# ØVING 10 - side I

Andreas B. Berg

10.4.26) b) Finn antallet veier $c \to d$ med lengde 3

c - b - a - d
c - b - c - d
c - b - e - d
c - f - e - d
c - f - c - d  = **Antall: 8**
c - d - a - d
c - d - e - d
c - d - c - d

[Evt. kan man finne $A^3_{cd}$ der A = nabomatrisen]

30) Vis at i enhver simpel graf er det en sti fra node med odd grad til annen node med odd grad.

La G være simpel graf, og v node med odde grad i G. La $G_v$ være sammenhengskomponenten i G som inneholder v, altså sammenhengende del av G med v. Da er $G_v$ en enkel sammenhengende graf og graden til node i $G_v$ er samme som i G. T 10.2.2 = partall noder av odde grad i $G_v$. Siden v har odde grad må det finnes node $w \neq v$ med odde grad.
$G_v$ sammenhengende $\Rightarrow$ v og w har sti i G.

56) Forklar hvordan T2 kan brukes for å finne lengden av korteste vei fra node v til node w i en graf.

T2: La A = nabomatrise til G. Antall stier fra v til w med lengde r er gitt ved (v, w) i $A^r$.

For å finne korteste vei fra v til w kan vi iterere over $A^1, A^2, \ldots$ til vi får en $A^n$ der $(v, w) \neq 0$. Den minste (første) slike n gir lengden på korteste sti fra $v \to w$.

Merk: Itereringen vil fortsette uendelig hvis det ikke finnes slik sti.

 Andreas B. Berg

10.5. 3) Avgjør om grafen har Euler circuit / Euler path. Hvis ja - konstruer

[Euler sti = alle koblinger. Eulerkrets = + tilbake til start]

Graf har to node med odde grad (3) $\Rightarrow$ ikke krets, men sti:

Eulersti: $\underline{\underline{a - b - d - c - a - e - b - e - c - e - d}}$

30) Avgjør om grafen har Hamiltonkrets. Hvis ja - finn.

[Hamiltonsti = hver node én gang. Hamiltonkrets = + tilbake til start]

Den eneste måten å komme mellom venstre og høyre side av grafen er ved å bruke koblingen $\{c, f\}$. Da e node c og f brukt opp, så man komme ikke tilbake $\Rightarrow$ Ingen Hamiltonkrets.

36) Samme oppg. som (30)

Grafen har Hamiltonkrets: $\underline{\underline{a - b - c - e - f - i - h - g - d - a}}$

48) Kan du finne simpel graf med $n \geq 3$ noder uten Hamiltonkrets, selv om alle noder har grad $\geq (n-1)/2$?

[Dirac's teorem: $n \geq 3$ noder med grad $\geq n/2 \Rightarrow$ Hamiltonkrets]

Må derfor ha odde antall noder (ellers er $(\geq \frac{n-1}{2}) = (\geq \frac{n}{2})$).

La $n = 3$. Da er $\frac{n-1}{2} = 1$, altså kan vi ha noder med grad 1.

For å ha Hamiltonkrets må alle node ha minst grad 2. Det er lett å se at følgende graf, som tilfredsstiller oppgaven $(n=3)$ ikke har Hamilton krets: