

### PROGRAMA DE EXAMEN

### PENTRU DISCIPLINA MATEMATICĂ

**BACALAUREAT 2015** 

#### PROGRAMA DE EXAMEN PENTRU DISCIPLINA MATEMATICĂ

Examenul național de bacalaureat reprezintă modalitatea de evaluare externă sumativă a competențelor dobândite pe parcursul învățământului liceal.

Programa de examen este realizată în conformitate cu prevederile programelor școlare în vigoare. Subiectele pentru examenul național de bacalaureat evaluează competențele formate/dezvoltate pe parcursul învățământului liceal și se elaborează în baza prezentei programe.

Se recomandă, din punct de vedere didactic, abordarea conținuturilor din perspectiva formării/dezvoltării competențelor specifice care le sunt asociate de programă. Acest lucru presupune centrarea demersului didactic asupra acțiunilor care trebuie realizate pentru a forma/dezvolta la elevi competențele prevăzute de programa școlară și pentru ca aceștia să demonstreze, în cadrul evaluărilor, însusirea acestora.

În cadrul examenului național de bacalaureat *Matematica* are statut de disciplină obligatorie în funcție de filieră, profil și specializare. Astfel, programele de examen se diferențiază, în funcție de filiera, profilul și specializarea absolvite, în:

- programa *M\_mate-info* pentru filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică-informatică și pentru filiera vocațională, profilul militar, specializarea matematică-informatică;
- programa *M\_st-nat* pentru filiera teoretică, profilul real, specializarea științe ale naturii;
- programa *M\_tehnologic* pentru filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse naturale și protecția mediului, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale;
- programa *M\_pedagogic* pentru filiera vocațională, profilul pedagogic, specializarea învățător-educatoare.

#### PROGRAMA M mate-info

Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică-informatică Filiera vocațională, profilul militar, specializarea matematică-informatică

#### COMPETENȚE DE EVALUAT ȘI CONȚINUTURI

CLASA a IX-a - 4 ore/săpt. (TC+CD)

#### Competențe specifice

## 1. Identificarea, în limbaj cotidian sau în probleme de matematică, a unor noțiuni specifice logicii matematice și teoriei mulțimilor

- 2. Utilizarea proprietăților operațiilor algebrice ale numerelor, a estimărilor și aproximărilor în contexte variate
- **3. Alegerea** formei de reprezentare a unui număr real și utilizarea unor algoritmi pentru optimizarea calculelor cu numere reale
- **4. Deducerea** unor rezultate și verificarea acestora utilizând inducția matematică sau alte raționamente logice
- 5. Redactarea rezolvării unei probleme, corelând limbajul uzual cu cel al logicii matematice și al teoriei mulțimilor
- **6. Transpunerea** unei situații-problemă în limbaj matematic, rezolvarea problemei obținute și interpretarea rezultatului
- **1. Recunoașterea** unor corespondențe care sunt funcții, șiruri, progresii
- **2. Utilizarea** unor modalități variate de descriere a funcțiilor în scopul caracterizării acestora
- **3. Descrierea** unor şiruri/funcţii utilizând reprezentarea geometrică a unor cazuri particulare şi raţionamentul inductiv
- **4.** Caracterizarea unor șiruri folosind diverse reprezentări (formule, grafice) sau proprietăți algebrice ale acestora
- **5. Analizarea** unor valori particulare în vederea determinării formei analitice a unei funcții definite pe N prin raționament de tip inductiv
- **6.** Transpunerea unor situații-problemă în limbaj matematic utilizând funcții definite pe ℕ
- **1. Identificarea** valorilor unei funcții folosind reprezentarea grafică a acesteia
- 2. Caracterizarea egalității a două funcții prin utilizarea unor modalități variate de descriere a funcțiilor
- Operarea cu funcții reprezentate în diferite moduri şi caracterizarea calitativă a acestor reprezentări
- **4.** Caracterizarea unor proprietăți ale funcțiilor numerice prin utilizarea graficelor acestora și a ecuațiilor asociate
- **5. Deducerea** unor proprietăți ale funcțiilor numerice prin lectură grafică
- **6. Analizarea** unor situații practice și descrierea lor cu ajutorul funcțiilor

#### Conținuturi

#### Mulțimi și elemente de logică matematică

- Mulţimea numerelor reale: operaţii algebrice cu numere reale, ordonarea numerelor reale, modulul unui număr real, aproximări prin lipsă sau prin adaos, partea întreagă, partea fracţionară a unui număr real; operaţii cu intervale de numere reale
- Propoziție, predicat, cuantificatori
- Operații logice elementare (negație, conjuncție, disjuncție, implicație, echivalență), corelate cu operațiile și cu relațiile dintre mulțimi (complementară, intersecție, reuniune, incluziune, egalitate); raționament prin reducere la absurd
- Inducția matematică

#### Siruri

- Modalități de a defini un şir, şiruri mărginite, şiruri monotone
- Şiruri particulare: progresii aritmetice, progresii geometrice, formula termenului general în funcție de un termen dat și rație, suma primilor *n* termeni ai unei progresii
- Condiția ca n numere să fie în progresie aritmetică sau geometrică, pentru  $n \ge 3$

#### Funcții; lecturi grafice

- Reper cartezian, produs cartezian; reprezentarea prin puncte a unui produs cartezian de mulțimi numerice; condiții algebrice pentru puncte aflate în cadrane; drepte în plan de forma x = m sau y = m, cu  $m \in \mathbb{R}$
- Funcția: definiție, exemple, exemple de corespondențe care nu sunt funcții, modalități de a descrie o funcție, lecturi grafice. Egalitatea a două funcții, imaginea unei mulțimi printr-o funcție, graficul unei funcții, restricții ale unei funcții
- Funcții numerice  $(F = \{f : D \to \mathbb{R}, D \subseteq \mathbb{R}\});$  reprezentarea geometrică a graficului: intersecția

cu axele	e de coord	lonate, rezo	olvări grafice	ale unor
ecuații	şi	inecuați	i de	forma
f(x) =	$g(x), (\leq,$	$<,>,\geq$ );	proprietăți	ale
funcțiilo	or numeric	e introdus	e prin lectură	grafică:
mărgini	re, mo	notonie;	alte pro	prietăți:
paritate/	'imparitate	, simetria	graficului	față de
drepte d	le forma x	$= m, m \in \mathbb{I}$	$\mathbb R$ , periodicita	te
<ul> <li>Comput</li> </ul>	nerea fin	nctiilor: e	exemple ne	functii

- Compunerea funcțiilor; exemple pe funcții numerice
- **1. Recunoașterea** funcției de gradul I descrisă în moduri diferite
- **2. Utilizarea** unor metode algebrice și grafice pentru rezolvarea ecuațiilor, inecuațiilor și sistemelor
- **3. Descrierea** unor proprietăți desprinse din reprezentarea grafică a funcției de gradul I sau din rezolvarea ecuațiilor, inecuațiilor și sistemelor de ecuatii
- **4. Exprimarea** legăturii între funcția de gradul I și reprezentarea ei geometrică
- **5. Interpretarea** graficului funcției de gradul I utilizând proprietățile algebrice ale funcției
- **6. Modelarea** unor situații concrete prin utilizarea ecuațiilor și/sau a inecuațiilor, rezolvarea problemei obținute și interpretarea rezultatului

#### Funcția de gradul I

- Definiție; reprezentarea grafică a funcției  $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ , f(x) = ax + b, unde  $a, b \in \mathbb{R}$ , intersecția graficului cu axele de coordonate, ecuația f(x) = 0
- Interpretarea grafică a proprietăților algebrice ale funcției: monotonia și semnul funcției; studiul monotoniei prin semnul diferenței  $f(x_1) f(x_2)$  (sau prin studierea semnului raportului  $\frac{f(x_1) f(x_2)}{x_1 x_2}, x_1, x_2 \in \mathbb{R}, x_1 \neq x_2)$
- Inecuații de forma  $ax+b \le 0 (<,>,\ge)$  studiate pe  $\mathbb{R}$  sau pe intervale de numere reale
- Poziția relativă a două drepte, sisteme de ecuații de tipul  $\begin{cases} ax + by = c \\ mx + ny = p \end{cases}$ , a,b,c,m,n,p numere reale
- Sisteme de inecuații de gradul I

### **1. Diferențierea**, prin exemple, a variației liniare de cea pătratică

- **2. Completarea** unor tabele de valori pentru trasarea graficului funcției de gradul al II-lea
- **3. Aplicarea** unor algoritmi pentru trasarea graficului funcției de gradul al II-lea (prin puncte semnificative)
- **4. Exprimarea** proprietăților unei funcții prin condiții algebrice sau geometrice
- **5. Utilizarea** relațiilor lui Viète pentru caracterizarea soluțiilor ecuației de gradul al II-lea și pentru rezolvarea unor sisteme de ecuații
- **6. Utilizarea** funcțiilor în rezolvarea unor probleme și în modelarea unor procese
- 1. Recunoașterea corespondenței dintre seturi de date și reprezentări grafice
- **2. Determinarea** unor funcții care verifică anumite condiții precizate
- 3. Utilizarea unor algoritmi pentru rezolvarea ecuațiilor, inecuațiilor și a sistemelor de ecuații și pentru reprezentarea grafică a soluțiilor acestora
- **4. Exprimarea** prin reprezentări grafice a unor condiții algebrice; exprimarea prin condiții algebrice a unor reprezentări grafice
- **5. Utilizarea** unor metode algebrice sau grafice pentru determinarea sau aproximarea soluțiilor ecuației asociate funcției de gradul al II-lea

#### Funcția de gradul al II-lea

- Reprezentarea grafică a funcției  $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ ,  $f(x) = ax^2 + bx + c$ , cu  $a,b,c \in \mathbb{R}$  și  $a \neq 0$  intersecția graficului cu axele de coordonate, ecuația f(x) = 0, simetria față de drepte de forma x = m, cu  $m \in \mathbb{R}$
- Relațiile lui Viète, rezolvarea sistemelor de forma  $\begin{cases} x+y=s \\ xy=p \end{cases}$ , cu  $s,p \in \mathbb{R}$

### Interpretarea geometrică a proprietăților algebrice ale funcției de gradul al II-lea

- Monotonie; studiul monotoniei prin semnul diferenței  $f(x_1) f(x_2)$  sau prin rata creșterii /descreșterii:  $\frac{f(x_1) f(x_2)}{x_1 x_2}, x_1, x_2 \in \mathbb{R}, x_1 \neq x_2,$ 
  - punct de extrem, vârful parabolei
- Poziționarea parabolei față de axa Ox, semnul funcției, inecuații de forma  $ax^2 + bx + c \le 0$   $(\ge,<,>)$ ,  $a,b,c \in \mathbb{R}$ ,  $a \ne 0$ , studiate pe  $\mathbb{R}$  sau pe intervale de numere reale, interpretare geometrică:

**6. Interpretarea** informațiilor conținute în reprezentări grafice prin utilizarea de estimări, aproximări și strategii de optimizare

imagini ale unor intervale (proiecțiile unor porțiuni de parabolă pe axa *Oy* )

Poziția relativă a unei drepte față de o parabolă: rezolvarea sistemelor de forma  $\begin{cases} mx + n = y \\ ax^2 + bx + c = y \end{cases}$ ,  $a,b,c,m,n \in \mathbb{R}$ 

**1. Identificarea** unor elemente de geometrie vectorială în diferite contexte

- **2. Transpunerea** unor operații cu vectori în contexte geometrice date
- **3. Utilizarea** operațiilor cu vectori pentru a descrie o problemă practică
- **4. Utilizarea** limbajului calculului vectorial pentru a descrie configurații geometrice
- **5. Identificarea** condițiilor necesare pentru ca o configurație geometrică să verifice cerințe date
- **6. Aplicarea** calculului vectorial în rezolvarea unor probleme de fizică
- 1. Descrierea sintetică sau vectorială a proprietăților unor configurații geometrice în plan
- **2.** Caracterizarea sintetică sau/și vectorială a unei configurații geometrice date
- **3. Alegerea** metodei adecvate de rezolvare a problemelor de coliniaritate, concurență sau paralelism
- **4. Trecerea** de la caracterizarea sintetică la cea vectorială (și invers) într-o configurație geometrică dată
- 5. Interpretarea coliniarității, concurenței sau paralelismului în relație cu proprietățile sintetice sau vectoriale ale unor configurații geometrice
- **6. Analizarea** comparativă a rezolvărilor vectorială și sintetică ale aceleiași probleme
- 1. Identificarea legăturilor între coordonate unghiulare, coordonate metrice și coordonate carteziene pe cercul trigonometric
- **2.** Calcularea unor măsuri de unghiuri și arce utilizând relații trigonometrice
- **3. Determinarea** măsurii unor unghiuri și a lungimii unor segmente utilizând relații metrice
- **4.** Caracterizarea unor configurații geometrice plane utilizând calculul trigonometric
- **5. Determinarea** unor proprietăți ale funcțiilor trigonometrice prin lecturi grafice
- **6. Optimizarea** calculului trigonometric prin alegerea adecvată a formulelor

#### Vectori în plan

- Segment orientat, vectori, vectori coliniari
- Operații cu vectori: adunarea (regula triunghiului, regula paralelogramului), proprietăți ale operației de adunare; înmulțirea cu un scalar, proprietăți ale înmulțirii cu un scalar; condiția de coliniaritate, descompunerea după doi vectori necoliniari

### Coliniaritate, concurență, paralelism - calcul vectorial în geometria plană

- Vectorul de poziție a unui punct
- Vectorul de poziție a punctului care împarte un segment într-un raport dat, teorema lui Thales (condiții de paralelism)
- Vectorul de poziție a centrului de greutate al unui triunghi (concurența medianelor unui triunghi)
- Teorema lui Menelau, teorema lui Ceva

#### Elemente de trigonometrie

• Cercul trigonometric, definirea funcțiilor trigonometrice:  $\sin:[0,2\pi] \rightarrow [-1,1]$ ,

$$\cos: [0, 2\pi] \to [-1, 1], \ \operatorname{tg}: [0, \pi] \setminus \left\{\frac{\pi}{2}\right\} \to \mathbb{R},$$
$$\operatorname{ctg}: (0, \pi) \to \mathbb{R}$$

• Definirea funcțiilor trigonometrice:

$$\sin: \mathbb{R} \to [-1,1], \cos: \mathbb{R} \to [-1,1], \text{ tg}: \mathbb{R} \setminus D \to \mathbb{R},$$

$$\text{cu } D = \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi \middle| k \in \mathbb{Z} \right\}, \text{ ctg}: \mathbb{R} \setminus D \to \mathbb{R}, \text{ cu}$$

$$D = \left\{ k\pi \middle| k \in \mathbb{Z} \right\}$$

• Reducerea la primul cadran; formule trigonometrice:  $\sin(a+b)$ ,  $\sin(a-b)$ ,  $\cos(a+b)$ ,  $\cos(a-b)$ ,  $\sin 2a$ ,  $\cos 2a$ ,  $\sin a + \sin b$ ,  $\sin a - \sin b$ ,  $\cos a + \cos b$ ,  $\cos a - \cos b$  (transformarea sumei în produs)

- **1. Identificarea** unor metode posibile în rezolvarea problemelor de geometrie
- 2. Aplicarea unor metode diverse pentru determinarea unor distanțe, a unor măsuri de unghiuri și a unor arii
- **3. Prelucrarea** informațiilor oferite de o configurație geometrică pentru deducerea unor proprietăți ale acesteia
- **4. Analizarea** unor configurații geometrice pentru alegerea algoritmilor de rezolvare
- **5. Aplicarea** unor metode variate pentru optimizarea calculelor de distanțe, de măsuri de unghiuri și de arii
- **6. Modelarea** unor configurații geometrice utilizând metode vectoriale sau sintetice

### Aplicații ale trigonometriei și ale produsului scalar a doi vectori în geometria plană

- Produsul scalar a doi vectori: definiție, proprietăți.
   Aplicații: teorema cosinusului, condiții de perpendicularitate, rezolvarea triunghiului dreptunghic
- Aplicații vectoriale şi trigonometrice în geometrie: teorema sinusurilor, rezolvarea triunghiurilor oarecare
- Calcularea razei cercului înscris şi a razei cercului circumscris în triunghi, calcularea lungimilor unor segmente importante din triunghi, calcularea unor arii

#### CLASA a X-a - 4 ore/săpt. (TC+CD)

#### **Competente specifice**

- **1. Identificarea** caracteristicilor tipurilor de numere utilizate în algebră și a formei de scriere a unui număr real în contexte specifice
- 2. **Determinarea** echivalenței între forme diferite de scriere a unui număr, compararea și ordonarea numerelor reale
- **3. Aplicarea** unor algoritmi specifici calculului cu numere reale sau complexe pentru optimizarea unor calcule și rezolvarea de ecuații
- **4. Alegerea** formei de reprezentare a unui număr real sau complex în funcție de contexte în vederea optimizării calculelor
- **5. Alegerea** strategiilor de rezolvare în vederea optimizării calculelor
- **6. Determinarea** unor analogii între proprietățile operațiilor cu numere reale sau complexe scrise în forme variate și utilizarea acestora în rezolvarea unor ecuații
- 1. Trasarea prin puncte a graficelor unor funcții
- 2. Prelucrarea informațiilor ilustrate prin graficul unei funcții în scopul deducerii unor proprietăți algebrice ale acesteia (monotonie, semn, bijectivitate, inversabilitate, convexitate)
- **3. Utilizarea** de proprietăți ale funcțiilor în trasarea graficelor și în rezolvarea de ecuații
- **4.** Exprimarea în limbaj matematic a unor situații concrete și reprezentarea prin grafice a unor funcții care descriu situații practice
- **5. Interpretarea**, pe baza lecturii grafice, a proprietăților algebrice ale funcțiilor
- **6. Utilizarea** echivalenței dintre bijectivitate și inversabilitate în trasarea unor grafice și în rezolvarea unor ecuații algebrice și trigonometrice

#### Conținuturi

#### Mulțimi de numere

- Numere reale: proprietăți ale puterilor cu exponent rațional, irațional și real ale unui număr pozitiv nenul, aproximări raționale pentru numere reale
- Radical de ordin n ( $n \in \mathbb{N}$  şi  $n \ge 2$ ) dintr-un număr, proprietăți ale radicalilor
- Noțiunea de logaritm, proprietăți ale logaritmilor, calcule cu logaritmi, operația de logaritmare
- Mulţimea ℂ. Numere complexe sub formă algebrică, conjugatul unui număr complex, operaţii cu numere complexe. Interpretarea geometrică a operaţiilor de adunare şi de scădere a numerelor complexe şi a înmulţirii acestora cu un număr real
- Rezolvarea în C a ecuației de gradul al doilea având coeficienți reali. Ecuații bipătrate

#### Funcții și ecuații

• Funcția putere cu exponent natural:  $f: \mathbb{R} \to D$ ,

$$f(x) = x^n, n \in \mathbb{N}, n \ge 2$$
 și

funcția radical:  $f:D\to\mathbb{R}$ ,  $f(x)=\sqrt[n]{x}$ ,  $n\in\mathbb{N}$  și  $n\geq 2$ , unde  $D=[0,+\infty)$  pentru n par și  $D=\mathbb{R}$  pentru n impar

• Funcția exponențială:  $f: \mathbb{R} \to (0, +\infty)$ ,

$$f(x) = a^x$$
,  $a \in (0, +\infty)$ ,  $a \ne 1$  și

funcția logaritmică:  $f:(0,+\infty) \to \mathbb{R}$ ,

$$f(x) = \log_a x, \ a \in (0, +\infty), \ a \neq 1$$

- Injectivitate, surjectivitate, bijectivitate; funcții inversabile: definiție, proprietăți grafice, condiția necesară și suficientă ca o funcție să fie inversabilă
- Funcții trigonometrice directe și inverse
- Rezolvări de ecuații folosind proprietățile

#### funcțiilor:

- **1.** Ecuații care conțin radicali de ordinul 2 sau de ordinul 3
- 2. Ecuații exponențiale, ecuații logaritmice
- **3.** Ecuații trigonometrice:

$$\sin x = a, \cos x = a, a \in [-1,1],$$

$$\operatorname{tg} x = a, \operatorname{ctg} x = a, a \in \mathbb{R},$$

$$\sin f(x) = \sin g(x), \cos f(x) = \cos g(x),$$

$$\operatorname{tg} f(x) = \operatorname{tg} g(x), \operatorname{ctg} f(x) = \operatorname{ctg} g(x)$$

**Notă:** Pentru toate tipurile de funcții se vor studia: intersecția cu axele de coordonate, ecuația f(x)=0, reprezentarea grafică prin puncte, simetrie, lectura grafică a proprietăților algebrice ale funcțiilor: monotonie, bijectivitate, inversabilitate, semn, convexitate.

- **1. Diferențierea** problemelor în funcție de numărul de soluții admise
- **2. Identificarea** tipului de formulă de numărare adecvată unei situații-problemă date
- **3. Utilizarea** unor formule combinatoriale în raționamente de tip inductiv
- **4. Exprimarea**, în moduri variate, a caracteristicilor unor probleme în scopul simplificării modului de numărare
- **5. Interpretarea** unor situații-problemă având conținut practic cu ajutorul funcțiilor și a elementelor de combinatorică
- **6. Alegerea** strategiilor de rezolvare a unor situații practice în scopul optimizării rezultatelor

#### Metode de numărare

- Mulțimi finite ordonate. Numărul funcțiilor  $f: A \rightarrow B$ , unde A și B sunt mulțimi finite
- Permutări
  - numărul de mulțimi ordonate care se obțin prin ordonarea unei mulțimi finite cu *n* elemente
  - numărul funcțiilor bijective  $f: A \rightarrow B$ , unde A și B sunt mulțimi finite
- Aranjamente
  - numărul submulțimilor ordonate cu câte k elemente fiecare,  $k \le n$ , care se pot forma cu cele n elemente ale unei mulțimi finite
  - numărul funcțiilor injective  $f:A \rightarrow B$ , unde A și B sunt mulțimi finite
- Combinări numărul submulţimilor cu câte k elemente, unde 0≤k≤n, ale unei mulţimi finite cu n elemente. Proprietăţi: formula combinărilor complementare, numărul tuturor submulţimilor unei mulţimi cu n elemente
- Binomul lui Newton

### **1. Recunoașterea** unor date de tip probabilistic sau statistic în situații concrete

- **2. Interpretarea** primară a datelor statistice sau probabilistice cu ajutorul calculului financiar, al graficelor și al diagramelor
- **3. Utilizarea** unor algoritmi specifici calculului financiar, statisticii sau probabilităților pentru analiza de caz
- **4. Transpunerea** în limbaj matematic prin mijloace statistice sau probabilistice a unor probleme practice
- **5. Analizarea** și **interpretarea** unor situații practice cu ajutorul conceptelor statistice sau probabilistice
- **6.** Corelarea datelor statistice sau probabilistice în scopul predicției comportării unui sistem prin analogie cu modul de comportare în situații studiate

#### Matematici financiare

- Elemente de calcul financiar: procente, dobânzi, TVA
- Culegerea, clasificarea şi prelucrarea datelor statistice: date statistice, reprezentarea grafică a datelor statistice
- Interpretarea datelor statistice prin parametri de poziție: medii, dispersia, abateri de la medie
- Evenimente aleatoare egal probabile, operații cu evenimente, probabilitatea unui eveniment compus din evenimente egal probabile

**Notă:** Aplicațiile vor fi din domeniul financiar: profit, preț de cost al unui produs, amortizări de investiții, tipuri de credite, metode de finanțare, buget personal, buget familial.

- **1. Descrierea** unor configurații geometrice analitic sau utilizând vectori
- **2. Descrierea** analitică, sintetică sau vectorială a relațiilor de paralelism și de perpendicularitate
- **3. Utilizarea** informațiilor oferite de o configurație geometrică pentru deducerea unor proprietăți ale acesteia și calcularea unor distanțe și a unor arii
- **4. Exprimarea** analitică, sintetică sau vectorială a caracteristicilor matematice ale unei configurații geometrice
- **5. Interpretarea** perpendicularității în relație cu paralelismul și minimul distanței
- **6. Modelarea** unor configurații geometrice analitic, sintetic sau vectorial

#### Geometrie

- Reper cartezian în plan, coordonatele unui vector în plan, coordonatele sumei vectoriale, coordonatele produsului dintre un vector şi un număr real, coordonate carteziene ale unui punct din plan, distanţa dintre două puncte în plan
- Ecuații ale dreptei în plan determinate de un punct și de o direcție dată și ale dreptei determinate de două puncte distincte
- Condiții de paralelism, condiții de perpendicularitate a două drepte din plan; calcularea unor distanțe şi a unor arii

#### CLASA a XI-a - 4 ore/săpt.

#### Competente specifice

- 1. Identificarea unor situații practice concrete, care necesită asocierea unui tabel de date cu reprezentarea matriceală a unui proces specific domeniului economic sau tehnic
- **2. Asocierea** unui tabel de date cu reprezentarea matriceală a unui proces
- **3. Aplicarea** algoritmilor de calcul în situații practice
- 4. Rezolvarea unor ecuații și sisteme utilizând algoritmi specifici
- 5. Stabilirea unor condiții de existență și/sau compatibilitate a unor sisteme și identificarea unor metode adecvate de rezolvare a acestora
- **6. Optimizarea** rezolvării unor probleme sau situații-problemă prin alegerea unor strategii și metode adecvate (de tip algebric, vectorial, analitic, sintetic)

#### Conținuturi

### ELEMENTE DE CALCUL MATRICEAL ȘI SISTEME DE ECUAȚII LINIARE

#### Permutări

- Noțiunea de permutare, operații, proprietăți
- Inversiuni, semnul unei permutări

#### Matrice

- Tabel de tip matriceal. Matrice, mulțimi de matrice
- Operații cu matrice: adunarea, înmulțirea, înmulțirea unei matrice cu un scalar, proprietăți

#### Determinanți

• Determinant de ordin n, proprietăți

#### Sisteme de ecuații liniare

- Matrice inversabile din  $\mathcal{M}_n(\mathbb{C})$ ,  $n \le 4$
- Ecuații matriceale
- Sisteme liniare cu cel mult 4 necunoscute, sisteme de tip Cramer, rangul unei matrice
- Studiul compatibilității şi rezolvarea sistemelor: proprietatea Kroneker-Capelli, proprietatea Rouchè, metoda Gauss
- Aplicații: ecuația unei drepte determinate de două puncte distincte, aria unui triunghi şi coliniaritatea a trei puncte în plan

## 1. Caracterizarea unor șiruri și a unor funcții utilizând reprezentarea geometrică a unor cazuri particulare

- 2. **Interpretarea** unor proprietăți ale șirurilor și ale altor funcții cu ajutorul reprezentărilor grafice
- **3. Aplicarea** unor algoritmi specifici calculului diferențial în rezolvarea unor probleme și modelarea unor procese
- **4. Exprimarea** cu ajutorul noțiunilor de limită, continuitate, derivabilitate, monotonie, a unor proprietăți cantitative și/sau calitative ale unei functii
- 5. Studierea unor funcții din punct de vedere cantitativ și/sau calitativ utilizând diverse procedee: majorări sau minorări pe un interval

#### ELEMENTE DE ANALIZĂ MATEMATICĂ Limite de funcții

- Noțiuni elementare despre mulțimi de puncte pe dreapta reală: intervale, mărginire, vecinătăți, dreapta încheiată, simbolurile +\infty şi -\infty
- Funcții reale de variabilă reală: funcția polinomială, funcția rațională, funcția putere, funcția radical, funcția logaritm, funcția exponențială, funcții trigonometrice directe și inverse
- Limita unui șir utilizând vecinătăți, șiruri convergente
- Monotonie, mărginire, limite; proprietatea lui

dat, proprietăți algebrice și de ordine ale mulțimii numerelor reale în studiul calitativ local, utilizare a reprezentării grafice a unei funcții pentru verificarea unor rezultate și/sau pentru identificarea unor proprietăți

6. Explorarea unor proprietăți cu caracter local și/sau global ale unor funcții utilizând reprezentarea grafică, continuitatea sau derivabilitatea

#### Note:

- În introducerea noțiunilor de limită a unui şir într-un punct şi de şir convergent nu se vor introduce definițiile cu ε şi nici teorema de convergență cu ε.
- Se utilizează exprimarea "proprietatea lui ...", "regula lui ...", pentru a sublinia faptul că se face referire la un rezultat matematic utilizat în aplicații, dar a cărui demonstrație este în afara programei.

Weierstrass. Exemple semnificative:  $(a^n)_n$ 

 $\left(n^a\right)_n$ ,  $\left(\left(1+\frac{1}{n}\right)^n\right)_n$  (fără demonstrație), numărul

e; limita şirului  $\left(\left(1+u_n\right)\frac{1}{u_n}\right)_n$ ,  $u_n \to 0$ ,  $u_n \neq 0$ ,

pentru orice număr natural n

- Operații cu șiruri care au limită
- Limite de funcții: interpretarea grafică a limitei unei funcții într-un punct utilizând vecinătăți, limite laterale
- Calculul limitelor pentru funcțiile studiate; cazuri exceptate la calculul limitelor de funcții:  $\frac{0}{0}, \frac{\infty}{\infty}, \infty \infty, 0 \cdot \infty, 1^{\infty}, \infty^{0}, 0^{0}$
- Asimptotele graficului funcțiilor studiate: asimptote verticale, oblice

#### Continuitate

- Continuitatea unei funcții într-un punct al domeniului de definiție, funcții continue, interpretarea grafică a continuității unei funcții, studiul continuității în puncte de pe dreapta reală pentru funcțiile studiate, operații cu funcții continue
- Proprietatea lui Darboux, semnul unei funcții continue pe un interval de numere reale, studiul existenței soluțiilor unor ecuații în ℝ

#### **Derivabilitate**

- Tangenta la o curbă, derivata unei funcții într-un punct, funcții derivabile, operații cu funcții derivabile, calculul derivatelor de ordin I și al IIlea pentru funcțiile studiate
- Funcții derivabile pe un interval: puncte de extrem ale unei funcții, teorema lui Fermat, teorema lui Rolle, teorema lui Lagrange și interpretarea lor geometrică, corolarul teoremei lui Lagrange referitor la derivata unei funcții într-un punct
- Rolul derivatei I în studiul funcțiilor: monotonia funcțiilor, puncte de extrem
- Rolul derivatei a II-a în studiul funcțiilor: concavitate, convexitate, puncte de inflexiune
- Regulile lui l'Hospital

#### Reprezentarea grafică a funcțiilor

- Reprezentarea grafică a funcțiilor
- Rezolvarea grafică a ecuațiilor, utilizarea reprezentării grafice a funcțiilor în determinarea numărului de soluții ale unei ecuații
- Reprezentarea grafică a conicelor (cerc, elipsă, hiperbolă, parabolă)

#### CLASA a XII-a - 4 ore/săpt.

#### Competente specifice

- **1. Identificarea** proprietăților operațiilor cu care este înzestrată o multime
- 2. Evidențierea asemănărilor și a deosebirilor dintre proprietățile unor operații definite pe mulțimi diferite și dintre calculul polinomial și cel cu numere
- **3.1. Determinarea** și **verificarea** proprietăților structurilor algebrice, inclusiv verificarea faptului că o funcție dată este morfism sau izomorfism
- **3.2. Folosirea** descompunerii în factori a polinomelor, în probleme de divizibilitate şi în rezolvări de ecuații
- **4. Utilizarea** unor proprietăți ale operațiilor în calcule specifice unei structuri algebrice
- **5.1. Utilizarea** unor proprietăți ale structurilor algebrice în rezolvarea unor probleme de aritmetică
- **5.2. Determinarea** unor polinoame, funcții polinomiale sau ecuații algebrice care verifică conditii date
- **6.1. Transferarea**, între structuri izomorfe, a datelor inițiale și a rezultatelor, pe baza proprietăților operatiilor
- **6.2. Modelarea** unor situații practice, utilizând noțiunea de polinom sau de ecuație algebrică

- 1. Identificarea legăturilor dintre o funcție continuă și derivata sau primitiva acesteia
- 2. Identificarea unor metode de calcul ale integralelor, prin realizarea de legături cu reguli de derivare
- **3. Utilizarea** algoritmilor pentru calcularea unor integrale definite
- **4. Explicarea** opțiunilor de calcul al integralelor definite, în scopul optimizării soluțiilor
- 5. Folosirea proprietăților unei funcții continue, pentru calcularea integralei acesteia pe un interval
- **6.1.Utilizarea** proprietăților de monotonie a integralei în estimarea valorii unei integrale definite și în probleme cu conținut practic
- **6.2. Modelarea** comportării unei funcții prin utilizarea primitivelor sale

#### Conținuturi

#### ELEMENTE DE ALGEBRĂ Grupuri

- Lege de compoziție internă (operație algebrică), tabla operației, parte stabilă
- Grup, exemple: grupuri numerice, grupuri de matrice, grupuri de permutări, grupul aditiv al claselor de resturi modulo *n*
- Subgrup
- Grup finit, tabla operației, ordinul unui element
- Morfism, izomorfism de grupuri

#### Inele și corpuri

- Inel, exemple: inele numerice  $(\mathbb{Z}, \mathbb{Q}, \mathbb{R}, \mathbb{C})$ ,  $\mathbb{Z}_n$ , inele de matrice, inele de funcții reale
- Corp, exemple: corpuri numerice  $(\mathbb{Q}, \mathbb{R}, \mathbb{C})$ ,  $\mathbb{Z}_p$ , p prim
- Morfisme de inele și de corpuri

### Inele de polinoame cu coeficienți într-un corp comutativ ( $\mathbb{Q}$ , $\mathbb{R}$ , $\mathbb{C}$ , $\mathbb{Z}_p$ , p prim)

- Forma algebrică a unui polinom, funcția polinomială, operații (adunarea, înmulțirea, înmultirea cu un scalar)
- Teorema împărțirii cu rest; împărțirea polinoamelor, împărțirea cu X-a, schema lui Horner
- Divizibilitatea polinoamelor, teorema lui Bézout; c.m.m.d.c. şi c.m.m.m.c. al unor polinoame, descompunerea unor polinoame în factori ireductibili
- Rădăcini ale polinoamelor, relațiile lui Viète
- Rezolvarea ecuațiilor algebrice având coeficienți în  $\mathbb{Z}$ ,  $\mathbb{Q}$ ,  $\mathbb{R}$ ,  $\mathbb{C}$ , ecuații binome, ecuații bipătrate, ecuatii reciproce

#### ELEMENTE DE ANALIZĂ MATEMATICĂ

- Probleme care conduc la noţiunea de integrală **Primitive** (antiderivate)
- Primitivele unei funcții definite pe un interval. Integrala nedefinită a unei funcții, proprietăți ale integralei nedefinite, liniaritate. Primitive uzuale

#### Integrala definită

- Diviziuni ale unui interval [a,b], norma unei diviziuni, sistem de puncte intermediare, sume Riemann, interpretare geometrică. Definiția integrabilității unei funcții pe un interval [a,b]
- Proprietăți ale integralei definite: liniaritate, monotonie, aditivitate în raport cu intervalul de integrare.
- Formula Leibniz Newton
- Integrabilitatea funcțiilor continue, teorema de medie, interpretare geometrică, teorema de existență a primitivelor unei funcții continue

Anexa nr. 2 la OMEN nr. 4430/29.08.2014 privind organizarea și o	desfășurarea examenului de bacalaureat național - 2015
	Metode de calcul al integralelor definite: integrarea prin părți, integrarea prin schimbare de variabilă. Calculul integralelor de forma
	$\int_{a}^{b} \frac{P(x)}{Q(x)} dx,  \text{grad } Q \le 4  \text{prin}  \text{metoda}$
	descompunerii în fracții simple
	Aplicații ale integralei definite
	Aria unei suprafețe plane
	Volumul unui corp de rotație
	• Calculul unor limite de şiruri folosind integrala
	definită Notă: Se utilizează exprimarea "proprietate" sau
	"regulă", pentru a sublinia faptul că se face referire la
	un rezultat matematic utilizat în aplicații, dar a cărui
	demonstrație este în afara programei.

#### PROGRAMA M st-nat

#### Filiera teoretică, profilul real, specializarea științe ale naturii

#### COMPETENȚE DE EVALUAT ȘI CONȚINUTURI

CLASA a IX-a - 4 ore/săpt. (TC+CD)

#### Competențe specifice

- 1. Identificarea, în limbaj cotidian sau în probleme de matematică, a unor noțiuni specifice logicii matematice și teoriei multimilor
- **2. Utilizarea** proprietăților operațiilor algebrice ale numerelor, a estimărilor și aproximărilor în contexte variate
- **3. Alegerea** formei de reprezentare a unui număr real și utilizarea unor algoritmi pentru optimizarea calculelor cu numere reale
- **4. Deducerea** unor rezultate și verificarea acestora utilizând inducția matematică sau alte raționamente logice
- **5. Redactarea** rezolvării unei probleme, corelând limbajul uzual cu cel al logicii matematice şi al teoriei mulțimilor
- **6. Transpunerea** unei situații-problemă în limbaj matematic, rezolvarea problemei obținute și interpretarea rezultatului
- **1. Recunoașterea** unor corespondențe care sunt funcții, siruri, progresii
- **2. Utilizarea** unor modalități variate de descriere a funcțiilor în scopul caracterizării acestora
- **3. Descrierea** unor şiruri/funcţii utilizând reprezentarea geometrică a unor cazuri particulare şi raţionamentul inductiv
- **4.** Caracterizarea unor șiruri folosind diverse reprezentări (formule, grafice) sau proprietăți algebrice ale acestora
- **5. Analizarea** unor valori particulare în vederea determinării formei analitice a unei funcții definite pe N prin raționament de tip inductiv
- **6. Transpunerea** unor situații-problemă în limbaj matematic utilizând funcții definite pe ℕ
- **1. Identificarea** valorilor unei funcții folosind reprezentarea grafică a acesteia
- Caracterizarea egalității a două funcții prin utilizarea unor modalități variate de descriere a funcțiilor
- Operarea cu funcții reprezentate în diferite moduri şi caracterizarea calitativă a acestor reprezentări
- **4.** Caracterizarea unor proprietăți ale funcțiilor numerice prin utilizarea graficelor acestora și a ecuațiilor asociate
- **5. Deducerea** unor proprietăți ale funcțiilor numerice prin lectură grafică
- **6. Analizarea** unor situații practice și descrierea lor cu ajutorul funcțiilor

#### Conținuturi

#### Mulțimi și elemente de logică matematică

- Mulțimea numerelor reale: operații algebrice cu numere reale, ordonarea numerelor reale, modulul unui număr real, aproximări prin lipsă sau prin adaos, partea întreagă, partea fracționară a unui număr real; operații cu intervale de numere reale
- Propoziție, predicat, cuantificatori
- Operații logice elementare (negație, conjuncție, disjuncție, implicație, echivalență), corelate cu operațiile și cu relațiile dintre mulțimi (complementară, intersecție, reuniune, incluziune, egalitate); raționament prin reducere la absurd
- Inducția matematică

#### Şiruri

- Modalități de a defini un şir, şiruri mărginite, şiruri monotone
- Şiruri particulare: progresii aritmetice, progresii geometrice, formula termenului general în funcție de un termen dat și rație, suma primilor *n* termeni ai unei progresii
- Condiția ca n numere să fie în progresie aritmetică sau geometrică, pentru  $n \ge 3$

#### Funcții; lecturi grafice

- Reper cartezian, produs cartezian; reprezentarea prin puncte a unui produs cartezian de mulțimi numerice; condiții algebrice pentru puncte aflate în cadrane; drepte în plan de forma x = m sau y = m, cu  $m \in \mathbb{R}$
- Funcția: definiție, exemple, exemple de corespondențe care nu sunt funcții, modalități de a descrie o funcție, lecturi grafice. Egalitatea a două funcții, imaginea unei mulțimi printr-o funcție, graficul unei funcții, restricții ale unei funcții
- Funcții numerice  $(F = \{f : D \to \mathbb{R}, D \subseteq \mathbb{R}\})$ ; reprezentarea geometrică a graficului: intersecția cu axele de coordonate, rezolvări grafice ale unor

ecuații și inecuații de forma $f(x) = g(x)$ ,
$(\leq, <, >, \geq)$ ; proprietăți ale funcțiilor numerice
introduse prin lectură grafică: mărginire,
monotonie; alte proprietăți: paritate/imparitate,
simetria graficului față de drepte de forma $x = m$ ,
$m \in \mathbb{R}$ , periodicitate
l

- Compunerea funcțiilor; exemple pe funcții numerice
- **1. Recunoașterea** funcției de gradul I descrisă în moduri diferite
- **2. Utilizarea** unor metode algebrice și grafice pentru rezolvarea ecuațiilor, inecuațiilor și sistemelor de ecuații
- **3. Descrierea** unor proprietăți desprinse din reprezentarea grafică a funcției de gradul I sau din rezolvarea ecuațiilor, inecuațiilor și sistemelor de ecuații
- **4. Exprimarea** legăturii între funcția de gradul I și reprezentarea ei geometrică
- **5. Interpretarea** graficului funcției de gradul I utilizând proprietățile algebrice ale funcției
- **6. Modelarea** unor situații concrete prin utilizarea ecuațiilor și/sau a inecuațiilor, rezolvarea problemei obținute și interpretarea rezultatului

#### Funcția de gradul I

- Definiție; reprezentarea grafică a funcției  $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ , f(x) = ax + b, unde  $a, b \in \mathbb{R}$ , intersecția graficului cu axele de coordonate, ecuația f(x) = 0
- Interpretarea grafică a proprietăților algebrice ale funcției: monotonia și semnul funcției; studiul monotoniei prin semnul diferenței  $f(x_1) f(x_2)$  (sau prin studierea semnului raportului  $\frac{f(x_1) f(x_2)}{x_1 x_2}, x_1, x_2 \in \mathbb{R}, x_1 \neq x_2)$
- Inecuații de forma  $ax+b \le 0$  (<,>, $\ge$ ) studiate pe  $\mathbb{R}$  sau pe intervale de numere reale
- Poziția relativă a două drepte, sisteme de ecuații de tipul  $\begin{cases} ax + by = c \\ mx + ny = p \end{cases}$ ,  $a, b, c, m, n, p \in \mathbb{R}$
- Sisteme de inecuații de gradul I

### **1. Diferențierea**, prin exemple, a variației liniare de cea pătratică

- 2. Completarea unor tabele de valori pentru trasarea graficului funcției de gradul al II-lea
- **3. Aplicarea** unor algoritmi pentru trasarea graficului funcției de gradul al II-lea (prin puncte semnificative)
- **4. Exprimarea** proprietăților unei funcții prin condiții algebrice sau geometrice
- **5. Utilizarea** relațiilor lui Viète pentru caracterizarea soluțiilor ecuației de gradul al II-lea și pentru rezolvarea unor sisteme de ecuații
- **6. Utilizarea** funcțiilor în rezolvarea unor probleme și în modelarea unor procese
- **1. Recunoașterea** corespondenței dintre seturi de date și reprezentări grafice
- **2. Determinarea** unor funcții care verifică anumite condiții precizate
- 3. Utilizarea unor algoritmi pentru rezolvarea ecuațiilor, inecuațiilor și a sistemelor de ecuații și pentru reprezentarea grafică a soluțiilor acestora
- **4. Exprimarea** prin reprezentări grafice a unor condiții algebrice; exprimarea prin condiții algebrice a unor reprezentări grafice
- **5. Utilizarea** unor metode algebrice sau grafice pentru determinarea sau aproximarea soluțiilor ecuației asociate funcției de gradul al II-lea

#### Funcția de gradul al II-lea

- Reprezentarea grafică a funcției  $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ ,  $f(x) = ax^2 + bx + c$ , cu  $a,b,c \in \mathbb{R}$  și  $a \neq 0$ , intersecția graficului cu axele de coordonate, ecuația f(x) = 0, simetria față de drepte de forma x = m, cu  $m \in \mathbb{R}$
- Relațiile lui Viète, rezolvarea sistemelor de forma  $\begin{cases} x + y = s \\ xy = p \end{cases}, \text{ cu } s, p \in \mathbb{R}$

### Interpretarea geometrică a proprietăților algebrice ale funcției de gradul al II-lea

- Monotonie; studiul monotoniei prin semnul diferenței  $f(x_1) f(x_2)$  sau prin rata creșterii /descreșterii:  $\frac{f(x_1) f(x_2)}{x_1 x_2}, x_1, x_2 \in \mathbb{R}, x_1 \neq x_2,$ 
  - punct de extrem, vârful parabolei
- Poziționarea parabolei față de axa Ox, semnul funcției, inecuații de forma  $ax^2 + bx + c \le 0$ ,  $(\ge, <, >)$ ,  $a, b, c \in \mathbb{R}$ ,  $a \ne 0$ , studiate pe  $\mathbb{R}$  sau pe intervale de numere reale, interpretare geometrică: imagini ale unor intervale (proiecțiile unor porțiuni

**6. Interpretarea** informațiilor conținute în reprezentări grafice prin utilizarea de estimări, aproximări și strategii de optimizare

de parabolă pe axa Oy)

Poziția relativă a unei drepte față de o parabolă: rezolvarea sistemelor de forma  $\begin{cases} mx + n = y \\ ax^2 + bx + c = y \end{cases},$   $a,b,c,m,n \in \mathbb{R}$ 

- **1. Identificarea** unor elemente de geometrie vectorială în diferite contexte
- **2. Transpunerea** unor operații cu vectori în contexte geometrice date
- **3. Utilizarea** operațiilor cu vectori pentru a descrie o problemă practică
- **4. Utilizarea** limbajului calculului vectorial pentru a descrie configurații geometrice
- **5. Identificarea** condițiilor necesare pentru ca o configurație geometrică să verifice cerințe date
- **6. Aplicarea** calculului vectorial în rezolvarea unor probleme de fizică
- **1. Descrierea** sintetică sau vectorială a proprietăților unor configurații geometrice în plan
- 2. Caracterizarea sintetică sau/și vectorială a unei configurații geometrice date
- Alegerea metodei adecvate de rezolvare a problemelor de coliniaritate, concurență sau paralelism
- **4. Trecerea** de la caracterizarea sintetică la cea vectorială (și invers) într-o configurație geometrică dată
- 5. Înterpretarea coliniarității, concurenței sau paralelismului în relație cu proprietățile sintetice sau vectoriale ale unor configurații geometrice
- **6. Analizarea** comparativă a rezolvărilor vectorială și sintetică ale aceleiași probleme
- **1. Identificarea** legăturilor între coordonate unghiulare, coordonate metrice și coordonate carteziene pe cercul trigonometric
- 2. Calcularea unor măsuri de unghiuri și arce utilizând relații trigonometrice
- **3. Determinarea** măsurii unor unghiuri și a lungimii unor segmente utilizând relații metrice
- **4.** Caracterizarea unor configurații geometrice plane utilizând calculul trigonometric
- **5. Determinarea** unor proprietăți ale funcțiilor trigonometrice prin lecturi grafice
- **6. Optimizarea** calculului trigonometric prin alegerea adecvată a formulelor

#### Vectori în plan

- Segment orientat, vectori, vectori coliniari
- Operații cu vectori: adunarea (regula triunghiului, regula paralelogramului), proprietăți ale operației de adunare; înmulțirea cu un scalar, proprietăți ale înmulțirii cu un scalar; condiția de coliniaritate, descompunerea după doi vectori necoliniari

### Coliniaritate, concurență, paralelism - calcul vectorial în geometria plană

- Vectorul de poziție a unui punct
- Vectorul de poziție a punctului care împarte un segment într-un raport dat, teorema lui Thales (condiții de paralelism)
- Vectorul de poziție a centrului de greutate al unui triunghi (concurența medianelor unui triunghi)
- Teorema lui Menelau, teorema lui Ceva

#### Elemente de trigonometrie

• Cercul trigonometric, definirea funcțiilor trigonometrice:  $\sin : [0, 2\pi] \rightarrow [-1, 1],$ 

$$\cos: [0, 2\pi] \to [-1, 1], \ \operatorname{tg}: [0, \pi] \setminus \left\{\frac{\pi}{2}\right\} \to \mathbb{R},$$
$$\operatorname{ctg}: (0, \pi) \to \mathbb{R}$$

• Definirea funcțiilor trigonometrice:  $\sin : \mathbb{R} \to [-1,1], \cos : \mathbb{R} \to [-1,1], \ tg : \mathbb{R} \setminus D \to \mathbb{R}$ ,

cu 
$$D = \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi \middle| k \in \mathbb{Z} \right\}, \operatorname{ctg} : \mathbb{R} \setminus D \to \mathbb{R}, \operatorname{cu} \right\}$$

$$D = \left\{ k\pi \middle| k \in \mathbb{Z} \right\}$$

- Reducerea la primul cadran; formule trigonometrice:  $\sin(a+b)$ ,  $\sin(a-b)$ ,  $\cos(a+b)$ ,  $\cos(a-b)$ ,  $\sin 2a$ ,  $\cos 2a$ ,  $\sin a + \sin b$ ,  $\sin a \sin b$ ,  $\cos a + \cos b$ ,
  - $\cos a \cos b$  (transformarea sumei în produs)

- Identificarea unor metode posibile în rezolvarea problemelor de geometrie
- **2. Aplicarea** unor metode diverse pentru determinarea unor distanțe, a unor măsuri de unghiuri si a unor arii
- **3. Prelucrarea** informațiilor oferite de o configurație geometrică pentru deducerea unor proprietăți ale acesteia
- **4. Analizarea** unor configurații geometrice pentru alegerea algoritmilor de rezolvare
- **5. Aplicarea** unor metode variate pentru optimizarea calculelor de distanțe, de măsuri de unghiuri și de arii
- **6. Modelarea** unor configurații geometrice utilizând metode vectoriale sau sintetice

### Aplicații ale trigonometriei și ale produsului scalar a doi vectori în geometria plană

- Produsul scalar a doi vectori: definiție, proprietăți.
   Aplicații: teorema cosinusului, condiții de perpendicularitate, rezolvarea triunghiului dreptunghic
- Aplicații vectoriale şi trigonometrice în geometrie: teorema sinusurilor, rezolvarea triunghiurilor oarecare
- Calcularea razei cercului înscris şi a razei cercului circumscris în triunghi, calcularea lungimilor unor segmente importante din triunghi, calcularea unor arii

#### CLASA a X-a - 4 ore/săpt. (TC+CD)

#### Competente specifice

- **1. Identificarea** caracteristicilor tipurilor de numere utilizate în algebră și a formei de scriere a unui număr real în contexte specifice
- **2. Determinarea** echivalenței între forme diferite de scriere a unui număr, compararea și ordonarea numerelor reale
- **3. Aplicarea** unor algoritmi specifici calculului cu numere reale sau complexe pentru optimizarea unor calcule și în rezolvarea de ecuații
- **4. Alegerea** formei de reprezentare a unui număr real sau complex în funcție de contexte în vederea optimizării calculelor
- **5. Alegerea** strategiilor de rezolvare în vederea optimizării calculelor
- **6. Determinarea** unor analogii între proprietățile operațiilor cu numere reale sau complexe scrise în forme variate și utilizarea acestora în rezolvarea unor ecuatii
- 1. Trasarea prin puncte a graficelor unor funcții
- 2. Prelucrarea informațiilor ilustrate prin graficul unei funcții în scopul deducerii unor proprietăți algebrice ale acesteia (monotonie, semn, bijectivitate, inversabilitate, convexitate)
- **3. Utilizarea** de proprietăți ale funcțiilor în trasarea graficelor și rezolvarea de ecuații
- **4.** Exprimarea în limbaj matematic a unor situații concrete și reprezentarea prin grafice a unor funcții care descriu situații practice
- **5. Interpretarea**, pe baza lecturii grafice, a proprietăților algebrice ale funcțiilor
- **6. Utilizarea** echivalenței dintre bijectivitate și inversabilitate în trasarea unor grafice și în rezolvarea unor ecuații algebrice și trigonometrice

#### Conținuturi Mulțimi de numere

- Numere reale: proprietăți ale puterilor cu exponent rațional, irațional și real ale unui număr pozitiv nenul, aproximări raționale pentru numere reale
- Radical de ordin n ( $n \in \mathbb{N}$  și  $n \ge 2$ ) dintr-un număr, proprietăți ale radicalilor
- Noțiunea de logaritm, proprietăți ale logaritmilor, calcule cu logaritmi, operația de logaritmare
- Mulţimea C. Numere complexe sub formă algebrică, conjugatul unui număr complex, operații cu numere complexe. Interpretarea geometrică a operațiilor de adunare și de scădere a numerelor complexe și a înmulţirii acestora cu un număr real
- Rezolvarea în  $\mathbb{C}$  a ecuației de gradul al doilea având coeficienți reali. Ecuații bipătrate

#### Funcții și ecuații

- Funcția putere cu exponent natural:  $f: \mathbb{R} \to D$ ,  $f(x) = x^n$ ,  $n \in \mathbb{N}$  și  $n \ge 2$  și funcția radical:  $f: D \to \mathbb{R}$ ,  $f(x) = \sqrt[n]{x}$ ,  $n \in \mathbb{N}$  și  $n \ge 2$ , unde  $D = [0, +\infty)$  pentru n par și  $D = \mathbb{R}$  pentru n impar
- Funcția exponențială:  $f: \mathbb{R} \to (0, +\infty)$ ,

$$f(x) = a^x$$
,  $a \in (0, +\infty)$ ,  $a \ne 1$  și

funcția logaritmică:  $f:(0,+\infty) \to \mathbb{R}$ ,

$$f(x) = \log_a x, \ a \in (0, +\infty), \ a \neq 1$$

- Injectivitate, surjectivitate, bijectivitate; funcții inversabile: definiție, proprietăți grafice, condiția necesară și suficientă ca o funcție să fie inversabilă
- Funcții trigonometrice directe și inverse
- Rezolvări de ecuații folosind proprietățile funcțiilor:

1.	Ecuații care conțin radicali de ordinul 2 sau
	de ordinul 3

- 2. Ecuații exponențiale, ecuații logaritmice
- **3.** Ecuații trigonometrice:

$$\sin x = a, \cos x = a, a \in [-1,1],$$

$$tgx = a, ctgx = a, a \in \mathbb{R},$$

$$\sin f(x) = \sin g(x), \cos f(x) = \cos g(x),$$

$$tg f(x) = tg g(x), ctg f(x) = ctg g(x)$$

**Notă:** Pentru toate tipurile de funcții se vor studia: intersecția cu axele de coordonate, ecuația f(x)=0, reprezentarea grafică prin puncte, simetrie, lectura grafică a proprietăților algebrice ale funcțiilor: monotonie, bijectivitate, inversabilitate, semn, convexitate

- 1. Diferențierea problemelor în funcție de numărul de solutii admise
- **2. Identificarea** tipului de formulă de numărare adecvată unei situații-problemă date
- **3. Utilizarea** unor formule combinatoriale în raționamente de tip inductiv
- **4. Exprimarea**, în moduri diferite, a caracteristicilor unor probleme în scopul simplificării modului de numărare
- **5. Interpretarea** unor situații-problemă având conținut practic cu ajutorul funcțiilor și a elementelor de combinatorică
- **6. Alegerea** strategiilor de rezolvare a unor situații practice în scopul optimizării rezultatelor

#### Metode de numărare

- Mulțimi finite ordonate. Numărul funcțiilor  $f: A \rightarrow B$ , unde A și B sunt mulțimi finite
- Permutări
  - numărul de mulțimi ordonate care se obțin prin ordonarea unei mulțimi finite cu *n* elemente
  - numărul funcțiilor bijective  $f:A \rightarrow B$ , unde A și B sunt mulțimi finite
- Aranjamente
  - numărul submulțimilor ordonate cu câte k elemente fiecare,  $k \le n$ , care se pot forma cu cele n elemente ale unei mulțimi finite
  - numărul funcțiilor injective  $f:A \rightarrow B$ , unde A și B sunt multimi finite
- Combinări numărul submulțimilor cu câte k elemente, unde 0≤k≤n, ale unei mulțimi finite cu n elemente. Proprietăți: formula combinărilor complementare, numărul tuturor submulțimilor unei multimi cu n elemente
- Binomul lui Newton

### **1. Recunoașterea** unor date de tip probabilistic sau statistic în situații concrete

- **2. Interpretarea** primară a datelor statistice sau probabilistice cu ajutorul calculului financiar, al graficelor și al diagramelor
- **3. Utilizarea** unor algoritmi specifici calculului financiar, statisticii sau probabilităților pentru analiza de caz
- **4. Transpunerea** în limbaj matematic prin mijloace statistice sau probabilistice a unor probleme practice
- **5. Analizarea** și **interpretarea** unor situații practice cu ajutorul conceptelor statistice sau probabilistice
- **6. Corelarea** datelor statistice sau probabilistice în scopul predicției comportării unui sistem prin analogie cu modul de comportare în situații studiate
- **1. Descrierea** unor configurații geometrice analitic sau utilizând vectori
- 2. Descrierea analitică, sintetică sau vectorială a

#### Matematici financiare

- Elemente de calcul financiar: procente, dobânzi, TVA
- Culegerea, clasificarea şi prelucrarea datelor statistice: date statistice, reprezentarea grafică a datelor statistice
- Interpretarea datelor statistice prin parametri de poziție: medii, dispersia, abateri de la medie
- Evenimente aleatoare egal probabile, operații cu evenimente, probabilitatea unui eveniment compus din evenimente egal probabile

**Notă:** Aplicațiile vor fi din domeniul financiar: profit, preț de cost al unui produs, amortizări de investiții, tipuri de credite, metode de finanțare, buget personal, buget familial.

#### Geometrie

• Reper cartezian în plan, coordonatele unui vector

relațiilor de paralelism și de perpendicularitate

- Utilizarea informațiilor oferite de o configurație geometrică pentru deducerea unor proprietăți ale acesteia şi calcularea unor distanțe şi a unor arii
- **4. Exprimarea** analitică, sintetică sau vectorială a caracteristicilor matematice ale unei configurații geometrice
- **5. Interpretarea** perpendicularității în relație cu paralelismul și minimul distanței
- **6. Modelarea** unor configurații geometrice analitic, sintetic sau vectorial

în plan, coordonatele sumei vectoriale, coordonatele produsului dintre un vector și un număr real, coordonate carteziene ale unui punct din plan, distanța dintre două puncte în plan

- Ecuații ale dreptei în plan determinate de un punct și de o direcție dată și ale dreptei determinate de două puncte distincte
- Condiții de paralelism, condiții de perpendicularitate a două drepte din plan; calcularea unor distanțe şi a unor arii

#### CLASA a XI-a - 3 ore/săpt.

#### Competențe specifice

- 1. Identificarea unor situații practice concrete, care necesită asocierea unui tabel de date cu reprezentarea matriceală a unui proces specific domeniului economic sau tehnic
- **2. Asocierea** unui tabel de date cu reprezentarea matriceală a unui proces
- **3. Aplicarea** algoritmilor de calcul cu matrice în situații practice
- **4. Rezolvarea** unor sisteme utilizând algoritmi specifici
- **5. Stabilirea** unor condiții de existență și/sau compatibilitate a unor sisteme și identificarea unor metode adecvate de rezolvare a acestora
- **6. Optimizarea** rezolvării unor probleme sau situații-problemă prin alegerea unor strategii și metode adecvate (de tip algebric, vectorial, analitic, sintetic)
- 1. Caracterizarea unor funcții utilizând reprezentarea geometrică a unor cazuri particulare
- **2. Interpretarea** unor proprietăți ale funcțiilor cu ajutorul reprezentărilor grafice
- **3. Aplicarea** unor algoritmi specifici calculului diferențial în rezolvarea unor probleme
- **4. Exprimarea** cu ajutorul noțiunilor de limită, continuitate, derivabilitate, monotonie, a unor proprietăți cantitative şi/sau calitative ale unei functii
- **5. Utilizarea** reprezentării grafice a unei funcții pentru verificarea unor rezultate și pentru identificarea unor proprietăți
- **6. Determinarea** unor optimuri situaționale prin aplicarea calculului diferențial în probleme practice

#### Conținuturi

#### ELEMENTE DE CALCUL MATRICEAL ȘI SISTEME DE ECUAȚII LINIARE

#### Matrice

- Tabel de tip matriceal. Matrice, mulţimi de matrice
- Operații cu matrice: adunarea, înmulțirea, înmulțirea unei matrice cu un scalar, proprietăți

#### Determinanți

 Determinantul unei matrice pătratice de ordin cel mult 3, proprietăți

#### Sisteme de ecuații liniare

- Matrice inversabile din  $\mathcal{M}_n(\mathbb{C})$ ,  $n = \overline{2,3}$
- Ecuatii matriceale
- Sisteme liniare cu cel mult 3 necunoscute; forma matriceală a unui sistem liniar
- Metoda Cramer de rezolvare a sistemelor liniare
- Aplicații: ecuația unei drepte determinate de două puncte distincte, aria unui triunghi şi coliniaritatea a trei puncte în plan

#### Elemente de analiză matematică Limite de funcții

- Noţiuni elementare despre mulţimi de puncte pe dreapta reală: intervale, mărginire, vecinătăţi, dreapta încheiată, simbolurile +∞ şi -∞
- Limite de funcții: interpretarea grafică a limitei unei funcții într-un punct utilizând vecinătăți, limite laterale
- Calculul limitelor pentru funcția de gradul I, funcția de gradul al II-lea, funcția logaritmică, exponențială, funcția putere  $(n=\overline{2,3})$ , funcția radical  $(n=\overline{2,3})$ , funcția raport de două funcții cu grad cel mult 2; cazuri exceptate la calculul

limitelor de funcții:  $\frac{0}{0}, \frac{\infty}{\infty}, 0 \cdot \infty$ 

• Asimptotele graficului funcțiilor studiate: asimptote verticale, orizontale și oblice

#### **Funcții continue**

 Continuitatea unei funcții într-un punct al domeniului de definiție, funcții continue,

- interpretarea grafică a continuității unei funcții, operații cu funcții continue
- Proprietatea lui Darboux, semnul unei funcții continue pe un interval de numere reale

#### Functii derivabile

- Tangenta la o curbă. Derivata unei funcții într-un punct, funcții derivabile
- Operatii cu functii derivabile, calculul derivatelor de ordin I și al II-lea pentru funcțiile
- Regulile lui l'Hospital pentru cazurile  $\frac{0}{0}, \frac{\infty}{\infty}$

#### Studiul funcțiilor cu ajutorul derivatelor

- Rolul derivatelor de ordin I și de ordinul al II-lea în studiul funcțiilor: monotonie, puncte de extrem, concavitate, convexitate
- Reprezentarea grafică a funcțiilor

#### Notă:

Se utilizează exprimarea "proprietatea lui ...", "regula lui ...", pentru a sublinia faptul că se face referire la un rezultat matematic utilizat în aplicații, dar a cărui demonstrație este în afara programei.

#### CLASA a XII-a - 3 ore/săpt.

#### **Competente specifice**

- algebrice, Recunoașterea structurilor mulțimilor de numere, de polinoame și de matrice
- **2.1. Identificarea** unei structuri algebrice prin verificarea proprietăților acesteia
- **2.2. Determinarea** și verificarea proprietăților unei structuri
- 3.1. Verificarea faptului că o funcție dată este morfism sau izomorfism
- 3.2. Aplicarea unor algoritmi în calculul polinomial sau în rezolvarea ecuațiilor algebrice
- 4. Explicarea modului în care sunt utilizate, în calcule specifice, proprietățile operațiilor unei structuri algebrice
- 5.1. Utilizarea structurilor algebrice în rezolvarea de probleme practice
- 5.2.Determinarea unor polinoame sau ecuații algebrice care îndeplinesc condiții date
- **6.1.Exprimarea** unor probleme practice, folosind structuri algebrice sau calcul polinomial
- 6.2.Aplicarea, prin analogie, în calcule cu polinoame, a metodelor de lucru din aritmetica numerelor

#### Continuturi

#### ELEMENTE DE ALGEBRĂ Grupuri

- Lege de compoziție internă, tabla operației
- Grup, exemple: grupuri numerice, grupuri de matrice, grupul aditiv al claselor de resturi modulo
- Morfism şi izomorfism de grupuri

#### Inele și corpuri

- Inel, exemple: inele numerice  $(\mathbb{Z}, \mathbb{Q}, \mathbb{R}, \mathbb{C}), \mathbb{Z}_n$ , inele de matrice, inele de funcții reale
- Corp, exemple: corpuri numerice ( $\mathbb{Q}$ ,  $\mathbb{R}$ ,  $\mathbb{C}$ ),  $\mathbb{Z}_p$ , p prim

#### Inele de polinoame cu coeficienți într-un corp **comutativ** ( $\mathbb{Q}$ , $\mathbb{R}$ , $\mathbb{C}$ , $\mathbb{Z}_p$ , p prim)

- Forma algebrică a unui polinom, operații (adunarea, înmulțirea, înmulțirea cu un scalar)
- Teorema împărțirii cu rest; împărțirea polinoamelor, împărțirea cu X-a, schema lui Horner
- Divizibilitatea polinoamelor, teorema lui Bézout; c.m.m.d.c. şi c.m.m.m.c. al unor polinoame, descompunerea unor polinoame în factori ireductibili
- Rădăcini ale polinoamelor, relațiile lui Viète pentru polinoame de grad cel mult 4
- Rezolvarea ecuațiilor algebrice având coeficienți în  $\mathbb{Z}$ ,  $\mathbb{Q}$ ,  $\mathbb{R}$ ,  $\mathbb{C}$ , ecuații binome, ecuații bipătrate, ecuatii reciproce

- **1. Identificarea** legăturilor dintre o funcție continuă și derivata sau primitiva acesteia
- Stabilirea unor proprietăți ale calculului integral, prin analogie cu proprietăți ale calculului diferențial
- **3. Utilizarea** algoritmilor pentru calcularea unor integrale definite
- **4. Explicarea** opțiunilor de calcul al integralelor definite, în scopul optimizării soluțiilor
- **5. Determinarea** ariei unei suprafețe plane și a volumului unui corp, folosind calculul integral și compararea rezultatelor cu cele obținute prin aplicarea unor formule cunoscute din geometrie
- **6. Aplicarea** calculului diferențial sau integral în probleme practice

#### ELEMENTE DE ANALIZĂ MATEMATICĂ

- Probleme care conduc la noţiunea de integrală **Primitive** (antiderivate)
- Primitivele unei funcții definite pe un interval. Integrala nedefinită a unei funcții continue, proprietatea de liniaritate a integralei nedefinite. Primitive uzuale

#### Integrala definită

- Definirea integralei Riemann a unei funcții continue prin formula Leibniz-Newton
- Proprietăți ale integralei definite: liniaritate, monotonie, aditivitate în raport cu intervalul de integrare
- Metode de calcul al integralelor definite: integrarea prin părți, integrarea prin schimbare de variabilă. Calculul integralelor de forma

$$\int_{a}^{b} \frac{P(x)}{Q(x)} dx$$
, grad  $Q \le 4$  prin metoda descompunerii

în fracții simple

#### Aplicații ale integralei definite

- Aria unei suprafețe plane
- Volumului unui corp de rotație

**Notă:** Se utilizează exprimarea "proprietate" sau "regulă" pentru a sublinia faptul că se face referire la un rezultat matematic utilizat în aplicații, dar a cărui demonstrație este în afara programei.

#### PROGRAMA M tehnologic

Filiera tehnologică, profilul servicii, toate calificările profesionale, profilul resurse naturale și protecția mediului, toate calificările profesionale, profilul tehnic, toate calificările profesionale

#### COMPETENȚE DE EVALUAT ȘI CONȚINUTURI

	CLASA a IX-a - 3 ore/săpt. (TC+CD)							
	Competențe specifice	Conținuturi						
1. 2. 3.	Identificarea în limbaj cotidian sau în probleme de matematică a unor noțiuni specifice logicii matematice și teoriei mulțimilor  Reprezentarea adecvată a mulțimilor și a operațiilor logice în scopul identificării unor proprietăți ale acestora  Alegerea și utilizarea de algoritmi pentru efectuarea unor operații cu numere reale, cu	<ul> <li>Mulțimi și elemente de logică matematică</li> <li>Mulțimea numerelor reale: operații algebrice cu numere reale, ordonarea numerelor reale, modulul unui număr real, aproximări prin lipsă sau prin adaos; operații cu intervale de numere reale</li> <li>Propoziție, predicat, cuantificatori</li> <li>Operații logice elementare (negație, conjuncție, disjuncție, implicație, echivalență), corelate cu</li> </ul>						
4.	mulțimi, cu propoziții/predicate <b>Deducerea</b> unor rezultate și verificarea acestora utilizând inducția matematică sau alte raționamente logice	operațiile și cu relațiile dintre mulțimi (complementară, intersecție, reuniune, incluziune, egalitate)  • Inducția matematică						
<ul><li>5.</li><li>6.</li></ul>	Redactarea rezolvării unei probleme, corelând limbajul uzual cu cel al logicii matematice și al teoriei mulțimilor  Transpunerea unei situații-problemă în limbaj matematic, rezolvarea problemei obținute și interpretarea rezultatului							
1.	, , , ,	Şiruri						
2.	șiruri, progresii aritmetice sau geometrice <b>Calcularea</b> valorilor unor șiruri care modelează situații practice în scopul caracterizării acestora	<ul> <li>Modalități de a descrie un şir; şiruri particulare: progresii aritmetice, progresii geometrice, determinarea termenului general al unei progresii;</li> </ul>						
3. 4.	adecvate de calculare a elementelor unui șir <b>Interpretarea</b> grafică a unor relații provenite	suma primilor $n$ termeni ai unei progresii  • Condiția ca $n$ numere să fie în progresie aritmetică sau geometrică, pentru $n \ge 3$						
<ul><li>5.</li><li>6.</li></ul>	din probleme practice  Analizarea datelor în vederea aplicării unor formule de recurență sau a raționamentului de tip inductiv în rezolvarea problemelor  Analizarea și adaptarea scrierii termenilor unui șir în funcție de context							
1.		F 422 1 4						
2. 3.	utilizând reprezentările grafice	<ul> <li>Funcții; lecturi grafice</li> <li>Reper cartezian, produs cartezian, reprezentarea prin puncte a unui produs cartezian de mulțimi numerice; condiții algebrice pentru puncte aflate în cadrane; drepte în plan de forma x=m sau de</li> </ul>						
<b>4. 5.</b>	evidențierii unor proprietăți ale funcțiilor <b>Exprimarea</b> monotoniei unei funcții prin condiții algebrice sau geometrice <b>Reprezentarea</b> geometrică a graficului unei	<ul> <li>forma y=m, m∈ R</li> <li>Funcția: definiție, exemple, exemple de corespondențe care nu sunt funcții, modalități de a descrie o funcție, egalitatea a două funcții,</li> </ul>						
6.	funcții prin puncte și aproximarea acestuia printr-o curbă continuă <b>Deducerea</b> unor proprietăți ale funcțiilor numerice prin lectură grafică	imaginea unei funcții • Funcții numerice $f: I \to \mathbb{R}$ , $I$ interval de numere reale; graficul unei funcții, reprezentarea geometrică a graficului, intersecția graficului cu axele de coordonate, interpretarea grafică a unor						

ecuații de forma f(x) = g(x); proprietăți ale

1.	Recunoașterea	funcției	de	gradul	I	descrisă îi	n
	moduri diferite						

- **2. Utilizarea** unor metode algebrice sau grafice pentru rezolvarea ecuațiilor, inecuațiilor, sistemelor de ecuații
- **3. Descrierea** unor proprietăți desprinse din reprezentarea grafică a funcției de gradul I sau din rezolvarea ecuațiilor, inecuațiilor, sistemelor de ecuatii
- **4. Exprimarea** legăturii între funcția de gradul I și reprezentarea ei geometrică
- **5. Interpretarea** graficului funcției de gradul I utilizând proprietățile algebrice ale funcției
- **6. Rezolvarea** cu ajutorul funcțiilor a unei situații-problemă și interpretarea rezultatului
- **1. Diferențierea**, prin exemple, a variației liniare de cea pătratică
- 2. Completarea unor tabele de valori necesare pentru trasarea graficului funcției de gradul al II-lea
- **3. Aplicarea** unor algoritmi pentru trasarea graficului funcției de gradul al II-lea (prin puncte semnificative)
- **4. Exprimarea** proprietăților unei funcții prin condiții algebrice sau geometrice
- **5. Utilizarea** relațiilor lui Viète pentru caracterizarea soluțiilor ecuației de gradul al II-lea și pentru rezolvarea unor sisteme de ecuatii
- **6. Identificarea** unor metode grafice de rezolvare a ecuațiilor sau a sistemelor de ecuații
- **1. Recunoașterea** corespondenței dintre seturi de date și reprezentări grafice
- **2. Reprezentarea** grafică a unor date diverse în vederea comparării variației lor
- **3. Aplicarea** formulelor de calcul și a lecturii grafice pentru rezolvarea de ecuații, inecuații și sisteme de ecuații
- **4. Exprimarea** prin reprezentări grafice a unor condiții algebrice; exprimarea prin condiții algebrice a unor reprezentări grafice
- **5. Determinarea** unor relații între condiții algebrice date și graficul funcției de gradul al II-lea
- **6. Utilizarea** monotoniei și a punctelor de extrem în optimizarea rezultatelor unor probleme practice
- **1. Identificarea** unor elemente de geometrie vectorială în diferite contexte
- **2. Aplicarea** regulilor de calcul pentru determinarea caracteristicilor unor segmente orientate pe configurații date
- 3. Utilizarea operațiilor cu vectori pentru a

# funcțiilor numerice introduse prin lectură grafică: mărginire, monotonie, paritate/imparitate (simetria graficului față de axa *Oy* sau origine), periodicitate

• Compunerea funcțiilor; exemple de funcții numerice

#### Funcția de gradul I

- Definiție; reprezentarea grafică a funcției  $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ , f(x) = ax + b, unde  $a, b \in \mathbb{R}$ , intersecția graficului cu axele de coordonate, ecuația f(x) = 0
- Interpretarea grafică a proprietăților algebrice ale funcției: monotonie, semnul funcției
- Inecuații de forma  $ax+b \le 0 (<,>,\ge)$ ,  $a,b \in \mathbb{R}$ , studiate pe  $\mathbb{R}$
- Poziția relativă a două drepte, sisteme de tipul  $\begin{cases} ax + by = c \\ mx + ny = p \end{cases}$ , a,b,c,m,n,p numere reale

#### Funcția de gradul al II-lea

- Reprezentarea grafică a funcției  $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ ,  $f(x) = ax^2 + bx + c$  cu  $a,b,c \in \mathbb{R}$  și  $a \neq 0$ , intersecția graficului cu axele de coordonate, ecuația f(x) = 0, simetria față de drepte de forma x = m cu  $m \in \mathbb{R}$
- Relațiile lui Viète, rezolvarea sistemelor de forma  $\begin{cases} x + y = s \\ xy = p \end{cases}$ , cu  $s, p \in \mathbb{R}$

#### Interpretarea geometrică a proprietăților algebrice ale funcției de gradul al II-lea

- Monotonie; punct de extrem, vârful parabolei, interpretare geometrică
- Poziționarea parabolei față de axa Ox, semnul funcției, inecuații de forma  $ax^2 + bx + c \le 0$   $(\ge,<,>)$ ,  $a,b,c \in \mathbb{R}$ ,  $a \ne 0$ , interpretare geometrică
- Poziția relativă a unei drepte față de o parabolă: rezolvarea sistemelor de forma  $\begin{cases} mx + n = y \\ ax^2 + bx + c = y \end{cases}$  cu  $a,b,c,m,n \in \mathbb{R}$ , interpretare geometrică

#### Vectori în plan

- Segment orientat, vectori, vectori coliniari
- Operații cu vectori: adunarea (regula triunghiului, regula paralelogramului), proprietăți ale operației de adunare; înmulțirea cu un scalar, proprietăți ale

descrie configurații geometrice date

- **4. Utilizarea** limbajului calculului vectorial pentru a descrie anumite configurații geometrice
- **5. Identificarea** condițiilor necesare pentru ca o configurație geometrică să verifice cerințe date
- **6. Aplicarea** calculului vectorial în rezolvarea unor probleme din domenii conexe
- Identificarea elementelor necesare pentru calcularea unor lungimi de segmente şi a unor măsuri de unghiuri
- **2. Utilizarea** unor tabele și formule pentru calcule în trigonometrie și în geometrie
- **3. Determinarea** măsurii unor unghiuri și a lungimii unor segmente utilizând relații metrice
- **4. Transpunerea** într-un limbaj specific trigonometriei și geometriei a unor probleme practice
- **5. Utilizarea** unor elemente de trigonometrie în rezolvarea triunghiului oarecare
- **6. Analizarea** și **interpretarea** rezultatelor obținute prin rezolvarea unor probleme practice

înmulțirii cu un scalar; condiția de coliniaritate, descompunerea după doi vectori

### Trigonometrie și aplicații ale trigonometriei în geometrie

- Rezolvarea triunghiului dreptunghic
- Cercul trigonometric, definirea funcțiilor trigonometrice:  $\sin : [0, 2\pi] \rightarrow [-1, 1]$ ,

$$\cos:[0,2\pi] \to [-1,1], \operatorname{tg}:[0,\pi] \setminus \left\{\frac{\pi}{2}\right\} \to \mathbb{R},$$

 $\operatorname{ctg}:(0,\pi)\to\mathbb{R}$ 

• Definirea funcțiilor trigonometrice:

$$\sin: \mathbb{R} \to [-1,1], \cos: \mathbb{R} \to [-1,1],$$

$$\operatorname{tg}: \mathbb{R} \setminus D \to \mathbb{R}, \operatorname{cu} D = \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi \middle| k \in \mathbb{Z} \right\},$$

$$\operatorname{ctg}: \mathbb{R} \setminus D \to \mathbb{R}$$
,  $\operatorname{cu} D = \{k\pi | k \in \mathbb{Z}\}$ 

- Reducerea la primul cadran; formule trigonometrice:  $\sin(a+b)$ ,  $\sin(a-b)$ ,  $\cos(a+b)$ ,  $\cos(a-b)$ ,  $\sin 2a$ ,  $\cos 2a$ ,
- Modalități de calcul a lungimii unui segment şi a măsurii unui unghi: teorema sinusurilor şi teorema cosinusului

#### CLASA a X-a - 3ore/săpt. (TC+CD)

#### Competente specifice

- 1. Identificarea caracteristicilor tipurilor de numere utilizate în algebră și a formei de scriere a unui număr real în contexte specifice
- **2. Compararea** și **ordonarea** numerelor reale utilizând metode variate
- **3. Aplicarea** unor algoritmi specifici calculului cu puteri, radicali, logaritmi în contexte variate
- **4. Alegerea** formei de reprezentare a unui număr real în vederea optimizării calculelor
- **5. Alegerea** strategiilor de rezolvare în vederea optimizării calculelor
- **6. Determinarea** unor analogii între proprietățile operațiilor cu numere reale scrise în forme variate și utilizarea acestora în rezolvarea unor ecuații
- 1. Trasarea prin puncte a graficelor unor funcții
- 2. Prelucrarea informațiilor ilustrate prin graficul unei funcții în scopul deducerii unor proprietăți ale acesteia (monotonie, semn, bijectivitate, inversabilitate, continuitate, convexitate)
- **3. Utilizarea** de proprietăți ale funcțiilor în trasarea graficelor și în rezolvarea de ecuații

#### Conținuturi Multimi de numere

- Numere reale: proprietăți ale puterilor cu exponent rațional, irațional și real ale unui număr pozitiv nenul
- Media aritmetică, media ponderată, media geometrică, media armonică
- Radical unui număr (de ordin sau de ordin 3), proprietăți ale radicalilor
- Noțiunea de logaritm, proprietăți ale logaritmilor, calcule cu logaritmi, operația de logaritmare
- Mulţimea C. Numere complexe sub formă algebrică, conjugatul unui număr complex, operaţii cu numere complexe. Rezolvarea în C a ecuaţiei de gradul al doilea având coeficienţi reali

#### Funcții și ecuații

• Funcția putere:  $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ ,  $f(x) = x^n$ ,  $n \in \mathbb{N}$ ,  $n \ge 2$  și funcția radical:  $f: D \to \mathbb{R}$ ,  $f(x) = \sqrt[n]{x}$ ,  $n = \overline{2,3}$ , unde  $D = [0,+\infty)$  pentru n par și

- **4. Exprimarea** în limbaj matematic a unor situații concrete și reprezentarea prin grafice a unor funcții care descriu situații practice
- **5. Interpretarea**, pe baza lecturii grafice, a proprietăților algebrice ale funcțiilor
- **6. Utilizarea** echivalenței dintre bijectivitate și inversabilitate în trasarea unor grafice și în rezolvarea unor ecuații algebrice

**Notă:** Pentru toate tipurile de funcții se vor studia: intersecția cu axele de coordonate, ecuația f(x)=0, reprezentarea grafică prin puncte, simetrie, lectura grafică a proprietăților algebrice ale funcțiilor: monotonie, bijectivitate, inversabilitate, semn, convexitate.

- **1. Diferențierea** problemelor în funcție de numărul de soluții admise
- **2. Identificarea** tipului de formulă de numărare adecvată unei situații-problemă date
- **3. Utilizarea** unor formule combinatoriale în raționamente de tip inductiv
- **4. Exprimarea** caracteristicilor unor probleme în scopul simplificării modului de numărare
- **5. Interpretarea** unor situații-problemă având conținut practic, cu ajutorul elementelor de combinatorică
- **6. Alegerea** strategiilor de rezolvare a unor probleme în scopul optimizării rezultatelor
- **1. Recunoașterea** unor date de tip probabilistic sau statistic în situații concrete
- **2. Interpretarea** primară a datelor statistice sau probabilistice cu ajutorul calculului financiar, a graficelor si a diagramelor
- **3. Utilizarea** unor algoritmi specifici calculului financiar, statisticii sau probabailităților pentru analiza de caz
- **4. Transpunerea** în limbaj matematic prin mijloace statistice, probabilistice a unor probleme practice
- **5.** Analizarea și interpretarea unor situații practice cu ajutorul conceptelor statistice sau probabilistice
- **6.** Corelarea datelor statistice sau probabilistice în scopul predicției comportării unui sistem prin analogie cu modul de comportare în situații studiate
- **1. Descrierea** unor configurații geometrice analitic sau utilizând vectori
- **2. Descrierea** analitică, sintetică sau vectorială a relațiilor de paralelism
- **3. Utilizarea** informațiilor oferite de o configurație geometrică pentru deducerea unor proprietăți ale acesteia și calcularea unor distanțe și a unor arii
- 4. Exprimarea analitică, sintetică sau vectorială a

 $D = \mathbb{R}$  pentru *n* impar

• Funcția exponențială  $f: \mathbb{R} \to (0, +\infty)$ ,  $f(x) = a^x$ ,  $a \in (0, +\infty)$ ,  $a \neq 1$  și funcția logaritmică  $f: (0, +\infty) \to \mathbb{R}$ ,

$$f(x) = \log_a x, \ a \in (0, +\infty), \ a \neq 1$$

- Injectivitate, surjectivitate, bijectivitate; funcții inversabile: definiție, proprietăți grafice, condiția necesară și suficientă ca o funcție să fie inversabilă
- Funcții trigonometrice directe și inverse
- Rezolvări de ecuații folosind proprietățile functiilor:
  - Ecuații care conțin radicali de ordinul 2 sau de ordinul 3
  - Ecuații exponențiale, ecuații logaritmice, utilizarea unor substituții care conduc la rezolvarea de ecuații algebrice

#### Metode de numărare

• Mulţimi finite: permutări, aranjamente, combinări, numărul tuturor submulţimilor unei mulţimi cu *n* elemente

#### Matematici financiare

- Elemente de calcul financiar: procente, dobânzi, TVA
- Culegerea, clasificarea şi prelucrarea datelor statistice: date statistice, reprezentarea grafică a datelor statistice
- Interpretarea datelor statistice prin lectura reprezentărilor grafice
- Evenimente aleatoare egal probabile; probabilitatea unui eveniment compus din evenimente egal probabile

**Notă:** Aplicațiile vor fi din domeniul financiar: profit, preț de cost al unui produs, amortizări de investiții, tipuri de credite, metode de finanțare, buget personal, buget familial.

#### Geometrie

- Reper cartezian în plan, coordonatele unui vector în plan, coordonatele sumei vectoriale, coordonatele produsului dintre un vector şi un număr real, coordonate carteziene ale unui punct din plan, distanța dintre două puncte în plan
- Ecuații ale dreptei în plan determinate de un

- caracteristicilor matematice ale unei configurații geometrice
- 5. Interpretarea perpendicularității în relație cu paralelismul și minimul distanței
- 6. Modelarea unor configurații geometrice analitic, sintetic sau vectorial
- punct și de o direcție dată și ale dreptei determinate de două puncte distincte
- Condiții de paralelism, condiții perpendicularitate a două drepte în plan; linii importante în triunghi, calcularea unor distanțe și a unor arii

#### CLASA a XI-a - 3 ore/săpt. (TC+CD)

#### Competente specifice

- 1. Identificarea unor situații practice concrete, care necesită asocierea unui tabel de date cu reprezentarea matriceală a unui proces specific domeniului economic sau tehnic
- 2. Asocierea unui tabel de date cu reprezentarea matriceală a unui proces
- 3. Aplicarea algoritmilor de calcul cu matrice în situații practice
- 4. Rezolvarea unor sisteme utilizând algoritmi specifici
- 5. Stabilirea unor condiții de existență și/sau compatibilitate a unor sisteme și identificarea unor metode adecvate de rezolvare a acestora
- 6. Optimizarea rezolvării unor probleme sau situații-problemă prin alegerea unor strategii și metode adecvate (de tip algebric, vectorial, analitic, sintetic)
- 1. Caracterizarea functii utilizând unor reprezentarea geometrică a unor cazuri particulare
- 2. Interpretarea unor proprietăți ale funcțiilor cu ajutorul reprezentărilor grafice
- 3. Aplicarea unor algoritmi specifici calculului diferențial în rezolvarea unor probleme
- 4. Exprimarea cu ajutorul notiunilor de limită. continuitate, derivabilitate, monotonie, a unor proprietăți cantitative și calitative ale unei funcții
- 5. Utilizarea reprezentării grafice a unei funcții pentru verificarea unor rezultate si pentru identificarea unor proprietăți
- **6. Determinarea** unor optimuri situationale prin aplicarea calculului diferențial în probleme practice

Notă: Se utilizează exprimarea "proprietatea lui ...", "regula lui ..." pentru a sublinia faptul că se face referire la un rezultat matematic utilizat în aplicații, dar a cărui demonstrație este în afara programei.

### Continuturi

#### ELEMENTE DE CALCUL MATRICEAL SI SISTEME DE ECUAȚII LINIARE

#### **Matrice**

- Tabel de tip matriceal. Matrice, mulțimi de matrice
- Operații cu matrice: adunarea, înmulțirea, înmulțirea unei matrice cu un scalar, proprietăți

#### **Determinanti**

Determinantul unei matrice pătratice de ordin cel mult 3, proprietăți

#### Sisteme de ecuații liniare

- Matrice inversabile din  $\mathcal{M}_n(\mathbb{R})$ ,  $n = \overline{2,3}$
- Ecuații matriceale •
- Sisteme liniare cu cel mult 3 necunoscute; forma matriceală a unui sistem liniar
- Metoda lui Cramer de rezolvare a sistemelor liniare
- Aplicații: ecuația unei drepte determinate de două puncte distincte, aria unui triunghi și coliniaritatea a trei puncte în plan

#### ELEMENTE DE ANALIZĂ MATEMATICĂ Limite de functii

- Noțiuni elementare despre mulțimi de puncte pe dreapta reală: intervale, mărginire, vecinătăți, dreapta încheiată, simbolurile +∞ și -∞
- Limite de funcții: interpretarea grafică a limitei unei funcții într-un punct utilizând vecinătăți, limite laterale
- Calculul limitelor pentru funcția de gradul I, funcția de gradul al II-lea, funcția logaritmică, exponențială, funcția putere (n=2,3), funcția radical  $(n = \overline{2,3})$ , funcția raport de două funcții cu grad cel mult 2, cazuri exceptate la calculul limitelor de funcții:  $\frac{0}{0}, \frac{\infty}{\infty}, 0 \cdot \infty$
- Asimptotele graficului functiilor asimptote verticale, orizontale și oblice

#### **Functii** continue

- Continuitatea unei funcții într-un punct al domeniului de definiție, funcții continue, interpretarea grafică a continuitătii unei funcții, operații cu funcții continue
- Proprietatea lui Darboux, semnul unei funcții continue pe un interval de numere reale

#### Funcții derivabile

Tangenta la o curbă. Derivata unei funcții într-un punct, functii derivabile

•	Operații	cu	func	ţii		deri	vabile,	ca	alculul
	derivatelor	de	ordin	I	şi	de	ordinul	al	II-lea
	pentru func	ţiile	studia	te					

• Regulile lui l'Hospital pentru cazurile  $\frac{0}{0}, \frac{\infty}{\infty}$ 

#### Studiul funcțiilor cu ajutorul derivatelor

 Rolul derivatei de ordin I şi de ordinul al II-lea în studiul funcţiilor: monotonie, puncte de extrem, concavitate, convexitate

Continuturi

• Reprezentarea grafică a funcțiilor

#### CLASA a XII-a - 3 ore/săpt. (TC+CD)

#### Competențe specifice

#### Recunoașterea structurilor algebrice, a mulțimilor de numere, de polinoame şi de matrice

- **2.1. Identificarea** unei structuri algebrice prin verificarea proprietăților acesteia
- **2.2. Determinarea** și verificarea proprietăților unei structuri algebrice
- **3.1. Verificarea** faptului că o funcție dată este morfism sau izomorfism
- **3.2. Aplicarea** unor algoritmi în calculul polinomial sau în rezolvarea ecuațiilor algebrice
- **4. Explicarea** modului în care sunt utilizate, în calcule specifice, proprietățile operațiilor unei structuri algebrice
- **5.1. Utilizarea** structurilor algebrice în rezolvarea unor probleme practice
- **5.2. Determinarea** unor polinoame sau ecuații algebrice care îndeplinesc condiții date
- **6.1. Exprimarea** unor probleme practice, folosind structuri algebrice sau calcul polinomial
- **6.2. Aplicarea**, prin analogie, în calcule cu polinoame, a metodelor de lucru din aritmetica numerelor
- **1. Identificarea** legăturilor dintre o funcție continuă și derivata sau primitiva acesteia
- 2. Stabilirea unor proprietăți ale calculului integral, prin analogie cu proprietăți ale calculului diferențial
- **3. Utilizarea** algoritmilor pentru calcularea unor integrale definite
- **4. Explicarea** opțiunilor de calcul al integralelor definite, în scopul optimizării soluțiilor
- 5. Determinarea ariei unei suprafețe plane și a volumului unui corp, folosind calculul integral și compararea rezultatelor cu cele obținute prin aplicarea unor formule cunoscute din geometrie
- **6. Aplicarea** calculului diferențial sau integral în probleme practic

**Notă:** Se utilizează exprimarea "proprietate" sau "regulă" pentru a sublinia faptul că se face referire la un rezultat matematic utilizat în aplicații, dar a cărui demonstrație este în afara programei.

#### ELEMENTE DE ALGEBRĂ Grupuri

- Lege de compoziție internă, tabla operației
- Grup, exemple: grupuri numerice, grupul aditiv al claselor de resturi modulo *n*
- Morfism şi izomorfism de grupuri

#### Inele si corpuri

- Inel, exemple: inele numerice  $(\mathbb{Z}, \mathbb{Q}, \mathbb{R}, \mathbb{C}), \mathbb{Z}_n$
- Corp, exemple: corpuri numerice  $(\mathbb{Q}, \mathbb{R}, \mathbb{C})$ ,  $\mathbb{Z}_p$ , p prim

### Inele de polinoame cu coeficienți intr-un corp comutativ ( $\mathbb{Q}$ , $\mathbb{R}$ , $\mathbb{C}$ , $\mathbb{Z}_p$ , p prim)

- Forma algebrică a unui polinom, operații (adunarea, înmulțirea, înmulțirea cu un scalar)
- Teorema împărțirii cu rest; împărțirea polinoamelor, împărțirea cu X-a, schema lui Horner
- Divizibilitatea polinoamelor, teorema lui Bézout
- Rădăcini ale polinoamelor; relațiile lui Viète pentru polinoame de grad cel mult 3

### ELEMENTE DE ANALIZĂ MATEMATICĂ **Primitive** (antiderivate)

 Primitivele unei funcții definite pe un interval. Integrala nedefinită a unei funcții continue, proprietatea de liniaritate a integralei nedefinite. Primitive uzuale

#### Integrala definită

- Definirea integralei Riemann a unei funcții continue prin formula Leibniz Newton
- Proprietăți ale integralei definite: liniaritate, monotonie, aditivitate în raport cu intervalul de integrare
- Metode de calcul al integralelor definite: integrarea prin părți, integrarea prin schimbare de variabilă. Calculul integralelor de forma

$$\int_{a}^{b} \frac{P(x)}{Q(x)} dx, \operatorname{grad} Q \leq 2$$

#### Aplicații ale integralei definite

- Aria unei suprafețe plane
- Volumului unui corp de rotație

#### PROGRAMA M\_pedagogic

Filiera vocațională, profilul pedagogic, specializarea învățător-educatoare

#### COMPETENȚE DE EVALUAT ȘI CONȚINUTURI

CLASA a IX-a - 2 ore/săpt. (TC)

#### Competențe specifice

- 1. Identificarea în limbaj cotidian sau în probleme a unor noțiuni specifice logicii matematice și/sau a teoriei mulțimilor
- **2. Transcrierea** unui enunț în limbajul logicii matematice sau al teoriei mulțimilor
- 3. Utilizarea reprezentărilor grafice (diagrame, reprezentari pe axă), a tabelelor de adevăr, pentru efectuarea unor operații
- **4. Explicitarea** caracteristicilor unor mulțimi folosind limbajul logicii matematice
- **5. Redactarea** rezolvării unor probleme, corelând limbajul uzual cu cel al logicii matematice și/sau al teoriei mulțimilor
- **6. Transpunerea** unei situații cotidiene în limbaj matematic, rezolvarea problemei obținute și interpretarea rezultatului
- **1. Recunoașterea** unor corespondențe care sunt șiruri, progresii aritmetice sau geometrice
- 2. Reprezentarea în diverse moduri a unor corespondențe, șiruri în scopul caracterizării acestora
- **3. Identificarea** unor formule de recurență pe bază de raționamente de tip inductiv
- **4. Exprimarea** caracteristicilor unor șiruri folosind diverse reprezentări (formule, diagrame, grafice)
- **5. Deducerea** unor proprietăți ale șirurilor folosind diferite reprezentări sau raționamente de tip inductiv
- **6. Asocierea** unei situații-problemă cu un model matematic de tip şir, progresie aritmetică sau geometrică
- **1. Identificarea** valorilor unei funcții folosind reprezentarea grafică a acesteia
- **2. Identificarea** unor puncte semnificative de pe graficul unei funcții
- **3. Folosirea** unor proprietăți ale funcțiilor pentru completarea graficului unei funcții pare, impare sau periodice
- **4. Exprimarea** proprietăților unor funcții pe baza lecturii grafice
- **5. Reprezentarea** graficului prin puncte și aproximarea acestuia printr-o curbă continuă
- **6. Deducerea** unor proprietăți ale funcțiilor numerice prin lectură grafică

#### Conținuturi

#### Mulțimi și elemente de logică matematică

- Mulţimea numerelor reale: operaţii algebrice cu numere reale, ordonarea numerelor reale, modulul unui număr real, aproximări prin lipsă sau prin adaos; operaţii cu intervale de numere reale
- Propoziție, predicat, cuantificatori
- Operații logice elementare (negație, conjuncție, disjuncție, implicație, echivalență), corelate cu operațiile și cu relațiile dintre mulțimi (complementară, intersecție, reuniune, incluziune, egalitate)

#### Şiruri

 Modalități de a descrie un şir; şiruri particulare: progresii aritmetice, progresii geometrice, determinarea termenului general al unei progresii; suma primilor n termeni ai unei progresii

#### Funcții; lecturi grafice

- Reper cartezian, produs cartezian, reprezentarea prin puncte a unui produs cartezian de mulțimi numerice; condiții algebrice pentru puncte aflate în cadrane; drepte în plan de forma x = m sau de forma y = m,  $m \in \mathbb{R}$
- Funcția: definiție, exemple, exemple de corespondențe care nu sunt funcții, modalități de a descrie o funcție, lectură grafică; egalitatea a două funcții, imaginea unei funcții, graficul unei funcții
- Funcții numerice  $f: I \to \mathbb{R}$ , I interval de numere reale; graficul unei funcții, reprezentarea geometrică a graficului, intersecția graficului cu axele de coordonate, interpretarea grafică a unor ecuații de forma f(x) = g(x); proprietăți ale funcțiilor numerice introduse prin lectură grafică:

1. Recunoașterea funcției de gradul I descrisă în moduri diferite

- **2. Identificarea** unor metode grafice pentru rezolvarea ecuațiilor, inecuațiilor, sistemelor de ecuatii
- **3. Descrierea** unor proprietăți desprinse din rezolvarea ecuațiilor, inecuațiilor, sistemelor de ecuații și din reprezentarea grafică a funcției de gradul I
- **4. Exprimarea** în limbaj matematic a unor situații concrete ce se pot descrie prin funcții de gradul I, ecuații, inecuații sau sisteme de ecuatii
- **5. Interpretarea** cu ajutorul proporționalității a condițiilor pentru ca diverse date să fie caracterizate cu ajutorul unei funcții de gradul I
- **6. Rezolvarea** cu ajutorul funcțiilor a unei situații-problemă și interpretarea rezultatului
- **1. Diferențierea** variației liniare/pătratice prin exemple
- **2. Completarea** unor tabele de valori necesare pentru trasarea graficului
- **3. Aplicarea** unor algoritmi pentru trasarea graficului (trasarea prin puncte semnificative)
- **4. Exprimarea** proprietăților unei funcții prin condiții algebrice sau geometrice
- **5. Utilizarea** relațiilor lui Viète pentru caracterizarea soluțiilor și rezolvarea unor sisteme
- **6. Identificarea** unor metode grafice de rezolvare a ecuațiilor sau a sistemelor de ecuații
- **1. Recunoașterea** corespondenței dintre seturi de date și reprezentări grafice
- **2. Reprezentarea** grafică a unor date diverse în vederea comparării variației lor
- **3. Utilizarea** lecturii grafice pentru rezolvarea de ecuații, inecuații și sisteme de ecuații
- **4. Exprimarea** prin reprezentări grafice a unor condiții algebrice; exprimarea prin condiții algebrice a unor reprezentări grafice
- **5. Interpretarea** unei configurații din perspectiva poziției relative a unei drepte față de o parabolă
- **6. Utilizarea** lecturilor grafice în vederea optimizării rezolvării unor probleme practice
- 1. Identificarea unor elemente de geometrie vectorială în diferite contexte
- 2. Utilizarea rețelelor de pătrate pentru determinarea caracteristicilor unor segmente orientate pe configurații date
- **3. Efectuarea** de operații cu vectori pe configurații geometrice date
- **4. Utilizarea** limbajului calculului vectorial pentru a descrie anumite configurații geometrice

mărginire, monotonie, paritate/imparitate (simetria graficului față de axa *Oy* sau față de origine), periodicitate

#### Funcția de gradul I

- Definiție; reprezentarea grafică a funcției  $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ , f(x) = ax + b, unde  $a, b \in \mathbb{R}$ , intersecția graficului cu axele de coordonate, ecuația f(x) = 0
- Interpretarea grafică a proprietăților algebrice ale funcției: monotonie, semnul funcției
- Inecuații de forma  $ax+b \le 0, (<,>,\ge), a, b \in \mathbb{R}$  studiate pe  $\mathbb{R}$
- Poziția relativă a două drepte; sisteme de tipul  $\begin{cases} ax + by = c \\ mx + ny = p \end{cases}, \ a, b, c, m, n, p \in \mathbb{R}$

#### Funcția de gradul al II-lea

- Reprezentarea grafică a funcției  $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ ,  $f(x) = ax^2 + bx + c$ ,  $a,b,c \in \mathbb{R}$ ,  $a \ne 0$ , intersecția graficului cu axele de coordonate, ecuația f(x) = 0, simetria față de drepte de forma x = m, cu  $m \in \mathbb{R}$
- Relațiile lui Viète, rezolvarea sistemelor de forma  $\begin{cases} x + y = s \\ xy = p \end{cases}$ , cu  $s, p \in \mathbb{R}$

#### Interpretarea geometrică a proprietăților algebrice ale funcției de gradul al II-lea

- Monotonie; punct de extrem, vârful parabolei, interpretare geometrică
- Poziționarea parabolei față de axa Ox, semnul funcției, inecuații de forma  $ax^2 + bx + c \le 0$   $(\ge,<,>)$ , cu  $a,b,c \in \mathbb{R}$ ,  $a \ne 0$ , interpretare geometrică
- Poziția relativă a unei drepte față de o parabolă: rezolvarea sistemelor de forma  $\begin{cases} mx + n = y \\ ax^2 + bx + c = y \end{cases}$ ,  $a,b,c,m,n \in \mathbb{R}$ , interpretare geometrică

#### Vectori în plan

- Segment orientat, vectori, vectori coliniari
- Operații cu vectori: adunarea (regula triunghiului, regula paralelogramului), proprietăți ale operației de adunare, înmulțirea cu un scalar, proprietăți ale înmulțirii cu un scalar, condiția de coliniaritate, descompunerea după doi vectori necoliniari

Programa de examen pentru disciplina *Matematică* – **M\_pedagogic** Examenul de bacalaureat național - 2015

- **5. Identificarea** condițiilor necesare pentru efectuarea operațiilor cu vectori
- **6. Aplicarea** calculului vectorial în descrierea proprietăților unor configurații geometrice date
- 1. Descrierea sintetică sau vectorială a proprietăților unor configurații geometrice în plan
- **2. Reprezentarea** prin intermediul vectorilor a unei configurații geometrice plane date
- **3. Utilizarea** calcului vectorial sau a metodelor sintetice în rezolvarea unor probleme de geometrie metrică
- **4. Trecerea** de la caracterizarea sintetică la cea vectorială (și invers) a unei configurații geometrice date
- **5. Determinarea** condițiilor necesare pentru coliniaritate, concurență sau paralelism
- **6. Analizarea** comparativă a rezolvărilor vectorială și sintetică ale aceleiași probleme
- **1. Identificarea** elementelor necesare pentru calcularea unor lungimi de segmente și a unor măsuri de unghiuri
- **2. Utilizarea** unor tabele și a unor formule pentru calcule în trigonometrie și în geometrie
- 3. Aplicarea teoremelor și a formulelor pentru determinarea unor măsuri (lungimi sau unghiuri)
- **4. Transpunerea** într-un limbaj specific trigonometriei și/sau geometriei a unor probleme practice
- **5. Utilizarea** unor elemente de trigonometrie în rezolvarea triunghiului dreptunghic/oarecare
- **6. Analizarea** și **interpretarea** rezultatelor obținute prin rezolvarea unor probleme practice

### Coliniaritate, concurență, paralelism – calcul vectorial în geometria plană

- Vectorul de poziție a unui punct
- Vectorul de poziție a punctului care împarte un segment într-un raport dat, teorema lui Thales (condiții de paralelism)
- Vectorul de poziție a centrului de greutate al unui triunghi (concurența medianelor unui triunghi)

#### Aplicatii ale trigonometriei în geometrie

- Rezolvarea triunghiului dreptunghic
- Formulele (fără demonstrație):  $cos(180^{\circ} - x) = -cos x$ ;  $sin(180^{\circ} - x) = sin x$
- Modalități de calcul a lungimii unui segment și a măsurii unui unghi: teorema sinusurilor și teorema cosinusului

#### CLASA a X-a - 2ore/săpt. (TC)

#### Competente specifice

- 1. Identificarea caracteristicilor tipurilor de numere utilizate în algebră și a formei de scriere a unui număr real în contexte variate
- **2. Compararea** și **ordonarea** numerelor reale utilizând metode variate
- **3. Aplicarea** unor algoritmi specifici calculului cu puteri, radicali și logaritmi în contexte variate
- **4. Alegerea** formei de reprezentare a unui număr real pentru optimizarea calculelor
- **5. Alegerea** strategiilor de rezolvare în vederea optimizării calculelor
- **6. Analizarea** validității unor afirmații prin utilizarea aproximărilor, a proprietăților sau a regulilor de calcul
- **1. Exprimarea** relațiilor de tip funcțional în diverse moduri
- 2. **Prelucrarea** informațiilor ilustrate prin graficul unei funcții în scopul deducerii unor proprietăți algebrice ale acesteia (monotonie, bijectivitate, semn, convexitate)
- **3. Utilizarea** de proprietăți ale funcțiilor în calcule și aproximări, prin metode diverse

#### Conținuturi

#### Numere reale

- Numere reale: proprietăți ale puterilor cu exponent rațional, irațional și real ale unui număr pozitiv nenul, aproximări raționale pentru numere reale
- Radical dintr-un număr (ordin 2 sau ordin 3), proprietăți ale radicalilor
- Noțiunea de logaritm, proprietăți ale logaritmilor, calcule cu logaritmi, operația de logaritmare

#### Funcții și ecuații

• Funcția putere:  $f: \mathbb{R} \to D$ ,  $f(x) = x^n$ ,  $n \in \mathbb{N}$ ,  $n \ge 2$  și funcția radical:  $f: D \to \mathbb{R}$ ,  $f(x) = \sqrt[n]{x}$ ,  $n = \overline{2,3}$ , unde  $D = [0,+\infty)$  pentru n par și  $D = \mathbb{R}$  pentru n impar

- **4. Exprimarea** în limbaj matematic a unor situații concrete ce se pot descrie printr-o funcție de o variabilă
- **5. Interpretarea** unor probleme de calcul în vederea optimizării rezultatului
- **6. Utilizarea** echivalenței dintre bijectivitate și inversabilitate în trasarea unor grafice și în rezolvarea unor ecuații

**Notă:** Pentru toate tipurile de funcții se vor studia: intersecția cu axele de coordonate, ecuația f(x)=0, reprezentarea grafică prin puncte, simetrie, lectura grafică a proprietăților algebrice ale funcțiilor: monotonie, bijectivitate, inversabilitate, semn, convexitate

- **1. Recunoașterea** unor date de tip probabilistic sau statistic în situații concrete
- **2. Interpretarea** primară a datelor statistice sau probabilistice cu ajutorul calculului financiar, al graficelor si al diagramelor
- **3. Utilizarea** unor algoritmi specifici calculului financiar, statisticii sau probabilităților pentru analiza de caz
- **4. Transpunerea** în limbaj matematic prin mijloace statistice sau probabilistice a unor probleme practice
- **5. Analizarea** și **interpretarea** unor situații practice cu ajutorul conceptelor statistice sau probabilistice
- 6. Corelarea datelor statistice sau probabilistice în scopul predicției comportării unui sistem prin analogie cu modul de comportare în situații studiate
- **1. Descrierea** unor configurații geometrice analitic sau utilizând vectori
- **2. Descrierea** analitică, sintetică sau vectorială a relațiilor de paralelism și de perpendicularitate
- **3. Utilizarea** informațiilor oferite de o configurație geometrică pentru deducerea unor proprietăți ale acesteia și calcularea unor distanțe și a unor arii
- **4. Exprimarea** analitică, sintetică sau vectorială a caracteristicilor matematice ale unei configurații geometrice
- **5. Interpretarea** perpendicularității în relație cu paralelismul și minimul distanței
- **6. Modelarea** unor configurații geometrice analitic, sintetic sau vectorial

- Funcția exponențială  $f: \mathbb{R} \to (0, +\infty)$ ,  $f(x) = a^x$ ,  $a \in (0, +\infty)$ ,  $a \neq 1$  și funcția logaritmică  $f: (0, +\infty) \to \mathbb{R}$ ,  $f(x) = \log_a x$ ,  $a \in (0, +\infty)$
- Rezolvări de ecuații folosind proprietățile funcțiilor:
  - Ecuații care conțin radicali de ordinul 2 sau de ordinul 3
  - Ecuații exponențiale, ecuații logaritmice, utilizarea unor substituții care conduc la rezolvarea unor ecuații algebrice

#### Matematici financiare

- Probleme de numărare: permutări, aranjamente, combinări
- Elemente de calcul financiar: procente, dobânzi, TVA
- Culegerea, clasificarea şi prelucrarea datelor statistice: date statistice, reprezentarea grafică a datelor statistice. Interpretarea datelor statistice
- Evenimente aleatoare egal probabile, operații cu evenimente, probabilitatea unui eveniment compus din evenimente egal probabile

**Notă:** Aplicațiile vor fi din domeniul financiar: profit, calcularea prețului de cost al unui produs, amortizări de investiții, tipuri de credite, metode de finanțare, buget personal, buget familial.

#### Geometrie

- Reper cartezian în plan, coordonatele unui vector în plan; coordonatele sumei vectoriale, coordonatele produsului dintre un vector şi un număr real coordonate carteziene ale unui punct din plan, distanţa dintre două puncte în plan
- Ecuații ale dreptei în plan determinată de un punct și de o direcție dată și ale dreptei determinată de două puncte distincte date
- Condiții de paralelism, condiții de perpendicularitate a două drepte din plan, calcularea unor distanțe și a unor arii

#### CLASA a XI-a -1 oră/săpt. (TC)

#### Competențe specifice

- 1. Recunoașterea și diferențierea mulțimilor de numere și a structurilor algebrice
- **2. Identificarea** unei structuri algebrice prin verificarea proprietăților acesteia
- **3. Compararea** proprietăților algebrice sau aritmetice ale operațiilor definite pe diverse mulțimi în scopul identificării unor algoritmi
- **4. Exprimarea** proprietăților mulțimilor înzestrate cu operații prin identificarea organizării

#### Conținuturi

#### Structuri algebrice

- Legi de compoziție, proprietăți
- Structuri algebrice: monoid, grup, inel, corp. Exemple: mulțimile  $\mathbb{N}, \mathbb{Z}, \mathbb{Z}_n, \mathbb{Q}, \mathbb{R}$

structurale a acestora

**5. Utilizarea** similarității operațiilor definite pe mulțimi diferite în deducerea unor proprietăți algebrice

#### CLASA a XII-a - 1 oră/săpt. (TC)

	Competențe specifice	Conținuturi
1.	<b>Identificarea</b> unor situații practice concrete, care necesită asocierea unui tabel de date cu reprezentarea sa matriceală	Elemente de calcul matriceal și sisteme de ecuații liniare
3.	Asocierea unui tabel de date cu reprezentarea matriceală a unui proces	<ul> <li>Matrice</li> <li>Tabel de tip matriceal. Matrice, mulțimi de matrice</li> <li>Operații cu matrice: adunarea, înmulțirea, înmulțirea unei matrice cu un scalar, proprietăți</li> </ul>
5.	,	<ul> <li>Determinanți</li> <li>Determinantul unei matrice pătratice de ordin cel mult 3, proprietăți</li> <li>Sisteme de ecuații liniare</li> </ul>
	a acestora  •	• Matrice inversabile din $\mathcal{M}_n(\mathbb{R})$ , $n = \overline{2,3}$ . Ecuații matriceale