МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
КРЕМЕНЧУЦЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ
ІМЕНІ МИХАЙЛА ОСТРОГРАДСЬКОГО

Кафедра комп’ютерної інженерії та електроніки

ЗВІТ
ПРО ВИКОНАННЯ ПРАКТИЧНИХ РОБІТ
з навчальної дисципліни
«Ймовірнісно-статистичні методи інформаційних технологій»

Тема «Геометрична ймовірність. Аксіоматичне визначення ймовірності. Теореми множення та додавання ймовірностей. Формула повної ймовірності та формула Баєса»

Здобувач освіти гр. КН-24-1, Бояринцова П. С.
Викладач Сидоренко В. М.

Кременчук 2025

Тема. Геометрична ймовірність. Аксіоматичне визначення ймовірності. Теореми множення та додавання ймовірностей. Формула повної ймовірності та формула Баєса

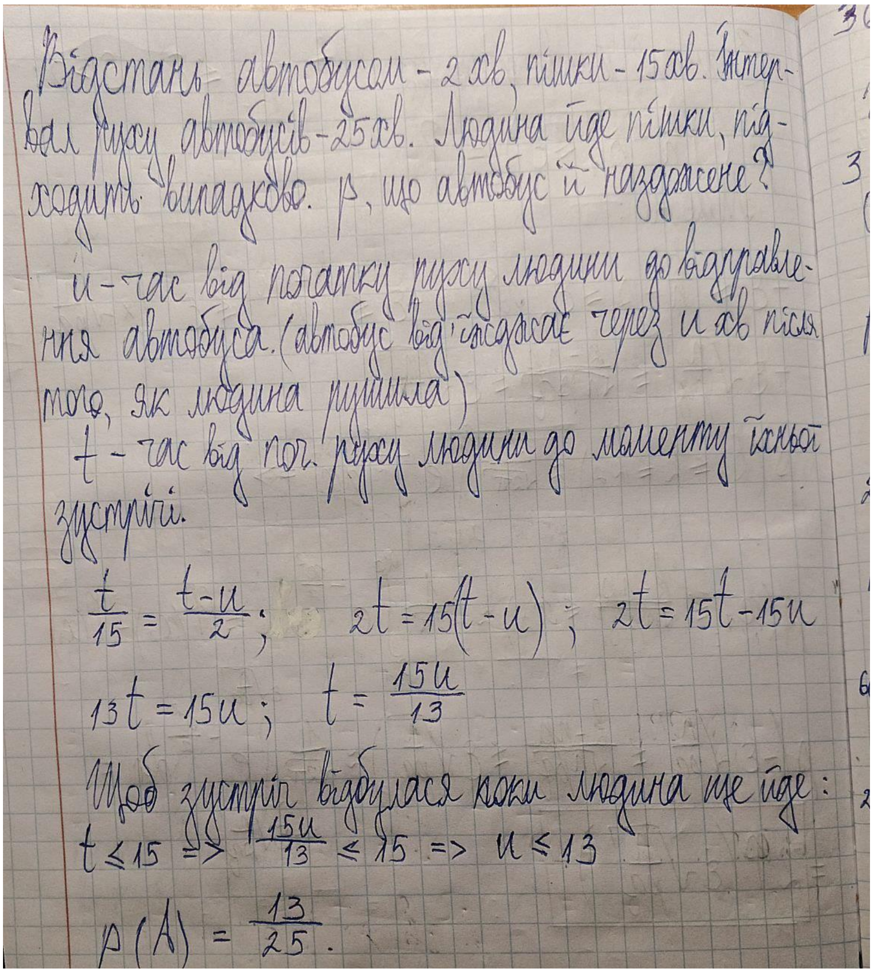
Мета: набути практичних навичок у розв'язанні задач з підрахунку ймовірностей на підставі геометричного визначення ймовірності, алгебри подій та теорем множення і додавання ймовірностей; навчитися застосовувати на практиці формули повної ймовірності та Баєса.

1.1 Постановка завдання.

Ознайомитися з теоретичними відомостями з теми. Виконати індивідуальні завдання згідно з варіантом. Відповісти на контрольні питання.

1.2 Розв'язання задачі згідно зі своїм варіантом.

Задача 3. Відстань від пункту А до Б автобус проходить за 2 хвилини, пішохід – за 15 хвилин. Інтервал руху автобусів складає 25 хвилин. Людина підходить у випадковий момент часу до пункту А та рухається у Б пішки. Знайти ймовірність того, що в дорозі її наздожене автобус (рис. 1).



Відстань автобусом – 2 хв, пішки – 15 хв. Інтервал руху автобусів – 25 хв. Людина іде пішки, підходить випадково. p, що автобус її наздожене?

u – час від початку руху людини до відправлення автобуса. (автобус від'їжджає через u хв після того, як людина рушила)

t – час від поч. руху людини до моменту їхньої зустрічі.

$$\frac{t}{15} = \frac{t-u}{2}; \quad 2t = 15(t-u); \quad 2t = 15t - 15u$$

$$13t = 15u; \quad t = \frac{15u}{13}$$

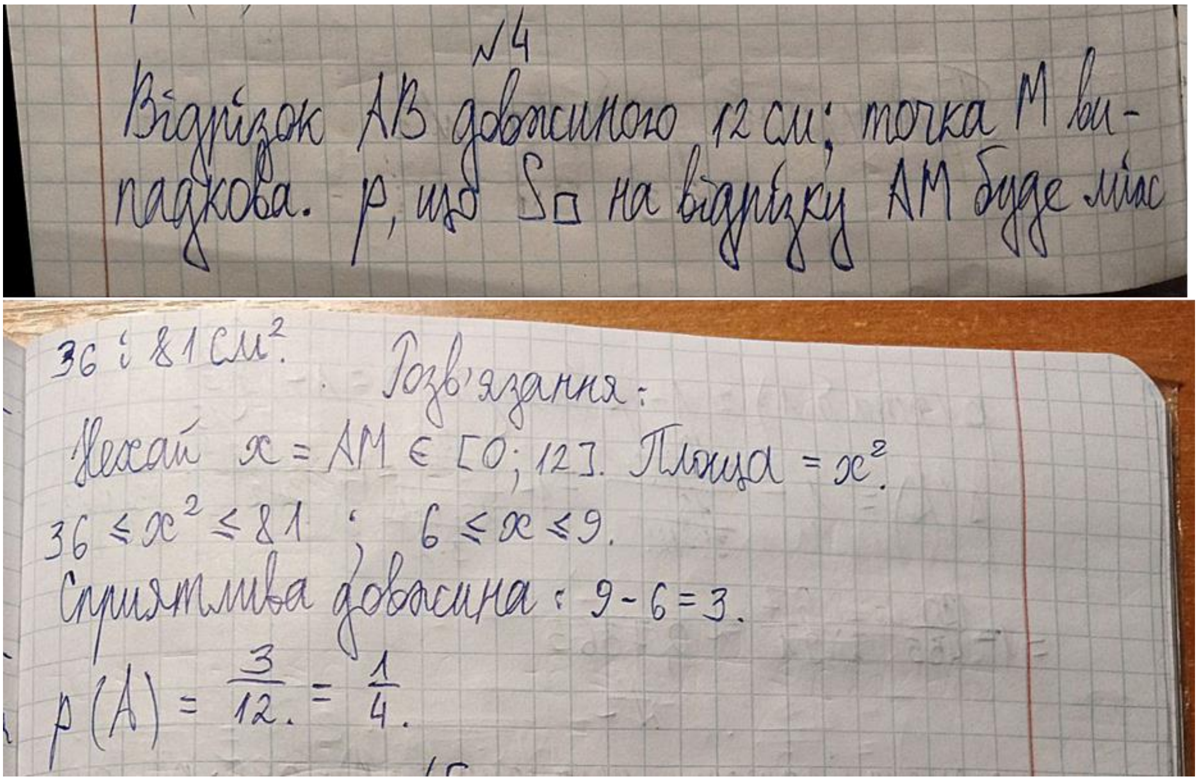
Щоб зустріч відбулася поки людина ще іде:

$$t \le 15 \Rightarrow \frac{15u}{13} \le 15 \Rightarrow u \le 13$$

$$p(A) = \frac{13}{25}.$$

Рисунок 1 – розв'язання задачі 3

Задача 4. На відрізок *AB* довжиною 12 см навмання ставлять точку *M*. Знайти ймовірність того, що площа квадрата, що побудований на відрізку *AM*, буде між 36 см^2 та 81 см^2. (рис. 2)



№4

Відрізок AB довжиною 12 см; точка M випадкова. p, що S□ на відрізку AM буде між 36 і 81 см².

Розв'язання:

Нехай $x = AM \in [0; 12]$. Площа $= x^2$.

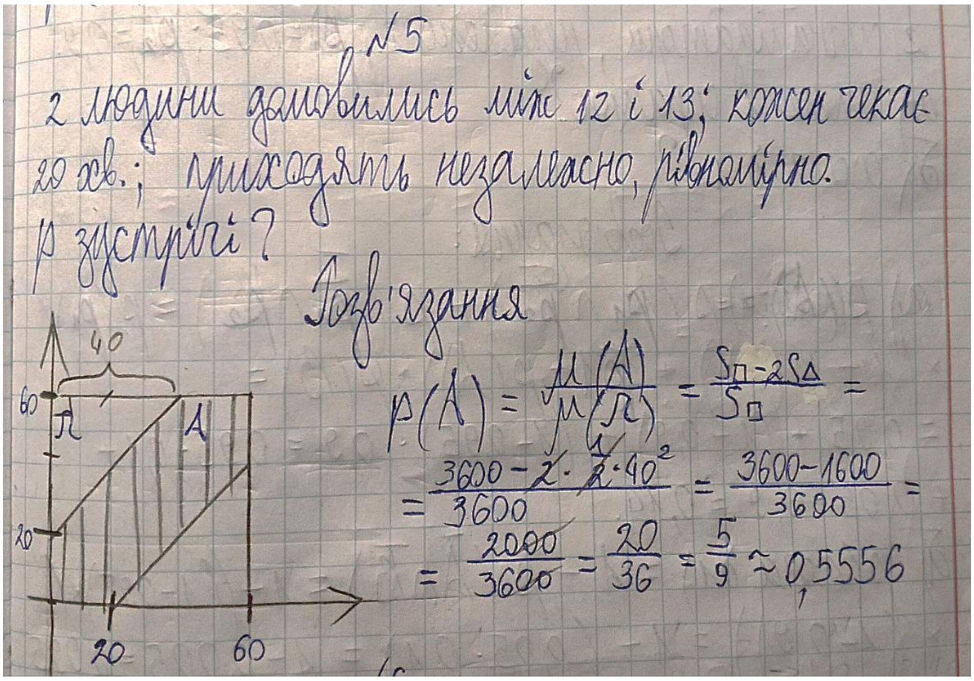
$36 \le x^2 \le 81$; $6 \le x \le 9$.

Сприятлива довжина: $9 - 6 = 3$.

$p(A) = \frac{3}{12} = \frac{1}{4}$.

Рисунок 2 – розв’язання задачі 4

Задача 5. (Задача про зустріч). Дві людини домовилися зустрітись у певному місці між 12 та 13 годинами, причому кожна людина, яка прийшла, чекає іншу протягом 20 хвилин, після чого йде. Знайти ймовірність зустрічі цих людей, якщо кожна людина приходить на зустріч у випадковий момент часу, що не узгоджений з моментом приходу іншої людини. (рис. 3):



№5

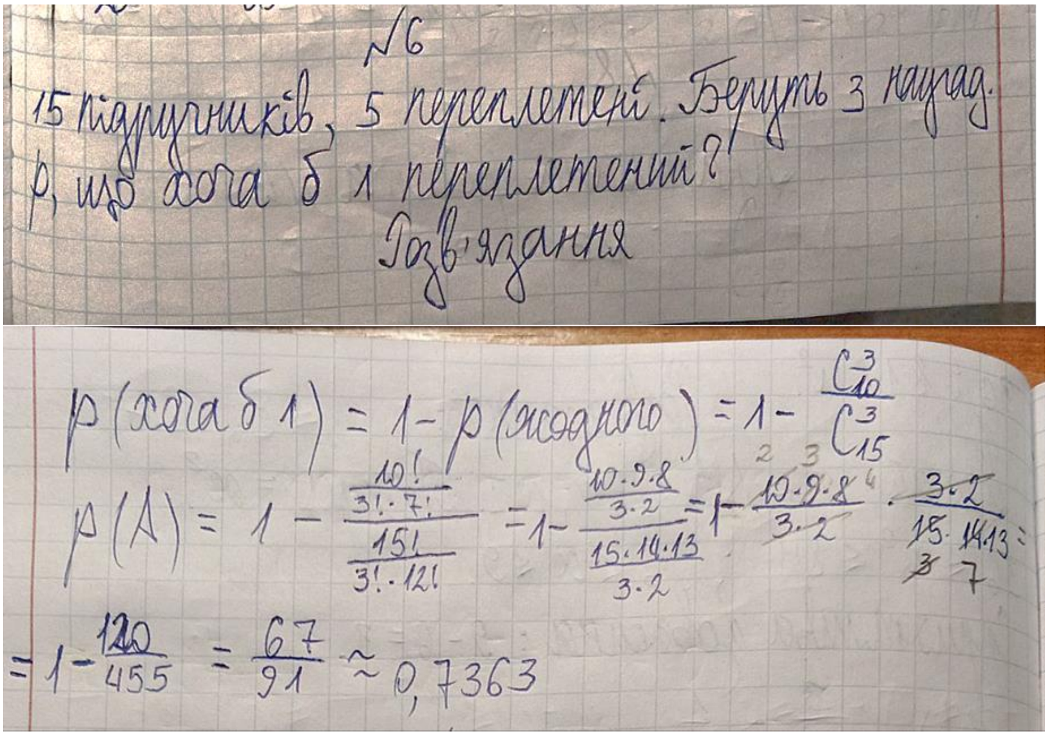
2 людини домовились між 12 і 13; кожен чекає 20 хв.; приходять незалежно, рівномірно. p зустрічі?

Розв'язання

$$p(A) = \frac{\mu(A)}{\mu(\Omega)} = \frac{S_{\square} - 2S_{\triangle}}{S_{\square}} = \frac{3600 - 2\cdot\frac{1}{2}\cdot 40^2}{3600} = \frac{3600-1600}{3600} = \frac{2000}{3600} = \frac{20}{36} = \frac{5}{9} \approx 0,5556$$

Рисунок 3 – розв’язання задачі 5

Задача 6. На стелажі бібліотеки у випадковому порядку розставлено 15 підручників, причому 5 з них переплетені. Бібліотекар бере наугад 3 підручники. Знайти ймовірність того, що хоча б один з підручників, що взятий, буде переплетений (подія A). (рис. 4)



№6

15 підручників, 5 переплетені. Беруть 3 наугад. p, що хоча б 1 переплетений?

Розв'язання

$$p(\text{хоча б } 1) = 1 - p(\text{жодного}) = 1 - \frac{C_{10}^3}{C_{15}^3}$$

$$p(A) = 1 - \frac{\frac{10!}{3!\cdot 7!}}{\frac{15!}{3!\cdot 12!}} = 1 - \frac{\frac{10\cdot 9\cdot 8}{3\cdot 2}}{\frac{15\cdot 14\cdot 13}{3\cdot 2}} = 1 - \frac{10\cdot 9\cdot 8}{3\cdot 2}\cdot\frac{3\cdot 2}{15\cdot 14\cdot 13} = 1 - \frac{120}{455} = \frac{67}{91} \approx 0,7363$$

Рисунок 4 – розв’язання задачі 6

Задача 7. Для сигналізації про аварію встановлено два сигналізатори, що працюють незалежно один від одного. Ймовірність того, що при аварії спрацює перший сигналізатор, складає 0,95, другий – 0,9. Знайти ймовірність того, що при аварії спрацює (рис. 5):

а) лише один сигналізатор;

б) хоча б один сигналізатор.

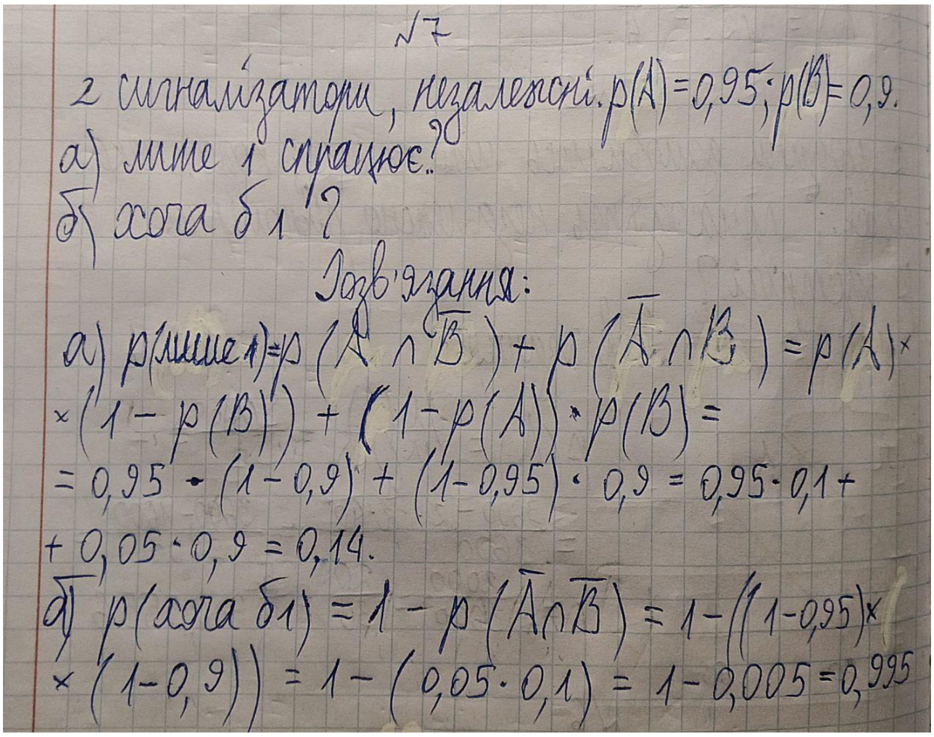


Рисунок 5 – розв’язання задачі 7

1.3 Отримані результати.

В ході практичної роботи опрацьовано основні поняття теорії ймовірностей: аксіоматичне визначення ймовірності, властивості ймовірнісних заходів та алгебра подій. Закріплено геометричне визначення ймовірності й показано, як обчислювати ймовірності подій через відношення мір. Розглянуто й застосовано теореми множення і додавання ймовірностей для незалежних і залежних подій, а також узагальнено їх на випадок багатьох подій.

1.4 Відповіді на контрольні питання.

1. Надати визначення геометричної ймовірності.

Експеримент задовольняє вимогам геометричного визначення ймовірності, якщо його результати можна зобразити точками деякої області Ω у

R^m так, що ймовірність попадання точки у $\forall$ частину $A \subset \Omega$ не залежить від форми або розташування A у середині Ω, а залежить лише від міри області A

2. **Навести головні правила алгебри подій.**

$0 \le P(A) \le 1$

$P(\Omega) = 1$

Якщо А і В несумісні $(A \cap B = \emptyset)$, то $P(\mathrm{A} \cup \mathrm{B}) = P(A) + P(B)$.

Загальна формула для двох подій: $P(A \cup \mathrm{B}) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$.

3. **Який вигляд має формула множення ймовірностей для двох незалежних подій?**

Якщо А і В незалежні, то $P(A \cap B) = P(A) * P(B)$.

4. **Який вигляд має формула множення ймовірностей для двох залежних подій?**

$$P(A \cap B) = P(A) * P(B|A) = P(B) * P(A|B).$$

5. **Який вигляд має формула додавання ймовірностей для двох сумісних подій?**

Для довільних А, В: $P(A \cup \mathrm{B}) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$.

6. **Який вигляд має формула додавання ймовірностей для двох несумісних подій?**

Якщо А і В несумісні $(A \cap B = \emptyset)$, то $P(\mathrm{A} \cup \mathrm{B}) = P(A) + P(B)$.

7. **Надати визначення повної ймовірності.**

Нехай $H_1, H_2, \ldots$ – повна група подій. Тоді ймовірність будь-якої події A може бути обчислена за формулою:

$$P(A) = \sum_{i=1}^{n} P(H_i) * P(A|H_i)$$

8. **Як можна пояснити поняття апріорної та апостеріорної ймовірності, користуючись формулою Баєса?**

Апріорна – $P(H_i)$ ймовірність гіпотези до спостереження.

Апостеріорна – $P(H_i|A)$ ймовірність гіпотези після того, як спостерігали подію А.