



ALBERT-LUDWIGS-UNIVERSITÄT FREIBURG

PHYSIKALISCHES FORTGESCHRITTENEN-PRAKTIKUM I

Ultraschall

Studenten:

Daniel UHL

&

Jan Péter SZABADOS

Tutor:

Raphael KATZY

20. Oktober 2014

Inhaltsverzeichnis

1	Aufgabenstellung	1
2	Theoretische Grundlagen	2
2.1	Schematischer Aufbau	2
2.2	Aperturfunktion und Intensitätsverteilung	2
2.3	Einzelspalt	2
2.4	Gitter mit N Linien (bzw. Spalten)	3
2.4.1	Auflösungsvermögen	4
2.5	Phasengitter	4
2.5.1	Raman-Nath-Theorie	4
3	Auswertung	5
3.1	Aufgabe 1: Bestimmung der Gitterkonstante des Sinusgitters	5
3.2	Aufgabe 2: Gitterkonstante und Auflösungsvermögen der fünf Gitter.	5
3.3	Aufgabe 3: Berechnung der Aperturfunktion aus den ermittelten Intensitäten . .	7
3.4	Aufgabe 4: Verhältnis der Spaltbreite zur Gitterkonstante	9
3.5	Aufgabe 5: Phasengitter und Raman-Nath-Theorie	9
3.5.1	Bestimmung der Schallwellenlänge	13
4	Zusammenfassung	15
4.1	Aufgabe 1	15
4.2	Aufgabe 2	15
4.3	Aufgabe 3 und 4	15
4.4	Aufgabe 5	15

1 Aufgabenstellung

1. Bestimmung der Gitterkonstanten aus dem räumlichen Abstand der 1. Beugungsordnungen von der 0. Ordnung.
2. Vermessung von 5 unterschiedlichen Amplitudengittern: Bestimmung ihrer Gitterkonstanten und ihres Auflösungsvermögens bei voller Ausleuchtung.
3. Bestimmung der Aperturfunktion für Gitter Nr. 1 aus den gemessenen Intensitäten der unterschiedlichen Beugungsordnungen und Auftragen einer Periode der so bestimmten Funktion.
4. Bestimmung des Verhältnisses von Spaltbreite zu Gitterkonstante mithilfe der Aperturfunktion.
5.
 - (a) Vermessung der Intensitätsverteilung der entstehenden Beugungsfigur eines Ultraschall-Phasengitters in Abhängigkeit von der am Quarz anliegenden Spannung.
 - (b) Vergleich der erhaltenen Ergebnisse mit der Raman-Nath-Theorie.
 - (c) Bestimmung der Wellenlänge von Schall in Isooktan durch Messung unterschiedlicher Beugungsordnungen. Vergleich mit dem theoretischen Wert.

2 Theoretische Grundlagen

2.1 Schematischer Aufbau

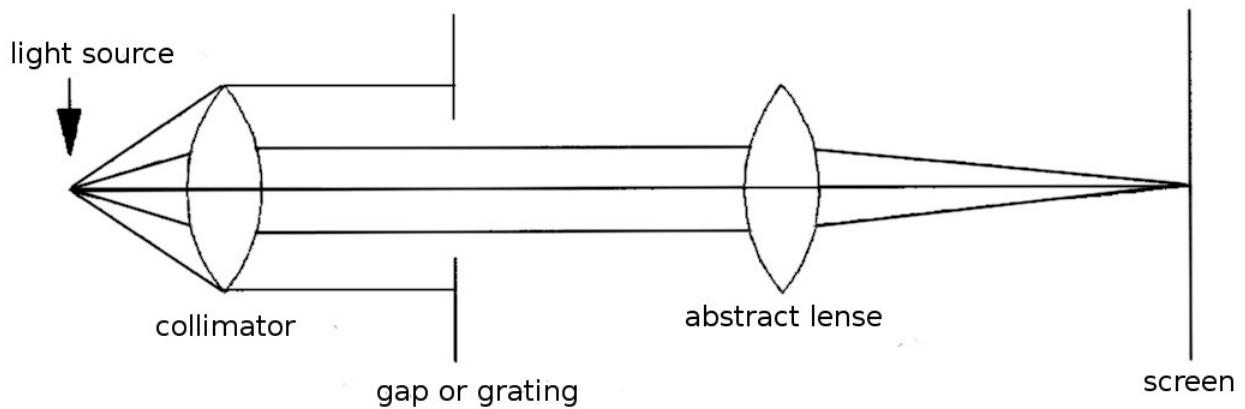


Abbildung 1: Fraunhofersche Anordnung, Quelle: [ver]

Beim Einfall einer Lichtwelle auf einen hinreichend engen Spalt (bzw. ein anderes geeignetes Hindernis) kann man auf einem Schirm hinter dem Spalt ein Beugungsbild beobachten. Im Wesentlichen liefert das Huygenssche Prinzip eine gute Vorstellung: Jeder Punkt des Spaltes lässt sich als Erregerzentrum einer Elementarwelle verstehen. Diese breitet sich in alle Richtungen aus, sodass es zwischen den einzelnen Lichtwellen zu konstruktiver bzw. destruktiver Interferenz kommt.

In dem von uns behandelten Sonderfall der Fraunhofer-Beugung fällt eine ebene Lichtwelle (ein paralleles Strahlenbündel) senkrecht auf ein Hindernis. Die Lichtwelle verlässt das Hindernis wieder eben, weshalb sie in unendlicher Entfernung beobachtet werden müsste. Aus diesem Grund benutzt man eine Sammellinse, welche das entstandene Bild in endlicher Entfernung fokussiert.

2.2 Aperturfunktion und Intensitätsverteilung

Die Eigenschaften eines Beugungshindernisses werden durch die zugeordnete Aperturfunktion g beschrieben. Dessen Werte können von 0 (0 % Transmission) bis 1 (100 % Transmission) gehen. Verwendet man die Fresnel-Kirchhoffsche Integralformel, so kann man zeigen, dass sich die Intensitätsverteilung I des Beugungsbildes auf dem Schirm durch die Fouriertransformierte der Aperturfunktion ergibt:

$$I = |y|^2(\vec{x}) = \left| \int_{\text{Blende}} g(\vec{k}) \cdot e^{i\vec{k} \cdot \vec{x}} d\vec{k} \right|^2$$

Da es sich hierbei um eine symmetrische Beziehung handelt, ist die Aperturfunktion g die Fouriertransformierte der Intensitätsverteilung I .

2.3 Einzelspalt

Ein Einzelspalt der Länge l und der Breite b (wobei $l \ll b$) hat die Aperturfunktion die Form

$$g(x) = \begin{cases} 1, & \text{falls } |x| \leq b/2 \\ 0, & \text{sonst.} \end{cases}$$

Für die Amplitude der Lichtwellenfunktion $\Psi(\theta)$ gilt in Abhängigkeit von dem vom Spalt aus gemessenen Beugungswinkel θ :

$$\Psi(\theta) \sim \int_{-b/2}^{b/2} e^{ikx \cdot \sin(\theta)} dx = \frac{\sin(kb \sin(\theta/2))}{kb \sin(\theta)}$$

Messbar ist allerdings nur die Intensitätsverteilung $I \sim \Psi^2$:

$$\Psi^2(\theta) \sim \left(\frac{\sin(\beta(\theta))}{\beta(\theta)} \right)^2,$$

wobei $\beta(\theta) = kb \cdot \sin(\theta)/2$

2.4 Gitter mit N Linien (bzw. Spalten)

Betrachtet man statt eines Einzelspaltess zahlreiche Spalte, deren Mitten jeweils im Abstand K (Gitterkonstante) angeordnet sind, so erhält man als Aperturfunktion:

$$g(x) = \begin{cases} 1, & \text{falls } jk \leq x \leq jk + b, \text{ wobei } j = 0, \dots, N-1 \\ 0, & \text{sonst} \end{cases}$$

Hieraus folgt für $\Psi(\theta)$ und $I(\theta)$:

$$\Psi(\theta) = \sum_{j=0}^{N-1} \int_0^{jk+b} e^{ikx \cdot \sin(\theta)} dx$$

$$\Rightarrow I(\theta) = \Psi^2(\theta) \sim \left(\frac{\sin(\beta(\theta))}{\beta(\theta)} \right)^2 \cdot \left(\frac{\sin(N\gamma(\theta))}{N \cdot \sin(\gamma(\theta))} \right)^2$$

Der erste Faktor mit $\beta(\theta) = \frac{kb \sin(\theta)}{2}$, welche aus der Beugung an einem Einzelspalt kommt, stellt eine Einhüllende der Beugungsmaxima dar, deren Position durch den zweiten Faktor bestimmt wird.

Berechnet man die Aperturfunktion als die Fouriertransformierte der Intensitätsverteilung und benutzt eine Fourierreihe als Näherung, so erhält man

$$g(x) = \sum_{j=0}^{\infty} \pm \sqrt{I_j} \cdot \cos\left(\frac{x}{K} \cdot 2\pi j\right).$$

Dabei steht I_j für die Peakamplituden im Beugungsbild.

Für ein Sinusgitter (ein Gitter mit sinusförmiger Aperturfunktion) ist das Ergebnis einfacher:

$$g(x) = \sqrt{I_0} + \sqrt{I_1} \cos\left(\frac{x}{K} \cdot 2\pi\right).$$

Dies bedeutet, dass nur Maxima 1. Ordnung entstehen.

Die Ordnung der Beugungsmaxima $|m|$ und der Beugungswinkel θ können durch folgende Formel verbunden werden:

$$m\lambda = K \sin(\theta).$$

2.4.1 Auflösungsvermögen

Das Auflösungsvermögen eines Gitters ist gegeben durch

$$a = \frac{\lambda}{\Delta\lambda},$$

wobei λ die Wellenlänge des Lichts und $\Delta\lambda$ den minimalen Wellenlängenabstand zweier monochromatischer Wellen angibt, bei dem deren Beugungsmaxima noch räumlich getrennt werden können. Mithilfe der Formel für die Intensitätsverteilung folgt:

$$a = N \cdot m,$$

wobei N die Anzahl der voll ausgeleuchteten Spalte und m die Nummer der dabei beobachtbaren Beugungsmaxima angibt.

2.5 Phasengitter

Bei den bisher diskutierten Gittern handelt es sich um Amplitudengitter: Diese haben denselben Brechungsindex für alle Linien und modulieren nur die Amplituden der gebeugten Lichtwellen. Nun diskutieren wir sogenannte Phasengitter, welche für alle Linien einen unterschiedlichen Brechungsindex mit konstanter Transmission aufweisen. In diesem Experiment stellt eine laufende Ultraschallwelle in Isooktan ein solches Gitter dar: Diese wird durch einen in Isooktan schwingenden Quarzkristall erzeugt. Die Ultraschallwelle entspricht einer periodischen Dichteschwankung, welche wiederum entlang der Wellenausbreitungsrichtung einer periodischen Brechungsindexvariation entspricht. Aus diesem Grund erfährt das einfallende Licht unterschiedliche optische Weglängen und daraus resultierend Phasendifferenzen.

In einem schalldurchsetzten Medium mit der Schallwellenlänge Λ ist der Brechungsindex gegeben durch

$$n(x) = n_0 + \Delta n \sin\left(\frac{2\pi \cdot x}{\Lambda}\right).$$

Da die Schallintensität S proportional zur an der Ultraschallzelle anliegenden Spannung ist und außerdem

$$\frac{\Delta n}{n - 1} = \frac{\Delta \rho}{\rho_0}$$

(wobei ρ_0 für die Dichte des Mediums ohne Schallwelle steht), sowie $S \propto (\Delta \rho / (\rho))^2$ gilt, ist

$$\Delta n \propto \sqrt{S}$$

$$\Leftrightarrow \Delta n \propto U.$$

Durch die Änderung der angelegten Spannung kann also der Brechungsindex variiert werden.

2.5.1 Raman-Nath-Theorie

Die Raman-Nath-Theorie liefert Aussagen über die Position der Intensitätsmaxima bei Beugung. Für den Winkel θ , unter dem das Maximum m -ter Ordnung vom Gitter aus gesehen wird, liefert sie

$$\sin(\theta) = \pm m \cdot \frac{\lambda}{\Lambda}.$$

Für das Intensitätsmaximum m -ter Ordnung erhält man mithilfe der Bessel-Funktionen J der Ordnung m folgenden Zusammenhang:

$$I_m = J_m^2\left(\Delta n \cdot D \frac{2\pi}{\lambda}\right) = J_m^2(\propto U).$$

Dabei steht D für die Dicke des schalldurchsetzten Mediums.

3 Durchführung

3.1 Versuchsaufbau

Der Aufbau wird in der nachfolgenden Grafik illustriert.

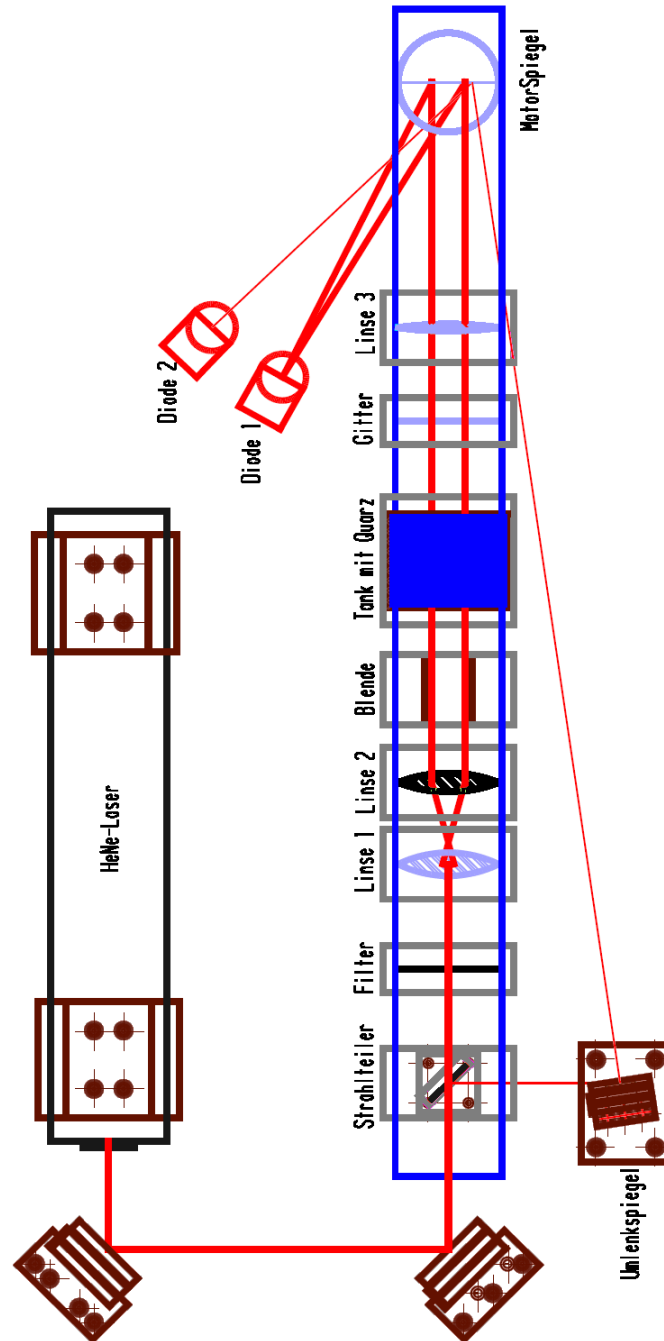


Abbildung 2: Aufbau zum Versuch. Quelle: [ver]

3.2 Erklärung zur Messanordnung

Das Licht des HeNe-Lasers wird an einem Strahlteiler geteilt, wobei der abgelenkte Strahl auf einen Umlenkspiegel geleitet wird, welcher diesen direkt auf den Drehspiegel mit Motor leitet. Von dort aus wird der Strahl auf die Diode 2 eingestellt, welche so das Trigger-Signal angibt. Der Strahl, welcher den Strahlteiler ohne Ablenkung passiert wird durch eine Anordnung von zwei Linsen, deren Abstand genau der Summe ihrer Brennweiten entspricht, aufgeweitet. Mit der Blende kann die Beleuchtung der 'Gitter' kontrolliert werden. Auf die Blenden folgen die Gitter bzw. der Tank mit dem Isooktan. Durch die dritte Linse nach dem Gitter wird der Strahl auf die Diode fokussiert. Durch den Spiegel mit dem Motor kann das räumliche Interferenzmuster als eine zeitliche Intensitätsverteilung am Oszilloskop dargestellt werden.

3.3 Messmethoden

Aufgabe 1

Für die Messung mit dem Sinusgitter wird der Laserstrahl ohne Aufweitung und ohne Kollimation direkt auf das Sinusgitter gerichtet. Auf einem Schirm hinter dem Gitter wird der Abstand vom nullten zu den ersten Maxima direkt vermessen.

Aufgabe 2

Hier wird der oben beschriebene Aufbau verwendet. Es muss darauf geachtet werden, dass das Strahlenbündel parallel verläuft und senkrecht auf das Gitter trifft. Es werden hier nur die Gitter benutzt und nicht die Ultraschallzelle. Damit Diode 1 nicht auch noch das Trigger-Signal erfasst werden die beiden Strahlen in der Höhe schoben. Die Dioden werden in der Höhe ihrem Strahl angepasst. Es genügt den Verstärker auf eine 10-fache Verstärkung zu betreiben. Zunächst wird die Zeitachse am Oszilloskop mit einem Eichgitter, hier ein PHYWE -Gitter, geeicht werden. Nun werden für alle Beugungsordnungen die am Oszilloskop zeitlichen Abstände der Maxima vom Hauptmaxima bestimmt.

Aufgabe 3

Für die Bestimmung der Aperturfunktion wird das Gitter mit der größten Anzahl an sichtbaren Beugungsordnungen benutzt.

Aufgabe 4

Hierfür muss keine Messung vorgenommen werden.

Aufgabe 5

Die Ultraschallzelle wird nun in den Aufbau integriert und an den Generator angeschlossen. Es wird zunächst bei 0V eine Frequenz bestimmt, bei der eine maximale erzielbare Anzahl an Maxima angezeigt wird und das Signal möglichst stabil ist. Diese Frequenz muss für alle Messungen in diesem Versuchsteil konstant bleiben.

Es werden für zehn verschiedene Spannungen Beugungsbilder an der Ultraschallzelle aufgenommen. Um eine Normierung vorzunehmen wird zusätzlich noch die Intensität des Strahls bei einer Spannung von 0V aufgenommen.

4 Auswertung

4.1 Aufgabe 1: Bestimmung der Gitterkonstante des Sinusgitters

In diesem Teil des Experiments bestimmten wir den Abstand der Beugungsmaxima 1. Ordnung von dem 0. Ordnung. Unsere Messungen ergaben:

$$x_{links} = 4,45cm$$

$$x_{rechts} = 4,5cm$$

mit einem Fehler von $s_x = s_{x_{links}} = s_{x_{rechts}} = 0,2cm$. Die Messungenauigkeit kam dadurch zustande, dass die Punkte eine räumliche Ausdehnung hatten und die exakte Position ihrer Mitte schwer zu bestimmen war. Dies erklärt auch den kleinen Unterschied der beiden Werte, welche jedoch - wie erwartet - im Rahmen der Messungenauigkeit übereinstimmen. Um ein möglichst genaues Ergebnis zu erhalten, berechneten wir den Mittelwert zu

$$\bar{x} = \frac{x_{links} + x_{rechts}}{2} = 4,475cm.$$

Der Fehler berechnete sich zu

$$s_{\bar{x}} = \frac{1}{2} \cdot \sqrt{(s_{x_{links}}^2 + s_{x_{rechts}}^2)} = \frac{s_x}{\sqrt{2}} = 0,14cm$$

Den Abstand zwischen Gitter und Schirm vermaßen wir zu $a = (5,6 \pm 0,2)cm$. Mit der bekannten Formel

$$\sin(\theta) = \frac{m\lambda}{K},$$

der Beziehung

$$\sin(\theta) = \frac{\bar{x}}{\sqrt{\bar{x}^2 + a^2}}$$

und den bekannten Größen $\lambda = 632,8nm$ und $m = 1$ erhielten wir:

$$K = \frac{m\lambda}{\sin(\theta)} = \frac{\lambda \cdot \sqrt{\bar{x}^2 + a^2}}{\bar{x}} = 1,014 \cdot 10^{-6}m.$$

Der Fehler auf diese Größe berechnete sich zu

$$s_K = \sqrt{\left(\frac{\partial K}{\partial \bar{x}}\right)^2 \cdot s_{\bar{x}}^2 + \left(\frac{\partial K}{\partial a}\right)^2 \cdot s_a^2} = \frac{a\lambda s_{\bar{x}}}{\bar{x}^2 \cdot \sqrt{\bar{x}^2 + a^2}} \cdot \sqrt{a^2 + 2\bar{x}^2} = 2,95 \cdot 10^{-8}m,$$

Insgesamt erhielten wir für die Gitterkonstante des Sinusgitters also $K = (1,01 \pm 0,03) \cdot 10^{-6}m$.

4.2 Aufgabe 2: Gitterkonstante und Auflösungsvermögen der fünf Gitter.

Bei der Bestimmung der Gitterkonstanten der fünf Amplitudengitter muss zuerst eine Eichung der Zeitachse vorgenommen werden. Hierfür wird ein Referenzgitter mit bekannter Gitterkonstante benutzt. Hier war dies ein Gitter mit der Gitterkonstante $K_{08534} = 1,25 \cdot 10^{-4}m$. Dadurch lassen sich mit den bekannten Zusammenhängen die Werte von $\sin \theta$ zu den verschiedenen Ordnungen m berechnen. Dazu trägt man eben diese $\sin \theta$ gegen die von uns gemessenen Zeitwerte auf. Aus dem so entstehenden linearen Zusammenhang $\sin \theta = at + b$ werden durch eine Geradenanpassung die Werte für a und b bestimmt.

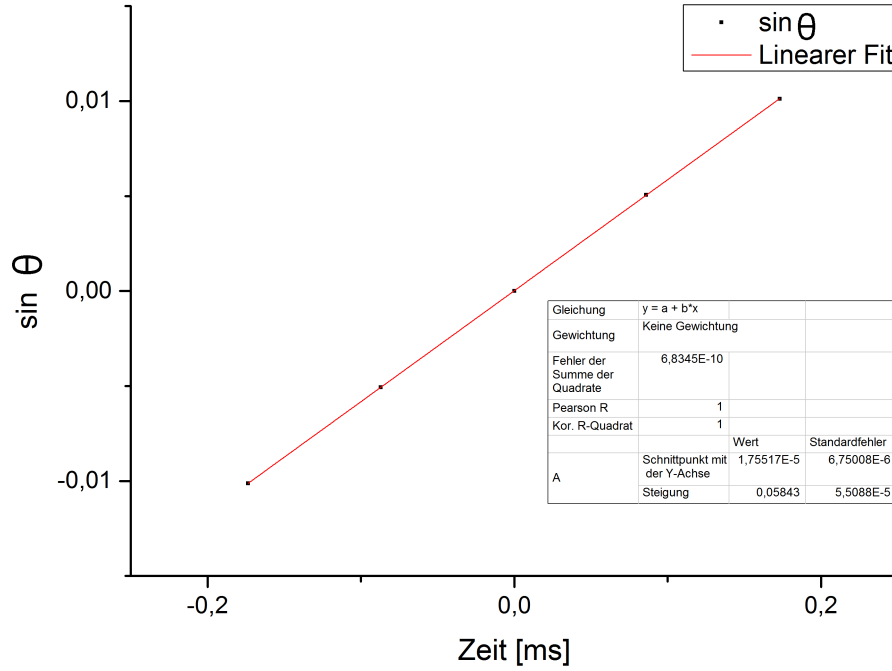


Abbildung 3: Eichung der Zeitachse.

Aus diesem Fit erhalten wir somit die Werte:

$$a = (58.43 \pm 0.05) \frac{1}{s},$$

$$b = (1.8 \pm 0.7) \cdot 10^{-5}.$$

Mit diesen Werten können nun die Gitterkonstanten der fünf Gitter bestimmt werden. Aus den theoretischen Grundlagen folgt

$$K = \frac{m\lambda}{at + b}$$

mit einem Fehler

$$s_K = \sqrt{\left(\frac{\partial K}{\partial a} \cdot s_a\right)^2 + \left(\frac{\partial K}{\partial b} \cdot s_b\right)^2 + \left(\frac{\partial K}{\partial t} \cdot s_t\right)^2}$$

$$= \left| \frac{m\lambda}{(at + b)^2} \right| \sqrt{(a \cdot s_t)^2 + (t \cdot s_a)^2 + s_b^2}$$

Mit unseren Messungen bekommen wir nun $2m$ Werte für K . Aus diesen wurde das gewichtete Mittel berechnet, dadurch erhielten wir für die Gitterkonstanten K_i die Werte:

Gitter 1: $K_1 = (127 \pm 1) \mu m$

Gitter 2: $K_2 = (33.8 \pm 0.7) \mu m$

Gitter 3: $K_3 = (101.2 \pm 1.5) \mu m$

Gitter 4: $K_4 = (101.2 \pm 1.5) \mu m$

Gitter 5: $K_5 = (50.8 \pm 0.9) \mu m$.

Zur Überprüfung wurde noch das zweite Referenzgitter mit bekannter Gitterkonstante $K_{08540} = 100 \mu m$ vermessen. Bei diesem erhielten wir eine durch die Messung berechnete Gitterkonstante von $K_{08540,M} = (100 \pm 37) \mu m$.

Mit den oben bestimmten Gitterkonstanten wird jetzt noch das Auflösungsvermögen der Gitter bestimmt. Hierbei gilt:

$$a = Nm = \frac{d}{K}m, \quad \text{mit } N = \frac{d}{K}$$

$$s_a = a \cdot \sqrt{\left(\frac{s_K^2}{K^2}\right)^2 + \left(\frac{s_d^2}{d^2}\right)^2}$$

Wie man im Anhang sehen kann beträgt der Durchmesser des Strahls $d = (3.5 \pm 0.5)mm$. m steht hier für die höchste sichtbare Ordnung.

Somit erhält man folgende Auflösungsvermögen:

$$\begin{aligned} \text{Gitter 1: } a_1 &= 137 \pm 20 \\ \text{Gitter 2: } a_2 &= 104 \pm 15 \\ \text{Gitter 3: } a_3 &= 173 \pm 25 \\ \text{Gitter 4: } a_4 &= 173 \pm 25 \\ \text{Gitter 5: } a_5 &= 138 \pm 20 \end{aligned}$$

4.3 Aufgabe 3: Berechnung der Aperturfunktion aus den ermittelten Intensitäten

Zur Berechnung der Aperturfunktion wird wie beschreiben die Fourierreihe als Näherung benutzt

$$g(x) = \sum_{j=0}^{\infty} \pm \sqrt{I_j} \cdot \cos\left(\frac{x}{K} \cdot 2\pi j\right).$$

Mit den Werten für die Intensitäten der einzelnen Maxima kann diese approximiert werden.

$$I_0 = 1.60788V$$

$$I_1 = 8.3115 \cdot 10^{-2}V$$

$$I_2 = 5.9515 \cdot 10^{-2}V$$

$$I_3 = 3.79125 \cdot 10^{-2}V$$

$$I_4 = 1.3515 \cdot 10^{-2}V$$

$$I_5 = 7.515 \cdot 10^{-3}V$$

Bei den Intensitäten welche doppelt vorhanden sind wurde der Mittelwert berechnet. Der Fehler aus den Mittelwerten berechnet sich aus $s_I = \frac{s_{Imess}}{\sqrt{2}}$, wobei s_{Imess} der Fehler der Einzelmessung ist.

Hieraus ergibt sich somit folgendes Diagramm:

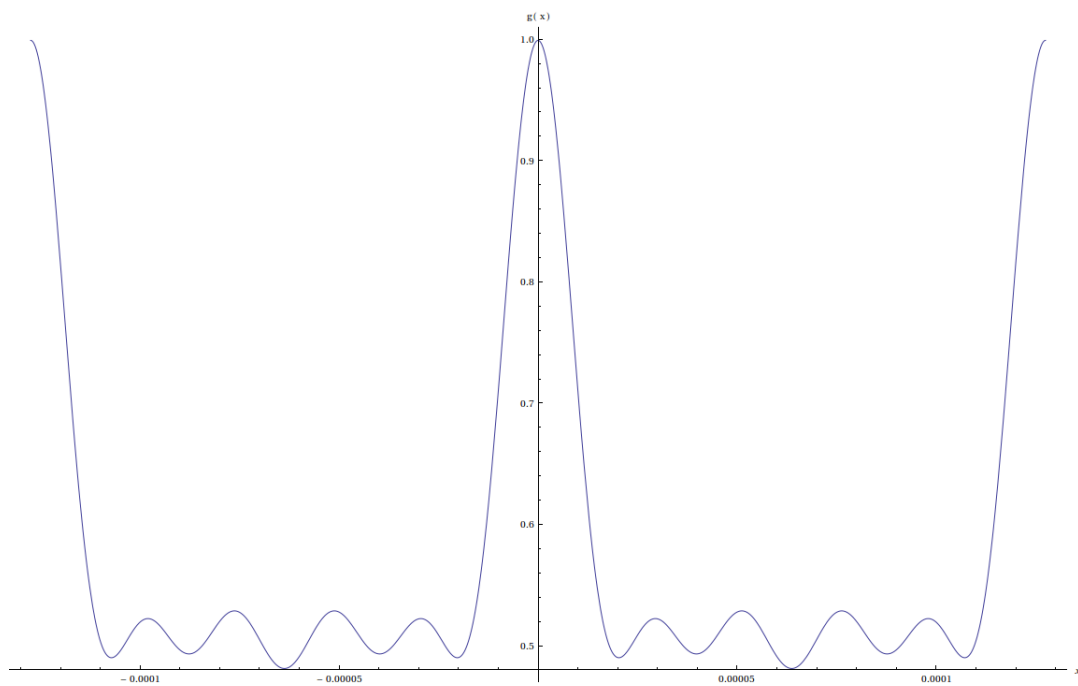


Abbildung 4: Zwei Perioden unserer approximierten Aperturfunktion.

4.4 Aufgabe 4: Verhältnis der Spaltbreite zur Gitterkonstante

Aus der oben bestimmten Aperturfunktion kann nun das Verhältnis der Spaltbreite zur Gitterkonstante bestimmt werden. Dazu wird die Spaltbreite w aus der Breite des halben Maximums der Aperturfunktion numerisch bestimmt. Den Spaltabstand d erhält man mit der Gitterkonstante durch $d = K - w$. Somit lässt sich das Verhältnis $v = \frac{w}{d}$ berechnen, wobei hier für den Fehler $s_v = v \frac{s_d}{d}$ gilt. Somit erhalten wir ein Verhältnis von:

$$v = ** \pm **.$$

4.5 Aufgabe 5: Phasengitter und Raman-Nath-Theorie

In diesem Teil der Messung ersetzen wir die Gitter durch einen mit Isooktan gefüllten Tank. Nun wurden Beugungsbilder für unterschiedliche angelegte Spannungen vermessen.

Die Raman-Nath-Theorie sagt aus, dass die Intensität des m -ten Maximums I_m sich wie die quadratische Bessel-Funktion m -ter Ordnung J_m^2 verhält, wie im Kapitel 'Theoretische Grundlagen' bereits diskutiert. Da die Intensitäten auf $I_0(0) = J_0(0)^2 = 1$ normiert werden mussten, berechneten wir sie wie folgt:

$$I_m = \frac{I_{links} + I_{rechts}}{2I_0},$$

wobei I_{links} für die Intensität der m -ten Ordnung links der 0. Ordnung und I_b für dieselbe Ordnung rechts davon steht. Indem wir die Summe dieser Werte durch 2 teilen, wird ein Mittelwert gebildet. Die Normierung erfolgt, indem durch das Maximum der 0. Ordnung bei einer anliegenden Spannung von $U = 0V$, I_0 , geteilt wird. Der Fehler wird mithilfe der Gauss'schen Fehlerfortpflanzung und $s_{I_{links, rechts, 0}} = 0,03 \cdot I_{links, rechts, 0}$ (Quelle: [ham]) folgendermaßen berechnet:

$$s_{I_m} = \frac{0,03}{\sqrt{2}I_0} \cdot \sqrt{I_{max}^2 + I_{min}^2 - I_{max} \cdot I_{min}}.$$

Als Fehler für die Generatorspannung nahmen wir $s_U = 0,02V$ an, da sich diese während der Aufnahme einer Messreihe teilweise um diesen Wert änderte.

Die Schaubilder mit den gefitteten Besselfunktionen sind nachfolgend zu sehen. Die gemessenen Werte sind im Anhang zu finden:

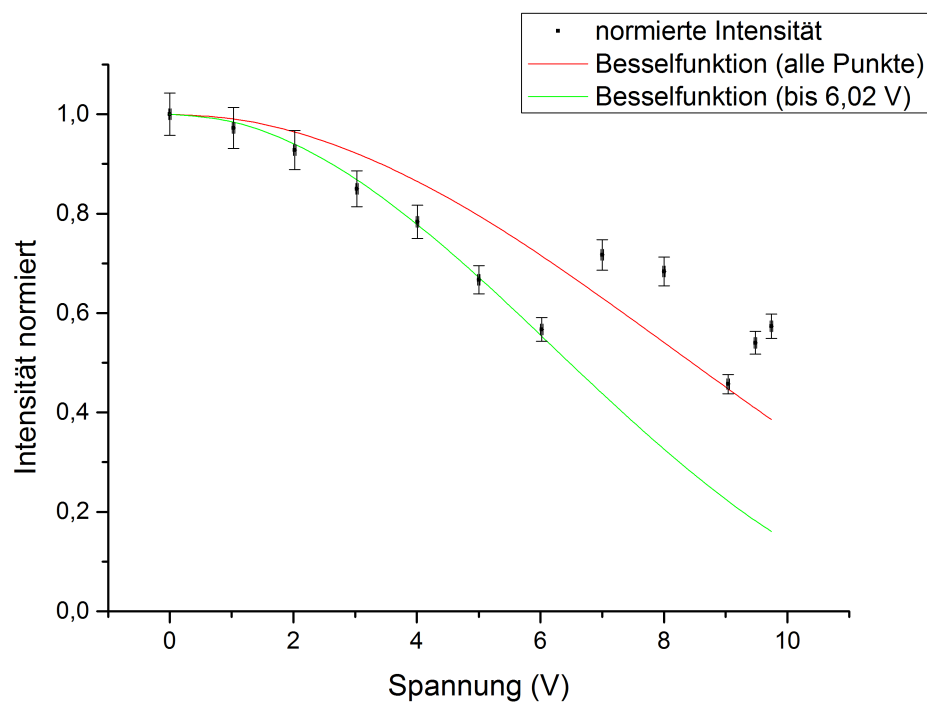


Abbildung 5: Vergleich 0. Beugungsordnung mit J_0^2

Wir verwendeten nicht die Methode, nach welcher der x-Wert des ersten Minimums der Besselfunktion $J_0(x)^2$ durch den x-Wert des Minimums der Intensität geteilt werden soll, um einen Umrechnungsfaktor zu bestimmen, da das Minimum der Besselfunktion bei 0 liegt und dieser Wert in unserem Verlauf bei den angelegten Spannungen nicht erreicht wird. Stattdessen fitteten wir eine quadratische Besselfunktion 0. Ordnung an unsere Punkte. Es ist gut zu sehen, dass für die ersten 7 Punkte (bis 6,02V) ein solcher Fit die gemessenen Punkte sehr gut beschreibt, die Theorie also bestätigt werden kann. Nimmt man nun aber auch die restlichen Werte hinzu, so sind Diskrepanzen zwischen dem theoretischen Verlauf und den tatsächlich vermessenen Werten zu beobachten. Dies kann an einer Erwärmung des Isooktans liegen, welches, da wir die Messreihe zweimal aufnahmen, da im ersten Durchlauf manche Maxima nicht gut sichtbar waren, und in dieser Messreihe für jede Ordnung ein eigenes Bild erstellten, sehr lange einer angelegten Spannung ausgesetzt war. Da die Werte ab 7,00V als letzte aufgenommen wurden, ist bei diesen der Effekt am größten. Betrachtet man aber die große Abweichung von dem theoretischen Verlauf, welcher die ersten 7 Punkte beschreibt, so wird die Vermutung nahegelegt, dass hierbei das Problem vielmehr bei den während der Messung beobachteten Schwankungen des Beugungsbildes bestand. Bei kleinen Modifizierungen der anliegenden Frequenz änderte sich das entstehende Bild teilweise drastisch.

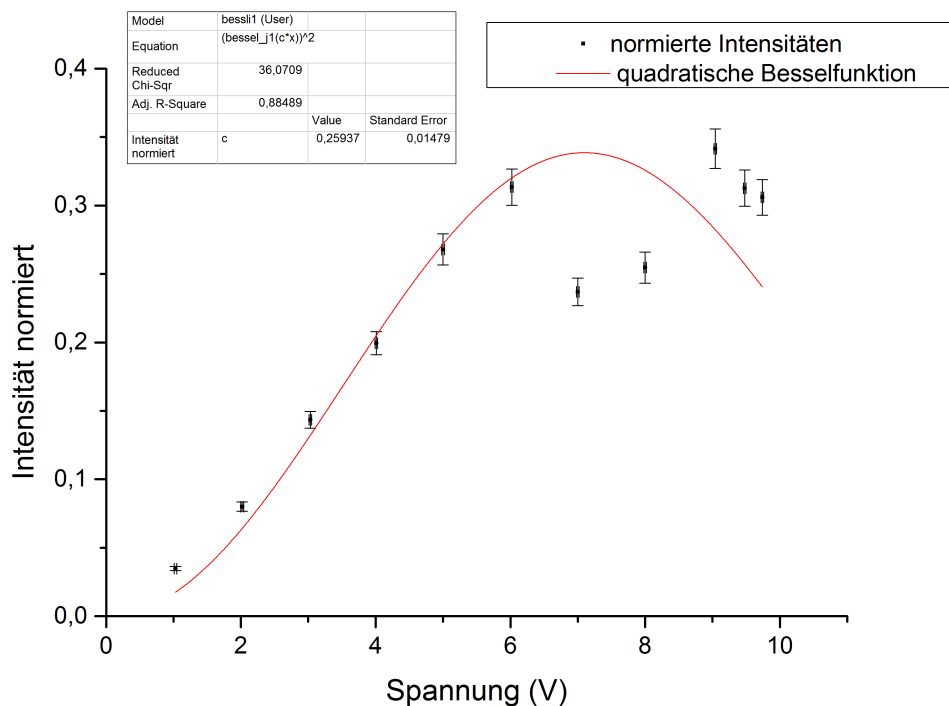


Abbildung 6: Vergleich 1. Beugungsordnung mit J_1^2

Für die 1. Beugungsordnung gilt das bereits für die 0. Ordnung erwähnte: Für die Werte bis 6,02V ist der theoretische Verlauf gut zu bestätigen, für die Werte mit größerer Spannung ist die Streuung wesentlich größer.

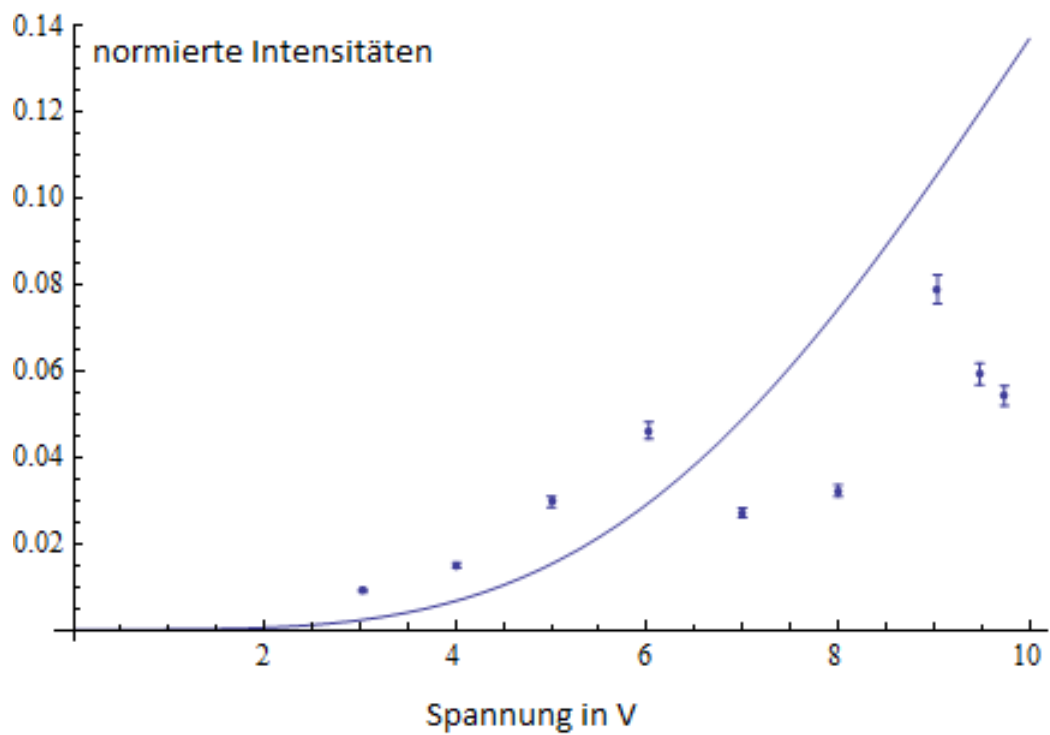


Abbildung 7: Vergleich 2. Beugungsordnung mit J_2^2

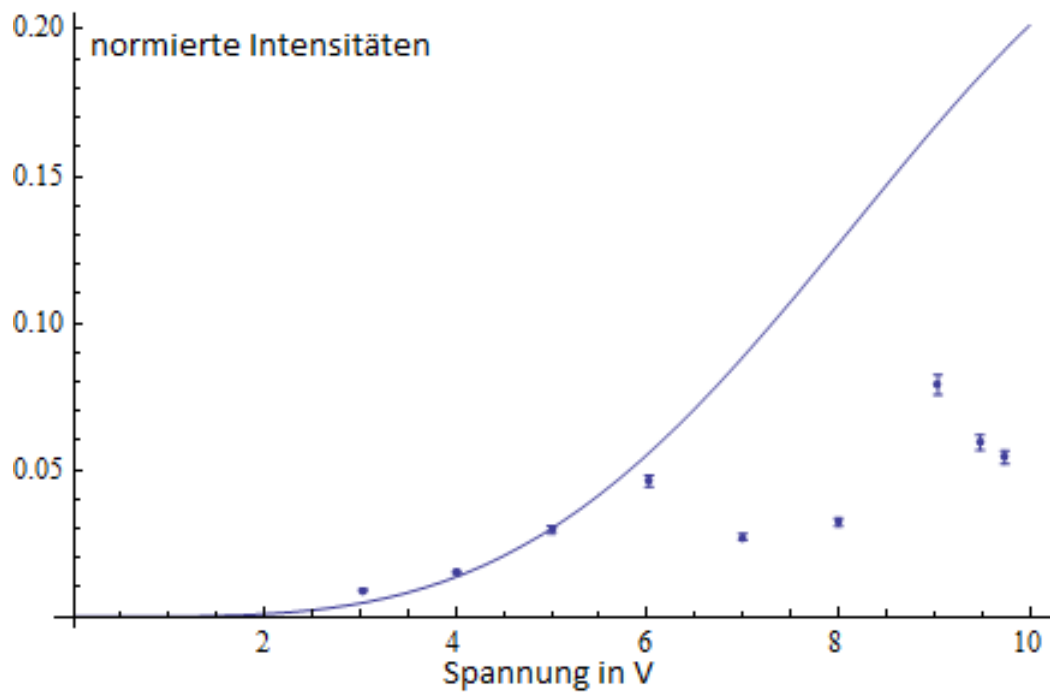


Abbildung 8: Vergleich 2. Beugungsordnung mit J_2^2 für Werte bis 6,02V

Auch für die Werte der 2. Beugungsordnung können die Werte bis 6,02V gut durch eine quadratische Besselfunktion der entsprechenden Ordnung angenähert werden. Für den kompletten Verlauf gilt dies nicht.

Betrachtet man die Werte mit $U = 7,00V$ bzw. $U = 8,00V$, so fällt auf, dass bei diesen der Peak der 0. Ordnung zu hoch, die Peaks der 1. und 2. Ordnung dagegen zu niedrig gemessen wurden. Dies ist genau der Effekt, der bei einer kleinen Variation der Frequenz zustande kam. Diesen Fehler konnten wir nicht verhindern, da wir bemüht waren, die Frequenz möglichst konstant zu lassen.

4.5.1 Bestimmung der Schallwellenlänge

Um die Schallwellenlänge Λ zu bestimmen, benutzten wir Gitter 1, um mithilfe dieses Gitters die gemessenen Zeiten in Winkel transformieren zu können. Die Messwerte sind im Anhang zu finden. Der Fehler auf sie berechnet sich durch $s_t = 0,03t$ (Quelle: [ham]). Um eine Ursprungsgerade zu erhalten, zogen wir von allen ausgelesenen Zeiten t_0 (die zur 0. Ordnung ($m=0$) korrespondierende Zeit) ab und trugen

$$\sin(\theta) = \frac{m\lambda}{K}$$

über diese auf (K steht hierbei für die Gitterkonstante des Gitters 1). Der Fehler auf diese Größe berechnet sich durch

$$s_{\sin(\theta)} = |\sin(\theta)| \cdot \frac{s_K}{K}.$$

Der resultierende lineare Fit sieht folgendermaßen aus:

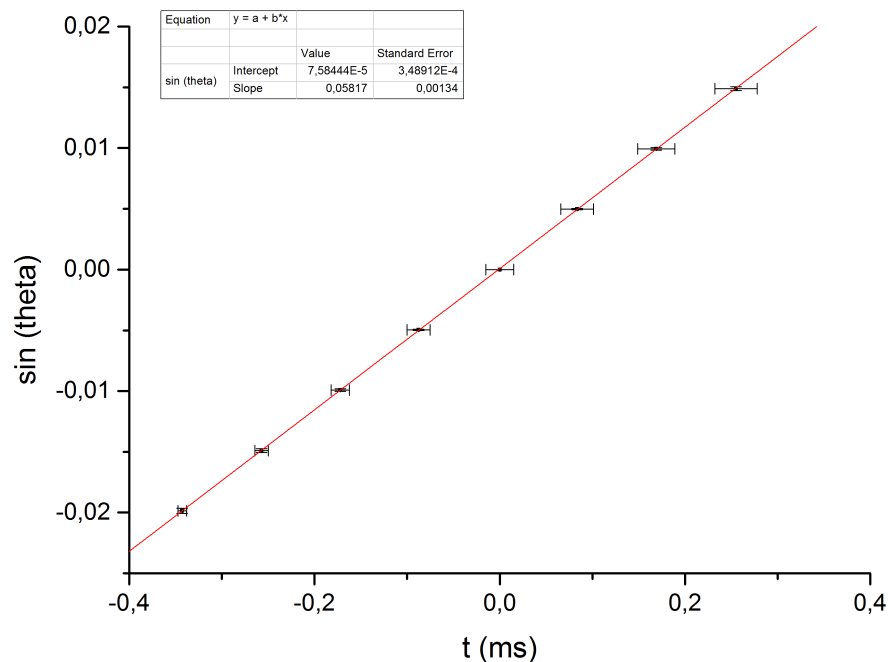


Abbildung 9: Linearer Fit analog zu Aufgabe 2

Die Schallwellenlänge konnte nun bestimmt werden durch

$$\Lambda = \frac{m\lambda}{at_m + b},$$

wobei als Zeiten t_m die mithilfe des Ultraschall-Phasengitters bestimmten Werte verwendet wurden (für die Messwerte s. Anhang). Dabei gilt

$$t_m = t_{m_{\text{gemessen}}} - t_{0_{\text{gemessen}}},$$

analog zu der Bestimmung der Zeiten für den linearen Fit. Der Fehler berechnet sich durch

$$s_{t_m} = 0,03 \cdot s_{t_{m_{\text{gemessen}}}} (\text{Quelle : [ham]}).$$

Somit erhalten wir $2m$ Werte für Λ (für $m = 0$ ergibt sich $\Lambda = 0$: Dieser Wert wird vernachlässigt). Der Fehler berechnet sich mithilfe der Gauss'schen Fehlerfortpflanzung durch

$$s_{\Lambda} = \left| \frac{m\lambda}{(at_m + b)^2} \right| \cdot \sqrt{(a \cdot s_{t_m})^2 + (t_m \cdot s_a)^2 + s_b^2}.$$

Den resultierenden Wert für die Schallwellenlänge erhielten wir durch gewichtete Mittelung:

$$\bar{\Lambda} = (5,2 \pm 0,3) \cdot 10^{-4} m.$$

Mithilfe der in der den Versuchsunterlagen beigelegten Staatsexamensarbeit gegebenen Schallgeschwindigkeit von $c_{iso} = 1111 \frac{m}{s}$ erhält man eine Schallfrequenz von

$$f = \frac{c_{iso}}{\Lambda}$$

mit Fehler

$$s_f = f \cdot \frac{s_{\Lambda}}{\Lambda}.$$

$$\Rightarrow f = (2,15 \pm 0,12) MHz$$

Dieser Wert stimmt im Rahmen der Messungenauigkeit mit der eingestellten Frequenz von $f_{ein} = 2,1686 MHz$ (s. Anhang) überein.

5 Zusammenfassung

5.1 Aufgabe 1

Für die Gitterkonstante des Sinusgitters erhielten wir einen Wert von

$$K = (1,01 \pm 0,03) \cdot 10^{-6}m.$$

5.2 Aufgabe 2

Die Gitterkonstanten der 5 verwendeten Gitter sind unten aufgelistet. Man sieht, dass der erhaltene Wert für das Gitter PHYWE 08540 im Rahmen der Messungenauigkeit mit der Herstellerangabe übereinstimmt:

$$phywe08540 : K = (100 \pm 37)\mu m \quad (K_{Lit} = 100\mu m)$$

$$\text{Gitter 1: } K_1 = (127 \pm 1)\mu m$$

$$\text{Gitter 2: } K_2 = (33.8 \pm 0.7)\mu m$$

$$\text{Gitter 3: } K_3 = (101.2 \pm 1.5)\mu m$$

$$\text{Gitter 4: } K_4 = (101.2 \pm 1.5)\mu m$$

$$\text{Gitter 5: } K_5 = (50.8 \pm 0.9)\mu m.$$

Für das Auflösungsvermögen der Gitter erhielten wir durch Ausmessen des Laserstrahls und mithilfe der bekannten Gitterkonstanten:

$$\text{Gitter 1: } a_1 = 137 \pm 20$$

$$\text{Gitter 2: } a_2 = 104 \pm 15$$

$$\text{Gitter 3: } a_3 = 173 \pm 25$$

$$\text{Gitter 4: } a_4 = 173 \pm 25$$

$$\text{Gitter 5: } a_5 = 138 \pm 20$$

5.3 Aufgabe 3 und 4

Mithilfe der gemessenen Amplituden der Beugungsmaxima wurde für Gitter 1 die Aperturfunktion aufgestellt und geplottet. Aus dieser ließ sich dann das Verhältnis der Spaltbreite zur Gitterkonstanten für dieses Gitter bestimmen:

$$c = ()$$

5.4 Aufgabe 5

Die von der Raman-Nath-Theorie vorhergesagte Proportionalität zwischen Intensitätsverlauf einer Ordnung und dem Quadrat der Bessel-Funktionen derselben Ordnung konnte für die ersten Werte der Messreihe bestätigt werden. Betrachtet man jedoch alle Werte, so ergeben sich Diskrepanzen, die im Teil *Auswertung* diskutiert werden.

Die Schallfrequenz in Isooktan berechnete sich nach unserer Messung zu

$$f = (2,15 \pm 0,12)MHz.$$

Dieser Wert stimmt im Rahmen der Messungenauigkeit mit der eingestellten Frequenz von $f = 2,1686MHz$ überein.