

Ultraschall

Protokoll des Fortgeschrittenenpraktikum I

Jonathan Brugger & Severin Bang

Durchgeführt am 25.09.2013

bei
Raphael Katzy

Inhaltsverzeichnis

1	Aufgabenstellung	2
1.1	Amplitudengitter	2
1.2	Phasengitter	2
2	Theoretische Grundlagen	2
2.1	Beugung	2
2.2	Interferenz	2
2.3	Gitter	2
2.4	Amplitudengitter	3
2.4.1	Aperturfunktion eines Amplitudengitters	3
2.4.2	Auflösungsvermögen eines Amplitudengitters	4
2.5	Phasengitter	4
2.6	Raman-Nath-Theorie	4
3	Versuchsaufbau	5
4	Durchführung	5
5	Auswertung	6
5.1	Berechnung der Gitterkonstante des Sinusgitters	6
5.2	Berechnung der Gitterkonstanten von 5 Gittern	7
5.2.1	Kalibrierung	7
5.2.2	Berechnung der Gitterkonstanten	8
5.3	Auflösungsvermögen der 5 Gitter	11
5.4	Aperturfunktion Gitter 1	14
5.5	Phasengitter	18
5.5.1	Vergleich mit der Raman-Nath-Theorie	18
5.5.2	Bestimmung der Schallwellenlänge	20
6	Zusammenfassung	23
6.1	Fazit	23
7	Anhang	24
7.1	Daten zu 5.2.1	24
7.2	Daten zu 5.5.1	26

1 Aufgabenstellung

1.1 Amplitudengitter

1. Aus dem Abstand der Intensitätsmaxima der 1. Beugungsordnung soll die Gitterkonstante eines Sinusgitters (Amplitudengitter) bestimmt werden.
2. a) Aus der Lage der Intensitätsmaxima unterschiedlicher Ordnungen soll die Gitterkonstante von fünf unterschiedlichen Amplitudengittern bestimmt werden.
- b) Aus der Anzahl der bei voller Ausleuchtung sichtbaren Intensitätsmaxima soll das Auflösungsvermögen der fünf Gitter bestimmt werden.
3. Aus den relativen Intensitäten der Maxima unterschiedlicher Ordnungen soll für Gitter Nr.1 durch die Näherung mit einer Fourier-Reihe die Aperturfunktion berechnet werden.
4. Aus der berechneten Aperturfunktion soll das Verhältnis der Spaltbreite zum Spaltabstand bestimmt werden.

1.2 Phasengitter

- a) Für unterschiedliche Spannungen an der Ultraschallzelle und damit für unterschiedliche Phasengitter soll die Intensitätsverteilung aufgenommen werden.
- b) Aus den aufgenommenen Verteilungen soll die Intensität der Maxima unterschiedlicher Ordnungen in Abhängigkeit von der Spannung dargestellt und mit den Erwartungen aus der Raman-Nath-Theorie verglichen werden.
- c) Die Schallwellenlänge soll durch das Ausmessen der Beugungsordnungen und die Zeitkalibration bestimmt werden.

2 Theoretische Grundlagen

2.1 Beugung

Als Beugung bezeichnet man das Eintreten einer Welle in den (aus der Strahlenoptik erwarteten) geometrischen Schattenraum. Dies wird unter anderem relevant, wenn (wie in diesem Versuch) eine ebene Welle auf ein „Beugungshindernis“ wie zum Beispiel ein Gitter oder einen Spalt fällt.

2.2 Interferenz

Als Interferenz bezeichnet man die ungestörte Überlagerung von Wellen. Dabei spielen nicht nur die Amplitude einer Welle, sondern auch ihre Polarisation und Phase eine Rolle. Dies führt zu „konstruktiver Interferenz“ (Verstärkung) oder „destruktiver Interferenz“ (Auslöschung) und damit zu Interferenzmustern.

2.3 Gitter

Als Gitter bezeichnet man ein räumlich periodisches Beugungshindernis. Die charakteristische Größe eines Gitters ist die Gitterkonstante K , die die räumliche Periodizität beschreibt. Es gibt zwei grundsätzlich unterschiedliche Arten von Gittern:

2.4 Amplitudengitter

Beim Amplitudengitter hängt die Intensität des transmittierten Lichts vom Ort ab. Das einfachste (und bekannteste) Amplitudengitter besteht aus einer periodischen Anordnung identischer Spalte (Rechteckgitter) der Breite b im Abstand K . Als Interferenzmuster erhält man in diesem Fall Intensitätsminima und -maxima. Für die Lage der Maxima (beschrieben durch den Beugungswinkel) gilt:

$$\sin(\theta) = \frac{m \cdot \lambda}{K}, \quad (1)$$

wobei λ die Wellenlänge des verwendeten monochromatischen Lichts ist. Je nach geometrischer Anordnung ergibt sich eine andere Intensitätsverteilung auf dem Schirm, die sich jedoch aus dem Winkel θ berechnen lässt.

2.4.1 Aperturfunktion eines Amplitudengitters

Im allgemeinen Fall lässt sich die Abhängigkeit der Intensität des transmittierten Lichts vom Ort durch die Aperturfunktion $g(x, y)$ beschreiben. Es gilt:

$$0 \leq g(x, y) \leq 1$$

wobei $g(x, y) = 0$ vollständige Absorption und $g(x, y) = 1$ ungestörte Transmission bedeutet. (x, y) beschreibt die Koordinaten der Beugungsebene, in der sich das Beugungshindernis befindet. Für ein Gitter ist $g(x, y) = g(x)$ eine K -periodische Funktion, die nur von einer Koordinate abhängt. Man erhält damit auch ein Interferenzmuster, das sich allein durch die x -Koordinate beschreiben lässt. Die Aperturfunktion $g(x)$ und die Wellenfunktion $\Psi(y)$ (und damit die Intensitätsverteilung $I(y)$) auf einem weit entfernten Schirm hängen über die Fourier-Transformation zusammen:

$$I(y) = |\Psi(y)|^2 \quad (2)$$

und

$$\Psi(y) = \int_{\text{Blende}} g(x) \cdot e^{\frac{i \cdot x \cdot y}{z_0}} dx. \quad (3)$$

x bezeichnet die Koordinate der Beugungsebene, y bezeichnet die der Schirmebene und z_0 den Abstand des Schirms von der Beugungsebene. Aus diesem Zusammenhang lässt sich unter anderem Gleichung (1) herleiten.

Aufgrund der Symmetrie zwischen einer Fourier-Transformation und ihrer Rücktransformation lässt sich umgekehrt die Aperturfunktion eines Amplitudengitters aus der Intensitätsverteilung auf dem Schirm berechnen. Oft ist allerdings der funktionale Zusammenhang $I(y)$ nicht genau bekannt. Muss man sich auf endlich viele Messpunkte beschränken, wird die kontinuierliche Fourier-Transformation durch eine Fourier-Reihe angenähert.

Für ein einfaches Rechteckgitter (wie es in diesem Versuch verwendet wird) erhält man die Entwicklungskoeffizienten dieser Reihe aus den Intensitäten der Maxima unterschiedlicher Ordnungen:

$$g(x) = \sum_{i=0}^{\infty} \sqrt{I_j} \cos\left(\frac{x}{K} \cdot 2\pi i\right) \quad (4)$$

Da in der Praxis die Intensitäten höherer Ordnungen unmessbar klein werden, muss man sich auf eine endliche Summe beschränken.

2.4.2 Auflösungsvermögen eines Amplitudengitters

Das Auflösungsvermögen eines Gitters wird über folgende Gleichung definiert:

$$a = \frac{\lambda}{\Delta\lambda}. \quad (5)$$

λ bezeichnet die Wellenlänge des verwendeten Lichts und $\Delta\lambda$ die minimale Wellenlängendifferenz, für die noch getrennte Maxima erkennbar sind. Man findet daraus den Zusammenhang:

$$a = N \cdot m. \quad (6)$$

wobei N die Anzahl der beleuchteten Spalte des Gitters und m die Anzahl der erkennbaren Maxima in der Intensitätsverteilung bezeichnet.

2.5 Phasengitter

Ein Phasengitter bewirkt eine Phasenverschiebung des transmittierten Lichts. Diese Phasenverschiebung $\Delta\phi$ hängt vom Ort in der Beugungsebene ab. In unserem Fall wird dies durch eine von einer Ultraschallwelle durchlaufene Flüssigkeit (Isoktan) realisiert. Eine Schallwelle erzeugt eine periodische Dichteschwankung; diese bewirkt wiederum eine Schwankung des Brechungsindex. Für diesen gilt daher:

$$n(x) = n_0 + \Delta n \sin\left(\frac{2\pi x}{\Lambda}\right). \quad (7)$$

Die Ultraschallwelle wird durch einen Schwingquarz realisiert, an den eine hochfrequente Wechselspannung angelegt wird. Die Amplitude dieser Spannung ist proportional zur Amplitude der Schallwelle. Damit ergibt sich für die maximale Änderung des Brechungsindex:

$$\Delta n = \propto \cdot U \quad (8)$$

2.6 Raman-Nath-Theorie

Die Raman-Nath-Theorie beschreibt die Interferenzbilder, die durch ein sinusförmiges Phasengitter entstehen. Sie liefert zwei wesentliche Resultate:

- a) Für die Winkel der Intensitätsmaxima im Beugungsbild gilt:

$$\sin(\theta) = \pm m \frac{\lambda}{\Lambda}, \quad (9)$$

wobei m die Ordnung der Maxima bezeichnet.

- b) Für die Intensitäten der Maxima m -ter Ordnung gilt (bis auf Normierung):

$$I_m = J_m^2(\Delta n \cdot D \cdot \frac{2\pi}{\lambda}) = J_m^2(\alpha U) \quad (10)$$

3 Versuchsaufbau

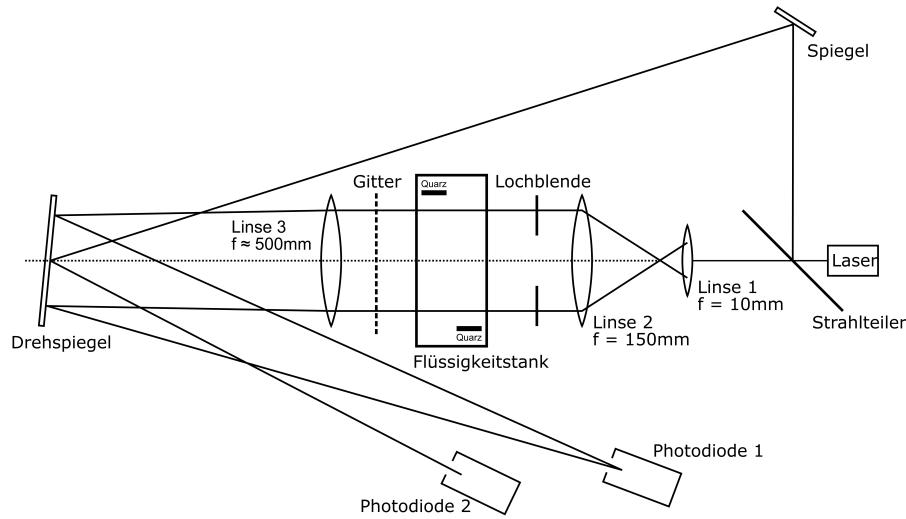


Abbildung 1: Schematischer Aufbau

Ein He-Ne-Laser erzeugt monochromatisches Licht der Wellenlänge $\lambda = 632.8\text{nm}$, das durch einen Strahlteiler aufgeteilt wird.

Aus dem Hauptstrahl wird durch eine Anordnung zweier Linsen (Sammellinse und Kollimator) ein paralleles Strahlenbündel erzeugt und durch eine Lochblende auf das jeweilige Beugungshindernis gerichtet. Hinter dem Beugungshindernis befindet sich eine weitere Sammellinse mit recht großer Brennweite. Diese fokussiert das Licht über einen Drehspiegel in die Brennebene auf eine Photodiode (Nr. 1).

Der ausgekoppelte andere Teil des Strahls wird ebenfalls über den Drehspiegel auf die andere Photodiode (Nr. 2) abgebildet. Die Signale beider Photodioden werden (bei Nr. 1 vorverstärkt) auf die beiden Kanäle eines Oszilloskops gelegt. Signal Nr. 2 wird als Trigger verwendet, während Signal Nr. 1 die eigentliche Messung darstellt, nämlich das periodisch abgetastete Interferenzspektrum des jeweiligen Beugungshindernisses.

Dies ist notwendig, weil im Versuchsteil 5) eine fortlaufende Welle verwendet wird. Auf diese Weise kann ein stehendes Interferenzmuster beobachtet werden.

4 Durchführung

Zunächst wird der Strahlengang über zwei Spiegel, durch den Strahlteiler, zwei Linsen und die Blende parallel und fokussiert eingestellt.

Im Versuchsteil 1) wird der Beugungswinkel der 1. Ordnung durch die direkte Messung des Auslenkung auf dem Schirm und des Abstands des Schirms vom Sinusgitter bestimmt.

Danach werden für die restlichen Messungen die letzte Linse und die beiden Dioden eingestellt. Nun werden als Beugungshindernisse nacheinander unterschiedliche Gitter sowie die Ultraschallzelle eingebaut, das jeweilige Interferenzmuster am Oszilloskop aufgenommen und am PC gespeichert. Dies geschieht für die Ultraschallzelle mit unterschiedlichen angelegten Spannungen. Für die unterschiedlichen Gitter wird außerdem der angestrahlte Gitterbereich mit der Blende ideal eingestellt und direkt am Gitter ausgemessen. Außerdem wird für die Zeitkalibrierung sowohl mit als auch ohne Ultraschallzelle das Interferenzmuster eines Gitters mit bekannter

Gitterkonstante aufgenommen.

5 Auswertung

5.1 Berechnung der Gitterkonstante des Sinusgitters

Wir maßen jeweils den Abstand zwischen den beiden Maxima erster Ordnung, und dem Auftreffpunkt des ungebrochenen Strahls:

$$\begin{aligned} x_1 &= -49\text{mm} \\ x_2 &= 52\text{mm} \end{aligned}$$

Jeweils mit dem Fehler $S_{x1,2} = 2\text{mm}$. Deren Mittelwert beträgt:

$$a = \frac{|-49 - 52|}{2} = 50.5\text{mm} \quad (11)$$

$$\text{und } S_a = \frac{\sqrt{2 \cdot S_{x1,2}^2}}{2} = 1.4\text{mm}, \quad (12)$$

wobei S_a der nach dem Gaußschen Fehlervortpflanzungsgesetz berechnete Fehler ist. Aufgrund der orthogonalen Stellung zwischen dem Schirm und dem Laser lässt sich der Abstand c zwischen dem Gitter und dem Auftreffpunkt über Pythagoras errechnen:

$$c = \sqrt{a^2 + l^2} \quad (13)$$

mit:

$$l = 62\text{mm} \quad (14)$$

$$S_l = 2\text{mm} \quad (15)$$

Für den Fehler benutzen wir das allgemeine Fehlerfortpflanzungsgesetz nach Gauß:

$$S_u = \sqrt{\sum_{i=1}^N \left(\frac{\partial u}{\partial x_i} \cdot u_i \right)^2}, \quad (16)$$

wobei u die zu berechnende Größe und x_i die fehlerbehafteten Werte sind. In unserem Fall gilt:

$$S_c = \sqrt{\left(\frac{a}{\sqrt{a^2 + l^2}} \cdot S_a \right)^2 + \left(\frac{l}{\sqrt{a^2 + l^2}} \cdot S_l \right)^2} \quad (17)$$

Einsetzen der gemessenen und berechneten Werte ergibt:

$$c = 79.96\text{mm} \quad (18)$$

$$S_c = 1.67\text{mm} \quad (19)$$

Wir können nun den Winkel zwischen l und c berechnen:

$$\sin \theta = \frac{a}{c} \quad (20)$$

$$S_{\sin \theta} = \sin \theta \cdot \sqrt{\left(\frac{S_c}{c} \right)^2 + \left(\frac{S_a}{a} \right)^2} \quad (21)$$

Wir bekommen als Ergebnis:

$$\sin \theta = 0.631 \quad (22)$$

$$S_{\sin \theta} = 0.038 \quad (23)$$

Nun können wir die Formel (1) verwenden, um die Gitterkonstante K herauszufinden, wobei wir $m = 1$ und $\lambda = 632.8\text{nm}$ verwenden.

$$K = \frac{\lambda}{\sin \theta} = 10.02 \cdot 10^{-4}\text{mm} \quad (24)$$

Für den Fehler verwenden wir das Fortpflanzungsgesetz (16). Wir erhalten:

$$S_K = K \cdot \frac{S_{\sin(\theta)}}{\sin(\theta)} = 0.44 \cdot 10^{-4}\text{mm} \quad (25)$$

Wir bekommen als Gitterkonstante des Sinusgitters also:

$$K_{\sin} = (10.02 \pm 0.44) \cdot 10^{-4}\text{mm} \quad (26)$$

5.2 Berechnung der Gitterkonstanten von 5 Gittern

5.2.1 Kalibrierung

Zur Kalibrierung setzen wir ein Gitter mit 80 Linien pro cm ein; also mit einer Gitterkonstante K von 0.125mm .

Wir stellen Formel (1) um, und berechnen $\sin(\theta)$:

$$\sin(\theta) = \frac{m \cdot \lambda}{K} \quad (27)$$

m ist dabei die Ordnung des Maximums.

Wir berechnen nun damit die Werte für $\sin(\theta)$ an den jeweiligen Maxima und tragen diese über die entsprechenden Zeitwerte auf.

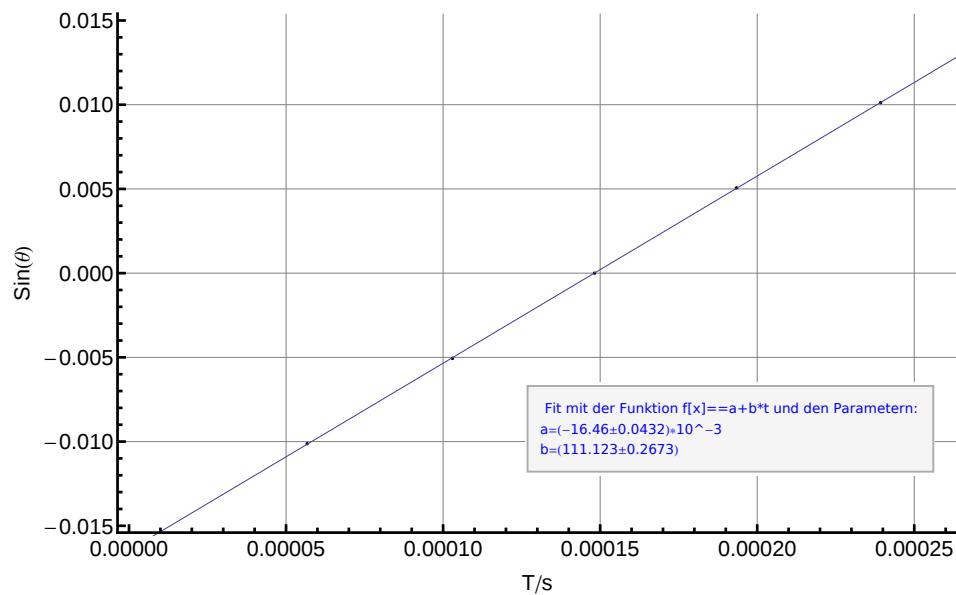


Abbildung 2: Zeitkalibrierung anhand Gitter mit $K = 0.125\text{mm}$

Wir haben nun den Zusammenhang:

$$\sin(\theta) = a + b \cdot t \quad (28)$$

mit den aus der Zeitkalibration gewonnenen Werten von

$$a = (-0.01646 \pm 0.000043)$$

$$b = (0.111123 \pm 0.00027) \frac{1}{\text{s}}$$

Den Fehler von $\sin(\theta)$ bestimmen wir mit der Gaußschen Fehlerfortpflanzung:

$$S_{\sin(\theta)} = \sqrt{\left(\frac{\partial \sin(\theta)}{\partial a}\right)^2 \cdot S_a^2 + \left(\frac{\partial \sin(\theta)}{\partial b}\right)^2 \cdot S_b^2 + \left(\frac{\partial \sin(\theta)}{\partial t}\right)^2 \cdot S_t^2} = \sqrt{a^2 \cdot S_t^2 + S_b^2 + t^2 \cdot S_a^2} \quad (29)$$

5.2.2 Berechnung der Gitterkonstanten

Wir berechnen nun $\sin(\theta)_i = a + b \cdot t_i$ wobei wir für t_i die Zeitwerte der Maxima der einzelnen Gitter einsetzen.

Diese $\sin(\theta)_i$ -Werte tragen wir über die jeweilige Ordnung auf, und legen eine Regressionsgerade durch diese Punkte. Die Ergebnisse:

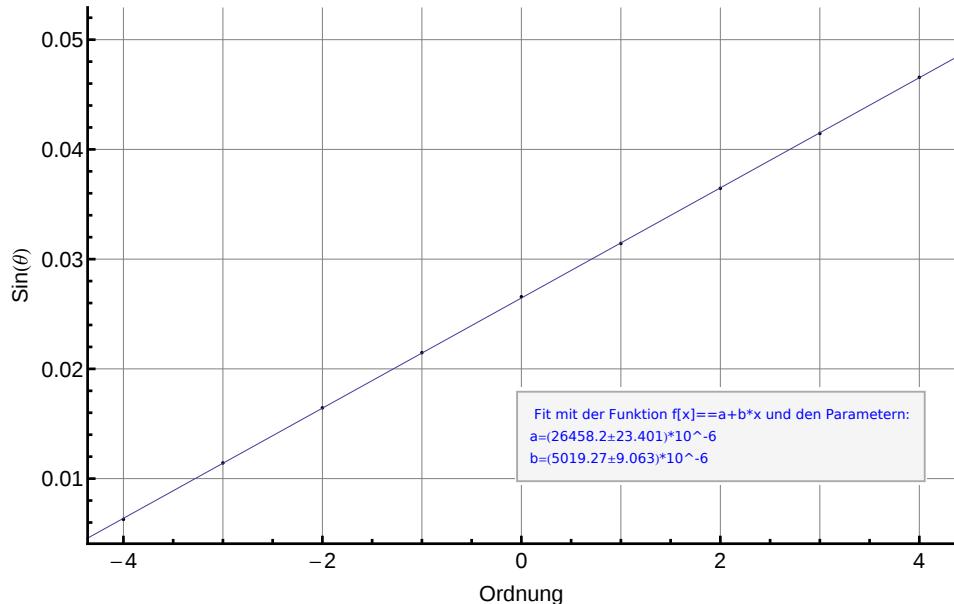
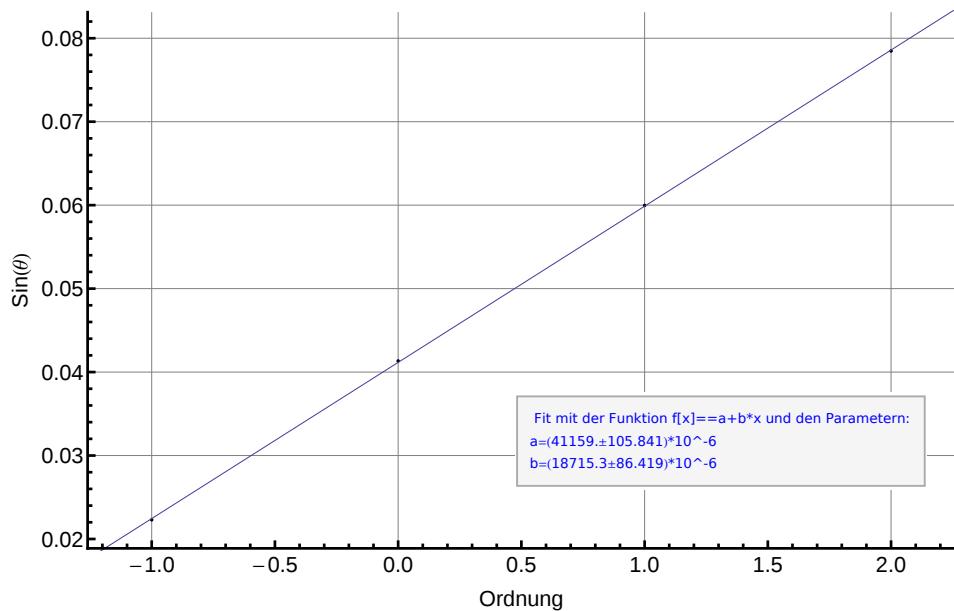
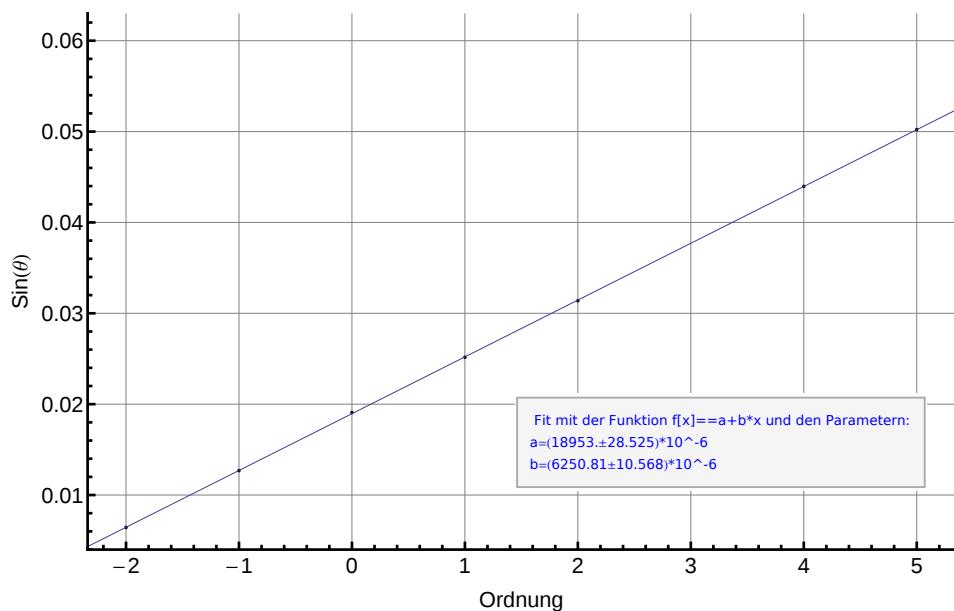
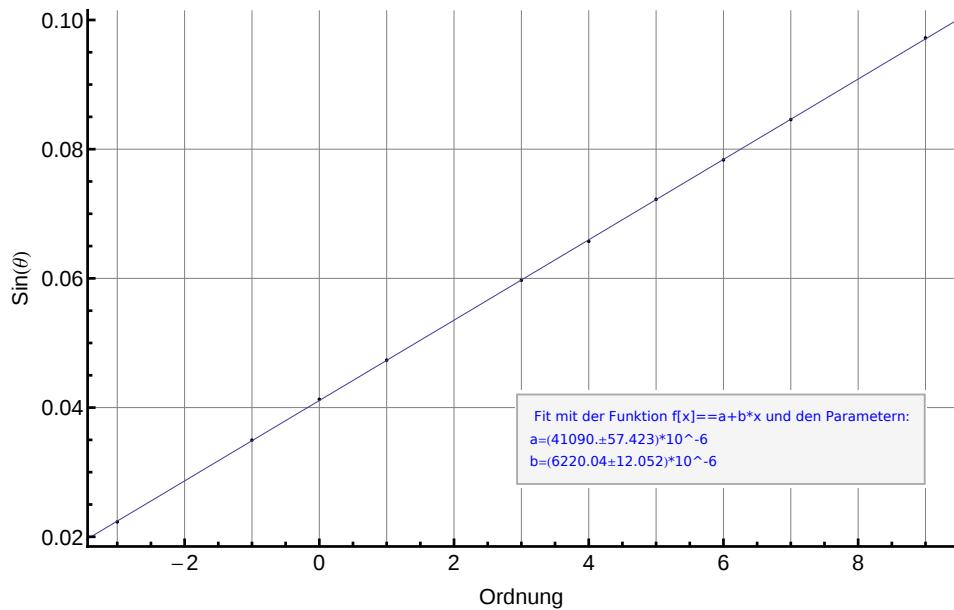
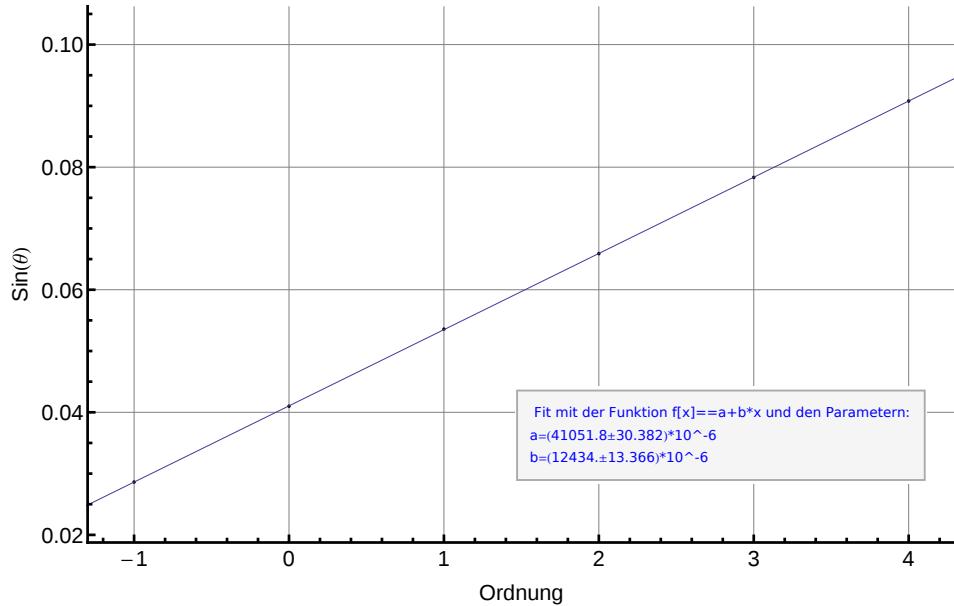


Abbildung 3: $\sin(\theta)$ über Ordnung, Gitter 1

Abbildung 4: $\sin(\theta)$ über Ordnung, Gitter 2Abbildung 5: $\sin(\theta)$ über Ordnung, Gitter 3

Abbildung 6: $\sin(\theta)$ über Ordnung, Gitter 4Abbildung 7: $\sin(\theta)$ über Ordnung, Gitter 5

Wir verwenden nun den Zusammenhang

$$\sin(\theta) = \frac{m \cdot \lambda}{K} \quad (30)$$

In den obigen Plots ist $\sin(\theta)_i$ über der jeweiligen Ordnung m_i aufgetragen. Das heißt, wir können die jeweilige Steigung $b_i = \frac{\sin(\theta)_i}{m_i}$ verwenden, und die Formel (1) ein weiteres mal umstellen:

$$K_i = \frac{\lambda}{b_i} \quad (31)$$

Der Fehler ergibt sich, da λ als fehlerfrei angenommen wird, aus:

$$S_{K_i} = K_i \cdot \frac{S_{b_i}}{b_i} \quad (32)$$

Wir errechnen für die Gitter $i = (1, \dots, 5)$:

$$\begin{aligned} K_1 &= (126.07 \pm 0.23) \cdot 10^{-3} \text{mm} \\ K_2 &= (33.81 \pm 0.16) \cdot 10^{-3} \text{mm} \\ K_3 &= (101.24 \pm 0.18) \cdot 10^{-3} \text{mm} \\ K_4 &= (101.74 \pm 0.20) \cdot 10^{-3} \text{mm} \\ K_5 &= (50.89 \pm 0.05) \cdot 10^{-3} \text{mm} \end{aligned}$$

5.3 Auflösungsvermögen der 5 Gitter

Das Auflösungsvermögen a_i des i -ten Gitters errechnet sich aus:

$$a_i = \frac{d}{K_i} \cdot M \quad (33)$$

unter Verwendung der Breite d des ausgeleuchteten Bereiches:

$$d = (4 \pm 1) \text{mm}, \quad (34)$$

der jeweiligen Gitterkonstante K_i und der größten noch erkennbaren Ordnung M .

Der Fehler wird durch die Gaußsche Fehlerfortpflanzung bestimmt, wobei wir M als fehlerfrei annehmen.

$$S_a = \sqrt{\left(\frac{\partial a}{\partial d}\right)^2 \cdot S_d^2 + \left(\frac{\partial a}{\partial K}\right)^2 \cdot S_K^2} = \sqrt{\left(\frac{M}{K}\right)^2 \cdot S_d^2 + \left(-\frac{d \cdot M}{K^2}\right)^2 \cdot S_K^2} \quad (35)$$

Von den untenstehenden Graphen abgelesen sind die Werte für M .

$$\begin{aligned} M_1 &= 11 \\ M_2 &= 4 \\ M_3 &= 13 \\ M_4 &= 12 \\ M_5 &= 14 \end{aligned}$$

Wir verwenden (33), bzw. (35), und erhalten:

$$\begin{aligned} a_1 &= (349.00 \pm 87.25) \\ a_2 &= (473.21 \pm 118.30) \\ a_3 &= (513.66 \pm 128.41) \\ a_4 &= (471.81 \pm 117.95) \\ a_5 &= (831.35 \pm 207.88) \end{aligned}$$

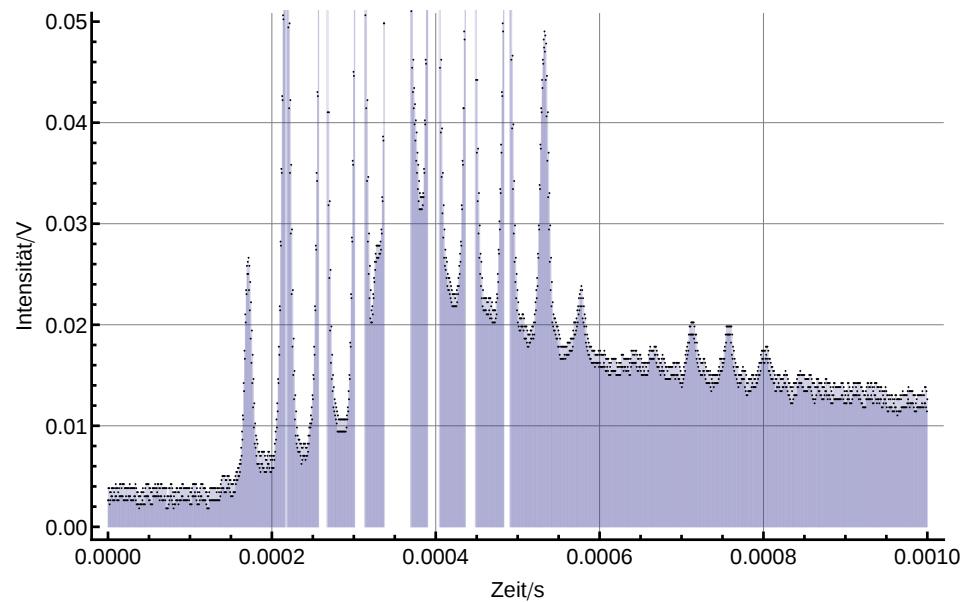


Abbildung 8: Rechte Flanke des Beugungsbildes von Gitter 1

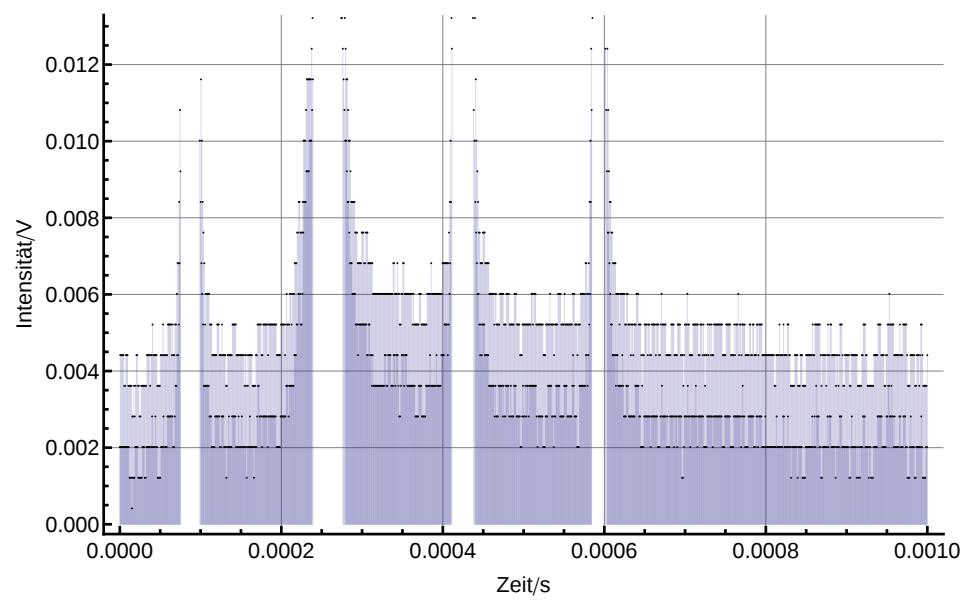


Abbildung 9: Rechte Flanke des Beugungsbildes von Gitter 2

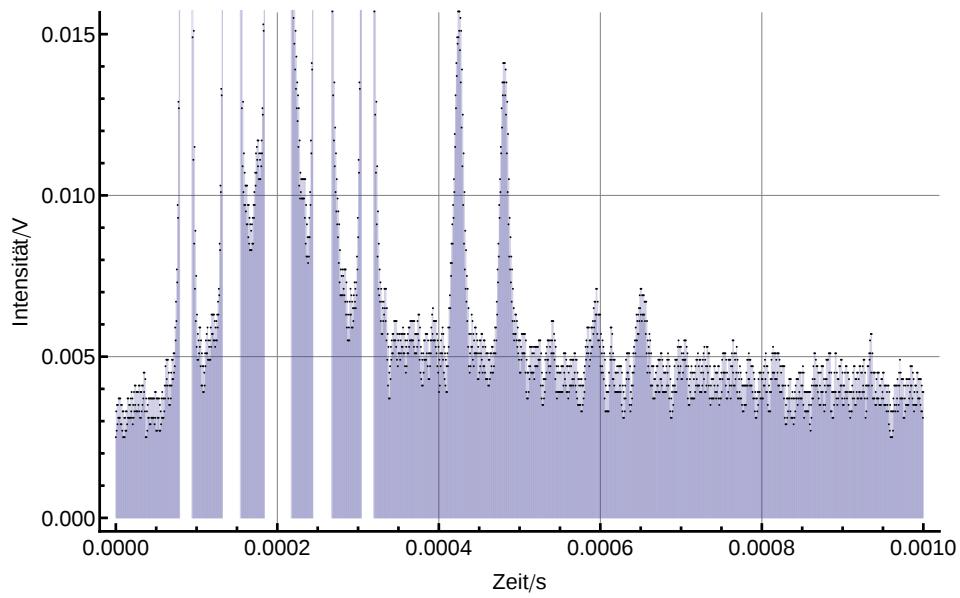


Abbildung 10: Rechte Flanke des Beugungsbildes von Gitter 3

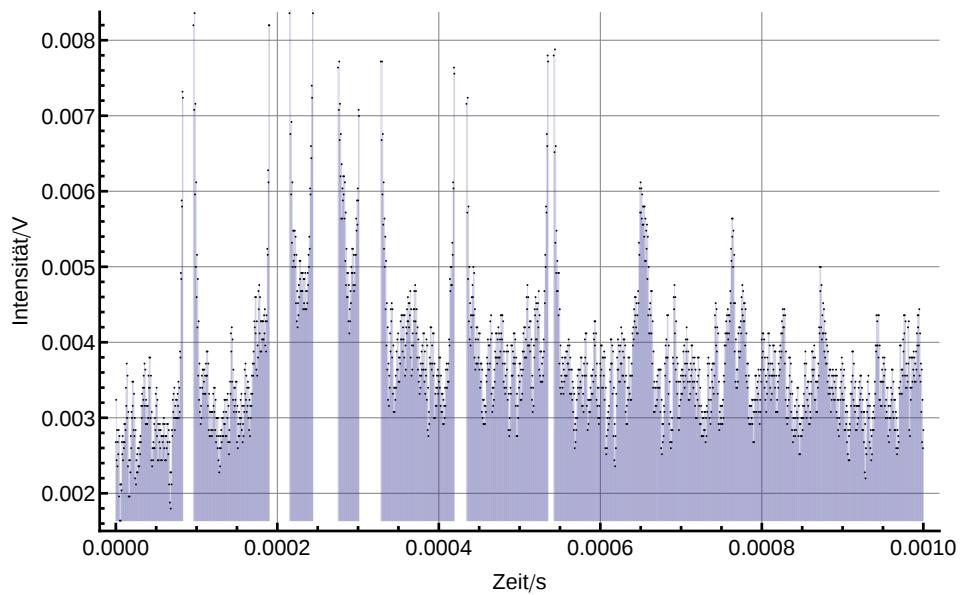


Abbildung 11: Rechte Flanke des Beugungsbildes von Gitter 4

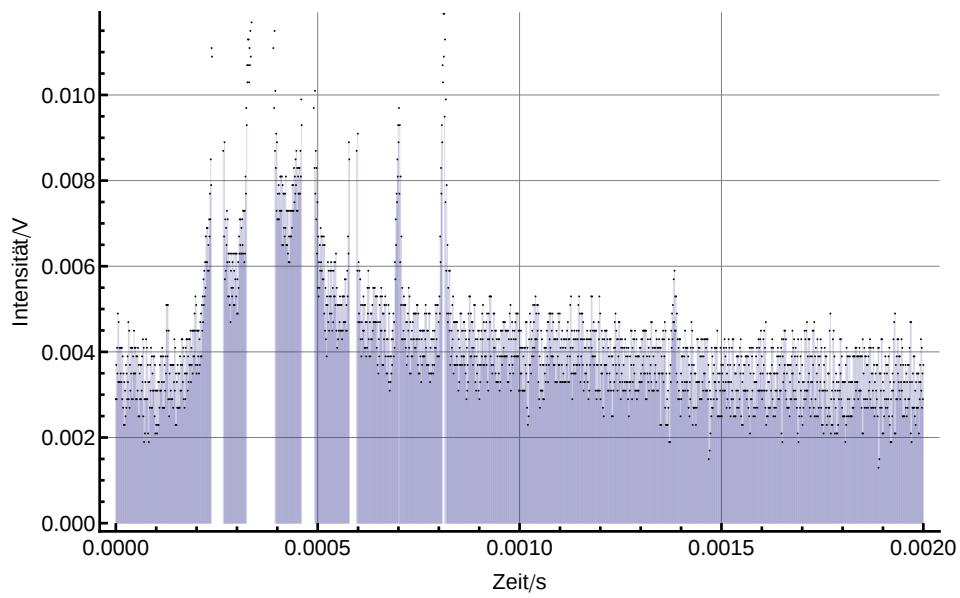


Abbildung 12: Rechte Flanke des Beugungsbildes von Gitter 5

5.4 Aperturfunktion Gitter 1

Wir berechnen die Intensität der Peaks aus folgenden Plots, indem wir die Werte an den Maxima und der jeweiligen „Basis“ ablesen, und deren Differenz berechnen.

Die Plots:

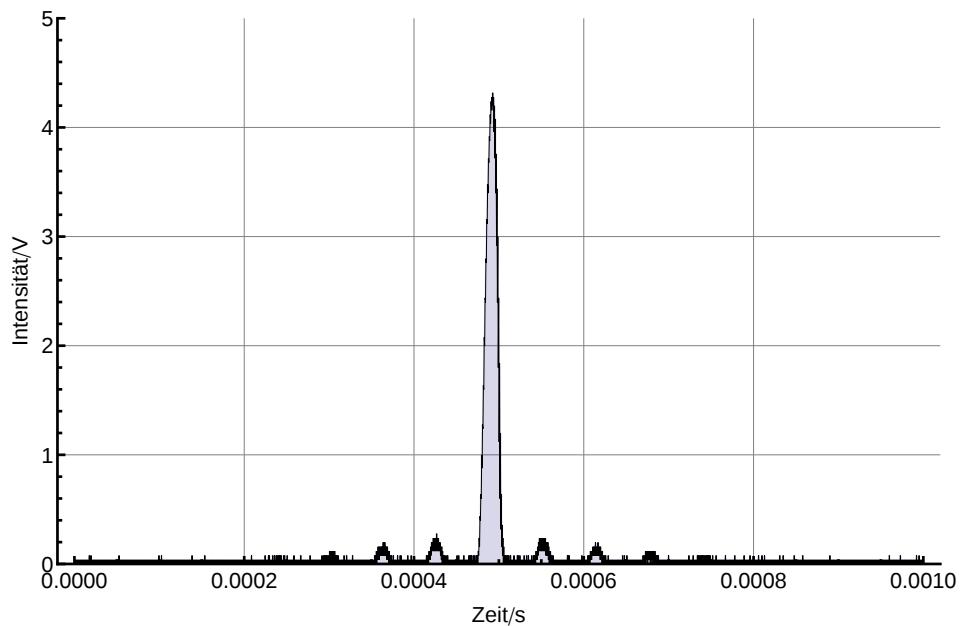


Abbildung 13: Gitter 1 – An diesem Graph abgelesen: Maxima 0. Ordnung

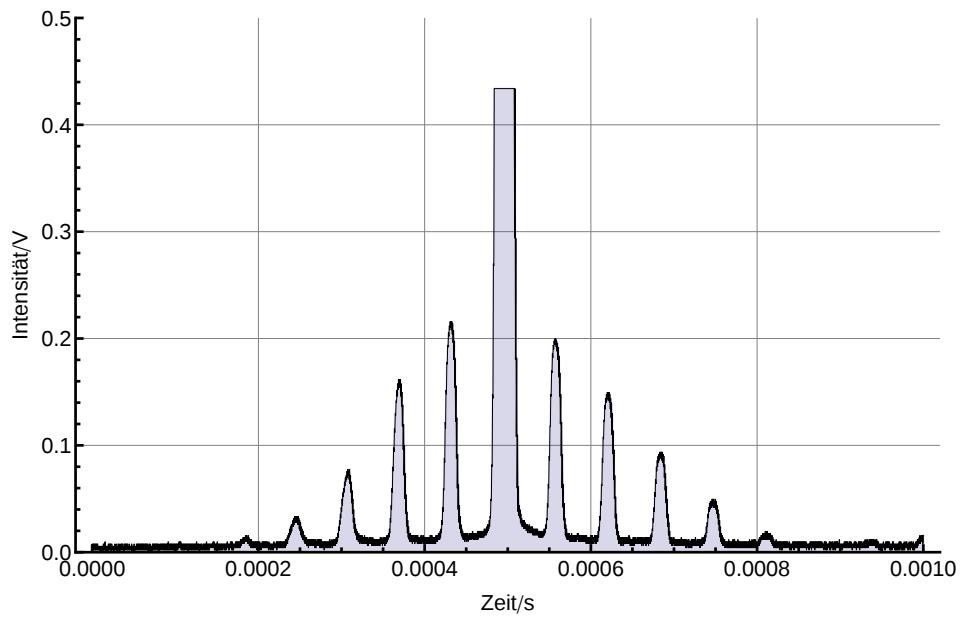


Abbildung 14: Gitter 1 – An diesem Graph abgelesen: Maxima 1. Ordnung

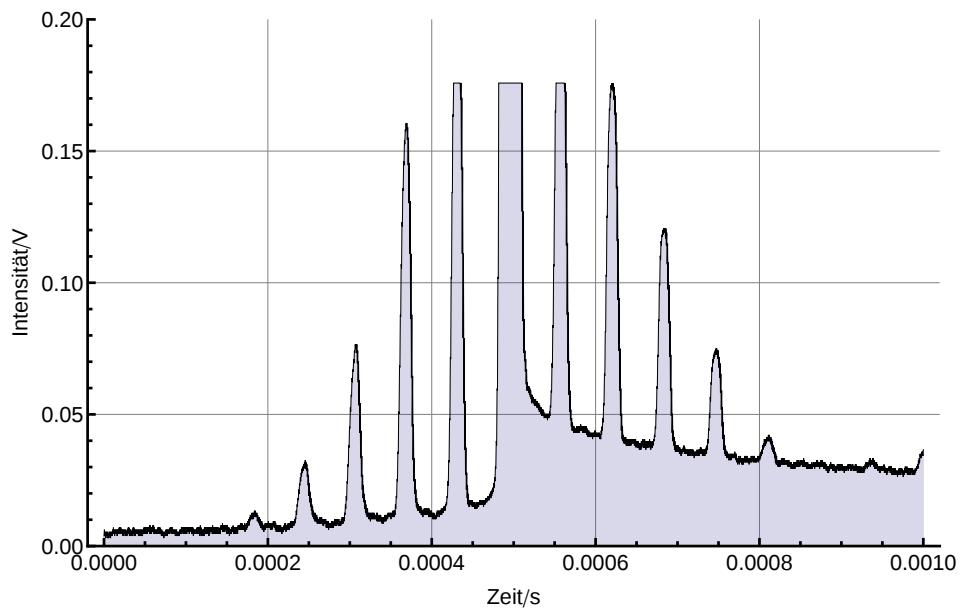


Abbildung 15: Gitter 1 – An diesem Graph abgelesen: Maxima 2.,3. Ordnung

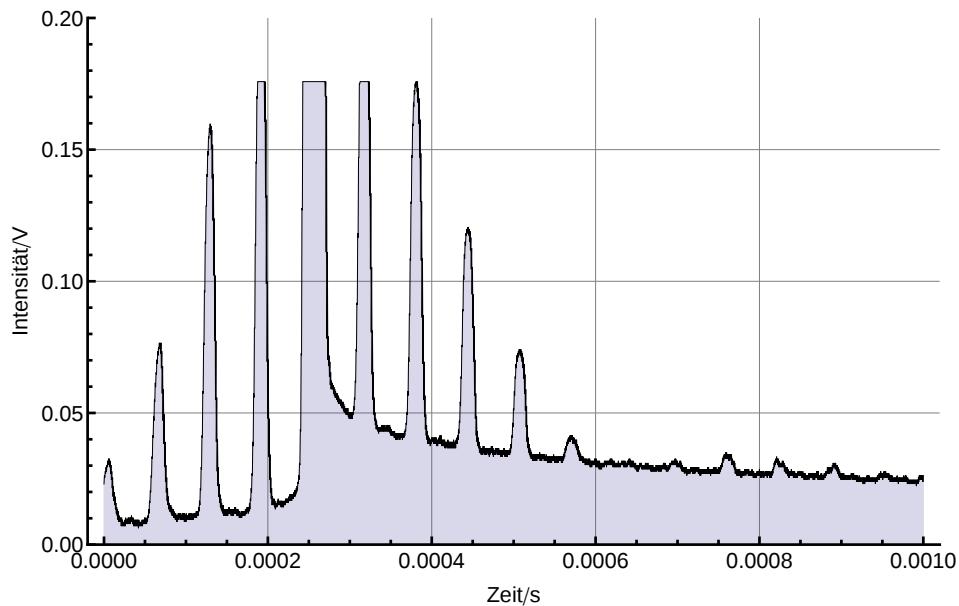


Abbildung 16: Gitter 1 – An diesem Graph abgelesen: Maxima 4.-11. Ordnung

Die Intensitäten sind:

$$\begin{aligned}
 I_0 &= (4.251 \pm 0.085)V \\
 I_1 &= (18.98 \pm 0.38) \cdot 10^{-2}V \\
 I_2 &= (14.28 \pm 0.29) \cdot 10^{-2}V \\
 I_3 &= (7.34 \pm 0.15) \cdot 10^{-2}V \\
 I_4 &= (3.21 \pm 0.06) \cdot 10^{-2}V \\
 I_5 &= (0 \pm 0)V \\
 I_6 &= (86.4 \pm 1.7) \cdot 10^{-4}V \\
 I_7 &= (33.1 \pm 0.6) \cdot 10^{-4}V \\
 I_8 &= (60.6 \pm 1.2) \cdot 10^{-4}V \\
 I_9 &= (66.1 \pm 1.3) \cdot 10^{-4}V \\
 I_{11} &= (33.1 \pm 0.6) \cdot 10^{-4}V
 \end{aligned}$$

Für den Fehler haben wir 2% als den Fehler des Oszilloskops angenommen. Dieser Fehler ist nur der Vollständigkeit aufgelistet, und findet keine weitere Verwendung.

Wir verwenden die Formel (4), und die oben genannten Werte, und berechnen die Aperturfunktion $g(x)$. Da wir Daten des Gitters 1 verwenden, setzen wir dessen errechnete Gitterkonstante K_1 ein.

Das Ergebnis:

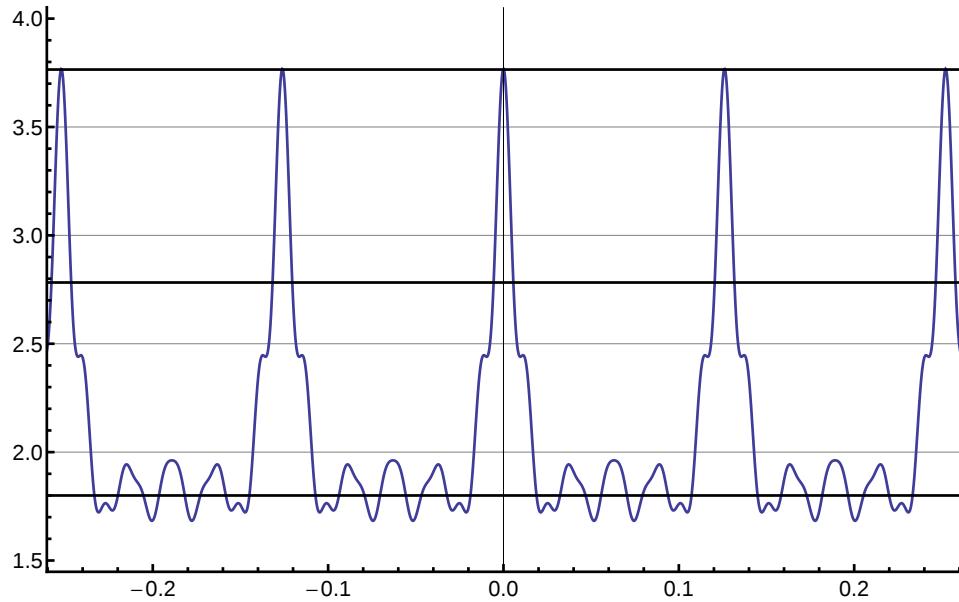


Abbildung 17: Aperturfunktion von Gitter 1

Zum Berechnen des Verhältnisses zwischen Spaltbreite und Gitterkonstante K_1 , bestimmen wir die Breite der Aperturfunktion am halben Maximum (Abstand der Schnittpunkte der mittleren schwarzen Linie). Die Werte:

Nulllage

$$null = 1.8$$

Lage des Maximums

$$max = 3.765$$

Mittellage:

$$mitte = \frac{1.8 + 3.765}{2} = 2.7825$$

Breite:

$$breite = 0.011174$$

Wir erhalten also für das Verhältnis der Breite zur Gitterkonstante:

$$V = \frac{breite}{K_1} = 0.08863$$

mit dem Fehler:

$$S_V = V \cdot \frac{S_{K_1}}{K_1} = 0.00016$$

Als Endergebnis erhalten wir also:

$$V = (0.08863 \pm 0.00016) \quad (36)$$

5.5 Phasengitter

5.5.1 Vergleich mit der Raman-Nath-Theorie

Zunächst wurden aus den Intensitätsverläufen für unterschiedliche Spannungen an der Ultraschallzelle die Intensitäten der Maxima unterschiedlicher Ordnungen in Abhängigkeit von der Spannung ermittelt und aufgetragen. Die Intensitäten und ihre Unsicherheiten wurden dabei analog zu 5.4 ermittelt.

Für die Ordnungen $m = 0$ und $m = 1$ wurden Besselfunktionen der jeweiligen Ordnungen an die Intensitätsverläufe angepasst.

Aus den dabei gewonnenen Umrechnungsfaktoren b_0 und b_1 wird der Mittelwert gebildet und als Umrechnungsfaktor für die Ordnungen $m = 2, 3, 4$ verwendet.

Dieses Vorgehen kommt daher, dass aufgrund der wenigen von 0 verschiedenen Messwerte der letzten drei Datensätze eine Anpassung nicht möglich war.

Die ermittelten Werte lauten:

$$b_0 = 0.162$$

$$b_1 = 0.266$$

$$b = 0.214$$

Die folgenden Schaubilder zeigen die gemessenen Intensitätsverläufe mit den angepassten Besselfunktionen:

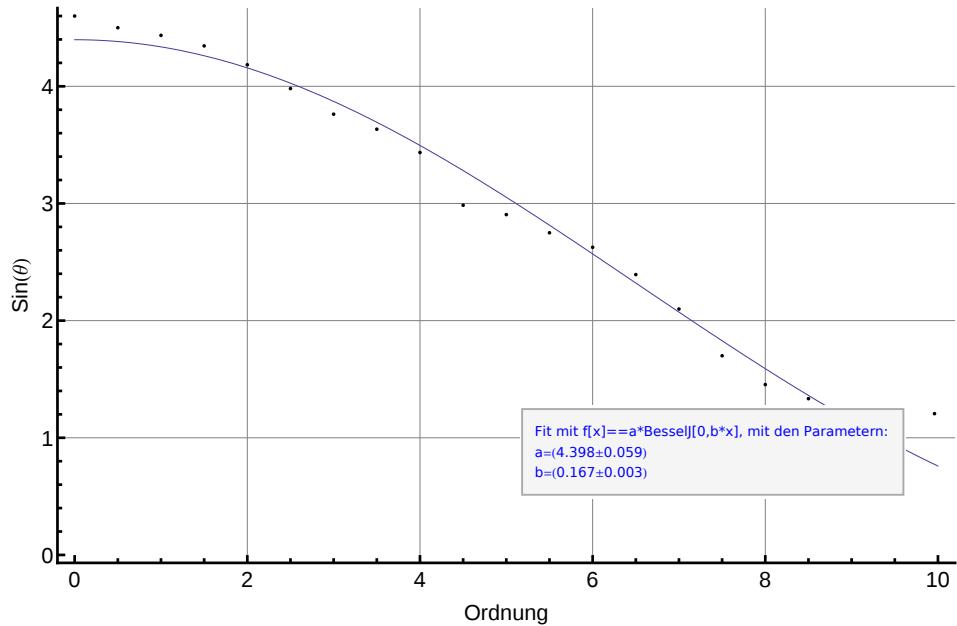


Abbildung 18: Spannungsabhängiger Intensitätsverlauf des Maximums 0. Ordnung

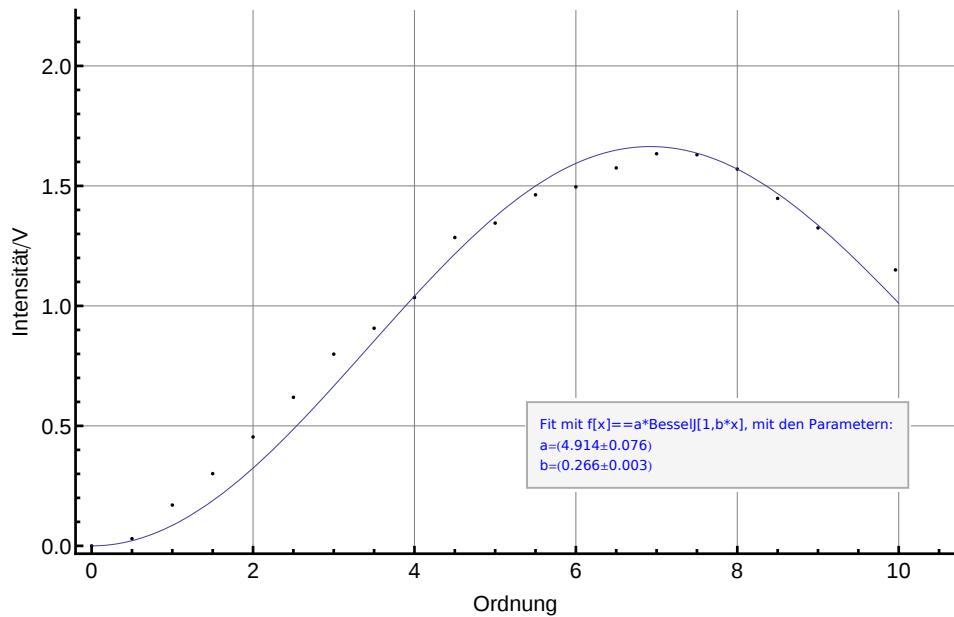


Abbildung 19: Spannungsabhängiger Intensitätsverlauf des Maximums 1. Ordnung

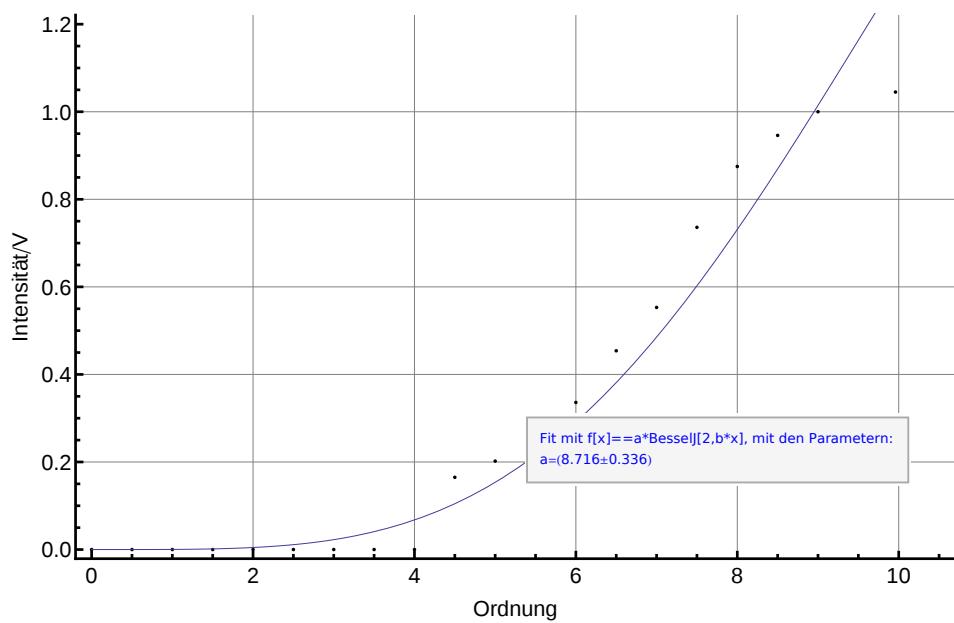


Abbildung 20: Spannungsabhängiger Intensitätsverlauf des Maximums 2. Ordnung

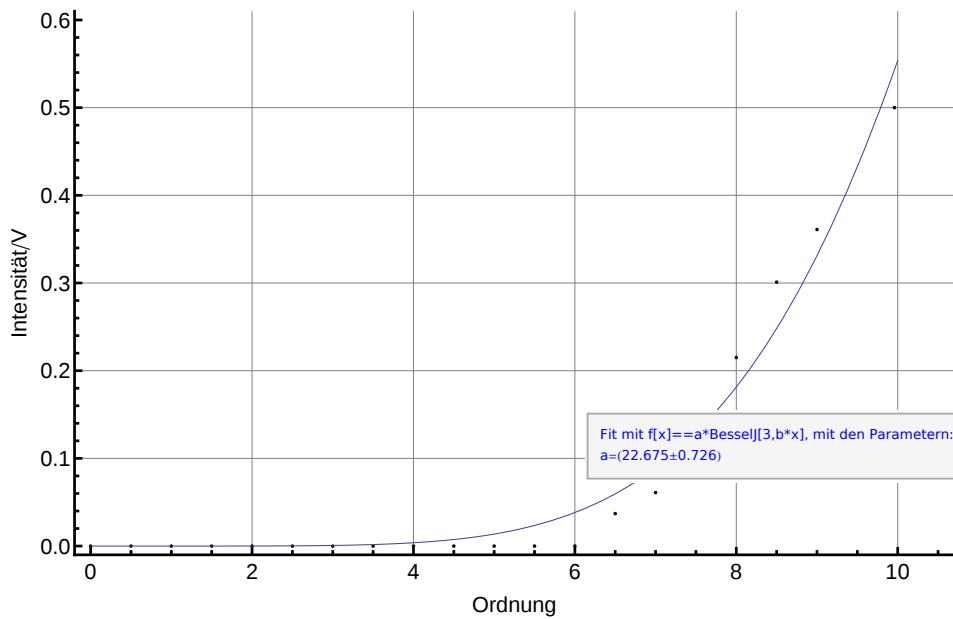


Abbildung 21: Spannungsabhängiger Intensitätsverlauf des Maximums 3. Ordnung

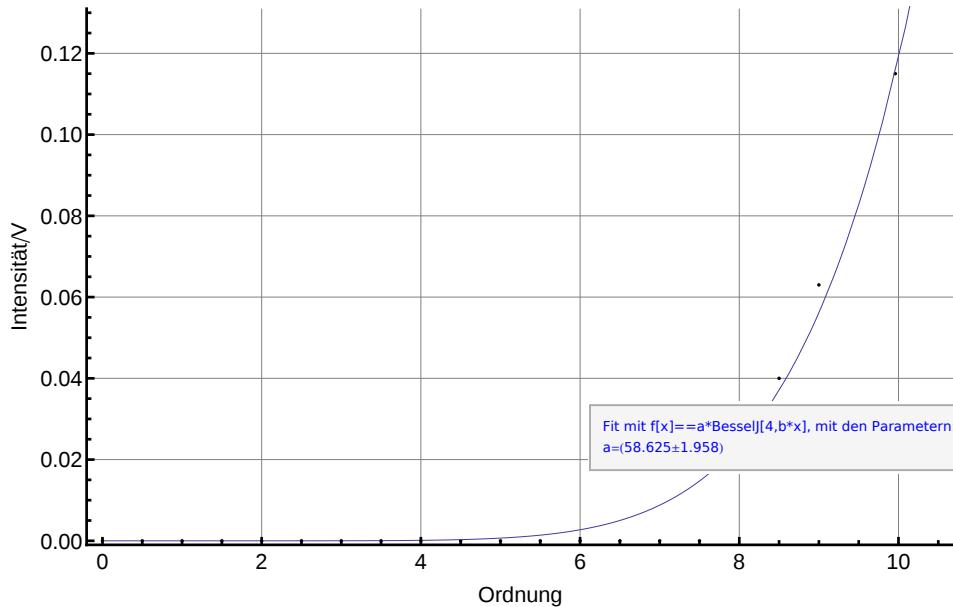


Abbildung 22: Spannungsabhängiger Intensitätsverlauf des Maximums 4. Ordnung

Für die Maxima 0.–2. Ordnung ist die Anpassung gut; für die letzten beiden Schaubilder wurden zu wenige von 0 verschiedene Werte gemessen, um eine ausreichende Anpassung zu erzielen. Insgesamt ist die Übereinstimmung mit der Raman-Nath-Theorie allerdings zufriedenstellend.

5.5.2 Bestimmung der Schallwellenlänge

Wir führen zunächst analog zu 5.2.1 die Zeitkalibrierung durch.

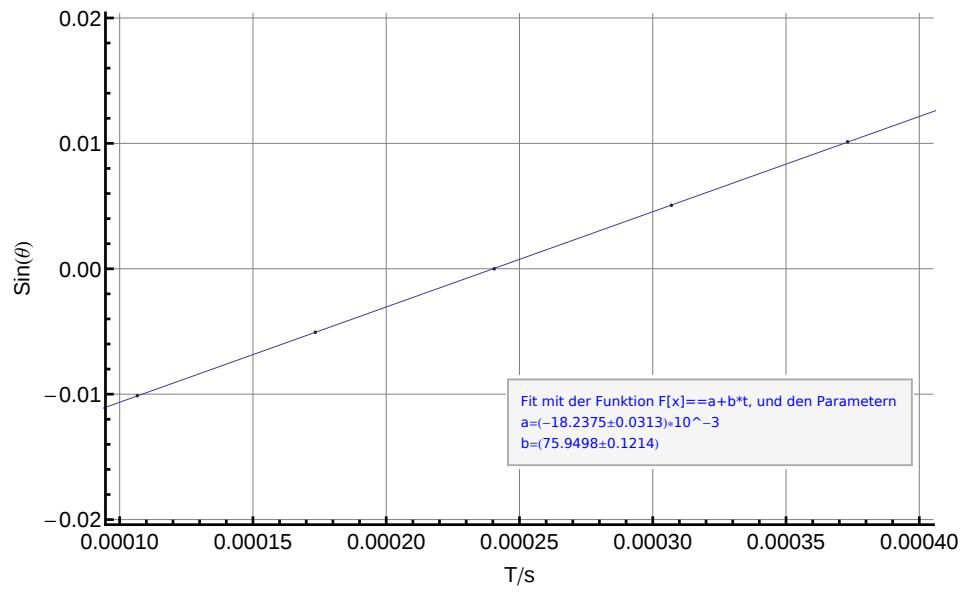


Abbildung 23: Zeitkalibrierung mit Ultraschallzelle

Dabei ergab sich der Zusammenhang:

$$\sin(\theta) = a + b \cdot t$$

mit den Parametern:

$$a = (-18.238 \pm 0.031) \cdot 10^{-3}$$

$$b = (75.95 \pm 0.12) \frac{1}{s}$$

Die daraus berechneten Werte werden erneut über die Ordnung aufgetragen:

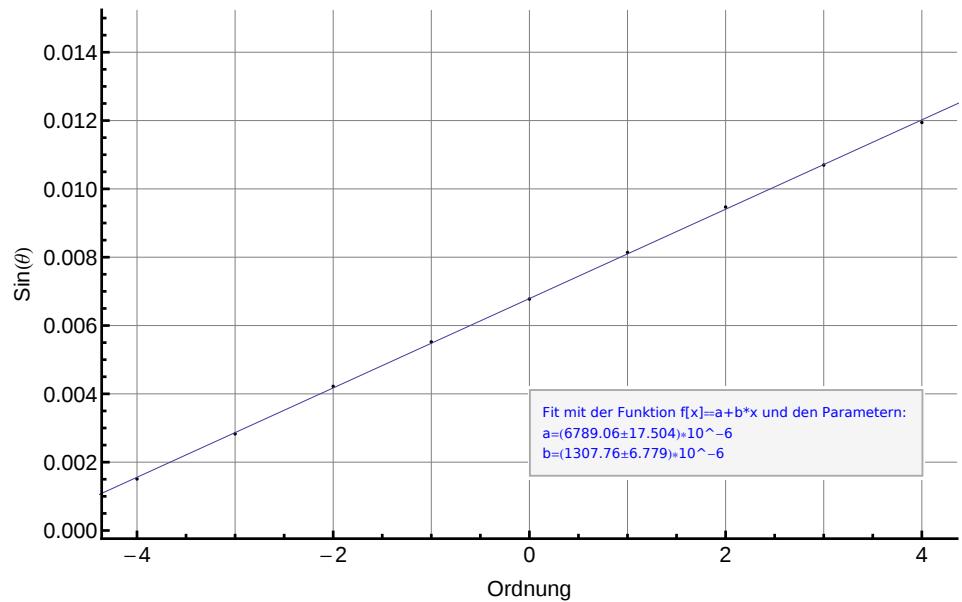


Abbildung 24: Bestimmung der Schallwellenlänge

Daraus erhalten wir

$$b = (1306.8 \pm 6.8) \cdot 10^{-6}$$

Mit der Wellenlänge λ erhalten wir:

$$\Lambda = \frac{\lambda}{b} \quad (37)$$

und

$$S_\Lambda = \lambda \cdot \frac{S_b}{b} \quad (38)$$

mit den Zahlenwerten:

$$\Lambda = (484.2 \pm 2.5) \mu\text{m}. \quad (39)$$

Zum Vergleich berechnen wir aus der gemessenen Frequenz $f = 2200\text{kHz}$ und der bekannten Schallgeschwindigkeit $c = 1111 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ ebenfalls die Wellenlänge:

$$\Lambda = \frac{c}{f} = 505 \mu\text{m} \quad (40)$$

6 Zusammenfassung

- Für das Sinusgitter erhielten wir als Gitterkonstante:

$$K_{\sin} = (10.02 \pm 0.44) \cdot 10^{-4} \text{ mm}$$

- Für die fünf unterschiedlichen Amplitudengitter erhielten wir als Gitterkonstanten und Auflösungsvermögen:

$$K_1 = (126.07 \pm 0.23) \cdot 10^{-3} \text{ mm}$$

$$K_2 = (33.81 \pm 0.16) \cdot 10^{-3} \text{ mm}$$

$$K_3 = (101.24 \pm 0.18) \cdot 10^{-3} \text{ mm}$$

$$K_4 = (101.74 \pm 0.20) \cdot 10^{-3} \text{ mm}$$

$$K_5 = (50.89 \pm 0.05) \cdot 10^{-3} \text{ mm}$$

$$a_1 = (349.00 \pm 87.25)$$

$$a_2 = (473.21 \pm 118.30)$$

$$a_3 = (513.66 \pm 128.41)$$

$$a_4 = (471.81 \pm 117.95)$$

$$a_5 = (831.35 \pm 207.88)$$

- Für Gitter Nummer 1 ermittelten wir aus der Aperturfunktion das Verhältnis zwischen Spaltbreite und Gitterkonstante:

$$V = (0.08863 \pm 0.00016)$$

- Durch unsere Messergebnisse mit dem Phasengitter ließen sich die Erwartungen aus der Raman-Nath-Theorie in akzeptablem Maß verifizieren.
- Für die Wellenlänge des Ultraschalls ermittelten wir den Wert:

$$\Lambda = (484.2 \pm 2.5) \mu\text{m}$$

Die Abweichung vom erwarteten Wert $\Lambda = 505 \mu\text{m}$ lässt sich durch den systematischen Fehler des Oszilloskops erklären, dessen Toleranz durch den Hersteller mit 2% angegeben ist.

6.1 Fazit

Insgesamt konnten in diesem Versuch befriedigende Ergebnisse erzielt werden. Durch die große Ungenauigkeit bei der Bestimmung des ausgeleuchteten Bereichs, sind die Ergebnisse für das Auflösungsvermögen recht ungenau.

Trotzdem entsprachen die Ergebnisse insgesamt den Erwartungen.

7 Anhang

7.1 Daten zu 5.2.1

m	t/s	$\sin(\theta)$
-2	0.00005672	-0.0101248
-1	0.000103	-0.0050624
0	0.0001482	0
1	0.0001934	0.0050624
2	0.0002393	0.0101248

Tabelle 1: Ausgelesene und berechnete Daten zur Zeitkalibrierung

m	t/s	$\sin(\theta)$
-4	0.00005672	0.00628643
-3	0.000103	0.0114292
-2	0.0001482	0.0164519
-1	0.0001934	0.0214747
0	0.0002393	0.0265752
1	0.000283	0.0314313
2	0.0003282	0.0364541
3	0.0003732	0.0414546
4	0.0004192	0.0465662

Tabelle 2: Ausgelesene und berechnete Daten zu Gitter 1

m	t/s	$\sin(\theta)$
-1	0.0002008	0.022297
0	0.0003721	0.0413323
1	0.0005398	0.0599676
2	0.0007063	0.0784696

Tabelle 3: Ausgelesene und berechnete Daten zu Gitter 2

m	t/s	$\sin(\theta)$
-2	0.00005801	0.00642978
-1	0.0001143	0.0126849
0	0.0001718	0.0190744
1	0.0002266	0.025164
2	0.0002826	0.0313869
4	0.0003958	0.043966
5	0.0004521	0.0502222

Tabelle 4: Ausgelesene und berechnete Daten zu Gitter 3

m	t/s	$\sin(\theta)$
-3	0.0002009	0.0223081
-1	0.0003148	0.034965
0	0.0003717	0.0412879
1	0.0004262	0.0473441
3	0.0005375	0.0597121
4	0.0005917	0.0657349
5	0.0006502	0.0722356
6	0.0007051	0.0783363
7	0.0007613	0.0845814
9	0.000875	0.097216

Tabelle 5: Ausgelesene und berechnete Daten zu Gitter 4

m	t/s	$\sin(\theta)$
-1	0.0002577	0.0286199
0	0.0003691	0.040999
1	0.0004823	0.0535781
2	0.0005931	0.0658905
3	0.0007051	0.0783363
4	0.0008172	0.0907931

Tabelle 6: Ausgelesene und berechnete Daten zu Gitter 5

7.2 Daten zu 5.5.1

U/V	Intensität/V
0.00	4.600
0.50	4.500
1.00	4.435
1.50	4.345
2.00	4.184
2.50	3.981
3.00	3.762
3.50	3.634
4.00	3.435
4.50	2.985
5.00	2.905
5.50	2.750
6.00	2.626
6.50	2.393
7.00	2.099
7.50	1.700
8.00	1.454
8.50	1.334
9.00	1.261
9.96	1.206

Tabelle 7: Daten zum Intensitätsverlauf der 0. Ordnung

U/V	Intensität/V
0.00	0.000
0.50	0.030
1.00	0.170
1.50	0.301
2.00	0.454
2.50	0.619
3.00	0.799
3.50	0.907
4.00	1.035
4.50	1.285
5.00	1.345
5.50	1.463
6.00	1.496
6.50	1.575
7.00	1.634
7.50	1.630
8.00	1.570
8.50	1.448
9.00	1.325
9.96	1.150

Tabelle 8: Daten zum Intensitätsverlauf der 1. Ordnung

U/V	Intensität/V
0.00	0.000
0.50	0.000
1.00	0.000
1.50	0.000
2.00	0.000
2.50	0.000
3.00	0.000
3.50	0.000
4.00	0.000
4.50	0.165
5.00	0.202
5.50	0.283
6.00	0.336
6.50	0.454
7.00	0.553
7.50	0.736
8.00	0.875
8.50	0.946
9.00	1.000
9.96	1.045

Tabelle 9: Daten zum Intensitätsverlauf der 2. Ordnung

U/V	Intensität/V
0.00	0.000
0.50	0.000
1.00	0.000
1.50	0.000
2.00	0.000
2.50	0.000
3.00	0.000
3.50	0.000
4.00	0.000
4.50	0.000
5.00	0.000
5.50	0.000
6.00	0.000
6.50	0.037
7.00	0.061
7.50	0.133
8.00	0.215
8.50	0.301
9.00	0.361
9.96	0.500

Tabelle 10: Daten zum Intensitätsverlauf der 3. Ordnung

U/V	Intensität/V
0.00	0.000
0.50	0.000
1.00	0.000
1.50	0.000
2.00	0.000
2.50	0.000
3.00	0.000
3.50	0.000
4.00	0.000
4.50	0.000
5.00	0.000
5.50	0.000
6.00	0.000
6.50	0.000
7.00	0.000
7.50	0.000
8.00	0.020
8.50	0.040
9.00	0.063
9.96	0.115

Tabelle 11: Daten zum Intensitätsverlauf der 4. Ordnung

m	t/s	$\sin(\theta)$
-2	0.00010663	-0.0101248
-1	0.0001734	-0.0050624
0	0.0002405	0
1	0.000307	0.0050624
2	0.0003731	0.0101248

Tabelle 12: Daten der Zeitkalibrierung mit Ultraschallzelle

m	t/s	$\sin(\theta)$
-4	0.00002011	0.00150911
-3	0.00003748	0.00282836
-2	0.00005579	0.004219
-1	0.00007292	0.00552003
0	0.00008946	0.00677624
1	0.0001074	0.00813878
2	0.0001249	0.0094679
3	0.0001411	0.0106983
4	0.0001575	0.0119439

Tabelle 13: Daten zu Berechnung der Wellenlänge

Literatur

[VerA] M.Köhli "*Ultraschall*". Versuchsanleitung, Universität Freiburg, April 2011

[Dem] W.Demtröder "*Experimentalphysik 3*". Springer, Auflage 4, 2010