = \frac{p}{p_*}, \bar{v}_L = \frac{v_L}{u_*}, \bar{k}_g = \frac{k_g}{u_*},$$
$$\bar{R} = \frac{R}{L}, \bar{r}_w = \frac{r_w}{L}, C = \frac{C}{C_i}, \quad \bar{\xi} = \frac{\xi}{L}. \quad (4.1)$$

где  $t_*$  – характерное время течения в ГС,  $u_*$  – характерная скорость течения в ГС,  $p_*$  – характерное давление. В качестве характерных значений скорости и давления примем следующие, соответственно

$$u_* = u(0, t) = \frac{4q_w}{\pi D_{нкм}^2},$$
$$p_* = p_k.$$

С учетом (4.1) уравнения (3.37-3.48) вместе с соответствующими начальными и граничными условиями запишутся в виде

$$\frac{\partial \bar{u}}{\partial \bar{x}} = -\frac{2m}{\bar{r}_w} \bar{v}_L, \quad (4.2)$$

$$\frac{\partial \bar{u}}{\partial \bar{t}} + A_1 \frac{\partial \bar{u}^2}{\partial \bar{x}} = -A_2 \frac{\partial \bar{p}}{\partial \bar{x}} + A_3 - \bar{F}_r, \quad (4.3)$$

$$A_1 = \frac{u_* t_*}{L},$$

$$A_2 = \frac{p_* t_*}{\rho L u_*},$$

$$A_3 = \frac{g \cos \alpha t_*}{u_*},$$

$$\bar{F}_r = \lambda \frac{(1-m)u^2}{4r_w} \frac{t_*}{u_*} = \frac{t_*}{u_*} F_r$$

$$\frac{d\bar{\xi}}{d\bar{t}} = -A_4 V, \quad A_4 = \frac{t_*}{L} \quad (4.4)$$

$$\bar{\xi}(t = 0) = 1.$$

$$\bar{u}(\bar{x}, 0) = 0, \quad \bar{p}(x, 0) = 1$$

$$\bar{u}(0, \bar{t}) = 1, \quad \bar{u}(1, t) = 0. \quad (4.5)$$

$$\bar{p}(0, \bar{t}) = \left( p_{\text{уст}} + \rho g H - \lambda \frac{8H}{\pi^2} \frac{\rho q_w^2}{d_{\text{HКТ}}^5} \right) / p_*$$

$$\bar{p} = \bar{p}_1^-(\bar{\xi})^- = \bar{p}(0, \bar{t}) - \lambda \frac{8}{\pi^2} \frac{\rho q_w^2}{d_{\text{HКТ}}^5 p_*} L \left( 1 - \frac{V}{L} t_* \bar{t} \right) \quad (4.6)$$

$$\bar{p} = \bar{p}_2^+(\bar{\xi})^+ = \bar{p}_1^-(\bar{\xi})^- - \frac{1}{2} \rho \frac{u_*^2}{p_*} \bar{v}_{2x}^2. \quad (4.7)$$

$$\bar{v}_{2x} = \frac{S_1}{n S_2} \bar{v}_{1x}, \quad \bar{v}_{1x} = \frac{q_w}{u_* S_1}. \quad (4.8)$$

В условиях (4.6) - (4.7) индекс «1» означает функцию слева от границы  $x = L - Vt$ , т.е. на входе в гидромониторную насадку. Индекс «2» означает функцию справа от этой границы, т.е. на выходе из насадки.

$$\bar{v}_L(\bar{x}, \bar{t}) = \frac{k}{m\mu} \frac{p_*}{u_* L} \frac{\bar{p}(x, t) - 1}{\left[ \bar{R}(\bar{x}, \bar{t}) - \bar{r}_w + \bar{r}_w \ln \frac{\sqrt{\bar{r}_w^2 + \frac{4\chi}{L^2} t_* \bar{t}}}{\bar{R}(x, t)} \right]} \quad (4.9)$$

$$\bar{R}(x, t) = \sqrt{\bar{r}_w^2 + \frac{2}{L} \bar{r}_w \int_0^{\bar{t}} u_* t_* \bar{v}_L(\bar{x}, \bar{t}) d\bar{t}} \quad (4.10)$$

Условия (4.9), (4.10) работают в области  $\bar{\xi} < \bar{x} < 1$ .

Далее обезразмерим уравнения движения реактивной жидкости.

$$\frac{\partial \bar{r}_w^2 \bar{C}}{\partial \bar{t}} + \frac{t_* u_*}{L} \frac{\partial}{\partial x} [\bar{C} \bar{u} \bar{r}_w^2] + \frac{t_* u_*}{L} 2 \bar{r}_w \bar{C} \bar{v}_L + 2 \frac{t_* u_*}{L} \bar{r}_w (1 - m) \bar{k}_g \bar{C} = 0. \quad (4.11^*)$$

$$\bar{C}(\bar{x}, \bar{t} = 0) = 0.$$

$$\bar{C}(\bar{\xi})^+ = 1.$$

$$\frac{d\bar{r}_w}{d\bar{t}} = \frac{t_* u_*}{L} \beta \frac{\rho}{\rho_m (1 - m)} (\eta \bar{v}_L \bar{C} + (1 - m) \bar{k}_g \bar{C}) \Big|_{r=r_w}. \quad (4.12^*)$$

$$\bar{r}_w \Big|_{t=0} = \bar{r}_{w0}.$$

Если принять за характерное время величину  $t_* = L/u_*$ , уравнения (4.11) и (4.12) упрощаются, как и некоторые выражения, приведенные выше.

$$\frac{\partial \bar{r}_w^2 \bar{C}}{\partial \bar{t}} + \frac{\partial}{\partial x} [\bar{C} \bar{u} \bar{r}_w^2] + 2 \bar{r}_w \bar{C} \bar{v}_L + 2 \bar{r}_w (1 - m) \bar{k}_g \bar{C} = 0. \quad (4.11)$$

$$\frac{d\bar{r}_w}{d\bar{t}} = \beta \frac{\rho}{\rho_m (1 - m)} (\eta \bar{v}_L \bar{C} + (1 - m) \bar{k}_g \bar{C}) \Big|_{r=r_w}. \quad (4.12)$$

В уравнении (4.3) коэффициент  $A_1 = 1$ .

#### 4.2. Модификация численной схемы «SIMPLE» для решения полученной системы уравнений

Метод контрольного объема и численный алгоритм «SIMPLE» предназначены для решения уравнений гидродинамики несжимаемой жидкости с непроницаемыми границами. Далее выполнена модификация численной схемы и алгоритма «SIMPLE» применительно к течению несжимаемой вязкой жидкости в канале с проницаемыми стенками. Численная схема применяется к безразмерным уравнениям модели.

Подстановка уравнения (4.9) в (4.2) приводит к следующему безразмерному уравнению неразрывности

$$\frac{\partial \bar{u}}{\partial \bar{x}} = -\frac{B_1}{\bar{r}_w} \frac{\bar{p}(x, t) - 1}{\left[ \bar{R}(\bar{x}, \bar{t}) - \bar{r}_w + \bar{r}_w \ln \sqrt{\frac{\bar{r}_w^2 + \frac{4\chi}{L^2} t_* \bar{t}}{\bar{R}(x, t)}} \right]}, \quad (4.13)$$

$$B_1 = 2 \frac{k}{\mu} \frac{p_*}{u_* L}.$$

Уравнение движения (4.3) можно написать в виде

$$\frac{\partial \bar{u}}{\partial \bar{t}} + \frac{\partial \bar{u}^2}{\partial \bar{x}} = -A_2 \frac{\partial \bar{p}}{\partial \bar{x}} + A_3 - \bar{F}_r = -A_2 \frac{\partial \bar{p}}{\partial \bar{x}} + S, \quad (4.14)$$

где  $S$  – источниковое слагаемое уравнения движения. В дальнейшем при построении его дискретного аналога мы будем использовать линеаризацию источника в виде [20]

$$S = S_c + S_p \bar{u}. \quad (4.15)$$

Распишем дискретный аналог для уравнения движения (4.14). Интегрируя уравнение импульсов (4.14) по контрольному объему для скорости  $\bar{u}$  с учетом линеаризации (4.15), получаем дискретное уравнение в рассматриваемом узле с нижним индексом  $p$  и индексами  $w$  – на западной (левой) и  $e$  – на восточной (правой) гранях контрольного объема соответственно:

$$\frac{(\bar{u}_p - \bar{u}_p^0) \Delta \bar{x}}{\Delta \bar{t}} + (\bar{u}^2)_e - (\bar{u}^2)_w = A_7 (\bar{p}_w - \bar{p}_e) + (S_c + S_p \bar{u}) \Delta \bar{x}. \quad (4.16)$$

Интегрируя уравнение неразрывности (4.13) по тому же контрольному объему, получаем

$$\bar{u}_e - \bar{u}_w = [\ ]_p \Delta \bar{x} = \frac{1}{2} ([\ ]_w + [\ ]_e) \Delta \bar{x}, \quad (4.17)$$

где величина  $[\ ]_p$  вычисляется в рассматриваемом узле – центре ячейки и принимается равной половине суммы величин на левой и правой границах контрольного объема для скорости. Здесь приняты следующие обозначения



$$[\ ]_w = \frac{B_1}{\bar{r}_w} \frac{1 - \bar{p}_w(x, t)}{\left[ \bar{R}(\bar{x}, \bar{t}) - \bar{r}_w + \bar{r}_w \ln \frac{\sqrt{\bar{r}_w^2 + \frac{4\chi}{L^2} t_* \bar{t}}}{\bar{R}(x, t)} \right]}, \quad (4.18)$$

$$[\ ]_e = \frac{B_1}{\bar{r}_w} \frac{1 - \bar{p}_e(x, t)}{\left[ \bar{R}(\bar{x}, \bar{t}) - \bar{r}_w + \bar{r}_w \ln \frac{\sqrt{\bar{r}_w^2 + \frac{4\chi}{L^2} t_* \bar{t}}}{\bar{R}(x, t)} \right]}.$$

Умножим уравнение (4.17) на величину  $\bar{u}_p$  и вычтем его из уравнения (4.16). В результате получим уравнение

$$\begin{aligned} \frac{(\bar{u}_p - \bar{u}_p^0) \Delta \bar{x}}{\Delta t} + [(\bar{u}^2)_e - \bar{u}_p \bar{u}_e] - [(\bar{u}^2)_w - \bar{u}_p \bar{u}_w] = \\ = A_7(\bar{p}_w - \bar{p}_e) + (S_c + S_p \bar{u}_p) \Delta \bar{x} - [\ ]_p \bar{u}_p \Delta \bar{x}, \end{aligned} \quad (4.19)$$

где  $[\ ]_p$  вычисляется по формулам (4.18).

В соответствие с принятыми в методе контрольного объема правилами [20], аппроксимируем второе и третье слагаемые слева в полученном уравнении выражениями

$$[(\bar{u}^2)_e - \bar{u}_p \bar{u}_e] = a_E(\bar{u}_p - \bar{u}_E), \quad [(\bar{u}^2)_w - \bar{u}_p \bar{u}_w] = a_W(\bar{u}_W - \bar{u}_p), \quad (4.20)$$

где нижние индексы  $E$  и  $W$  относятся к правому (восточному) и левому (западному) узлам от рассматриваемого узла с индексом  $p$ . Подставляя выражения (4.20), в предыдущее уравнение (4.19), получим следующий дискретный аналог уравнения движения

$$a_p \bar{u}_p = a_E \bar{u}_E + a_W \bar{u}_W + b, \quad (4.21)$$

где коэффициенты уравнения в каждом узле вычисляются по формулам

$$\begin{aligned} a_E = \max(-\bar{u}_e, 0), \quad a_W = \max(\bar{u}_w, 0), \\ a_p = a_E + a_W + a_p^0 - S_p \Delta \bar{x} - [\ ]_p \Delta \bar{x}, \quad a_p^0 = \frac{\Delta \bar{x}}{\Delta \bar{t}}, \end{aligned}$$

$$b = S_c \Delta \bar{x} + A_7(\bar{p}_w - \bar{p}_e) + a_p^0 \bar{u}_p^0. \quad (4.22)$$

Уравнение (4.21) решается методом трехдиагональной прогонки.

### 4.3. Разностная схема для уравнения поправок к давлению

Рассмотрим дискретное уравнение для поправки к давлению в алгоритме «SIMPLE». Для этого проинтегрируем уравнение неразрывности (4.17) по контрольному объему для давления.

$$\bar{u}_e - \bar{u}_w = [ ]_p^* \Delta \bar{x}, \quad (4.23)$$

где

$$[ ]_p = \frac{B_1}{\bar{r}_w} \frac{1 - \bar{p}_p(x, t)}{\left[ \bar{R}(\bar{x}, \bar{t}) - \bar{r}_w + \bar{r}_w \ln \frac{\sqrt{\bar{r}_w^2 + \frac{4\chi}{L^2} t_* \bar{t}}}{\bar{R}(x, t)} \right]},$$

В уравнении (4.23) значения безразмерной скорости  $\bar{u}$  вычисляются на гранях контрольного объема для давления, т.е. в «своих» узлах для скорости, а значения давления и радиусов проникновения вычисляются в узлах (центре) контрольного объема для давления (разнесенная или шахматная сетка).

Далее, подставим выражения для скорректированных скоростей через добавки к полю давления

$$\begin{aligned} \bar{u}_e &= \bar{u}_e^* + d_e(p'_p - p'_E), \\ \bar{u}_w &= \bar{u}_w^* + d_w(p'_w - p'_p), \quad d_e = A_7 a_p^{-1}, \quad d_w = A_7 a_w^{-1}, \end{aligned} \quad (4.24)$$

а также представление поля давления в виде «старого» и подправленного давления  $\bar{p}_p = p_{*p} + p'$

в уравнения (4.23). Получим следующее уравнение для нахождения поправок к полю давления

$$a_p p'_p = a_E p'_E + a_W p'_W + \delta, \quad (4.25)$$

где коэффициенты уравнения в каждом узле вычисляются по формулам

$$\begin{aligned} a_E &= d_e, \quad a_W = d_w, \quad a_p = a_E + a_W + a_p^0 - S_p \Delta \bar{x} - [ ]_p \Delta \bar{x} / (1 - \bar{p}_p), \\ \delta &= \bar{u}_w^* - \bar{u}_e^* - [ ]_p^*, \end{aligned} \quad (4.26)$$

где в последнем выражении берется тот же оператор, что и в (4.23), но с заменой величины  $\bar{p}_p$  на  $p_{*p}$ . Уравнение (4.25) решается методом трехдиагональной прогонки.

#### 4.4. Разностная схема уравнения концентрации кислотного раствора

Преобразуем уравнения (4.11), (4.12), введя обозначения

$$B_2 = 2\bar{r}_w\bar{v}_L + 2\bar{r}_w(1-m)\bar{k}_g$$

$$\frac{\partial \bar{r}_w^2 \bar{C}}{\partial \bar{t}} + \frac{\partial}{\partial x} [\bar{C} \bar{u} \bar{r}_w^2] + B_2 \bar{C} = 0. \quad (4.27)$$

$$B_3 = \beta \frac{\rho}{\rho_m(1-m)} (\eta \bar{v}_L + (1-m)\bar{k}_g).$$

$$\frac{d\bar{r}_w}{d\bar{t}} = B_3 \bar{C}. \quad (4.28)$$

Выражения для  $B_2$  и  $B_3$  содержат расчетную величину скорости утечки  $\bar{v}_L$ , рассчитываемую по (4.9), (4.10). Параметр  $\eta$  эмпирически объясняет тот факт, что часть кислоты, просачивающейся в пласт, не расходуется в реакции на боковой поверхности ГС, а взаимодействует с породой в околоскважинном пространстве ГС. В этом исследовании мы использовали значение  $\eta$ , равное 0,3, на основе сравнения модели с экспериментами [21].

Расчеты ведутся в области  $\xi^{n+1} < x < L$ . Положение подвижной границы определяется на каждом временном слое. После определения размеров расчетной области, вычисляются средняя скорость  $\bar{u}$  и среднее давление  $\bar{p}$  в потоке. Измененный за счет кислотного растворения радиус  $\bar{r}_w$  определяется из (4.28) по явной схеме

$$\bar{r}_w^{n+1} = B_3^n C_i^n \Delta t. \quad (4.29)$$

Верхний индекс  $n$  для коэффициента  $B_3$  означает, что в (4.29) скорость утечки  $\bar{v}_L$  берется с  $n$ -го слоя.

Затем из (4.27) вычисляется средняя концентрация в потоке по линейно- неявной схеме:

$$(\bar{r}_w^2)^{n+1} \bar{C}_i^{n+1} - (\bar{r}_w^2)^n \bar{C}_i^n + \frac{\Delta t}{\Delta x} \left( (\bar{C}_i^{n+1} \bar{u}_i^{n+1} (\bar{r}_w^2)^{n+1}) - (\bar{C}_{i-1}^{n+1} \bar{u}_{i-1}^{n+1} (\bar{r}_w^2)^{n+1}) \right) + B_2^n \bar{C}_i^{n+1} \Delta t = 0. \quad (4.30)$$

Разрешив (4.30) относительно  $\bar{C}_i^{n+1}$ , получим расчетную формулу для концентрации

$$\bar{C}_i^{n+1} = ((\bar{r}_w^2)^n \bar{C}_i^n + \frac{\Delta t}{\Delta x} \bar{C}_{i-1}^{n+1} \bar{u}_{i-1}^{n+1} (\bar{r}_w^2)^{n+1}) / B_4,$$

$$B_4 = (\bar{r}_w^2)^{n+1} + \frac{\Delta t}{\Delta x} (\bar{u}_i^{n+1} (\bar{r}_w^2)^{n+1}) + B_2^n \Delta t.$$

**4.5. Модифицированный алгоритм «SIMPLE»** (Предлагается следующий модифицированный алгоритм для численного решения системы уравнений (4.2)–(4.10):

1. Задаются начальные и граничные условия для скорости  $\bar{u}_*$  и давления  $p_*$ .
2. Решается разностное уравнение (4.21) для  $\bar{u}_*$ .
3. Решается модифицированное разностное уравнение (4.25) для  $p'$ .
4. Рассчитывается поле давления  $\bar{p}_p = p_{*p} + \alpha p'_p$ , где  $\alpha$  – коэффициент нижней релаксации давления
5. Рассчитывается новое поле скорости  $\bar{u}_p = \bar{u}_{*p} + d_e(p'_p - p'_E)$
6. Выполняется проверка сходимости уравнения неразрывности в каждом узле  $\max_i |\delta_i| \leq \varepsilon$ , где  $\delta_i$  – невязка уравнения неразрывности, а  $\varepsilon$  – точность.
7. Если условие 6 не выполняется, то осуществляется переход к пункту 2; если выполняется, то вычисляется скорость истечения  $\bar{v}_L$  жидкости на новом временном слое по формуле (4.9).
8. По формуле (4.10) вычисляются радиусы проникновения кислотного раствора  $R(t, x)$  в пласт на новом временном слое.
9. Рассчитывается концентрация кислотного раствора на новом временном слое по формуле (4.11).
10. Рассчитывается радиус ГС по формуле (4.12).
11. По формуле (4.4) вычисляется положение границы  $\xi(t)$  на новом временном слое.

12. Инициализируются новые начальные условия, и производится возврат к пункту 2. Расчет выполняется до заданного конечного безразмерного времени  $\bar{T}_{end} = \frac{T_{end}}{t_*}$ .

## ИСПОЛЬЗОВАННЫЕ ИСТОЧНИКИ

1. Johnson A., Eslinger D., Larsen H. An Abrasive Jetting Scale Removal System //SPE 46026 .1996.
2. Aslam J. and Al-Salat T. Stimulation of Horizontal Wells in Carbonate Reservoirs //SPE 49493. 1998.
3. Aslam J. and Al-Salat T. High-Pressure Water-Jetting: An Effective Method to Remove Drilling Damage //SPE 58780. 2000.
4. Dahroug A., Brown B., Shaheen M. Optimizing Acid Treatments with the Use of Jet Blasting Tool //SPE 68364. 2001.
5. Mikhailov M., Zhu D., A. D. Hill. An Experimental Investigation of Drilling-Fluid Filter-Cake Removal by Acid Jetting // SPE 112373. 2008.
6. Hansen J.H., Nederveen N. Controlled Acid Jet Technique for Effective Single Operation Stimulation of 14,000+ Ft Long Reservoir Sections // SPE 78318. 2002.
7. Mogensen K., Hansen J.H. A Dynamic Model for High-Rate Acid Stimulation of Very Long Horizontal Wells // SPE 110135. 2007.
8. Sasongko H., Zhu D., Hill A.D. Acid Placement in Acid Jetting Treatments in Long Horizontal Wells // SPE 144200. 2011.
9. Батлер Р.М. Горизонтальные скважины для добычи нефти, газа и битумов. М. Ижевск: Институт компьютерных исследований, НИЦ «РХД», 2010. 536 с.
- 10.Альтшуль А.Д. Гидравлические сопротивления. М.: Недра, 1982. 224 с.
- 11.Frick, T.R., Economides, M.J. Horizontal well damage characterization and removal //SPE Production and Facilities. February 1993.
- 12.Седов Л.И. Механика сплошной среды (том 1). М.: Наука, 1970. 492с.
- 13.Басниев К.С., Дмитриев Н.М., Каневская Р.Д., Максимов В.М. Подземная гидромеханика. Москва, Ижевск: Институт компьютерных исследований, 2019. 488 с.
- 14.Федоров К.М. Нестационарная фильтрация при наличии химической реакции с пористой средой//МЖГ. Изв.АН СССР. 1987. №1. С.82-87.

15. Settari A., Sullivan R.B., Hansen C. A New Two-Dimensional Model for Acid-Fracturing Design // 2001. SPE Prod. & Fac. 16(4): 200-209.
16. Hung K.M., Hill A.D., Sepehrnoori K. A Mechanistic Model of Wormhole Growth in Carbonate Matrix Acidizing and Acid Fracturing // Journal of Petroleum Technology, January, 1989.
17. Economides M.J., Hill, A.D., Ehlig-Economides C. 1994. Petroleum Production Systems. Upper Saddle River, New Jersey: Prentice Hall, PTR.
18. Buijse M.A. and Glasbergen G. A Semi-Empirical Model to Calculate Wormhole Growth in Carbonate Acidizing // Paper SPE 96892.2005.
19. Furui K., Burton R.C., Burkhead D.W. et al. A Comprehensive Model of High-Rate Matrix Acid Stimulation for Long Horizontal Wells in Carbonate Reservoirs // SPE Paper 134265. 2010.
20. Патанкар С. Численные методы решения задач теплообмена и динамики жидкости. М: Энергоатомиздат, 1984. 152 с.
21. Mou J., Zhu D., Hill A.D. Acid-Etched Channels in Heterogeneous Carbonates—A Newly Discovered Mechanism for Creating Acid-Fracture Conductivity // SPEJ 2010.15(2). Pp. 404-416.