ØVING 12 - side 1 Andreas B. Berg

13.1. 4) $G = (V, T, S, P)$ er fase-struktur grammatikk med $V = \{0, 1, A, S\}$, $T = \{0, 1\}$ og sett av produksjoner P av $S \to 1S$, $S \to 00A$, $A \to 0A$ og $A \to 0$

a) Vis at 111000 tilhører språk generert av G

$S \to 1S \to 11S \to 111S \to 11100A \to 111000$

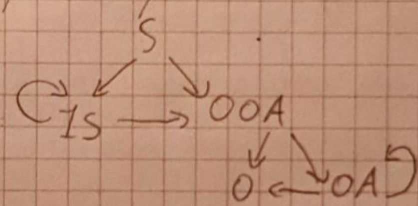
b) Ser at man ikke kan gå fra sekvensen (01), da pilen kun går $1 \to 0$.
Sagt med andre ord: et tall i språket generert av G [$L(G)$]
kan kun slutte på S, A eller 0 $\Rightarrow 11001 \notin L(G)$

c) Ser at språket kan begynne på to måter: $S \to 1S$ ($0 \to \infty$ ganger), $S \to 00A$

Siden $T = \{0, 1\}$ kan vi ikke ha S eller A i resultatet, så $S \to 00A$ må skje nøyaktig en gang.

Har deretter to valg: $A \to 0A$ ($0 \to \infty$ ganger), $A \to 0$ (nøyaktig en gang)

Se følgende diagram:



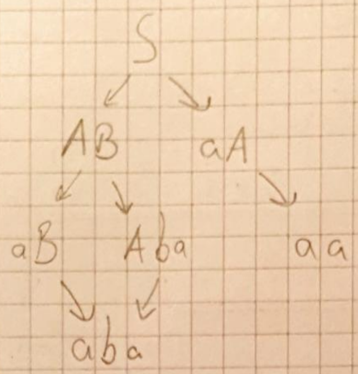
Får ord på formatet $[1]^n\, 00\, [0]^m\, 0$, eller

$$L(G) = \{1^m 0^n : m \geq 0,\ n \geq 3\}$$

ØVING 12, side 2 Andreas B. Berg

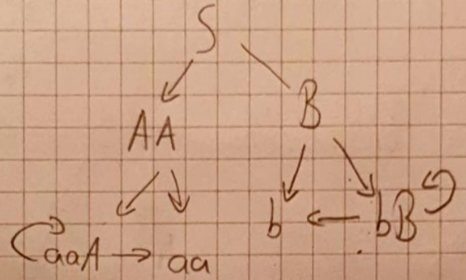
3.1 b) $V = \{S, A, B, a, b\}$, $T = \{a, b\}$. Finn $L((V, T, S, P))$ når

b) $P = \{S \to AB, S \to aA, A \to a, B \to ba\}$



$$L = \{aa, aba\}$$

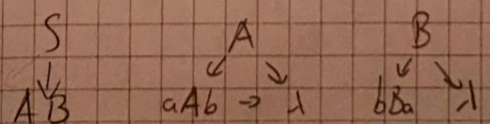
d) $P = \{S \to AA, S \to B, A \to aaA, A \to aa, B \to bB, B \to b\}$



Får ord på formen: $aa[aa]^n aa[aa]^m$ eller $b[b]^p$

$$L = \{\{a^{2n} : n \geq 2\} \cup \{b^m : m \geq 1\}\}$$

e) $P = \{S \to AB, A \to aAb, B \to bBa, A \to \lambda, B \to \lambda\}$



Får ord på formen $[ab]^m [ba]^n$

$$L = \{a^m b^{m+n} a^n : m \geq 0, n \geq 0\}$$

Andreas B. Berg

13.1.20) Finn en kontekstfri grammatikk som genererer alle palindromer over alfabetet $\{0,1\}$

For å skape palindromer må vi skape symmetri. Dermed har vi

$S \to 0S0$, $S \to 1S1$, $S \to 0$, $S \to 1$, $S \to \lambda$

$P = \{S \to 0S0,\ S \to 1S1,\ S \to 0,\ S \to 1,\ S \to \lambda\}$

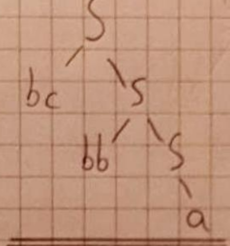
$G = (V, T, S, P)$, $V = \{0, 1, S\}$, $T = \{0, 1\}$

24) G grammatikk, $V = \{a, b, c, S\}$, $T = \{a, b, c\}$, startsymbol S,

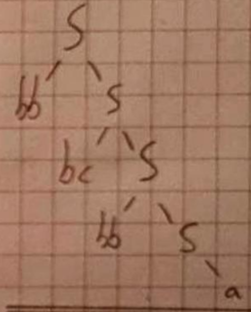
$P = \{S \to abS,\ S \to bcS,\ S \to bbS,\ S \to a,\ S \to cb\}$

Konstruer deriveringstre for

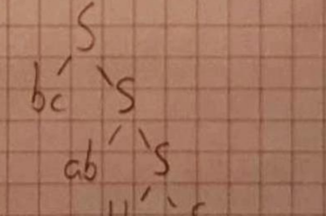
a) bcbba



b) bbbcbba



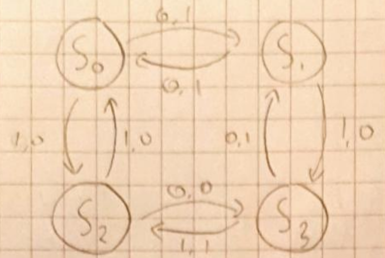
c) bcabbbbcb



 Andreas B. Berg

13.2. 2) Gi state table for finite-state maskin med følgende state diagram:

a)



State	f input 0	f input 1	g input 0	g input 1
S_0	S_1	S_2	1	0
S_1	S_0	S_3	1	0
S_2	S_3	S_0	0	0
S_3	S_1	S_2	1	1

b)

State	f 0	f 1	g 0	g 1
S_0	S_1	S_2	0	1
S_1	S_2	S_1	0	0
S_2	S_2	S_0	1	0

c)

State	f 0	f 1	g 0	g 1
S_0	S_3	S_1	0	1
S_1	S_0	S_1	0	1
S_2	S_3	S_1	0	1
S_3	S_1	S_3	0	0

4) Finn output fra input 10001 for maskin:

a) (2a)

S_0	1	→	S_2	0
S_2	0	→	S_3	1
S_3	0	→	S_1	1
S_1	0	→	S_0	1
S_0	1	→	S_2	0

$\Rightarrow$ $\underline{\underline{01110}}$

b) (2b)

S_0	1	→	S_2	1
S_2	0	→	S_2	1
S_2	0	→	S_2	1
S_2	0	→	S_2	1
S_2	1	→	S_0	0

$\Rightarrow$ $\underline{\underline{11110}}$

c) (2c)

S_0	1	→	S_1	1
S_1	0	→	S_0	0
S_0	0	→	S_3	0
S_3	0	→	S_1	0
S_1	1	→	S_1	1

$\Rightarrow$ $\underline{\underline{10001}}$

Andreas B. Berg

13.2.12) Konstruer finite state maskin med tall $1 \to 40$, åpner kun med korrekt kombinasjon ($10 \to$, $8 \leftarrow$, $37 \to$). Input = (#, retning, runder)

$M = (S, I, O, f, g, s_0)$

$$S = \begin{Bmatrix} S_0 = 0 \text{ rett} \\ S_1 = 1 \text{ rett} \\ S_2 = 2 \text{ rett} \\ S_3 = \text{åpen} \end{Bmatrix} \qquad I = \left\{ (n, d, r) : \begin{matrix} n \in [1, 40] \\ d \in \{V, H\} \\ r \in [0, \infty) \end{matrix} \right\}$$

$O = \{\text{Åpen (Å)}, \text{Låst (L)}\}$

f

State	(10, R, 0)	(8, L, 1)	(37, R, 0)	annet
S_0	S_1	S_0	S_0	S_0
S_1	S_1	S_2	S_0	S_0
S_2	S_1	S_0	S_3	S_0
S_3	S_1	S_0	S_0	S_0

g

S_0	L	L	L	L
S_1	L	L	L	L
S_2	L	L	Å	L
S_3	L	L	L	L

Merk: S_3 er åpen status, låses ved ny input.

Merk 2: Er nå mulig å gå direkte til S_1 fra alle states, ved rett input.

Andreas B. Berg

16) Konstruer finite-state maskin der $O = 1$ når #input $| 3$ og 0 ellers
Spiller ingen rolle hva I er, men observer følgende tabell:

State	f	g
s_0	s_1	0
s_1	s_2	0
s_2	s_0	1

For hver input øker state med 1 (modulo 3). Dvs at hver 3. input (altså når #input $| 3$) gir output 1.

8) Anta $A \subseteq V^*$, V alfabet. Bevis/avvis følgende:

a) $A \subseteq A^2$. <u>Usann!</u> Eks: $A = \{0\}$, $A^2 = \{00\}$

b) $A = A^2 \Rightarrow \lambda \in A$. <u>Usant!</u> Eks: $\emptyset = \emptyset^2$

Merk: for $A \neq \emptyset$ er det sant: $w \in A \Rightarrow w \in A^2 \Rightarrow w = uv$ der $u, v \in A$. Hvis w kortest i A må u eller $v = \lambda$.

c) $A\{\lambda\} = A$. <u>Sant!</u> $w\lambda = w \quad \forall\, w \in A$

d) $(A^*)^* = A^*$ <u>Sant!</u> $A^* = \bigcup_{k=0}^{\infty} A^k$

$(A^*)^* = \bigcup_{k=0}^{\infty} (A^*)^k \Rightarrow A^* \subseteq (A^*)^* \quad (k=1)$

$w \in (A^*)^*$ er konkatinering av strenger i $A \Rightarrow w \in A^* \cdot (A^*)^* \subseteq A^*$

e) $A^*A = A^*$ <u>Usann!</u> Hvis $\lambda \notin A$ er $A^*A \neq A^*$ fordi $\lambda \in A^*$ men $\lambda \neq A^*A$

f) $|A^n| = |A|^n$ <u>Usann!</u> $A = \{1, 11\} \Rightarrow A^2 = \{11, 111, 1111\} \Rightarrow |A^2| = 3 \neq 4 = |A|^2$

Øving 12, side 7 Andreas B. Berg

13.3.10) Avgjør om 01001 er i følgende sett:

a) $\{0,1\}^*$ <u>Ja</u>

b) $\{0\}^*\{10\}\{1\}^*$ <u>Nei</u> (Kan ikke få 0 nr 3 / tegn 4)

c) $\{010\}^*\{0\}^*\{1\}^*$ <u>Ja</u>

d) $\{010, 011\}\{00, 01\}$ <u>Ja</u> (010 + 01)

e) $\{00\}\{0\}^*\{01\}$ <u>Nei</u> (Må starte med 00)

f) $\{01\}^*\{01\}^*$ <u>Nei</u> (Kan ikke få 0 nr 3 / tegn 4)

12) Avgjør om stringene godkjennes av Fig. 1

a) 010 $S_0 \xrightarrow{0} S_0 \xrightarrow{1} S_1 \xrightarrow{0} S_0$ <u>Ja</u>

b) 1101 $S_0 \xrightarrow{1} S_1 \xrightarrow{1} S_2 \xrightarrow{0} S_0 \xrightarrow{1} S_4$ <u>Nei</u>

c) 1111110 $S_0 \xrightarrow{1} S_1 \xrightarrow{1} S_2 \xrightarrow{1} S_0 \xrightarrow{1} S_1 \xrightarrow{1} S_2 \xrightarrow{1} S_0 \xrightarrow{0} S_0$ <u>Ja</u>

d) 010101010 $S_0 \xrightarrow{0} S_0 \xrightarrow{1} S_1 \xrightarrow{0} S_0 \rightarrow \dots \rightarrow S_0$ <u>Ja</u>

16) Finn språket godkjent av illustrasjon.

Godkjent: λ, 1, $1x$, $00x$, 01^n0x

Godkjent: $\{\lambda, 1x, 01^n0x : n \geq 0, x = \text{streng med lengde } [0, \infty)\}$

Evt: $L(M) = \{\lambda\} \cup \{1w : w \in \{0,1\}^*\} \cup \{01^n0w : n \geq 0, w \in \{0,1\}^*\}$

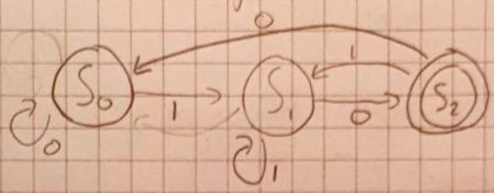
 Andreas B. Berg

13.3.22) Finn godkjent språk

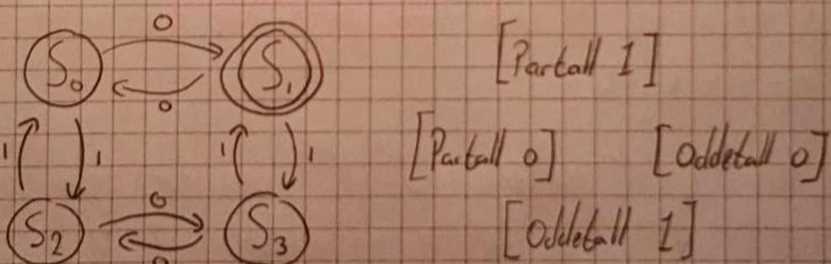
Godkjent: λ, 0^*, 0^*1, 1001^n, 11101^n

$$L(M) = \{\{0^n\} \cup \{0^n 1\} \cup \{1001^n\} \cup \{11101^n\} : n \in \mathbb{N}\}$$

13.3.24) Konstruer deterministisk finite-state automaton som godkjenner alle bit strings som slutter på 10



36) Konstruer finite-state automaton med 4 states som godkjenner bit strings med odd antall 0 og par antall 1



48) Finn språk godkjent av ikke-deterministisk finite state automaton på figur.

Godkjent: $\cancel{\lambda}$, 0^*, 0^*10^*, 0^*100^*, $\cancel{0^*110^*}$, $\cancel{0^*10^*100^*}$, $0^*10^*110^*$, $\cancel{0^*100^*}$, $\cancel{0^*10^*100^*}$

$$L(M) = \{\{0^n\} \cup \{0^n 1 0^n\} \cup \{0^n 110^n\} \cup \{0^n 1 0^n 100^n\} \cup \{0^n 1 0^n 110^n\} : n \in \mathbb{N}\}$$

Andreas B. Berg

13.3.4a) Finn språk godkjent av figur

Godkjent: λ, 0^*, 1^*, $0(01)^*$, $0(01)^*0$, 01^*

$L(M) = \{$Alle sett som starter på $0\} \cup \{1^n : n \in \mathbb{N}\}$

57) Bevis at det ikke eksisterer finite state automaton som kun godkjenner alle bit strings med likt antall 0 og 1.

Anta det eksisterer en slik maskin M, og at M har N states. Anta M får input strengen $0^{n+1}1^{n+1}$. Da er M nødt til å bruke samme state minimum to ganger på de n+1 0-ene. Kall staten S. Vi har nå at etter $k \leq n+1$ nuller looper M fra S tilbake på seg selv.

Dette vil si at M også ender på samme stat etter å ha lest $n+1+k$ 0-er.

For at M skal godkjenne $0^{n+1}1^{n+1}$ må den også godkjenne $0^{n+1+k}1^{n+1}$, og det er en motsetning! □

Kort oppsummert: Du trenger minimum like mange states som antallet etterfølgende like bits, og du kan alltid øke lengden etterfølgende bits ⇒ ergo må du alltid kunne øke antallet states ⇒ ergo kan ikke maskinen være **finite state!** QED