ØVING 8, side 1

Andreas B. Beg

2.2)

1669	1780	1865
57,8	57,9	52,7
60,2	55,2	53,0
60,3	54,8	49,4
1	2	3

[Feil oppgaverekkefølge, beklager]

Har jordens magnetfelt forandret seg? $\alpha = 0,05$

$H_0 : \mu_1 = \mu_2 = \mu_3$

Ser at $T_{.1} = 178,3 \Rightarrow \bar{y}_{.1} = \frac{1783}{30} \approx 59,43$

$T_{.2} = 167,9 \Rightarrow \bar{y}_{.2} = \frac{1679}{30} \approx 55,97$

$T_{.3} = 155,1 \Rightarrow \bar{y}_{.3} = 51,7$

$\alpha = 0,05 \qquad k = 3 \qquad n = 9$

$\Rightarrow$ Forkaster H_0 hvis $F = \frac{SSTR/(3-1)}{SSE/(9-3)} \geq F_{1-0.05,\,3-1,\,9-3}$ $F_{.95,2,6} = 5,14$

Ser at $\bar{y}_{..} = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^{k} T_{.j} = \frac{1}{9}(178.3 + 167.9 + 155.1) = 55,7$

$\Rightarrow SSTR = \sum_{j=1}^{3} n_j (\bar{y}_{.j} - \bar{y}_{..})^2 = 3\left((59.43 - 55.7)^2 + (55,97 - 55.7)^2 + (51.7 - 55.7)^2\right) = \underline{89,96}$

$\Rightarrow SSE = \sum_{j=1}^{3} \sum_{i=1}^{3} (y_{ij} - \bar{y}_{.j})^2 = \big((57.8 - 59.43)^2 + (60.2 - 59.43)^2 + (60.3 - 59.43)^2 + (57,9 - 55,97)^2 + (55,2 - 55,97)^2 + (54.8 - 55.97)^2 + (52.7 - 51.7)^2 + (53.0 - 51,7)^2 + (49.4 - 51,7)^2\big) = 17,67$

$\Rightarrow F = \frac{SSTR/2}{SSE/6} = \frac{89.96/2}{17.67/6} = 15,27 \geq 5.14$, så forkaster

$H_0 \Rightarrow$ Data impliserer at jordens magnetfelt har endret seg, $\alpha = 0.05$

ØVING 8, side 2

Andreas B. Berg

2.1)

	A = 1	B = 2	C = 3	D = 4
	22	28	29	23
	26	24	32	24
		29	28	
$T_{.j}$	48	81	89	47
$\bar{y}_{.j}$	24	27	29,67	23,5

$\alpha = 0{,}05$

$k = 4$

$n = 10$

$H_0: \mu_1 = \mu_2 = \mu_3 = \mu_4$ forkastes hvis $F = \frac{SSTR/(4-1)}{SSE/(10-4)} \geq F_{0{,}95,\,4-1,\,10-4}$

$= F_{0{,}95,3,6} = 4{,}76$

$\bar{y}_{..} = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^{k} T_{.j} = \frac{1}{10}(48+81+89+47) = 26{,}5$

$\Rightarrow SSTR = \sum_{j=1}^{4} n_j (\bar{y}_{.j} - \bar{y}_{..})^2 = 2(24-26.5)^2 + 3(27-26.5)^2$

$+ 3(29.67-26.5)^2 + 2(23.5-26.5)^2 = 61{,}40$

$\Rightarrow SSE = \sum_{j=1}^{4} \sum_{i=1}^{n_j} (y_{ij} - \bar{y}_{.j})^2 = (22-24)^2 + (26-24)^2 + (28-27)^2 + (24-27)^2$

$+ (29-27)^2 + (29-29.67)^2 + (32-29.67)^2 + (28-29.67)^2 + (23-23.5)^2$

$+ (24-23.5)^2 = 31{,}17$

$\Rightarrow F = \frac{SSTR/3}{SSE/6} = \frac{61.40/3}{31.17/6} = 3{,}94 < 4{,}76$

$\Rightarrow$ Kan ikke forkaste H_0 med $\alpha = 0{,}05$

La $\alpha = 0{,}10 \Rightarrow$ Forkaster H_0 hvis $F \geq F_{0{,}9,3,6} = 3{,}28$

$F \geq F_{0{,}9,3,6}$, så kan forkaste H_0 med $\alpha = 0{,}10$

[Ikke grunnlag for å si bilene har ulikt forbruk med $\alpha = 0{,}05$, men kan si de har ulikt forbruk med $\alpha = 0{,}10$]

2.4)

1	2	3	4	5
46,2	49,2	60,3	48,9	52,5
51,9	58,6	58,7	51,4	54,0
48,7	57,4	60,4	44,6	49,3
$T_{.j}$ 146,8	165,2	179,4	144,9	155,8
$\bar{y}_{.j}$ 48,93	55,07	59,8	48,3	51,93

$H_0: \mu_1 = \dots = \mu_4$ $\quad \alpha = 0{,}05 \quad k = 5 \quad n = 15$

$\Rightarrow$ Forkaster H_0 hvis $F = \frac{SSTR/(5-1)}{SSE/(15-5)} \geq F_{0.95,4,10} = 3.48$

Ser at $\bar{y}_{..} = \frac{1}{n}\sum_{j=1}^{5} T_{.j} = \frac{1}{15}(146.8 + \dots + 155{,}8) = 52{,}81$

ANOVA:

Kilde	df	SS	MS	F	P
Treatment	4	270,41	67,60	6,395	0,008
Error	10	105,68	10,57		
Total	14	376,09			

$\Rightarrow SSTR = \sum_{j=1}^{5} n_j (\bar{y}_{.j} - \bar{y}_{..})^2 = 3\left((48.93 - 52.81)^2 + \dots + (51.93 - 52.81)^2\right)$

$= 270{,}41$

$\Rightarrow SSE = \sum_{j=1}^{5}\sum_{i=1}^{3} (y_{ij} - \bar{y}_{.j})^2 = (46.2 - 48.93)^2 + \dots + (49.2 - 55.07)^2 + \dots + (60.3 - 59.8)^2$

$+ \dots + (48.9 - 48.3)^2 + \dots + (52.5 - 51.93)^2 = 105{,}68$

$\Rightarrow F = \frac{SSTR/4}{SSE/10} = \frac{270.41/4}{105.68/10} = 6{,}39 \geq 3{,}48$

$\Rightarrow$ Forkaster H_0, forskjell på avlingene, $\alpha = 0{,}05$

2.8) Går følgende data mot antakelsene som grunn for variansanalysen?

A	B	C	D
16	4	26	8
17	12	22	9
16	2	23	11
17	26	24	8

Analysen antar at dataen er normalfordelt. Allerede her ser det rart ut, da B ikke ser normalford. ut.
Antar likevel at alle sett er normale. Da antas det samme varians for alle sett. Tester dette:

$\bar{A} = 16.5 \quad \bar{B} = 11 \quad \bar{C} = 23,75 \quad \bar{D} = 9$

$H_0: \sigma_A^2 = \sigma_B^2 \qquad H_1: \sigma_A^2 \neq \sigma_B^2$

$$S_A^2 = \frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{4}(A_i - \bar{A})^2 = \frac{1}{3}\left((16-16.5)^2 + \dots + (17-16.5)^2\right) = \frac{1}{3}$$

$$S_B^2 = \frac{1}{3}\left((4-11)^2 + \dots + (26-11)^2\right) = 118,67$$

$$F = \frac{S_A^2}{S_B^2} = \frac{1/3}{118.67} \approx 2,81 \cdot 10^{-3}$$

- $\alpha = 0,05 \Rightarrow$ Forkast hvis $F > F_{0.975,3,3} = 15,44$ eller $F < F_{0.025,3,3} = 0.06$

$F < 0,06 \Rightarrow$ Forkast $H_0 \Rightarrow \sigma_A^2 \neq \sigma_B^2$

Datasettene har ulik varians, (hvis de i det hele tatt er normalfordelt), og bryter derfor med antakelsene.

3.1) $\alpha = 0{,}05$, data fra case 12.2.1

Ser at $SSE = 1594{,}83 \Rightarrow MSE = \frac{SSE}{24-4} = 79{,}74$

$\Rightarrow D = Q_{\alpha, k, rk-k} / \sqrt{r} = \frac{Q_{0.05, 4, 20}}{\sqrt{6}} = 1{,}62$

$\Rightarrow D\sqrt{MSE} = 14{,}47$

La $H_0: \mu_A = \mu_2$, forkastes hvis $\bar{Y}_{.A} - \bar{Y}_{.B} - D\sqrt{MSE} \nleq \mu_i - \mu_j \nleq \bar{Y}_{.A} - \bar{Y}_{.B} + D\sqrt{MSE}$

Parvis forskjell	$\bar{Y}_{.i} - \bar{Y}_{.j}$	Tukey intervall	Konklusjon
$\mu_1 - \mu_2$	-0.9	$(-15.37, 13.57)$	NS
$\mu_1 - \mu_3$	-9.4	$(-23.87, 5.07)$	NS
$\mu_1 - \mu_4$	-19.4	$(-33.87, -4.93)$	Reject
$\mu_2 - \mu_3$	-8.5	$(-22.97, 5.97)$	NS
$\mu_2 - \mu_4$	-18.5	$(-32.97, -4.03)$	Reject
$\mu_3 - \mu_4$	-10	$(-24.47, 4.47)$	NS

3.6) Hvis 95% konfidensintervall Tukey sier vi skal forkaste $H_0: \mu_1 = \mu_2$ og $H_0: \mu_1 = \mu_3$, skal vi automatisk forkaste $H_0: \mu_2 = \mu_3$?

Svar: Nei! Bevis: se oppg. 12.3.1 - forkaster $H_0: \mu_1 = \mu_4$ og $H_0: \mu_2 = \mu_4$, ikke $H_0: \mu_1 = \mu_2$.

Lengre svar: Vil ikke automatisk forkaste $H_0: \mu_2 = \mu_3$. Dette gir mening rent logisk: La $a, b, c \in \mathbb{R}$. La $a \neq b$ og $a \neq c$. Det er ikke gitt at $b \neq c$. Siden vi sammenlikner μ og $\mu \in \mathbb{R}$, gjelder samme prinsippet cirka her og.