

## A题 飞行器外形的优化问题

飞行器是在大气层内或大气层外空间飞行的器械。飞行器可以分为：航空器、航天器、火箭和导弹。在大气层内飞行的称为航空器，如气球、飞艇、飞机等。它们靠空气的静浮力或空气相对运动产生的空气动力升空飞行。在太空飞行的称为航天器，如人造地球卫星、载人飞船、空间探测器、航天飞机等。它们在运载火箭的推动下获得必要的速度进入太空，然后依靠惯性做与天体类似的轨道运动。

目前人类历史上最快的飞行器是 1970 年代中期发射的太阳神（Helios）I 和 II 探测器，创下速度记录为每小时 252792 公里，等于每秒 70.22 公里。如果要走 20 光年的距离，需要 85714 年。如何优化飞行器的外形，使得其所受阻力最小，是航空航天领域里面非常重要的基础科学问题。

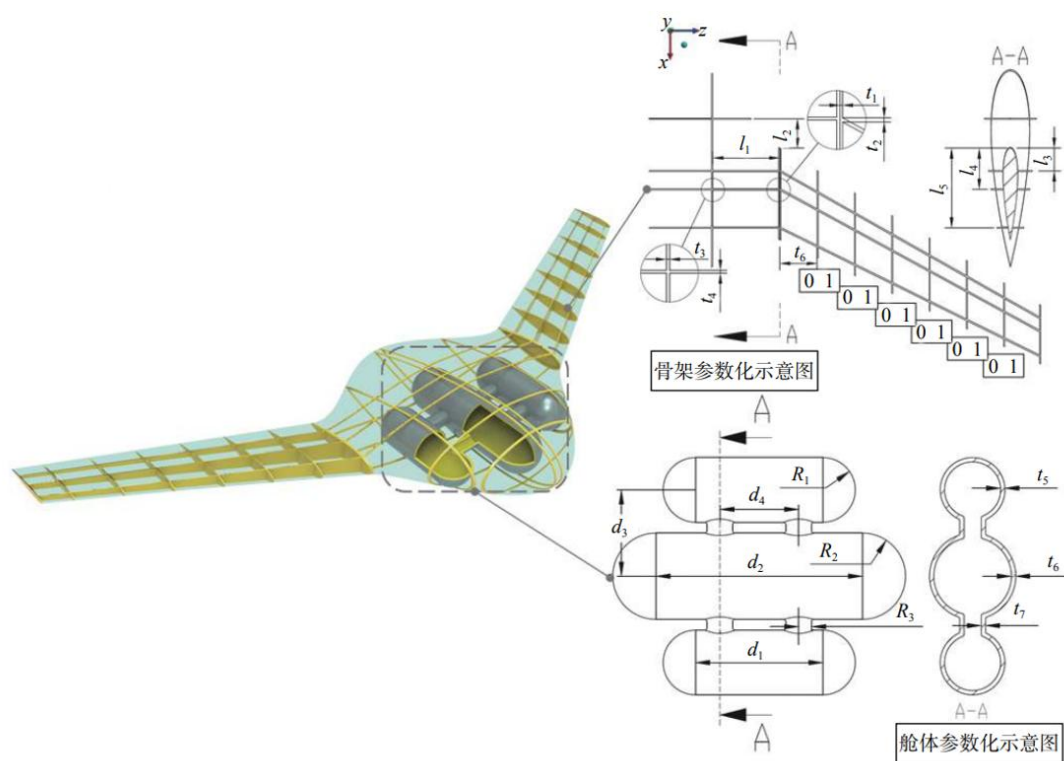


图 1. 某飞行器的结构示意图

图 1 是某飞行器的结构示意图，基于以上背景，请你们的团队通过数学建模的方法，研究如何优化飞行器的外形，解决以下问题：

问题 1 图 2 是某飞行器的部分尺寸示意图,请估计此飞行器的表面积和体积。

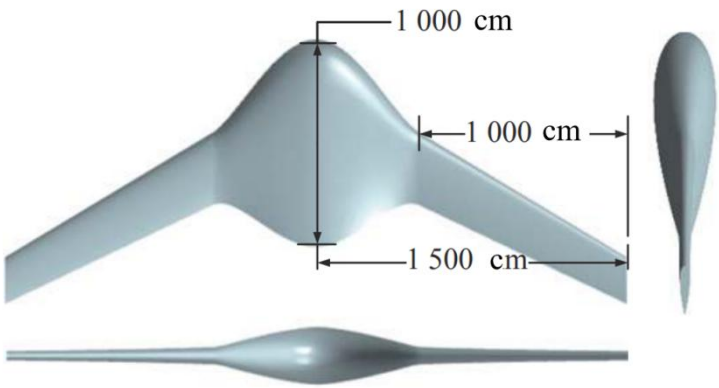


图 2. 某飞行器的部分尺寸示意图

问题 2 图 3 是某飞行器舱体结构的示意图, 已知  $R_1=100\text{ cm}$ ,  $R_2=90\text{ cm}$ ,  $R_3=24\text{ cm}$ , 请根据图中的比例尺, 估算该飞行器舱体结构的表面积和体积。

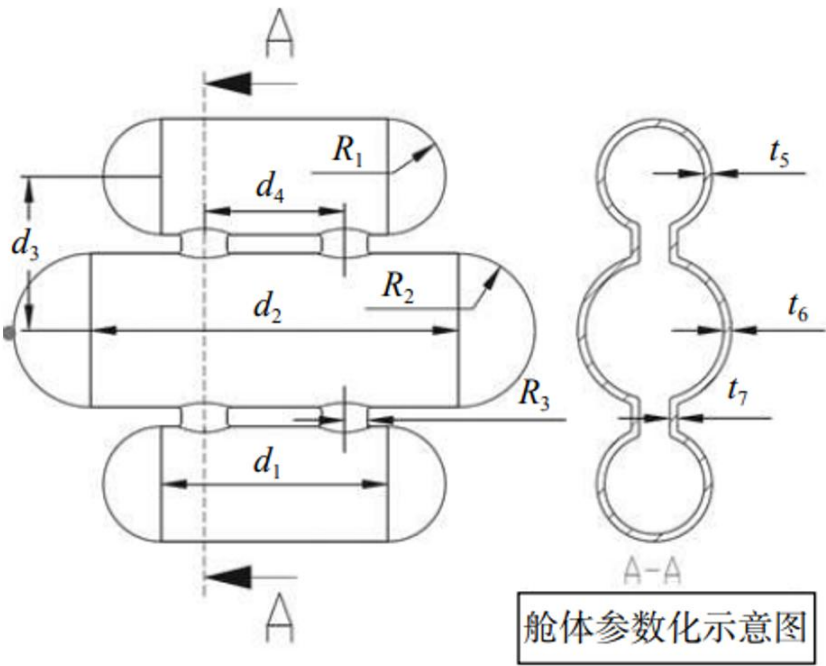


图 3. 某飞行器舱体结构的示意图

问题 3 表 1 是某飞行器结构参数的取值范围, 请参照图 1, 除表中参数外, 耦合结构其他的参数设置如下:  $l_6$  固定为  $143\text{ cm}$ , 固定机翼半展长为  $1000\text{ cm}$  (翼肋平均分布后共计 8 个, 使其中间的 6 个翼肋为 0-1 离散变量, 其中 1 表示此处布置有翼肋, 0 表示未布置翼肋)。  $C_{16}$  示机翼 6 个位置处是否布置翼肋

的逻辑值， $i=1,\dots,6$ ），机身半展长固定为 500 cm， $l_2$  取固定值 120 cm， $d_1$  取固定值 250 cm， $d_2$  取固定值 350 cm， $d_4$  取固定值 150 cm。请设计出飞行器的最佳外形，使得所受阻力最小，并给出表 1 中某飞行器结构参数的最优值。

表 1. 某飞行器结构参数的取值范围

设计变量类型	参数	设计下限	设计上限
骨架结构设计变量	$C_{l_6}^i$	0	1
	$l_1$	270 cm	290 cm
	$l_3$	0.1	0.35
	$l_4$	0.45	0.55
	$l_5$	0.65	0.9
舱体结构设计变量	$R_1$	65 cm	90 cm
	$R_2$	75 cm	100 cm
	$R_3$	20 cm	30 cm
	$t_5$	8 cm	15 cm
	$t_6$	8 cm	15 cm
	$t_7$	8 cm	15 cm
	$G_C$	350 cm	450 cm

**问题 4** 图 4 是四种不同圆锥曲线的示意图，包括：圆形、椭圆、抛物线和双曲线。请分别考虑这四种圆锥曲线作为图 1 中飞行器的外形，重新求解问题 3 中飞行器的最佳外形问题，并给出飞行器对应的结构参数。

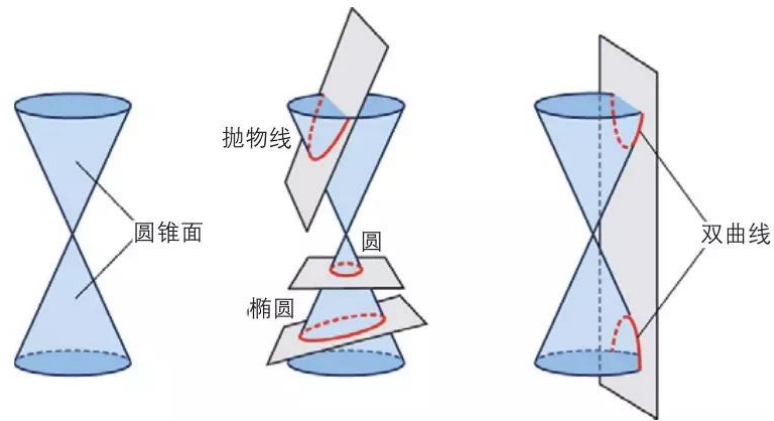


图 4. 四种不同圆锥曲线的示意图