ØVING 9 - side 1

Andreas B. Berg

9.6 9) Er grafen partial order?

- Refleksiv $(x,x) \in R$ $\rightarrow$ Ja
- Antisymmetrisk $(x,y),(y,x) \in R \Rightarrow x=y$ $\rightarrow$ Ja
- Transitiv $(x,y)(y,z) \in R \Rightarrow (x,z) \in R$ $\rightarrow$ Nei

[$a \rightarrow b$, $b \rightarrow d$, ikke $a \rightarrow d$]

$\Rightarrow$ Ikke partial order!

18) b) Lexiographic order: open, opened, opener, opera, operand

27) List alle "ordered pairs" (ordnede par?) i partial ordering:

[Husk: refleksiv, antisymmetrisk, transitiv]

(b,b) (b,g) (b,d) (b,e) (b,f) (a,a) (a,g) (a,d) (a,e) (a,f)

(c,c) (c,g) (c,d) (c,e) (c,f) (g,g) (g,d) (g,e) (g,f)

(d,d) (e,e) (f,f)

32) Hasse-diagram

a) Maksimalelementer = øverste "ender" i diagram : l og m

b) Minimalelementer = nederste — " — : a, b og c

c) To maksimalelementer $\Rightarrow$ ingen største element

d) Tre minimalelementer $\Rightarrow$ ingen minste element

e) Øvre skranker for $\{a,b,c\}$ = elementer som er over alle $\{a,b,c\}$ = k, l og m

f) Minste øvre skranke for $\{a,b,c\}$ = k

g) Nedre skranke for $\{f,g,h\}$ = elementer under alle $\{f,g,h\}$ = Ingen elementer

h) Største nedre skranke for $\{f,g,h\}$ = N/A

ØVING 9 - side 2

Andreas B. Berg

10.2.18) Vis at i en simpel graf med minst to noder må det være to noder med samme grad.

La $G(V, E)$ være simpel graf med antall noder $|V| \geq 2$.

G simpel graf $\Rightarrow$ noder kan ha grad $0, 1, \ldots, |V|-1$.

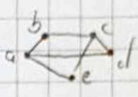
La x, y være noder i G. Anta $grad(x) = 0$ og $grad(y) = |V|-1$.

Da er y koblet til alle noder i G, også x, så det går ikke

$\Rightarrow$ Kan ikke ha noder med grad 0 og $|V|-1$ i samme graf.

$\Rightarrow$ Totalt $|V|-1$ ulike grader mulig i G.

$|V|$ noder og $|V|-1$ ulike grader $\Rightarrow$ to noder må ha samme grad

22) Er grafen bipartite? 

Ja. La $\{a, c\}$ utgjøre en side og $\{b, d, e\}$ utgjøre den andre.

26) a) For hvilke verdier av n er K_n bipartite?

K_n har en kobling mellom alle de n nodene. Ettersom alle noder er koblet er det nødvendig å dele i n grupper for at ingen noder innad i samme gruppe skal kobles sammen. Ettersom bipartite krever to grupper er K_n bipartite for $\underline{n \in \{1, 2\}}$

b) For hvilke n er C_n bipartite?

For at C_n skal være bipartite må vi kunne fordele annenhver node i gruppe 1 og 2. For at dette skal gå opp må <u>n være partall.</u>

c) For hvilke n er W_n bipartite?

Node $n+1$ (i midten av grafen) er koblet til alle noder, ergo må den være i gruppe for seg selv. Ettersom det er koblinger også mellom de resterende nodene ser vi at <u>W_n ikke er bipartite for noen n</u>

 Andreas B. Berg

10.2.57) Hvor mange noder har en regulær graf med 10 koblinger?

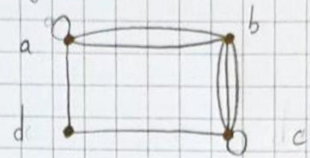
La $G=(V,E)$ og $|E|=10$. Får fra håndhilsingsteoremet (T1):

$$2|E| = 20 = \sum_{v \in V} \text{grad}(v) = (|V|-1)|V|$$

$$20 = 5 \cdot 4 \Rightarrow \underline{\underline{|V| = 5}}$$

10.3.17) Tegn en urettet graf gitt av nabomatrisen.

$$\begin{array}{c} \\ a \\ b \\ c \\ d \end{array} \begin{array}{c} \begin{array}{cccc} a & b & c & d \end{array} \\ \begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 & 1 \\ 2 & 0 & 3 & 0 \\ 0 & 3 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \end{array} :$$



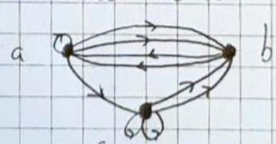
19) Finn nabomatrisen til den rettede grafen, alfabetisk rekkefølge.

$$\begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

[Note to self: $\begin{bmatrix} x & y \\ z & w \end{bmatrix}$: $x = a \to a$ $\quad y = a \to b$, $z = b \to a$ $\quad w = b \to b$]

23) Tegn grafen gitt av nabomatrisen

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 2 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 2 \end{bmatrix} :$$



[Koblinger: $a \to a$, $a \to c$, $a \to b$, $a \to b$, $b \to a$, $b \to a$, $c \to b$, $c \to b$, $c \to c$, $c \to c$]

47) Avgjør om grafene er isomorfe.

Begge grafer har 10 noder, alle grad 3, 15 koblinger

Node u_i	Nabo: u	Node $f(u_i)$	Nabo: v
u_1	u_2, u_5, u_{10}	v_8	v_2, v_5, v_{10}
u_2	u_1, u_3, u_9	v_2	v_1, v_3, v_8
u_3	u_2, u_4, u_8	v_3	v_2, v_4, v_7
u_4	u_3, u_5, u_7	v_4	v_3, v_5, v_9
u_5	u_1, u_4, u_6	v_5	v_4, v_6, v_8
u_6	u_5, u_8, u_9	v_6	v_1, v_5, v_7
u_7	u_4, u_9, u_{10}	v_9	v_1, v_4, v_{10}
u_8	u_3, u_6, u_{10}	v_7	v_3, v_6, v_{10}
u_9	u_2, u_6, u_7	v_1	v_2, v_6, v_9
u_{10}	u_1, u_7, u_8	v_{10}	v_7, v_8, v_9

ISOMORF