Granice za Remzijeve brojeve i primene

Mihailo Milenković, Dejan Gjer, Bojana Čakarević

15.1.2020

Remzijevi brojevi

Definicija

Za skup X i prirodan broj $k > 0$ definišemo

$$[X]^k := \{Y \subseteq X \mid |Y| = k\}.$$

Pišemo

$$n \to (l_1, \ldots, l_r)^k$$

ako za svako bojenje $\chi : [\underline{n}]^k$ postoje $i \in \underline{r}$ i $T \subseteq \underline{n}$ sa $|T| = l_i$, takvi da je $[T]^k$ u odnosu na χ i-monohromatsko.

Definicija

Najmanji broj n za koji važi

$$n \to (l_1, \ldots, l_r)^k$$

naziva se Remzijev broj i označavamo ga sa $R_k(l_1, \ldots, l_r)$.

Struktura rada

- Gornje granice za Remzijeve brojeve
- Donje granice za Remzijeve brojeve
- Primene Remzijeve teoreme

Gornje granice za Remzijeve brojeve

Teorema

$$R(l_1, l_2) \leq R(l_2 - 1, l_1) + R(l_2, l_1 - 1)$$

Teorema

Za $k \geq 2$ važi

$$R(l_1, l_2, ..., l_k) \leq 2 + \sum_{i=1}^{k} (R(l_1, l_2 ..., l_{i-1}, l_i - 1, l_{i+1}, ..., l_k) - 1)$$

Donje granice za Remzijeve brojeve

Teorema

Neka su dati prirodni brojevi n i k, takvi da $n \geq k > 0$ .Ako je

$$\binom{n}{k} 2^{1-\binom{k}{2}} < 1,$$

onda važi $R(k,k) > n$.

Teorema

Neka su dati prirodni brojevi n, m i k tako da je $1 \leq k \leq n-2$. Tada je

$$R(m,n) \geq R(m,n-k) + R(m,k+1) - 1.$$

Primene Remzijeve teoreme

Teorema

Za svako $k \in \mathbb{N} \setminus \{0\}$ postoji neko $n \in \mathbb{N}$, takvo da za svako bojenje $\chi : \underline{n} \to \underline{k}$ postoje brojevi $x, y, z \in \underline{n}$ sa osobinom

$$x + y = z \text{ i } \chi(x) = \chi(y) = \chi(z)$$

Teorema

Za svaki prirodan broj $n \geq 3$ postoji broj $N(n)$ takav da bilo koji skup od bar N tačaka u ravni u opštem položaju sadrži konveksan n-tougao