Домашнее задание по теме
Вебинар „Введение в аналитическую геометрию. Графики на плоскости"

1. Решите уравнение

$$\frac{\sin(x)}{x} = 0;$$

$x \neq 0$

$\sin(x) = 0;$

$x = \arcsin(0)$

$x = \pi, 2\pi, \dots, n\pi, \ n \neq 0.$

2. Даны 3 прямые $y = k1 \cdot x + b_1$, $y = k2 \cdot x + b2$, $y = k3x + b3$. Как узнать, пересекаются они в одной точке или нет?

Решить систему уравнений:

$$\begin{cases} y = k1 \cdot x + b1; \\ y = k2 \cdot x + b_2; \\ y = k3 \cdot x + b_3; \end{cases}$$

Если найдутся такие k_1, b_1, k_2, b_2, k_3, b_3, которые позволят решить систему уравнений для x и y, то эти прямые имеют точку пересечения.

17.6.2

5. Найти угол α между прямыми
$4y-3x+12=0$ и $7y+x-14=0$.

$Ax+By+C=0$

$y=-(A/B)x-C/B$ – уравнение с угловым коэф.

$y=-\left(4/-3\right)\cdot x-12/-3$; $y=-\left(7/1\right)x-14/1$

$y=\frac{4}{3}x+4$; $y=-7x-14$;

$y=k_1x+b_1$; $y=k_2x+b_2$;

$$tg\alpha=\left|\frac{k_1-k_2}{1+k_1\cdot k_2}\right|$$

$$1+k_1\cdot k_2=1+\frac{4}{3}\cdot(-7)=\frac{3-28}{3}=-\frac{25}{3}\neq 0$$

$$tg\alpha=\left|\frac{\frac{4}{3}+7}{-\frac{25}{3}}\right|=\left|\left(\frac{4+21}{3}\right)\cdot\left(-\frac{3}{25}\right)\right|=|-1|=1.$$

$$\alpha=arctg(1)=\frac{\pi}{4}=45^\circ.$$

6. Найти угол α между прямыми 17.6.4

$x = \sqrt{2}$ и $x = -\sqrt{3}$

прямые параллельны оси y

$0 = -x + \sqrt{2}$; $0 = -x - \sqrt{3}$

$$tg\,\alpha = \left| \frac{-1+1}{1+(-1)\cdot(-1)} \right| = \left| \frac{0}{2} \right| = 0.$$

$$\alpha = arctg(0) = 0, \pi \ldots$$

$0°, 180° \ldots$

7. Выяснить тип кривых второго порядка, порождённых следующими уравнениями

1) $y^2 - 2x - 2y - 5 = 0$ 17.6.5

общий вид: $Ax^2 + Bxy + \underline{C}y^2 + \underline{D}x + \underline{E}y + \underline{F} = 0$

$A = 0$; $B = 0$. $y^2 = 2px$

$$y^2 - 2y + 1 - 1 = (y-1)^2 - 1$$

$$(y-1)^2 - 1 - 2x - 5 = 0$$

$$(y-1)^2 - 2x - 6 = 0$$

Парабола вида $(y - y_0)^2 = 2p(x - x_0)$

$$(y-1)^2 = 2x + 6$$

$$(y-1)^2 = 2(x+3),$$

17.6.6 2)

$$3x^2 + 5y^2 + 12x - 30y + 42 = 0.$$

$$\underline{Ax^2} + Bxy + \underline{Cy^2} + \underline{Dx} + \underline{Ey} + \underline{F} = 0.$$

$$B = 0.$$

$$3x^2 + 12x = 3(x^2 + 4x + 4 - 4) =$$

$$= 3(x^2 + 4x + 4) - 12 = 3(x+2)^2 - 12$$

$$5y^2 - 30y = 5(y^2 - 6y + 9 - 9) =$$

$$= 5(y^2 - 6y + 9) - 45 = 5(y-3)^2 - 45$$

$$3(x+2)^2 - 12 + 5(y-3)^2 - 45 + 42 = 0$$

$$3(x+2)^2 + 5(y-3)^2 = 15$$

$$\frac{(x+2)^2}{5} + \frac{(y-3)^2}{3} = 1.$$

Эллипс вида $\dfrac{(x-x_0)^2}{a^2} + \dfrac{(y-y_0)^2}{b^2} = 1.$

3)

$$2x^2 - y^2 + 6y - 7 = 0$$

$$\underline{Ax^2} + Bxy + \underline{Cy^2} + Dx + \underline{Ey} + \underline{F} = 0$$

$$B = 0,\ D = 0.$$

$$-y^2 + 6y = -(y^2 - 6y + 9 - 9) =$$

$$= -(y^2 - 6y + 9) + 9 = -(y-3)^2 + 9$$

$$2x^2 - (y-3)^2 + 9 - 7 = 0$$

$$2x^2 - (y-3)^2 + 2 = 0$$

$$2x^2 - (y-3)^2 = -2$$

$$2(x-0)^2 - (y-3)^2 = -2$$

$$(x-0)^2 - \frac{(y-3)^2}{2} = -1$$

$$\frac{(y-3)^2}{2} - (x-0)^2 = 1$$

Гипербола вида $\dfrac{(y-y_0)^2}{b^2} - \dfrac{(x-x_0)^2}{a^2} = 1$

17.6.8 4) $2x^2-3y^2-28x-42y-55=0$

$\underline{Ax^2}+Bxy+\underline{Cy^2}+\underline{Dx}+\underline{Ey}+\underline{F}=0$

$B=0$

$2x^2-28x=2(x^2-14x+49-49)=$

$=2(x^2-14x+49)-98=2(x-7)^2-98$

$-3y^2-42y=-3(y^2+14y+49-49)=$

$=-3(y^2+14y+49)+147=-3(y+7)^2+147$

$2(x-7)^2-98-3(y+7)^2+147-55=0$

$2(x-7)^2-3(y+7)^2=6$

$\frac{(x-7)^2}{3}-\frac{(y+7)^2}{2}=1$

Гипербола вида $\frac{(x-x_0)^2}{a^2}-\frac{(y-y_0)^2}{b^2}=1$