# НАЦІОНАЛЬНИЙ ТЕХНІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ УКРАЇНИ «КИЇВСЬКИЙ ПОЛІТЕХНІЧНИЙ ІНСТИТУТ ІМЕНІ ІГОРЯ СІКОРСЬКОГО»

Факультет прикладної математики Кафедра прикладної математики

Звіт

із лабораторної роботи №3 із дисципліни «Системний аналіз»

на тему

«Рішення слабоструктурованих задач методом аналізу ієрархій (MAI)»

Виконав: студент групи КМ-02 Пилипченко Б. О. Перевірила: доцент кафедри ПМА Вовк Л. Б.

# Зміст

Вступ	3
Мета	3
Постановка задачі	3
Теоретичні відомості	4
Практична частина	5
Опис програмної реалізації	5
Тестування реалізації на прикладі, наданому у практичному занятті 3	5
Ваги критеріїв, узгодженість критеріїв	6
Значення локальних пріорітетів для кожного з критеріїв	8
Глобальні пріорітети	9
Варіант 14	10
Висновки	16
Список використаних джерел	17

### Вступ

#### Мета

- ознайомлення з поняттям слабоструктурованої задачі, зокрема з одним з класів таких задач задачами багатокритеріального вибору альтернатив;
- опанування метода аналізу ієрархій і використання його для розв'язання слабоструктурованих задач.

### Постановка задачі

I Початок роботи

Взяти завдання з наведеного у Додатку 1 переліку. Номер завдання відповідає номеру студента в списку групи.

Перелік альтернатив (не менше шести) та критеріїв (не менше п'яти) задати самостійно. Альтернативи обирати реальні (наприклад, з Інтернету). Значення критеріїв для обраних альтернатив навести у вигляді таблиці (зразок – Табл. 1).

II Зобразити схему ієрархічної декомпозиції задачі (мета – критерії – альтернативи).

III Створити матриці попарних порівнянь на основі підібраних значень.

IV Обчислити оцінки важливості (ваги) критеріїв.

V Обчислити вектори локальних пріоритетів альтернатив за кожним з критеріїв.

VI Пересвідчитися в несуперечливості заданих вами матриць попарних порівнянь критеріїв та альтернатив. Схема перевірки у Додатку 2. Якщо виявиться суперечливість — виправити матрицю (переконатися в її несуперечливості) і переробити п. ІІІ та IV.

VII Обчислити глобальні пріоритети. Зробити висновок щодо вибору об'єкта.

VIII Оформити звіт.

# Теоретичні відомості

Слабоструктуровані задачі — задачі, в постановці яких містяться як об'єктивні дані (числові співвідношення, формули,...), так і суб'єктивні, тобто оцінки чи вимоги, задані в вербальній формі.

Типовий приклад слабоструктурованих задач – задачі багатокритеріального вибору альтернатив. В таких задачах кожне з можливих рішень (альтернатив) оцінюється за декількома показниками (критеріями). Оцінки за критеріями можуть мати різний вигляд:

- числові (наприклад, вартість, продуктивність, швидкість, відстань і т. ін.);
- якісні («відмінно», «добре», «погано», «зручно», «незручно», «надійно» та різні їх ступені «дуже», «трохи» і т. ін.);
- критерії «так-ні».

Крім того, критерії можуть бути різними за важливістю, тобто при виборі слід деяким з них надавати більшого значення, ніж іншим. Все це ускладнює рішення таких задач. Для їх рішення використовуються методи системного аналізу, що поєднують математичні методи та методи експертного аналізу.

### Практична частина

### Опис програмної реалізації

Обчислення, що виконуються у методі аналізу ієрархій, були запрограмовані мовою С. Посилання на репозиторій (проект lab-3):

https://github.com/Bohdan628318ylypchenko/system-analysis-labs.git

### Тестування реалізації на прикладі, наданому у практичному занятті З

*Задача 2*. Сім'я обирає будинок для придбання. На сімейній нараді було обрано 5 критеріїв, за якими прийматиметься рішення:

К1: розміри будинку

К2: наявність поруч міського транспорту

Кз: загальний стан будинку

К4: фінансові умови

К5: район розміщення будинку

Після довгих дискусій з'ясувалося, що критерій  $K_1$  трохи більш важливий, ніж критерії  $K_3$  та  $K_4$ , причому з цих двох  $K_4$  важливіший. Крім того,  $K_1$  важливіший за  $K_5$  і значно важливіший за  $K_2$ . Що до  $K_2$ , він не набагато менш важливий за  $K_5$ , але  $K_3$  та  $K_4$  значно важливіші за нього.  $K_3$  та  $K_4$  важливіші за  $K_5$ .

В результаті було обрано 3 будинки (Б1, Б2 та Б3). За кожним з критеріїв складено матриці попарних порівнянь.

K <sub>1</sub> :	Б1	Б2	Б3
Б1	1	6	8
Б2	1/6	1	4
Б3	1/8	1/4	1

K3:	Б1	Б2	Б3
Б1	1	1/2	1/2
Б2	2	1	1
Б3	2	1	1

K <sub>2</sub> :	Б1	Б2	Б3
Б1	1	7	1/5
Б2	1/7	1	1/8
Б3	5	8	1

K4:	Б1	Б2	Б3
Б1	1	1/7	1/5
Б2	7	1	3
Б3	5	1/3	1

K <sub>5</sub> :	Б1	Б2	Б3
Б1	1	8	6
Б2	1/8	1	1/4
Б3	1/6	4	1

	K <sub>1</sub>	K <sub>2</sub>	К3	K4	K <sub>5</sub>
K <sub>1</sub>	1	7	3	2	5
К2	1/7	1	1/7	1/9	1/3
К3	1/3	7	1	1/5	4
K4	1/2	9	5	1	5
K <sub>5</sub>	1/5	3	1/4	1/5	1

Матриця порівнянь критеріїв

Введення матриць в програмі

Ваги критеріїв, узгодженість критеріїв

Очікуваний результат:

$$C_1 = \sqrt[5]{1 \cdot 7 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 5} = 2,91, C_2 = \sqrt[5]{\frac{1}{7} \cdot 1 \cdot \frac{1}{7} \cdot \frac{1}{9} \cdot \frac{1}{3}} = 0,24, C_3 = \sqrt[5]{\frac{1}{3} \cdot 7 \cdot 1 \cdot \frac{1}{5} \cdot 4} = 1,13,$$

$$C_4 = \sqrt[5]{\frac{1}{2} \cdot 9 \cdot 5 \cdot 1 \cdot 5} = 2,57, C_5 = \sqrt[5]{\frac{1}{5} \cdot 3 \cdot \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{5} \cdot 1} = 0,50.$$

$$C = \sum_{i=1}^{5} C_i = 2,91 + 0,24 + 1,13 + 2,57 + 0,50 = 7,35;$$

$$L_{K1} = \frac{2,91}{7,35} = 0,40, L_{K2} = \frac{0,24}{7,35} = 0,03, L_{K3} = \frac{1,13}{7,35} = 0,15, L_{K4} = \frac{2,57}{7,35} = 0,35, L_{K5} = \frac{0,50}{7,35} = 0,07.$$

Перевіряємо матрицю попарних порівнянь для критеріїв на узгодженість.

Перевіржемо матрицю попарних порівнянь для критернь на узгодженість. 
$$R_1 = 1 + \frac{1}{7} + \frac{1}{3} + \frac{1}{2} + \frac{1}{5} = 2,18, \qquad R_2 = 7 + 1 + 7 + 9 + 3 = 27,$$
 
$$R_3 = 3 + \frac{1}{7} + 1 + 5 + \frac{1}{4} = 9,39, \qquad R_4 = 2 + \frac{1}{9} + \frac{1}{5} + 1 + \frac{1}{5} = 3,51,$$
 
$$R_5 = 5 + \frac{1}{3} + 4 + 5 + 1 = 15,33;$$
 
$$\lambda_{\text{max}} = \sum_{i=1}^{N} R_i \cdot L_{Ki} = 2,18 \cdot 0,4 + 27 \cdot 0,03 + 9,39 \cdot 0,15 + 3,51 \cdot 0,35 + 15,33 \cdot 0,07 = 5,39;$$

$$BY = \frac{\lambda_{\text{max}} - N}{\nu_N \cdot (N - 1)} = \frac{5,39 - 5}{1,12 \cdot 4} = 0,087.$$

### Результат виконання програми:

======> cc

cost array:

| 0: 2.9137 | 1: 0.2375 | 2: 1.1330 | 3: 2.5718 | 4: 0.4959 |

total cost: 7.3519

weight arr:

| 0: 0.3963 | 1: 0.0323 | 2: 0.1541 | 3: 0.3498 | 4: 0.0675 |

r arr:

| 0: 2.1762 | 1: 27.0000 | 2: 9.3929 | 3: 3.5111 | 4: 15.3333 |

lambda max: 5.4448

coherence coefficient: 0.0993, max coherence: 0.2000

Бачимо достатнє співпадіння, різниця в результатах пов'язана з округленнями обчислень, наведених у матеріалах до практичного заняття.

#### Значення локальних пріорітетів для кожного з критеріїв

#### Очікуваний результат:

Шукаємо значення локальних пріоритетів для кожного з критеріїв.

$$K_1$$
:  $C_1 = \sqrt[3]{1 \cdot 6 \cdot 8} = 3,63$ ,  $C_2 = \sqrt[3]{\frac{1}{6} \cdot 1 \cdot 4} = 0,87$ ,  $C_3 = \sqrt[3]{\frac{1}{8} \cdot \frac{1}{4} \cdot 1} = 0,31$ ,  $C = 3,63 + 0,87 + 0,31 = 4,81$ ;  $L_{E1}^{K1} = \frac{3,63}{4,81} = 0,75$ ,  $L_{E2}^{K1} = \frac{0,87}{4,81} = 0,18$ ,  $L_{E3}^{K1} = \frac{0,31}{4,81} = 0,06$ . Аналогічно  $K_2$ :  $L_{E1}^{K2} = 0,23$ ,  $L_{E2}^{K2} = 0,05$ ,  $L_{E3}^{K2} = 0,71$ .

$$K_2$$
:  $L_{E1}^{K2} = 0.23$ ,  $L_{E2}^{K2} = 0.05$ ,  $L_{E3}^{K2} = 0.71$ .  
 $K_3$ :  $L_{E1}^{K3} = 0.2$ ,  $L_{E2}^{K3} = 0.4$ ,  $L_{E3}^{K3} = 0.4$ .  
 $K_4$ :  $L_{E1}^{K4} = 0.07$ ,  $L_{E2}^{K4} = 0.65$ ,  $L_{E3}^{K4} = 0.28$ .  
 $K_5$ :  $L_{E1}^{K5} = 0.75$ ,  $L_{E2}^{K5} = 0.07$ ,  $L_{E3}^{K5} = 0.18$ .

### 3 B1 / / B2 / / B3

### Результат виконання програми:

======> cb1

```
cost array:
0: 1.1187 | 1: 0.2614 | 2: 3.4200 |
total cost: 4.8000
weight arr:
0: 0.2331 | 1: 0.0545 | 2: 0.7125 |
r arr:
0: 6.1429 | 1: 16.0000 | 2: 1.3250 |
lambda max: 3.2470
coherence coefficient: 0.1102, max coherence: 0.2000
=======> cb2
cost array:
0: 0.6300 | 1: 1.2599 | 2: 1.2599 |
total cost: 3.1498
weight arr:
0: 0.2000 | 1: 0.4000 | 2: 0.4000 |
0: 5.0000 | 1: 2.5000 | 2: 2.5000 |
lambda max: 3.0000
coherence coefficient: -0.0000, max coherence: 0.2000
```

```
=======> cb3
cost array:
0: 0.3057 | 1: 2.7589 | 2: 1.1856 |
total cost: 4.2503
weight arr:
0: 0.0719 | 1: 0.6491 | 2: 0.2790 |
r arr:
0: 13.0000 | 1: 1.4762 | 2: 4.2000 |
lambda max: 3.0649
coherence coefficient: 0.0290, max coherence: 0.2000
=======> cb4
cost array:
0: 3.6342 | 1: 0.3150 | 2: 0.8736 |
total cost: 4.8228
weight arr:
0: 0.7536 | 1: 0.0653 | 2: 0.1811 |
r arr:
0: 1.2917 | 1: 13.0000 | 2: 7.2500 |
lambda max: 3.1356
coherence coefficient: 0.0605, max coherence: 0.2000
```

Результати співпадають (в межах похибки, спричиненою округленнями в оригінальних обчисленнях).

Варто зауважити, що всі матриці порівнянь  $\epsilon$  узгодженими.

### Глобальні пріорітети

Очікуваний результат:

Шукаємо значення глобальних пріоритетів, в яких враховуються локальні пріоритети альтернатив за кожним з критеріїв та вага критеріїв.

```
\begin{split} G_{E1} &= L_{E1}^{K1} \cdot L_{K1} + L_{E1}^{K2} \cdot L_{K2} + L_{E1}^{K3} \cdot L_{K3} + L_{E1}^{K4} \cdot L_{K4} + L_{E1}^{K5} \cdot L_{K5} = \\ &= 0.75 \cdot 0.4 + 0.23 \cdot 0.03 + 0.2 \cdot 0.15 + 0.07 \cdot 0.35 + 0.75 \cdot 0.07 = 0.4139; \\ G_{E2} &= L_{E2}^{K1} \cdot L_{K1} + L_{E2}^{K2} \cdot L_{K2} + L_{E2}^{K3} \cdot L_{K3} + L_{E2}^{K4} \cdot L_{K4} + L_{E2}^{K5} \cdot L_{K5} = \\ &= 0.18 \cdot 0.4 + 0.05 \cdot 0.03 + 0.4 \cdot 0.15 + 0.65 \cdot 0.35 + 0.07 \cdot 0.07 = 0.3659; \\ G_{E3} &= L_{E3}^{K1} \cdot L_{K1} + L_{E3}^{K2} \cdot L_{K2} + L_{E3}^{K3} \cdot L_{K3} + L_{E3}^{K4} \cdot L_{K4} + L_{E3}^{K5} \cdot L_{K5} = \\ &= 0.06 \cdot 0.4 + 0.71 \cdot 0.03 + 0.4 \cdot 0.15 + 0.28 \cdot 0.35 + 0.18 \cdot 0.07 = 0.2159. \end{split}
```

Отже, слід обрати альтернативу Б1.

```
Результат роботи програми:
```

```
=======> global priorities:
```

| 0: 0.4130 | 1: 0.3667 | 2: 0.2203 |

Результати обчислень співпадають.

### Варіант 14

#### Вибір ноутбука

#### Критерії:

- 1. Кількість потоків СРИ
- Об'єм RAM
- 3. Об'єм VRAM
- 4. Роздільна здатність екрану
- 5. Розмір (екрану)
- 6. Ціна

#### Альтернативи:

- 1. https://ek.ua/ua/ASUS-G614JIR-N4067.htm
- 2. https://ek.ua/ua/ASUS-GA402XV-N2041.htm
- 3. https://ek.ua/ua/ASUS-G733PZ-LL023.htm
- 4. https://ek.ua/ua/ASUS-G614JV-IS96.htm
- 5. https://ek.ua/ua/DELL-B0CBKZQM34.htm
- 6. <a href="https://ek.ua/ua/APPLE-MRX33.htm">https://ek.ua/ua/APPLE-MRX33.htm</a>

Табл.1 – характеристики ноутбуків

	CPU	RAM	VRAM	ррі/10 (роздільна здатність)	size	price, 10^3
A1	32	16	8	18.86	16	91
A2	16	32	8	21.56	14.2	63
A3	32	32	12	17.27	17.3	95
A4	32	32	8	14.15	16	65.6
A5	20	32	8	27.53	15.6	100
A6	11	18	18	25.75	14.2	83

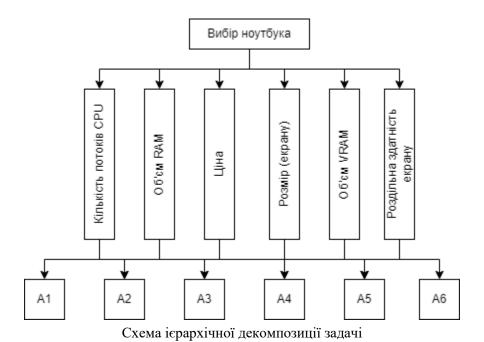


Табл.2 – матриця попарних порівнянь для критеріїв

	K1	К2	К3	К4	K5	К6
К1	1	5	1	4	3	1/2
К2	1/5	1	1/5	1/4	1/2	1/5
К3	1	5	1	7	5	1/2
К4	1/4	4	1/7	1	4	1/2
K5	1/3	2	1/5	1/4	1	1/2
К6	2	5	2	2	2	1

Матриці попарних порівнянь альтернатив за критеріями:

CPU

	A1	A2	A3	A4	A5	A6
A1	1	5	1	1	3	7
A2	1/5	1	1/5	1/5	1/3	2
A3	1	5	1	1	3	7
A4	1	5	1	1	3	6
A5	1/3	3	1/3	1/3	1	2
A6	1/7	1/2	1/7	1/6	1/2	1

## RAM

	A1	A2	A3	A4	A5	A6
A1	1	1/6	1/6	1/6	1/6	1/2
A2	6	1	1	1	1	4
A3	6	1	1	1	1	4
A4	6	1	1	1	1	4
A5	6	1	1	1	1	4
A6	2	1/4	1/4	1/4	1/4	1

## VRAM

	A1	A2	A3	A4	A5	A6
A1	1	1	1/5	1	1	1/7
A2	1	1	1/5	1	1	1/7
A3	5	5	1	5	5	1/5
A4	1	1	1/5	1	1	1/7
A5	1	1	1/5	1	1	1/7
A6	7	7	5	7	7	1

# ppi

	A1	A2	A3	A4	A5	A6
A1	1	1/3	2	3	1/6	1/5
A2	3	1	3	5	1/6	1/5
A3	1/2	1/3	1	3	1/6	1/5
A4	1/3	1/5	1/3	1	1/6	1/5
A5	6	6	6	6	1	2
A6	5	5	5	5	1/2	1

# size

	A1	A2	A3	A4	A5	A6
A1	1	5	1/4	1	2	3
A2	1/5	1	1/4	1/3	1/2	1
A3	4	4	1	2	3	4

A4	1	3	1/2	1	2	2
A5	1/2	2	1/3	1/2	1	2
A6	1/3	1	1/4	1/2	1/2	1

#### price

	A1	A2	A3	A4	A5	A6
A1	1	1/7	2	1/6	3	1/3
A2	7	1	5	2	6	4
A3	1/2	1/5	1	1/3	2	2
A4	6	1/2	3	1	4	3
A5	1/3	1/6	1/2	1/4	1	1/3
A6	3	1/4	1/2	1/3	3	1

#### Обчислення:

```
======> cc
cost array:
| 0: 1.7627 | 1: 0.3162 | 2: 2.1070 | 3: 0.8116 | 4: 0.5054 | 5: 2.0758 |
total cost: 7.5787
weight arr:
| 0: 0.2326 | 1: 0.0417 | 2: 0.2780 | 3: 0.1071 | 4: 0.0667 | 5: 0.2739 |
| 0: 4.7833 | 1: 22.0000 | 2: 4.5429 | 3: 14.5000 | 4: 15.5000 | 5: 3.2000 |
lambda max: 6.7564
coherence coefficient: 0.1220, max coherence: 0.2000
======> cb0
cost array:
| 0: 2.1720 | 1: 0.4180 | 2: 2.1720 | 3: 2.1169 | 4: 0.7783 | 5: 0.3078 |
total cost: 7.9650
weight arr:
| 0: 0.2727 | 1: 0.0525 | 2: 0.2727 | 3: 0.2658 | 4: 0.0977 | 5: 0.0386 |
| 0: 3.6762 | 1: 19.5000 | 2: 3.6762 | 3: 3.7000 | 4: 10.8333 | 5: 25.0000 |
lambda max: 6.0363
coherence coefficient: 0.0059, max coherence: 0.2000
======> cb1
cost array:
| 0: 0.2698 | 1: 1.6984 | 2: 1.6984 | 3: 1.6984 | 4: 1.6984 | 5: 0.4454 |
total cost: 7.5088
weight arr:
```

```
0: 0.0359 | 1: 0.2262 | 2: 0.2262 | 3: 0.2262 | 4: 0.2262 | 5: 0.0593 |
r arr:
0: 27.0000 | 1: 4.4167 | 2: 4.4167 | 3: 4.4167 | 4: 4.4167 | 5: 17.5000 |
lambda max: 6.0043
coherence coefficient: 0.0007, max coherence: 0.2000
======> cb2
cost array:
0: 0.5529 | 1: 0.5529 | 2: 2.2361 | 3: 0.5529 | 4: 0.5529 | 5: 4.7851 |
total cost: 9.2328
weight arr:
| 0: 0.0599 | 1: 0.0599 | 2: 0.2422 | 3: 0.0599 | 4: 0.0599 | 5: 0.5183 |
0: 16.0000 | 1: 16.0000 | 2: 6.8000 | 3: 16.0000 | 4: 16.0000 | 5: 1.7714 |
lambda max: 6.3976
coherence coefficient: 0.0641, max coherence: 0.2000
======> cb3
cost array:
0: 0.6368 | 1: 1.0699 | 2: 0.5054 | 3: 0.3008 | 4: 3.7063 | 5: 2.6050 |
total cost: 8.8242
weight arr:
0: 0.0722 | 1: 0.1212 | 2: 0.0573 | 3: 0.0341 | 4: 0.4200 | 5: 0.2952 |
r arr:
| 0: 15.8333 | 1: 12.8667 | 2: 17.3333 | 3: 23.0000 | 4: 2.1667 | 5: 3.8000 |
lambda max: 6.5113
coherence coefficient: 0.0825, max coherence: 0.2000
=====> cb4
cost array:
0: 1.3991 | 1: 0.4503 | 2: 2.6960 | 3: 1.3480 | 4: 0.8327 | 5: 0.5246 |
total cost: 7.2506
weight arr:
0: 0.1930 | 1: 0.0621 | 2: 0.3718 | 3: 0.1859 | 4: 0.1148 | 5: 0.0723 |
r arr:
| 0: 7.0333 | 1: 16.0000 | 2: 2.5833 | 3: 5.3333 | 4: 9.0000 | 5: 13.0000 |
lambda max: 6.2770
coherence coefficient: 0.0447, max coherence: 0.2000
=====> cb5
cost array:
| 0: 0.6020 | 1: 3.4479 | 2: 0.7148 | 3: 2.1822 | 4: 0.3637 | 5: 0.8492 |
total cost: 8.1598
weight arr:
0: 0.0738 | 1: 0.4225 | 2: 0.0876 | 3: 0.2674 | 4: 0.0446 | 5: 0.1041 |
0: 17.8333 | 1: 2.2595 | 2: 12.0000 | 3: 4.0833 | 4: 19.0000 | 5: 10.6667 |
```

lambda max: 6.3707

coherence coefficient: 0.0598, max coherence: 0.2000

=======> global priorities:

0: 0.1224 | 1: 0.1712 | 2: 0.1951 | 3: 0.1772 | 4: 0.1137 | 5: 0.2205 |

Всі матриці, крім матриці попарних порівнянь критеріїв,  $\epsilon$  добре узгодженими. Коефіцієнт узгодженості матриці попарних порівнянь критеріїв = 0.12 < 0.2. Найкращою  $\epsilon$  альтернатива 2 (<a href="https://ek.ua/ua/ASUS-GA402XV-N2041.htm">https://ek.ua/ua/ASUS-GA402XV-N2041.htm</a>).

### Висновки

В ході лабораторної роботи було обрано найкращу альтернативу серед запропонованих методом аналізу ієрархій. Матриці порівняння здебільшого мають гарну узгодженість. При цьому можливе уточнення результату за рахунок перегляду матриці попарних порівнянь критеріїв.

# Список використаних джерел

- 1. Теоретичні матеріали надані до лабораторної роботи 3 з предмету "Системний аналіз", тема "Побудова функціональної моделі системи", Вовк Лілія Борисівна.
- 2. Теоретичні матеріали до практичного заняття 3 з предмету «Системний аналіз», тема «Прийняття рішень методом аналітичної ієрархії Сааті», Вовк Лілія Борисівна.