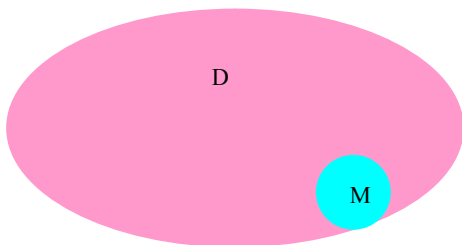


Laborator 5

Probabilitatea geometrică: Fie $M \subset D \subset \mathbb{R}^n$. Alegem aleator un punct $A \in D$. Care este probabilitatea ca $A \in M$?



$$P(A \in M) = \text{măsura}(M) / \text{măsura}(D),$$

"măsura" este lungimea în \mathbb{R} / aria în \mathbb{R}^2 / volumul în \mathbb{R}^3

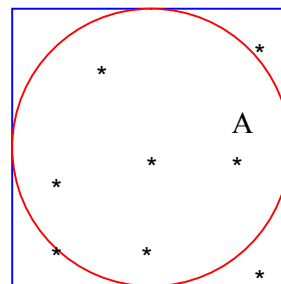
I. Aproximarea lui π , folosind probabilitatea geometrică

Într-un pătrat cu latura de lungime 2, se înscrie un cerc. Se alege aleator un punct A din pătrat.

(a1) Care este probabilitatea ca acest punct să fie în interiorul cercului?

(a2) Să se simuleze alegeri aleatoare ale punctului A , să se contorizeze câte puncte sunt în interiorul cercului din totalul de puncte generate.

(a3) Se știe că, atunci când numărul de alegeri aleatoare este mare, frecvența relativă a punctelor aflate în interiorul cercului aproximează probabilitatea cerută la **(a1)**! Folosind această precizare, să se afișeze diverse aproximări ale lui π .

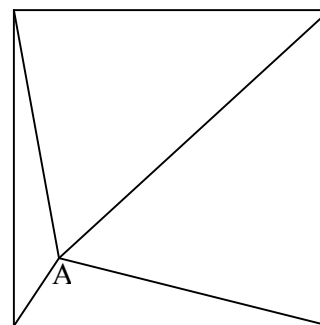


II. Fie un pătrat de latură 10. În interiorul său se alege aleator un punct A . Se unesc vârfurile pătratului cu punctul A și se obțin patru segmente.

(b1) Care este probabilitatea ca exact un segment să aibă lungimea mai mare ca 9?

(b2) Care este probabilitatea ca toate segmentele să aibă lungimile mai mici ca 9?

(b3) Să se simuleze alegeri aleatoare ale punctului A , să se contorizeze câte puncte generează exact un segment de lungime mai mare ca 9 și câte puncte generează exact patru segmente de lungimi mai mici ca 9, apoi să se estimeze probabilitățile de la **(b1)** și **(b2)**.



III. Un server Web transmite n pagini Web ($1 \leq n \leq 100$). Se știe că pagina 1 este de 2 ori mai accesată decât pagina 2, de 3 ori mai accesată decât pagina 3 ș.a.m.d. Notăm cu X_n variabila aleatoare ce indică pagina Web accesată. Probabilitatea de a accesa pagina i este $P(X_n = i) = c(n)/i$, pentru $i = 1, 2, \dots, n$.

(c1) Realizați o funcție în Matlab care returnează valoarea constantei $c(n)$.

(c2) Realizați o funcție în Matlab corespunzătoare funcției de repartiție a lui X_n , definită prin $F(x) = P(X_n \leq x)$.

(c3) Pentru a reduce traficul din rețeaua externă, o poartă de acces ISP („ISP gateway”) copiază în memoria cache cele mai accesate k pagini. Realizați o funcție în Matlab care returnează valoarea minimă a lui k care asigură că memoria cache poate să transmită o pagină Web cu probabilitatea de cel puțin 0,75.

(c4) Realizați graficul funcției obținute la **(c3)**.