

Laborator 8

Funcții utilizate:

1. **cumsum(A)** - returnează sumele cumulative folosind elementele dintr-un vector A

cumsum(A), A matrice : rezultatul este o matrice ce conține sumele cumulative de pe fiecare coloana din A

cumsum(A,dim) : operează pe dimensiunea specificată de **dim**

```
>>A = 1:5;  
>>B = cumsum(A)  
B =
```

```
1      3      6     10     15
```

```
>>A = [1 4 7; 2 5 8; 3 6 9]  
>>B = cumsum(A)  
B =
```

```
1      4      7  
3      9     15  
6     15     24
```

2. **sort(X)** - sortează vectorul X (în cazul matricilor sortarea se face pe coloane)
3. **ecdf - [f,x]=ecdf(y)** obține funcția de repartiție f a distribuției empirice calculată în punctele din vectorul x, folosind datele din vectorul y.

Problema I

Generăm N numere pseudo-aleatoare conform distribuției date de x și p, iar pentru acest lucru vom crea o funcție *discret* de parametrii x,p și N.

Pași pentru crearea funcției:

a) ordonăm descrescător probabilitățile:

```
p=[0 sort(p,'descend')];
```

b) calculăm sumele cumulative:

```
q=cumsum(p);
```

c)găsim indicele j pentru care $p_0 + p_1 + .. + p_{j-1} < U < p_0 + p_1 + .. + p_j$:

```
a=[];
for i=1:N
    U=unifrnd(...);
    j=1;
    while q(j)<U
        .....
    end
    %adaugam x(j-1) in vectorul a
```

Găsim frecvențele cerute:

```
function urna_simulare(N)
y=discret(1:4,[0.46 0.4 0.1 0.04],N)
[f,x]=ecdf(y);
probabilitati=[0.46 0.4 0.1 0.04]
```

```
%Are loc proprietatea  $P(i-1 \leq X < i) = f(i) - f(i-1)$ , in cazul nostru  $P(i-1 \leq X < i) = P(X=i-1)$ 
frecvente=[f(2)-f(1) f(3)-f(2) f(4)-f(3) f(5)-f(4)]
end
```

Problema II

Generăm N numere pseudo-aleatoare conform legii exponențiale cu valoarea medie lambda, iar pentru aceasta vom crea funcția *expAleator*, de parametrii lambda și N:

```
function .....
a=[];
for i=1:N
    U=unifrnd(...);
    %generam numarul cu ajutorul functiei de repartie corespunzatoare legii exponentiale
    %y=F^(-1)(U)
    %adaugam y la a
    .....
end
end
```

Reamintim densitatea de probabilitate a legii exponențiale:

$$f(x) = \begin{cases} \lambda e^{-\lambda x} & x > 0 \\ 0 & x \leq 0 \end{cases}$$

iar funcția de repartiție este $F(x) = \int_{-\infty}^x f(t)dt$. Vom determina funcția de repartiție:

Cazul I: $x \leq 0 \Rightarrow F(x) = \int_{-\infty}^x 0dt = 0$.

Cazul II: $x > 0 \Rightarrow F(x) = \int_{-\infty}^x f(t)dt = \int_{-\infty}^0 0dt + \int_0^x \lambda e^{-\lambda t}dt = 0 + (-e^{-\lambda t}) \Big|_{t=0}^{t=x} = 1 - e^{-\lambda x}$.

Deci,

$$F(x) = \begin{cases} 1 - e^{-\lambda x} & x > 0 \\ 0 & x \leq 0 \end{cases}$$

Vom calcula inversa lui F . Mai întâi observăm că numărul $U(i) \in [0, 1]$, prin urmare vom calcula inversa doar pe $[0, \infty]$:

$$F(x) = y \iff 1 - e^{-\lambda x} = y \iff e^{-\lambda x} = 1 - y \iff -\lambda x = \ln(1 - y) \iff x = \frac{-1}{\lambda} \ln(1 - y)$$

Inversa este

$$F(t) = \frac{-1}{\lambda} \ln(1 - t).$$

Determinăm frecvențele cerute:

```
function print_file(N,k)
y=exp_aleator(12,N)
```

```
%distributia empirica pentru valorile care NU sunt mai mari sau egale decat k
[f,x]=ecdf(y,'censoring',y>=k)
```

```
frecventa_ceruta=f(length(x))
probabilitatea_ceruta=expcdf(k,12)
end
```