OB01-TP

Projet 2: Calcul de R et T pour deux dioptres

SEGHIR-DELAITRE Célibond

16/10/23

1 La methode analytique

1.1 Calcul pour un dioptre

1.1.1 Polarisation TE

Dans cette première partie, nous souhaitons optenir r, t, R et T, pour une configuration avec $n_1 = 1$ et $n_2 = 1.5$.

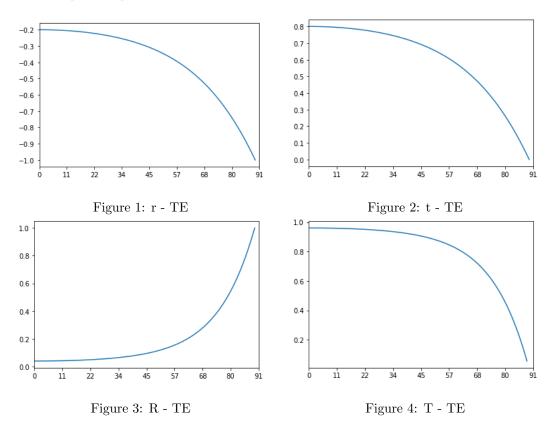
En utilisant les expressions données dans le sujet de TP, on peux obtenir ce code :

```
1 import numpy as np
 2 import random
 3 import matplotlib.pyplot as plt
 4 from mpl_toolkits.mplot3d import axes3d
 5 from matplotlib import cm
 6 from numpy.linalg import inv, matrix_power
def chapitre_3_1_1():
               n1 = 1 #On defini les deux indices des deux milieux
               n2 = 1.5
               theta = np.linspace(0, np.pi/2, 200) #on cree un linspace pour
14
                        theta
15
16
               wa = lambda na, ni, theta: np.sqrt(na**2-(ni*np.sin(theta))**2+0j)
                           #On defini wa comme etant une fonction, en veillant bien a
                        ajouter pour Oj pour prendre en compte la racine carre de
                        nombre negatif
               r_ab = lambda w_a, w_b: (w_a-w_b)/(w_a+w_b) #on defini une
^{17}
                        fonction r
               t_ab = lambda w_a, w_b : 2*w_a/(w_a+w_b) #on defini une fonction t
18
19
               rm_ab = lambda na, nb, w_a, w_b : ((nb**2)*w_a-(na**2)*w_b)/((nb
20
                         **2)*w_a+(na**2)*w_b)
               tm_ab = lambda na, nb, w_a, w_b: np.sqrt((na**2)/(nb**2))*(2*(nb**2))*(2*(nb**2))*(2*(nb**2))*(2*(nb**2))*(2*(nb**2))*(2*(nb**2))*(2*(nb**2))*(2*(nb**2))*(2*(nb**2))*(2*(nb**2))*(2*(nb**2))*(2*(nb**2))*(2*(nb**2))*(2*(nb**2))*(2*(nb**2))*(2*(nb**2))*(2*(nb**2))*(2*(nb**2))*(2*(nb**2))*(2*(nb**2))*(2*(nb**2))*(2*(nb**2))*(2*(nb**2))*(2*(nb**2))*(2*(nb**2))*(2*(nb**2))*(2*(nb**2))*(2*(nb**2))*(2*(nb**2))*(2*(nb**2))*(2*(nb**2))*(2*(nb**2))*(2*(nb**2))*(2*(nb**2))*(2*(nb**2))*(2*(nb**2))*(2*(nb**2))*(2*(nb**2))*(2*(nb**2))*(2*(nb**2))*(2*(nb**2))*(2*(nb**2))*(2*(nb**2))*(2*(nb**2))*(2*(nb**2))*(2*(nb**2))*(2*(nb**2))*(2*(nb**2))*(2*(nb**2))*(2*(nb**2))*(2*(nb**2))*(2*(nb**2))*(2*(nb**2))*(2*(nb**2))*(2*(nb**2))*(2*(nb**2))*(2*(nb**2))*(2*(nb**2))*(2*(nb**2))*(2*(nb**2))*(2*(nb**2))*(2*(nb**2))*(2*(nb**2))*(2*(nb**2))*(2*(nb**2))*(2*(nb**2))*(2*(nb**2))*(2*(nb**2))*(2*(nb**2))*(2*(nb**2))*(2*(nb**2))*(2*(nb**2))*(2*(nb**2))*(2*(nb**2))*(2*(nb**2))*(2*(nb**2))*(2*(nb**2))*(2*(nb**2))*(2*(nb**2))*(2*(nb**2))*(2*(nb**2))*(2*(nb**2))*(2*(nb**2))*(2*(nb**2))*(2*(nb**2))*(2*(nb**2))*(2*(nb**2))*(2*(nb**2))*(2*(nb**2))*(2*(nb**2))*(2*(nb**2))*(2*(nb**2))*(2*(nb**2))*(2*(nb**2))*(2*(nb**2))*(2*(nb**2))*(2*(nb**2))*(2*(nb**2))*(2*(nb**2))*(2*(nb**2))*(2*(nb**2))*(2*(nb**2))*(2*(nb**2))*(2*(nb**2))*(2*(nb**2))*(2*(nb**2))*(2*(nb**2))*(2*(nb**2))*(2*(nb**2))*(2*(nb**2))*(2*(nb**2))*(2*(nb**2))*(2*(nb**2))*(2*(nb**2))*(2*(nb**2))*(2*(nb**2))*(2*(nb**2))*(2*(nb**2))*(2*(nb**2))*(2*(nb**2))*(2*(nb**2))*(2*(nb**2))*(2*(nb**2))*(2*(nb**2))*(2*(nb**2))*(2*(nb**2))*(2*(nb**2))*(2*(nb**2))*(2*(nb**2))*(2*(nb**2))*(2*(nb**2))*(2*(nb**2))*(2*(nb**2))*(2*(nb**2))*(2*(nb**2))*(2*(nb**2))*(2*(nb**2))*(2*(nb**2))*(2*(nb**2))*(2*(nb**2))*(2*(nb**2))*(2*(nb**2))*(2*(nb**2))*(2*(nb**2))*(2*(nb**2))*(2*(nb**2))*(2*(nb**2))*(2*(nb**2))*(2*(nb**2))*(2*(nb**2))*(2*(nb**2))*(2*(nb**2))*(2*(nb**2))*(2*(nb**2))*(2*(nb**2))*(2*(nb**2))*(2*(nb**2))*(2*(nb**2))*(2*(nb**2))*(2*(nb**2))*(2*(nb**2))*(2*(nb**2))*(2*(nb**2))*(2*(nb**2))*(2*(nb**2))*(
                        **2) *w_a) / ((nb **2) *w_a + (na **2) *w_b)
22
               rad_to_deg = lambda rad: int(rad*180/np.pi) #0n fait une fonction
23
                        pour transformer les radians en degree
24
               r = r_ab(wa(n1, n1, theta), wa(n2, n1, theta)) #le systeme n'as qu
25
                         'un seul dioptre donc il est r duit
                t = t_ab(wa(n1, n1, theta), wa(n2, n1, theta))
26
27
               rm = rm_ab(n1, n2, wa(n1, n1, theta), wa(n2, n1, theta))
28
                tm = tm_ab(n1, n2, wa(n1, n1, theta), wa(n2, n1, theta))
29
30
31
               R = np.square(np.abs(r)) #On calcule la reflexion du systeme
```

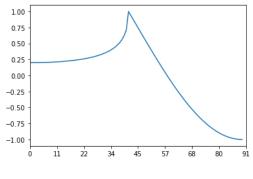
```
T = np.square(np.abs(t))*(wa(n2, n1, theta)+np.conj(wa(n2, theta)+np.con
33
                                          \verb|theta|))/(\verb|wa(n1, n1, theta)+np.conj(\verb|wa(n1, n1, theta))| #On|
                                          calcule la transmission du systeme
34
                          Rm = np.square(np.abs(rm))
35
                          Tm = np.square(np.abs(tm))*(wa(n2, n1, theta)+np.conj(wa(n2, n1,
36
                                          theta)))/(wa(n1, n1, theta)+np.conj(wa(n1, n1, theta)))
37
                          #plt.plot(theta, r)
38
                          #plt.plot(theta, t)
39
                          #plt.plot(theta, R)
40
41
                          plt.plot(theta, T)
                          plt.xlim([0, np.pi/2]) #On fait les bornes du graphique
42
                          degree_lab = [rad_to_deg(i) for i in plt.xticks()[0]] #On change 1
43
                                          'echelle de radians en degree
                          plt.xticks(plt.xticks()[0], labels=(degree_lab))
44
                          plt.show() # On affiche
45
```

Listing 1: Code 1 dioptre TE n_1 :1 n_2 :1.5

Ce qui nous permet d'obtenir ces courbes :



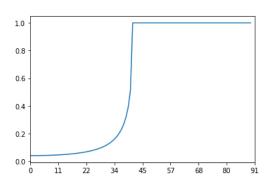
Pour obtenir la configuration inverse, nous avons juste à changer les valeures de n_1 et n_2 , ce qui donne :



2.00 - 1.75 - 1.50 - 1.25 - 1.00 - 0.75 - 0.50 - 0.25 - 0.00 - 0 - 11 - 22 - 34 - 45 - 57 - 68 - 80 - 91

Figure 5: r - TE

Figure 6: t - TE



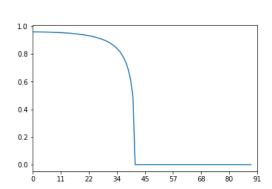


Figure 7: R - TE

Figure 8: T - TE

Pour connaître l'angle maximal de reflexion, on peux rajouter ce petit bout de code:

Listing 2: Code maximal R et minimal T

Ce qui donne bien un angle proche de 42° ce qui fait bien un sinus de 0.666 ce qui vaut bien à $\frac{n_2}{n_1}$

1.1.2 Polarisation TM

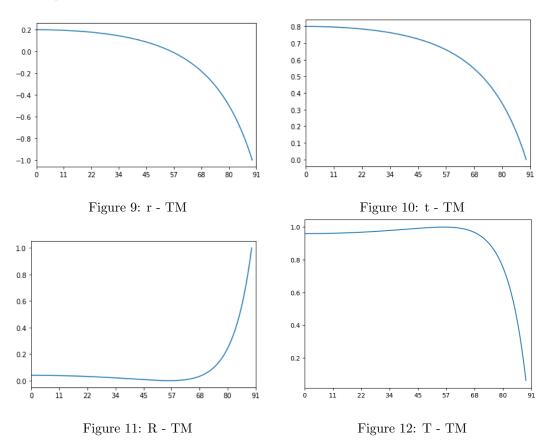
Pour la polarisation TM, il faut juste changer les formules et les fonctions, comme elles sont marquées dans l'énoncé de TD, ce qui donne à peut-près le même code :

```
1 import numpy as np
   2 import random
   3 import matplotlib.pyplot as plt
  4 from mpl_toolkits.mplot3d import axes3d
  5 from matplotlib import cm
   6 from numpy.linalg import inv, matrix_power
def chapitre_3_1_1():
                             n1 = 1 #On defini les deux indices des deux milieux
11
                             n2 = 1.5
12
13
                             theta = np.linspace(0, np.pi/2, 200) #on cree un linspace pour
14
                                               theta
15
                             wa = lambda na, ni, theta: np.sqrt(na**2-(ni*np.sin(theta))**2+0j)
16
                                                    #On defini wa comme etant une fonction, en veillant bien a
                                               ajouter pour 0j pour prendre en compte la racine carre de
                                               nombre negatif
                              rm_ab = lambda na, nb, w_a, w_b : ((nb**2)*w_a-(na**2)*w_b)/((nb**2)*w_a) = (na**2)*w_b = (na**2)*
18
                                               **2)*w_a+(na**2)*w_b) #on defini une fonction r en
                                               polarisation TM
                              tm_ab = lambda na, nb, w_a, w_b : np.sqrt((na**2)/(nb**2))*(2*(nb**2))*(2*(nb**2))*(2*(nb**2))*(2*(nb**2))*(2*(nb**2))*(2*(nb**2))*(2*(nb**2))*(2*(nb**2))*(2*(nb**2))*(2*(nb**2))*(2*(nb**2))*(2*(nb**2))*(2*(nb**2))*(2*(nb**2))*(2*(nb**2))*(2*(nb**2))*(2*(nb**2))*(2*(nb**2))*(2*(nb**2))*(2*(nb**2))*(2*(nb**2))*(2*(nb**2))*(2*(nb**2))*(2*(nb**2))*(2*(nb**2))*(2*(nb**2))*(2*(nb**2))*(2*(nb**2))*(2*(nb**2))*(2*(nb**2))*(2*(nb**2))*(2*(nb**2))*(2*(nb**2))*(2*(nb**2))*(2*(nb**2))*(2*(nb**2))*(2*(nb**2))*(2*(nb**2))*(2*(nb**2))*(2*(nb**2))*(2*(nb**2))*(2*(nb**2))*(2*(nb**2))*(2*(nb**2))*(2*(nb**2))*(2*(nb**2))*(2*(nb**2))*(2*(nb**2))*(2*(nb**2))*(2*(nb**2))*(2*(nb**2))*(2*(nb**2))*(2*(nb**2))*(2*(nb**2))*(2*(nb**2))*(2*(nb**2))*(2*(nb**2))*(2*(nb**2))*(2*(nb**2))*(2*(nb**2))*(2*(nb**2))*(2*(nb**2))*(2*(nb**2))*(2*(nb**2))*(2*(nb**2))*(2*(nb**2))*(2*(nb**2))*(2*(nb**2))*(2*(nb**2))*(2*(nb**2))*(2*(nb**2))*(2*(nb**2))*(2*(nb**2))*(2*(nb**2))*(2*(nb**2))*(2*(nb**2))*(2*(nb**2))*(2*(nb**2))*(2*(nb**2))*(2*(nb**2))*(2*(nb**2))*(2*(nb**2))*(2*(nb**2))*(2*(nb**2))*(2*(nb**2))*(2*(nb**2))*(2*(nb**2))*(2*(nb**2))*(2*(nb**2))*(2*(nb**2))*(2*(nb**2))*(2*(nb**2))*(2*(nb**2))*(2*(nb**2))*(2*(nb**2))*(2*(nb**2))*(2*(nb**2))*(2*(nb**2))*(2*(nb**2))*(2*(nb**2))*(2*(nb**2))*(2*(nb**2))*(2*(nb**2))*(2*(nb**2))*(2*(nb**2))*(2*(nb**2))*(2*(nb**2))*(2*(nb**2))*(2*(nb**2))*(2*(nb**2))*(2*(nb**2))*(2*(nb**2))*(2*(nb**2))*(2*(nb**2))*(2*(nb**2))*(2*(nb**2))*(2*(nb**2))*(2*(nb**2))*(2*(nb**2))*(2*(nb**2))*(2*(nb**2))*(2*(nb**2))*(2*(nb**2))*(2*(nb**2))*(2*(nb**2))*(2*(nb**2))*(2*(nb**2))*(2*(nb**2))*(2*(nb**2))*(2*(nb**2))*(2*(nb**2))*(2*(nb**2))*(2*(nb**2))*(2*(nb**2))*(2*(nb**2))*(2*(nb**2))*(2*(nb**2))*(2*(nb**2))*(2*(nb**2))*(2*(nb**2))*(2*(nb**2))*(2*(nb**2))*(2*(nb**2))*(2*(nb**2))*(2*(nb**2))*(2*(nb**2))*(2*(nb**2))*(2*(nb**2))*(2*(nb**2))*(2*(nb**2))*(2*(nb**2))*(2*(nb**2))*(2*(nb**2))*(2*(nb**2))*(2*(nb**2))*(2*(nb**2))*(2*(nb**2))*(2*(nb**2))*(2*(nb**2))*(2*(nb**2))*(2*(nb**2))*(2*(nb**2))*(2*(nb**2))*(2*(nb**2))*(2*(nb**2))*(2*(n
                                               **2)*w_a)/((nb**2)*w_a+(na**2)*w_b) #on defini une fonction t
                                               en polarisation TM
20
                             rad_to_deg = lambda rad: int(rad*180/np.pi) #On fait une fonction
21
                                               pour transformer les radians en degree
22
                             rm = rm_ab(n1, n2, wa(n1, n1, theta), wa(n2, n1, theta))#le
                                               systeme n'as qu'un seul dioptre donc il est r duit
```

```
tm_ab(n1, n2, wa(n1, n1, theta), wa(n2, n1, theta))
25
26
27
                              Rm = np.square(np.abs(rm))
28
                              Tm = np.square(np.abs(tm))*(wa(n2, n1, theta)+np.conj(wa(n2, t
29
                                               theta)))/(wa(n1, n1, theta)+np.conj(wa(n1, n1, theta)))
30
                              #plt.plot(theta, rm)
31
                              #plt.plot(theta, tm)
32
                              #plt.plot(theta, Rm)
33
34
                              plt.plot(theta, Tm)
                              plt.xlim([0, np.pi/2]) #On fait les bornes du graphique
35
                              degree_lab = [rad_to_deg(i) for i in plt.xticks()[0]] #On change 1
36
                                                'echelle de radians en degree
                              plt.xticks(plt.xticks()[0], labels=(degree_lab))
37
                              plt.show() # On affiche
38
```

Listing 3: Code 1 dioptre TM n_1 :1 n_2 : 1.5

Ce qui donne ces courbes :



On peux réutiliser le meme code que en TM pour trouver le minimum de R et le maximum de T en polarisation TM.

Ce qui nous donne nous donne un angle de 0.9866811097957893 radians ou 56.53266331658291

degree. Ce qui une fois mis dans la fonction tan(x) nous donne bien $\frac{n_2}{n_1}$ Si on inverse les indices n_1 et n_2 on obtiens ces courbes

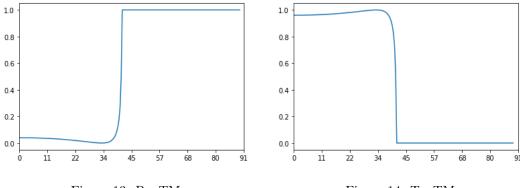


Figure 13: R - TM

Figure 14: T - TM

Ici cela nous fais un angle de 0.5841152169991073 radians soit 33.46733668341709 ce qui nous fais bien, une fois passé la fonction tangente : $\frac{n_2}{n_1}$

1.2 Calcul pour deux dioptres

1.2.1 Epaisseur constante

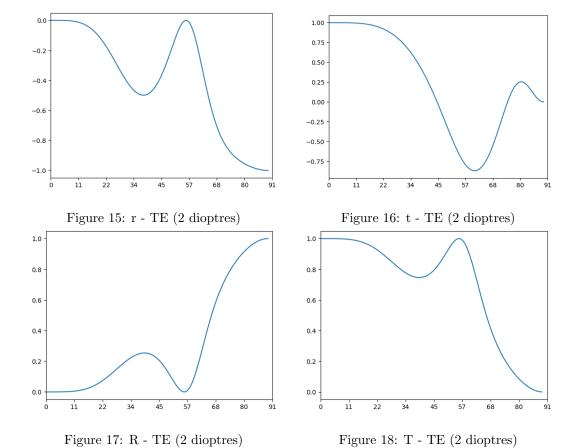
On utilisant cette fois les formules pour un systeme avec deux dioptres, on obtient ce code là :

```
import numpy as np
        import random
  3 import matplotlib.pyplot as plt
  4 from mpl_toolkits.mplot3d import axes3d
  5 from matplotlib import cm
        from numpy.linalg import inv, matrix_power
         def chapitre_3_2_1():
                           n1 = 1 #On defini les fariables fixes
11
                           n2 = 1.5
12
                           n3 = 1
13
                           lmd = 500
14
                           d = 1000
15
16
                           theta = np.linspace(0, np.pi/2, 200)
17
18
                            wa = lambda na, ni, theta: np.sqrt(na**2-(ni*np.sin(theta))**2+0j)
19
                           r_ab = lambda w_a, w_b: (w_a-w_b)/(w_a+w_b)
20
                            t_ab = lambda w_a, w_b : 2*w_a/(w_a+w_b)
21
22
                           f_r = lambda r1, r2, w: (r1+r2*np.exp(1j*2*(np.pi/lmd)*2*d*w))/(1+r2*np.exp(1j*2*(np.pi/lmd)*2*d*w))/(1+r2*np.exp(1j*2*(np.pi/lmd)*2*d*w))/(1+r2*np.exp(1j*2*(np.pi/lmd)*2*d*w))/(1+r2*np.exp(1j*2*(np.pi/lmd)*2*d*w))/(1+r2*np.exp(1j*2*(np.pi/lmd)*2*d*w))/(1+r2*np.exp(1j*2*(np.pi/lmd)*2*d*w))/(1+r2*np.exp(1j*2*(np.pi/lmd)*2*d*w))/(1+r2*np.exp(1j*2*(np.pi/lmd)*2*d*w))/(1+r2*np.exp(1j*2*(np.pi/lmd)*2*d*w))/(1+r2*np.exp(1j*2*(np.pi/lmd)*2*d*w))/(1+r2*np.exp(1j*2*(np.pi/lmd)*2*d*w))/(1+r2*np.exp(1j*2*(np.pi/lmd)*2*d*w))/(1+r2*np.exp(1j*2*(np.pi/lmd)*2*d*w))/(1+r2*np.exp(1j*2*(np.pi/lmd)*2*d*w))/(1+r2*np.exp(1j*2*(np.pi/lmd)*2*d*w))/(1+r2*np.exp(1j*2*(np.exp(1j*2*(np.exp(1j*2*(np.exp(1j*2*(np.exp(1j*2*(np.exp(1j*2*(np.exp(1j*2*(np.exp(1j*2*(np.exp(1j*2*(np.exp(1j*2*(np.exp(1j*2*(np.exp(1j*2*(np.exp(1j*2*(np.exp(1j*2*(np.exp(1j*2*(np.exp(1j*2*(np.exp(1j*2*(np.exp(1j*2*(np.exp(1j*2*(np.exp(1j*2*(np.exp(1j*2*(np.exp(1j*2*(np.exp(1j*2*(np.exp(1j*2*(np.exp(1j*2*(np.exp(1j*2*(np.exp(1j*2*(np.exp(1j*2*(np.exp(1j*2*(np.exp(1j*2*(np.exp(1j*2*(np.exp(1j*2*(np.exp(1j*2*(np.exp(1j*2*(np.exp(1j*2*(np.exp(1j*2*(np.exp(1j*2*(np.exp(1j*2*(np.exp(1j*2*(np.exp(1j*2*(np.exp(1j*2*(np.exp(1j*2*(np.exp(1j*2*(np.exp(1j*2*(np.exp(1j*2*(np.exp(1j*2*(np.exp(1j*2*(np.exp(1j*2*(np.exp(1j*2*(np.exp(1j*2*(np.exp(1j*2*(np.exp(1j*2*(np.exp(1j*2*(np.exp(1j*2*(np.exp(1j*2*(np.exp(1j*2*(np.exp(1j*2*(np.exp(1j*2*(np.exp(1j*2*(np.exp(1j*2*(np.exp(1j*2*(np.exp(1j*2*(np.exp(1j*2*(np.exp(1j*2*(np.exp(1j*2*(np.exp(1j*2*(np.exp(1j*2*(np.exp(1j*2*(np.exp(1j*2*(np.exp(1j*2*(np.exp(1j*2*(np.exp(1j*2*(np.exp(1j*2*(np.exp(1j*2*(np.exp(1j*2*(np.exp(1j*2*(np.exp(1j*2*(np.exp(1j*2*(np.exp(1j*2*(np.exp(1j*2*(np.exp(1j*2*(np.exp(1j*2*(np.exp(1j*2*(np.exp(1j*2*(np.exp(1j*2*(np.exp(1j*2*(np.exp(1j*2*(np.exp(1j*2*(np.exp(1j*2*(np.exp(1j*2*(np.exp(1j*2*(np.exp(1j*2*(np.exp(1j*2*(np.exp(1j*2*(np.exp(1j*2*(np.exp(1j*2*(np.exp(1j*2*(np.exp(1j*2*(np.exp(1j*2*(np.exp(1j*2*(np.exp(1j*2*(np.exp(1j*2*(np.exp(1j*2*(np.exp(1j*2*(np.exp(1j*2*(np.exp(1j*2*(np.exp(1j*2*(np.exp(1j*2*(n
23
                                           r1*r2*np.exp(1j*2*(np.pi/lmd)*2*d*w))
```

```
f_t = lambda t1, t2, r1, r2, w1, w2: (t1*t2*np.exp(1j*2*(np.pi/lmd))
24
                            )*d*(w1-w2)))/(1+r1*r2*np.exp(1j*2*(np.pi/lmd)*2*d*w1)) #0n
                            construit la formule generalisee pour plusieurs dioptres
25
                  rad_to_deg = lambda rad: int(rad*180/np.pi)
26
27
                  r_12 = r_ab(wa(n1, n1, theta), wa(n2, n1, theta))
28
                  r_23 = r_ab(wa(n2, n1, theta), wa(n3, n1, theta))
29
30
31
                  r = f_r(r_ab(wa(n1, n1, theta), wa(n2, n1, theta)), r_ab(wa(n2, n1, theta))
32
                             , theta), wa(n3, n1, theta)), wa(n2, n1, theta))
                  t = f_t(t_ab(wa(n1, n1, theta), wa(n2, n1, theta)), t_ab(wa(n2, n1, theta))
                             , theta), wa(n3, n1, theta)), r_ab(wa(n1, n1, theta), wa(n2,
                            n1, theta)),
                                          r_ab(wa(n2, n1, theta), wa(n3, n1, theta)), wa(n2, n1, theta))
34
                                                     theta), wa(n3, n1, theta))
                  R = np.square(np.abs(r))
36
                  T = np.square(np.abs(t))*(wa(n3, n1, theta)+np.conj(wa(n3, theta)+np.con
                             theta)))/(wa(n1, n1, theta)+np.conj(wa(n1, n1, theta)))
                  #plt.plot(theta, r)
                  #plt.plot(theta, t)
40
                  #plt.plot(theta, R)
41
                  plt.plot(theta, T)
42
                  plt.xlim([0, np.pi/2])
43
                  degree_lab = [rad_to_deg(i) for i in plt.xticks()[0]]
44
                  plt.xticks(plt.xticks()[0], labels=(degree_lab))
45
                  plt.show()
```

Listing 4: Code 2 dioptre TE n_1 et $n_3 : 1 | n_2 : 1.5$

Ce qui donne ces courbes :



1.2.2 Epaisseur Variable

C'est à peux prêt le meme code, sauf qu'il faut faire plusieurs r12, r23 et t12, t23, pour chaque épaisseurs, ce qui donne :

```
1 import numpy as np
  2 import random
  3 import matplotlib.pyplot as plt
  4 from mpl_toolkits.mplot3d import axes3d
  5 from matplotlib import cm
  6 from numpy.linalg import inv, matrix_power
def chapitre_3_2_2():
                       n1 = 1.5
                       n2 = 1
12
                       n3 = 1.5
13
                       lmd = 720
14
15
                       theta = np.linspace(0, np.pi/2, 200)
16
17
                        wa = lambda na, ni, theta: np.sqrt(na**2-(ni*np.sin(theta))**2+0j)
18
                        r_ab = lambda w_a, w_b: (w_a-w_b)/(w_a+w_b)
19
                        t_ab = lambda w_a, w_b : 2*w_a/(w_a+w_b)
20
21
                       f_r = lambda r1, r2, w, d: (r1+r2*np.exp(1j*2*(np.pi/lmd)*2*d*w))
22
                                     /(1+r1*r2*np.exp(1j*2*(np.pi/lmd)*2*d*w))
                       f_t = lambda t1, t2, r1, r2, w1, w2, d: (t1*t2*np.exp(1j*2*(np.pi/
23
                                     lmd)*d*(w1-w2)))/(1+r1*r2*np.exp(1j*2*(np.pi/lmd)*2*d*w1))
                       rad_to_deg = lambda rad: int(rad*180/np.pi)
25
27
                       r_10 = f_r(r_ab(wa(n1, n1, theta), wa(n2, n1, theta)), r_ab(wa(n2, thet
                                         n1, theta), wa(n3, n1, theta)), wa(n2, n1, theta), 10)
                        t_10 = f_t(t_ab(wa(n1, n1, theta), wa(n2, n1, theta)), t_ab(wa(n2, theta)), t_ab(wa
                                        n1, theta), wa(n3, n1, theta)), r_ab(wa(n1, n1, theta), wa(n2
                                      , n1, theta)),
                                                      r_ab(wa(n2, n1, theta), wa(n3, n1, theta)), wa(n2, n1, theta))
                                                                    theta), wa(n3, n1, theta), 10)
31
                        r_{100} = f_r(r_{ab}(wa(n1, n1, theta), wa(n2, n1, theta)), r_{ab}(wa(n2, n1, theta))
                                      , n1, theta), wa(n3, n1, theta)), wa(n2, n1, theta), 100)
                        t_100 = f_t(t_ab(wa(n1, n1, theta), wa(n2, n1, theta)), t_ab(wa(n2, n1, theta))
33
                                      , n1, theta), wa(n3, n1, theta)), r_ab(wa(n1, n1, theta), wa(
                                    n2, n1, theta)),
                                                      r_ab(wa(n2, n1, theta), wa(n3, n1, theta)), wa(n2, n1, theta))
34
                                                                    theta), wa(n3, n1, theta), 100)
35
```

```
r_1000 = f_r(r_ab(wa(n1, n1, theta), wa(n2, n1, theta)), r_ab(wa(n1, n1, theta)), r_ab(wa(n1, n1, theta))
36
           n2, n1, theta), wa(n3, n1, theta)), wa(n2, n1, theta), 1000)
       t_1000 = f_t(t_ab(wa(n1, n1, theta), wa(n2, n1, theta)), t_ab(wa(n1, n1, theta)), t_ab(wa(n1, n1, theta))
37
           n2, n1, theta), wa(n3, n1, theta)), r_ab(wa(n1, n1, theta), wa
           (n2, n1, theta)),
                r_ab(wa(n2, n1, theta), wa(n3, n1, theta)), wa(n2, n1, theta))
38
                    theta), wa(n3, n1, theta), 1000)
39
40
       R = lambda r : np.square(np.abs(r))
41
       T = lambda t : np.square(np.abs(t))*(wa(n3, n1, theta)+np.conj(wa(
42
           n3, n1, theta)))/(wa(n1, n1, theta)+np.conj(wa(n1, n1, theta))
           )
       plt.plot(theta, T(t_10), 'b')
44
       plt.plot(theta, T(t_100), 'r', linestyle='--')
45
       plt.plot(theta, T(t_1000), 'g', linestyle='--')
46
47
       plt.xlim([0, np.pi/2])
       degree_lab = [rad_to_deg(i) for i in plt.xticks()[0]]
49
       plt.xticks(plt.xticks()[0], labels=(degree_lab))
50
       plt.show()
```

Listing 5: Code 2 dioptre TE epaisseur variable

Ce qui donne cette courbe, avec en rouge la transmission pour une épaisseur de 10nm, en bleu de 100nm et enfin en rouge de 1000nm:

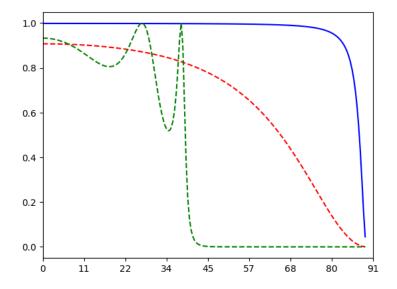


Figure 19: T en polarisation TE avec e variable

1.3 Excitation d'un plasmon de surface

Pour recalculer la reflexion et transmision de ce systeme à 3 indices, on peux utiliser le meme code mais adapté avec les formules de la polarisation TM:

```
1 import numpy as np
  2 import random
  3 import matplotlib.pyplot as plt
  4 from mpl_toolkits.mplot3d import axes3d
  5 from matplotlib import cm
  6 from numpy.linalg import inv, matrix_power
def chapitre_3_3():
                       n1 = 1.5 #On defini les indices, lambda et l'epaisseur
                       n2 = 0.24*(1 + 12.875j)
12
                       n3 = 1
                       lmd = 500
14
                       d = 40
15
16
                       theta = np.linspace(0, np.pi/2, 200)
17
                       wa = lambda na, ni, theta: np.sqrt(na**2-(ni*np.sin(theta))**2+0j)
19
                       r_{ab} = lambda w_a, w_b, na, nb: (w_a*nb**2-w_b*na**2)/(w_a*nb**2+w_b*na**2)
20
                                    w_b*na**2) #On utilise les formules de la polarisation TM pour
                                        r et t
                       t_ab = lambda w_a, w_b, na, nb : np.sqrt(na**2/nb**2)*(2*nb**2*w_a)
21
                                    /(w_a*nb**2+w_b*na**2))
22
                       f_r = lambda r1, r2, w: (r1+r2*np.exp(1j*2*(np.pi/lmd)*2*d*w))/(1+r2*np.exp(1j*2*(np.pi/lmd)*2*d*w))/(1+r2*np.exp(1j*2*(np.pi/lmd)*2*d*w))/(1+r2*np.exp(1j*2*(np.pi/lmd)*2*d*w))/(1+r2*np.exp(1j*2*(np.pi/lmd)*2*d*w))/(1+r2*np.exp(1j*2*(np.pi/lmd)*2*d*w))/(1+r2*np.exp(1j*2*(np.pi/lmd)*2*d*w))/(1+r2*np.exp(1j*2*(np.pi/lmd)*2*d*w))/(1+r2*np.exp(1j*2*(np.pi/lmd)*2*d*w))/(1+r2*np.exp(1j*2*(np.pi/lmd)*2*d*w))/(1+r2*np.exp(1j*2*(np.pi/lmd)*2*d*w))/(1+r2*np.exp(1j*2*(np.pi/lmd)*2*d*w))/(1+r2*np.exp(1j*2*(np.pi/lmd)*2*d*w))/(1+r2*np.exp(1j*2*(np.pi/lmd)*2*d*w))/(1+r2*np.exp(1j*2*(np.pi/lmd)*2*d*w))/(1+r2*np.exp(1j*2*(np.pi/lmd)*2*d*w))/(1+r2*np.exp(1j*2*(np.exp(1j*2*(np.exp(1j*2*(np.exp(1j*2*(np.exp(1j*2*(np.exp(1j*2*(np.exp(1j*2*(np.exp(1j*2*(np.exp(1j*2*(np.exp(1j*2*(np.exp(1j*2*(np.exp(1j*2*(np.exp(1j*2*(np.exp(1j*2*(np.exp(1j*2*(np.exp(1j*2*(np.exp(1j*2*(np.exp(1j*2*(np.exp(1j*2*(np.exp(1j*2*(np.exp(1j*2*(np.exp(1j*2*(np.exp(1j*2*(np.exp(1j*2*(np.exp(1j*2*(np.exp(1j*2*(np.exp(1j*2*(np.exp(1j*2*(np.exp(1j*2*(np.exp(1j*2*(np.exp(1j*2*(np.exp(1j*2*(np.exp(1j*2*(np.exp(1j*2*(np.exp(1j*2*(np.exp(1j*2*(np.exp(1j*2*(np.exp(1j*2*(np.exp(1j*2*(np.exp(1j*2*(np.exp(1j*2*(np.exp(1j*2*(np.exp(1j*2*(np.exp(1j*2*(np.exp(1j*2*(np.exp(1j*2*(np.exp(1j*2*(np.exp(1j*2*(np.exp(1j*2*(np.exp(1j*2*(np.exp(1j*2*(np.exp(1j*2*(np.exp(1j*2*(np.exp(1j*2*(np.exp(1j*2*(np.exp(1j*2*(np.exp(1j*2*(np.exp(1j*2*(np.exp(1j*2*(np.exp(1j*2*(np.exp(1j*2*(np.exp(1j*2*(np.exp(1j*2*(np.exp(1j*2*(np.exp(1j*2*(np.exp(1j*2*(np.exp(1j*2*(np.exp(1j*2*(np.exp(1j*2*(np.exp(1j*2*(np.exp(1j*2*(np.exp(1j*2*(np.exp(1j*2*(np.exp(1j*2*(np.exp(1j*2*(np.exp(1j*2*(np.exp(1j*2*(np.exp(1j*2*(np.exp(1j*2*(np.exp(1j*2*(np.exp(1j*2*(np.exp(1j*2*(np.exp(1j*2*(np.exp(1j*2*(np.exp(1j*2*(np.exp(1j*2*(np.exp(1j*2*(np.exp(1j*2*(np.exp(1j*2*(np.exp(1j*2*(np.exp(1j*2*(np.exp(1j*2*(np.exp(1j*2*(np.exp(1j*2*(np.exp(1j*2*(np.exp(1j*2*(np.exp(1j*2*(np.exp(1j*2*(np.exp(1j*2*(np.exp(1j*2*(np.exp(1j*2*(np.exp(1j*2*(np.exp(1j*2*(np.exp(1j*2*(np.exp(1j*2*(np.exp(1j*2*(np.exp(1j*2*(np.exp(1j*2*(n
23
                                    r1*r2*np.exp(1j*2*(np.pi/lmd)*2*d*w))
                       f_t = lambda t1, t2, r1, r2, w1, w2: (t1*t2*np.exp(1j*2*(np.pi/lmd)))
24
                                    )*d*(w1-w2)))/(1+r1*r2*np.exp(1j*2*(np.pi/lmd)*2*d*w1))
25
                       rad_to_deg = lambda rad: int(rad*180/np.pi)
26
27
                       r = f_r(r_ab(wa(n1, n1, theta), wa(n2, n1, theta), n1, n2), r_ab(
28
                                    wa(n2, n1, theta), wa(n3, n1, theta), n2, n3), wa(n2, n1,
                                     theta))
                       t = f_t(t_ab(wa(n1, n1, theta), wa(n2, n1, theta), n1, n2), t_ab(
29
                                     wa(n2, n1, theta), wa(n3, n1, theta), n2, n3), r_ab(wa(n1, n1,
                                        theta), wa(n2, n1, theta), n1, n2),
                       r_ab(wa(n2, n1, theta), wa(n3, n1, theta), n2, n3), wa(n2, n1,
30
                                     theta), wa(n3, n1, theta))
31
                       R = np.square(np.abs(r))
32
                       T = np.square(np.abs(t))*(wa(n3, n1, theta)+np.conj(wa(n3, theta)+np.conj(wa(n3,
33
                                     theta)))/(wa(n1, n1, theta)+np.conj(wa(n1, n1, theta)))
34
```

```
#plt.plot(theta, np.abs(r))
35
      #plt.plot(theta, np.abs(t))
36
      #plt.plot(theta, R)
37
      #plt.plot(theta, T)
38
      plt.plot(theta, R+T)
39
      plt.xlim([0, np.pi/2])
40
      degree_lab = [rad_to_deg(i) for i in plt.xticks()[0]]
41
      plt.xticks(plt.xticks()[0], labels=(degree_lab))
42
      plt.show()
43
```

Listing 6: Code 2 dioptres TM argent

Ce qui donne :

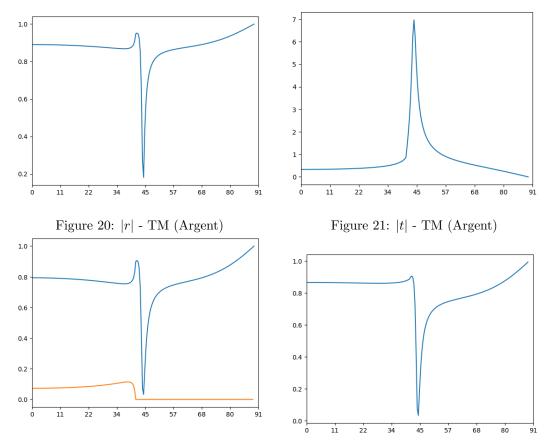


Figure 22: R (bleu) et T
(orange) - TM (Argent)

Figure 23: R+T - TM (Argent)

On peux faire varier l'epaisseur grâce à un *np.linspace* puis faire les opération avec meshgrid, ce qui nous donne une projection 3D, de —t—. On peux aussi projeter cette image sur le plan XY pour faire comme sur l'énoncé.

C'est une basique modification du code qui donne :

```
1 import numpy as np
 2 import random
 3 import matplotlib.pyplot as plt
 4 from mpl_toolkits.mplot3d import axes3d
 5 from matplotlib import cm
 6 from numpy.linalg import inv, matrix_power
             def chapitre_3_3_2():
               n1 = 1.5
               n2 = 0.24*(1 + 12.875* 1j)
11
               n3 = 1
12
               lmd = 500
13
14
               d = np.linspace(10, 100, 1000) #On cree un linspace pour d
15
               theta = np.linspace(0, np.pi/2, 1000)
16
17
               THETA, D = np.meshgrid(theta, d) #On utilise meshgrid, pour
18
                        faciliter les operations matricielles
19
               wa = lambda na, ni, theta: np.sqrt(na**2-(ni*np.sin(theta))**2+0j)
20
               r_ab = lambda w_a, w_b, na, nb: (w_a*nb**2-w_b*na**2)/(w_a*nb**2+w_b*na**2)
21
                        w_b*na**2)
               t_ab = lambda w_a, w_b, na, nb : np.sqrt(na**2/nb**2)*(2*nb**2*w_a
22
                        /(w_a*nb**2+w_b*na**2))
23
               f_r = lambda r1, r2, w: (r1+r2*np.exp(1j*2*(np.pi/lmd)*2*D*w))/(1+r2*np.exp(1j*2*(np.pi/lmd)*2*D*w))/(1+r2*np.exp(1j*2*(np.pi/lmd)*2*D*w))/(1+r2*np.exp(1j*2*(np.pi/lmd)*2*D*w))/(1+r2*np.exp(1j*2*(np.pi/lmd)*2*D*w))/(1+r2*np.exp(1j*2*(np.pi/lmd)*2*D*w))/(1+r2*np.exp(1j*2*(np.pi/lmd)*2*D*w))/(1+r2*np.exp(1j*2*(np.pi/lmd)*2*D*w))/(1+r2*np.exp(1j*2*(np.pi/lmd)*2*D*w))/(1+r2*np.exp(1j*2*(np.pi/lmd)*2*D*w))/(1+r2*np.exp(1j*2*(np.pi/lmd)*2*D*w))/(1+r2*np.exp(1j*2*(np.pi/lmd)*2*D*w))/(1+r2*np.exp(1j*2*(np.pi/lmd)*2*D*w))/(1+r2*np.exp(1j*2*(np.pi/lmd)*2*D*w))/(1+r2*np.exp(1j*2*(np.pi/lmd)*2*D*w))/(1+r2*np.exp(1j*2*(np.pi/lmd)*2*D*w))/(1+r2*np.exp(1j*2*(np.exp(1j*2*(np.exp(1j*2*(np.exp(1j*2*(np.exp(1j*2*(np.exp(1j*2*(np.exp(1j*2*(np.exp(1j*2*(np.exp(1j*2*(np.exp(1j*2*(np.exp(1j*2*(np.exp(1j*2*(np.exp(1j*2*(np.exp(1j*2*(np.exp(1j*2*(np.exp(1j*2*(np.exp(1j*2*(np.exp(1j*2*(np.exp(1j*2*(np.exp(1j*2*(np.exp(1j*2*(np.exp(1j*2*(np.exp(1j*2*(np.exp(1j*2*(np.exp(1j*2*(np.exp(1j*2*(np.exp(1j*2*(np.exp(1j*2*(np.exp(1j*2*(np.exp(1j*2*(np.exp(1j*2*(np.exp(1j*2*(np.exp(1j*2*(np.exp(1j*2*(np.exp(1j*2*(np.exp(1j*2*(np.exp(1j*2*(np.exp(1j*2*(np.exp(1j*2*(np.exp(1j*2*(np.exp(1j*2*(np.exp(1j*2*(np.exp(1j*2*(np.exp(1j*2*(np.exp(1j*2*(np.exp(1j*2*(np.exp(1j*2*(np.exp(1j*2*(np.exp(1j*2*(np.exp(1j*2*(np.exp(1j*2*(np.exp(1j*2*(np.exp(1j*2*(np.exp(1j*2*(np.exp(1j*2*(np.exp(1j*2*(np.exp(1j*2*(np.exp(1j*2*(np.exp(1j*2*(np.exp(1j*2*(np.exp(1j*2*(np.exp(1j*2*(np.exp(1j*2*(np.exp(1j*2*(np.exp(1j*2*(np.exp(1j*2*(np.exp(1j*2*(np.exp(1j*2*(np.exp(1j*2*(np.exp(1j*2*(np.exp(1j*2*(np.exp(1j*2*(np.exp(1j*2*(np.exp(1j*2*(np.exp(1j*2*(np.exp(1j*2*(np.exp(1j*2*(np.exp(1j*2*(np.exp(1j*2*(np.exp(1j*2*(np.exp(1j*2*(np.exp(1j*2*(np.exp(1j*2*(np.exp(1j*2*(np.exp(1j*2*(np.exp(1j*2*(np.exp(1j*2*(np.exp(1j*2*(np.exp(1j*2*(np.exp(1j*2*(np.exp(1j*2*(np.exp(1j*2*(np.exp(1j*2*(np.exp(1j*2*(np.exp(1j*2*(np.exp(1j*2*(np.exp(1j*2*(np.exp(1j*2*(np.exp(1j*2*(np.exp(1j*2*(np.exp(1j*2*(np.exp(1j*2*(np.exp(1j*2*(np.exp(1j*2*(np.exp(1j*2*(np.exp(1j*2*(np.exp(1j*2*(np.exp(1j*2*(n
^{24}
                        r1*r2*np.exp(1j*2*(np.pi/lmd)*2*D*w))
               f_t = lambda t1, t2, r1, r2, w1, w2: (t1*t2*np.exp(1j*2*(np.pi/lmd)))
25
                        )*D*(w1-w2)))/(1+r1*r2*np.exp(1j*2*(np.pi/lmd)*2*D*w1))
26
               rad_to_deg = lambda rad: int(rad*180/np.pi)
27
28
29
               r = f_r(r_ab(wa(n1, n1, THETA), wa(n2, n1, THETA), n1, n2), r_ab(
30
                        wa(n2, n1, THETA), wa(n3, n1, THETA), n2, n3), wa(n2, n1,
                        THETA))
               t = f_t(t_ab(wa(n1, n1, THETA), wa(n2, n1, THETA), n1, n2), t_ab(
31
                        wa(n2, n1, THETA), wa(n3, n1, THETA), n2, n3), r_ab(wa(n1, n1,
                           THETA), wa(n2, n1, THETA), n1, n2),
               r_ab(wa(n2, n1, THETA), wa(n3, n1, THETA), n2, n3), wa(n2, n1,
32
                        THETA), wa(n3, n1, THETA))
33
34
```

```
fig, ax = plt.subplots(subplot_kw={"projection": "3d"}) #On defini
35
           une figure
36
37
38
      surf = ax.plot_surface(THETA, D,np.abs(t), cmap='plasma',
39
                          linewidth=0, antialiased=False, alpha=0.4,
40
                             rcount=300, ccount=300) #On affiche la
                             surface en la rendant un peux transparante
                             et une resolution de 300x300 carres
      ax.contourf(THETA, D, np.abs(t), levels=50, zdir='z', offset=0,
41
          cmap='plasma', alpha = 0.8) #On cree le graphique 2D sur l'axe
          XY, avec 50 niveaux et precision et un peu moins transparante
      plt.xlim([0, np.pi/2])
      degree_lab = [rad_to_deg(i) for i in plt.xticks()[0]]
43
      plt.xticks(plt.xticks()[0], labels=(degree_lab))
44
      plt.savefig("abs_t_3d.svg") #On enregistre au format svg pour
          garder le maximum de qualite
      plt.savefig("abs_t_3d.png", format="png", dpi=800)
      plt.show()
```

Listing 7: Code 1 dioptre TM n_1 :1 n_2 : 1.5

Malheuresment, mon éditeur ne suporte pas le .svg donc nous allons nous contenter d'un fichier de type bitmap, ce qui donne cette belle courbe:

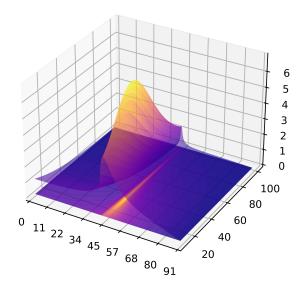


Figure 24: |t| en 3d

Pour avoir le maximum de —t—, on peux rajouter ces lignes aux programme :

```
import numpy as np

print(np.max(np.abs(t))) #Cela nous permet d'avoir le max de |t|
print(np.where(np.abs(t)==np.max(np.abs(t)))) #Cela nous permet de d'
avoir les coordonnees d et theta pour le max d'|t|
d_max, theta_max = np.where(np.abs(t)==np.max(np.abs(t)))
print(d[d_max[0]], theta[theta_max[0]]) #On cherche quel sont les
valeures qui correspondent aux coordonnees ce qui donne d et theta
pour |t| max
```

Listing 8: Code 1 dioptre TM n_1 :1 n_2 : 1.5

Grâce à ce programme, on obtient les valeures de 6.969457060908964 pour |t| max ce qui correspond à d=39.90990990990991 nm et $\theta=0.7814672416587223$ rad ou 44.77477477477477 degrées.

2 La methode matricielle

Avec la methode matricielle, il faut faire très attention, car la bibliothèque *numpy* fais parfois du calcul matriciel pur, comme le produit scalaire, le produit matriciel, mais aussi parfois du calcul scalaire, comme le fait de mettre tous les élements d'une matrice au carré.

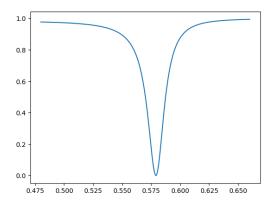
Il faut juste faire très attention à la notation et ne pas se tromper. Ce qui une fois après recopier et transformer les formules en ligne de code donne ceci :

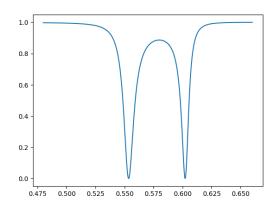
```
1 import numpy as np
2 import random
3 import matplotlib.pyplot as plt
4 from mpl_toolkits.mplot3d import axes3d
5 from matplotlib import cm
6 from numpy.linalg import inv, matrix_power
  def chapitre_4():
      n1 = 1.5 \# 0n fixe les indice puis theta
10
11
      N = 2 #On aura plus qu'a changer le N pour les differentes courbes
12
      theta = np.pi/4
13
14
      sigmad = np.linspace(0.48, 0.66, 200) # On fais un linspace avec
15
          sigma*d ce qui repressente d/lambda
16
      wa = lambda na, ni, theta: np.sqrt(na**2-(ni*np.sin(theta))**2+0j)
17
      Ma = lambda wa: np.array([[1, 1], [-wa, wa]]) #On defini les
         calcul de matricie
      Pa = lambda wa, sigmad: np.array([[np.exp(1j*2*np.pi*wa*sigmad),
         0], [0, np.exp(-1j*2*np.pi*wa*sigmad)]])
```

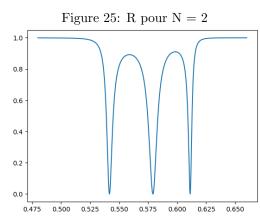
```
20
21
      M1 = Ma(wa(n1, n1, theta))
22
23
      M2 = Ma(wa(n2, n1, theta))
      P1_list = [Pa(wa(n1, n1, theta), i) for i in sigmad] #On definin
^{24}
         des liste de matrice pour pouvoir tracer une courbe
      P2_list = [Pa(wa(n2, n1, theta), i) for i in sigmad]
25
26
      Mtot_list = [inv(M1) @ M2 @ inv(P2_list[i]) @ inv(M2) @
27
         matrix_power((M1 @ inv(P1_list[i]) @ inv(M1) @ M2 @ inv(
         P2_list[i]) @ inv(M2)), (N-1)) @ M1 for i in range(len(sigmad)
         )] #On calcul Mtot en fesant attention d'utiliser une fonction
          inv() pour faire l'inverse, l'@ pour faire les produits
         matriciels et matrix_power() pour mettre la puissance tous
         les elements d'une matrice
      list_r = [x[1][0]/x[0][0] for x in Mtot_list] #0n fait la liste
         des r
31
      plt.plot(sigmad, np.square(np.abs(list_r))) #On affiche la
         reflexion, ici grand R. np.square() permet de mettre tous les
         elements d'une matrice au carre, c'est la verision limitee de
         matrix_power().
```

Listing 9: Code 1 dioptre TM n_1 :1 n_2 : 1.5

Ce qui nous donne ces courbes :







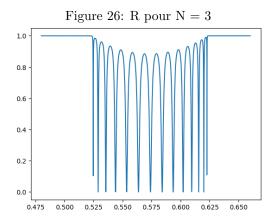


Figure 27: R pour N=4

Figure 28: R pour N=15