 Andreas B. Berg

3.2

9) La A = minst en 6 av 6 terninger
B = minst to 6 av 12 terninger
C = minst tre 6 av 18 terninger

$$P(\text{null 6 på 6 terninger}) = \binom{6}{6}\left(\frac{5}{6}\right)^6 = \left(\frac{5}{6}\right)^6 \approx 0,335$$

$$\underline{P(A)} = 1 - P(\text{null 6 på 6 terninger}) = \underline{\underline{0,665}}$$

$$\underline{P(B)} = 1 - \left(P(\text{null 6 på 12 terninger}) + P(\text{1 6 på 12 terninger})\right)$$

$$= 1 - \left(\binom{12}{12}\left(\frac{5}{6}\right)^{12} + \binom{12}{11}\left(\frac{5}{6}\right)^{11}\left(\frac{1}{6}\right)\right) = 1 - \left(\left(\frac{5}{6}\right)^{12} + 2\left(\frac{5}{6}\right)^{11}\right)$$

$$= 1 - (0,112 + 0,269) = \underline{\underline{0,619}}$$

$$\underline{P(C)} = 1 - \left(P(\text{null 6 på 18}) + P(\text{en 6 av 18}) + P(\text{to 6 av 18})\right)$$

$$= 1 - \left(\left(\frac{5}{6}\right)^{18} + \binom{18}{17}\left(\frac{5}{6}\right)^{17}\left(\frac{1}{6}\right) + \binom{18}{16}\left(\frac{5}{6}\right)^{16}\left(\frac{1}{6}\right)^2\right)$$

$$= 1 - \left(\left(\frac{5}{6}\right)^{18} + 3\left(\frac{5}{6}\right)^{17} + \frac{17}{4}\left(\frac{5}{6}\right)^{16}\right)$$

$$= 1 - (0,038 + 0,135 + 0,230) = \underline{\underline{0,597}}$$

10) $$\underline{P(\text{minst to missiler treffer})} = 1 - \left(P(\text{en missil treffer}) + P(\text{null treff})\right)$$

$$= 1 - \left(\binom{6}{1}(0,2)(0,8)^5 + \binom{6}{0}(0,8)^6\right)$$

$$= 1 - (0,31 + 0,26) = \underline{0,43}$$

$$\underline{P(\text{båten blir ødelagt})} = 1 - P(\text{ingen treff på båt})$$

$$= 1 - \binom{10}{0}(0,95)^{10} = 1 - 0,95^{10} = \underline{0,40}$$

Sannsynligheten for at flyet blir ødelagt > sannsynligheten for at båten blir ødelagt, så jeg ville vært på båten

 Andreas B. Berg

3.2

11) $P(2 \text{ av hvert kjønn}) = \binom{4}{2}\left(\frac{1}{2}\right)^2\left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{2\cdot3}{16} = \frac{3}{8}$

$P(3 \text{ gutter } 1 \text{ jente}) = \binom{4}{3}\left(\frac{1}{2}\right)^3\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{4}{16} = \frac{1}{4}$

$P(3 \text{ jenter } 1 \text{ jente}) = P(3 \text{ gutter } 1 \text{ jente}) = \frac{1}{4}$

Ser at $P(3+1) = \frac{1}{2} > \frac{3}{8} = P(2+2)$

$\Rightarrow$ Større sannsynlighet for å ha 3 + 1 kjønn

21) 6 svartbjørn, 3 brunbjørn. 6 bjørner sett. Hva er sannsynligheten for dobbelt så mange sort som brunbjørn?

$\Rightarrow$ 1 eller 2 brunbjørn

$P(1 \text{ brunbjørn}) = \frac{\binom{3}{1}\binom{6}{6-1}}{\binom{9}{6}} = \frac{\cancel{3}\cdot 6^3}{\cancel{3}\cdot4\cdot7} = \frac{3}{14}$

$P(2 \text{ brunbjørn}) = \frac{\binom{3}{2}\binom{6}{4}}{\binom{9}{6}} = \frac{3\cdot\frac{\cancel{3}\cancel{6}\cdot5}{\cancel{2}\cdot1}}{\cancel{3}\cdot4\cdot7} = \frac{15}{28}$

$P(\text{dobbelt så mange sorte som brune}) = \frac{6+15}{28} = \frac{3}{4} = 0{,}75$

Hvis vi antar at 6 sorte + 0 brune også teller:

$P(0 \text{ brune}) = \frac{\binom{3}{0}\binom{6}{6}}{\binom{9}{6}} = \frac{1}{3\cdot4\cdot7} = \frac{1}{84}$

$P(\text{minst dobbelt sorte som brune}) = \frac{3}{4} + \frac{1}{84} = \frac{64}{84} = \frac{16}{21}$

 Andreas B. Berg

3.2

24) Skal velge 8 av 10 spm. hva er sannsynligheten for at minst fire kommer på prøven? [Har 5 ønskede, 5 uønskede. P(4 ønskede av 8)]

$$P(4 \text{ på prøven}) = \frac{\binom{5}{4}\binom{5}{4}}{\binom{10}{8}} = \frac{\cancel{5}\cdot 5}{\cancel{5}\cdot 9} = \frac{5}{9}$$

$$P(5 \text{ på prøven}) = \frac{\binom{5}{5}\binom{5}{3}}{\binom{10}{8}} = \frac{\frac{5\cdot \cancel{4}\,2}{\cancel{2}\cdot 1}}{5\cdot 9} = \frac{10}{5\cdot 9} = \frac{2}{9}$$

$$P(\text{minst } 4 \text{ på prøven}) = \frac{7}{9} \approx 0{,}78$$

<u>Sannsynligheten for at minst 4 spm. kommer på prøven er 78% <85%.</u>

3.3

1) 5 baller, 1-5, 2 trekkes samtidig

a)

k	kombinasjoner der $X = k$	$p_X(k)$
1	–	0
2	(1 2)	0,1
3	(1 3)(2 3)	0,2
4	(1 4)(2 4)(3 4)	0,3
5	(1 5)(2 5)(3 5)(4 5)	0,4

(X = største av de to trekte tallene)

b) V = summen av kulene. Finn $p_V(k)$:

k	komb. der $V = k$	$p_V(k)$
3	(1 2)	0,1
4	(1 3)	0,1
5	(1 4) (2 3)	0,2
6	(1 5) (2 4)	0,2
7	(2 5) (3 4)	0,2
8	(3 5)	0,1
9	(4 5)	0,1

 Andreas B. Berg

3.3

2) Gjenta 3.3.1 med tilbakelegging (25 komb.)

a) X = største trekte tall

k	komb. der $X = k$	$p_X(k)$
1	(1 1)	1/25
2	(1 2) (2 2) (2 1)	3/25
3	(1 3) (2 3) (3 3) (3 2) (3 1)	5/25
4	⋮	7/25
5		9/25

b) V = summen av kulene

k	komb. der $V = k$	$p_V(k)$
2	(1 1)	1/25
3	(1 2)(2 1)	2/25
4	(1 3)(2 2)(3 1)	3/25
5	⋮	4/25
6		5/25
7		4/25
8		3/25
9	(4 5)(5 4)	2/25
10	(5 5)	1/25

12) 3 terningkast, X = største resultat. Finn $F_X(k)$

La resultatet av terningkast (1,2,3) = (i, j, h)

$$\underline{F_X(k)} = P(X \le k)$$
$$= P(\max(i,j,h) \le k)$$
$$= P(i \le k,\ j \le k,\ h \le k)$$
$$= P(i \le k)\,P(j \le k)\,P(h \le k)$$
$$= \frac{k}{6} \cdot \frac{k}{6} \cdot \frac{k}{6} = \underline{\underline{\frac{k^3}{216}}}$$

 Andreas B. Berg

3.2

14) For $x = 0, 1, \ldots, 6$ er $F_X(x) = \frac{x(x+1)}{42}$. Finn $p_X(x)$.

$$p_X(0) = F_X(0) = \frac{0 \cdot 1}{42} = 0$$
$$p_X(1) = F_X(1) - F_X(0) = \frac{1 \cdot 2}{42} - 0 = \frac{1}{21}$$
$$p_X(2) = F_X(2) - F_X(1) = \frac{2 \cdot 3}{42} - \frac{1}{21} = \frac{2}{21}$$

Naturlig å anta: $\underline{\underline{p_X(x) = \frac{x}{21}}}$

4.4

1) Jody har 30% sanns. for skattesjekk hvert år. Finn sannsynligheten for at hun slipper unna 3 år på rad $= A$

$$\underline{P(A)} = P(\text{ikke sjekk 3 år}) = (1-p)^3 = 0{,}7^3 = \underline{\underline{0{,}343}}$$

4.5

1) Dør-til-dør selger. Må besøke 5 hus pr. dag, 30% sannsynl. for å bli invitert inn en adresse. Hva er sannsynl. for at det trengs færre enn 8 hus for å nå kvoten? $= A$

$$\underline{P(A)} = 1 - \big(P(4 \text{ av } 7 \text{ hus}) + P(3 \text{ av } 7 \text{ hus}) + P(2 \text{ av } 7 \text{ hus}) + P(1 \text{ av } 7 \text{ hus}) + P(0 \text{ av } 7 \text{ hus})\big)$$

$$= 1 - \left(\binom{7}{4}(0{,}3)^4(0{,}7)^3 + \binom{7}{3}(0{,}3)^3(0{,}7)^4 + \binom{7}{2}(0{,}3)^2(0{,}7)^5 + \binom{7}{1}(0{,}3)(0{,}7)^6 + \binom{7}{0}(0{,}7)^7\right)$$

$$= 1 - \left(35(0{,}3^4)(0{,}7^3) + 35(0{,}3^3)(0{,}7^4) + 21(0{,}3^2)(0{,}7^5) + 7(0{,}3)(0{,}7)^6 + 0{,}7^7\right)$$

$$= 1 - (0{,}097 + 0{,}227 + 0{,}318 + 0{,}247 + 0{,}082)$$

$$= 1 - 0{,}971 = \underline{\underline{0{,}029}}$$

[Bruker at $P(5+ \text{ innslipp i } 7 \text{ hus}) = 1 - P(4 \text{ eller færre innslipp i } 7 \text{ hus})$]