

Simulare Monte Carlo – Impactul Inflației asupra Economiei

Proiect realizat de: Trifan Bogdan 251

Țîncu Alexandru 251

Mihăilă Denisa 252

Introducere

Acest proiect analizează impactul inflației asupra valorii reale a unei sume economisite după o perioadă de timp definită, utilizând simulări Monte Carlo. Prin utilizarea datelor istorice ale inflației și a unei distribuții probabilistice, se estimează cum ar putea evolua puterea de cumpărare a unei sume economisite într-o perioadă definită de timp.

Problema analizată

- **Obiectiv:** Estimarea valorii reale a unei sume economisite (în lei) după o perioadă de 5 ani, luând în considerare variațiile istorice ale ratei inflației.
- **Justificare:** Inflația are un impact major asupra economiilor, iar estimările bazate pe simulări Monte Carlo oferă o metodă robustă pentru a analiza acest impact într-un mod probabilistic.
- **Metodologie:** Se folosesc datele istorice ale ratei inflației (1972-2023) pentru a genera simulări într-o distribuție normală (gaussiană). Ulterior, fiecare simulare ajustează valoarea economiilor pentru ratele simulate ale inflației.

Formularea matematică

1. Formula valorii reale:

Valoarea reală a economiilor după t ani este dată de:

$$P(t) = \frac{P_0}{(1 + i_1)(1 + i_2) \dots (1 + i_t)}$$

unde:

- P_0 : suma economisită inițial (100 lei);
- i_n : rata inflației (ca procent) pentru anul n ;
- t : numărul de ani (5 ani).

2. Generarea simulărilor:

Simulările ratei inflației sunt generate folosind o distribuție normală cu media și deviația standard calculate din datele istorice ale inflației. Pentru a elimina valori nerealiste (de exemplu, inflație negativă prea mare), simulările sunt trunchiate la zero:

$$simulare_inflație = \max(0, N(\mu, \sigma))$$

unde:

- μ = media inflației;
- σ = deviația standard a inflației.

3. Convergența estimării:

Conform **Teoremei Limită Centrală**, media valorilor simulate converge către valoarea reală pe măsură ce numărul de simulări crește. De asemenea, marja de eroare este estimată folosind deviația standard:

$$Eroare \propto \frac{\sigma}{\sqrt{N}}$$

unde N este numărul de simulări.

Implementarea algoritmului

1. **Colectarea datelor istorice:** Lista anilor și a ratelor inflației istorice este utilizată pentru calcularea mediei și a deviației standard.
2. **Generarea simulărilor:**
 - Se generează $N=100,000$ simulări pentru ratele inflației pe o perioadă de 5 ani.
 - Fiecare simulare este un set de 5 valori aleatorii, una pentru fiecare an.
3. **Calculul valorii reale:**
 - Pentru fiecare simulare, valoarea reală a economiilor este ajustată pe baza ratelor simulate ale inflației.
4. **Analiza rezultatelor:**
 - Se calculează media și deviația standard a valorilor simulate.
 - Se reprezintă distribuția valorilor într-un grafic histogramă.
 - Se vizualizează evoluția istorică a inflației și intervalul dintre media și deviația standard.

Rezultate

1. Valoarea medie și intervalul de confidență:

După 5 ani, 100 lei economisiți astăzi vor avea o valoare reală medie de aproximativ **29.26 lei**, cu o variație de ± 17.45 lei (1 deviație standard).

2. Grafice relevante:

- **Distribuția valorii economiilor:**
 - Graficul arată distribuția valorilor simulate. Majoritatea valorilor sunt sub 50 lei, indicând efectul erodant al inflației.
 - Liniile verticale punctate indică media și intervalele de deviație standard ($\pm 1\sigma$).
- **Evoluția ratei inflației:**
 - Graficul indică fluctuațiile istorice ale inflației (1972-2023). Se observă instabilitatea majoră din anii 1990 și stabilizarea ulterioară.

Analiza erorilor

1. Erori estimate:

- Marja de eroare scade pe măsură ce numărul de simulări crește, conform Teoremei Limită Centrală.
- Cu 100,000 de simulări, eroarea standard a estimării mediei este neglijabilă.

2. Validitatea datelor:

- Modelul presupune că rata inflației urmează o distribuție normală, ceea ce poate fi o simplificare exagerată.

3. Limitări:

- Modelul nu ia în considerare efectele economice externe sau fluctuațiile extreme.

Concluzii și extinderi

- **Concluzie principală:** Inflația erodează semnificativ valoarea economiilor în timp. Acest model oferă o metodă probabilistică pentru a cuantifica acest efect.
- **Extinderi posibile:**
 1. Adăugarea unui randament anual al economiilor (ex. dobândă).
 2. Modelarea mai complexă a inflației folosind distribuții asimetrice (ex. log-normală).
 3. Simularea efectelor unor scenarii economice diferite (recesiune, hiperinflație).

Instrucțiuni de utilizare

1. **Executarea codului:**
 - Importați bibliotecile necesare: numpy și matplotlib.
 - Rulați codul furnizat pentru a genera rezultatele și graficele.
2. **Date de intrare:**
 - Ajustați parametrii suma_economisita, peste_ani, și numar_simulari pentru scenarii alternative.
3. **Interpretați rezultatele:**
 - Analizați media, deviația standard și graficele pentru a evalua impactul inflației asupra economiilor.

Referințe bibliografice

1. **Documentația numpy.random.normal:**
<https://numpy.org/doc/stable/reference/random/generated/numpy.random.normal.html>
2. **Carte:** „Probability and Statistics for Computer Scientists”, pag. 90.
3. **Curs de simulare Monte Carlo:** Materialele furnizate la cursul universitar.

Codul sursă

Codul complet este inclus în proiectul final și poate fi găsit la linkul:

<https://github.com/Bogdanctx/inflation-monte-carlo>