

TABELA DE DISPERSIE

- continuare -

C. Rezolvare coliziuni prin adresare deschisă – OPEN ADDRESSING

- Toate elementele sunt memorate în interiorul tabelui, nu există liste memorate înafara tabelui.
 - Fiecare intrare în tabelă conține fie un element al containerului, fie un marcaj pentru locație liberă (ex. NIL).
 - Nu se folosesc pointeri pentru înlănțuiri.
 - Factorul de încărcare este subunitar $\alpha < 1$, altfel tabela este plină
 - Dezavantaj: tabela se poate umple ($\alpha = 1$). Soluție: se crește m , ceea ce presupune redispersarea elementelor.
 - Avantaj: spațiul de memorie suplimentar (nu se memorează pointeri) oferă tabelui un număr mai mare de locații pentru același spațiu de memorie, putând rezulta coliziuni mai puține și acces rapid.
 - Secvența de locații care se examinează nu se determină folosind **pointeri**, ci se **calculează**
 - La **adăugare** în tabelă, se examinează succesiv locațiile, până se găsește o locație liberă în care să punem cheia (elementul). În loc să fie fixată ordinea de verificare a tabelui (ex: 0,1,2...,m-1) care ar necesita timp $\theta(m)$, secvența de poziții examinate depinde de cheia (elementul) care se inserează.
- Se extinde funcția de dispersie $d : U \times \{0, \dots, m-1\} \rightarrow \{0, \dots, m-1\}$ - al doilea argument al funcției se numește **număr de verificare**
 - Pentru o cheie $c \in U$ secvența $\langle d(c,0), d(c,1), \dots, d(c, m-1) \rangle$ se numește **secvența de verificare** a cheii c
 - Cerință
 - secvența de verificare a oricărei chei $c \in U$ $\langle d(c,0), d(c,1), \dots, d(c, m-1) \rangle$ să fie o permutare a $\langle 0,1, \dots, m-1 \rangle$

Ipoteza dispersiei uniforme simple (SUH)

- Pentru orice cheie $c \in U$, permutarea $\langle d(c,0), d(c,1), \dots, d(c, m-1) \rangle$ poate să apară sub forma oricărei permutări a $\langle 0,1, \dots, m-1 \rangle$

C.1. Verificare liniară – LINEAR PROBING

$$d(c,i) = (d'(c) + i) \bmod m \quad \forall i = 0,1, \dots, m-1$$

$d': U \rightarrow \{0, \dots, m-1\}$ este o funcție de dispersie uzuală (ex: $d'(c) = c \bmod m$)

- Fiind dată o cheie c secvența ei de verificare este $\langle d'(c), d'(c)+1, d'(c)+2, \dots, m-1, 0, 1, \dots, d'(c)-1 \rangle$
- Problema: **grupare primară** – se formează șiruri lungi de locații ocupate, crescând timpul mediu de căutare

C.2. Verificare pătratică – QUADRATIC PROBING

$$d(c, i) = (d'(c) + c_1 \cdot i + c_2 \cdot i^2) \bmod m \quad \forall i = 0, 1, \dots, m-1$$

$d': U \rightarrow \{0, \dots, m-1\}$ este o funcție de dispersie uzuală (ex: $d'(c) = c \bmod m$), $c_1 \neq 0$ și $c_2 \neq 0$ sunt constante auxiliare fixate la inițializarea funcției de dispersie.

- Constantele $c_1 \neq 0$ și $c_2 \neq 0$ se pot determina euristic
- Fiind dată o cheie c , prima poziție examinată este $d'(c)$, după care următoarele poziții examinate sunt decalate cu cantități ce depind într-o manieră pătratică de locația anterior examinată.
- Problema: **grupare secundară** – dacă 2 chei au aceeași poziție de start a verificării, atunci secvența lor de verificare coincide (dacă $d(c', 0) = d(c'', 0) \Rightarrow d(c', i) = d(c'', i) \quad \forall i = 0, 1, \dots, m-1$)
- Experimental: funcționează **mai bine** decât **verificarea liniară**

C.3. Dispersia dublă – DOUBLE HASHING

$$d(c, i) = (d_1(c) + i \cdot d_2(c)) \bmod m \quad \forall i = 0, 1, \dots, m-1$$

d_1 și d_2 sunt funcții de dispersie aleatoare.

- Este considerată una dintre cele mai bune metode disponibile pentru adresarea deschisă
- Fiind dată o cheie c , prima poziție examinată este $d_1(c)$, după care următoarele poziții examinate sunt decalate față de poziția anterioară cu $d_2(c) \bmod m$.
- $d_2(c)$ și m să fie prime între ele pentru a fi parcursă întreaga tabelă
- **Exemplu**
 - m prim
 - $d_1(c) = c \bmod m \quad d_2(c) = (1 + c \bmod m')$
 - m' se alege de obicei $m-1$ sau $m-2$

- Performanța dispersiei duble apare ca fiind foarte apropiată de performanța schemei ideale a dispersiei uniforme ($\theta(m^2)$) secvențe de verificare posibile pentru o cheie)

Implementarea operațiilor

Presupuneri și notații:

- Pp. că în container memorăm doar chei
- O locație din tabelă va conține:
 - NIL (constantă simbolică) – dacă locația e liberă (nu conține o cheie)
 - O cheie din container
- Reprezentarea containerului folosind o TD cu adresare deschisă

Container

m: Intreg {nr.de locații din tabelă}

ch: TCheie[0..m-1] {cheile din container}

d: TFuncție {funcția de dispersie asociată}

Subalgoritmul ADAUGĂ (*c*, *ch*) este

{*c*:Container, *ch*:TCheie}

i ← 0 {numărul de verificare}

gasit ← fals {nu am găsit poziția de adăugare}

repetă

j ← *c.d(ch, i)* {locația de verificat}

 dacă *c.ch[j]* = NIL atunci

c.ch[j] ← *ch* {memorez cheia}

gasit ← adev {am găsit poziția unde putem adăuga}

 altfel

i ← *i* + 1 {căutăm mai departe pe secvența de verificare}

 sfdacă

până_când (*i* = *c.m*) sau (*gasit*)

 dacă *i* = *c.m* atunci {tabela e plină}

 @ depășire tabelă

 Sfdacă

sfADAUGĂ

Funcția CAUTĂ (*c*, *ch*) este

{*c*:Container, *ch*:TCheie}

i ← 0 {numărul de verificare}

gasit ← fals {nu am găsit cheia}

repetă

j ← *c.d(ch, i)* {locația de verificat}

 dacă *c.ch[j]* = *ch* atunci {am găsit cheia}

gasit ← adev

 altfel

i ← *i* + 1 {căutăm mai departe pe secvența de verificare}

sfdacă
 până_când ($c.ch[j]=NIL$) sau ($i=c.m$) sau ($gasit$)
 CAUTĂ ← $gasit$
 sfCAUTĂ

Analiza dispersiei cu adresare deschisă

Teorema. Într-o TD cu adresare deschisă, în ipoteza *dispersiei uniforme simple* (SUH), cu factor de încărcare

$$\alpha = \frac{n}{m} < 1 \text{ numărul } mediu \text{ de verificări este CEL MULT}$$

➤ $\frac{1}{1-\alpha}$ pentru **adăugare** și **căutare fără succes**

➤ $\frac{1}{\alpha} \cdot \ln \frac{1}{1-\alpha}$ pentru **căutare cu succes**

CONCLUZII

– Dacă α e constant $\Rightarrow \theta(1)$ în **medie** pentru operații

PROBLEME

1. Considerând o tabelă de dispersie cu adresare deschisă, scrieți un algoritm pentru operația de **ștergere** și modificați operația **adaugă** și **caută** pentru a încorpora valoarea specială **ȘTERS**.
2. Se consideră o tabelă de dispersie cu adresare deschisă, cu dispersie uniformă și factor de încărcare 0.5. Dați margini superioare pentru numărul mediu de verificări într-o căutare cu succes și o căutare fără succes.