

Max Planck Institut za Gravitacijsku fiziku  
Grupa za kontrolu kvantne kvalitete  
Pregled optomehanike  
Doktorski studij

Adrian Udovičić

Hannover, 2023

**Sažetak****Key words:**

# SADRŽAJ

1	Osnovna svojstva .....	1
	Osnovna svojstva optičkih rezonatora .....	1
	Ulazno-Izlazni formalizam optičke šupljine .....	2
2	Mehanički rezonatori .....	3
	Mehanički Normalni Modovi .....	3
	Mehanička disipacija .....	3
	Suseptibilnost, spektar šuma i fluktuacijsko-disipacijski teorem .....	3

---

Optičke šupljine i mehanički rezonatori

## 1 Osnovna svojstva

### 1.1 Osnovna svojstva optičkih rezonatora

Gledamo prvo klasični odziv jednostavne Fabry-Perot (FP) rezonirajuće komore. FP rezonantna šupljina sastoji se od dva visoko reflektivna zrcala udaljena  $L$  jedno od drugog, i niz rezonancija dane s kružnom frekvencijom  $\omega_{cav,m} \approx \frac{m\pi c}{L}$ . Ovdje je  $m$  cijeli broj koji označava vibracijski mod. Razmak između dva longitudinalna rezonantna moda je dan s

$$(1.1) \quad \delta\omega_{FSR} = \pi \frac{c}{L},$$

gdje  $\delta\omega_{FSR}$  označava slobodni spektralni raspon, odnosno raspon frekvencija kojim naš rezonator ne vibrira. Konačna transparentnost zrcala i interna absorpcija ili raspršenje van rezonantne šupljine dovode do konačnog fotonske stope istjecaja  $\kappa$ . Korisna je znati i optičku finesu (eng. *finess*)  $\mathcal{F}$  naše šupljine koja obilježava srednji broj refleksija fotona prije nego izađe iz šupljine. Dana je s

$$(1.2) \quad \mathcal{F} = \frac{\delta\omega_{FSR}}{\kappa}.$$

Optička finesa je bitna za određivanje snage unutar komore. Također možemo uvesti faktor kvalitete za optički rezonator dan pomoću

$$(1.3) \quad Q_{opt} = \omega_{cav}\tau.$$

#### Bilješka

Recimo da je snaga lasera za pumpanje komore prije ulaska u komoru 1W. Recimo da je reflektivnost visoko reflektivnih zrcala 0,99999. U komoru će ući  $(1 - 1 \cdot 0,99999)$  W snage zračenja. Ako je  $\mathcal{F} = 100000$  snaga zračenja u komori će biti  $(1 - 1 \cdot 0,99999) \cdot 100000 = 1W$  prije nego iscijedi zračenje iz komore u vremenu  $\kappa^{-1} = \tau$ , što je u ovom primjeru isto kao i snaga ulaznog zračenja.

Općenito stopa istjecanja  $\kappa$  može imati dva doprinosa: Od korisnog ulaznog (izlaznog) vezanja,  $\kappa_{ex}$  i od unutarnjih gubitaka,  $\kappa_0$ . Tako da možemo pisati

$$(1.4) \quad \kappa = \kappa_{ex} + \kappa_0.$$

## 1.2 Ulazno-Izlazni formalizam optičke šupljine

Kvantno mehanički opis rezonantne šupljine vezane za vanjsko elektromagnetsko zračenje može se dati ili koristeći tzv. *Master* jednadžbe (ako nas zanima samo unutarnja dinamika) ili, ako želimo saznati EM polje emitiranog (reflektiranog) zračenja u šupljini, pomoću ulazno-izlaznog formalizma. Taj formalizam nam dopušta modeliranje kvantnih fluktuacija iz bilo kojeg terminala vezanja (npr. ulazno zrcalo) šupljine. Također se uzima u obzir koherentno zračenje kojim "guramo" sustav<sup>‡</sup>.

Korištenjem Heisenbergovih jednadžbi gibanja opisujemo vremensku evoluciju amplitude  $\hat{a}$  unutar šupljine. Amplituda se guši s  $\frac{\kappa}{2}$ . Istovremeno se fluktuacije konstantno obnavljaju kroz ulaze u šupljinu putem kvantnog šuma. Razlikujemo između dva kanala ulaznog vezanja ( $\kappa_{ex}$ ) i ostalih gubitaka ( $\kappa_0$ ).

$$(1.5) \quad \dot{\hat{a}} = -\frac{\kappa}{2}\hat{a} + i\Delta\hat{a} + \sqrt{\kappa_{ex}}\hat{a}_{in} + \sqrt{\kappa_0}\hat{f}_{in}$$

U klasičnom slučaju  $\hat{a}$  bi zamjenili svojstvom normalizacije kompleksne amplitude električnog polja moda šupljine koji nas zanima. Prelazak na klasični slučaj možemo dobiti usrednjavanjem tako da  $\hat{a} \mapsto \langle \hat{a} \rangle$ . Odabrali smo rotirajući referentni sustav s frekvencijom  $\omega_L$  odnosno,  $\hat{a}^{ishodite} = e^{-i\omega_L t} \hat{a} \mathbf{t} \mathbf{u}$ , gdje uvodimo tzv. *laser detuning*  $\Delta = \omega_L - \omega_{cav}$  u odnosu na mod šupljine. Ulazno polje  $\hat{a}_{in}(t)$  gledamo kao stohastičko<sup>‡</sup> kvantno polje. U najjednostavnijem slučaju predstavlja vakuumske fluktuacije električnog polja vezanog za šupljinu u trenutku  $t$  zajedno sa koherentnim laserskim pogonom. Isti formalizam se može koristiti za opis *squeezanih* stanja, odnosno, bilo kakvih kompleksnijih stanja polja. Polje je normalizirano na način da

$$(1.6) \quad P = \hbar\omega_L \langle \hat{a}_{in}^\dagger \hat{a}_{in} \rangle,$$

gdje je  $P$  snaga ulaznog zračenja u šupljinu a  $\langle \hat{a}_{in}^\dagger \hat{a}_{in} \rangle$  je stopa ulaznih fotona u šupljini. Isti opis vrijedi za  $\hat{f}_{in}$ . Polje reflektirano od FP rezonatora (ili vezano nazad u vezajući valovod) dano je s

$$(1.7) \quad \hat{a}_{out} = \hat{a}_{in} - \sqrt{\kappa_{ex}}\hat{a}.$$

Jednadžba 1.7 opisuje i jednosmjerne valovod-rezonator sustave poput *whispering-gallery-mode* rezonatora<sup>‡</sup>. Prvo ćemo gledati klasične usrednjene vrijednosti za jednostranu šupljinu. Usrednjimo 1.5 i 1.6. Iz jednadžbu 1.5 prvo možemo dobiti amplitudu za slučaj kad nemamo promjena u sistemu u prisutnosti monokromatskog pogonskog zračenaj (engl. *steady state*) čija je amplituda dana sa  $\langle \hat{a}_{in} \rangle$ . Recimo da je  $\langle \hat{f}_{in} \rangle = 0$  i dobivamo

$$(1.8) \quad \langle \hat{a} \rangle = \frac{\sqrt{\kappa_{ex}^{(2)}} \langle \hat{a}_{in} \rangle}{\frac{\kappa}{2} - i\Delta}.$$

Izraz koji povezuje ulazno polje za polje u šupljini nazivamo optičkom suseptibilnošću,

$$(1.9) \quad \chi_{opt}(\omega) \equiv \frac{1}{-i(\omega + \Delta) + \kappa/2}.$$

Ovdje je  $\omega$  Fourierova frekvencija fluktuacija ulaznog polja oko laserske frekvencije  $\omega_L$ . Ovaj jednostavni Lorenzijanski odziv je aproksimacija i ignorira sve druge rezonancije šupljine. Dok god je stopa raspada  $\kappa$  mnogo

---

<sup>‡</sup>Baciti oko na [1] i [2].

<sup>‡</sup>Nasumično/stohastičko polje

<sup>‡</sup>Cai, Painter, Vahala, 2000

manja od udaljenosti između rezonancija ( $\omega_{FSR}$ ) ova aproksimacija je adekvatna, što bi značilo da je optički faktor kvalitete  $Q_{opt}$  visok. Steady-state naseljenost šupljine

$$(1.10) \quad n_{cav} = \langle \hat{a}^\dagger \hat{a} \rangle,$$

odnosno srednji broj fotona u šupljini dan je s

$$(1.11) \quad n_{cav} = \langle \hat{a}^\dagger \hat{a} \rangle = \frac{\kappa_{ex} P}{\hbar \omega_L (\Delta^2 + (\kappa/2)^2)},$$

gdje je P ulazna snaga u šupljinu definirana s 1.6. Ubacimo li jednadžbu 1.8 u 1.7 dobivamo reflektivnost ili transmisiju amplitude. Označimo reflektivnost amplitude s  $\mathcal{R}$ ,

$$(1.12) \quad \mathcal{R} = \frac{\langle \hat{a}_{out} \rangle}{\langle \hat{a}_{in} \rangle} = \frac{(\kappa_0 - \kappa_{ex})/2 - i\Delta}{(\kappa_0 + \kappa_{ex})/2 - i\Delta}.$$

Kvadrat ove reflektivnosti  $\mathcal{R}^2$  daje vjerojatnost refleksije o šupljinu ili transmisiju u slučaju sustava jednosmjerne valovod-rezonator šupljine. Iz ovog izraza možemo raspoznati nekoliko režima.

1.  $\kappa_{ex} \approx \kappa \gg \kappa_0$  -  $\kappa_{ex}$  dominira gubitke šupljine, šupljinu nazivamo "prevezanom". U tom slučaju je  $|\mathcal{R}|^2 \approx 1$  i fotoni pumpe izađu iz šupljine bez da apsorbiraju ili izgubljeni preko drugog zrcala (limit kvantne detekcije).
2.  $\kappa_0 = \kappa_{ex}$  - Kritično vezanje. U ovom slučaju  $\mathcal{R}(\Delta = 0) = 0$  na rezonanciji. Dolazi do kompletne disipacije snage u rezonatoru, ili je potpuno transmitirano kroz drugo zrcalo.
3.  $\kappa_{ex} \ll \kappa_0$  - "Podvezano" stanje. Dominiraju intrinzični gubici šupljine. Često zanemarivo stanje jer vodi do efektivnog gubitka informacija o sustavu.

#### Bilješka

Pod "*steady-state*" misli se na to da je sustav u nekoj vrsti ekvilibrija, zamislite laminarni tok vode kroz rupu.

## 2 Mehanički rezonatori

### 2.1 Mehanički Normalni Modovi

### 2.2 Mehanička disipacija

### 2.3 Suseptibilnost, spektar šuma i fluktuacijsko-disipacijski teorem

Principi Optomehantičkog vezanja

## Literatura

- [1] C. W. Gardiner and P. Zoller, *Quantum Noise: A handbook of markovian and non-Markovian Quantum stochastic methods with applications to Quantum Optics*. Springer, 2004.
- [2] A. A. Clerk, M. H. Devoret, S. M. Girvin, F. Marquardt, and R. J. Schoelkopf, “Introduction to quantum noise, measurement, and amplification,” *Reviews of Modern Physics*, vol. 82, no. 2, p. 1155–1208, 2010.

## Popis tablica

## Popis slika