

## Seminar 9

1. Fie  $x = (1, 0, -1)$ ,  $y = (3, -1, 1) \in \mathbb{R}^3$ . Calculati  $x + y$ ,  $x \cdot y$ ,  $\|x\|$ ,  $\| -2y\|$  si  $\|x - y\|$ .
2. Fie  $x, y \in \mathbb{R}^m$ . Demonstrati ca
  - a)  $\|x + y\|^2 + \|x - y\|^2 = 2(\|x\|^2 + \|y\|^2)$  (**identitatea paralelogramului**)
  - b)  $|\|x\| - \|y\|| \leq \|x - y\|$
3. Determinati  $\text{int}A$ ,  $\text{fr}A$ , precum si daca  $A$  este multime deschisa, respectiv multime inchisa.
  - a)  $A = [2, \infty) \times [2, \infty) \subseteq \mathbb{R}^2$
  - b)  $A = \mathbb{R} \times \{0\} \subseteq \mathbb{R}^2$
  - c)  $A = B(O_2, 1) \subseteq \mathbb{R}^2$
  - d)  $A = \mathbb{R} \setminus \mathbb{Z} \subseteq \mathbb{R}$
  - e)  $A = \mathbb{Q} \subseteq \mathbb{R}$
4.  $\forall A, B \subseteq \mathbb{R}^m$  multimi nevide, au loc afirmatiile
  - a) Daca  $A$  si  $B$  sunt multimi deschise atunci  $A \cup B$  si  $A \cap B$  sunt multimi deschise
  - b) Daca  $A$  si  $B$  sunt multimi inchise atunci  $A \cup B$  si  $A \cap B$  sunt multimi inchise.
5.  $\forall A \subseteq \mathbb{R}^m$  multime nevida, au loc afirmatiile
  - a)  $\text{int}A \subseteq A$
  - b)  $A' \subseteq A \cup \text{fr}A$
  - c)  $\text{int}A = A \setminus \text{fr}A$
  - d)  $\text{fr}A = \text{fr}(\mathbb{R}^m \setminus A)$
  - e)  $\text{int}A \cup \text{fr}A \cup \text{int}(\mathbb{R}^m \setminus A) = \mathbb{R}^m$
  - f)  $\text{int}A$  este multime deschisa
  - g)  $\text{fr}A$  este multime inchisa.
6.  $\forall A \subseteq \mathbb{R}^m$  multime nevida, au loc afirmatiile
  - a) Daca  $A$  este multime deschisa atunci  $A \subseteq A'$
  - b) Daca  $A$  este multime inchisa atunci  $A' \subseteq A$Reciprocele afirmatiilor sunt adevarate?