# TD3 - groupes et anneaux 2

RaphBi

30 mars 2024

**Exercice 1.** Exprimer le groupe

$$G = \left\{ \begin{pmatrix} a & 0 & d \\ 0 & b & 0 \\ 0 & 0 & c \end{pmatrix} \middle| a, b, c, d \in \mathbb{K}, abc = 1 \right\} < \mathrm{GL}_3(\mathbb{K})$$

comme un produit semi-direct $G = K \rtimes \mathrm{H}$ où $\mathrm{K} \cong \mathbb{K}$ et $H \cong \mathbb{K}^\times \times \mathbb{K}^\times$.

**Exercice 2.** Soit $\langle \_, \_ \rangle : \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}$ le produit scalaire standat $\langle x, y \rangle = x^\mathrm{T} y$, et soit

$$O_n = \{ A \in \mathrm{GL}_n(\mathbb{R}) \mid \langle Ax, Ay \rangle = \langle x, y \rangle \}$$

le groupe orthogonal.

(i) Montrer que $\det A = \pm 1$ pour tout $A \in O_n$.