

# BENTUK NORMAL EKSPRESI LOGIKA



➤ Hanya terdapat operator logika utama (  $\sim$ ,  $\wedge$  dan  $\vee$  )

➤ Bentuk normal konjungtif

- Conjunctive Normal Form (CNF)

- $A_1 \wedge A_2 \dots \wedge A_i \dots \wedge A_n$

- Setiap  $A_i$  berbentuk  $\lambda_1 \vee \lambda_2 \dots \vee \lambda_i \vee \dots \vee \lambda_m$

- Contoh :  $(\sim p_1 \vee \sim p_2 \vee p_3) \wedge (p_1 \vee \sim p_3 \vee p_4)$

➤ Bentuk normal disjungtif

- Disjunctive Normal Form (DNF)

- $A_1 \vee A_2 \dots \vee A_i \dots \vee A_n$

- Setiap  $A_i$  berbentuk  $\lambda_1 \wedge \lambda_2 \dots \wedge \lambda_i \wedge \dots \wedge \lambda_m$

- Contoh :  $(p_1 \wedge \sim p_2 \wedge \sim p_3) \vee (\sim p_1 \wedge p_3 \wedge p_4)$

- Membuat bentuk CNF dan DNF dari tabel kebenaran
  - Buat tabel kebenaran dari ekspresi logika yang diberikan
  - Untuk membuat bentuk DNF cukup ambil nilai-nilai T saja
    - Jika  $a = T$ , maka lambang proposisi menjadi  $a$
    - Jika  $a = F$ , maka lambang proposisi menjadi  $\sim a$
  - Untuk membuat bentuk CNF cukup ambil nilai-nilai F saja
    - Jika  $a = T$ , maka lambang proposisi menjadi  $\sim a$
    - Jika  $a = F$ , maka lambang proposisi menjadi  $a$

### Contoh Soal 3.1

Ubahlah ekspresi logika  $A : \sim (a \wedge b) \leftrightarrow (\sim a \vee \sim c)$  ke dalam bentuk CNF dan DNF  
Jawab :

Buat terlebih dahulu tabel kebenarannya

a	b	c	$a \wedge b$	$\sim(a \wedge b)$	$\sim a$	$\sim c$	$\sim a \vee \sim c$	$\sim (a \wedge b) \leftrightarrow (\sim a \vee \sim c)$
F	F	F	F	T	T	T	T	T (1)
F	F	T	F	T	T	F	T	T (2)
F	T	F	F	T	T	T	T	T (3)
F	T	T	F	T	T	F	T	T (4)
T	F	F	F	T	F	T	T	T (5)
T	F	T	F	T	F	F	F	F (x)
T	T	F	T	F	F	T	T	F (y)
T	T	T	T	F	F	F	F	T (6)

DNF :  $(\sim a \wedge \sim b \wedge \sim c) \vee (\sim a \wedge \sim b \wedge c) \vee (\sim a \wedge b \wedge \sim c) \vee (\sim a \wedge b \wedge c) \vee (a \wedge \sim b \wedge \sim c) \vee (a \wedge b \wedge c)$

CNF :  $(\sim a \vee b \vee \sim c) \wedge (\sim a \vee \sim b \vee c)$

➤ Bentuk normal dapat dibuat juga dengan hukum-hukum logika

Contoh Soal 3.3

Ubahlah ekspresi logika  $\sim (a \rightarrow b) \vee (a \vee b)$  ke dalam bentuk CNF

Jawab :

$\sim (a \rightarrow b) \vee (a \vee b)$	Bentuk semula
$\sim (\sim a \vee b) \vee (a \vee b)$	Mengganti implikasi
$(a \wedge \sim b) \vee (a \vee b)$	De Morgan
$[(a \wedge \sim b) \vee a] \vee b$	Asosiatif
$[(a \vee a) \wedge (\sim b \vee a)] \vee b$	Distributif
$((a \vee a \vee b) \wedge (\sim b \vee a \vee b))$	CNF

De Morgan : $\sim (p \wedge q) \Leftrightarrow \sim p \vee \sim q$ $\sim (p \vee q) \Leftrightarrow \sim p \wedge \sim q$
Asosiatif $p \wedge (q \wedge r) \Leftrightarrow (p \wedge q) \wedge r$ $p \vee (q \vee r) \Leftrightarrow (p \vee q) \vee r$
Distributif $p \wedge (q \vee r) \Leftrightarrow (p \wedge q) \vee (p \wedge r)$ $p \vee (q \wedge r) \Leftrightarrow (p \vee q) \wedge (p \vee r)$
Tautologi 1 : $p \rightarrow q \Leftrightarrow \sim p \vee q$

### Contoh Soal 3.4

Ubahlah ekspresi logika  $a \wedge \sim (a \vee \sim (b \wedge c))$  ke dalam bentuk DNF

Jawab :

$a \wedge \sim (a \vee \sim (b \wedge c))$	Bentuk semula
$a \wedge \sim (a \vee (\sim b \vee \sim c))$	De Morgan
$a \wedge (\sim a \wedge \sim(\sim b \vee \sim c))$	De Morgan
$a \wedge (\sim a \wedge (b \wedge c))$	De Morgan
$a \wedge (\sim a \wedge b \wedge c)$	Asosiatif
$a \wedge \sim a \wedge b \wedge c$	DNF

De Morgan :

$$\sim (p \wedge q) \Leftrightarrow \sim p \vee \sim q$$

$$\sim (p \vee q) \Leftrightarrow \sim p \wedge \sim q$$

Asosiatif

$$p \wedge (q \wedge r) \Leftrightarrow (p \wedge q) \wedge r$$

$$p \vee (q \vee r) \Leftrightarrow (p \vee q) \vee r$$

1. Bentuk Normal adalah ekspresi logika yang hanya mengandung perangkat dasar atau perangkat alamiah.
2. Bentuk normal hanya dua, yakni bentuk normal konjungtif (CNF) dan bentuk normal disjungtif (DNF)
3. Bentuk normal konjungtif adalah konjungsi dari disjungsi-disjungsi, sedangkan normal disjungtif adalah disjungsi dari konjungsi-konjungsi.
4. Klausa adalah disjungsi dari literal-literal, dan bisa hanya klausa unit.
5. Mengambil FDNF dan FCNF dari pasangan variabel proposisional di tabel kebenaran, hanya yang bernilai benar dan dinamakan *minterm*.
6. Mengubah ekspresi logika menjadi CNF atau DNF dilakukan dengan hukum-hukum logika.
7. Membuat CNF dapat juga dilakukan dengan memakai *complementation* dengan menggunakan konsep dualitas.

## Latihan Soal

Tentukan bentuk DNF dan CNF dengan menggunakan tabel kebenaran dan hukum aljabar untuk kalimat  $(a \wedge (\sim b \leftrightarrow c)) \rightarrow c$

Jawab :

a	b	c	$\sim b$	$(\sim b \leftrightarrow c)$	$a \wedge (\sim b \leftrightarrow c)$	$(a \wedge (\sim b \leftrightarrow c)) \rightarrow c$
F	F	F				
F	F	T				
F	T	F				
F	T	T				
T	F	F				
T	F	T				
T	T	F				
T	T	T				



## Latihan Soal

**A. Gunakan tabel kebenaran untuk mendapatkan Full Disjunctive Normal Forms (FDNF) dan Full Conjunctive Normal Forms(FCNF) dari ekspresi berikut ini.**

1.  $(p \vee q) \rightarrow (r \wedge (r \rightarrow p))$

2.  $((p \vee q) \rightarrow r) \wedge (r \rightarrow p)$

3.  $((p \rightarrow q) \vee r) \wedge (p \rightarrow r)$

**B. Ubahlah ekspresi logika berikut menjadi CNF dan DNF**

1.  $p \rightarrow (q \wedge r)$

2.  $(p \vee q) \rightarrow r$

3.  $\neg(((p \vee q) \wedge r) \vee q)$