Max Planck Institut za Gravitacijsku fiziku
Grupa za kontrolu kvantne kvalitete

Pregled optomehanike

Doktorski studij

Adrian Udovičić

Hannover, 2023

Sažetak

This is just an abstract.

Key words:

Sadržaj

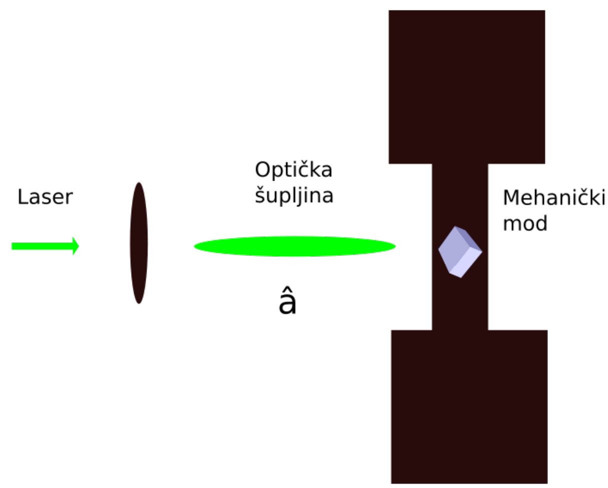
Dio I

Optičke šupljine i mehanički rezonatori

1 Osnovna svojstva

1.1 Osnovna svojstva optičkih rezonatora

Gledamo prvo klasični odziv jednostavne Fabry-Perot (FP) rezonirajuće komore.



Slika 1.1: Shema optomehaničkog sistema.

FP rezonantna šupljina sastoji se od dva visoko reflektivna zrcala udaljena L jedno od drugog, i niz rezonancija dane s kružnom frekvencijom $\omega_{cav,m} \approx \frac{m\pi c}{L}$. Ovdje je m cijeli broj koji označava vibracijski mod. Razmak između dva logitudinalna rezonantna moda je dan s

$$\delta\omega_{FSR} = \pi\frac{c}{L}, \tag{1.1}$$

gdje $\delta\omega_{FSR}$ označava slobodni spektralni raspon, odnosno raspon frekvencija kojim naš rezonator ne vibrira. Konačna transparentnost zrcala i interna absorpcija ili raspršenje van rezonantne šupljine dovode do konačnog fotonske stope istjecaja κ. Korisna je znati i optičku finesa (eng. *finess*) $\mathcal{F}$ naše šupljine koja obilježava srednji broj refleksija fotona prije nego izađe iz šupljine. Dana je s

$$\mathcal{F} = \frac{\delta\omega_{FSR}}{\kappa}. \tag{1.2}$$

Optička finesa je bitna za određivanje snage unutar komore. Također možemo uvesti faktor kvalitete za optički rezonator dan pomoću

$$Q_{opt} = \omega_{cav}\tau. \tag{1.3}$$

Bilješka

Recimo da je snaga lasera za pumpanje komore prije ulaska u komoru 1W. Recimo da je reflektivnost visoko reflektivnih zrcala 0,99999. U komoru će ući $(1 - 1 \cdot 0,99999)$ W snage zračenja. Ako je $\mathcal{F} = 100000$ snaga zračenenja u komori će biti $(1 - 1 \cdot 0,99999) \cdot 100000 = 1W$ prije nego iscjedi zračenje iz komore u vremenu $\kappa^{-1} = \tau$, što je u ovom primjeru isto kao i snaga ulaznog zračenja.

Općenito stopa istjecanja κ može imati dva doprinosa: Od korisnog ulaznog (izlaznog) vezanja, κ_{ex} i od unutarnjih gubitaka, κ_0. Tako da možemo pisati

$$\kappa = \kappa_{ex} + \kappa_0. \tag{1.4}$$

1.2 Ulazno-Izlazni formalizam optičke šupljine

Kvantno mehanički opis rezonantne šupljine vezane za vanjsko elektromagnetsko zračenje može se dati ili koristeći tzv. *Master* jednadžbe (ako nas zanima samo unutarnja dinamika) ili, ako želimo saznati EM polje emitiranog (reflektiranog) zračenja u šupljini, pomoću ulazno-izlaznog formalizma. Taj formalizam nam dopušta modeliranje kvantnih fluktuacija iz bilo kojeg terminala vezanja (npr. ulazno zrcalo) šupljine. Također se uzima u obzir koherentno zračenje kojim "guramo" sustav‡.
Korištenjem Heisenbergovih jednadžbi gibanja opisujemo vremensku evoluciju amplitude $\hat{a}$ unutar šupljine. Amplituda se guši s $\frac{\kappa}{2}$. Istovremeno se fluktuacije konstantno obnavljaju kroz ulaze u šupljinu putem kvantnog šuma. Razlikujemo između dva kanala ulaznog vezanja (κ_{ex}) i ostalih gubitaka (κ_0).

$$\dot{\hat{a}} = -\frac{\kappa}{2}\hat{a} + i\Delta\hat{a} + \sqrt{\kappa_{\mathrm{ex}}}\hat{a}_{\mathrm{in}} + \sqrt{\kappa_0}\hat{f}_{\mathrm{in}} \tag{1.5}$$

U klasičnom slučaju $\hat{a}$ bi zamjenili svojstvom normalizacije kompleksne amplitude električnog polja moda šupljine koji nas zanima. Prelazak na kasični slučaj možemo dobiti usrednjavanjem tako da $\hat{a} \mapsto \langle\hat{a}\rangle$. Odabrali smo rotirajući referentni sustav s frekvencijom ω_L odnosno, $\hat{a}^{ishodite} = e^{-i\omega_L t}\hat{a}^{\mathbf{tu}}$, gdje uvodimo tzv. *laser detuning* $\Delta = \omega_L - \omega_{cav}$ u odnosnu na mod šupljine. Ulazno polje $\hat{a}_{in}(t)$ gledamo kao stohastičko‡ kvantno polje. U najjednostavnijem slučaju predstavlja vakuumske fluktuacije električnog polja vezanog za šupljinu u trenutku t zajedno sa koherentnim laserskim pogonom. Isti formalizam se može koristiti za opis *squeezanih* stanja, odnosno, bilo kakvih kompleksnijih stanja polja. Polje je normalizirano na način da

$$P = \hbar\omega_L \langle \hat{a}_{in}^{\dagger}\hat{a}_{in}\rangle \,, \tag{1.6}$$

gdje je P snaga ulaznog zračenja u šupljinu a $\langle \hat{a}_{in}^{\dagger}\hat{a}_{in}\rangle$ je stopa ulaznih fotona u šupljini. Isti opis vrijedi za $\hat{f}_{in}$. Polje reflektirano od FP rezonatora (ili vezano nazad u vezajući valovod) dano je s

$$\hat{a}_{out} = \hat{a}_{in} - \sqrt{\kappa_{ex}}\hat{a}. \tag{1.7}$$

Jednadžba 1.7 opisuje i jednosmjerne valovod-rezonator sustave poput *whispering-gallery-mode* rezonatora‡. Prvo ćemo gledati klasične usrednjene vrijednosti za jednostranu šupljinu. Usrednjimo 1.5 i 1.6. Iz jednadžbu 1.5 prvo možemo dobiti amplitudu za slučaj kad nemamo promjena u sistemu u prisutnosti monokromatskog pogonskog zračenaj (engl. *steady state*‡) čija je amplituda dana sa $\langle\hat{a}_{in}\rangle$. Recimo da je $\langle\hat{f}_{in}\rangle = 0$ i dobivamo

$$\langle\hat{a}\rangle = \frac{\sqrt{\kappa_{ex}^{(2)}}\,\langle\hat{a_{in}}\rangle}{\frac{\kappa}{2} - i\Delta}. \tag{1.8}$$

Izraz koji povezuje ulazno polje za polje u šupljini nazivamo optičkom suseptibilnošću,

$$\chi_{opt}(\omega) \equiv \frac{1}{-i(\omega+\Delta)+\kappa/2}. \tag{1.9}$$

‡Baciti oko na [1] i [2].
‡Nasumično/stohastičko polje
‡Cai, Painter, Vahala, 2000
‡Pod "*steady-state*" misli se na to da je sustav u nekoj vrsti ekvilibrija, zamislite laminarni tok vode kroz rupu.

Ovdje je ω Fourierova frekvencija fluktuacija ulaznog polja oko laserske frekvencije ω_L. Ovaj jednostavni Lorenzijanski odziv je aproksimacija i ignorira sve druge rezonancije šupljine. Dok god je stopa raspada κ mnogo manja od udaljenosti između rezonancija (ω_{FSR}) ova aproksimacija je adekvatna, što bi značilo da je optički faktor kvalitete Q_{opt} visok. Steady-state naseljenost šupljine

$$n_{cav} = \langle \hat{a}^\dagger \hat{a} \rangle \,, \tag{1.10}$$

odnosno srednji broj fotona u šupljini dan je s

$$n_{cav} = \langle \hat{a}^\dagger \hat{a} \rangle = \frac{\kappa_{ex} P}{\hbar\omega_L(\Delta^2 + (\kappa/2)^2)}, \tag{1.11}$$

gdje je P ulazna snaga u šupljinu definirana s 1.6. Ubacimo li jednadžbu 1.8 u 1.7 dobivamo reflektivnost ili transmisiju amplitude. Označimo reflektivnost amplitude s $\mathcal{R}$,

$$\mathcal{R} = \frac{\langle \hat{a}_{out} \rangle}{\langle \hat{a}_i n \rangle} = \frac{(\kappa_0 - \kappa_{ex})/2 - i\Delta}{(\kappa_0 + \kappa_{ex})/2 - i\Delta}. \tag{1.12}$$

Kvadrat ove reflektivnosti $\mathcal{R}^2$ daje vjerojatnost refleksije o šupljinu ili transmisiju u slučaju sustava jednosmjerne valovod-rezonator šupljine. Iz ovog izraza možemo raspoznati nekoliko režima.

1. $\kappa_{ex} \approx \kappa >> \kappa_0$ - κ_{ex} dominira gubitke gubitke šupljine, šupljinu nazivamo "prevezanom". U tom slučaju je $|\mathcal{R}|^2 \approx 1$ i fotoni pumpe izađu iz šupljine bez da apsorpcije ili izgubljeni preko drugog zrcala (limit kvantne detekcije).
2. $\kappa_0 = \kappa_{ex}$ - Kritično vezanje. U ovom slučaju $\mathcal{R}(\Delta = 0) = 0$ na rezonanciji. Dolazi do kompletne disipacije snage u rezonatoru, ili je potpuno transmitirano kroz drugo zrcalo.
3. $\kappa_{ex} << \kappa_0$ - "Podvezano" stanje. Dominiraju intrinzični gubici šupljine. Često zanemarivo stanje jer vodi do efektivnog gubitka informacija o sustavu.

2 Mehanički rezonatori

2.1 Mehanički Normalni Modovi

Vibracijski modovi bilo kojeg objekta mogu se izračunati rješavajući jednadžbe linearne teorije elastičnosti s primjerenim rubnim uvjetima određeni s geometrijom‡. Dobivamo skup svojstvenih vrijednosti normalnih modova koji odgovaraju frekvencijama Ω_n. Pomaci su dani s poljem pomaka $\vec{u_n}(\vec{r})$. Indeks 'n' opet označava normalni mod. Fokusiramo se na jedan normalni mod vibracije, Ω_m, gdje nam 'm' označava mehanički mod, s pretpostavkom da je spektar dovoljno širok da nema preklapanja s drugim mehaničkim modovima. Gubitci mehaničke energije opisan je sa stopom gušenja Γ_m, vezan s mehaničkim faktorom kvalitete $Q_m = \frac{\Omega_m}{\Gamma_m}$. Ako nas zanima jednadžba

‡Koristeći simulacije, npr. simulacije finih elemenata, Cleland, 2003

gibanja za globalnu amplitude gibanja ($x(t)$), možemo iskoristiti normaliziranu bezdimenzionalnu funkciju moda $\vec{v}(\vec{r},t)$, t.d. je pomak polja $\vec{u}(\vec{r},t) = x(t) \cdot \vec{u}(\vec{r})$. Tada je vremenska evolucija x(t) opisana s kanonskom jednadžbom jednostavnog harmonijskom oscilatora s efektivnom masom m_{eff} na sljedeći način:

$$m_{eff}\frac{dx^2(t)}{dt^2} + m_{eff}\Gamma_m\frac{dx(t)}{dt} + m_{eff}\Omega_m^2 x(t) = F_{ex}(t). \tag{2.1}$$

Ovdje je F_{ex} suma svih sila na oscilator. Ako nema vanjskih sila, dobije se s termičkim Langevinovim silama (u daljnjem tekstu 2.3). U jednadžbi 2.1 gušenje Γ_m je neovisno o frekvenciji[‡].

2.2 Mehanička disipacija

2.3 Suseptibilnost, spektar šuma i fluktuacijsko-disipacijski teorem

‡Saulson 1990

Dio II

Principi Optomehaničkog vezanja

Literatura

[1] C. W. Gardiner and P. Zoller, *Quantum Noise: A handbook of markovian and non-Markovian Quantum stochastic methods with applications to Quantum Optics*. Springer, 2004.

[2] A. A. Clerk, M. H. Devoret, S. M. Girvin, F. Marquardt, and R. J. Schoelkopf, "Introduction to quantum noise, measurement, and amplification," *Reviews of Modern Physics*, vol. 82, no. 2, p. 1155–1208, 2010.

Popis tablica

Popis slika