# SUDOKU 4X4
## LÓGICA PARA CIENCIAS DE LA COMPUTACIÓN

Víctor Samuel Pérez Díaz
Camilo Andrés Martínez Mejía
Septiembre 2018

Universidad del Rosario
MACC
Matemáticas Aplicadas y Ciencias de la Computación

# CONTENIDO

# PROBLEMA

Explicación:

Considere un Sudoku 4x4. El problema consiste en ubicar números del 1 al 4 en el tablero hasta llenarlo, cumpliendo con las reglas del juego.

| | | | |
|---|---|---|---|
| 1 | 2 | | 4 |
| | | | |
| | | 1 | |
| 4 | | | 3 |

# EJEMPLO/POSIBLE SOLUCIÓN

Como ejemplo:

Observe que el siguiente tablero de Sudoku está completado y cumple las reglas del juego.

| | | | |
|---|---|---|---|
| 1 | 4 | 3 | 2 |
| 3 | 2 | 1 | 4 |
| 4 | 1 | 2 | 3 |
| 2 | 3 | 4 | 1 |

# CLAVES DE REPRESENTACIÓN

Primero enumeramos las casillas del sudoku 4x4 de la siguiente manera:

(sea *i* nuestro indicador índice)

| | | | |
|---|---|---|---|
| 1 | 2 | 3 | 4 |
| 5 | 6 | 7 | 8 |
| 9 | 10 | 11 | 12 |
| 13 | 14 | 15 | 16 |

# CLAVES DE REPRESENTACIÓN

El sudoku se representa como una tabla de 4x4 compuesta a su vez por 4 regiones de 2x2.

Se emplean 4 letras proposicionales $p_i$, $q_i$, $r_i$, $s_i$ para cada casilla i.

$p_i$ es verdadera sii hay un 1 en la casilla i.

$q_i$ es verdadera sii hay un 2 en la casilla i.

$r_i$ es verdadera sii hay un 3 en la casilla i.

$s_i$ es verdadera sii hay un 4 en la casilla i.

| | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $p_1$ | $q_1$ | $p_2$ | $q_2$ | $p_3$ | $q_3$ | $p_4$ | $q_4$ |
| $r_1$ | $s_1$ | $r_2$ | $s_2$ | $r_3$ | $s_3$ | $r_4$ | $s_4$ |
| $p_5$ | $q_5$ | $p_6$ | $q_6$ | $p_7$ | $q_7$ | | |
| $r_5$ | $s_5$ | $r_6$ | $s_6$ | $r_7$ | $s_7$ | | |
| $p_9$ | $q_9$ | | | | | | |
| $r_9$ | $s_9$ | | | | | | |
| | | | | | | $p_{16}$ | $q_{16}$ |
| | | | | | | $r_{16}$ | $s_{16}$ |

# EJEMPLO

$p_1$: Hay un 1 en la casilla 1

$\neg q_1$: No hay un 2 en la casilla 1

$\neg r_1$: No hay un 3 en la casilla 1

$\neg s_1$: No hay un 4 en la casilla 1

$\neg p_2$: No hay un 1 en la casilla 2 …

$\neg p_3$: No hay un 1 en la casilla 3 …

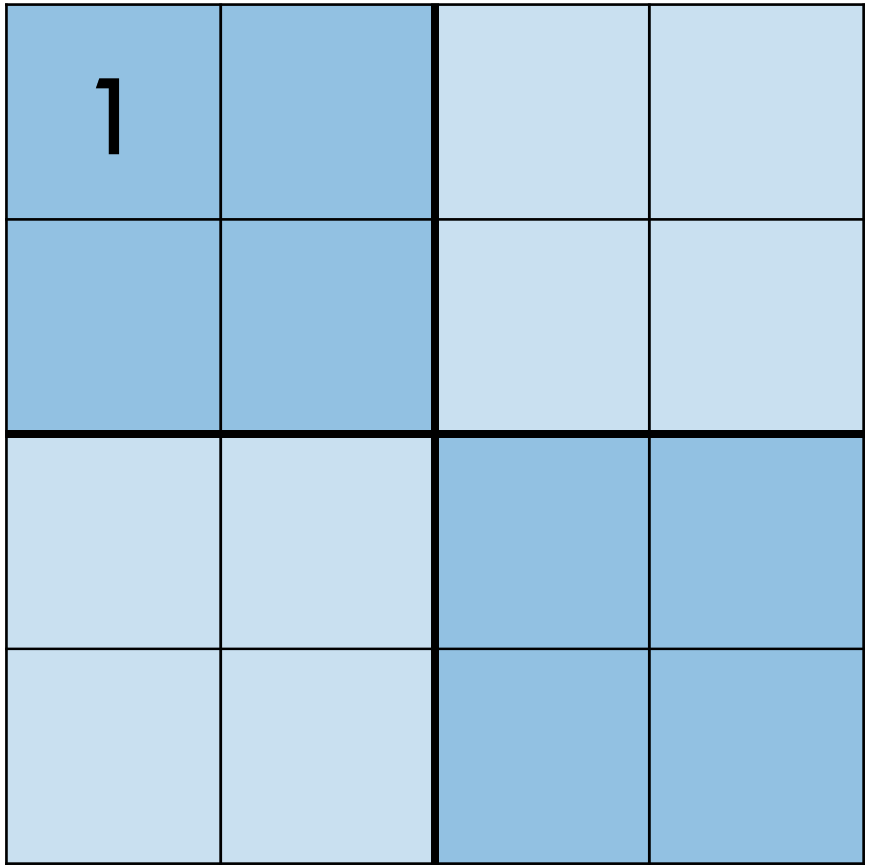
$\neg p_4$: No hay un 1 en la casilla 4 …

$\neg p_5$: No hay un 1 en la casilla 5 …

$\neg p_6$: No hay un 1 en la casilla 6 …

$\neg p_9$: No hay un 1 en la casilla 9 …

$\neg p_{13}$: No hay un 1 en la casilla 13 …



# REGLAS DEL JUEGO

**Regla 1:** En cada casilla debe haber solo un número.

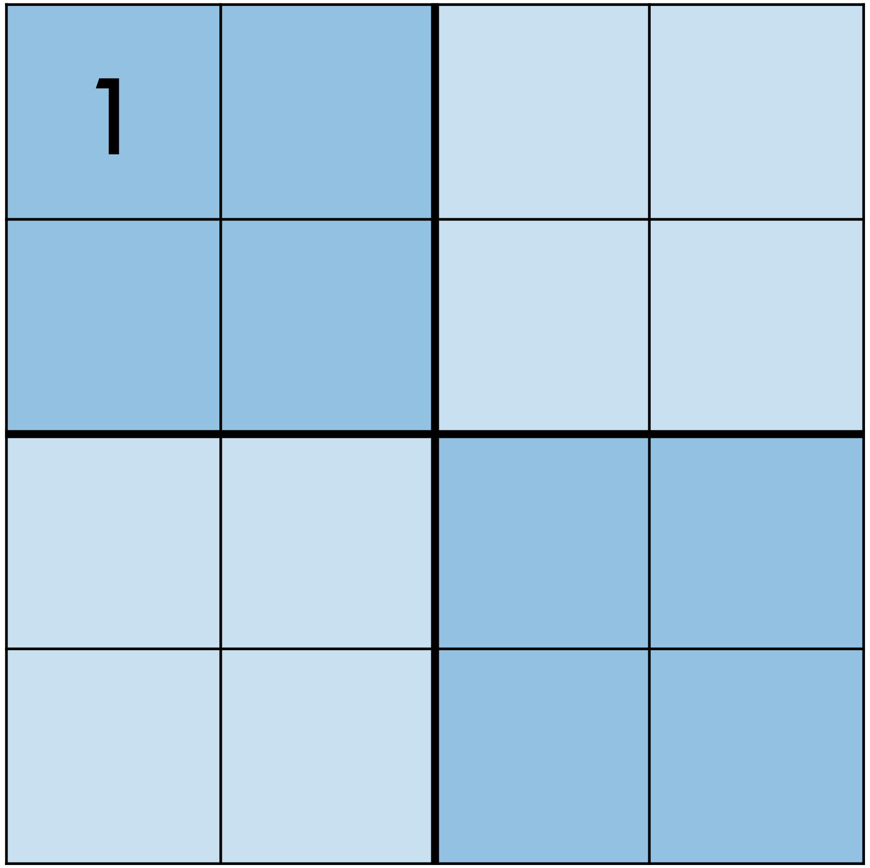
**Regla 2:** Cada región debe contener los números del 1 al 4 una sola vez.

**Regla 3:** Cada fila de la tabla debe contener los números del 1 al 4 una sola vez.

**Regla 4:** Cada columna de la tabla debe contener los números del 1 al 4 una sola vez.

# EJEMPLO REGLA 1

Si hay un 1 en la **casilla** *1*, entonces no debe haber otro número en la misma casilla.



# REGLA 1

$(p_1 \land \neg q_1 \land \neg r_1 \land \neg s_1) \lor (p_2 \land \neg q_2 \land \neg r_2 \land \neg s_2) \lor \ldots \lor (p_{16} \land \neg q_{16} \land \neg r_{16} \land \neg s_{16}) \lor$

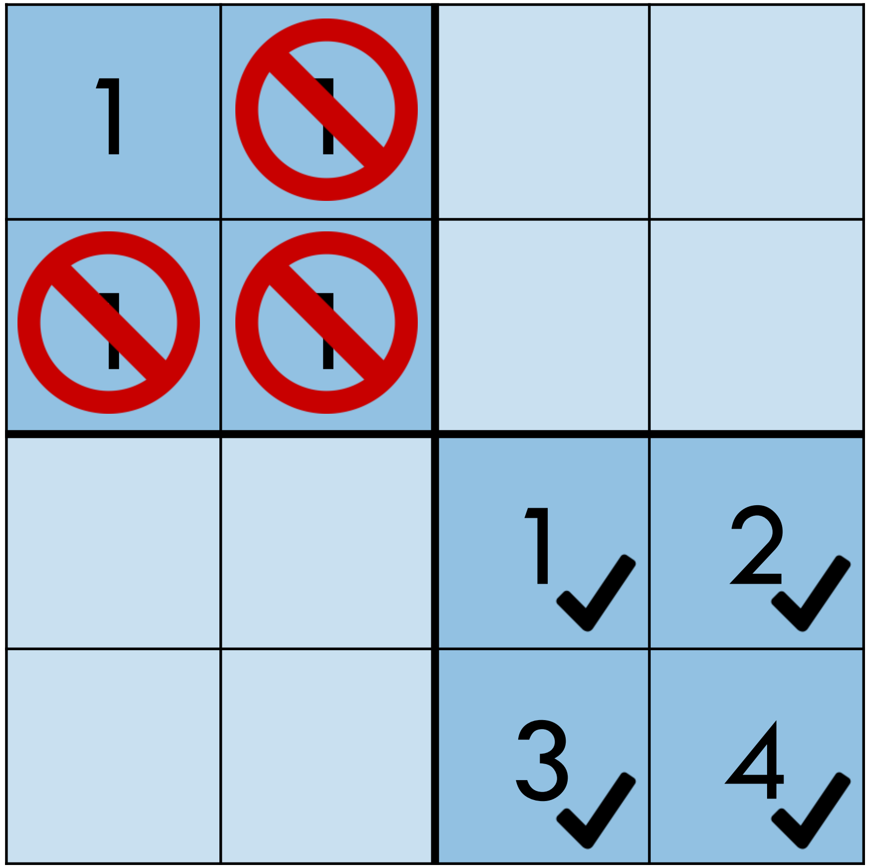
$(\neg p_1 \land q_1 \land \neg r_1 \land \neg s_1) \lor (\neg p_2 \land q_2 \land \neg r_2 \land \neg s_2) \lor \ldots \lor (\neg p_{16} \land q_{16} \land \neg r_{16} \land \neg s_{16}) \lor$

$(\neg p_1 \land \neg q_1 \land r_1 \land \neg s_1) \lor (\neg p_2 \land \neg q_2 \land r_2 \land \neg s_2) \lor \ldots \lor (\neg p_{16} \land \neg q_{16} \land r_{16} \land \neg s_{16}) \lor$

$(\neg p_1 \land \neg q_1 \land \neg r_1 \land s_1) \lor (\neg p_2 \land \neg q_2 \land \neg r_2 \land s_2) \lor \ldots \lor (\neg p_{16} \land \neg q_{16} \land \neg r_{16} \land s_{16})$

# EJEMPLO REGLA 2

Si hay un 1 en la casilla *1*, entonces no debe haber otro 1 en las casillas que conforman la **región,** es decir, en $i = 2, 5, 6$.



# REGLA 2

El siguiente ejemplo muestra la **región** $R_1 = \{1, 2, 5, 6\}$ , siendo 1 la casilla tomada en consideración con sus componentes *verdaderos.*

$p_1 \rightarrow (\neg p_2 \wedge \neg p_5 \wedge \neg p_6)$

$q_1 \rightarrow (\neg q_2 \wedge \neg q_5 \wedge \neg q_6)$

$r_1 \rightarrow (\neg r_2 \wedge \neg r_5 \wedge \neg r_6)$

$s_1 \rightarrow (\neg s_2 \wedge \neg s_5 \wedge \neg s_6)$

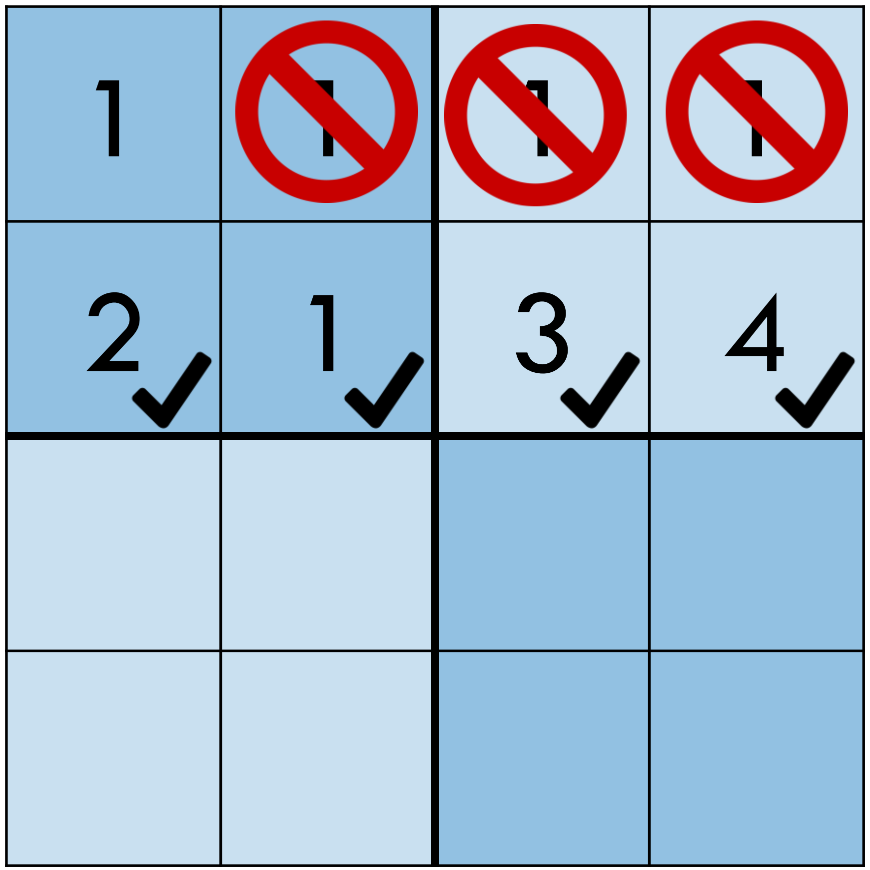
Y así tomando en consideración las casillas restantes.

...

De esta forma para cada configuración en las **regiones** conformadas por $R_2 = \{3, 4, 7, 8\}$, $R_3 = \{9, 10, 13, 14\}$ *y* $R_4 = \{11, 12, 15, 16\}$ .

# EJEMPLO REGLA 3

Si hay un 1 en la casilla 1, entonces no debe haber otro 1 en las casillas que conforman su **fila,** es decir, en $i = 2, 3, 4$.



# REGLA 3

El siguiente ejemplo muestra la **fila** $F_1 = \{1, 2, 3, 4\}$ , siendo 1 la casilla tomada en consideración con sus componentes *verdaderos*.

$p_1 \rightarrow (\neg\, p_2 \wedge \neg\, p_3 \wedge \neg\, p_4)$

$q_1 \rightarrow (\neg\, q_2 \wedge \neg\, q_3 \wedge \neg\, q_4)$

$r_1 \rightarrow (\neg\, r_2 \wedge \neg\, r_3 \wedge \neg\, r_4)$

$s_1 \rightarrow (\neg\, s_2 \wedge \neg\, s_5 \wedge \neg\, s_6)$

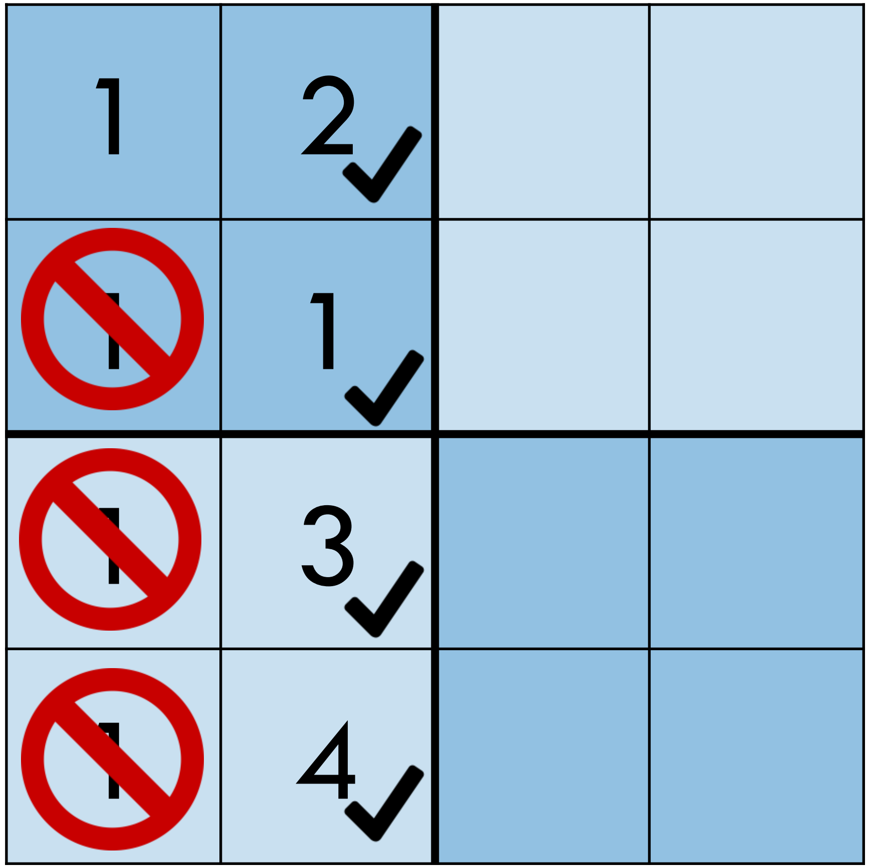
Y así tomando en consideración las casillas restantes.

…

De esta forma para cada configuración en las **filas** conformadas por $dF_2 = \{5, 6, 7, 8\}$, $F_3 = \{9, 10, 11, 12\}$ *y* $F_4 = \{13, 14, 15, 16\}$ .

# EJEMPLO REGLA 4

Si hay un 1 en la casilla 1, entonces no debe haber otro 1 en las casillas que conforman su **columna,** es decir, en $i = 5, 9, 13$.



# REGLA 4

El siguiente ejemplo muestra la **columna** conformada por $C_1 = \{1, 5, 9, 13\}$ , siendo 1 la casilla tomada en consideración con sus componentes *verdaderos*.

$p_1 \rightarrow (\neg\, p_5 \land \neg\, p_9 \land \neg\, p_{13})$

$q_1 \rightarrow (\neg\, q_5 \land \neg\, q_9 \land \neg\, q_{13})$

$r_1 \rightarrow (\neg\, r_5 \land \neg\, r_9 \land \neg\, r_{13})$

$s_1 \rightarrow (\neg\, s_5 \land \neg\, s_9 \land \neg\, s_{13})$

Y así tomando en consideración las casillas restantes.

…

De esta forma para cada configuración en las **columnas** conformadas por $C_2 = \{2, 6, 10, 14\}$, $C_3 = \{3, 7, 11, 15\}$ y $C_4 = \{4, 8, 12, 16\}$ .