FORMALISATION SIMPLIFIEE ET RESOLUTION APPROCHEE DU PROBLEME DE L'EQUILIBRAGE DE LA CHARGE SUR UNE LIGNE DE MONTAGE DE VEHICULES

Corinne BOUTEVIN, Michel GOURGAND, Sylvie NORRE

Université Blaise Pascal - Clermont-Ferrand II
Laboratoire d'Informatique, de Modélisation et d'Optimisation des Systèmes
LIMOS CNRS FRE 2239
F - 63177 Aubière Cedex, France

Mél: boutevin@iris.univ-bpclermont.fr, 04 73 40 77 67 Mél: gourgand@isima.fr, 04 73 40 75 14 Mél: norre@moniut.univ-bpclermont.fr, 04 70 02 20 99

RESUME: Cet article s'intéresse au problème de l'équilibrage de la charge sur une ligne de montage de véhicules, de type mixed-model. Celle-ci est divisée en plusieurs tronçons, comportant chacun plusieurs postes de travail. Chaque véhicule usiné défile le long de la ligne et s'immobilise sur chaque tronçon pour subir un ensemble d'opérations simultanées, réalisées par les postes de travail situés sur le tronçon. L'équilibrage de la charge d'une ligne existante a pour objectif de minimiser le nombre de postes et le nombre d'opérations déplacées, en affectant un maximum d'opérations sur chaque poste tout en respectant un ensemble de contraintes. Dans le cas d'une ligne à concevoir, le critère consiste uniquement à minimiser le nombre de postes. Cet article propose de résoudre de manière approchée le problème de l'équilibrage à l'aide d'une heuristique fournissant, dans un premier temps, une solution admissible et ensuite, améliorant cette solution. Cette heuristique a été traitée sur différents jeux d'essai issus de cas industriels.

MOTS-CLES: Equilibrage de la charge, Ligne de montage, Heuristique

1. INTRODUCTION

Le problème étudié dans cet article est celui de l'équilibrage de la charge sur une ligne de montage de véhicules. Ce processus d'équilibrage a pour objectif d'affecter les opérations à effectuer sur les véhicules aux opérateurs (un opérateur correspond à un poste de travail) de la ligne. A priori, une opération peut être effectuée par n'importe quel opérateur. Ce problème peut être généralisé à tout type de production, autre que la fabrication de véhicules. En effet, ce problème a souvent été défini dans un cadre informatique, comme étant la répartition d'un certain nombre de tâches à exécuter sur différents serveurs ou un ensemble de données à enregistrer sur plusieurs disques disponibles. Dans le cadre des systèmes informatiques (nous parlons de load balancing), les serveurs sont reliés en parallèle : la tâche s'exécute sur un des serveurs. Tandis que dans le problème de l'équilibrage d'une ligne de montage, les opérateurs réalisant les tâches sont placées en série sur la ligne : le véhicule subit des opérations de la part de chaque opérateur.

Dans une première partie, nous décrivons le modèle simplifié d'une ligne de montage issue d'un problème industriel. Dans une seconde partie, nous présentons une partie des travaux déjà réalisés dans le domaine de l'équilibrage et montrons les limites des modèles et méthodes proposés. Dans une troisième partie, nous développons une formalisation simplifiée du problème.

Dans une quatrième partie, nous proposons une heuristique de résolution que nous mettons en œuvre sur quelques exemples.

2. LE PROBLEME INDUSTRIEL

La ligne de montage est divisée en plusieurs tronçons de différentes longueurs. Sur chaque tronçon, sont disposés plusieurs postes de travail (figure 1). Pour simplifier, nous supposons qu'un poste contient un seul opérateur (agent de fabrication) qui réalise un ensemble d'opérations (une opération étant associée à un seul poste). Le véhicule défile sur la ligne à vitesse constante, en s'immobilisant successivement sur chaque tronçon, sur lequel il subit plusieurs opérations.

Le traitement d'un véhicule est décrit par un ensemble d'opérations $\{O_1,\,O_2,\,...,\,O_n\}$. Un véhicule appartient à une gamme et pour chaque gamme, un ensemble précis d'opérations doit être réalisé. Il subit donc un ensemble prédéterminé d'opérations. Ainsi, un opérateur appartenant à un tronçon donné, effectue les opérations qui lui sont affectées. Pour une gamme donnée, il effectue les opérations qui lui sont affectées et qui correspondent à cette gamme.

Une opération O_i à une durée d'exécution constante t_i , et nécessite une zone de stockage de longueur l_i pour l'entreposage des composants utiles pour cette opération.

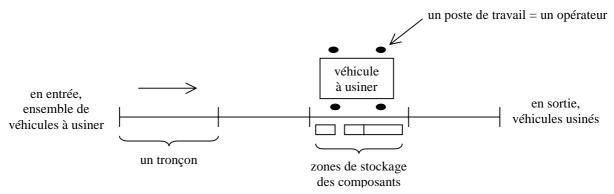


Figure 1. Ligne de production divisée en tronçons

Des contraintes de précédence sur les opérations peuvent exister.

L'idée générale est de pouvoir réaliser simultanément, lorsque le véhicule s'immobilise sur un tronçon, un nombre maximal d'opérations pendant le temps d'immobilisation et donc de réduire le nombre d'immobilisations.

La figure 2 donne le diagramme UML (Muller, 1997) d'une ligne de montage.

Dans le cas d'une ligne existante, le déplacement d'une opération d'un poste de travail à un autre peut engendrer un coût. L'objectif est donc de minimiser deux critères : le nombre de postes de travail et le nombre d'opérations déplacées. Ce problème sera étudié par l'intermédiaire d'une pondération des deux critères. Dans le cas d'une ligne à concevoir, seul le premier critère est à étudier. Dans les deux cas, des contraintes liées aux ressources humaines et aux ressources matérielles sont à prendre en compte. Ces contraintes sont les suivantes :

- contrainte C1: le véhicule s'immobilise un temps limité sur le tronçon, pendant lequel l'opérateur doit effectuer toutes les opérations qui lui sont affectées,

- contrainte C2: la durée de travail journalière d'un opérateur ne doit pas dépasser un certain temps,
- contrainte C3: un nombre limité de composants, nécessaires aux opérations, doit être stocké à côté du tronçon, le long de la ligne,
- contrainte C4: certaines opérations ne peuvent pas être réalisées sur le même poste (mais peuvent être exécutées sur deux postes situés sur le même tronçon).

Ce problème est appelé équilibrage de la charge sur une ligne de montage par référence aux deux premières contraintes. La charge, qui est définie précisément lors de la résolution du problème, représente l'ensemble des opérations.

Notre étude porte sur différents horizons temporels qui sont le court terme (prévisions au jour ou à la semaine), le moyen terme (prévisions sur plusieurs mois) et le long terme (prévisions à l'année).

Une ligne de montage comporte jusqu'à 30 tronçons, chacun étant composé de 3 à 4 opérateurs et regroupant 30 opérations en moyenne. Un problème d'équilibrage sur un mois peut concerner 13000 véhicules appartenant à 1700 gammes.

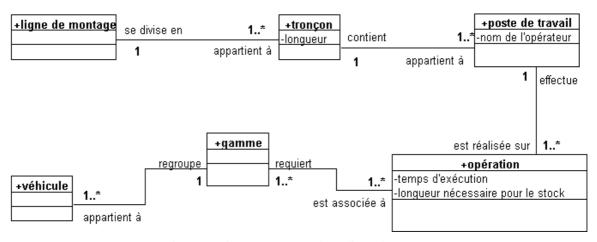


Figure 2. Diagramme UML d'une ligne de montage

3. ETAT DE L'ART

Dans cette partie, nous nous intéressons à des travaux déjà réalisés dans le domaine de l'équilibrage de la charge. Nous présentons les différents modèles utilisés et énumérons brièvement les méthodes de résolution employées.

Comme il a été dit précédemment, les opérations effectuées sur un véhicule donné, dépendent de la gamme du véhicule. Dans le cas particulier où il n'existe qu'une seule gamme de véhicules et en l'absence de contrainte de précédence entre les opérations, le problème de l'équilibrage de la charge est NP-complet ((Berger *et al.*, 1992), (Gökçen et Erel, 1998)).

Comme le font remarquer (Gökçen et Erel, 1998) et (Berger *et al.*, 1992), si les contraintes de précédence sont omises, le problème de l'équilibrage peut être ramené à un problème de « bin packing » (problème qui est également NP-complet), à savoir : soient un nombre donné de boîtes ayant chacune une capacité propre (si cette capacité est la même pour toutes les boîtes, le problème est appelé « one dimension bin packing ») et une liste d'objets à placer dans ces boîtes (un objet est présent dans une seule boîte). L'objectif est de minimiser le nombre de boîtes, ceci en plaçant un maximum d'objets dans chaque boîte de manière à ne pas dépasser la capacité de chacune d'elles. Ce problème a été étudié, entre autres, par (Garey et Johnson, 1979) et (Djang et Finch, 1998).

Il est facile de constater qu'en remplaçant les objets par les opérations et en assimilant les boîtes aux tronçons, le problème de bin packing peut avoir comme application pratique l'équilibrage de la charge. Il faut alors utiliser des boîtes de capacités distinctes (car les tronçons ont un nombre de postes différents et donc, chaque tronçon peut recevoir un nombre différent d'opérations) et inclure de nouvelles contraintes qui n'apparaissent pas dans le modèle traditionnel du bin packing.

Si l'on s'intéresse maintenant aux articles traitant effectivement le problème de l'équilibrage de la charge, la plupart fournissent une méthode de résolution avec une approche réactive ((Zhou, 1986), (Folliot et al., 1995), (Keytack, 1997), (Brandimarte, 1999), (Aerts et al, 2000)); ce qui permet une meilleure répartition de la charge. Dès lors, sous cette condition, le but à atteindre est de minimiser la charge maximale de l'ensemble des machines (Brandimarte, 1999). Mais ce type de résolution ne s'applique pas à notre problème pour lequel la liste des opérations est connue à l'avance. Nous nous limitons donc à une approche prédictive de la charge, problème étudié, entre autres, par (Berger et al., 1992), (Van Zante-de Fokkert et De Kok, 1997), (Gökçen et Erel, 1998), (Scholl et Klein, 1999), (Amen, 2000). Au sein de cette catégorie de problèmes, figurent encore deux sous-catégories (machines parallèles et machines consécutives). Nous nous concentrons uniquement sur les machines consécutives. En effet, un véhicule chemine sur la ligne de montage à vitesse constante et s'arrête au niveau de chaque tronçon, pour subir un ensemble d'opérations réalisées par les opérateurs situés sur le tronçon. Ainsi, les véhicules sont traités consécutivement sur chaque tronçon et là, subissent des opérations simultanées.

Dans la catégorie de problèmes à machines consécutives, il peut advenir plusieurs situations :

- la ligne usine une seule gamme de véhicules : sur une machine donnée, chaque véhicule subit les mêmes opérations. Ce problème est connu dans la littérature sous le nom « single-model assembly line » ((Bhattacharjee et Sahu, 1987), (Scholl et Klein, 1999), (Amen, 2000)),
- la ligne de montage traite plusieurs gammes de véhicules: chaque machine réalise, sur un véhicule, un ensemble d'opérations dépendant de la gamme du véhicule. Il s'agit du « mixed-model assembly line » ((Bhattacharjee et Sahu, 1987), (Van Zantede Fokkert et De Kok, 1997), (Gökçen et Erel, 1998), (Karabati, 2000)),
- le « multi-model assembly line » est un mixedmodel où les différentes gammes de véhicules sont produites en lots de tailles variables ((Roberts et Villa, 1970), (Bhattacharjee et Sahu, 1987), (Berger et al., 1992), (Van Zante-de Fokkert et De Kok, 1997)).

Seuls les deux derniers modèles sont réellement envisageables pour notre problème. Or la littérature est moins dense pour ces deux modèles-là.

Le problème de l'équilibrage de la charge peut être résolu, entre autres, à l'aide de méthodes exactes pour des problèmes de petite taille. Il s'agit d'affecter des opérations aux différentes machines figurant sur la ligne en respectant un ensemble de contraintes de précédence. Dans le cas de la programmation linéaire en nombres entiers ((Roberts et Villa, 1970), (Van Zante-de Fokkert et De Kok, 1997), (Gökçen et Erel, 1998)), la fonction objectif à minimiser peut être le nombre de machines sur la ligne de montage ou le temps total de production. Les auteurs de l'article (Berger *et al.*, 1992) proposent un algorithme branch-and-bound basé sur une recherche arborescente tronquée ; ce qui permet de réduire la taille importante du problème due aux nombres de nœuds présents dans l'arbre (i.e. le nombre de opérations).

Le problème peut également être traité avec des heuristiques (Bhattacharjee et Sahu, 1987). Les auteurs proposent une étude détaillée des différents articles parus avant 1987, relatifs aux trois modèles présentés précédemment et effectuent une analyse des méthodes de résolution proposées.

La modélisation des contraintes de précédence s'effectue souvent à l'aide d'un graphe de précédence. Dans (Van Zante-de Fokkert et De Kok, 1997), les auteurs font remarquer que si nous combinons les graphes créés pour chaque gamme de véhicules afin d'obtenir un unique graphe vérifié par l'ensemble des véhicules, le problème obtenu peut être assimilé à un single model.

Nous constatons que les modèles proposés pour le problème de l'équilibrage de la charge ne s'appliquent pas complètement à notre problème. Dans le cas d'un rapprochement avec le problème du bin packing, il faut intégrer au modèle les contraintes de précédence entre les opérations, les contraintes de distance sur les tronçons et les contraintes d'incompatibilité. En ce qui concerne les méthodes exactes, leurs limites se situent au niveau de la taille du problème; le nombre d'opérations à réaliser étant élevé dans le cas d'une application industrielle. Les heuristiques, quant à elles, sont plus adaptées à ce type de problème.

4. FORMALISATION DU PROBLEME

L'objectif du problème d'équilibrage de charge consiste à minimiser le nombre de postes sur la ligne de montage. Deux situations se présentent : soit nous concevons une solution admissible, soit nous modifions une solution existante.

Le critère d'optimisation est un critère économique. Dans le cas d'une ligne existante, la minimisation des postes engendre obligatoirement un nombre minimum d'opérations déplacées (les opérations affectées aux postes supprimés sont déplacées vers d'autres postes). Nous devons donc minimiser simultanément deux critères: le nombre de postes et le nombre d'opérations déplacées. Pour cela, nous associons un coût à chacun des deux critères. Enfin, dans le cas d'une solution à concevoir, l'objectif est la minimisation du nombre de postes. Cette optimisation doit se faire selon un ensemble de contraintes liées au matériel et aux ressources humaines.

4.1. Notations

La formalisation mathématique utilise les notations suivantes:

- nop : nombre d'opérations,
- npo : nombre de postes de travail,
- ntr : nombre de tronçons,
- nv : nombre de véhicules,
- ngv : nombre de gammes de véhicules,
- coutp : coût d'un poste,
- coutd : coût du déplacement d'une opération,
- tdef: temps de défilement (intervalle de temps pendant lequel le véhicule s'immobilise sur un tronçon),
- top : durée de travail journalière d'un opérateur.
- TC(i), i = 1, nop: temps nécessaire à la réalisation de l'opération i (temps chronométré) (Lalande, 2000),
- TA(i), i = 1, nop: temps nécessaire à l'exécution de l'opération i en tenant compte de la difficulté de la

- réalisation (temps alloué); nous avons la relation $TA = 1.2 \times TC$ (Lalande, 2000),
- OP(i, j), i = 1, nop, j = 1, npo:
 vaut 1 si l'opération i est effectuée sur le poste j et 0 sinon,
- OPI(i, j), i = 1, nop, j = 1, npo:
 vaut 1 si l'opération i est effectuée sur le poste j dans la solution existante, et 0 sinon (matrice existante dans le cas d'une solution à modifier),
- OV(i, k), i = 1, nop, k = 1, ngv: vaut 1 si l'opération i est réalisée pour la gamme k et 0 sinon,
- DT(l), l = 1, ntr: distance disponible sur le tronçon l pour stocker les composants nécessaires à l'exécution des différentes opérations réalisées sur ce tronçon,
- D(i), i = 1, nop: distance nécessaire à l'opération i pour stocker les composants nécessaires à l'exécution de cette opération,
- PT(j, l), j = 1, npo, l = 1, ntr: vaut 1 si le poste j est affecté au tronçon l et 0 sinon,
- N(k), k = 1, ngv: nombre de véhicules de gamme k,
- OO(i₁, i₂), i₁, i₂ = 1, nop:
 vaut 1 si les opérations i₁ et i₂ ne peuvent pas être réalisées sur le même poste et 0 sinon.

4.2. Le modèle mathématique

Le critère à minimiser est :

- npo dans le cas d'une solution à concevoir,
- (npo × coutp + nbdep × coutd) dans le cas d'une solution existante, où nbdep est le nombre de déplacements d'opérations, c'est-à-dire le nombre de coefficients valant 1 dans la matrice (OP - OPI)

Les contraintes à respecter sont les suivantes :

- contrainte C1 :

$$\sum_{i=1}^{nop} \text{ TC(i) OP(i, j) OV(i, k)} \le \text{tdef}$$

j = 1, npo, k = 1, ngv

- contrainte C2:

$$\sum_{k=1}^{ngv} (\sum_{i=1}^{nop} TA(i) OV(i, k) OP(i,j)) N(k) \le top$$

$$j = 1, npo$$

- contrainte C3:

$$\sum_{j=1}^{npo} \left(\sum_{i=1}^{nop} D(i) OP(i,j) \right) PT(j,l) \le DT(l)$$

l = 1, ntr

- contrainte C4:

$$OO(i_1, i_2) (OP(i_1, j) + OP(i_2, j)) \le 1$$

 $j = 1, npo, i_1, i_2 = 1, nop$

5. PROPOSITION D'UNE HEURISTIQUE DE RESOLUTION ET MISE EN OEUVRE

Cette partie consiste en la présentation d'une heuristique permettant de résoudre le problème de l'équilibrage, formalisé au paragraphe précédent.

5.1. Amélioration d'une solution existante

Tout d'abord, nous partons du principe que nous disposons d'une solution existante à améliorer; cette solution n'étant pas forcément admissible pour l'équilibrage à réaliser.

En premier lieu, nous précisons la notion de charge pour un poste j donné. Celle-ci est la résultante de trois charges, chacune correspondant à une contrainte :

- la charge par rapport à tdef,
- la charge par rapport à top,
- la charge par rapport à la longueur du tronçon.

Dans le premier cas, nous raisonnons sur la gamme du véhicule immobilisé devant le poste (les opérations réalisées sur le poste dépendent de la gamme du véhicule). La charge du poste j pour la gamme k, notée Ch(j, k), est égale au cumul des temps opératoires pour les opérations effectuées sur le type k et affectées au poste j; ce cumul ne devant pas dépasser le temps de défilement (cf. contrainte C1). Ainsi, la charge maximale ChM (j) du poste j par rapport au temps de défilement sera égale à :

$$ChM(j) = max_k (Ch(j, k))$$

où Ch(j, k) =
$$\sum_{i=1}^{nop} TC(i) OP(i, j) OV(i, k)$$

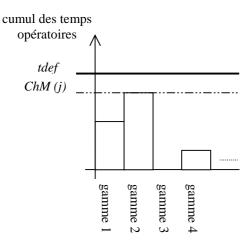


Figure 3. Calcul de la charge du poste j par rapport au temps de défilement

Le calcul est résumé par la figure 3.

Nous nous intéressons maintenant à la charge d'un poste j par rapport à la durée de travail de l'opérateur. Elle correspond à la contrainte C2; elle représente la quantité totale de travail, engendrée par l'ensemble des véhicules, que doit traiter l'opérateur (donc le poste de travail). Cette quantité ne doit pas dépasser la valeur top.

De même, la charge par rapport à la longueur d'un tronçon correspond à la contrainte C3; elle représente la distance utilisée pour le stockage des composants nécessaires aux opérations réalisées sur le tronçon. Cette charge ne doit pas être supérieure à la longueur du troncon.

L'heuristique que nous proposons et dont l'objectif est de minimiser le nombre de postes de travail, comporte deux étapes :

- obtention d'une solution admissible.
- amélioration de la solution admissible.

La première étape a pour but de déterminer une solution admissible. Dès qu'un poste ne satisfait pas l'une des contraintes, celui-ci est déchargé d'un nombre d'opérations tel qu'il respecte les quatre contraintes. Les opérations concernées sont déplacées vers des postes qui vérifient les contraintes et qui sont les plus chargés avant déplacement. Après déplacement, ils vérifient encore les contraintes. Si aucun des postes existants ne permet le déplacement d'une opération donnée, un nouveau poste est créé. A la fin de cette première étape, tous les postes satisfont l'ensemble des contraintes: nous obtenons donc une solution admissible. Si la solution de départ est admissible, cette première étape ne sera pas effectuée.

La seconde étape a pour objectif de supprimer un maximum de postes. Pour cela, les postes les moins chargés sont vidés de toutes leurs opérations. Comme dans l'étape précédente, les postes destinataires les plus chargés sont testés en premier. Il peut arriver qu'un poste ne puisse pas être complètement déchargé (dans le sens où une de ses opérations ne peut pas être déplacée sur un autre poste).

Il est important de noter que chaque étape correspond à une heuristique.

Notons P l'ensemble des postes existants et P_a l'ensemble des postes admissibles (à savoir, l'ensemble des postes satisfaisant les quatre contraintes).

L'algorithme simplifié de l'heuristique est le suivant :

- heuristique de la première étape :

pour chaque type de charge (relative à tdef, top et à la longueur des tronçons) faire pour chaque poste $j \in P \setminus P_a$ faire tant que $j \notin P_a$ faire

```
choisir une opération i au hasard parmi
       celles effectuées sur le poste j
     affecter l'opération i au poste j' le plus
       chargé tel que j' ∈ Pa et tel que j' reste
       dans Pa à la suite de l'affectation
     si ∄ j', alors un nouveau poste j'' est créé
     si j" est le premier poste créé, alors un
       nouveau tronçon l est créé sur lequel est
       positionné le poste j"
     sinon placer le poste j'' sur un tronçon l'
       existant tel que l' vérifie toujours la
       contrainte C3 après l'affectation
     si ∄ 1', un nouveau tronçon 1'' est créé sur
       lequel est positionné le poste j''
   fin tant que
 finpour
fin pour
```

A la fin de cette étape, tous les postes vérifient les quatre contraintes ($P = P_a$).

- heuristique de la seconde étape :

```
\begin{array}{l} \textit{pour} \ chaque \ type \ de \ charge \ (relative \ à \ tdef, \ top \ et \ a \ la \ longueur \ des \ tronçons) \textit{faire} \\ \textit{pour} \ chaque \ poste \ de \ P_a \ \textit{faire} \\ \textit{prendre le poste j le moins chargé} \in P_a \\ \textit{pour} \ chaque \ opération \ i \ effectuée \ sur \ j \textit{faire} \\ \textit{affecter l'opération \ i \ sur \ le poste j' \ le plus} \\ \textit{chargé} \in P_a \ et \ tel \ que \ j' \ reste \ dans \ P_a \ en \\ \textit{réalisant l'opération \ i} \end{array}
```

si ∄ j', alors le poste j n'est pas complètement vidé

```
fin pour

si le poste j est complètement vidé, alors il est supprimé

finpour

si un tronçon ne contient plus aucun poste, alors il est également supprimé

finpour
```

5.2. Solution à concevoir

Dans le cas d'un système à concevoir, nous devons créer une solution initiale. Pour cela, il suffit de générer aléatoirement :

- le nombre de postes de travail sur chaque tronçon,
- la répartition de l'ensemble des opérations sur les postes de travail,

Les autres paramètres sont connus.

Si cette génération aléatoire ne fournit pas une solution initiale admissible, nous utilisons l'heuristique de la première étape. D'autre part, nous posons la quantité coutd égale à 0. Ceci implique que, pour l'heuristique de la seconde étape, le critère consiste uniquement en la minimisation du nombre de postes, ce qui est le but recherché lorsqu'il s'agit d'une ligne non encore définie.

5.3. Mise en oeuvre

Nous présentons les résultats obtenus en appliquant l'heuristique précédente sur plusieurs jeux d'essais. Le tableau 1 décrit trois exemples (le premier a été créé et les deux autres correspondent à des situations réelles).

		Exemple 1	Exemple 2		Exemple 3	
Nop		100	863		300	
Nv		100	13222		20000	
Ntv		10	1711		1350	
C1 non respectée		0	0		290	
C2 non respectée		0	0		17	
npo	initial	50	80		21	
	final	10	49		23	
ntr	initial	10	80		21	
	final	6	49		21	
tdef	distance entre la charge moyenne et la borne dans la solution existante	95 %	47 %	80 %	41 %	80 %
	distance entre la charge moyenne et la borne dans la solution finale	57 %	24 %	35 %	35 %	53 %
top	distance entre la charge moyenne et la borne dans la solution existante	84 %	38 %	66 %	-8 %	45 %
	distance entre la charge moyenne et la borne dans la solution finale	18 %	5 %	54 %	16 %	49 %

Tableau 1. Tableau des résultats obtenus avec l'heuristique

Les contraintes C3 et C4 sont toujours respectées par la solution existante, c'est pourquoi elles ne figurent pas dans le tableau.

De plus, certains postes peuvent recevoir un plus grand nombre d'opérations que d'autres (exemples 2 et 3). Ils possèdent donc un temps de défilement et un temps opérateur plus importants; d'où les deux valeurs dans les cases relatives au tdef et au top.

Les pourcentages représentent la distance relative entre la borne maximale appelée borne (soit tdef soit top) et la charge moyenne appelée moyenne (par rapport à tdef ou top) de la solution considérée. Cette quantité est déterminée de la manière suivante :

$$distance = \frac{borne - moyenne}{borne}$$

Nous constatons que, pour l'exemple 3, une des charges moyennes par rapport à Top est négative dans la solution existante. Cela traduit le fait que la solution existante n'est pas admissible : la charge moyenne des opérateurs est supérieure à Top.

Les exemples 1 et 2 possèdent une solution initiale admissible; la première étape de l'heuristique est donc inutile. Quant l'exemple 3, la première phase entraîne une augmentation du nombre de postes ; ce nombre ne diminuant pas durant la deuxième phase. Cela est dû à la quantité importante de postes violant les contraintes C1 ou C2.

En général, l'heuristique permet de réduire de manière conséquente le nombre de postes de travail et d'améliorer le rendement d'un poste. Cette propriété est confirmée lorsque nous comparons, pour l'exemple 1, la solution optimale et les résultats obtenus avec l'heuristique. En effet, l'utilisation de la programmation linéaire appliquée à notre problème d'équilibrage retourne une solution optimale proche de celle déterminée par l'heuristique : le nombre de postes est réduit à 9 et il reste 5 tronçons (Som, 2001). Ainsi pour un système de taille moyenne, l'heuristique est quasiment aussi performante qu'une méthode exacte.

6. CONCLUSION

Nous avons développé une heuristique permettant l'équilibrage de la charge sur une ligne de montage du type mixed-model. L'expérimentation a permis de montrer l'efficacité de notre méthode sur des problèmes de taille importante : de 100 opérations à répartir sur 20 postes, à 863 opérations sur 80 postes.

Dans un premier temps, notre modèle devra être complété par la prise en compte des contraintes de précédence entre les opérations. D'autre part, le coût d'un déplacement d'opération devra être, entre autres, fonction de la distance entre les postes origine et destination. En effet, le déplacement d'une opération implique, entre autres, le déplacement des composants nécessaires à cette opération.

Nous envisageons également la réalisation d'un couplage heuristique — métaheuristique. En effet, en fin de première étape, nous obtenons une solution admissible. Cette dernière peut alors servir de solution initiale à une métaheuristique. L'utilisation de l'heuristique de la deuxième étape en tant que voisinage guidé d'une métaheuristique du type recuit simulé sera également possible. Ces techniques de résolution peuvent être résumées par la figure 4.

D'autre part, nous nous intéresserons au lissage de la charge. En effet, il peut advenir que, dans la seconde étape, un poste ne puisse pas être complètement vidé. Dans ce cas, la plupart des postes seront chargés au maximum, et quelques autres seront très peu utilisés. L'équilibrage pourra alors être amélioré en effectuant un lissage de la charge sur l'ensemble des postes restant à la fin de la seconde étape. Dès lors, les temps d'activité de chaque poste seront homogénéisés.

REMERCIEMENTS

Nous tenons à remercier les personnes de l'entreprise, et plus particulièrement Monsieur Marcel Beauseigneur, qui ont contribué à la réalisation de cette étude.

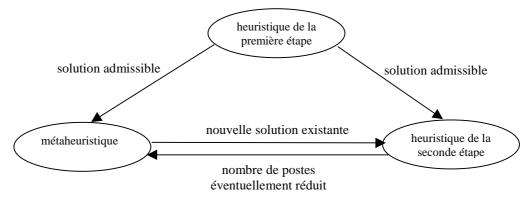


Figure 4. Couplage heuristique - métaheuristique

REFERENCES

- Aerts, J., J. Korst, and W. Verhaegh, 2000. Load Balancing in Multimedia Servers. *PMS, Seventh international workshop on project management and scheduling*, Allemagne, p. 25-28.
- Amen, M., 2000. An Exact Method for Cost-oriented Assembly Line Balancing. *International Journal of Production Economics*, 64, p. 187-195.
- Berger, I., J.M. Bourjolly, and G. Laporte, 1992. Branchand-bound Algorithms for the Multi-product Assembly line Balancing Problem. *European Journal* of Operational Research, 58, p. 215-222.
- Bhattacharjee, T.K., and S. Sahu, 1987. A Critique of Some Current Assembly Line Balancing Techniques. *Indian Institute of Technology*, Kharagpur, Inde.
- Brandimarte, P., 1999. Exploiting process plan flexibility in production scheduling: A multi-objective approach. *European Journal of Operational Research*, 114, p. 59-71.
- Djang, P.A., and P.R. Finch, 1998. Solving One Dimension Bin Packing Problems. *Natural Systems, Inc.*, July 1998.
- Folliot, B., P. Sens, and P.G. Raverdy, 1995. Plate-forme de Répartition de Charge et de Tolérance aux Fautes pour Applications Parallèles en Environnement Réparti. *Calculateurs Parallèles*, 7(4), p. 345-366.
- Garey, M.R., and D.S. Johnson, 1979. Computers and Intractability, A Guide to the Theory of NP-Completeness, Freeman and Company, New-York.
- Gökçen, H., and E. Erel, 1998. Binary Integer Formulation for Mixed-Model Assembly Line Balancing Problem. *Computers & Industrial Engineering*, 34(2), p. 451-461.

- Karabati, S., 2000. Assembly Line Balancing in a Mixed-Model Sequencing Environment. *PMS, Seventh international workshop on project management and scheduling*, Allemagne, p.177-179.
- Keytack, H., 1997. Expert Line Balancing System (ELBS). *Computers & Industrial Engineering*, 33(1-2), p. 303-306.
- Lalande, J.F., 2000. Equilibrage des lignes de montage, Rapport de Stage ISIMA.
- Muller, P.A., 1997. *Modélisation Objet avec UML*, édition Eyrolles.
- Roberts, S.D., and C.D. Villa, 1970. On a Multiproduct Assembly Line-Balancing Problem. *AIIE Transactions*, 2, p. 361-364.
- Scholl, A., and R. Klein, 1999. Balancing assembly lines effectively A computational comparison. *European Journal of Operational Research*, 114, p. 50-58.
- Som, H., 2001. Modèle Mathématique pour le problème de l'Équilibrage de la Charge sur une ligne de Production, Rapport de projet CUST.
- Van Zante-de Fokkert, J.I., and T.G. de Kok, 1997. The Mixed and Multi Model Line Balancing Problem: a comparison. *European Journal of Operational Research*, 100, p. 399-412.
- Zhou, S., 1986. A Trace-Driven Study of Dynamic Load Balancing, PROGRES report n° 86.4. *Computer Science Decision*, University of California, Berkeley, Etats-Unis.