Université de Montpellier - Faculté des Sciences

Année Universitaire 2023-2024

HAX506X - Théorie des probabilités

Auto-évaluation sur le chapitre 3

ATTENTION : ce questionnaire ne doit être traité que si vous avez relu le cours, que vous connaissez les résultats principaux (définitions, propositions, théorèmes), et que vous avez refait les exemples.

— En pratique, qu'est-ce qu'une suite de variables aléatoires $(X_n)_{n\geq 1}$?

Section 1 : Différentes notions de convergence

— Donner la définition de la convergence presque sûre. Pour quel type de variables aléatoires définit-on cette notion ? Quel type d'objet mathématique est $\{X_n \to X\}$?

— Donner la définition de la convergence en probabilité. Pour quel type de variables aléatoires définit-on cette notion ?

— Savoir établir la convergence presque sûre ou en probabilité sur des exemples simples (du cours ou des TD).

— Montrer que la convergence presque sûre implique la convergence en probabilité.

— Énoncer et savoir démontrer la loi faible des grands nombres.

— Interpréter la loi faible des grands nombres en termes de convergence de la moyenne empirique.

— En pratique, que signifie l'hypothèse "indépendantes et identiquement distribuées" ?

— Donner la définition de la convergence $L^p(\Omega, \mathcal{F}, \mathbb{P})$. Pour quel type de variables aléatoires définit-on cette notion ?

— Savoir établir la convergence $L^p(\Omega, \mathcal{F}, \mathbb{P})$ sur des exemples simples (du cours ou des TD).

— Montrer que la convergence $L^p(\Omega, \mathcal{F}, \mathbb{P})$ implique la convergence en probabilité.

— Connaître le diagramme d'implication des différents modes de convergence (en bonus : avoir une idée des réciproques partielles).

Section 2 : Loi forte des grands nombres

— Énoncer proprement la loi forte des grands nombres.

— Comprendre qu'on a des hypothèses plus faibles mais une conclusion plus forte qu'avec la loi faible des grands nombres.

— Interpréter la loi faible des grands nombres du point de vue de la convergence de la moyenne empirique.

— Avoir compris les deux applications (la méthode de Monte-Carlo sera développée dans l'UE de Modélisation stochastique).