Laborator 5

Funcţii utilizate:

1. **unifrnd** - generează numere aleator conform distribuţiei uniforme continue

   unifrnd(A,B)- generează numere între A şi B (ex: unifrnd(0,10) poate returna 8.4219)

   unifrnd(A,B, m, n)- generează o matrice de tip m*n

2. **plot(X,Y,ProprietatiCurba)** -reprezentare grafică pentru curbe plane

```
% exemplu
x=0:pi/100:2*pi;
y=sin(x);
plot(x,y)
```

I.Prima problemă

(a1) Notăm cu $C((1,1),1)$ cercul cu originea în punctul de coordonate $(1,1)$ şi de rază 1:

$$P(A(x,y) \in C((1,1),1)) = \frac{m(C((1,1),1))}{m(\textbf{pătrat})} = \frac{\pi r^2}{l^2} = \frac{\pi \cdot 1^2}{2^2} = \frac{\pi}{4}$$

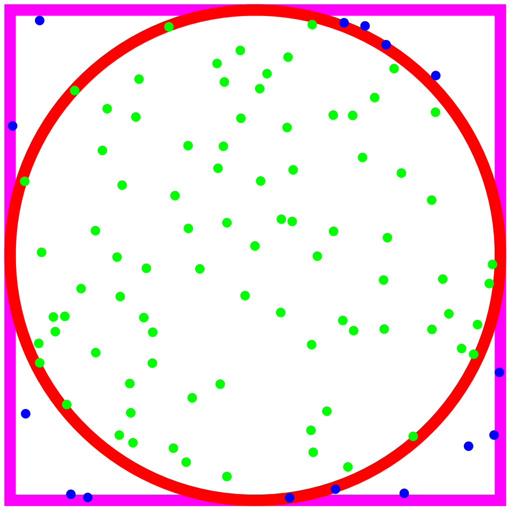
(a2) Reamintim ecuaţia cercului cu originea în punctul de coordonate (x_0, y_0) şi de rază r:

$$(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 = r^2.$$

Dacă un punct $A(a,b)$ se află în interiorul cercului, atunci $(a - x_0)^2 + (b - y_0)^2 < r^2$, iar dacă se află în extoriorul acestuia atunci $(a - x_0)^2 + (b - y_0)^2 > r^2$.

```
function patrat_cerc(n)
    %simulare: generam aleator n puncte din interiorul patratului si
    %verificam daca apartin cercului inscris

contor=0; % numaram punctele din interiorul cercului
    clf; %stergem obiectele din figura curenta
    axis equal; %stabilim aceeasi unitate de masura pt axe
    axis([-1 3 -1 3]); %setam limitele axelor
    axis off; % stergem axele de coordonate

% desenam patratul de latura 2
    rectangle('Position', [0 0 2 2], 'Curvature', [0 0], 'EdgeColor', 'm','LineWidth',3);
```

```
    % desenam cercul inscris in patrat
    rectangle('Position', [0 0 2 2], 'Curvature', [1 1], 'EdgeColor', 'r','LineWidth',3);

hold on; % cerem ca reprezentarile din plot sa fie suprapuse peste patrat si cerc

for i=1:n   % generam cele n puncte aleator

    x=unifrnd(0,2); % generam aleator o abscisa pt punctul aleator din patrat
    y=unifrnd(0,2); % generam aleator o ordonata pt punctul aleator din patrat



if (x-1)^2+(y-1)^2<=1 % verificam daca punctul se afla in interiorul cercului
        contor=contor+1; % am gasit un punct in interior si contorizam
        % reprezentam punctul de coordonate (x,y) si folosim markerul
        % (simbol de reprezentare) de tip 'o', de culoare verde ('g'-green)
        plot(x,y,'o','MarkerEdge','g','MarkerSize',2,'MarkerFaceColor','g')
    else
        % punctul se afla in exteriorul cercului
        % desenam punctele din exterior cu acelasi marker, dar de culoare
        % albastra ('b'-blue)
        plot(x,y,'o','MarkerEdge','b','MarkerSize',2,'MarkerFaceColor','b')
    end
end


% afisez pe figura probabilitatea ca un punct din cele n puncte generate
% aleator sa fie in interiorul cercului


text(-1,-0.5, ['Probabilitatea  este ', num2str(contor/n)]);
% afisez pe figura o aproximare pt PI (PI=probabilitatea obtinuta din simulare * 4)
text(-1,-0.75, ['Aproximare pi ', num2str(contor/n*4)]);
```



Probabilitatea este 0.85

Aproximare pi 3.4

(a3) Aproximarea pentru π este egală cu probabilitatea obţinută din simulare înmulţită cu 4 (aria cercului).

II. A doua problemă

(b1) Considerăm un pătrat de latura 10, unde vârfurile au coordonatele $(0,0),(0,10),(10,0),(10,10)$.

Determinăm domeniul în care punctele au proprietatea că distanţele faţă de vârfurile pătratului satisfac condiţiile din enunţ:

Notăm cu D acest domeniu. Descriem acest domeniu:

$$D = A_1 \bigcup A_2 \bigcup A_3 \bigcup A_4$$

unde

$$\begin{aligned}A_1 =&\{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : (x-10)^2 + (y-10)^2 >= 9^2,\\&(x-0)^2 + (y-10)^2 < 9^2, (x-10)^2 + (y-0)^2 < 9^2, (x-0)^2 + (y-0)^2 < 9^2\}\\A_2 =&\{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : (x-10)^2 + (y-10)^2 < 9^2,\\&(x-0)^2 + (y-10)^2 >= 9^2, (x-10)^2 + (y-0)^2 < 9^2, (x-0)^2 + (y-0)^2 < 9^2\}\\A_3 =&\{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : (x-10)^2 + (y-10)^2 < 9^2,\\&(x-0)^2 + (y-10)^2 < 9^2, (x-10)^2 + (y-0)^2 >= 9^2, (x-0)^2 + (y-0)^2 < 9^2\}\\A_4 =&\{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : (x-10)^2 + (y-10)^2 < 9^2,\\&(x-0)^2 + (y-10)^2 < 9^2, (x-10)^2 + (y-0)^2 < 9^2, (x-0)^2 + (y-0)^2 >= 9^2\}\end{aligned}$$

Probabilitatea ca un punct să aibă exact un segment aferent din cele 4 cu lungime mai mare ca 9 **este** $\dfrac{m(D)}{m(\textbf{pătrat})} = \dfrac{m(A_1)+m(A_2)+m(A_3)+m(A_4)}{m(\textbf{pătrat})}$**, unde măsura este aria.**

(b2) Notăm cu A **domeniul în care toate punctele au proprietatea că segmentele aferente au lungimile mai mici ca** 9**. Definim acest domeniu:**

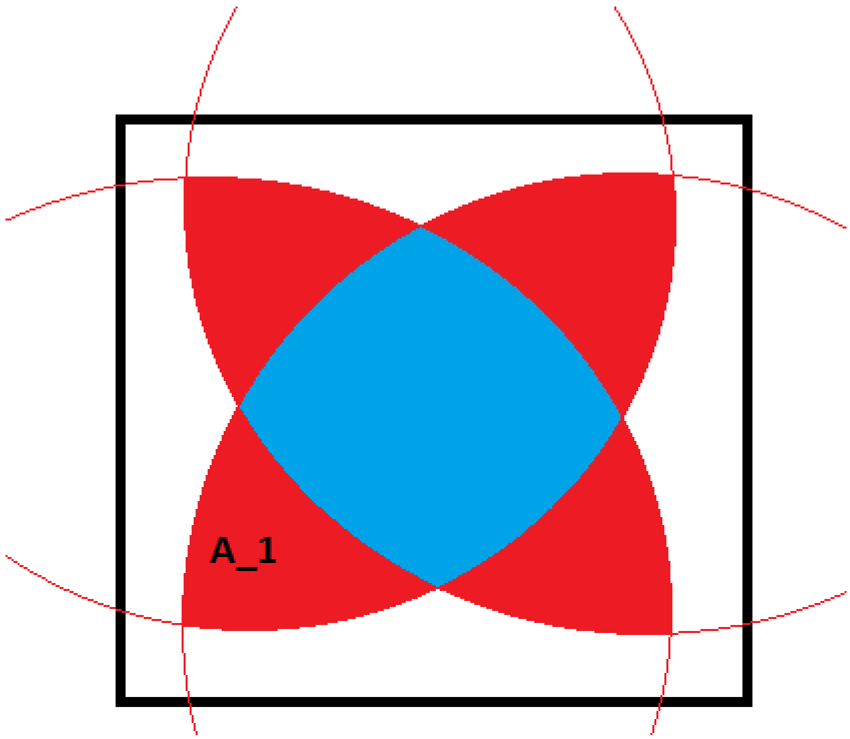
$$\begin{aligned}A =&\{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : (x-10)^2 + (y-10)^2 < 9^2,\\&(x-0)^2 + (y-10)^2 < 9^2, (x-10)^2 + (y-0)^2 < 9^2, (x-0)^2 + (y-0)^2 < 9^2\}\end{aligned}$$

Probabilitatea ca un punct să aibă toate segmentele aferente cu lungimile mai mici ca 9 **este** $\dfrac{m(A)}{m(\textbf{pătrat})}$**, unde măsura este aria.**

Interpretare geometrică

De exemplu, vom determina domeniul A_1**. Cele patru inecuaţii din definirea lui** A_1 **ne indică următoarele aspecte:**

1. **inecuaţia** $(x-10)^2 + (y-10)^2 >= 9^2$ **ne spune că punctele se află în exteriorul cercului de rază** 9 **şi origine** $(10, 10)$
2. **inecuaţia** $(x-10)^2+(y-0)^2 < 9^2$ **ne spune că punctele se află în interiorul cercului de rază** 9 **şi origine** $(10, 0)$
3. **inecuaţia** $(x-0)^2+(y-10)^2 < 9^2$ **ne spune că punctele se află în interiorul cercului de rază** 9 **şi origine** $(0, 10)$
4. **inecuaţia** $(x-0)^2+(y-0)^2 < 9^2$ **ne spune că punctele se află în interiorul cercului de rază** 9 **şi origine** $(0, 0)$



Din fiecare vârf al pătratului ducem cercuri de rază 9. Se poate observa în figura de mai sus domeniul A_1.

(b3) Vom modifica codul de la problema anterioară:

```
function patrat_segmente(n)
    %simulare: generam aleator n puncte din interiorul patratului si
    %verificam carui regiuni apartin

contor1=0; % contor pt punctele din regiunea D
contor2=0; % contor pt punctele din regiunea A
    clf;
    axis equal;
    axis([-1 11 -1 11]);
    axis off;

% desenam patratul de latura 10
    rectangle('Position',[0 0 10 10],'Curvature',[0 0],'EdgeColor','m','LineWidth',3);
    hold on;
```

```
for i=1:n   % generam cele n puncte aleator

    x=unifrnd(0,10); % generam aleator o abscisa pt punctul aleator din patrat
    y=unifrnd(0,10); % generam aleator o ordonata pt punctul aleator din patrat

    l1=sqrt((x-10)^2+(y-10)^2);% distanta fata de varful de coordonate (10,10)
l2=sqrt((x-0)^2+(y-10)^2);% distanta fata de varful de coordonate (0,10)
l3=sqrt((x-10)^2+(y-0)^2);% distanta fata de varful de coordonate (10,0)
l4=sqrt((x-0)^2+(y-0)^2);% distanta fata de varful de coordonate (0,0)



if l1>=9 && l2<9 && l3<9 && l4<9
%punctul apartine regiunii D
contor1=contor1+1;
plot(x,y,'o','MarkerEdge','g','MarkerSize',2,'MarkerFaceColor','b')

    elseif  ........

.............

elseif l1<9 && l2<9 && l3<9 && l4<9
             %punctul apartine regiunii A
contor2=contor2+1;
plot(x,y,'o','MarkerEdge','g','MarkerSize',2,'MarkerFaceColor','r')

else
% punct care nu apartine niciunei regiuni (le coloram cu negru 'k')
        plot(x,y,'o','MarkerEdge','b','MarkerSize',2,'MarkerFaceColor','k')
    end
end


%afisez cele doua probabilitati
prob1=contor1/n
prob2=contor2/n
```

III. A treia problemă

Notăm cu a numărul de accesări ale primei pagini şi cu X_n variabila aleatoare ce indică pagina accesată. Deci, deducem că cea de-a doua pagina are $a/2$ accesări, cea

de-a treia pagină are $a/3$ accesări, ... , iar pagina cu numărul n are a/n accesări. Probabilitatea de a accesa o pagina este egală cu raportul dintre numărul de accesări ale paginii şi numărul total de accesări ale celor n pagini, adică:

$$P(X_n = i) = \frac{a/i}{a + a/2 + ... + a/n} = \frac{1/i}{1 + 1/2 + ... + 1/n}.$$

Rezultă că $c(n) = \dfrac{1}{1 + 1/2 + ... + 1/n}$**.**

(c1)

```
function c=c(n)
s=0;
for i=1:n
    s=s+1/i;
end
c=1/s;
```

(c2)

Funcţia F de repartţie se obţine astfel:

$$F(x) = P(X_n < i) = \sum_{k=1}^{i-1} P(X_n = k) = \frac{1 + 1/2 + ... + 1/(i-1)}{1 + 1/2 + ... + 1/n}$$

unde i ia valori de la 1 la n.

```
function F=repartitie(n,i)
 F=c(n)/c(i);
end
```

(c3)

```
function k=valmin(n,p)
%pentru p=0.75 se obtine valoarea k ceruta in problema
k=1;
while repartitie(n,k)<0.75
    k=k+1;
end
```

(c4)

```
clear all
n=1:10:100;
k=[];
for i=1:length(n)
    k=[k valmin(n(i),0.75)];
end
plot(n,k,'o-')
```