**Discurso Medalla Echegaray**

Sr. Presidente, Sr. Subsecretario, colegas académicos, amigos y familiares, señores y señoras. En primer lugar, agradezco enormemente a los colegas académicos por considerarme merecedor de la Medalla Echegaray lo cual es un gran honor y responsabilidad. Agradezco también el esbozo de mi trabajo científico y carrera profesional que ha hecho el Profesor D. Juan Luis Vázquez Suárez.

Permítanme comenzar diciendo que las matemáticas, desgraciadamente, son a veces vistas con distancia por parte de la sociedad española. Hay una cierta perspectiva del científico loco ensimismado en sus números, aislado del resto de sus propios colegas y del mundo en general, y elucubrando sobre temas sin ninguna aplicabilidad. Mi visión personal y de muchos colegas presentes es completamente ortogonal, especialmente en mi campo de investigación. El estudio de las Ecuaciones en Derivadas Parciales se nutre de múltiples fuentes, pues es un área de confluencia del Análisis Matemático, el Análisis Numérico y la modelización matemática en Ciencias e Ingeniería, y más en general ha demostrado ser una tecnología crucial en múltiples avances no sólo en Física sino en Biología y Ciencias de la computación e incluso en Ciencias Sociales.

Su carisma me atrajo cuando las descubrí en mis últimos años de carrera. Las ecuaciones de Newton, las ecuaciones de la Física-Matemática, su resolución numérica y sus consecuencias en las aplicaciones fueron un amor a primera vista y siguen siendo un amor consolidado. Es más, todavía hay ecuaciones cuyas soluciones me sorprenden por su belleza y complejidad, y de las cuales siempre guardo un grato recuerdo cuando logro descubrir su funcionamiento.

La madre de todas las ecuaciones, como diría el Prof. Vázquez, la ecuación del calor cambió mi vida. Una ecuación que encapsulaba el movimiento Browniano y la difusión del calor me parecía sumamente atractiva. Entender por qué soluciones particulares de algunas ecuaciones podían dar el comportamiento típico de la ecuación a tiempos largos, el llamado comportamiento asintótico en tiempo, me parecía un concepto extremadamente interesante.

Mi campo más especializado de investigación comprende el estudio de las ecuaciones cinéticas y las ecuaciones de agregación-difusión o Fokker-Planck no lineales. Las ecuaciones cinéticas provienen de la física estadística, en particular permiten el estudio de sistemas formados por múltiples partículas como pueden ser las moléculas de un gas, electrones e iones en un plasma, células en un tejido, neuronas en el cerebro, e incluso individuos en grandes multitudes.

Los grandes padres de esta rama de la Física-Matemática fueron James Clerk Maxwell y Ludwig Boltzmann quién allá por finales del siglo XIX introdujeron la idea de que es imposible seguir el movimiento de cada uno de los átomos de las moléculas de un gas usando las leyes de Newton. Maxwell y Boltzmann demostraron la utilidad de una descripción estadística de los sistemas de muchas partículas donde no se intenta seguir la pista a las 1023 moléculas del gas sino se intentan describir la estadística en posición y velocidad de estas. De hecho, se modeliza la evolución de la densidad de probabilidad en el espacio de posiciones y velocidad. Este radical cambio de perspectiva llevó a múltiples discusiones científicas y a uno de los problemas abiertos que David Hilbert planteó en el International Congress of Mathematicians de Paris en 1900. El problema sexto de Hilbert planteaba si se podían derivar las ecuaciones de la mecánica de fluidos y gases desde las ecuaciones de Newton para las moléculas de un gas. Hoy podemos afirmar que la respuesta es positiva, con sus matices e hipótesis, y Boltzmann y su ecuación han sido cruciales para darle respuesta en artículos de investigación de los últimos 15 años.

El estudio cualitativo, tanto teórico como numérico, de soluciones de ecuaciones relacionadas de tipo Fokker-Planck, Boltzmann o Vlasov tiene aplicaciones tan diversas como la producción de energía por fusión en el proyecto ITER, la respuesta de bacterias y tejidos multicelulares a estímulos químicos con potenciales aplicaciones en el tratamiento de diversas enfermedades, la formación de patrones en la piel de los peces cebra como organismo modelo, o la sincronización de actividad neuronal para células rejilla en el hipotálamo por citar algunos ejemplos donde he trabajado activamente. Estas ecuaciones permiten establecer un puente entre la descripción microscópica de los sistemas basada en interacciones entre “partículas”, léase átomos, electrones o células, y la descripción macroscópica basada en densidades de estas partículas.

Quiero ahora describir brevemente otra de las áreas de investigación en las que me he centrado recientemente. Las ecuaciones de agregación-difusión modelizan la evolución de una población de partículas sujetas a fuerzas atractivas y repulsivas. Se pueden obtener como límites asintóticos en determinados parámetros de las ecuaciones cinéticas. Partiendo de la descripción cinética se pueden obtener evoluciones de cantidades promediadas como densidad de partículas, su valor medio o su varianza en la variable estadística de interés, sea velocidad, dirección de orientación o nivel de actividad neuronal en los ejemplos citados anteriormente. Esta aproximación da lugar a sistemas hidrodinámicos o leyes de conservación, que, de nuevo a través de límites asintóticos, conectan con ecuaciones de agregación-difusión para la densidad de partículas de interés en el sistema. Otra conexión más directa con el mundo puramente microscópico dominado por las leyes de Newton se puede establecer a través de límites de campo medio en sistemas de partículas en interacción obteniendo ecuaciones similares. Su estudio tanto teórico como numérico y sus aplicaciones en plasmas y biología matemática son direcciones actuales de mi investigación.

El estudio teórico de estas ecuaciones multiescala usa técnicas modernas de entropías relativas, trasporte óptimo y flujos gradientes entre otras, donde el cálculo variacional juega un papel esencial. Los teoremas en Ecuaciones en Derivadas Parciales son fundamentales para establecer de manera universal las propiedades cualitativas de estos sistemas como: comportamiento asintótico, minimizadores de la energía, órdenes de convergencia, carácter radial de estados de equilibrio, y como no podía ser de otra manera corroborar que los problemas están bien planteados si provienen de una modelización correcta de las aplicaciones.

Me considero un matemático atípico, un poco ecléctico, al intentar optar por una visión holística del área de Ecuaciones en Derivadas Parciales. Para mí un problema interesante está determinado por un modelo matemático con sentido, que responde a una cierta necesidad científica usualmente no matemática, la cual puedo estudiar numéricamente, observar si su comportamiento responde a lo que se espera del modelo, estudiarla también teóricamente, de nuevo comprobar si sigue respondiendo a la realidad para por último, llegar al culmen, dar respuesta a las preguntas científicas del problema de partida habiendo entendido profundamente el modelo derivado. Este ciclo de modelización matemática puesto tan de moda en los 80 y primeros 90 del siglo pasado por el Prof. Jacques Louis Lions, tuvo una gran influencia en la Matemáticas, en particular la española.

Si hay una característica diferencial de la matemática aplicada, como yo la entiendo, es su transversalidad y flexibilidad. Las ideas y técnicas que uno puede desarrollar para el estudio de electrones en un material semiconductor pueden servir debidamente ajustadas en situaciones totalmente distintas como optimizar una función en dimensión alta a través de un sistema de partículas que use evaluaciones de la función. Como botón de muestra, estas técnicas de transporte óptimo, límites de campo medio, y modelización cinética se están usando actualmente en los fundamentos matemáticos de la inteligencia artificial y el aprendizaje automático tan de moda en estos tiempos que corren.

Los matemáticos aplicados aprendieron hace siglos a no estar en su torre de marfil y, a pesar de algunos, los matemáticos estamos constantemente demostrando a la sociedad la gran aportación y avance tecnológico cuyo desarrollo originan a través de su crucial participación en múltiples progresos científicos. Es nuestra labor como comunidad científica seguir haciéndolo cada vez mejor y convencer a cualquier persona de la sociedad que se hace investigación en matemáticas y que dicha investigación va más allá de la pura aritmética de números y el cálculo de derivadas e integrales. Que levante la mano cualquier matemático presente al que no le hayan hecho la broma de: ¿Qué hay que investigar en Matemáticas un nuevo número? ¿Es que 2+2 no es igual a 4? los más avezados dirían, ¿quizás una nueva integral? Trabajemos constantemente para que la cultura científica también mejore y se nos pregunte que hay detrás de la seguridad de pago con una tarjeta de crédito o de las herramientas de retoque de imágenes en nuestro teléfono móvil o de los ficheros comprimidos en nuestro ordenador para tener más espacio o de las herramientas generativas de información en ChatGPT. No es magia, son matemáticas.

Me gustaría ahora recordar como decidí estudiar Matemáticas. Como suele ocurrir en muchos otros casos y dicho coloquialmente, “se me daban bien las Matemáticas” y mi profesor en el instituto me convenció a presentarme a la Olimpiada Matemática, en las cuales obtuve un buen resultado a nivel regional consiguiendo una beca de estudio para el primer año en la Universidad de Granada. Agradezco al Ministerio de Educación de aquellos tiempos cuya política de expansión de programa de becas a finales de los 80 me permitió estudiar en la Universidad. Muy difícil hubiera sido de otra forma. Recuerdo vivamente los buenos momentos como estudiante en mi Alma Mater y puedo constatar, con esta distancia temporal, la tremenda dedicación a una enseñanza de primer nivel de los profesores que me impartieron diversas ramas de las Matemáticas en la Universidad de Granada.

Durante mi doctorado en la Universidad de Granada bajo la dirección del Prof. Juan Soler Vizcaíno aprendí y me nutrí de múltiples fuentes en mi afán de aprender diversas técnicas matemáticas y entender la física detrás de muchas ecuaciones. Esta ambición de conocimiento me llevó a asistir a muchos cursos de verano ofrecidos por la Universidad Menéndez Pelayo, la Universidad Complutense en el Escorial y otras instituciones. Allá conocí a muchos de las grandes de referencia en el campo: Jacques Louis Lions, Haim Brezis, Luis Caffarelli, Irene Fonseca, Luc Tartar, Andrew Majda, Demetrios Christodolou, y muchos otros. De ellos aprendí sus formas diversas de entender las Ecuaciones en Derivadas Parciales y su encaje en las Matemáticas, sus motivos de inspiración, su tesón y su capacidad de ir más allá con nuestras ecuaciones y aplicarlas en temas de interés en otras áreas. Agradezco a toda una generación de matemáticos españoles, muchos de ellos presentes, que contribuyeron a generar una atmósfera española de investigación. Puedo decir que la escuela española en Ecuaciones en Derivadas Parciales fue y sigue siendo referente mundial en varias direcciones de investigación desde finales de los 80.

Después de terminar mi doctorado realicé una estancia postdoctoral por dos años en la University of Texas at Austin bajo la dirección de la Prof. Irene Martínez Gamba. Dicha estancia abrió un nuevo mundo para mí en el cual amplié y desarrollé toda una parte de aproximación numérica en modelos de semiconductores bastante distinta a mi tesis doctoral, así como me adentraba en otros campos como el transporte óptimo de masa aprovechando la multitud de matemáticos de primer nivel que visitaban al Prof. Luis Caffarelli, entre ellos el medallista Fields Cédric Villani. Esta estancia también me enseñó lo que es posible en lugares donde los criterios científicos de calidad se anteponen a cualesquiera otras consideraciones motivadas por intereses meramente personales.

Agradezco al personal de ICREA (Institució Catalana de Recerca i Estudis Avançats) y de la Universitat Autònoma de Barcelona que creyeron en mí, como joven investigador inundado de horas de docencia en la Universidad de Granada y recién retornado de Estados Unidos para volar a Barcelona y establecer mi primer grupo de investigación en 2003. Agradezco al Prof. Joaquim Bruna i Floris por convencerme a lanzarme a la piscina y dejar un puesto de funcionario como Profesor Titular de la Universidad de Granada cuando ICREA estaba en su segundo año de existencia.

La crisis económica de 2010 hizo tambalearse a los cimientos necesarios para realizar una investigación digna en este país. Ruego a las autoridades competentes a que esta situación no vuelva a repetirse más y a que la ciencia española reciba una financiación sostenible en el tiempo y similar a su entorno geopolítico. Déjenme añadir que la universidad y la política científica de este país deben resolver su bipolaridad respecto a su doble vertiente de enseñanza e investigación si se quiere jugar en la primera división mundial. La investigación de calidad es una de las principales fuentes de reputación de una institución universitaria. Contratar y captar a los mejores científicos y científicas y tener capacidad de apostar por una diversidad de personal y de áreas de investigación sin importar de donde vengan y de qué área de Matemáticas estudien son condiciones sine qua non. La consolidación de instituciones como ICREA o IkerBasque ha mostrado el camino y las instituciones y autoridades del estado deberían de tomar nota pues no existe nada actualmente equiparable fuera del País Vasco y Catalunya para hacer retornar o atraer investigadores e investigadoras establecidos fuera de España con condiciones similares a los mejores países de nuestro entorno.

Imperial College London, y posteriormente la Universidad de Oxford, me abrazaron con una atmósfera excepcional donde madurar científica- y profesionalmente y poder formar a investigadores jóvenes en un ambiente cosmopolita. La Universidad de Oxford mantiene su prestigio por prestar una docencia muy cercana que pone investigadores de primera línea a enseñar en grupos muy pequeños a alumnos de primeros cursos a la vez que fomenta una investigación puntera. Es posible que este sistema no sea exportable a otros sitios, en particular España, pero lo que sí es exportable es un sistema que premie el mérito científico y la sana competencia, y no confunda igualdad de oportunidades con igualdad de beneficios.

Actualmente, colaboro y visito frecuentemente España a través de los institutos de investigación BCAM, Centro Vasco de Matemática Aplicada en Bilbao, e IMAG, Instituto Matemático de Granada, fomentando el intercambio científico con el Reino Unido en mi área. Todas las instituciones nombradas han contribuido enormemente a que llegue a este punto de mi carrera. Sin embargo, esta labor científica desarrollada no hubiese sido posible sin los buenos momentos en la pizarra, los teoremas de viernes a la tarde corregidos el lunes por la mañana, y las conversaciones científicas con todos mis colaboradores, investigadores postdoctorales y estudiantes de doctorado a los cuales quiero agradecer profundamente.

Finalmente, quiero de forma especial agradecer a mi esposa, María Victoria, y a mis hijas, Sara y Eva, las cuales siempre me han otorgado ese apoyo incondicional y tiempo extra para enviar ese último email que he necesitado a lo largo de mi carrera. Como sabéis hay épocas y épocas. A mi mujer le agradezco especialmente seguirme por el mundo aún en ocasiones dónde el riesgo no era desdeñable y tener un récord de mudanzas.

Mis últimas palabras de agradecimiento iban a ser para mis hermanos y padres por todo el apoyo y cariño recibido. Mis padres estarán muy orgullosos allá donde estén. Sin embargo, dedico esta medalla muy especialmente a D. Miguel Ángel Hernández de la Plata que tenía un corazón tan grande que le paró de latir hace dos días y medio y se fue mucho antes de lo que le tocaba.

De nuevo reitero a mis colegas mi agradecimiento por este reconocimiento, muchas gracias,

Prof. Jose A. Carrillo

Mathematical Institute, University of Oxford, Oxford OX2 6GG, UK