ØVING 3, side 1

Andreas B. Berg

7.4.2) a) $P(-x \le T_{22} \le x) = 0{,}98$

$\Rightarrow P(T_{22} \le -x \cup T_{22} \ge x) = 0{,}02$

$\Rightarrow P(T_{22} \ge x) = 0{,}01$

tabell $\Rightarrow$ $\underline{x = 2{,}508}$

b) $P(T_{13} \ge x) = 0{,}85$

$\Rightarrow P(T_{13} < x) = 0{,}15$

symmetri $\Rightarrow P(T_{13} > -x) = 0{,}15$

tabell $\Rightarrow P(T_{13} > 1{,}079) = 0{,}15 \Rightarrow \underline{x = -1{,}079}$

c) $P(T_{26} < x) = 0{,}95$

$\Rightarrow P(T_{26} \ge x) = 0{,}05$

tabell $\Rightarrow$ $\underline{\underline{x = 1{,}706}}$

d) $P(T_2 \ge x) = 0{,}025$

tabell $\Rightarrow$ $\underline{\underline{x = 4{,}303}}$

7.4.4) $n = 9$, trekk fra normalfordeling med $\mu = 27{,}6$. Innen hvilket intervall $(-a, a)$ kan vi forvente $\frac{\bar{y} - 27{,}6}{s/\sqrt{9}}$ 80%? 90%?

$P\left(-a < \frac{\bar{y} - 27.6}{s/\sqrt{9}} < a\right) = 0{,}80$

$\Leftarrow \left[\frac{\bar{y} - \mu}{s/\sqrt{n}} = T_{n-1}\right]$

$P(-a < T_8 < a) = 0{,}80$

7.4.4) $\Rightarrow P(T_8 < -a \cup T_8 > a) = 0{,}20$

symmetri $\Rightarrow P(T_8 < -a) = 0{,}10$

symmetri $\Rightarrow P(T_8 > a) = 0{,}10$

$\Rightarrow \underline{\underline{a = 1{,}397}}$. for 80% av tiden

For 90% av tiden får vi

$P(T_8 > a) = 0{,}05$

$\Rightarrow \underline{\underline{a = 1{,}860}}$

7.4.10) Har at $\sum_{i=1}^{61} y_i = 6450$ og $\sum_{i=1}^{61} y_i^2 = 684900$

Finn 99% konfidensintervall for snittiden

Har fra teorem 7.4.1 at et 0,99 konfidensintervall er

på formen $\left(\bar{y} - t_{0{,}005,\,61} \cdot \frac{s}{\sqrt{61}},\ \bar{y} + t_{0{,}005,\,61} \cdot \frac{s}{\sqrt{61}}\right)$

$\sum_{i=1}^{61} y_i = 6450$ gir $\bar{y} = \frac{6450}{11} = 586{,}36$

$s = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^{n} (y_i - \bar{y})^2} = \sqrt{\frac{1}{n-1}\left(\sum_{i=1}^{n} y_i^2 - 2\bar{y}\sum_{i=1}^{n} y_i + n\bar{y}^2\right)}$

$= \sqrt{\frac{1}{60}\left(684900 - 2 \cdot 586{,}36 \cdot 6450 + 61 \cdot 586{,}36^2\right)} \approx 484{,}66$

$\Rightarrow \bar{y} - t_{0{,}005,\,61} \cdot \frac{s}{\sqrt{n}} = 586{,}36 - 2{,}6590 \cdot \frac{484{,}66}{\sqrt{61}} = 421{,}36$

$\bar{y} + t_{0{,}005,\,61} \cdot \frac{s}{\sqrt{n}} = 586{,}36 + 2{,}6590 \cdot \frac{484{,}66}{\sqrt{61}} = 751{,}36$

Som gir 99%-konfidensintervall $\underline{(421{,}36,\ 751{,}36)}$

 Andreas B. Berg

7.4.26) Både ⓐ og ⓑ ser ut som relativt normalfordelte utvalg (om enn med vidt forskjellig σ).

Jeg ville vært mer skeptisk ved ⓒ, t-testen forutsetter normalfordelte (eller tilnærmet normalfordelte) verdier, noe ⓒ ikke likner veldig på.

7.5.2) a) $P(\chi^2_{17} \geq 8{,}672) = \underline{\underline{0{,}95}}$

b) $P(\chi^2_6 < 10{,}645) = \underline{\underline{0{,}90}}$

c) $P(9{,}591 \leq \chi^2_{20} \leq 34{,}170)$

$= P(\chi^2_{20} \geq 9{,}591) - P(\chi^2_{20} \geq 34{,}170)$

$= 0{,}975 - 0{,}025 = \underline{\underline{0{,}95}}$

d) $P(\chi^2_2 < 9{,}210) = 1 - P(\chi^2_2 \geq 9{,}210) = \underline{\underline{0{,}99}}$

7.5.8) $n = 19$ fra normalfordeling, $\sigma^2 = 12{,}0$. I hvilken range finner vi s^2? M.a.o. finn

$$P(a \leq s^2 \leq b) = 0{,}95$$

Ser at $\chi^2_{18} = \frac{(18)s^2}{12.8} = \frac{3}{2}s^2 \Rightarrow s^2 = \frac{2}{3}\chi^2_{18}$

$P(a \leq \frac{2}{3}\chi^2_{18} \leq b) = P(\frac{3}{2}a \leq \chi^2_{18} \leq \frac{3}{2}b) = 0{,}95$

Ser fra tabell at $P(\chi^2_{18} > 8{,}231) = 0{,}975$ og

$P(\chi^2_{18} > 31{,}526) = 0{,}025$

$\Rightarrow P(8{,}231 < \chi^2_{18} < 31{,}526) = 0{,}95 \Rightarrow \frac{3}{2}a = 8.231 \quad \frac{3}{2}b = 31{,}526$

$\Rightarrow \underline{a = 5{,}487} \quad \underline{b = 21{,}017}$

Øving 3, side 4 Andreas B. Berg

7.5.14) $Y_1, \ldots, Y_n$ utvalg fra pdf

$$f_Y(y) = \left(\frac{1}{\theta}\right) e^{-y/\theta}, \quad y > 0, \ \theta > 0$$

a) Bruk momentgenererende funksjon til å vise at $\frac{2n\bar{Y}}{\theta} = \chi^2_{2n}$

$$\bar{Y} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} Y_i \Rightarrow n\bar{Y} = \sum_{i=1}^{n} Y_i$$

$$\Rightarrow \frac{2n\bar{Y}}{\theta} = \frac{2}{\theta}\sum_{i=1}^{n} Y_i$$

Mrk: mom.gen. funk. for χ^2_{2n} er $M_W(t) = (1-2t)^{-n}$

[Jeg aner ikke hvordan jeg skal løse denne. Har nå sittet godt over en time, uten å se noe tilsvarende i bok eller notater. Får den rett og slett ikke til, beklager! Gjelder både (a) og (b). Tips mottas med takk!]