14.2

ØVING 12, side 1

Andreas B. Berg

4) $Y_1 \dots Y_{22}$ tilf. utvalg av norm. ford. var. med $\mu = \mu$ og $\sigma^2 = 6.0$

$H_0: \mu = 10, \quad H_1: \mu > 10$

Lag en storskala sign. test med type I error - sannsynlighet 0.05

What power will the test be if $\mu = 11$?

La k = antall $y_i > 10$. La $z = \frac{k - 11}{\sqrt{11/2}}$

<u>Teorem 14.2.1 gir oss derfor bakgrunn for å forkaste</u>

<u>$\tilde{\mu} = 10$ hvis $z \geq z_{0.05}$</u>

Siden Y_i er normalfordelt og dermed symmetrisk, er

forkasting av $\tilde{\mu} = 10 \Rightarrow$ fork. $\mu = 10 \Rightarrow$ fork. H_0

<u>Mao. forkaste H_0 hvis $z \geq z_{0.05}$</u>

Power $= 1 - \beta = 1 - P(\text{Type II-error})$

$P(\text{type II error}) = P(\text{beholder } H_0 \text{ hvis } \mu = 11)$

$= P\left(z = \frac{k - 11}{\sqrt{11/2}} < z_{0.05} = 1.645\right)$

$= P\left(k < 1.645\sqrt{11/2} + 11\right)$

$= P(k < 14.86)$ der $k = \# y_i > 10, \quad \mu = 11$

$Y_i \sim N(11, 6)$ $\quad P(Y_i > 10) = P\left(\frac{Y_i - 11}{6} > \frac{10 - 11}{6}\right)$

$X \sim N(0, 1)$ $\quad = P(X > -1/6 = -0.167)$

$= 1 - P(X \leq -0.167) = 0.5675$

$\Rightarrow P(Y_i < 10) = 0.4325$

$P(k < 14.86) = 1 - P(k \geq 14.86) = 1 - P(Y_i > 10)^{14.86}$

14.2

ØVING 12, side 2

Andreas B. Bug

forts.

4) $P(\text{type II error}) = 1 - 0{,}5675^{14{,}86} = 1 - 0{,}999$

$\Rightarrow$ $\underline{\text{Power} = 0{,}999}$

6) Analyser Shoshoni-rektangel-data (case study 7.4.2) med sign test, $\alpha = 0{,}05$.

$H_0: \mu = 0{,}618 \qquad H_1: \mu \neq 0{,}618$

Anta forholdstallene er normalfordelte (eller i det minste symmetriske)

så $\tilde{H}_0: \tilde{\mu} = 0{,}618$

Ser at $n = 20$ og k = antall verdier over $0{,}618 = 11$

La $z = \frac{k - n/2}{\sqrt{n/4}}$. Forkaste H_0 hvis $z \leq z_{\alpha/2} = z_{0{,}025}$ eller

$z \geq z_{\alpha/2} = z_{0{,}025}$. Ser at $z_{0{,}025} = 1{,}960$

$z = \frac{11 - 10}{\sqrt{5}} = \frac{1}{\sqrt{5}} \approx 0{,}447$

Ser at $-z_{\alpha/2} < z < z_{\alpha/2}$ så kan ikke forkaste

$\tilde{H}_0 \Rightarrow$ kan heller ikke forkaste H_0.

Øving 12, side 3 Andreas B. Berg

1) Energibruk for eldre kvinner. μ_D = forskjell mellom sommer- og vintermånedene. y_i - energiforbruk vinter, x_i = en.forbr. sommer

Beregn $y_i - x_i$ for $i = 1, .., 8$, og bruk Wilcoxon signed rank procedure for å teste

$$H_0 : \mu_D = 0 \quad \text{vs.} \quad H_1 : \mu_D \neq 0 \quad , \quad \alpha = 0.15$$

Subj.	x_i	y_i	$y_i - x_i$	r_i	z_i	$r_i z_i$
1	1458	1424	-34	1	0	0
2	1353	1501	148	5	1	5
3	2209	1495	-714	8	0	0
4	1804	1739	-65	2	0	0
5	1912	2031	119	4	1	4
6	1366	934	-432	7	0	0
7	1598	1401	-197	6	0	0
8	1406	1339	-67	3	0	0

r_i = rank, sortering av $|y_i - x_i|$ lav → høy

$z_i = \begin{cases} 0 & y_i - x_i < 0 \\ 1 & \text{ellers} \end{cases}$

$n = 8$

Har fra tabell A.6 at $\underbrace{P(W \leq w_1^*)}_{= 0{,}074} + \underbrace{P(W \geq w_2^*)}_{= 0{,}074} = 0{,}15$

når $w_1^* = 7$, $w_2^* = 29$

Mao. forkastes H_0 hvis $w \notin (7, 29)$ for

$w = \sum_{i=1}^{8} r_i z_i$.

Ser at $w = 5 + 4 = 9$, altså er $w \in (7, 29)$, og

vi har ikke grunnlag for å forkaste H_0 med $\alpha = 0{,}15$

2) Bruk utvidelsen av $\prod_{i=1}^{n}(1+e^{it})$ til å finne pdf til W når $n=5$. Hvilke α-verdier er tilgjengelig for å teste

$H_0: \tilde{\mu} = \mu_0$ vs $H_1: \tilde{\mu} > \mu_0$

Har $\prod_{i=1}^{5}(1+e^{it}) = (1+e^t)(1+e^{2t})(1+e^{3t})(1+e^{4t})(1+e^{5t})$

$= (1+e^t)(1+e^{2t}+e^{3t}+e^{5t})(1+e^{4t}+e^{5t}+e^{9t})$

$= (1+e^t)(1+e^{4t}+e^{5t}+e^{9t}+e^{2t}+e^{6t}+e^{7t}+e^{11t}+e^{3t}+e^{7t}+e^{8t}+e^{12t}$
$+e^{5t}+e^{9t}+e^{10t}+e^{14t})$

$= (1+e^{2t}+e^{3t}+e^{4t}+2e^{5t}+e^{6t}+2e^{7t}+e^{8t}+2e^{9t}+e^{10t}+e^{11t}+e^{12t}+e^{14t}$
$+e^{t}+e^{3t}+e^{4t}+e^{5t}+2e^{6t}+e^{7t}+2e^{8t}+e^{9t}+2e^{10t}+e^{11t}+e^{12t}+e^{13t}+e^{15t})$

$= 1+e^t+e^{2t}+2e^{3t}+2e^{4t}+3e^{5t}+3e^{6t}+3e^{7t}+3e^{8t}+3e^{9t}+3e^{10t}+2e^{11t}$
$+2e^{12t}+e^{13t}+e^{14t}+e^{15t}$

Kall dette for $\sum_{i=0}^{15} a_i e^{it}$, der $\underline{a_i = \text{koeff. foran } e^{it}}$

$\Updownarrow$

Har fra teorem 14.3.1 at da er

$$p_W(w) = \left(\frac{1}{2^n}\right) a_w$$

$$\Rightarrow \underline{\underline{p_W(w) = \frac{1}{32} a_w}}, \quad a_w = \begin{cases} 0, & w \notin [0, 15] \\ 1, & w \in \{0,1,2,13,14,15\} \\ 2, & w \in \{3,4,11,12\} \\ 3, & w \in [5, 10] \end{cases}$$

For å teste $H_0: \tilde{\mu} = \mu_0$ vs. $H_1: \tilde{\mu} > \mu_0$ finnes følgende α-verdier:

$$\underline{\underline{\alpha \in \{0{,}031,\ 0{,}062,\ 0{,}094,\ 0{,}156\}}}$$

Øving 12, side 5

Andreas B. Berg

3) Bruk Kruskal-Wallis metode til å teste at methylmerkur-metabolisme er ulik for menn og damer i Q9.2.8. $\alpha = 0{,}05$

rank	X_i, damer	rank	y_i, herrer
1	52	5	72
3	69	13.5	88
6	73	11.5	87
13.5	88	7.5	74
11.5	87	9.5	78
2	56	4	70
		9.5	78
		15	93
		7.5	74
$(R_{.j})$ Sum av rank: 37		83	

$H_0: M_x = M_y$

$H_1: M_x \neq M_y$

$n = 15$

La $B = \frac{12}{n(n+1)} \sum_{j=1}^{k} \frac{R_{.j}}{n_j} - 3(n+1)$

Forkaster H_0 hvis $B > \chi^2_{1-\alpha,k-1} = \chi^2_{0{,}95,1} = 3.841$

$$B = \frac{12}{15 \cdot 16}\left(\frac{37^2}{6} + \frac{83^2}{9}\right) - 3(16) = \underline{1{,}680}$$

Ser at $B < \chi^2_{1-\alpha,k-1}$, så har ikke grunnlag for å forkaste H_0