

Умова завдання

Варіант 14

$$\int_0^1 ((x')^2 + 4x^2) dt \rightarrow \text{extr}, x(0) = e^2, x(1) = 1.$$

Аналітичний розв'язок

$$F(x', x) = (x')^2 + 4x^2$$

$$\frac{dF}{dx'} = 2x' \quad \frac{dF}{dx} = 8x \quad \frac{d}{dt} \left(\frac{dF}{dx'} \right) = 2x''$$

Маємо диференційне рівняння:

$$8x - 2x'' = 0$$

Розв'яжемо рівняння за допомогою Wolfram alpha:

Differential equation solution

$$x(t) = c_1 e^{2t} + c_2 e^{-2t}$$

Використавши умови $x(0) = e^2, x(1) = 1$, знайдемо c_1, c_2 .

$$\begin{cases} c_1 + c_2 = e^2 \\ c_1 e^2 + c_2 e^{-2} = 1 \end{cases}$$

Розв'язок системи: $c_1 = 0, c_2 = e^2$

Тоді аналітичний розв'язок задачі: $x(t) = e^{2-2t}$

Чисельний розв'язок

Задача зводиться до пошуку вектору X , $X_0 = e^2$, $X_N = 1$, N – розмірність розбиття відрізка $\alpha\beta$, що мінімізуватиме наступну функцію:

$$J(X) = \sum_{i=0}^{N-1} ((\frac{x_{i+1} - x_i}{\Delta t})^2 + 4x_i^2)\Delta t$$

Було вирішено використати наступну варіацію методу випадкових блукань:

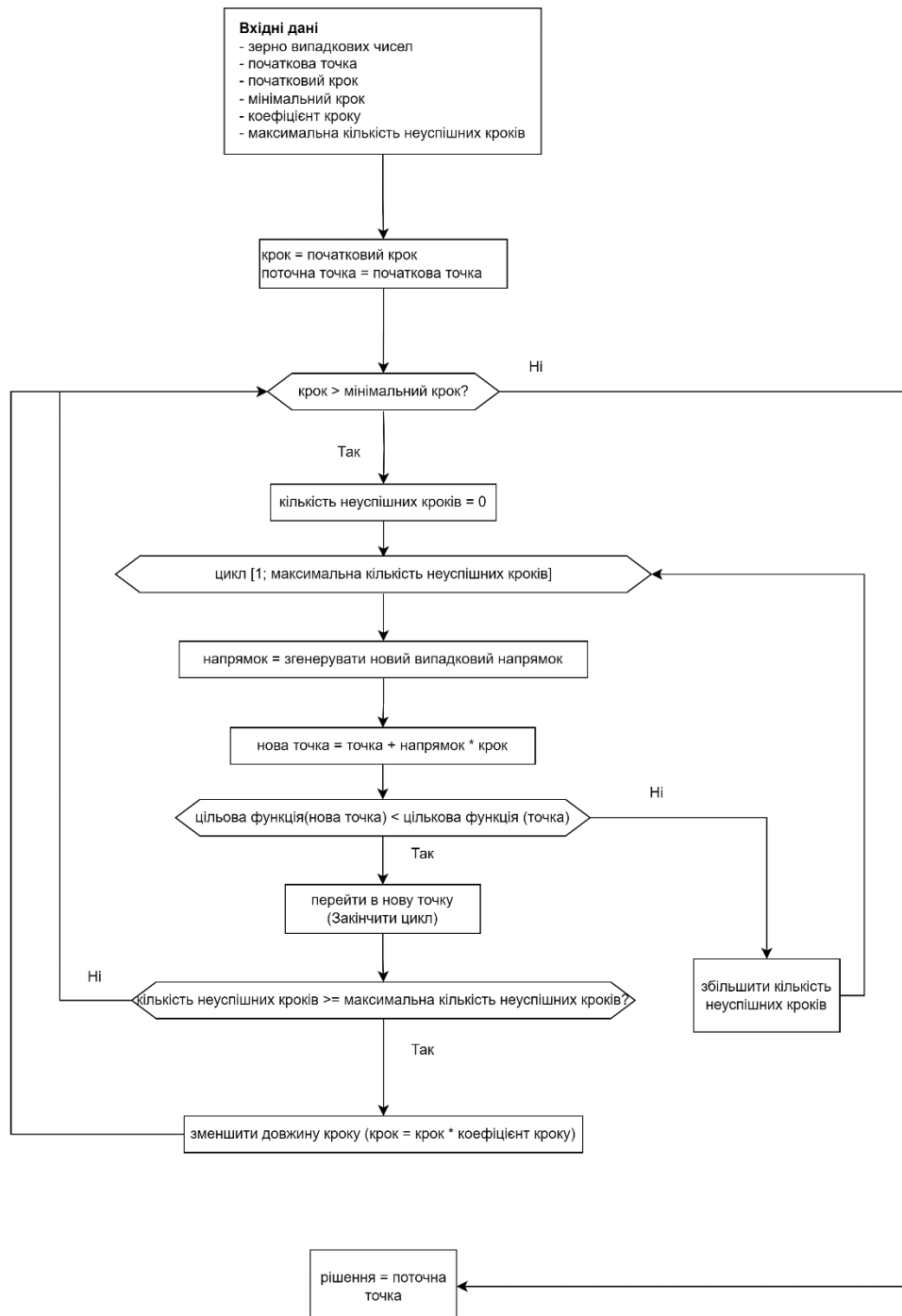


Рис. 1 Блок-схема методу випадкових блукань

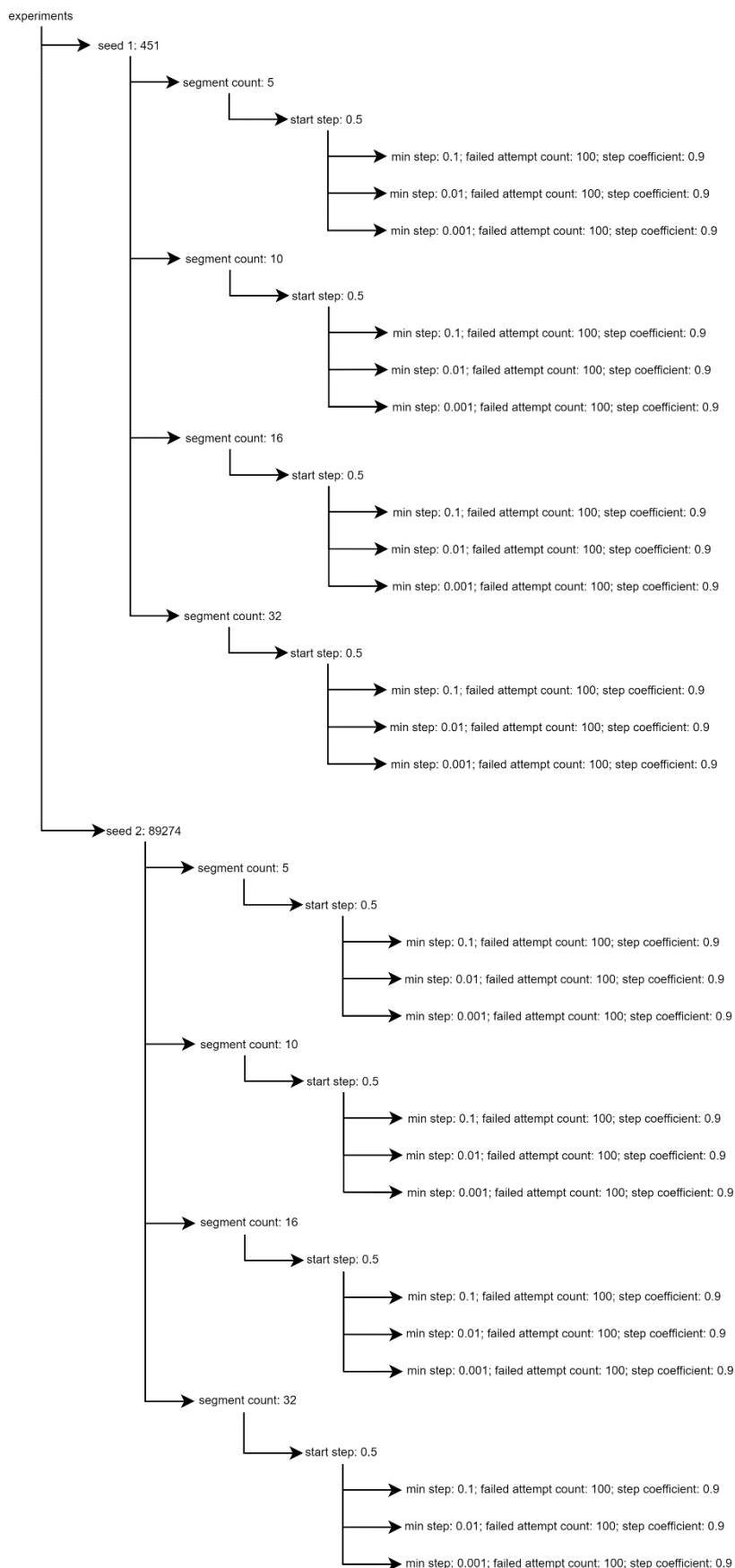
Варто відмітити обраний критерій зупинки методу:

- Замість прямого задання кількості ітерацій метод проводить ітерації доти, поки поточний крок є більшим за мінімально можливий крок.
- Поточний крок змінюється у межах від початкової довжини до мінімальної довжини.
- Зменшення поточної довжини кроку відбувається за умови, що кількість спроб перейти у нову точку перевищує задану межу.
- Зменшення поточної довжини кроку реалізовано множенням поточного кроку на коефіцієнт (очевидно має бути < 1).

Метод був реалізований мовою програмування C# ([посилання на репозиторій реалізації](#)).

Опис дослідження

В роботі було проведено такі дослідження:



- Дослідження проводились для 2 різних значень seed. Seed контролює генерацію початкової точки, генерацію випадкових напрямків. Таким чином, в роботі наявне розв'язання задачі для різних початкових точок.
- 4 значення розмірності розбиття: 5, 10, 16, 32
- Для всіх експериментів значення start step, failed attempt count, step coefficient є незмінними. Кількість ітерацій змінювалась завдяки варіюванню min step: 0.1, 0.01, 0.001.

Рис. 2 Опис дослідження

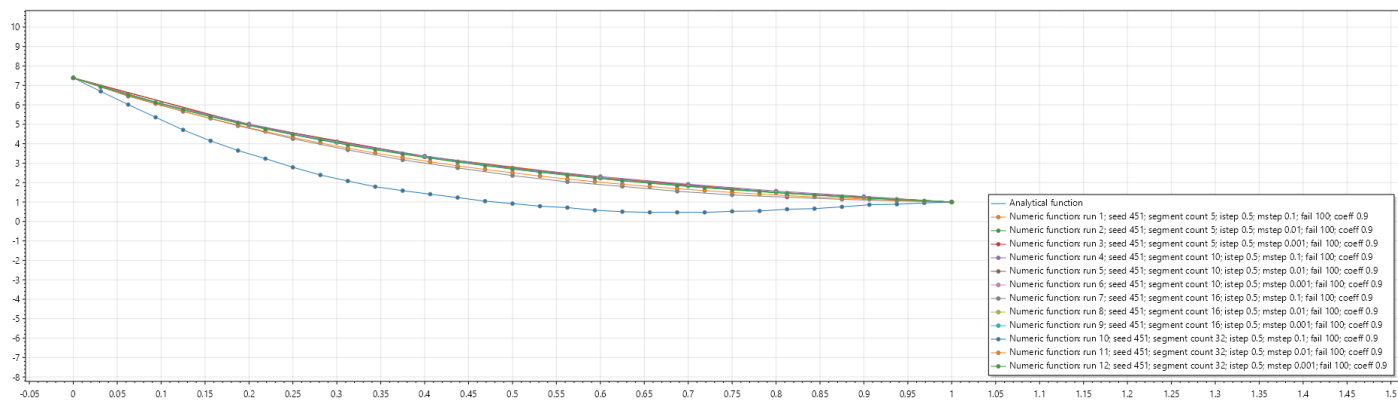


Рис. 3 Візуальне порівняння всіх експериментів з аналітичним розв'язком (seed 451)



Рис. 4 Порівняння значення інтегральної суми, отриманого аналітично, з результатами всіх експериментів (seed 451)

Проаналізуємо експерименти при segment count = 5.

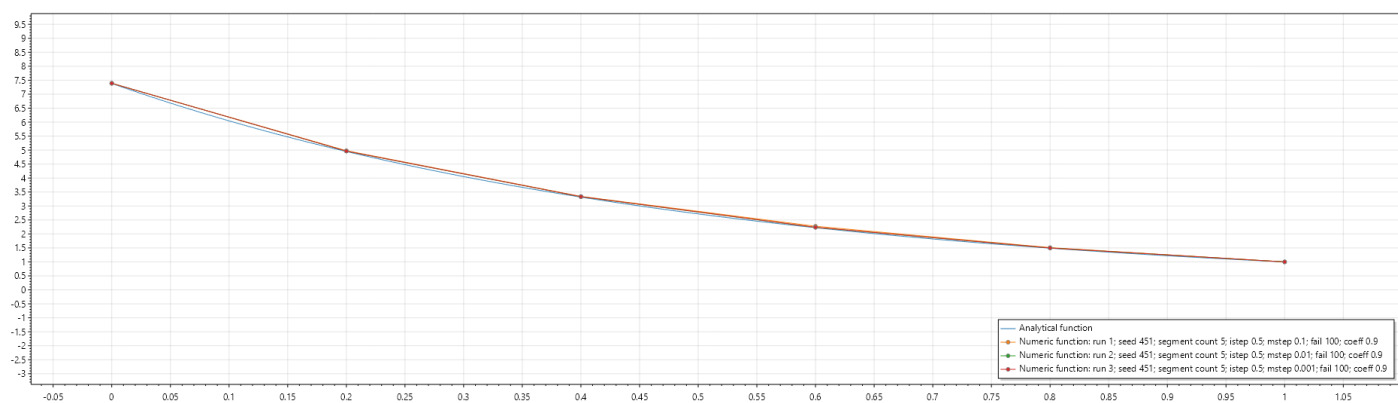


Рис. 5 Візуальне порівняння результатів експериментів при segment count = 5 з аналітичним розв'язком (1)

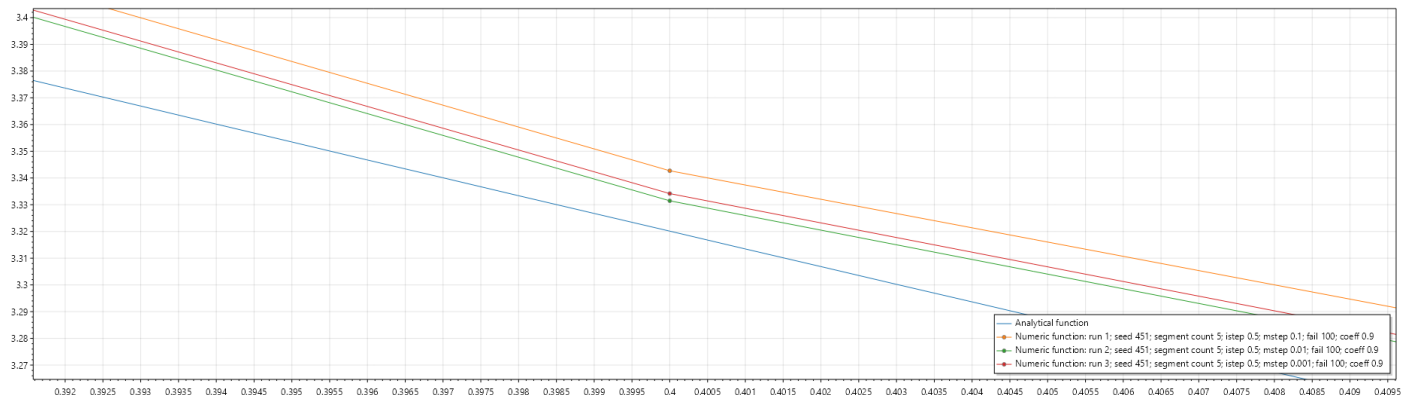


Рис. 6 Візуальне порівняння результатів експериментів при segment count = 5 з аналітичним розв'язком (2)

```

===== Run 1 =====
input parameters:
a = 0, x(a) = 7.3890560989306495
b = 1, x(b) = 1
seed = 451
segmentCount = 5
start step = 0.5 > min step 0.1,
fail attempt count = 100
step decrease coefficient = 0.9
output:
Minimization result =
t = 0; x = 7.3891
t = 0.2; x = 4.9779
t = 0.4; x = 3.3427
t = 0.6; x = 2.2755
t = 0.8; x = 1.5107
t = 1; x = 1

Integral sum value = 175.2486108862246

Start point (except a and b): VN 63704574: dim = 4; coords = | -0.3199 |-0.7018 |-0.9768 |0.6418 |
=====

===== Run 2 =====
input parameters:
a = 0, x(a) = 7.3890560989306495
b = 1, x(b) = 1
seed = 451
segmentCount = 5
start step = 0.5 > min step 0.01,
fail attempt count = 100
step decrease coefficient = 0.9
output:
Minimization result =
t = 0; x = 7.3891
t = 0.2; x = 4.9622
t = 0.4; x = 3.3315
t = 0.6; x = 2.2341
t = 0.8; x = 1.4982
t = 1; x = 1

Integral sum value = 175.2377998225751

Start point (except a and b): VN 36470260: dim = 4; coords = | -0.3199 |-0.7018 |-0.9768 |0.6418 |
=====

===== Run 3 =====
input parameters:
a = 0, x(a) = 7.3890560989306495
b = 1, x(b) = 1
seed = 451
segmentCount = 5
start step = 0.5 > min step 0.001,
fail attempt count = 100
step decrease coefficient = 0.9
output:
Minimization result =
t = 0; x = 7.3891
t = 0.2; x = 4.9645
t = 0.4; x = 3.3342
t = 0.6; x = 2.2378
t = 0.8; x = 1.4986
t = 1; x = 1

Integral sum value = 175.23771014748496

Start point (except a and b): VN 59796890: dim = 4; coords = | -0.3199 |-0.7018 |-0.9768 |0.6418 |
=====

```

Візуально маємо відносно хороше наближення навіть з такою малою кількістю сегментів. Але значення інтегральної суми суттєво відрізняється: ~175.23 (чисельний розв'язок)

проти ~ 107.2 (аналітичний розв'язок). При цьому, внаслідок малої кількості вузлів, розмір мінімального кроку майже не впливає на результат.

Проаналізуємо експерименти при `segment count = 10`.

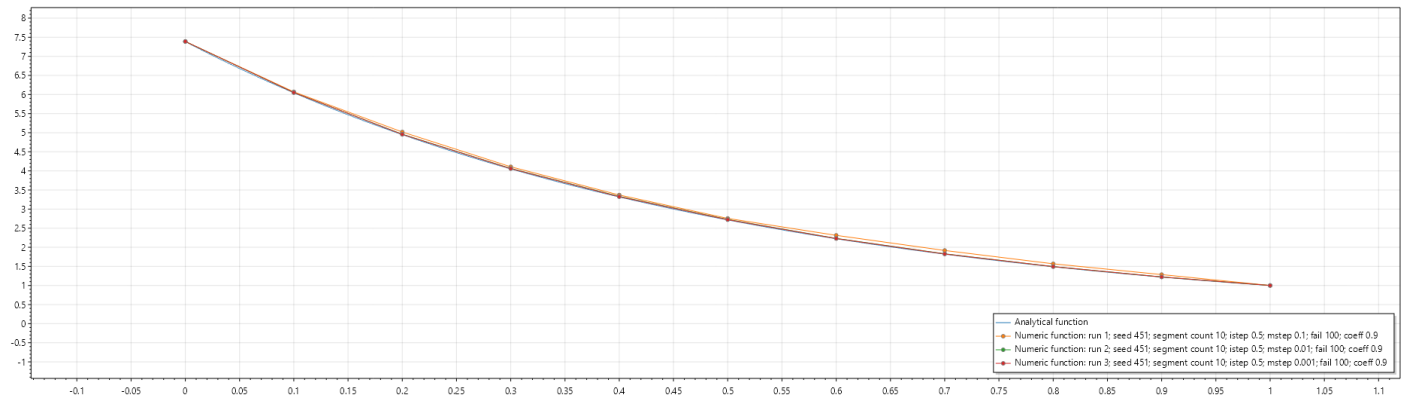


Рис. 7 Візуальне порівняння результатів експериментів при `segment count = 10` з аналітичним розв'язком (1)

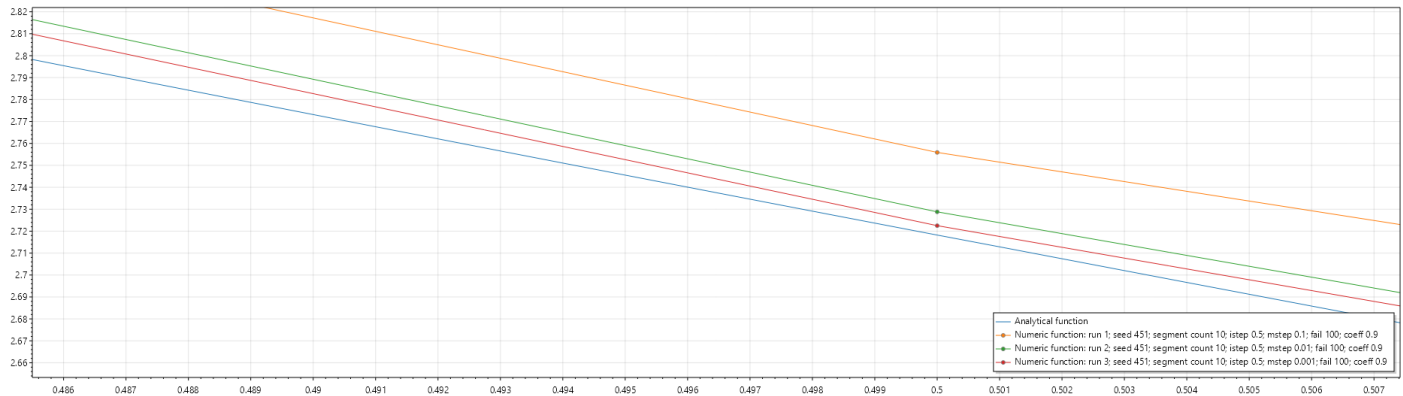


Рис. 8 Візуальне порівняння результатів експериментів при `segment count = 10` з аналітичним розв'язком (2)

```
=====> Run 1 =====
input parameters:
  a = 0, x(a) = 7.3890560989306495
  b = 1, x(b) = 1
  seed = 451
  segmentCount = 10
  start step = 0.5 > min step 0.1,
  fail attempt count = 100
  step decrease coefficient = 0.9
output:
  Minimization result =
    t = 0; x = 7.3891
    t = 0.1; x = 6.0705
    t = 0.2; x = 5.0189
    t = 0.3; x = 4.1078
    t = 0.4; x = 3.3692
    t = 0.5; x = 2.7559
    t = 0.6; x = 2.3126
    t = 0.7; x = 1.9167
    t = 0.8; x = 1.5676
    t = 0.9; x = 1.2853
    t = 1; x = 1
```

Integral sum value = 140.79964211317645

Start point (except a and b): VN 7691275: dim = 9; coords = | -0.3199 | -0.7018 | -0.9768 | 0.6418 | 0.6522 | 0.3736 | 0.9592 | 0.4037 | 0.5476 |

```
=====> Run 2 =====
input parameters:
  a = 0, x(a) = 7.3890560989306495
  b = 1, x(b) = 1
  seed = 451
  segmentCount = 10
  start step = 0.5 > min step 0.01,
  fail attempt count = 100
  step decrease coefficient = 0.9
output:
  Minimization result =
```



```

t = 0; x = 7.3891
t = 0.1; x = 6.0518
t = 0.2; x = 4.9609
t = 0.3; x = 4.0647
t = 0.4; x = 3.3332
t = 0.5; x = 2.7288
t = 0.6; x = 2.2325
t = 0.7; x = 1.8294
t = 0.8; x = 1.4945
t = 0.9; x = 1.2236
t = 1; x = 1

Integral sum value = 140.6906654025613

Start point (except a and b): VN 2112619: dim = 9; coords = | -0.3199 |-0.7018 |-0.9768 |0.6418 |0.6522 |0.3736 |0.9592 |0.4037 |0.5476 |
=====

=====> Run 3 =====
input parameters:
a = 0, x(a) = 7.3890560989306495
b = 1, x(b) = 1
seed = 451
segmentCount = 10
start step = 0.5 > min step 0.001,
fail attempt count = 100
step decrease coefficient = 0.9
output:
Minimization result =
t = 0; x = 7.3891
t = 0.1; x = 6.0518
t = 0.2; x = 4.9567
t = 0.3; x = 4.0593
t = 0.4; x = 3.3244
t = 0.5; x = 2.7225
t = 0.6; x = 2.2292
t = 0.7; x = 1.8251
t = 0.8; x = 1.4941
t = 0.9; x = 1.2223
t = 1; x = 1

Integral sum value = 140.68989138100721

Start point (except a and b): VN 19013575: dim = 9; coords = | -0.3199 |-0.7018 |-0.9768 |0.6418 |0.6522 |0.3736 |0.9592 |0.4037 |0.5476 |
=====

```

Візуальне співпадіння з аналітичним розв'язком є ще більш вираженим. Зменшилися значення інтегральної суми: 140.79, 140.69, 140.68. Ці значення все ще є далекими від аналітичного розв'язку. Як і в минулих експериментах, зміна min step має несуттєвий вплив.

Проаналізуємо експерименти при segment count = 16.

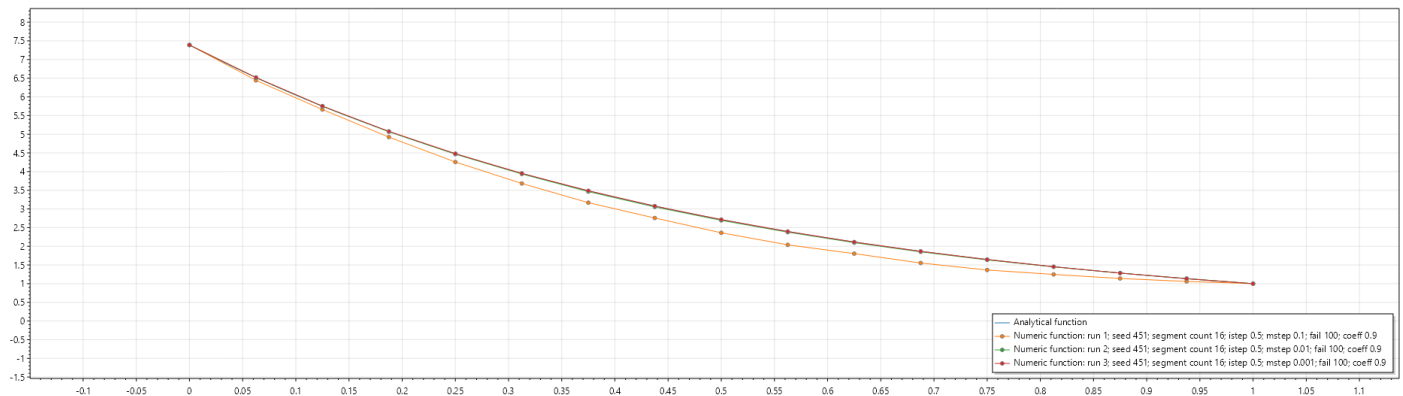


Рис. 9 Візуальне порівняння результатів експериментів при segment count = 16 з аналітичним розв'язком (1)

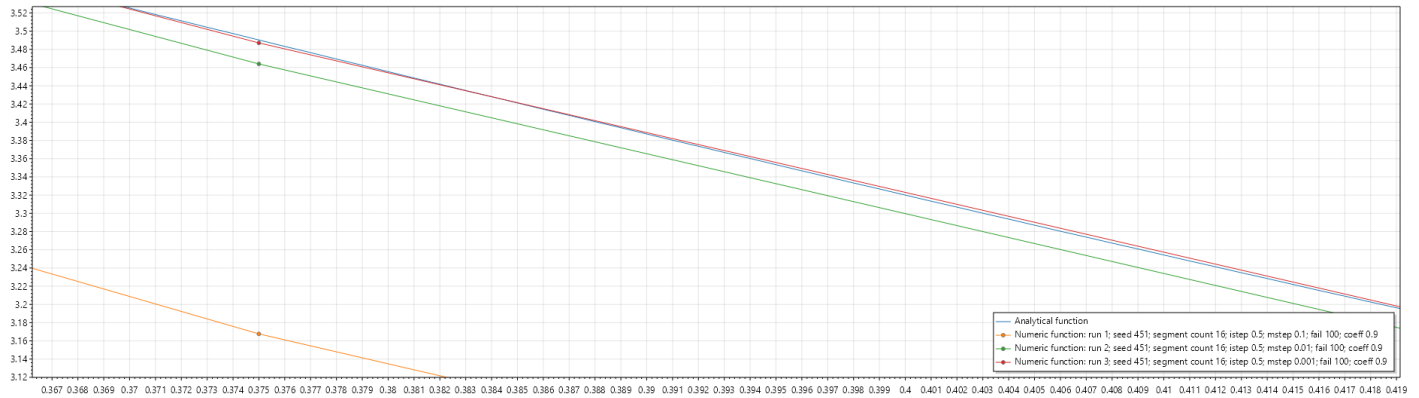


Рис. 10 Візуальне порівняння результатів експериментів при segment count = 16 з аналітичним розв'язком (2)

```

===== Run 1 =====
input parameters:
a = 0, x(a) = 7.3890560989306495
b = 1, x(b) = 1
seed = 451
segmentCount = 16
start step = 0.5 > min step 0.1,
fail attempt count = 100
step decrease coefficient = 0.9
output:
Minimization result =
t = 0; x = 7.3891
t = 0.0625; x = 6.4413
t = 0.125; x = 5.6614
t = 0.1875; x = 4.9238
t = 0.25; x = 4.256
t = 0.3125; x = 3.6811
t = 0.375; x = 3.1677
t = 0.4375; x = 2.7571
t = 0.5; x = 2.3611
t = 0.5625; x = 2.0387
t = 0.625; x = 1.8035
t = 0.6875; x = 1.5527
t = 0.75; x = 1.3654
t = 0.8125; x = 1.2468
t = 0.875; x = 1.138
t = 0.9375; x = 1.0589
t = 1; x = 1

Integral sum value = 128.9699479603938

Start point (except a and b): VN 11709955: dim = 15; coords = | -0.3199 |-0.7018 |-0.9768 |0.6418 |0.6522 |0.3736 |0.9592 |0.4037 |0.5476 |0.1609
|0.1147 |0.1391 |0.3462 |-0.7907 |0.3389 |
=====

===== Run 2 =====
input parameters:
a = 0, x(a) = 7.3890560989306495
b = 1, x(b) = 1
seed = 451
segmentCount = 16
start step = 0.5 > min step 0.01,
fail attempt count = 100
step decrease coefficient = 0.9
output:
Minimization result =
t = 0; x = 7.3891
t = 0.0625; x = 6.5136
t = 0.125; x = 5.7466
t = 0.1875; x = 5.0663
t = 0.25; x = 4.4657
t = 0.3125; x = 3.9362
t = 0.375; x = 3.464
t = 0.4375; x = 3.0532
t = 0.5; x = 2.6938
t = 0.5625; x = 2.3788
t = 0.625; x = 2.0976
t = 0.6875; x = 1.8517
t = 0.75; x = 1.6355
t = 0.8125; x = 1.4494
t = 0.875; x = 1.2825
t = 0.9375; x = 1.1364
t = 1; x = 1

Integral sum value = 128.0111207096142

Start point (except a and b): VN 38280736: dim = 15; coords = | -0.3199 |-0.7018 |-0.9768 |0.6418 |0.6522 |0.3736 |0.9592 |0.4037 |0.5476 |0.1609
|0.1147 |0.1391 |0.3462 |-0.7907 |0.3389 |
=====

===== Run 3 =====
input parameters:
a = 0, x(a) = 7.3890560989306495
b = 1, x(b) = 1
seed = 451
segmentCount = 16

```

```

start step = 0.5 > min step 0.001,
fail attempt count = 100
step decrease coefficient = 0.9
output:
Minimization result =
t = 0; x = 7.3891
t = 0.0625; x = 6.5208
t = 0.125; x = 5.7539
t = 0.1875; x = 5.0769
t = 0.25; x = 4.48
t = 0.3125; x = 3.9523
t = 0.375; x = 3.487
t = 0.4375; x = 3.0769
t = 0.5; x = 2.715
t = 0.5625; x = 2.3955
t = 0.625; x = 2.1142
t = 0.6875; x = 1.8656
t = 0.75; x = 1.6462
t = 0.8125; x = 1.4533
t = 0.875; x = 1.2831
t = 0.9375; x = 1.1326
t = 1; x = 1

Integral sum value = 128.0049476019963

Start point (except a and b): VN 8982304: dim = 15; coords = | -0.3199 |-0.7018 |-0.9768 |0.6418 |0.6522 |0.3736 |0.9592 |0.4037 |0.5476 |0.1609
|0.1147 |0.1391 |0.3462 |-0.7907 |0.3389 |
=====

```

Вперше спостерігаємо суттєву візуальну відмінність чисельного розв’язку від аналітичного – а саме експеримент при $\text{min step} = 0.1$. Це пов’язано з кількістю ітерацій, недостатньою для ефективної оптимізації положення такої великої кількості вузлів. Тобто при $\text{min step} = 0.1$ метод не встигає «дійти» до мінімуму. Цю тезу також підтверджують результати при $\text{min step} = 0.01$ та 0.001 .

Цікаве спостереження: навіть у випадку $\text{min step} = 0.1$ значення інтегральної суми наблизилось до аналітичного розв’язку більше за експерименти з $\text{segment count} = 10$: ~ 128 проти ~ 140 .

Проаналізуємо результати експерименту для $\text{segment count} = 32$.

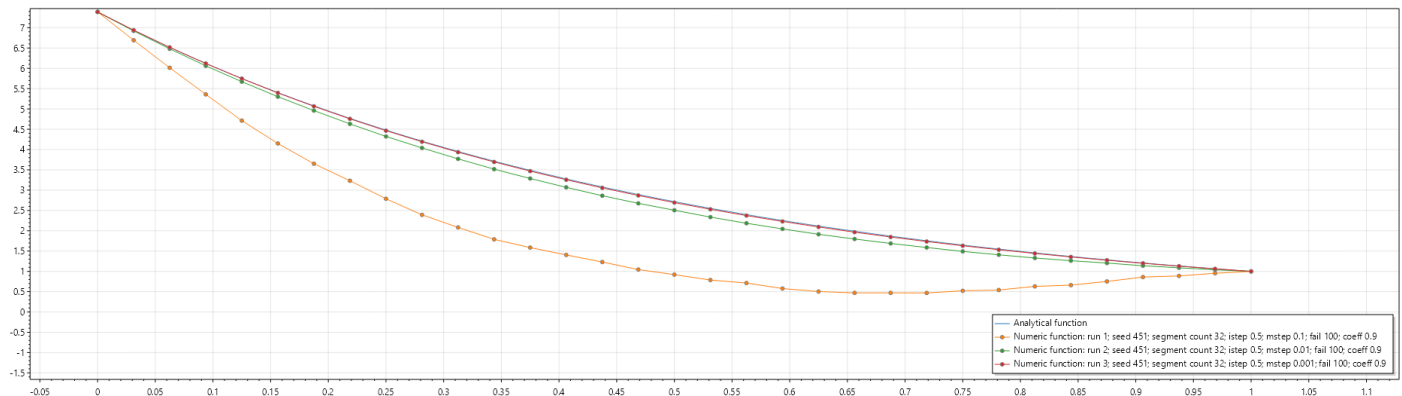


Рис. 11 Візуальне порівняння результатів експериментів при $\text{segment count} = 32$ з аналітичним розв’язком (1)

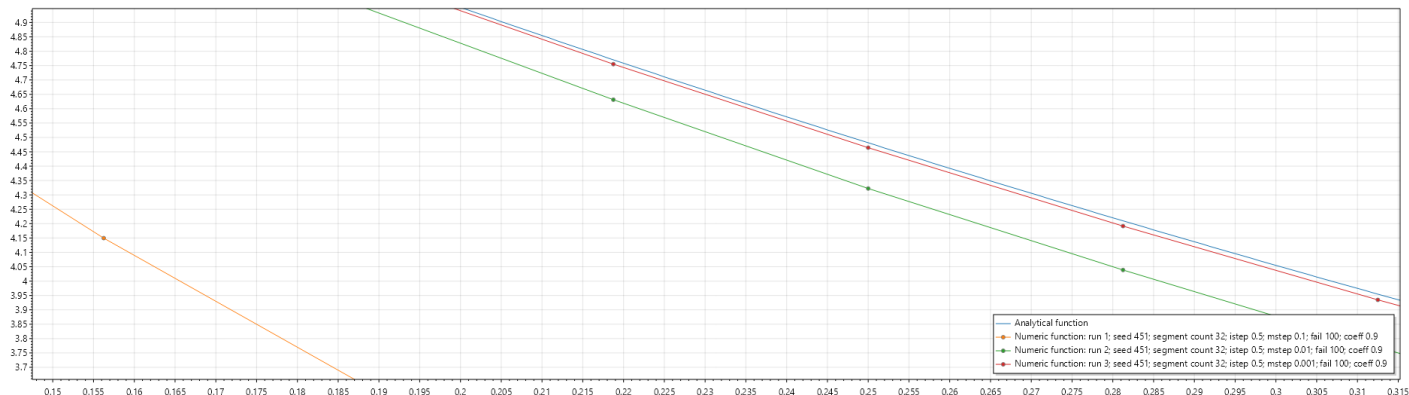


Рис. 12 Візуальне порівняння результатів експериментів при segment count = 32 з аналітичним розв'язком (2)

=====> Run 1 =====

input parameters:

a = 0, x(a) = 7.3890560989306495

b = 1, x(b) = 1

seed = 451

segmentCount = 32

start step = 0.5 > min step 0.1,

fail attempt count = 100

step decrease coefficient = 0.9

output:

Minimization result =

t = 0; x = 7.3891

t = 0.0313; x = 6.6919

t = 0.0625; x = 6.0132

t = 0.0938; x = 5.3585

t = 0.125; x = 4.7113

t = 0.1563; x = 4.1495

t = 0.1875; x = 3.65

t = 0.2188; x = 3.2314

t = 0.25; x = 2.7874

t = 0.2813; x = 2.3912

t = 0.3125; x = 2.0819

t = 0.3438; x = 1.7883

t = 0.375; x = 1.5858

t = 0.4063; x = 1.4041

t = 0.4375; x = 1.23

t = 0.4688; x = 1.0445

t = 0.5; x = 0.9199

t = 0.5313; x = 0.7865

t = 0.5625; x = 0.7127

t = 0.5938; x = 0.5766

t = 0.625; x = 0.5033

t = 0.6563; x = 0.4702

t = 0.6875; x = 0.4702

t = 0.7188; x = 0.4685

t = 0.75; x = 0.5217

t = 0.7813; x = 0.5405

t = 0.8125; x = 0.6298

t = 0.8438; x = 0.6606

t = 0.875; x = 0.7516

t = 0.9063; x = 0.8595

t = 0.9375; x = 0.8872

t = 0.9688; x = 0.9532

t = 1; x = 1

Integral sum value = 145.83975016778598

Start point (except a and b): VN 10212927: dim = 31; coords = | -0.3199 | -0.7018 | -0.9768 | 0.6418 | 0.6522 | 0.3736 | 0.9592 | 0.4037 | 0.5476 | 0.1609 | 0.1147 | 0.1391 | 0.3462 | -0.7907 | 0.3389 | 0.3786 | -0.1114 | 0.2301 | 0.7719 | 0.888 | 0.483 | -0.0102 | -0.5737 | 0.1752 | 0.801 | 0.2036 | 0.376 | -0.7384 | -0.7622 | -0.4034 | 0.3726 |

=====> Run 2 =====

input parameters:

a = 0, x(a) = 7.3890560989306495

b = 1, x(b) = 1

seed = 451

segmentCount = 32

start step = 0.5 > min step 0.01,

fail attempt count = 100

step decrease coefficient = 0.9

output:

Minimization result =

t = 0; x = 7.3891

t = 0.0313; x = 6.9211

t = 0.0625; x = 6.4795

t = 0.0938; x = 6.0615

t = 0.125; x = 5.6707

t = 0.1563; x = 5.3008

t = 0.1875; x = 4.9591

```

t = 0.2188; x = 4.6313
t = 0.25; x = 4.3222
t = 0.2813; x = 4.0387
t = 0.3125; x = 3.77
t = 0.3438; x = 3.5167
t = 0.375; x = 3.2867
t = 0.4063; x = 3.0694
t = 0.4375; x = 2.8627
t = 0.4688; x = 2.6746
t = 0.5; x = 2.505
t = 0.5313; x = 2.3361
t = 0.5625; x = 2.1848
t = 0.5938; x = 2.0452
t = 0.625; x = 1.913
t = 0.6563; x = 1.7966
t = 0.6875; x = 1.6873
t = 0.7188; x = 1.5878
t = 0.75; x = 1.491
t = 0.7813; x = 1.4076
t = 0.8125; x = 1.3294
t = 0.8438; x = 1.2625
t = 0.875; x = 1.2042
t = 0.9063; x = 1.1385
t = 0.9375; x = 1.0878
t = 0.9688; x = 1.0383
t = 1; x = 1

Integral sum value = 117.89552604181144

Start point (except a and b): VN 24807479: dim = 31; coords = | -0.3199 |-0.7018 |-0.9768 |0.6418 |0.6522 |0.3736 |0.9592 |0.4037 |0.5476 |0.1609
|0.1147 |0.1391 |0.3462 |-0.7907 |0.3389 |0.3786 |-0.1114 |0.2301 |0.7719 |0.888 |0.483 |-0.0102 |-0.5737 |0.1752 |0.801 |0.2036 |0.376 |-0.7384 |-0.7622
|-0.4034 |0.3726 |
=====

===== Run 3 =====
input parameters:
a = 0, x(a) = 7.3890560989306495
b = 1, x(b) = 1
seed = 451
segmentCount = 32
start step = 0.5 > min step 0.001,
fail attempt count = 100
step decrease coefficient = 0.9
output:
Minimization result =
t = 0; x = 7.3891
t = 0.0313; x = 6.9394
t = 0.0625; x = 6.5165
t = 0.0938; x = 6.119
t = 0.125; x = 5.7462
t = 0.1563; x = 5.3947
t = 0.1875; x = 5.065
t = 0.2188; x = 4.755
t = 0.25; x = 4.4643
t = 0.2813; x = 4.1914
t = 0.3125; x = 3.9347
t = 0.3438; x = 3.6942
t = 0.375; x = 3.4683
t = 0.4063; x = 3.2558
t = 0.4375; x = 3.0561
t = 0.4688; x = 2.8691
t = 0.5; x = 2.6934
t = 0.5313; x = 2.5281
t = 0.5625; x = 2.3738
t = 0.5938; x = 2.2292
t = 0.625; x = 2.093
t = 0.6563; x = 1.9653
t = 0.6875; x = 1.8461
t = 0.7188; x = 1.7346
t = 0.75; x = 1.6307
t = 0.7813; x = 1.5327
t = 0.8125; x = 1.4414
t = 0.8438; x = 1.3551
t = 0.875; x = 1.2742
t = 0.9063; x = 1.1986
t = 0.9375; x = 1.1282
t = 0.9688; x = 1.0626
t = 1; x = 1

Integral sum value = 117.55289765273106

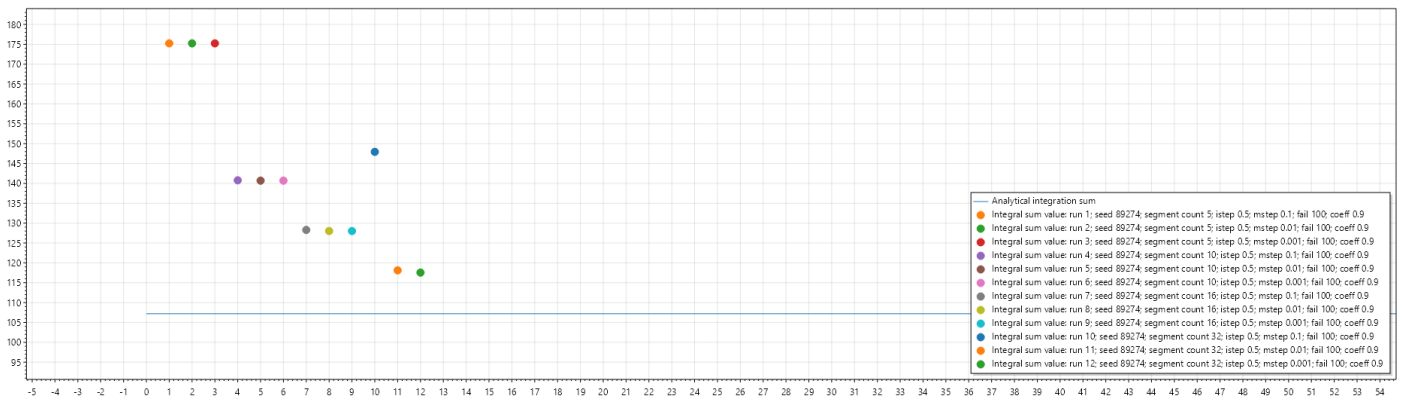
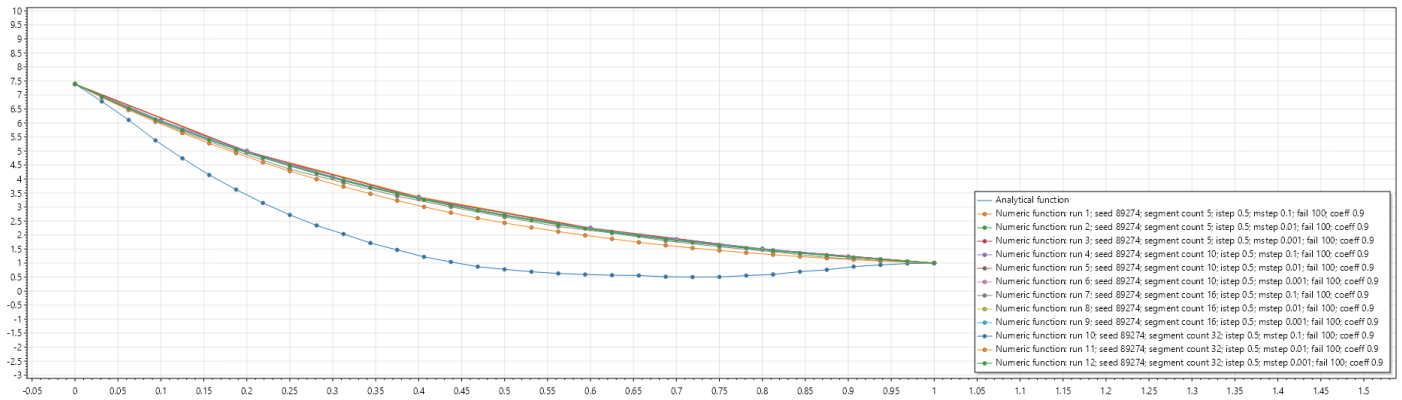
Start point (except a and b): VN 21940722: dim = 31; coords = | -0.3199 |-0.7018 |-0.9768 |0.6418 |0.6522 |0.3736 |0.9592 |0.4037 |0.5476 |0.1609
|0.1147 |0.1391 |0.3462 |-0.7907 |0.3389 |0.3786 |-0.1114 |0.2301 |0.7719 |0.888 |0.483 |-0.0102 |-0.5737 |0.1752 |0.801 |0.2036 |0.376 |-0.7384 |-0.7622
|-0.4034 |0.3726 |
=====

```

Подібно до експерименту з segment count = 16, min step = 0.1 є завеликим значенням, метод не встигає мінімізувати положення 31 вузлів. Це також підтверджує значення інтегральної суми для даного експерименту: 145 – гірше за всі експерименти з segment count = 16.

Зменшення min step усуває цю проблему, маємо достатньо хороше наближення: 117 проти 107.

Змінімо початкову точку, змінивши значення $\text{seed} = 89274$.



=====> Run 1 =====

input parameters:

```
a = 0, x(a) = 7.3890560989306495
b = 1, x(b) = 1
seed = 89274
segmentCount = 5
start step = 0.5 > min step 0.1,
fail attempt count = 100
step decrease coefficient = 0.9
```

output:

Minimization result =

```
t = 0; x = 7.3891
t = 0.2; x = 4.9909
t = 0.4; x = 3.3657
t = 0.6; x = 2.2577
t = 0.8; x = 1.4933
t = 1; x = 1
```

Integral sum value = 175.2470990778018

Start point (except a and b): VN 20798117: dim = 4; coords = | 0.4475 |-0.058 |-0.5562 |-0.0753 |

=====> Run 2 =====

input parameters:

```
a = 0, x(a) = 7.3890560989306495
b = 1, x(b) = 1
seed = 89274
segmentCount = 5
start step = 0.5 > min step 0.01,
fail attempt count = 100
step decrease coefficient = 0.9
```

output:

Minimization result =

```
t = 0; x = 7.3891
t = 0.2; x = 4.9642
t = 0.4; x = 3.3346
t = 0.6; x = 2.2355
t = 0.8; x = 1.495
t = 1; x = 1
```

Integral sum value = 175.23784608285678

Start point (except a and b): VN 52965331: dim = 4; coords = | 0.4475 |-0.058 |-0.5562 |-0.0753 |

=====> Run 3 =====

input parameters:

```
a = 0, x(a) = 7.3890560989306495
b = 1, x(b) = 1
seed = 89274
segmentCount = 5
```

```

start step = 0.5 > min step 0.001,
fail attempt count = 100
step decrease coefficient = 0.9
output:
Minimization result =
t = 0; x = 7.3891
t = 0.2; x = 4.9649
t = 0.4; x = 3.3346
t = 0.6; x = 2.2377
t = 0.8; x = 1.4991
t = 1; x = 1

Integral sum value = 175.23770910379463

Start point (except a and b): VN 6925935: dim = 4; coords = | 0.4475 |-0.058 |-0.5562 |-0.0753 |
=====

```

```

=====> Run 4 =====
input parameters:
a = 0, x(a) = 7.3890560989306495
b = 1, x(b) = 1
seed = 89274
segmentCount = 10
start step = 0.5 > min step 0.1,
fail attempt count = 100
step decrease coefficient = 0.9
output:
Minimization result =
t = 0; x = 7.3891
t = 0.1; x = 6.0917
t = 0.2; x = 5.0034
t = 0.3; x = 4.0803
t = 0.4; x = 3.2869
t = 0.5; x = 2.6941
t = 0.6; x = 2.2419
t = 0.7; x = 1.8479
t = 0.8; x = 1.5146
t = 0.9; x = 1.2364
t = 1; x = 1

Integral sum value = 140.7716286360177

Start point (except a and b): VN 24129853: dim = 9; coords = | 0.4475 |-0.058 |-0.5562 |-0.0753 |-0.7121 |0.8234 |0.4393 |0.6311 |0.3245 |
=====

```

```

=====> Run 5 =====
input parameters:
a = 0, x(a) = 7.3890560989306495
b = 1, x(b) = 1
seed = 89274
segmentCount = 10
start step = 0.5 > min step 0.01,
fail attempt count = 100
step decrease coefficient = 0.9
output:
Minimization result =
t = 0; x = 7.3891
t = 0.1; x = 6.0527
t = 0.2; x = 4.9546
t = 0.3; x = 4.0599
t = 0.4; x = 3.3218
t = 0.5; x = 2.7153
t = 0.6; x = 2.2235
t = 0.7; x = 1.8172
t = 0.8; x = 1.4828
t = 0.9; x = 1.216
t = 1; x = 1

Integral sum value = 140.69122600957758

Start point (except a and b): VN 15842089: dim = 9; coords = | 0.4475 |-0.058 |-0.5562 |-0.0753 |-0.7121 |0.8234 |0.4393 |0.6311 |0.3245 |
=====

```

```

=====> Run 6 =====
input parameters:
a = 0, x(a) = 7.3890560989306495
b = 1, x(b) = 1
seed = 89274
segmentCount = 10
start step = 0.5 > min step 0.001,
fail attempt count = 100
step decrease coefficient = 0.9
output:
Minimization result =
t = 0; x = 7.3891
t = 0.1; x = 6.0512
t = 0.2; x = 4.9555
t = 0.3; x = 4.0585
t = 0.4; x = 3.3235
t = 0.5; x = 2.7215
t = 0.6; x = 2.2289
t = 0.7; x = 1.8247
t = 0.8; x = 1.4935
t = 0.9; x = 1.2223
t = 1; x = 1

Integral sum value = 140.6898890895575

Start point (except a and b): VN 8361080: dim = 9; coords = | 0.4475 |-0.058 |-0.5562 |-0.0753 |-0.7121 |0.8234 |0.4393 |0.6311 |0.3245 |
=====

```

```

=====> Run 7 =====
input parameters:

```

```

a = 0, x(a) = 7.3890560989306495
b = 1, x(b) = 1
seed = 89274
segmentCount = 16
start step = 0.5 > min step 0.1,
fail attempt count = 100
step decrease coefficient = 0.9
output:
Minimization result =
t = 0; x = 7.3891
t = 0.0625; x = 6.488
t = 0.125; x = 5.6907
t = 0.1875; x = 4.9962
t = 0.25; x = 4.3496
t = 0.3125; x = 3.8709
t = 0.375; x = 3.3916
t = 0.4375; x = 3.0038
t = 0.5; x = 2.6428
t = 0.5625; x = 2.3051
t = 0.625; x = 2.0722
t = 0.6875; x = 1.7946
t = 0.75; x = 1.5817
t = 0.8125; x = 1.4034
t = 0.875; x = 1.2027
t = 0.9375; x = 1.0837
t = 1; x = 1

Integral sum value = 128.2868279081871

Start point (except a and b): VN 8140857: dim = 15; coords = | 0.4475 |-0.058 |-0.5562 |-0.0753 |-0.7121 |0.8234 |0.4393 |0.6311 |0.3245 |-0.6816 |-
0.6539 |0.9374 |-0.723 |0.4768 |-0.459 |
=====

=====> Run 8 =====
input parameters:
a = 0, x(a) = 7.3890560989306495
b = 1, x(b) = 1
seed = 89274
segmentCount = 16
start step = 0.5 > min step 0.01,
fail attempt count = 100
step decrease coefficient = 0.9
output:
Minimization result =
t = 0; x = 7.3891
t = 0.0625; x = 6.5165
t = 0.125; x = 5.7496
t = 0.1875; x = 5.0683
t = 0.25; x = 4.4651
t = 0.3125; x = 3.9344
t = 0.375; x = 3.4649
t = 0.4375; x = 3.0508
t = 0.5; x = 2.6859
t = 0.5625; x = 2.3695
t = 0.625; x = 2.0885
t = 0.6875; x = 1.8415
t = 0.75; x = 1.6307
t = 0.8125; x = 1.4416
t = 0.875; x = 1.2718
t = 0.9375; x = 1.1269
t = 1; x = 1

Integral sum value = 128.01233646194606

Start point (except a and b): VN 6158855: dim = 15; coords = | 0.4475 |-0.058 |-0.5562 |-0.0753 |-0.7121 |0.8234 |0.4393 |0.6311 |0.3245 |-0.6816 |-
0.6539 |0.9374 |-0.723 |0.4768 |-0.459 |
=====

=====> Run 9 =====
input parameters:
a = 0, x(a) = 7.3890560989306495
b = 1, x(b) = 1
seed = 89274
segmentCount = 16
start step = 0.5 > min step 0.001,
fail attempt count = 100
step decrease coefficient = 0.9
output:
Minimization result =
t = 0; x = 7.3891
t = 0.0625; x = 6.521
t = 0.125; x = 5.7543
t = 0.1875; x = 5.0784
t = 0.25; x = 4.4816
t = 0.3125; x = 3.9547
t = 0.375; x = 3.4902
t = 0.4375; x = 3.0797
t = 0.5; x = 2.718
t = 0.5625; x = 2.3982
t = 0.625; x = 2.1164
t = 0.6875; x = 1.868
t = 0.75; x = 1.6484
t = 0.8125; x = 1.4548
t = 0.875; x = 1.2841
t = 0.9375; x = 1.1332
t = 1; x = 1

Integral sum value = 128.00481384646406

Start point (except a and b): VN 55429698: dim = 15; coords = | 0.4475 |-0.058 |-0.5562 |-0.0753 |-0.7121 |0.8234 |0.4393 |0.6311 |0.3245 |-0.6816 |-
0.6539 |0.9374 |-0.723 |0.4768 |-0.459 |
=====

```


=====> Run 10 =====

input parameters:

a = 0, x(a) = 7.3890560989306495
b = 1, x(b) = 1
seed = 89274
segmentCount = 32
start step = 0.5 > min step 0.1,
fail attempt count = 100
step decrease coefficient = 0.9

output:

Minimization result =
t = 0; x = 7.3891
t = 0.0313; x = 6.7658
t = 0.0625; x = 6.1079
t = 0.0938; x = 5.3771
t = 0.125; x = 4.7385
t = 0.1563; x = 4.1443
t = 0.1875; x = 3.6225
t = 0.2188; x = 3.1458
t = 0.25; x = 2.7181
t = 0.2813; x = 2.3436
t = 0.3125; x = 2.0365
t = 0.3438; x = 1.7177
t = 0.375; x = 1.4713
t = 0.4063; x = 1.2211
t = 0.4375; x = 1.0399
t = 0.4688; x = 0.8708
t = 0.5; x = 0.7766
t = 0.5313; x = 0.6895
t = 0.5625; x = 0.6297
t = 0.5938; x = 0.5913
t = 0.625; x = 0.5676
t = 0.6563; x = 0.557
t = 0.6875; x = 0.5117
t = 0.7188; x = 0.5015
t = 0.75; x = 0.5057
t = 0.7813; x = 0.5536
t = 0.8125; x = 0.595
t = 0.8438; x = 0.6932
t = 0.875; x = 0.7601
t = 0.9063; x = 0.8725
t = 0.9375; x = 0.9337
t = 0.9688; x = 0.9842
t = 1; x = 1

Integral sum value = 147.93415835430602

Start point (except a and b): VN 29105235: dim = 31; coords = | 0.4475 |-0.058 |-0.5562 |-0.0753 |-0.7121 |0.8234 |0.4393 |0.6311 |0.3245 |-0.6816 |-
0.6539 |0.9374 |-0.723 |0.4768 |-0.459 |0.0177 |0.996 |0.6305 |-0.2823 |0.2865 |0.4027 |-0.9272 |0.4904 |0.0733 |-0.876 |-0.9073 |0.1828 |0.1372 |-0.6284
|0.5064 |-0.6783 |

=====> Run 11 =====

input parameters:

a = 0, x(a) = 7.3890560989306495
b = 1, x(b) = 1
seed = 89274
segmentCount = 32
start step = 0.5 > min step 0.01,
fail attempt count = 100
step decrease coefficient = 0.9

output:

Minimization result =
t = 0; x = 7.3891
t = 0.0313; x = 6.9113
t = 0.0625; x = 6.4622
t = 0.0938; x = 6.0416
t = 0.125; x = 5.6442
t = 0.1563; x = 5.2723
t = 0.1875; x = 4.9268
t = 0.2188; x = 4.5931
t = 0.25; x = 4.2817
t = 0.2813; x = 3.9933
t = 0.3125; x = 3.7262
t = 0.3438; x = 3.4749
t = 0.375; x = 3.2287
t = 0.4063; x = 3.0059
t = 0.4375; x = 2.7984
t = 0.4688; x = 2.6019
t = 0.5; x = 2.4316
t = 0.5313; x = 2.2711
t = 0.5625; x = 2.1222
t = 0.5938; x = 1.9901
t = 0.625; x = 1.8636
t = 0.6563; x = 1.7403
t = 0.6875; x = 1.6324
t = 0.7188; x = 1.5364
t = 0.75; x = 1.4499
t = 0.7813; x = 1.3695
t = 0.8125; x = 1.299
t = 0.8438; x = 1.2317
t = 0.875; x = 1.1743
t = 0.9063; x = 1.1211
t = 0.9375; x = 1.0751
t = 0.9688; x = 1.0393
t = 1; x = 1

Integral sum value = 118.1154540809318

Start point (except a and b): VN 60620523: dim = 31; coords = | 0.4475 |-0.058 |-0.5562 |-0.0753 |-0.7121 |0.8234 |0.4393 |0.6311 |0.3245 |-0.6816 |-
0.6539 |0.9374 |-0.723 |0.4768 |-0.459 |0.0177 |0.996 |0.6305 |-0.2823 |0.2865 |0.4027 |-0.9272 |0.4904 |0.0733 |-0.876 |-0.9073 |0.1828 |0.1372 |-0.6284
|0.5064 |-0.6783 |

```

=====> Run 12 =====
input parameters:
a = 0, x(a) = 7.3890560989306495
b = 1, x(b) = 1
seed = 89274
segmentCount = 32
start step = 0.5 > min step 0.001,
fail attempt count = 100
step decrease coefficient = 0.9
output:
Minimization result =
t = 0; x = 7.3891
t = 0.0313; x = 6.9398
t = 0.0625; x = 6.5174
t = 0.0938; x = 6.1199
t = 0.125; x = 5.7458
t = 0.1563; x = 5.3952
t = 0.1875; x = 5.0653
t = 0.2188; x = 4.7554
t = 0.25; x = 4.4652
t = 0.2813; x = 4.1924
t = 0.3125; x = 3.9358
t = 0.3438; x = 3.6949
t = 0.375; x = 3.4689
t = 0.4063; x = 3.2563
t = 0.4375; x = 3.0566
t = 0.4688; x = 2.8696
t = 0.5; x = 2.6934
t = 0.5313; x = 2.5283
t = 0.5625; x = 2.374
t = 0.5938; x = 2.2288
t = 0.625; x = 2.0928
t = 0.6563; x = 1.9658
t = 0.6875; x = 1.847
t = 0.7188; x = 1.7357
t = 0.75; x = 1.6311
t = 0.7813; x = 1.5336
t = 0.8125; x = 1.4416
t = 0.8438; x = 1.3553
t = 0.875; x = 1.2752
t = 0.9063; x = 1.1996
t = 0.9375; x = 1.1291
t = 0.9688; x = 1.0624
t = 1; x = 1

Integral sum value = 117.5527014404013

Start point (except a and b): VN 8713795: dim = 31; coords = | 0.4475 |-0.058 |-0.5562 |-0.0753 |-0.7121 |0.8234 |0.4393 |0.6311 |0.3245 |-0.6816 |-
0.6539 |0.9374 |-0.723 |0.4768 |-0.459 |0.0177 |0.996 |0.6305 |-0.2823 |0.2865 |0.4027 |-0.9272 |0.4904 |0.0733 |-0.876 |-0.9073 |0.1828 |0.1372 |-0.6284
|0.5064 |-0.6783 |
=====

```

Маємо результати, аналогічні до експериментів з seed = 451.

Отже маємо додаткове підтвердження: цільова функція, до оптимізації якої зводиться задача варіаційного числення варіанту 14, є унімодальною. Тому початкова точка не впливає на характер чисельного розв’язку.