

COLLECTION, BAG, MULTI-SET

- **Colecție ("bag")** este un container, o grupare finită de elemente.
- Într-o colecție elementele nu sunt distincte (nu există o singură instanță a unui element).
 - Din această cauză colecția mai e cunoscută sub numele de **multi-mulțime** ("**multi-set**").
 - Operații specifice pe o colecție sunt: adăugarea, ștergerea, căutarea unui element într-o colecție.
 - Ca urmare tipul elementelor din colecție, **TElement** ar trebui să suporte cel puțin operațiile de: atribuire (\leftarrow) și testarea egalității ($=$).
- Caracteristică a colecției - nu contează ordinea elementelor.
 - Spre exemplu, o colecție de numere întregi ar putea fi: $c = \{1, 2, 3, 1, 3, 2, 4, 2, 2\}$.

domeniu

operații (interfața TAD-ului Colecție)

pre: -

post: $c \in Col$, c este colecția vidă (fără elemente)

```
pre: c ∈ Col e ∈ TElement
```

$$\text{post: } c' \in \text{Col}, c' = c + \{e\}$$

{s-a adăugat elementul în colecție}

```
pre: c ∈ Col, e ∈ TElement
```

$$\text{post: } c' \in \text{Col}, c' = c - \{e\}$$

{s-a eliminat o apariție a elementului din colecție}

```
pre: c ∈ Col, e ∈ TElement
```

post: *caută* = adevărat dacă e ∈ c
 fals în caz contrar

$\dim(\mathbf{c})$
$$\text{pre: } c \in \text{Col}$$

post: dim = dimensiunea colecției c (numărul de elemente) $\in \mathcal{N}$

vidă(c)

```
pre: c ∈ Col
```

post: *vidă*= adevărat în cazul în care c e colecția vidă
fals în caz contrar

$$iterator(c, i)$$

```
pre: c ∈ Col
```

post: $i \in I$, i este un iterator pe colecția c

$$\mathit{distrug}e(c)$$

```
pre: c ∈ Col
```

post: colecția c a fost 'distrușă' (spațiul de memorie alocat a fost eliberat)

Menționăm că pot fi definite în interfața Tipului Abstract de Date Colecție și operații specifice cum ar fi: reuniunea, intersecția, diferența a două colecții.

Deoarece colecția are o operație care furnizează un iterator pe elementele sale, subalgoritmul care va tipări elementele unei colecții *c* poate fi descris sub forma:

Subalgoritmul *tipărire(c)* este

{pre: c este o colecție}

```
{post: se tipăresc elementele colecției}
```

iterator(c,i)	{ colecția își construiește iteratorul }
----------------------	--

CâtTimp valid(i) **execută** { cât timp iteratorul e valid }

element(i, e)	{ se obține elementul curent din iterație }
---------------	---

@ **tipărește e** { se tipărește elementul curent }

următor(i) { se deplasează iteratorul }

SfCâtTimp

SfTipărire

Complexitatea-timp a subalgoritmului de tipărire este $\theta(|c|)$, unde prin $|c|$ am notat dimensiunea colecției c .

Ca și modalități de reprezentarea ale unei colecții, avem cel puțin două astfel de posibilități:

- se reprezintă toate elementele colecției : 1, 2, 1, 4, 3, 1, 4, 2, 5;
- se reprezintă colecția sub forma unor perechi de forma $(e_1, f_1), (e_2, f_2), \dots, (e_n, f_n)$, unde e_1, e_2, \dots, e_n reprezintă elementele distincte din colecție, iar f_1, f_2, \dots, f_n reprezintă frecvențele de apariție (numărul de apariții în colecție) a elementelor corespunzătoare: spre exemplu colecția anterioară s-ar reprezenta sub forma perechilor (1, 3), (2, 2), (4, 2), (3, 1), (5, 1).

Modalități de implementare ale colecțiilor ar putea fi folosind:

- tablouri (dinamice);
- liste înlanțuite;
- tabele de dispersie;
- arbori binari.

Mulțimea (SET)

O **mulțime** ("set") este un container cu ajutorul căruia se poate reprezenta o colecție finită de elemente distincte. Altfel spus, într-o mulțime elementele nu se pot repeta, există o singură instanță a unui element. O altă caracteristică a mulțimii este faptul că într-o mulțime nu contează ordinea elementelor.

Mulțimea are toate operațiile specifice **Colecției**, cu observația că operația adăugare într-o mulțime are specificație diferită față de operația de adăugare într-o colecție (într-o mulțime elementele trebuie să fie distincte).

Tipul elementelor din mulțime, **TElement**, ca și într-o colecție, dealtfel, suportă cel puțin operațiile de: atribuire (\leftarrow) și testarea egalității ($=$).

Spre exemplu, o mulțime de numere întregi ar putea fi: $m=\{1, 2, 3, 5, 4\}$.

Caracterul finit al unei mulțimi ne permite (totuși) indexarea elementelor sale, ceea ce face ca la nivelul reprezentării interne, mulțimea **M** să poată fi asimilată cu un vector m_1, m_2, \dots, m_n (chiar dacă ordinea elementelor dintr-o mulțime nu este esențială).

Pentru a putea preciza modul în care se vor efectua operațiile pe mulțimi, vom defini structura de **submulțime**. Aceasta se poate realiza cu ajutorul unui vector format din valorile funcției caracteristice asociate submulțimii.

Dacă **M** este o mulțime, atunci submulțimea $S \subseteq M$ va avea asociat vectorul $V_S=(s_1, s_2, \dots, s_n)$ unde

$$s_i = \begin{cases} 1, & \text{daca } m_i \in S \\ 0, & \text{daca } m_i \notin S \end{cases}$$

Operațiile pe submulțimi pot fi acum definite prin intermediul operațiilor pe vectorii caracteristici asociați.

Fie $S1, S2 \subseteq M$ două submulțimi ale mulțimii **M**. Atunci:

- a) $S1 \cup S2$ (**reuniunea celor două submulțimi**) va fi caracterizată de vectorul **V** obținut din V_{S1} și V_{S2} efectuând operația logică " \vee " (sau) element cu element

\vee	0	1
0	0	1
1	1	1

- b) $S1 \cap S2$ (intersecția celor două submulțimi) va fi caracterizată de vectorul V obținut din V_{S1} și V_{S2} efectuând operația logică " \wedge " (sau) element cu element

\wedge	0	1
0	0	0
1	0	1

Ca urmare, orice alte operații cu submulțimile unei mulțimi pot fi imaginate ca operații logice asupra vectorilor atașați.

În continuare, vom prezenta specificația Tipul Abstract de Date **Mulțime**.

domeniu

$\mathcal{M} = \{m \mid m \text{ este o mulțime cu elemente de tip } TElement\}$

operații (interfața TAD-ului Mulțime)

creează(m)

pre: -

post: $m \in \mathcal{M}$, m este mulțimea vidă (fără elemente)

adaugă(m, e)

pre: $m \in \mathcal{M}$, $e \in TElement$

post: $m' \in \mathcal{M}$, $m' = m \cup \{e\}$

{e se "reunește" la mulțime, adică se va adăuga numai dacă e nu mai apare în mulțime}

șterge(m, e)

pre: $m \in \mathcal{M}$, $e \in TElement$

post: $m' \in \mathcal{M}$, $m' = m - \{e\}$

{se șterge e din m}

caută(m, e)

pre: $m \in \mathcal{M}$, $e \in TElement$

post: *caută* = adevărat dacă $e \in m$
fals în caz contrar

dim(m)

pre: $m \in \mathcal{M}$

post: *dim* = dimensiunea mulțimii m (numărul de elemente) $\in \mathcal{N}$

vidă(m)

pre: $m \in \mathcal{M}$

post: *vidă* = adevărat în cazul în care m e mulțimea vidă
fals în caz contrar

iterator(m, i)

pre: $m \in \mathcal{M}$

post: $i \in I$, i este un iterator pe mulțimea m

distruge(m)

pre: $m \in \mathcal{M}$

post: mulțimea m a fost 'distrusă' (spațiul de memorie alocat a fost eliberat)

Accesarea elementelor mulțimii se va face în aceeași manieră ca la colecție, folosind iteratorul pe care-l oferă mulțimea.

Modalități de implementare ale mulțimilor:

- tablouri (dinamice);
- vectori booleeni (de biți);
- liste înlanțuite;
- tabele de dispersie;
- arbori binari.

TEMA. Implementați operațiile specifice TAD Colecție, Mulțime folosind SD menționate. Studiați complexitatea operațiilor în funcție de SD aleasă pentru implementare.