ØVING 2 side 1 — Andreas B. Berg

2.4

1) Kaster to terninger.

A = summen er 10

B = summen er over 8 = $\{(4,5),(4,6),(5,4),(5,5),(5,6),(6,3),(6,4),(6,5),(6,6),(3,6)\}$

Har uniform sannsynlighetsmodell

$$\underline{P(A \mid B) = \frac{g}{m} = \frac{3}{10} = 0{,}3}$$

2) $P(A) = 0.2 \quad P(B) = 0.4 \quad P(A \mid B) + P(B \mid A) = 0.75$. Finn $P(A \cap B)$

Vet at

$$P(A \mid B) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} \qquad P(B \mid A) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$$

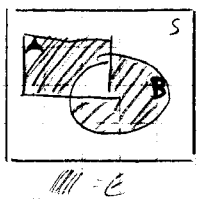
$$P(A \mid B) + P(B \mid A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} + \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = 0.75$$

$$\frac{2P(A \cap B)}{0.4} + \frac{P(A \cap B)}{0.4} = 0.75$$

$$\frac{3P(A \cap B)}{0.4} = 0.75 \qquad \Big| \cdot \frac{4}{30}$$

$$\underline{P(A \cap B) = 0{,}1}$$

4) $P((A \cup B)^c) = 0{,}6 \qquad P(A \cap B) = 0{,}1$



E = enten A eller B, ikke begge = $A \cup B - A \cap B$

Finn $P(E \mid A \cup B)$

$P(A \cup B) = 1 - P((A \cup B)^c) = 1 - 0{,}6 = 0{,}4$

La $D = A \cup B$

$$P(E \mid D) = \frac{P(E \cap D)}{P(D)} = \frac{P(E)}{P(D)} = \frac{P(E)}{P(A \cup B)}$$

$$P(E) = P(A \cup B) - P(A \cap B) = 0.4 - 0.1 = 0{,}3$$

$$\underline{P(E \mid A \cup B) = \frac{P(E)}{P(A \cup B)} = \frac{0{,}3}{0{,}4} = \frac{3}{4} = 0{,}75}$$

2.4

8) $P(A) = a \quad P(B) = b$

$$P(A \mid B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) \leq 1$$

$$P(A) + P(B) - P(A \cap B) \leq 1$$

$$P(A) + P(B) - 1 \leq P(A \cap B)$$

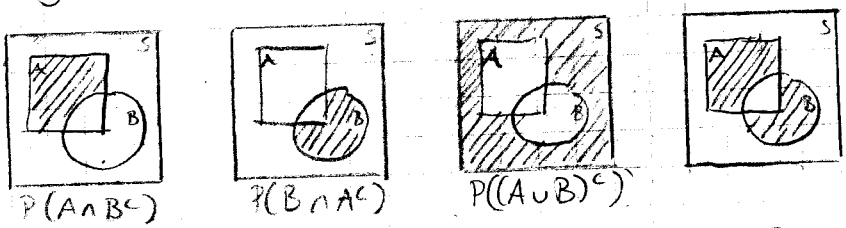
$$P(A \mid B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} \geq \frac{P(A) + P(B) - 1}{P(B)} = \frac{a + b - 1}{b}$$

$$\Rightarrow \underline{\underline{P(A \mid B) \geq \frac{a + b - 1}{b}}}$$

17) $P(A \cap B^c) = 0,1 \quad P(A^c \cap B) = 0,3 \quad P((A \cap B)^c) = 0,2$

Finn P(enten A eller B, gitt maks en A eller B) $= P((A \cup B) \mid$ ikke $A \cap B)$

La C være hendelsen én av A og B gitt ikke både A og B



Se at $P((A \cap B^c) \cup (B \cap A^c)) = P(A \cap B^c) + P(B \cap A^c) = 0,4$

[A hvis ikke B eller B hvis ikke A]

$$P(A \cup B) = 1 - P((A \cup B)^c) = 0,8$$

$$P(A \cap B) = P(A \cup B) - (P(A \cap B^c) + P(B \cap A^c)) = 0,8 - 0,4 = 0,4$$

$$P((A \cap B)^c = 1 - P(A \cap B) = 1 - 0,4 = 0,6$$

$$P(C) = P((A \cap B^c) \cup (B \cap A^c) \mid (A \cap B)^c)$$

$$= \frac{P((A \cap B^c) \cup (B \cap A)^c \cap (A \cap B)^c)}{P((A \cap B)^c)} = \frac{P((A \cap B^c) \cup (B \cap A^c))}{P((A \cap B)^c)}$$

$$= \frac{0,4}{0,6} = \underline{\underline{2/3}}$$

ØVING 2 side 3 — Andreas B. Berg

2.4

29) $S = \{(\text{mann, lyver}), (\text{mann, ærlig}), (\text{kvinne, lyver}), (\text{kvinne, ærlig})\}$

$P(\text{mann}) = 0.47 \quad P(\text{ærlig} \mid \text{mann}) = 0.78 \quad P(\text{ærlig} \mid \text{kvinne}) = 0.63$

$P(\text{kvinne}) = 1 - P(\text{mann}) = 0,53$

[Antar man er enten mann eller kvinne - ingen transseksuelle el.l.]

Finn $P(\text{ærlig})$

$$P(\text{ærlig}) = P(\text{ærlig} \mid \text{mann})P(\text{mann}) + P(\text{ærlig} \mid \text{kvinne})P(\text{kvinne})$$

$$= 0.78 \cdot 0,47 + 0.63 \cdot 053 = \underline{\underline{0,70}}$$

39) La A = elev i Humanities, B = elev i Nat. Science, C = elev i History, D = elev i Social science.

La E = eleven er mann. Finn $P(E)$

$$P(E) = P(E \mid A)P(A) + P(E \mid B)P(B) + P(E \mid C)P(C) + P(E \mid D)P(D)$$

$$= 0,40 \cdot 0,40 + 0,85 \cdot 0,10 + 0,55 \cdot 0,30 + 0,25 \cdot 0,20$$

$$= \underline{\underline{0,46 = 46\% = P(\text{mann})}}$$

Merk: for alle $X \in \{A, B, C, D\}$ er $P(\text{mann} \mid X) = 1 - P(\text{dame} \mid X)$ som er oppgitt i oppgaven.

Antar en person er enten mann eller dame, som oppg. 29

ØVING 2 side 4 — Andreas B. Berg

2.4

52) La D = skadet pakke, A, B og C = pakken kom fra varehus A, B, C

$P(A) = 0,30 \quad P(D \mid A) = 0,03$

$P(B) = 0,20 \quad P(D \mid B) = 0,05$

$P(C) = 0,50 \quad P(D \mid C) = 0,02$

Finn $P(C \mid D) = \frac{P(C \cap D)}{P(D)} = \frac{P(D \mid C) \cdot P(C)}{P(D)}$

$P(D) = P(D \mid A)P(A) + P(D \mid B)P(B) + P(D \mid C)P(C)$

$= 0,03 \cdot 0,30 + 0,05 \cdot 0,20 + 0,02 \cdot 0,50 = 0,029$

$\underline{P(C \mid D)} = \frac{P(D \mid C)P(C)}{P(D)} = \frac{0,02 \cdot 0,50}{0,029} \approx \underline{0,34} \approx \underline{34\%}$

2.5

1) $P(A \cap B) = 0,2 \quad P(A) = 0,6 \quad P(B) = 0,5$

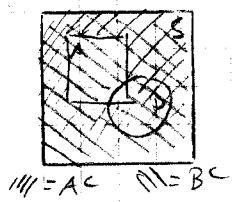
a) A og B er ikke disjunkte, da $P(A \cap B) > 0$.

b) $P(A \mid B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{0,2}{0,5} = 0,4 \neq P(A)$

evt $P(A)P(B) = 0,5 \cdot 0,6 = 0,3 \neq P(A \cap B)$

A og B er ikke uavhengige, da $P(A \cap B) \neq P(A)P(B)$

c) $P(A^c \cup B^c) = 1 - P(A \cap B) = \underline{0,8}$



ØVING 2 side 5 Andreas B. Berg

2.5

2) La A = står i kjemi, B = står i matte

$P(A) = 0,35 \quad P(B) = 0,40 \quad P(A \cap B) = 0,12$

$P(A)P(B) = 0,35 \cdot 0,40 = 0,14 \neq P(A \cap B)$

A og B er ikke uavhengige hendelser

$P(\text{stryk i begge fag}) = P((A \cup B)^c) = 1 - P(A \cup B)$

$= 1 - (P(A) + P(B) - P(A \cap B))$

$= 1 - 0,35 - 0,40 + 0,12 = \underline{0,37}$

7) $P(A) = \frac{1}{4} \quad P(B) = \frac{1}{8}$

a) Hva er $P(A \cup B)$ hvis

i) A og B er disjunkte?

$P(A \cup B) = P(A) + P(B) = \underline{\frac{3}{8}}$

ii) A og B er uavhengige hendelser?

$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = P(A) + P(B) - P(A)P(B)$

$= \frac{3}{8} - \frac{1}{32} = \underline{\frac{11}{32}}$

b) Hva er $P(A \mid B)$ hvis

i) A og B er disjunkte?

$P(A \mid B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{0}{P(B)} = \underline{0}$

ii) A og B er uavhengige?

$P(A \mid B) = P(A) = \underline{\frac{1}{4}}$

ØVING 2 side 6 Andreas B. Berg

2.5

11) To terninger (grønn og rød) kastes.

A = 1 eller 2 på rød terning

B = 3, 4 eller 5 på grønn terning

C = totalt 4, 11, 12

Vis at setning 2.5.3 : $P(A \cap B \cap C) = P(A) \cdot P(B) \cdot P(C)$ stemmer,

men ikke 2.5.4 : $P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$

$P(A \cap C) = P(A) \cdot P(C)$

$P(B \cap C) = P(B) \cdot P(C)$

2.5.3) $P(A \cap B \cap C) = P(C \mid A \cap B) P(B \mid A) P(A)$

La S_0 være kombinasjoner hvor $A \cap B$ stemmer:

$S_0 = \{(1,3), (1,4), (1,5), (2,3), (2,4), (2,5)\}$

$P(C \mid A \cap B) = \frac{g}{m} = \frac{1}{6}$

B og A er uavh. hendelser, $P(B \mid A) = P(B) = \frac{g}{m} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$

$P(A) = \frac{g}{m} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$

$\Rightarrow P(A \cap B \cap C) = \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3} = \frac{1}{36}$

$P(A) = \frac{1}{3}$, $P(B) = \frac{1}{2}$

Ser at S inneholder 36 hendelser. La S_1 være hendelser som tilfredsstiller C. $S_1 = \{(1,3), (2,2), (3,1), (5,6), (6,5), (6,6)\}$

$P(C) = \frac{g}{m} = \frac{6}{36} = \frac{1}{6}$

$\Rightarrow P(A) \cdot P(B) \cdot P(C) = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{6} = \frac{1}{36}$

$\Rightarrow \underline{P(A \cap B \cap C) = P(A) \cdot P(B) \cdot P(C)}$, så 2.5.3 stemmer

ØVING 2 side 7 Andreas B. Berg

2.5

11) Vise at 2.5.4 ikke stemmer:

Ser på $P(A \cap C) = P(A) \cdot P(C)$

Vet at $P(A) = \frac{1}{3}$, $P(C) = \frac{1}{6}$ $\Rightarrow P(A)P(C) = \frac{1}{18}$

$P(A \cap C) = P(C \mid A) P(A)$

La S_2 være hendelser som tilfredsstiller A:

$S_2 = \{(1,1), (1,2), \underline{(1,3)}, (1,4), (1,5), (1,6),$
$(2,1), \underline{(2,2)}, (2,3), (2,4), (2,5), (2,6)\}$

Ser at 2 hendelser $(1,3)$ og $(2,2)$ tilfredsstiller A.

Dermed har vi

$$P(C \mid A) = \frac{g}{m} = \frac{2}{12} = \frac{1}{6}$$

$$P(A \cap C) = P(C \mid A) P(A) = \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{3} = \frac{1}{18} = P(A)P(C)$$

Ser på $P(B \cap C) = P(B)P(C)$

Vet at $P(B) = \frac{1}{2}$, $P(C) = \frac{1}{6}$ $\Rightarrow$ $P(B)P(C) = \frac{1}{12}$

$P(B \cap C) = P(B \mid C)P(C)$

Har S_1 fra forrige side. Ser at 2 hendelser tilfredsstiller A - $(1,3)$ og $(6,5)$

Dermed har vi

$$P(B \mid C) = \frac{g}{m} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$$

$$P(B \cap C) = P(B \mid C)P(C) = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{6} = \frac{1}{18} \neq P(B)P(C)$$

$\underline{P(B \cap C) \neq P(B)P(C)}$, så 2.5.4 stemmer ikke.