

Beugung am Amplitudengitter und Phasengitter

Versuchsaufbau
für das
Fortgeschrittenen-Praktikum

Zulassungsarbeit
zur Wissenschaftlichen Prüfung
für das Lehramt an Gymnasien
vorgelegt von
Lutz Lefèvre

Physikalisches Institut
Freiburg im Breisgau

Februar 1977

Inhaltsverzeichnis

Zusammenfassung

I.	Einleitung	1
II.		
2.1.	Theorie der Beugung	2
2.2.	Einige Funktionen und ihre Fouriertransformierten	7
2.3.	Beispiele zur Fraunhoferbeugung	12
2.3.1.	Rechteckige Öffnung	12
2.3.2.	Gitter, das die Amplitude sinusförmig moduliert	14
2.3.3.	Gitter, das die Phase sinusförmig moduliert	16
III.	Versuchsaufbau	18
3.1.	Versuchsanordnung	18
3.2.	Gerätebeschreibung	21
3.2.1.1.	Ultraschallzelle (Flüssigkeit)	21
3.2.1.2.	Ultraschall im Festkörper (nicht beim Versuch)	24
3.2.2.	8 MHz - Sender	29
3.2.3.	Fotodiode BPY 13	31
3.2.4.	Foto - Vorverstärker (Mappe 552)	31
3.2.5.	Oszillograph	32
3.3.	Justierung der Apparatur	32
IV.	Messungen und Meßergebnisse	35
4.1.	Amplitudengitter	35
4.1.1.	Relative Berechnung der Aperturfunktion eines Sinusgitters aus der Intensitätsmessung	35
4.1.2.	Approximation periodischer Aperturfunktionen durch Sinusfunktionen	36
4.1.3.	Rechenprogramm	45
4.1.4.	Diagramme	47
4.2.	Phasengitter	53
4.2.1.	Warum ist das Ultraschallwellengitter ein Phasengitter?	53

4.2.2.	Relative Berechnung der Intensitätsverteilung (Werte der Besselfunktionen)	55
4.2.3.	Berechnung der Intensitätsverteilung aus den physikalischen Größen	58
4.2.4.	Diskussion der Flüssigkeit	60
4.2.5.	Diagramme	62
4.2.6.	Fehlerbetrachtung	68
5.	Aufgabenstellung für den Praktikanten	71
6.1.	Liste der verwendeten physikalischen Größen	74
6.2.	Literaturverzeichnis	75

Zusammenfassung

Ziel der Arbeit war es, den Ultraschall-Versuch im Fortgeschrittenenpraktikum zu verbessern, sowohl in Bezug auf den experimentellen Aufbau als auch im Hinblick auf die Interpretation. Grundlegendes Thema der Arbeit ist die Beugung ebener Lichtwellen bei senkrechtem Einfall am Amplituden- und Phasengitter.

Mit der Beugungstheorie im Fraunhofergebiet erhalten wir das Ergebnis, daß sich die Feldverteilung aus der Fouriertransformierten der Öffnungsverteilung ergibt. Zur Veranschaulichung sind in der Arbeit mehrere Funktionen, ihre Fouriertransformierten und einige Beispiele speziell für den Versuch behandelt worden. Unter Berücksichtigung des Zusammenhangs zwischen Intensität und Feldverteilung kann man mit diesem Ergebnis aus der Öffnungsverteilung die Intensitätsverteilung und umgekehrt berechnen.

Mit einem vorhandenen sinusförmigen Amplitudengitter kann dem Praktikanten der Unterschied zwischen Amplituden- und Phasengitter anschaulich dargestellt werden. Grundlegend für unsere Beugungstheorie ist eine monochromatische Lichtquelle. Für den Versuch wird deshalb ein Helium-Neon-Laser benutzt. Die höhere Leistung (genauer: die punktförmige Lichtquelle gegenüber der früher benutzten Wendelfläche ($7 \times 1.7 \text{ mm}^2$) der Niedervoltlampe) kommt der Intensitätsmessung in den höheren Ordnungen zugute. Das stupide Durchdrehen des Spaltes im Beugungsbild wird durch eine Anordnung mit Drehspiegel und zwei Fotodioden beseitigt. Die Intensität der einzelnen Ordnungen kann mit der Höhe der Peaks im Oszillographenbild leicht bestimmt werden. Die Möglichkeit, beim Ultraschallwellengitter das Verschwinden und Anwachsen der Beugungsordnungen direkt beobachten zu können,

ist pädagogisch wertvoll. Erst durch diese Anordnung ist eine einfache Justierung des Tanks möglich geworden.

Mit dieser Nachweisapparatur werden die Beugungsbilder verschiedener Amplituden-Gitter (Kreuzgitter) ausgemessen. Die Meßresultate werden in ein Rechenprogramm eingegeben, das die Aperturfunktion approximiert und dann auf einem Schreiber ausplottet. Durch eine zusätzliche Gitterkonstanten-Bestimmung kann der Maßstab auf der Abszisse festgelegt werden. Die Graphen zeigen eine anschauliche Übereinstimmung von Theorie und Messung.

Der gleiche Versuchsaufbau dient zur Messung der Intensitätsverteilung eines Phasengitters. Mit einer Ultraschallzelle, in der sich die Schallintensität verändern lässt durch Regulieren der Spannung am piezoelektrischen Schallgeber, einem Quarz, wird ein variables Phasengitter hergestellt.

Die Messungen werden mit der Theorie von Raman und Nath verglichen.

Der Versuch, die Ultraschallwelle in einem Festkörper (Glasblock) zu erzeugen, wurde trotz Erfolgen wieder aufgegeben, da die Beschaffung eines geeigneten Lithium-Niobat-Kristalls monatelange Wartezeit bedeutet hätte und das Beugungsbild gegenüber dem Flüssigkeitstank nicht wesentlich besser gewesen wäre. Der geringe Zuwachs an Einsicht hätte den technischen Aufwand nicht gerechtfertigt.

Die Arbeit wurde so abgefaßt, daß der Praktikant keine zusätzliche Literatur zur Durchführung des Versuches studieren muß. Die Werte der Besselfunktionen, die Aufgabenstellung und eine Liste der physikalischen Größen sind beigegeben. Trotzdem ist es ratsam, die einschlägige Literatur einzusehen, da manches in dieser Arbeit nur angedeutet, dort aber einfach und anschaulich erklärt wird.

I. Einleitung

Was ist Beugung? Man versteht darunter alle jene Abweichungen der Lichtstrahlen vom geradlinigen Verlauf, die sich nicht durch Reflexion oder Brechung erklären lassen. Die freie Ausbreitung der Wellen wird durch Hindernisse (z.B. Schirme mit Blendenöffnung) geändert.

Wie wir wissen, sind die Lichtwellen elektromagnetischer Natur, und für ihre Ausbreitung gelten also die Maxwell'schen Gleichungen, die die verschiedenen Komponenten der elektrischen und magnetischen Feldvektoren miteinander koppeln. Man spricht von der skalaren Wellenthorie Kirchhoffs, da er nur die skalare Amplitude einer transversalen Komponente entweder des elektrischen oder des magnetischen Feldes betrachtet. Man erhält jedoch gute Ergebnisse unter zwei Voraussetzungen:

1. Beugungsöffnung $> \lambda$ (Licht)
2. Das Beugungsbild darf nicht zu nahe an der Öffnung beobachtet werden.

Die Bedingung 1. ist bei unserem Versuch für alle Gitter erfüllt. Beim Sinusgitter, dem Gitter mit der kleinsten Beugungsöffnung, erhält man für die Ungleichung die Werte $1 > 0.6$.

Bedingung 2. erfüllen wir, indem wir nach Fraunhofer Art beobachten. Dazu benötigt man paralleles Licht, d.h. Lichtquelle und Bild müssen sich unendlich weit entfernt befinden. Im Experiment macht man das Licht durch Linsen parallel.

III. 2.1. Theorie der Beugung

Die skalare Funktion $u(P, t)$ soll die Lichterregung in Punkt P zur Zeit t angeben. Für den Fall linear polarisierter Wellen ist $u(P, t)$ entweder die elektrische oder die magnetische Feldstärke.

Das Feld einer monochromatischen Welle kann folgendermaßen geschrieben werden:

$$u(P, t) = \bar{U}(P) \cos[2\pi\nu t + \phi(P)]$$

$\bar{U}(P)$ Amplitude; $\phi(P)$ Phase; ν optische Frequenz

Die komplexe Formulierung lautet dazu:

$$u(P, t) = \operatorname{Re}[U(P) \exp(-i2\pi\nu t)]$$

$$\text{mit } U(P) = \bar{U}(P) \exp[-i\phi(P)]$$

Soll $u(P, t)$ eine optische Welle repräsentieren, so muß $u(P, t)$ eine Lösung der skalaren Wellengleichung

$$\nabla^2 u - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = 0$$

in jedem quellenfreien Punkt sein.

Da die Zeitabhängigkeit a priori bekannt ist, kann die komplexe Funktion $U(P)$ als gleichwertige Beschreibung der Lichterregung dienen, d.h. U muß Lösung der zeitunabhängigen Gleichung (Helmholtz)

$$(\nabla^2 + k^2) U = 0 \quad \text{sein.} \quad k = \frac{2\pi}{\lambda}$$

Jede komplexe Amplitude einer monochromatischen optischen Erregung muß im quellenfreien Raum einer solchen Relation gehorchen.

Mit Hilfe des Greenschen Theorems und der klugen Wahl einer Greenschen Funktion erhalten wir das für die skalare Beugungstheorie grundlegende Integraltheorem. (Mathematisch ausführlich in "Introduction to Fourier Optics, Goodman")

Kirchhoff wählte als Greensche Funktion eine Kugelwelle mit

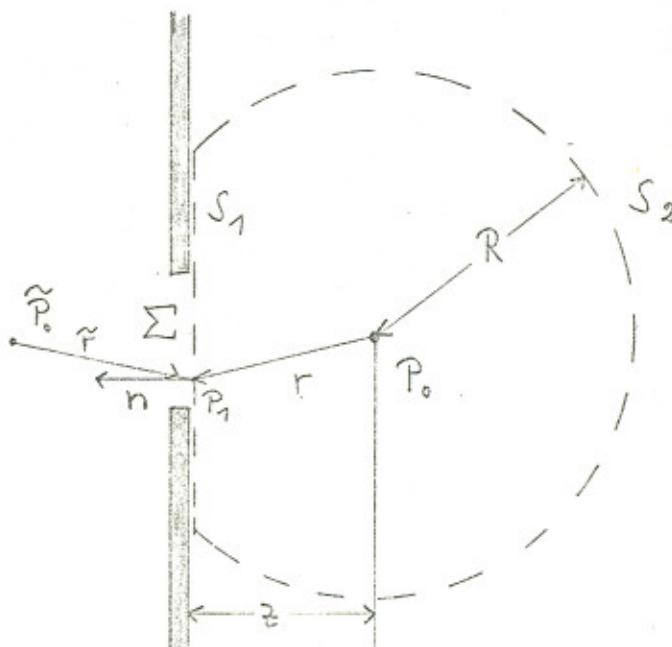
der Amplitude 1, die sich um den Beobachtungspunkt P_0 (nicht P_2 Lichtquelle, siehe Zeichnung) ausbreitet.

$$G(P_1) = \frac{\exp(ikr)}{r} \quad r = \overline{P_0 P_1}$$

Man erhält dann das Integraltheorem von Helmholtz und Kirchhoff

$$U(P_0) = \frac{1}{4\pi} \iint_S \left\{ \frac{\partial U}{\partial n} G - U \frac{\partial G}{\partial n} \right\} ds$$

Das Feld, die Lösung der homogenen Wellengleichung, kann in jedem Beobachtungspunkt P_0 ausgedrückt werden durch die Werte der Lösung und seiner ersten Ableitung auf einer beliebigen geschlossenen Oberfläche, die den Punkt P_0 einschließt.



Um nun $U(P_0)$ berechnen zu können, müssen wir die Integrationsoberfläche geschickt wählen: $S = S_1 + S_2$, s. Bild.

Für $R \rightarrow \infty$ geht U und $G \rightarrow 0$, da U und G mit $1/R$ kleiner werden. D.h.: S_2 gibt für das Integral keinen Beitrag für $R \rightarrow \infty$

Um nun das Integral über S_1 berechnen zu können, machte Kirchhoff folgende Annahmen:

1. Über die Öffnung Σ sind die Feld-Verteilung U und die Ableitung $\frac{\partial U}{\partial n}$ genau die gleichen, als ob der Schirm nicht vorhanden wäre!

Um klar herauszustellen, daß die Feldverteilung $U(P_0)$ eine andere Funktion ist als $U(P_1)$, soll im Folgenden $U(P_1)$ mit $G(P_1)$ bezeichnet werden.

Im Nenner kann r durch z angenähert werden. In der Exponentialfunktion jedoch nicht, da sonst der Fehler mit dem großen k multipliziert würde.

Die Entwicklung der Wurzel für $r = \sqrt{P_0 P_1}$

$$r = \sqrt{z^2 + (x_0 - x_1)^2 + (y_0 - y_1)^2}$$

liefert uns

$$kr \approx kz + \frac{k}{2z} (x_0^2 + y_0^2) + \underbrace{\frac{k}{2z} (x_1^2 + y_1^2)}_{= 0 \text{ Fresnel}} - \frac{2\pi}{\lambda z} (x_0 x_1 + y_0 y_1)$$

Diese Approximation hat Fresnel erstmals durchgeführt, und deshalb sagt man, daß man ein Objekt nach Fresnel Art beobachtet.

Gilt nun zusätzlich

$$z \gg \frac{1}{2} k (x_1^2 + y_1^2) \text{ max ,}$$

so läßt sich der dritte Summand vernachlässigen. Man befindet sich nun im Fraunhofer-Gebiet.

Beobachtet man bei rotem Licht ($\lambda = 6 \cdot 10^{-7} \text{ m}$) und einer Öffnungsbreite von 2.5 cm, so muß $z \gg 1600 \text{ m}$ sein.

Wir können jedoch das Beugungsbild näher betrachten, wenn wir nach der Öffnung eine Sammellinse haben.

Nach Einsetzen erhält man die Feldverteilung gemäß

$$U(x_0, y_0) = \frac{1}{\lambda z} C \iint_{-\infty}^{\infty} G(x_1, y_1) \exp\left[-i \frac{2\pi}{\lambda z} (x_0 x_1 + y_0 y_1)\right] dx_1 dy_1$$

mit $C = \frac{1}{\epsilon} \exp(ikz) \exp\left[i \frac{k}{2z} (x_0^2 + y_0^2)\right]$

Für die Berechnung der Intensität erhält man $C * C = 1$. Dieser Faktor C ist für die Intensitätsverteilung unwichtig.

Wie können wir nun das Integral bei vorgegebener Öffnungsverteilung $G(x_1, y_1)$ berechnen? Das Integral stellt die Fouriertransformierte der Öffnungsverteilung dar.

2. Im geometrischen Schatten sind U und $\frac{\partial U}{\partial n}$ identisch null!

Mit den obigen Ergebnissen und Annahmen reduziert sich die Integrationsoberfläche S auf die Fläche der Beugungsöffnung Σ

$$\iint_S \rightarrow \iint_{\Sigma}$$

Durch diese beiden Bedingungen hat die Kirchhoff-Theorie jedoch innere Inkonsistenzen erhalten. Ein Theorem der Potentialtheorie besagt: Wenn eine zweidimensionale Potentialfunktion und ihre Ableitung nach ∂n auf einem endlichen Kurvenstück beide verschwinden, so ist die Potentialfunktion über die ganze Ebene "Null". Um diese Inkonsistenzen zu vermeiden, haben Rayleigh und Sommerfeld eine neue Theorie entwickelt. Die Bestimmung der relativen Genauigkeit der Kirchhoff'schen und der Rayleigh-Sommerfeld'schen Formel ist noch eine Aufgabe der heutigen Forschung.

Die von Sommerfeld und Rayleigh gewählte Greensche Funktion:

$$G(P_1) = \frac{1}{r} \exp(ikr) - \frac{1}{\tilde{r}} \exp(ik\tilde{r})$$

\tilde{P}_0 ist der Spiegelpunkt auf der anderen Seite des Gitters und \tilde{r} der Abstand $\tilde{P}_0 P_1$.

Mit der Annahme $r \gg \lambda$ erhält man

$$U(P_0) = \frac{1}{i\lambda} \iint_{\Sigma} U(P_1) \frac{\exp(ikr)}{r} \cos(\bar{n}, \bar{r}) ds$$

Die Integrationsgrenzen können wir von $-\infty$ bis $+\infty$ laufen lassen, da $U(P_1)$ außerhalb der Öffnung Σ null ist.

Ist z (= Abstand Gitter Schirm) viel größer als die maximalen linearen Dimensionen der Öffnung und des betrachteten Beugungsbildes, so gilt:

$$\cos(\bar{n}, \bar{r}) \approx 1$$

(Genauigkeit ist innerhalb 5 %, wenn der Winkel $(\bar{n}, \bar{r}) \leq 18^\circ$)

Man erhält also:

$$U(P_0) = \frac{1}{i\lambda} \iint_{-\infty}^{\infty} U(P_1) \frac{\exp(ikr)}{r} ds$$

Die Fouriertransformierte, man sagt auch das Fourierspektrum oder das Frequenzspektrum, einer komplexen Funktion $G(x)$ ist definiert gemäß

$$\mathcal{F}\{G\} = \int_{-\infty}^{\infty} G(x) e^{-i2\pi f_x x} dx \Rightarrow U(f_x)$$

Die Fouriertransformierte ist selbst wieder eine komplexwertige Funktion mit der unabhängigen Variablen f_x , die gewöhnlich als Frequenz bezeichnet wird. In diesem Falle nennt man f_x Ortsfrequenz.

Die inverse Fouriertransformierte einer Funktion $U(f_x)$ ist definiert durch

$$\mathcal{F}^{-1}\{U(f_x)\} = \int_{-\infty}^{\infty} U(f_x) e^{i2\pi f_x x} df_x \Rightarrow G(x)$$

Setzt man nun

$$f_x = \frac{x_0}{\lambda z}, \quad f_y = \frac{y_0}{\lambda z}$$

so ist die obige Behauptung leicht einzusehen:

$$\mathcal{F}\{G(x_0, y_0)\} = \iint_{-\infty}^{\infty} G(x_0, y_0) e^{-i2\pi (f_x x_0 + f_y y_0)} dx_0 dy_0$$

Die beobachtete Feldverteilung kann direkt aus der Fouriertransformierten der Öffnungsverteilung gefunden werden.

$$U(x_0, y_0) = U(f_x, f_y) = \frac{1}{\lambda z} \mathcal{F}\{G(x_0, y_0)\}$$

$U(x_0, y_0)$ ist natürlich von f_x und f_y abhängig.

Die folgenden Formeln seien der Einfachheit halber eindimensional.

Das Frequenzspektrum der Öffnungsverteilung $G(x)$ gibt uns die Feldverteilung $U(f_x) = U(x_0)$ im Punkt $P(f_x) = P(x_0)$.

Umgekehrt erhält man aus der gemessenen Frequenzverteilung $U(f_x)$ im Punkt $P(f_x)$ mit der inversen Fouriertransformierten die Öffnungsverteilung $G(x)$.

$$U(f_x) = \frac{1}{\lambda z} \mathcal{F}\{G(x_0)\} = \iint_{-\infty}^{\infty} G(x_0) e^{-i2\pi f_x x_0} dx_0$$

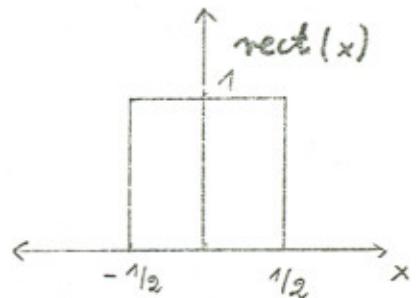
mit

$$f_x = \frac{x_0}{\lambda z} \quad \text{und} \quad C \cdot C^* = 1$$

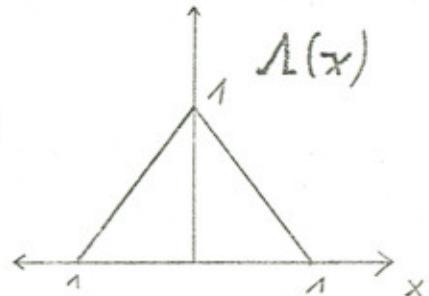
2.2. Einige Funktionen und ihre Fouriertransformierten

Um nun einige Beispiele zur Fraunhofer-Beugung durchrechnen zu können, werden einige Funktionen, ihre Abkürzungen und ihre Fouriertransformierten eingeführt.

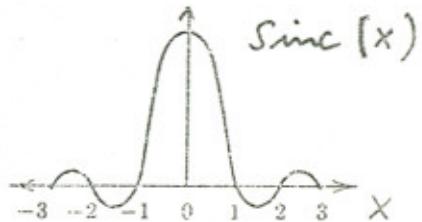
$$\text{rect}(x) = \begin{cases} 1 & |x| \leq 1/2 \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$$



$$\Lambda(x) = \begin{cases} 1-|x| & |x| \leq 1 \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$$



$$\text{sinc}(x) = \frac{\sin \pi x}{\pi x}$$

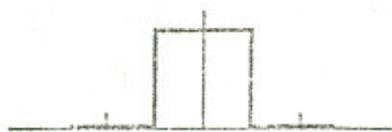


$$\text{circ}(r) = \begin{cases} 1 & r \leq 1 \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$$

Funktionen und ihre Fouriertransformierten

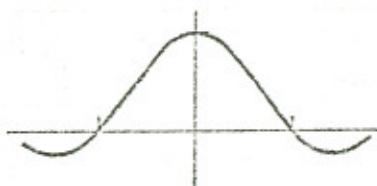
$$\text{rect}(x) \text{ rect}(y)$$

$$\text{rect}\left(\frac{x_1}{\ell_x}\right)$$

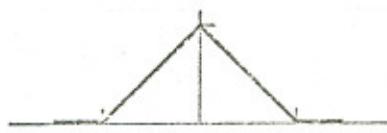


$$\text{sinc}(f_x) \text{ sinc}(f_y)$$

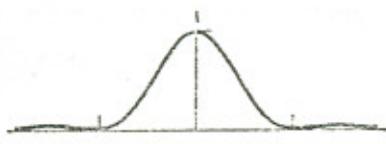
$$\ell_x \text{ sinc}(\ell_x f_x)$$



$$\Lambda(x)$$



$$\text{sinc}^2(f_x)$$



$$1$$

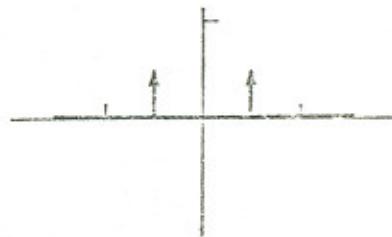
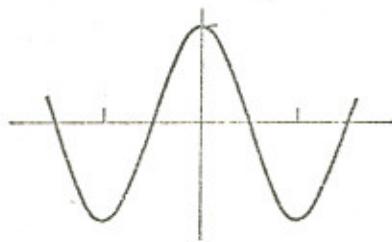


$$\delta(f_x, f_y)$$



$$\cos(2\pi f_0 x_1)$$

$$\frac{1}{2} [\delta(f_x + f_0, f_y) + \delta(f_x - f_0, f_y)]$$



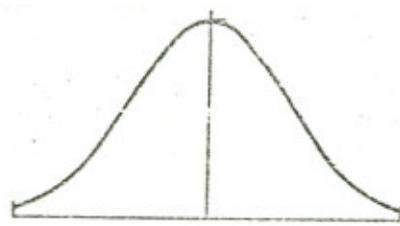
$$\exp(i\pi(x+y))$$

$$\delta(f_x - \frac{1}{2}, f_y - \frac{1}{2})$$

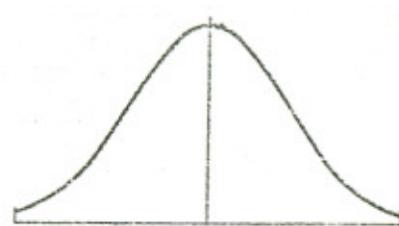
$$\exp(i2\pi g f_0 x_1)$$

$$\delta(f_x - g f_0, f_y)$$

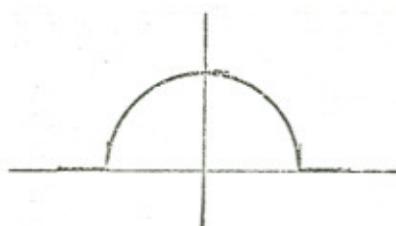
$$\exp(-\pi x^2)$$



$$\exp(-\pi f_x^2)$$



$$\text{circ}(r)$$



$$J_1(2\pi\rho) \cdot 1/\rho$$

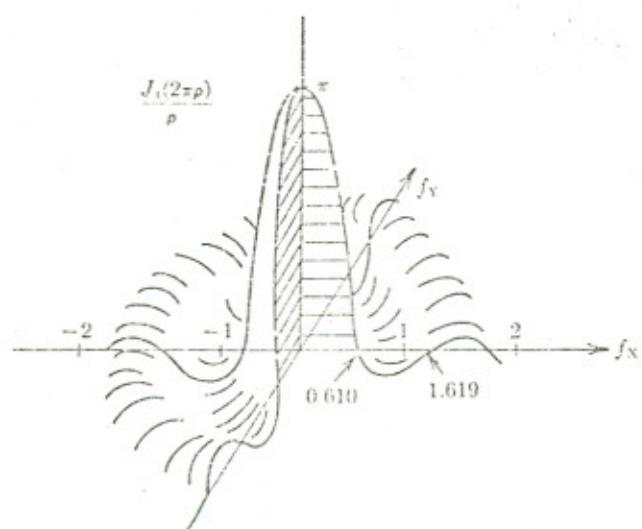
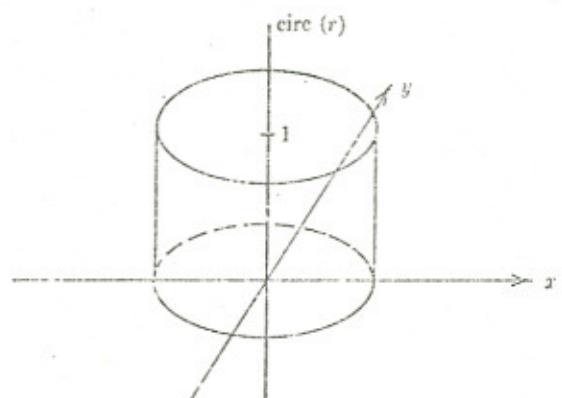
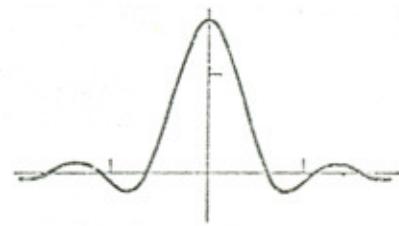


Figure 2-3 The circle function and its transform.

Um dem Leser eine Überprüfung der Transformationspaare zu ermöglichen, wurden drei wichtige Beispiele durchgerechnet.

Berechnung:

$$\begin{aligned}
 1. \quad \mathcal{F} \left\{ \text{rect} \frac{x_1}{l_x} \right\} &= \int_{-\infty}^{\infty} \text{rect} \frac{x_1}{l_x} \exp[-i2\pi f_x x_1] dx_1 \\
 &= \int_{-\frac{1}{2}l_x}^{\frac{1}{2}l_x} \exp[-i2\pi f_x x_1] dx_1 \\
 &= -\frac{1}{i2\pi f_x} \left[\exp(-i2\pi f_x x_1) \right] \Big|_{-\frac{1}{2}l_x}^{\frac{1}{2}l_x} \\
 &= -\frac{1}{i2\pi f_x} \left[\exp(-i2\pi f_x \frac{1}{2}l_x) - \exp(i2\pi f_x \frac{1}{2}l_x) \right] \\
 &= -\frac{1}{i2\pi f_x} \left[\cos(\pi f_x l_x) - i \sin(\pi f_x l_x) - \cos(-\pi f_x l_x) - i \sin(-\pi f_x l_x) \right] \\
 &= \frac{1}{\pi f_x} \sin(\pi f_x l_x) \\
 &= \frac{l_x}{\pi f_x} \sin(\pi f_x l_x)
 \end{aligned}$$

Eine idealisierte Punktquelle (Licht) wird oft durch eine δ -Funktion repräsentiert. Eine δ -Funktion genügt den Forderungen:

$$① \quad \delta(x) = 0 \quad \text{für } x \neq 0$$

$$② \quad \int_{-\infty}^{\infty} \delta(x) dx = 1$$

Die Fouriertransformierte der δ -Funktion

$$\begin{aligned} 2. \quad \mathfrak{F}\{\delta(x)\} &= \int_{-\infty}^{\infty} \delta(x) e^{-i2\pi f_x x} dx \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} \delta(x) e^0 dx = \int_{-\infty}^{\infty} \delta(x) dx \\ &= 1 \end{aligned}$$

$$\mathfrak{F}^{-1}\{\delta(f_x)\} = \int_{-\infty}^{\infty} \delta(f_x) e^{i2\pi f_x x} df_x = 1$$
$$\mathfrak{F} \mathfrak{F}^{-1}\{\delta(f_x)\} = \mathfrak{F}\{1\}$$

$$\delta(f_x) = \mathfrak{F}\{1\}$$

$$\delta(f_x) = \int_{-\infty}^{\infty} e^{-i2\pi f_x x} dx$$

$$\begin{aligned} 3. \quad \mathfrak{F}\{\cos 2\pi f_0 x_1\} &= \\ &\mathfrak{F}\left\{\frac{1}{2}(e^{i2\pi f_0 x_1} + e^{-i2\pi f_0 x_1})\right\} \\ &= \frac{1}{2} \int_{-\infty}^{\infty} e^{i2\pi f_0 x_1} e^{-i2\pi f_x x_1} dx_1 \\ &\quad + \frac{1}{2} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-i2\pi f_0 x_1} e^{-i2\pi f_x x_1} dx_1 \\ &= \frac{1}{2} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-i2\pi(f_x - f_0)} dx_1 \\ &\quad + \frac{1}{2} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-i2\pi(f_x + f_0)} dx_1 \\ &= \frac{1}{2} \mathfrak{F}(f_x - f_0) + \frac{1}{2} \mathfrak{F}(f_x + f_0) \end{aligned}$$

2.3. Beispiele zur Fraunhofer-Beugung

Bei den folgenden Beispielen zur Fraunhofer-Beugung haben wir als End-Formel eine Intensitätsverteilung, da das Auge und entsprechende Detektoren nicht die Feld-Amplitude sondern die Intensität $I(P) = |U(P)|^2$ messen (monochromatisches Feld).

2.3.1. Rechteckige Öffnung

(Vorarbeit für die zwei folgenden Beispiele)

$$t(x_1, y_1) = \text{rect}\left(\frac{x_1}{l_x}\right) \text{rect}\left(\frac{y_1}{l_y}\right)$$

Wird die Öffnung (Apertur) von einer ebenen Welle, die monochromatisch ist und die Amplitude 1 hat, beleuchtet, so ist die Feldverteilung über die Apertur $g(x_1, y_1)$ die gleiche wie die Durchlaß-Funktion (Apertur-Funktion) $t(x_1, y_1)$.

l_x und l_y geben die Breite der Öffnung an.

Mit $\mathcal{F}\{g(x_1, y_1)\} = \mathcal{F}_x \mathcal{F}_y \text{sinc}(\ell_x f_x) \text{sinc}(\ell_y f_y)$

$$f_x = x_0 / \lambda z \quad f_y = y_0 / \lambda z$$

erhalten wir

$$U(f_x, f_y) = \frac{1}{\lambda z} C \ell_x \ell_y \text{sinc}(\ell_x f_x) \text{sinc}(\ell_y f_y)$$

$$I(f_x, f_y) = \underbrace{\frac{\ell_x^2 \ell_y^2}{\lambda^2 z^2}}_{\text{normiert} = 1} \text{sinc}^2(\ell_x f_x) \underbrace{\text{sinc}^2(\ell_y f_y)}_{=1 \text{ für } f_y = 0}$$

also einfach:

$$I(f_x) = \text{sinc}^2(\ell_x f_x)$$

$$= I(x_0) = \text{sinc}^2\left(\frac{\ell_x x_0}{\lambda z}\right)$$

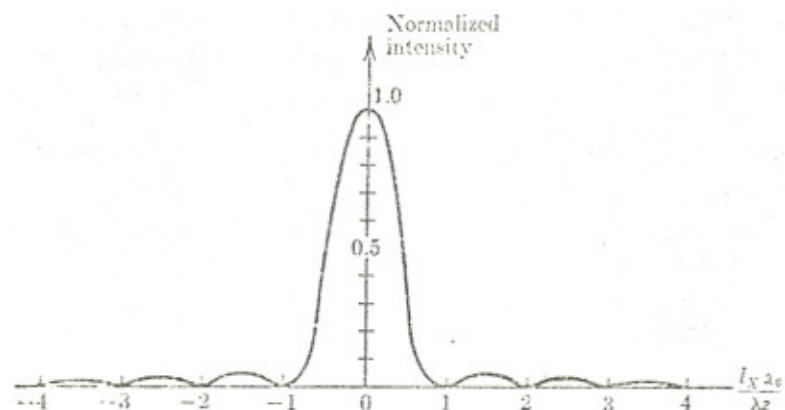
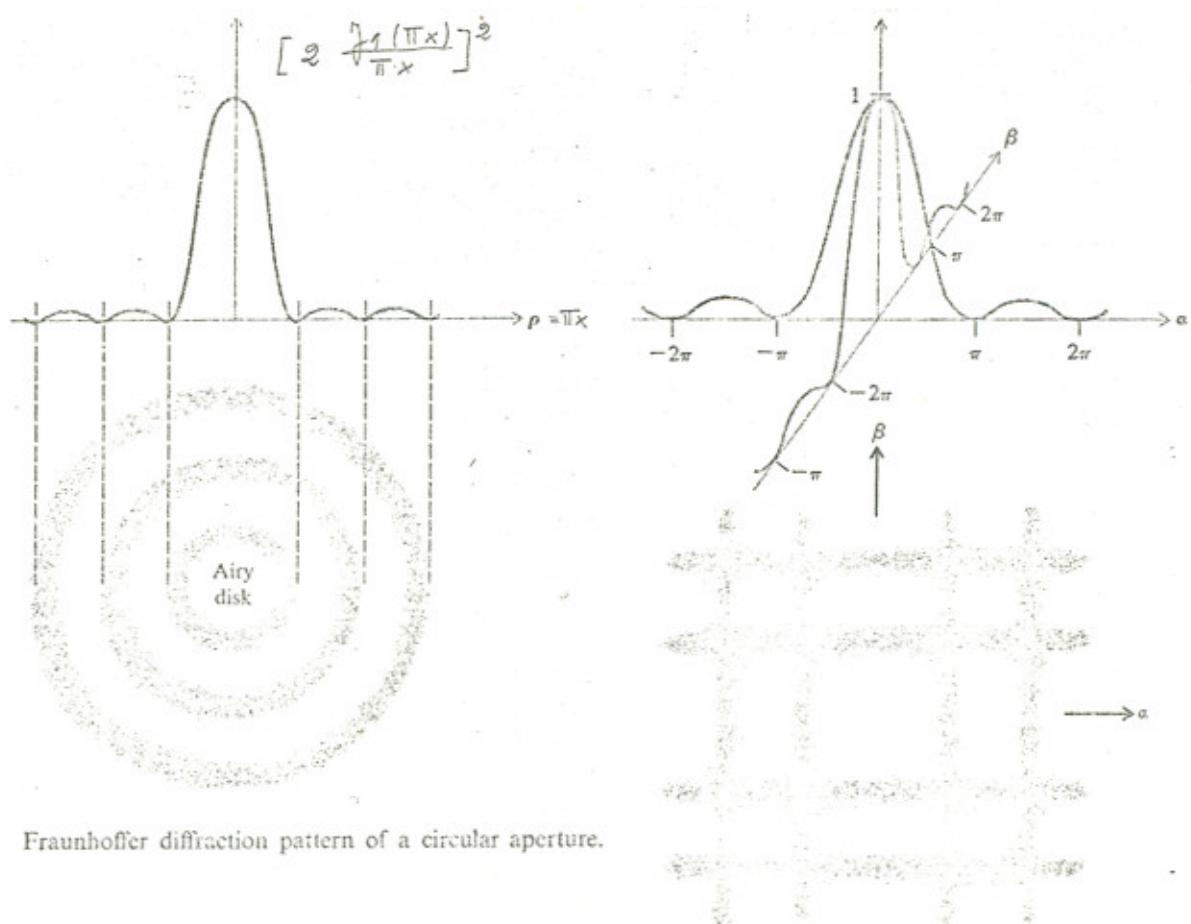


Figure 4-2 Cross section of the Fraunhofer diffraction pattern of a rectangular aperture.



Fraunhofer diffraction pattern of a circular aperture.

Fraunhofer diffraction pattern of a rectangular aperture.

2.3.2. Gitter, das die Amplitude sinusförmig moduliert

$$t(x, y) = \underbrace{\left[\frac{1}{2} + \frac{m}{2} \cos(2\pi f_0 x) \right]}_{\text{Gitter}} \underbrace{\text{rect}\left(\frac{x}{\ell}\right) \text{rect}\left(\frac{y}{\ell}\right)}_{\text{Öffnung}}$$

Die Gitterstruktur mit der Gitterkonstanten $T = 1/f_0$ ist durch eine quadratische Öffnung (Länge ℓ) begrenzt.

Um die Formeln übersichtlich zu gestalten, soll eindimensional gerechnet werden. Die Messungen werden später auch nur in einer Dimension durchgeführt. Mit dem gegebenen Konzept kann die Feldverteilung leicht zweidimensional berechnet werden.

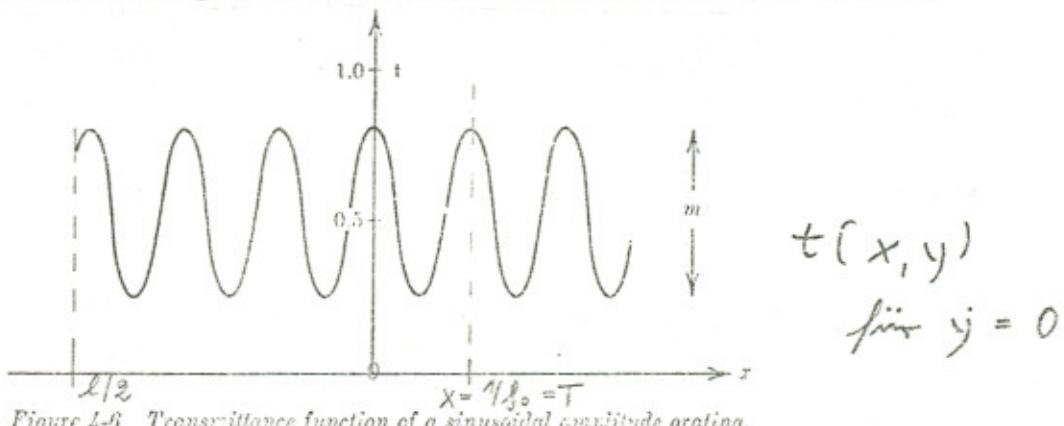


Figure 4-6 Transmittance function of a sinusoidal amplitude grating.

$$\begin{aligned} & \mathcal{F} \left\{ \frac{1}{2} + \frac{m}{2} \cos(2\pi f_0 x) \right\} \\ &= \frac{1}{2} \mathcal{S}(f_x) + \frac{m}{4} \mathcal{S}(f_x + f_0) + \frac{m}{4} \mathcal{S}(f_x - f_0) \end{aligned}$$

Diese Feldverteilung, die δ -Funktionen, entstehen durch die Beugung am Gitter. Sie wird gewichtet mit der folgenden Feldverteilung, die durch die Beugung an der Öffnung hervorgerufen wird.

$$\mathcal{F} \left\{ \text{rect}\left(\frac{x}{\ell}\right) \right\} = \ell \text{sinc}(\ell f_x)$$

mit dem Verknüpfungstheorem

$$\mathcal{F} \{ g(x, y) \} = G(f_x, f_y)$$

$$\mathcal{F} \{ h(x, y) \} = H(f_x, f_y)$$

$$\mathcal{F} \left\{ \iint g(s, z) h(x-s, y-z) ds dz \right\} = G(f_x, f_y) H(f_x, f_y)$$

also Multiplikation der Fouriertransfprmierten, erhalten wir

$$U(f_x) = \frac{\ell}{2\lambda z} \mathcal{C} \left\{ \text{sinc}(\ell f_x) \right\}$$

$$+ \frac{m}{2} \text{sinc}[\ell(f_x + f_0)] + \frac{m}{2} \text{sinc}[\ell(f_x - f_0)] \}$$

Gilt $f_0 \gg 2/\ell$ (für das Sinusgitter beim Versuch gilt $10^4 \gg 1$), so kann die Überlappung der drei Sinusfunktionen $\text{sinc}(\frac{\ell}{f_0} x)$ vernachlässigt werden. (Also keine gemischten Produkte.)

$$I(f_x) = \underbrace{\left[\frac{\ell}{2\lambda z} \right]^2}_{=1 \text{ normalized}} \left\{ \text{sinc}^2(\ell f_x) + \frac{m^2}{4} \text{sinc}^2[\ell(f_x + f_0)] + \frac{m^2}{4} \text{sinc}^2[\ell(f_x - f_0)] \right\}$$

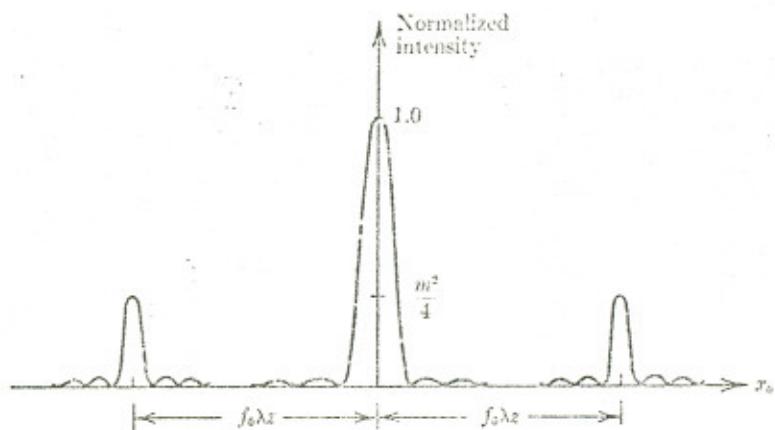


Figure 4-7 Cross section of the Fraunhofer diffraction pattern of a sinusoidal amplitude grating.

Unserer Berechnung lag die skalare Formulierung zugrunde, und deshalb werden wir nur dann gute Übereinstimmung mit den Messungen erzielen, wenn T groß gegen λ , (s. Bedingung 1 in der Einleitung).

Die genauere Intensitätsverteilung können wir uns folgendermaßen vorstellen: Durch die sinusförmige Amplituden-Modulation erhalten wir drei δ -Funktionen im Abstand $x_0 = f_0 \lambda$ z. Da wir jedoch nur einen endlichen Teil l des Gitters beleuchten, müssen wir die Beugung an der Öffnung der Breite l berücksichtigen, an die Stelle der δ -Funktion tritt das bekannte Beugungsbild des Einfach-Spaltes. Für die Breite des Maximums gilt: $B_{\max} \sim \frac{\lambda e}{l}$. Je größer l wird, desto schmäler wird das Maximum.

2.3.3. Gitter, das die Phase sinusförmig moduliert

Die Durchlaßfunktion dieses Gitters:

$$t(x_1, y_1) = \underbrace{\exp \left[i \frac{m}{2} \sin (2\pi f_0 x_1) \right]}_{\text{Phasengitter}} \underbrace{\text{rect} \left(\frac{x_1}{\ell} \right) \text{rect} \left(\frac{y_1}{\ell} \right)}_{\text{Öffnung}}$$

Durch geschickte Wahl verschwindet ein Faktor, der die mittlere Phasenmodulation repräsentiert. Wird das Gitter von einer ebenen Welle beleuchtet, die senkrecht einfällt und die Amplitude 1 hat, so ist die Feldverteilung $I(x_1, y_1)$ durch $t(x_1, y_1)$ gegeben.

In der Analysis gilt

$$\exp \left[i \frac{m}{2} \sin (2\pi f_0 x_1) \right] = \sum_{q=-\infty}^{\infty} J_q \left(\frac{m}{2} \right) e^{i 2\pi q f_0 x_1}$$

J_q ist eine Besselfunktion 1. Art der Ordnung q

$$\mathbb{E} \{ t(x_1) \} = \underbrace{\ell \text{sinc} (\ell f_x)}_{\text{Öffnung}} \cdot \underbrace{\left[\sum_{q=-\infty}^{\infty} J_q \left(\frac{m}{2} \right) \delta (f_x - q f_0) \right]}_{\text{Phasengitter}}$$

$$= \sum_{q=-\infty}^{\infty} J_q \left(\frac{m}{2} \right) \ell \text{sinc} [\ell (f_x - q f_0)]$$

mit $G(f_x)$ und $f_0 \gg 2/\ell$ haben wir

$$I(f_x) = \underbrace{\left(\frac{\ell}{\lambda z} \right)^2 \sum_{q=-\infty}^{\infty} J_q^2 \left(\frac{m}{2} \right)}_{\text{normiert} = 1} \underbrace{\text{sinc}^2 [\ell (f_x - q f_0)]}_{= 1 \text{ für Maxima}}$$

also

$$I_q(f_x) = J_q^2 \left(\frac{m}{2} \right) \quad f_x = q f_0$$

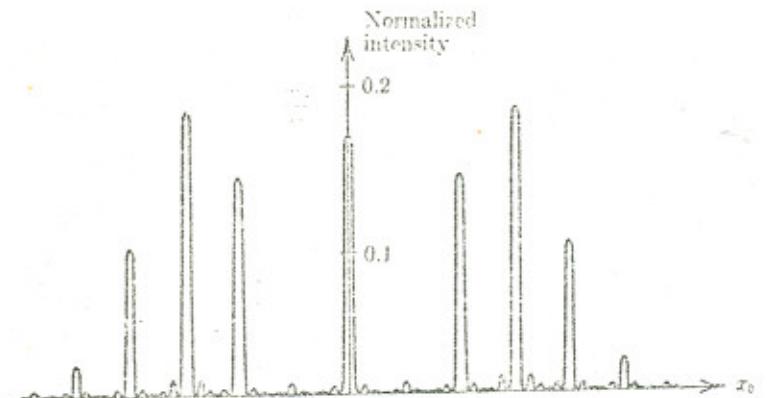


Figure 4-8 Cross section of the Fraunhofer diffraction pattern of a sinusoidal phase grating ($m = 8$).

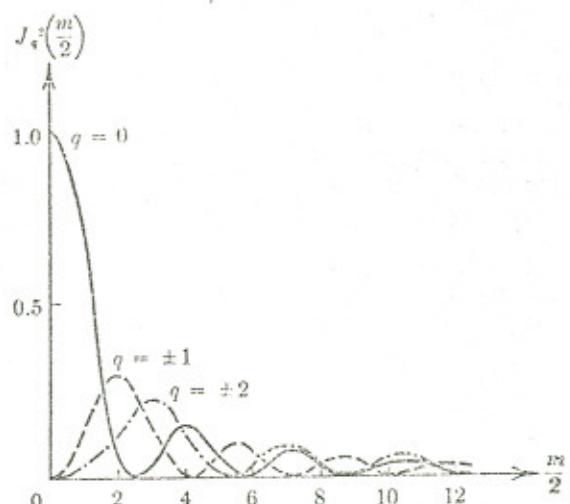
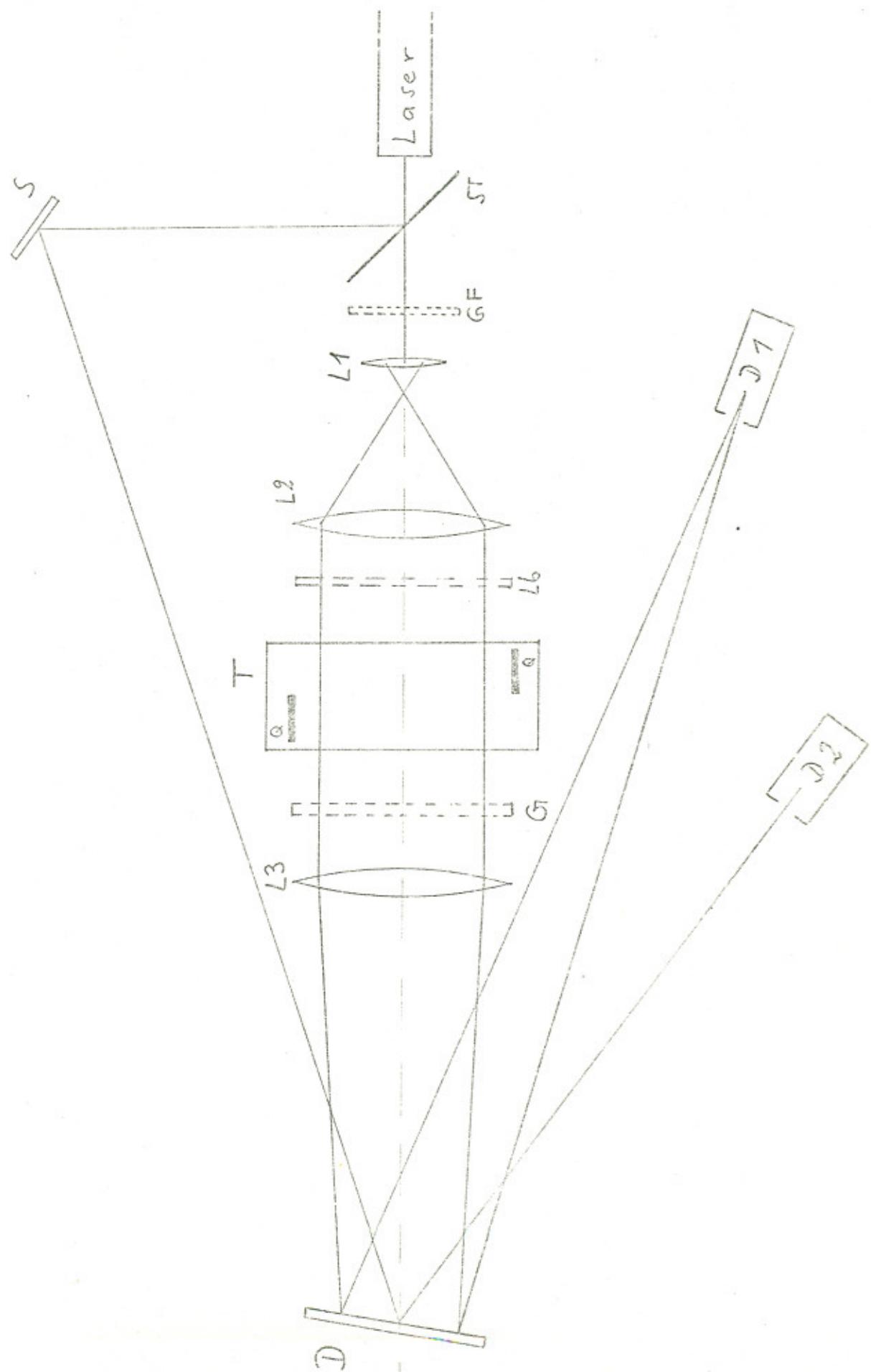


Figure 4-9 $J_q^2\left(\frac{m}{2}\right)$ vs. $\frac{m}{2}$ for three values of $\pm q$.

Das sinusförmige Phasengitter beugt die Energie aus der 0. Ordnung in mehrere höhere Ordnungen. Die Intensität der q-ten Ordnung $I_q = \left(\frac{\ell}{\lambda z}\right)^2 J_q^2 \left(\frac{m}{a}\right)$ und der Abstand von der 0. Ordnung beträgt $x_0 = q f_0 \lambda z$. Für bestimmte m wird $J_0 \left(\frac{m}{a}\right) = 0$, d.h. die 0. Ordnung verschwindet für dieses m ganz, und das gesamte Licht wird in die höheren Ordnungen gebeugt.

III. Versuchsaufbau

3.1. Versuchsanordnung



ST	Strahlteiler	
GF	Graufilter	
S	Spiegel	
D	Drehspiegel	
D1	Diode 1, entsprechend D2	
L1	Linse 1, entsprechend L2, L3	L1 f = 10mm
Lb	Lochblende	L2 f = 150mm
T	Flüssigkeitstank	L3 f = 1000mm
Q	Quarz	
G	Gitter	

Ein Helium-Neon-Laser mit 2 Milliwatt dient als Lichtquelle. Die Wellenlänge des gut gebündelten, fast monofrequenten Lichtstrahls beträgt 6328 \AA ($1 \text{ \AA} = 10^{-10} \text{ m}$). Mit der Linse L₁ und L₂ wird der Strahl 15fach aufgeweitet und ist dann zwischen L₂ und L₃ parallel. L₃ fokussiert das parallele Bündel auf D₁. Wir beobachten also nach Fraunhofer Art.

Aus zwei Gründen wird der Strahl aufgeweitet:

1. Beträgt der Durchmesser des Laserstrahles 0.5mm, so werden nur drei Spalte beim Ultraschallwellengitter ausgeleuchtet. (Beugung am Dreifachspalt statt am Gitter.)
2. Bei der Intensitätsmessung hat die Schlierenbildung durch Temperaturerhöhung im Isooctan Schwierigkeiten bereitet. Für die Temperaturerhöhung ist die abgestrahlte Schallenergie verantwortlich. Durch den aufgeweiteten Strahl wird über die ganze Öffnung (2cm) gemittelt.

Am Ende der optischen Bank befindet sich ein Drehspiegel, der auf einen Synchron-Motor (375 Umdrehungen/Minute) montiert ist. Den reflektierten Strahl, das Beugungsbild, mißt die Fotodiode D₁.

Da die Intensitätsverteilung mit einem Oszillographen dargestellt werden soll, ist eine externe Triggerung notwendig. Nimmt man die 0. Ordnung zum triggern, so stößt man auf folgende Schwierigkeit:

Beim Hochdrehen der Spannung am Quarz wird die Intensität der 0. Ordnung bei einem bestimmten Wert fast Null. Der Oszillograph triggert nicht mehr bei der 0. Ordnung sondern bei der 1. Ordnung rechts, d.h., daß das Beugungsbild auf dem Schirm wegspringt.

Um eine exakte Triggerung zu erhalten, ist nach dem Laser ein

Strahlteiler eingefügt. Der Strahlteiler besteht aus einem dünnen Deckplättchen wie sie zum Mikroskopieren verwendet werden. Ein Teil des Lichtes wird reflektiert, und der Rest geht leicht versetzt durch. Ein Objektträger (= Glas) reflektiert bei senkrechtem Einfall an einer Grenzschicht 4%. (Bei schrägem Einfall entsprechend der Fresnelschen Gleichungen.) Der reflektierte Strahl soll nicht nur zur Seite sondern auch nach unten weisen, da so zwei Dinge vermieden werden. Diode 2 triggert nicht mit dem Beugungsbild den Oszillographen, und Diode 1 misst nicht die Intensität des Triggerstrahls.

3.2. Gerätebeschreibung

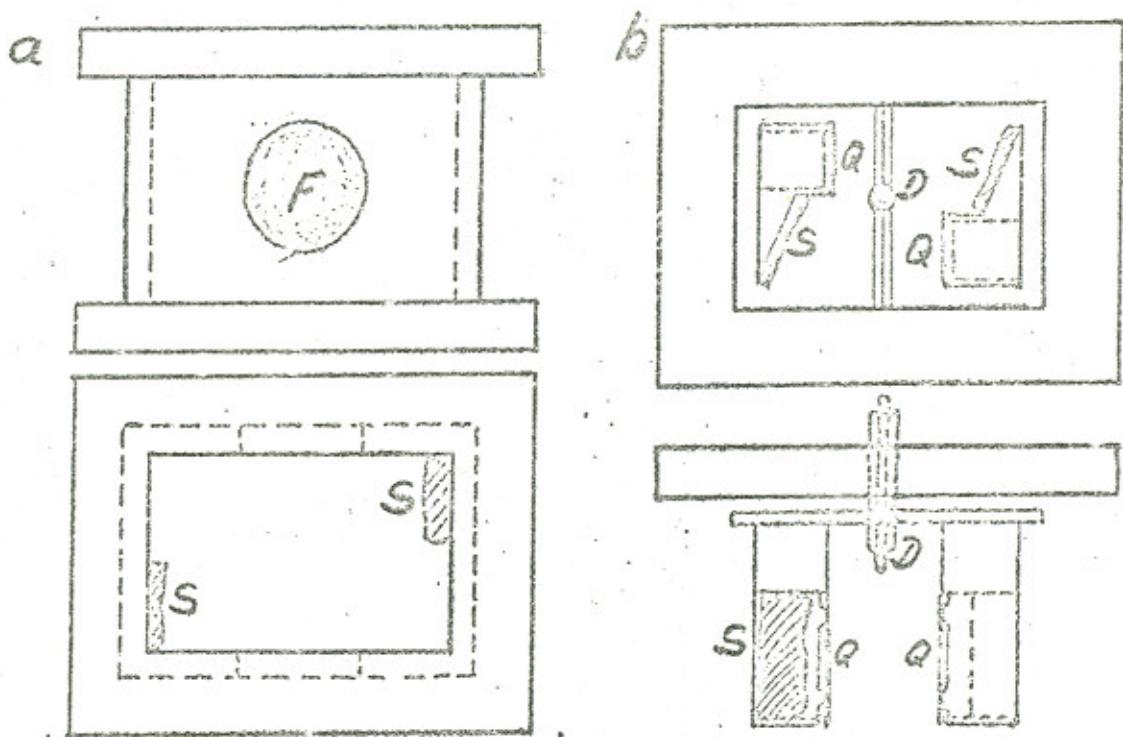
3.2.1.1. Ultraschallzelle (Flüssigkeit)

Die Ultraschallzelle wurde nach einer Konstruktion von Karolus und Fries gebaut und aus dem vorhandenen Ultraschallversuch übernommen. Ein 8 MHz-Quarz führt Dickenschwingungen in der Grundschwingung aus. Erregt man einen Kristall in der 5. Oberschwingung bei gleicher Spannung wie in der Grundschwingung, so erhält man nur noch den 5. Teil der Amplitude. Für die Eigenfrequenz N_E von Quarzen in Dickenschwingung gilt

$$N_E \text{ (Quarz)} = \frac{2,85}{\text{Dicke (mm)}} \text{ MHz}$$

Unser Quarz ist also 350μ dick. ($1 \text{ mm} = 1000 \mu$). Er ist $W = 12 \text{ mm}$ breit und 24 mm hoch.

Die Befestigung auf den Metallbänkchen ist für unseren Versuch nicht günstig, da so der Quarz zweiseitig abstrahlt. Bei einseitiger Abstrahlung schwingt die Quarzoberfläche mit doppelter Amplitude.



Ultraschallzelle in Grund- und Aufriß

a) Flüssigkeitsbehälter

S Schaumstoff

F Fenster

b) Deckel mit Quarzhalter

Q Ultraschallquarze (12x24mm)

D Leitungsdurchführung

Um Lichtbeugung auch an stehenden Ultraschallwellen beobachteten zu können, werden zwei Quarze angeregt. Beide müssen mit gleicher Amplitude schwingen und genau parallel zueinander sein. Die Bänkchen wurden auf 10μ genau gearbeitet. Die Quarze erzeugen zwei gegeneinander laufende Schallwellen, die sich senkrecht zur Lichtrichtung aber in zwei verschiedenen parallelen Ebenen ausbreiten. Eine solche Anordnung (gegenüber der herkömmlichen Erzeugung einer stehenden Welle durch Reflexion einer laufenden) besitzt den Vorteil, temperaturunabhängig zu sein. Die Schallgeschwindigkeit und damit die Schallwellenlänge sind temperaturabhängige Größen. Ein Teil der Schallenergie wird durch Absorption in thermische Energie umgewandelt. Dieser Effekt ist bei unserem Versuch leicht zu beobachten.

Dreht man die Spannung am Quarz auf 40 Skt, so erkennt man in der Zelle Schlieren, und das Beugungsbild fängt an zu "tanzen".

Die Beugung paralleler Lichtes (ebene Lichtwellenfront) an zwei laufenden Ultraschallwellen liefert die gleichen Erscheinungen wie man sie bei der Lichtbeugung an einer durch Reflexion einer laufenden Ultraschallwelle hergestellten stehenden Welle beobachtet hat.

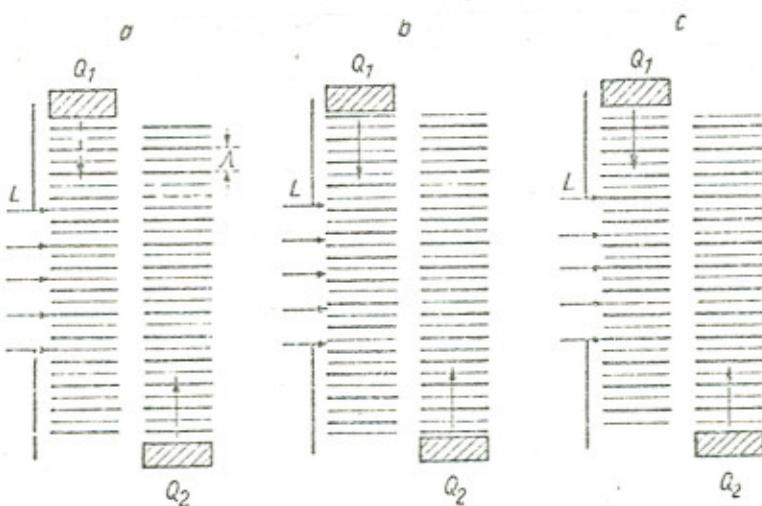


Abb. 3. Schematische Darstellung des Ultraschallfeldes. $T = \frac{1}{f_0}$ = Periodendauer, $\lambda = \frac{v}{f_0}$ = Schallwellenlänge, a) maximale Beugung $t = t_0$, b) Beugung Null $t = t_0 + \frac{T}{4}$, c) maximale Beugung $t = t_0 + \frac{T}{2}$

Um Reflexionen und damit eine Störung der planparallelen Struktur der Wellenzüge zu vermeiden, ist die dem Quarz gegenüberliegende Seite mit Schaumstoff S ausgekleidet und gegen die Wand geneigt, so daß die Welle absorbiert bzw. gegen die Wand abgelenkt wird.

Die Ultraschallzelle ist mit Isooctan gefüllt, warum werde ich später noch eingehend diskutieren.

3.2.1.2. Ultraschall im Festkörper (Nicht beim Versuch)

Mit piezoelektrischen Schallgebern kann man auch in festeren Stoffen Ultraschallwellen erzeugen. Da Lichtbeugung an einem Ultraschallgitter beobachtet werden sollte, wurde ein Glasblock mit einem aufgeklebten Quarz 15mm; 8.5 MHz verwendet. Mit Anpassungsgliedern (L-C-Kreis) konnte die Ausgangsspannung eines Senders von 30 Volt auf 350 Volt hochtransformiert werden. Im Beugungsbild war die dritte Ordnung schwach zu erkennen.

Mit folgenden Anstrengungen konnte das Bild verbessert werden:

1. Ein Sender mit größerer Leistung hatte das Ergebnis verbessert. Für das Praktikum schien jedoch die Verwendung eines leistungsstarken Senders nicht angebracht.
2. Lithium - Niobat (LiNbO_3) eignet sich als Ultraschallgeber besser als Quarz.

a) Die piezoelektrische Konstante ist größer

$$\text{Quarz } d_{11} = 6.9 \cdot 10^{-8} \sqrt{\frac{\text{cm sec}^2}{\text{g}}}$$

$$\text{LiNbO}_3 \quad d_{33} = 49 \cdot 10^{-8} \sqrt{\frac{\text{cm sec}^2}{\text{g}}}$$

Für die Dilatation bzw. Kompression δ_x gilt:

$$\delta_x = d_{11} U$$

Bei gleicher Spannung am Kristall ist die Amplitude der Dickschwingung für LiNbO_3 siebenmal größer.

Für Quarz gilt:

$$\delta_x = 6.9 \cdot 10^{-7} \text{ cm bei } 3000 \text{ V Spannung (Einheiten umrechnen)}$$

in Richtung der x-Achse, unabhängig von der Kristallgröße.

b) Der elektromechanische Kopplungsfaktor ist größer

Quarz $k_{11} = 0.09$ (numerisch)

LiNbO_3 $k_{33} = 0.47$ (numerisch)

$k^2 = \frac{\text{erzeugte mechanische Energie}}{\text{aufgewandte elektrische Energie}}$

Für Quarz gilt:

$$k = \frac{4\pi c_{11} d_{11}^2}{\epsilon}$$

Elastizitäts-Modul $c_{11} = 87.5 \cdot 10^{10} \frac{\text{dyn}}{\text{cm}^2}$

3. Zur Erlangung hoher Schallamplituden sollten die Kristalle in der Grundschwingung erregt werden.

a) In der n -ten Oberschwingung erhält man bei gleicher Spannung nur noch den n -ten Teil der Amplitude.

b) Die Güte eines Quarzes ist bei verschiedenen Quarzdicken in der Grundschwingung gleich.

LiNbO_3 - Kristalle kann man auf eine Dicke von 70μ mit einer Genauigkeit von 0.1μ schleifen. Die Grundschwingung eines solchen Kristalls liegt dann bei 50 MHz.

4. Wie stark das Licht gebeugt wird, hängt auch von der Breite der Ultraschallwelle ab. Man sollte also versuchen, den Durchmesser des Kristalls möglichst groß zu wählen, wobei aber eine Schranke zu berücksichtigen ist:

Raman-Nath- und Bragg-Gebiet kann man grob folgendermaßen abgrenzen. Für Raman-Nath-Beugung müssen Breite, Frequenz und Amplitude der Schallwelle genügend klein und für Bragg-

Beugung genügend groß sein.

Ist das Kriterium (Raman-Nath)

$$W \leq \frac{\lambda_{\text{Schall}}^2}{16 \lambda_{\text{Licht}}}$$

W = Breite der Schallwelle

erfüllt, so gilt

$$\sin \alpha = \pm q \left(\frac{\lambda}{\lambda} \right)$$

q-te Ordnung

Mit dem Bragg-Kriterium

$$W \geq 2N' \frac{\lambda^2}{m\lambda}$$

N' = Zahl der Wellenfronten

hat man die Bedingung

$$m \lambda = 2 \lambda \sin \theta$$

m-te Ordnung

5. Beim Bedampfen der beiden Kristallflächen, mit Aluminium zum Beispiel, sollte man auf der oberen Fläche ein kleines Eckchen aussparen und mit Leitsilber den Kontakt zur unteren Fläche über die Kante herstellen. Zuführungen zwischen Kristall und Glasblock stören das Schallfeld.
6. Zur Anbringung des Kristalls auf dem Glasblock scheint Öl oder Fett am geeignetsten. Der Schwinger kann problemlos wieder abgenommen werden. Beim Aufkleben des Kristalls besteht die Gefahr, daß der Schwinger verspannt wird.
Zur Demonstration der Dämpfung zwei Messungen von LiNbO_3 in Luft und auf Glas (Ölfilm). In den Diagrammen ist die reflektierte elektrische Energie gegen die Frequenz aufgetragen. Fällt der Betrag der reflektierten elektrischen Energie, so nimmt der Schwinger bei dieser Frequenz (Resonanz) mehr elektrische Energie auf. Je weniger der Betrag der reflektierten elektrischen Energie abnimmt, desto mehr ist der Schwinger gedämpft.

Die reflektierte elektrische Energie wurde in Dezibel gemessen ($x = 10 \log_{10} \frac{E_1}{E_2}$)

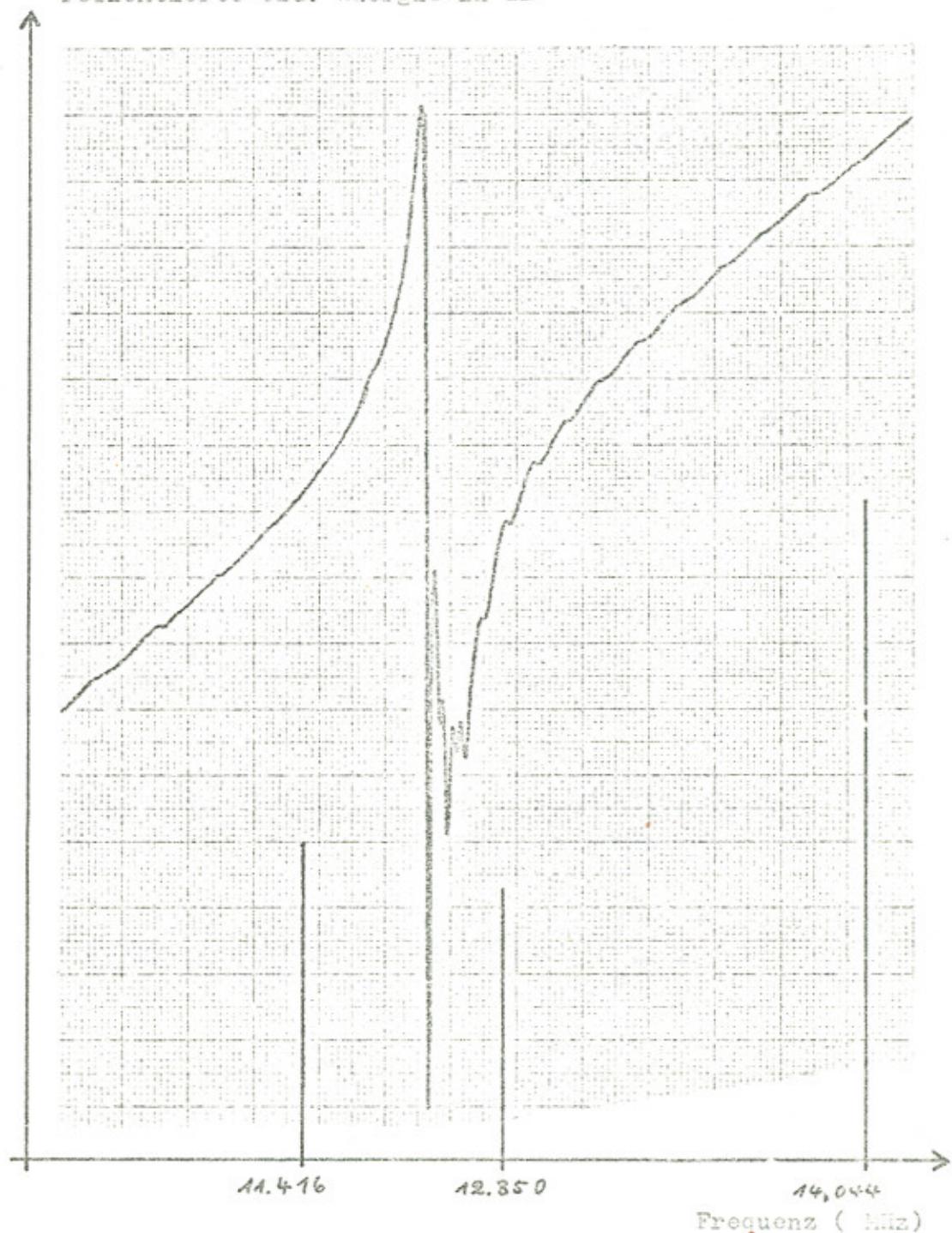
Die Abkürzung SS bedeutet: Spitze Spitze.

Die Zacken auf der Kurve weisen darauf hin, daß dieser Kristall kein idealer Dickenschwinger ist.

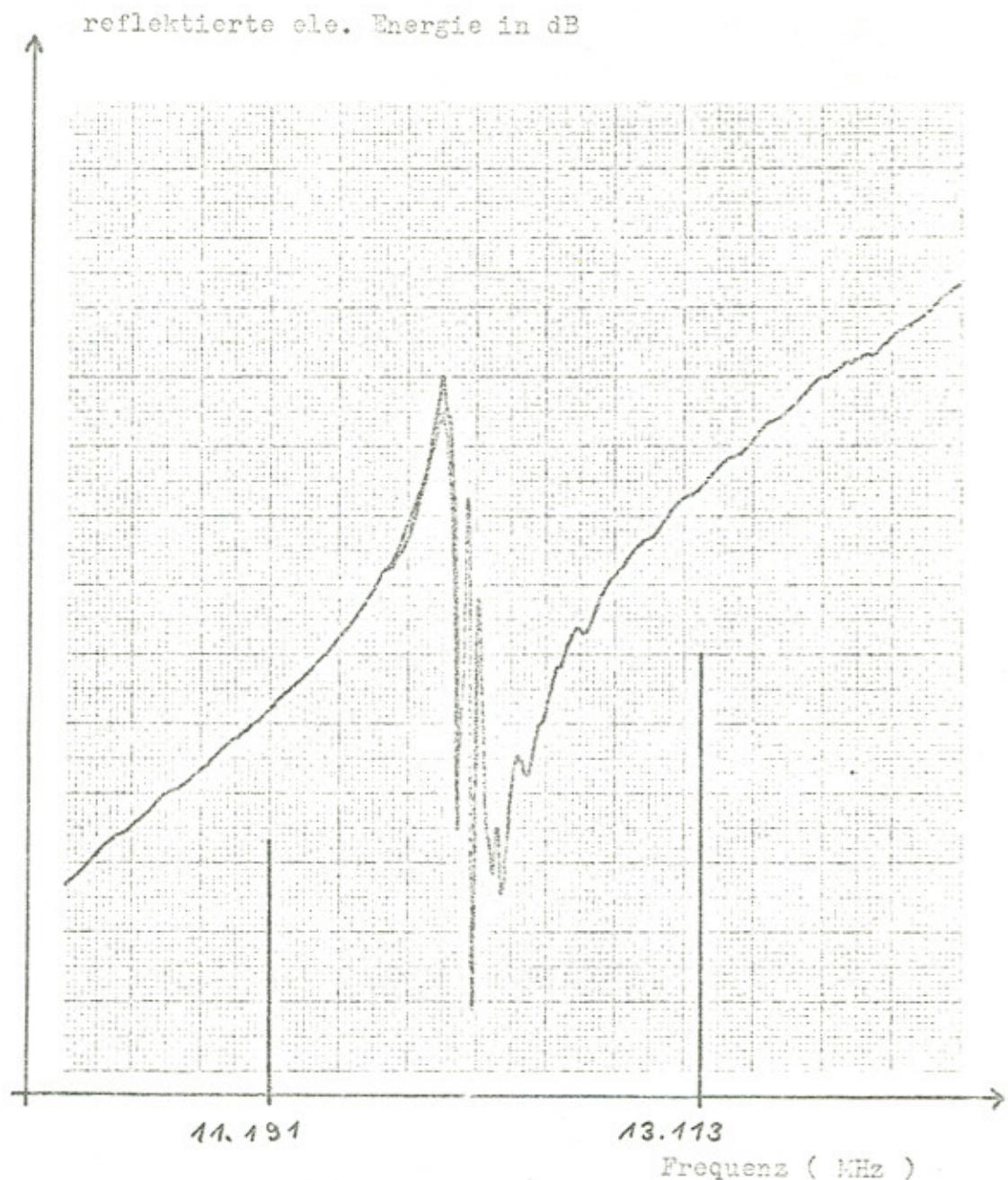
Die Güte Q wurde gemäß der Gleichung

$$Q = \frac{N}{4N} \quad \text{bestimmt.}$$

reflektierte ele. Energie in dB



LiNbO_3 in Luft SS = 7dB Güte Q = 310 bei 11.090 MHz



LiNbO_3 auf Glas SS = 5dB Güte Q = 155 bei 11.990 MHz

3.2.2. 8 MHz - Sender

Zur Anregung der Quarze dient ein 8 MHz - Sender, dessen Ausgangsspannung von 0 bis 300 Vss regelbar ist. Er besteht aus zwei Stufen, der Oszillator- und der Verstärker-Stufe. Im Oszillato arbeiten zwei EF 184 im Gleichtakt. Die Verstärker-Stufe wird unsymmetrisch angekoppelt und ist mit einer EL 84 als Leistungsverstärker ausgelegt.

Mit Hilfe eines Diodenvoltmeters kann die Spitzenspannung am Ausgang gemessen werden ($40 \text{ Skt} \cong 300 \text{ Vss}$). Um nicht für besondere Frequenzkonstanz sorgen zu müssen, ist der Schwingkreis der Oszillator-Stufe abstimmbar gebaut worden.

Beim Nachmessen mit einem Resonanzmeter ergab sich bei 8.4 bis 8.5 MHz, mit einem Oszillographen bei 8.34 MHz, für die angelegte Spannung ein Maximalwert von 300 Vss.

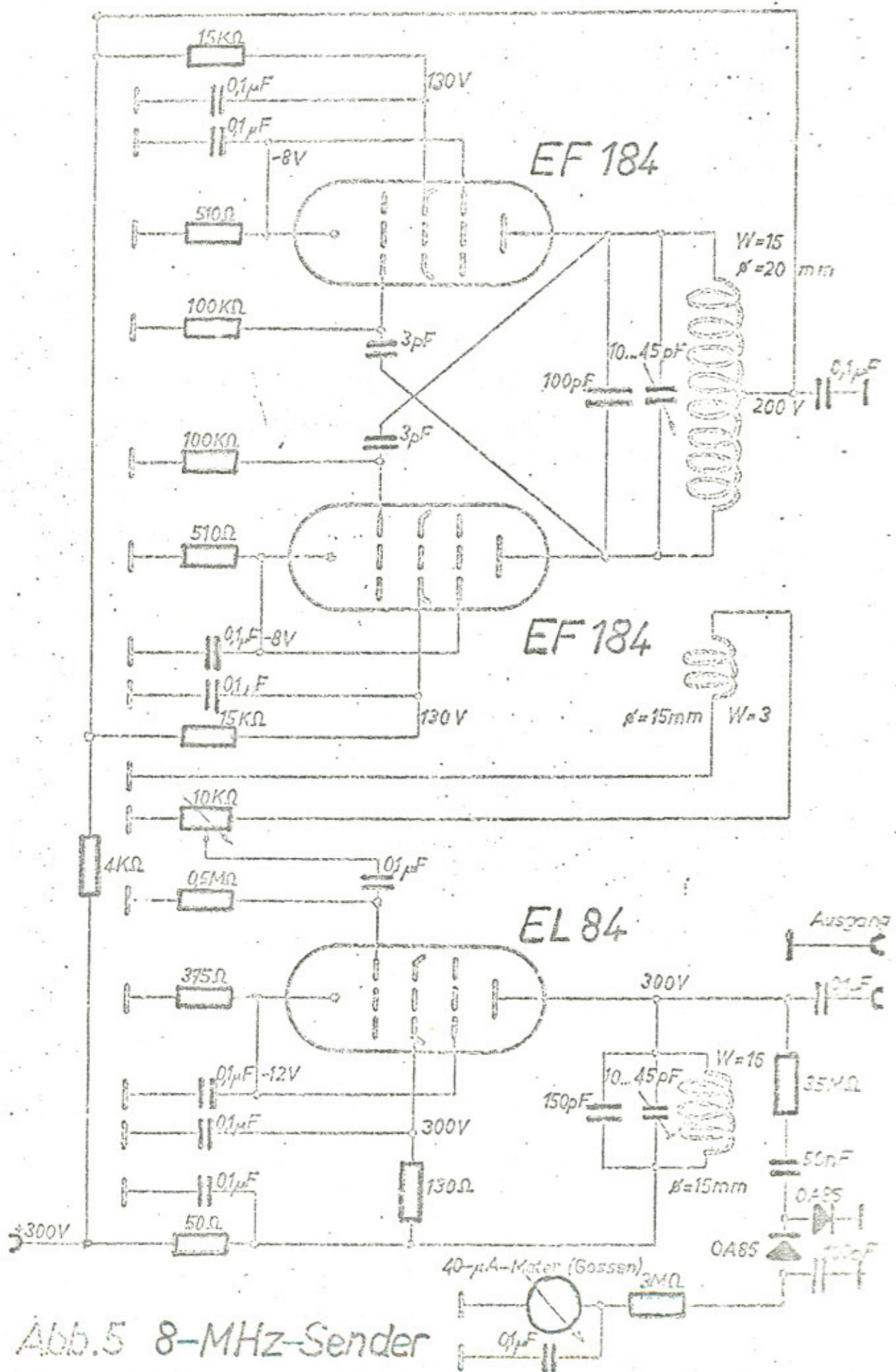


Abb. 5 8-MHz-Sender

3.2.3. Fotodiode BPY 13

Die gesamte Intensität nur einer Ordnung soll zu einem Zeitpunkt auf die lichtempfindliche Fläche der Fotodiode fokussiert werden. Wird dies durch eine entsprechende Justierung erreicht, so ist die Intensität $I_m \sim$ Höhe des Beugungsbildes.

Die BPY 13 ist eine schnelle großflächige Silizium- Fotodiode mit Kunststofffenster für frontalen Lichteinfall. Sie wurde aus folgenden Gründen verwendet:

1. Sie hat eine große lichtempfindliche Fläche (12mm^2), sie kann also die gesamte Intensität auch bei kleinen Schwankungen des Drehspiegels messen.
2. Sie ist schnell, d.h., die Abklingzeit ist kurz. Die Spannung steigt oder sinkt bei einer Messung sehr schnell, und dadurch können die Intensitäten der einzelnen Ordnungen getrennt werden. Die zeitliche Aufeinanderfolge der Intensitätsmaxima beträgt ungefähr 10 kHz. Die BPY 13 ist um den Faktor 100 schneller.
3. Ihre spektrale Empfindlichkeit beträgt bei 6528\AA noch 85% ihres Maximalwertes bei 9200\AA .

Bei den Fotodioden ist darauf zu achten, daß nicht zuviel Licht (3 m Watt) auf das Fenster fokussiert wird. Die Intensität soll mit Graufilter abgeschwächt werden (Beschreibung im Teil "Justierung").

3.2.4. Foto - Vorverstärker (Kappe 552)

Zwei identische Foto-Vorverstärker sind mit stabilisiertem Netzteil in einem Gehäuse untergebracht. Die Verstärkung ist in Dezimal-Stufen von 1 bis 10^4 einstellbar. Zwischen diesen Stufen ist variable uncalibrierte Einstellung möglich.

Es ist darauf zu achten, daß die Dioden-Signale nicht über-

steuert werden. Wird ein Impuls zu stark verstärkt, so behält der Peak auf dem Oszillographen die gleiche Höhe, obwohl die Intensität zu- oder abnimmt.

3.2.5. Oszillograph

Für den Versuch steht ein Ein-Kanal-Oszillograph (Tektronix RM 15) zur Verfügung. Die Grenzfrequenz beträgt 5 MHz. Das aus dem Vorverstärker als positives Signal zur Verfügung stehende Triggersignal wird dem Oszillographen extern eingegeben. Der Triggerpegel sollte knapp in positive Richtung gestellt werden. Die Ablenkzeit ist mit der Drehfrequenz des Motors zu koordinieren, üblicherweise $50\mu\text{sec}$. Für die Vertikalablenkung eignet sich 0.1 Volt/cm.

3.3. Justierung der Apparatur

(Bitte Reihenfolge einhalten)

1. Der hintere Reiter der unteren Laserplatte sollte mit der optischen Bank bündig gestellt werden.
2. Die obere Laserplatte wird mit den Feststellschrauben so fixiert, daß sich der Strahl über der Mitte der optischen Bank befindet.
3. L 1 wird nun eingesetzt (meist ist jedoch ein Ausbauen von L 1 nicht erforderlich) und nach Höhe und Seite eingerichtet.
4. L 2 muß nun im Abstand ($f_1 + f_2 = 160\text{mm}$) von L 1 befestigt werden, damit das aus L 2 austretende Licht parallel ist (mit Schirm in 2 oder 3m Entfernung nachprüfen). L 2 steht dann ungefähr bei 51 cm.
5. L 3 sollte man bei 74 cm aufstellen
6. und den Drehspiegel bei 94 cm. Man muß darauf achten, daß das gesamte Beugungsbild auf den Spiegel D fällt.

7. Durch vorsichtiges Drehen am Drehspiegel kann man den Strahl auf D 1 spiegeln.
8. Nun muß ein Teil des Lichts durch den Strahlteiler nach rechts und nach unten auf den Spiegel S reflektiert werden.
9. Strahlteiler und Spiegel S müssen so lange justiert werden, bis Strahl 2 auf den Drehspiegel D und auf die Diode D 2 fällt. Ist der Spiegel S zu weit seitlich versetzt, so fällt der Strahl 2 nicht mehr auf D 2, ist er zu wenig seitlich versetzt, befindet sich L 3 im Strahlengang.
10. Die Spaltblende der Diode D 1 ist in den Fokus der Linse L 3 ($f_3 = 1000\text{mm}$) zu setzen. Die Richtung sollte zum Drehspiegel weisen. Durch den vorgesetzten variablen Spalt läßt sich später das Bild auf dem Oszilloskop verbessern (je breiter der Spalt, desto breiter der Peak). Man darf allerdings den Spalt nicht so schmal machen, daß die Höhe des Peaks geringer wird.
11. Zum Einsetzen der Amplitudengitter muß man den Drehspiegel D stoppen und das reflektierte Beugungsbild betrachten. Das Gitter muß so justiert werden, daß die Beugungsmaxima waagrecht liegen (sonst wird ein Teil der höheren Ordnungen nicht gemessen.)
12. Die Ultraschallzelle muß senkrecht zur Lichtrichtung justiert werden. Das Beugungsbild sollte dann so weit wie möglich symmetrisch zur 0. Ordnung sein.
13. Die Frequenz richtet man am besten so ein, daß man bei maximaler Spannung gerade 40 Skt hat. Für die folgenden Messungen darf dann aber die Frequenz nicht mehr verändert werden, da $\Delta \phi \sim N u_{eff}$.
14. Die Peaks der beiden Dioden muß man sich im Oszilloskop anschauen (intern triggern) und dann so verstärken, daß

die Signale nicht übersteuert sind.

- a) Auf D 2 fällt verhältnismäßig wenig Licht, und man muß den Impuls maximal verstärken (nicht Übersteuern), um den Minimalwert, der zum Triggern notwendig ist, überschreiten zu können.
- b) Fällt das gesamte Licht (nur beim Phasengitter möglich, bei den Kreuzgittern kann das Graufilter weggelassen werden) auf D 1, so wird die Fotodiode zerstört. Um nun noch unter der Grenze zu bleiben, wo D 1 übersteuert ist, wird vor L 1 ein Graufilter gestellt und vor den Tank eine variable Lochblende gesetzt. Nun stellt man den Oszillographen auf die zweitempfindlichste Stufe ein (0.1 Volt/cm). Der Verstärker soll maximal verstärken, ohne zu verzerrten, und dann schließt man die Lochblende so weit, bis der Peak 6 Kästchen hoch ist. Danach dreht man den Verstärker runter, bis der Peak nur noch 3 Kästchen hoch ist, und nun öffnet man die Lochblende, bis der Peak wieder 6 Kästchen hoch ist. Die Messungen wiederholt man am besten mit verschiedenen Lochblendenöffnungen. Die Höhe und die Richtung der D 1 justiert man endgültig bei interner Triggerung mit einer kleineren Durchlaufzeit ($5 \mu\text{sec}$). Die Spitze des Peaks sollte möglichst waagrecht und breit sein. Die Höhe der D 2 entsprechend.

IV. Messungen und Meßergebnisse

4.1. Amplitudengitter

Die selbstgestellte Aufgabe läßt sich so umreißen, daß für vorhandene Gitter die Aperturfunktion aus dem Beugungsbild berechnet und aufgemalt werden soll. Ausgehend von den Ergebnissen der Beispiele in Kapitel II wurden die folgenden Herleitungen speziell für den Versuch durchgerechnet.

4.1.1. Relative Berechnung der Aperturfunktion eines Sinusgitters aus der Intensitätsmessung

Die Aperturfunktion eines Sinusgitters hat drei Kenngrößen:

Gitterkonstante $T = \frac{1}{f_0}$ und die Fourierkoeffizienten a_0, a_1 .

Die Fourierkoeffizienten sind aus der Intensitätsmessung zu bestimmen.

Mit der Aperturfunktion

$$t(x) = \underbrace{\left[\frac{a_0}{2} + a_1 \cos(2\pi f_0 x) \right]}_{:= f(x)} \operatorname{rect}\left(\frac{x}{\ell}\right)$$

fanden wir die Intensitätsverteilung

$$\begin{aligned} I(x_0) = & \left[\frac{\ell}{2\lambda z} \right]^2 \left\{ a_0^2 \operatorname{sinc}^2(\ell f_x) + \right. \\ & a_1^2 \operatorname{sinc}^2\left[\ell(f_x + f_0)\right] + \\ & \left. a_1^2 \operatorname{sinc}^2\left[\ell(f_x - f_0)\right] \right\} \end{aligned}$$

Die Hauptmaxima liegen bei den Frequenzen

$$0; +f_0; -f_0$$

Die Beeinflussung der Intensität einer Beugungsordnung durch die einer anderen Ordnung ist vernachlässigbar, wenn gilt

$$f_0 \gg \frac{2\lambda}{\ell} \quad (\text{siehe 2.3.2.})$$

Man kann also zeigen, daß

$$I_m \sim a_m^2$$

$$m = 0, 1$$

(ergibt eine m -te Ordnung links u. rechts)

mit

$$\lim_{b \rightarrow 0} (\sin^2 b) = \left(\lim_{b \rightarrow 0} \frac{\sin \pi b}{\pi b} \right)^2 = 1$$

Bleiben die geometrischen Abmessungen fest (ℓ, z, λ), so

gilt:

$$\frac{I_m}{I_0} = \frac{a_m^2}{a_0^2} \Rightarrow a_m = a_0 \sqrt{\frac{I_m}{I_0}}$$

Die absolute Bestimmung von a_0 ist nicht notwendig. Wir

$$\text{wählen } a_0 := +\sqrt{I_0} \Rightarrow a_m = \pm \sqrt{I_m}$$

bei Vernachlässigung der Dimension.

Multipliziert man $a_0 \cdot b = a'_0$, so erhält man als Aperturfunktion nicht mehr $f(x)$, sondern $f(x) \cdot b = f'(x)$.

Durch Verändern des Maßstabs der Ordinate können wir später die Höhe der Aperturfunktion festlegen. (Normieren auf 1)

Wir können nun aus der Intensitätsmessung die a_m und damit die Aperturfunktion $f(x)$ berechnen.

4.1.2. Approximation periodischer Aperturfunktionen durch Sinusfunktionen

Nun ein Gedankenexperiment:

Wir beobachten die Beugung an drei Sinusgittern mit den Gitterfrequenzen $f_0, a f_0, b f_0$, wobei a und b ganzzahlig sein sollen.

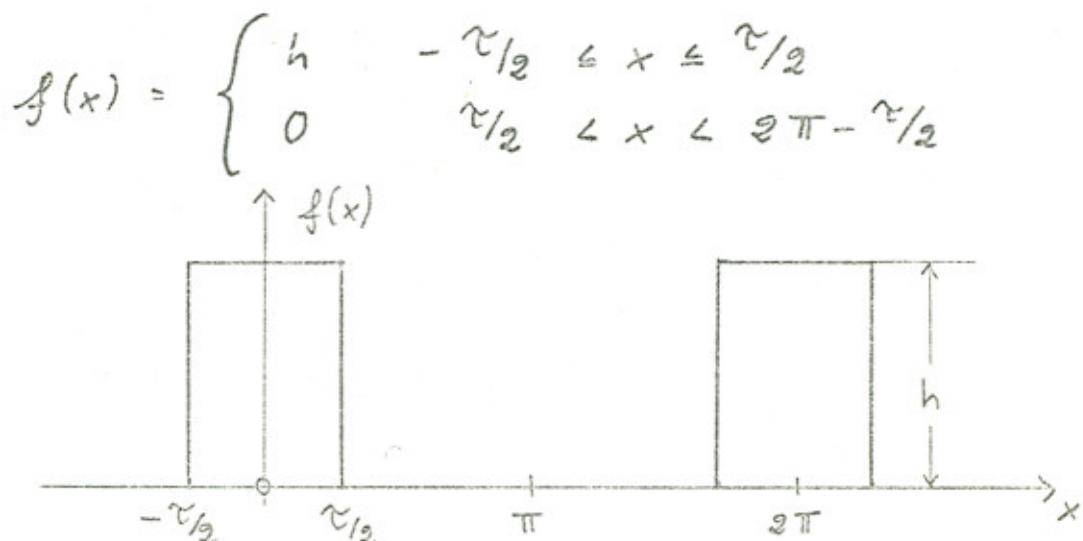
Wir wollen später periodische Funktionen durch Fourier-Reihen approximieren, und dafür ist die Ganzzahligkeit der Grundfrequenz unerlässlich.

Jedes einzelne Sinusgitter erzeugt symmetrisch zum unabgelenkten Bündel ($m = 0$) nur seine beiden Wellenbündel erster Ordnung ($m = 1$). Haben wir noch ein viertes Gitter, dessen Amplitude gemäß der Superposition der drei Sinusschwingungen mo-

duliert ist, so beobachten wir eine Intensitätsverteilung, die gleich der Überlagerung der drei einzelnen Beugungsbilder ist.

Ergibt eine Gitterstruktur eine ganze Reihe von Wellenbündeln mit den Ordnungszahlen $m = 1, 2, 3, 4, \dots$, so gehört jedes dieser Bündel mit der Ordnungszahl ($m = 1$) zu einem der Sinusgitter. Die Aperturfunktion erhalten wir durch Überlagerung der einzelnen Sinusfunktionen.

Haben wir ein Gitter, das die Amplitude kastenförmig moduliert, so müssen wir uns überlegen, wie wir die kastenförmige Aperturfunktion durch Überlagerung von Sinusfunktionen approximieren können. Dies ist jedoch gerade die Aufgabe der Harmonischen Analyse. Man versteht darunter die Darstellung periodischer Funktionen durch endliche oder unendliche Summen rein sinusförmiger (sogenannter harmonischer) Bestandteile.



$f(x)$ ist aus rechentechnischen Gründen geschickt gewählt:

1. Periode $T = 2\pi$

2. $f(x) = f(-x)$ gerade Symmetrie

Wir wollen $f(x)$ durch die Fourier-Reihe

$$f(x) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} a_n \cos nx + \sum_{n=1}^{\infty} b_n \sin nx$$

annähern. Wir hatten vorher $a_1 \approx (2\pi f_0 x)$, nun gilt

$$f_0 = \frac{1}{T} = \frac{1}{2\pi} \Rightarrow a_1 \cos(1x)$$

Da $f(x)$ eine gerade Symmetrie besitzt, genügt

$$f(x) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} a_n \cos nx \quad ; \text{ alle } b_n = 0$$

Für die Fourier-Koeffizienten gilt

$$a_n = \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(x) \cos nx \, dx \quad \text{oder}$$

$$a_n = \frac{2}{\pi} \int_0^{\pi} f(x) \cos nx \, dx \quad \text{da gerade Symmetrie} \\ n = 0, 1, 2, 3, \dots$$

$f(x)$ eingesetzt

$$a_n = \frac{2}{\pi} \left(\int_0^{\pi/2} h \cos nx \, dx + \int_{\pi/2}^{\pi} 0 \cos nx \, dx \right)$$

$$a_n = \frac{2h}{\pi} \left[\frac{1}{n} \sin nx \right]_0^{\pi/2}$$

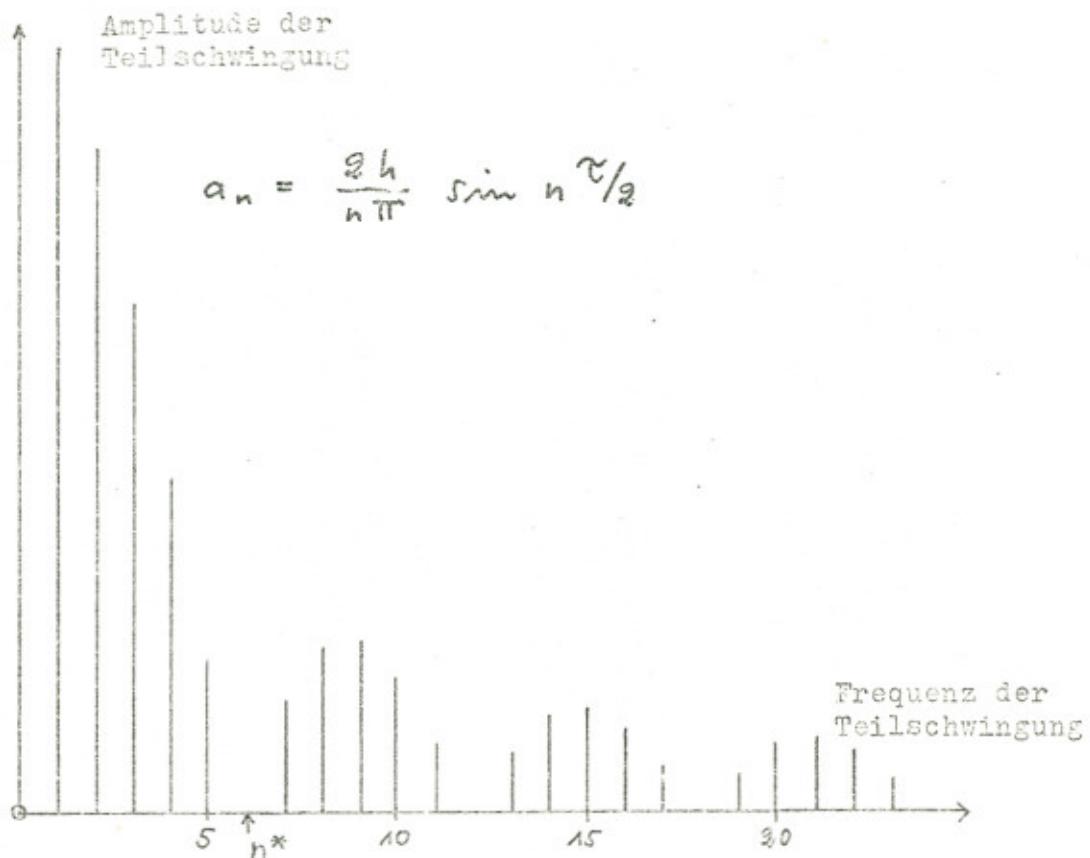
$$a_n = \frac{2h}{n\pi} \sin n \frac{\pi}{2} \quad n = 0, 1, 2, \dots$$

$$a_0 = \frac{2h}{\pi} \lim_{n \rightarrow 0} \frac{\sin n \frac{\pi}{2}}{n} = \frac{2h \frac{\pi}{2}}{\pi} \lim_{n \frac{\pi}{2} \rightarrow 0} \frac{\sin n \frac{\pi}{2}}{n \frac{\pi}{2}}$$

$$a_0 = \frac{h \pi}{\pi}$$

Nun wollen wir eine Aussage über das Vorzeichen von a_n gewinnen. Wir zeichnen das zum Schwingungsbild $f(x)$ gehörige Spektrum.

Als Beispiel wird hier $\tau = T/6$ gewählt.



Bei der n^* -ten Ordnung haben wir das erste Mal für die Intensität der gebeugten Bündel ein Minimum. Es gilt

$$\sin n^* \frac{\tau}{2} \cong 0$$

Man sieht nun, daß

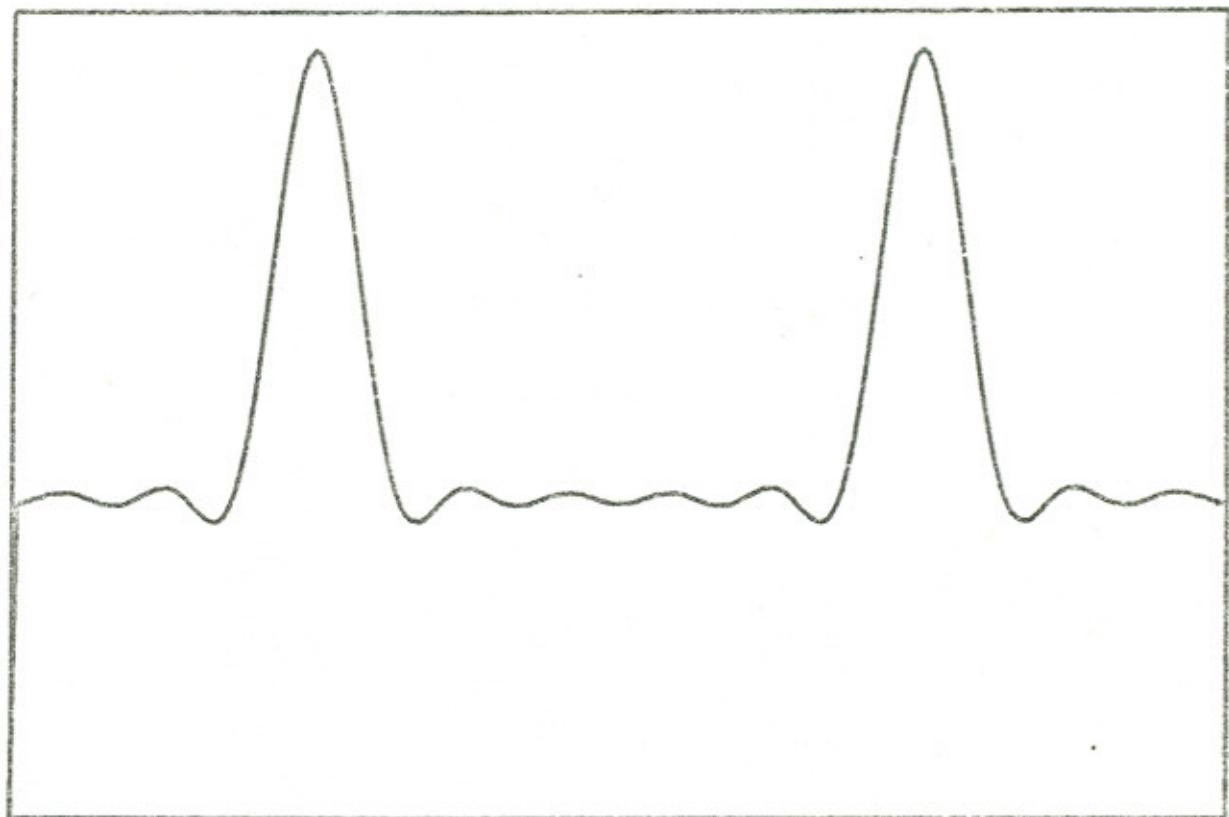
$$a_n > 0 \quad \text{für } n < n^* ; \dots$$

$$a_n < 0 \quad \text{für } n^* < n < 2n^* ; \dots$$

Zusammengefaßt kann man sagen, daß sich beim Nulldurchgang das Vorzeichen der Fourierkoeffizienten a_n ändert.

Zur Veranschaulichung folgende fünf Diagramme. Eine Rechteck-Funktion mit $\tau = T/6$ wird mit 6, 12, 18 und 24 Fourier-Koeffizienten approximiert.

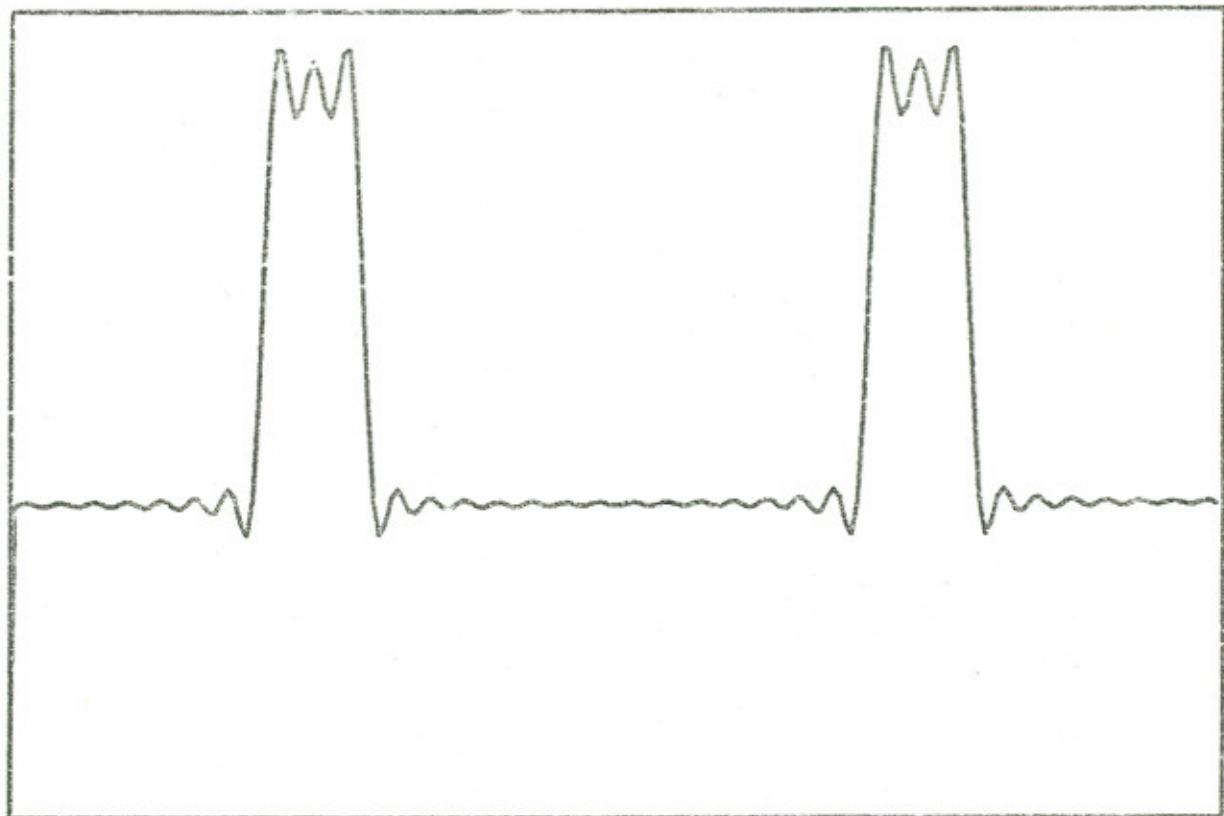
Ein Teil der Aperturfunktion superponiert mit a_1 bis a_6



Ein Teil der Aperturfunktion superponiert mit a_1 bis a_{12}



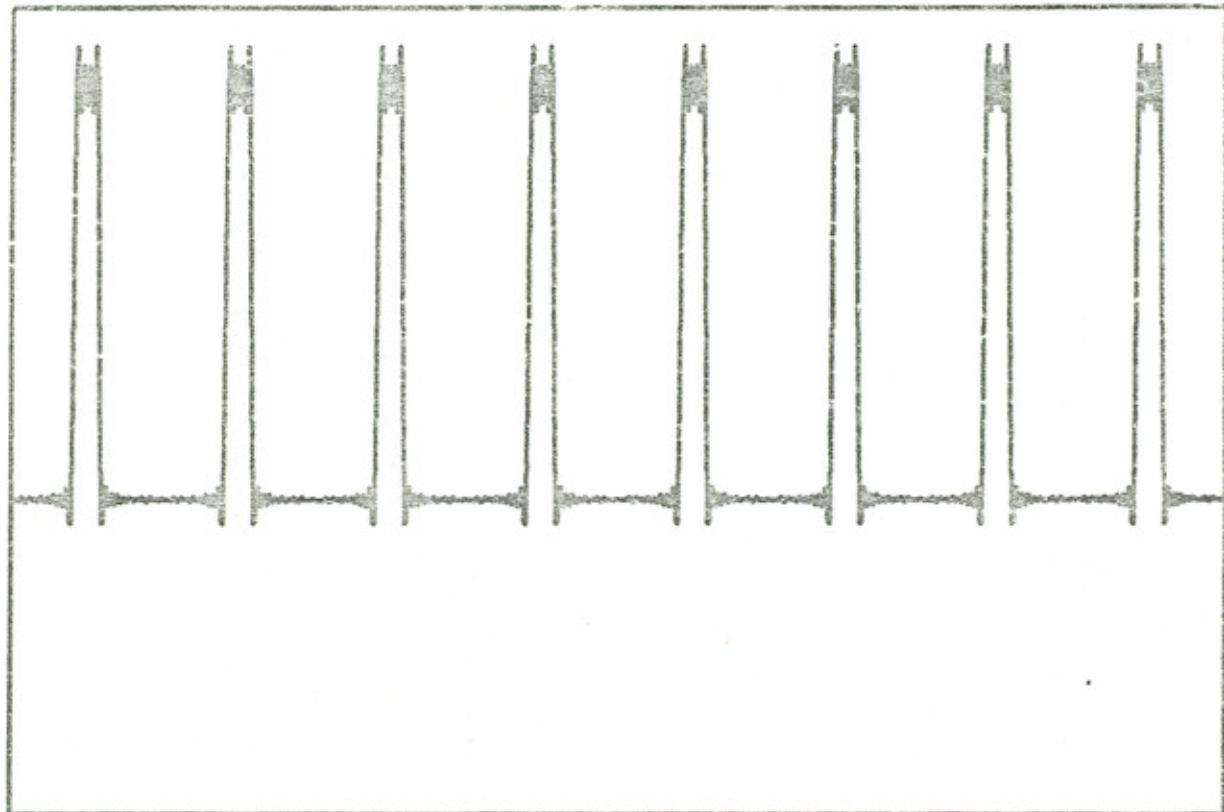
Ein Teil der Aperturfunktion superponiert mit a_1 bis a_{18}



Ein Teil der Aperturfunktion superponiert mit a_1 bis a_{24}

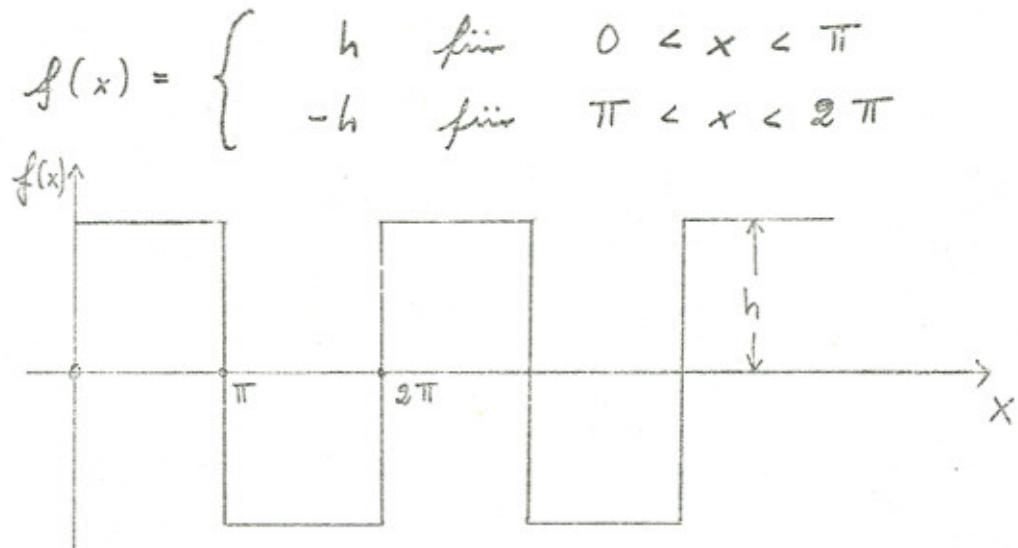


Ein Teil (8 Öffnungen) der durch die Fourierreihe approxi-
mierten Aperturfunktion des Gitters. (mit a_1 bis a_{24})



Ein häufig vorkommender Spezialfall:

Steg und Öffnung der Aperturfunktion sind gleich breit. Wir wählen $f(x)$, wie es in den Formelsammlungen üblich ist.



1. Periode $T = 2\pi$

2. ungerade Vollsymmetrie

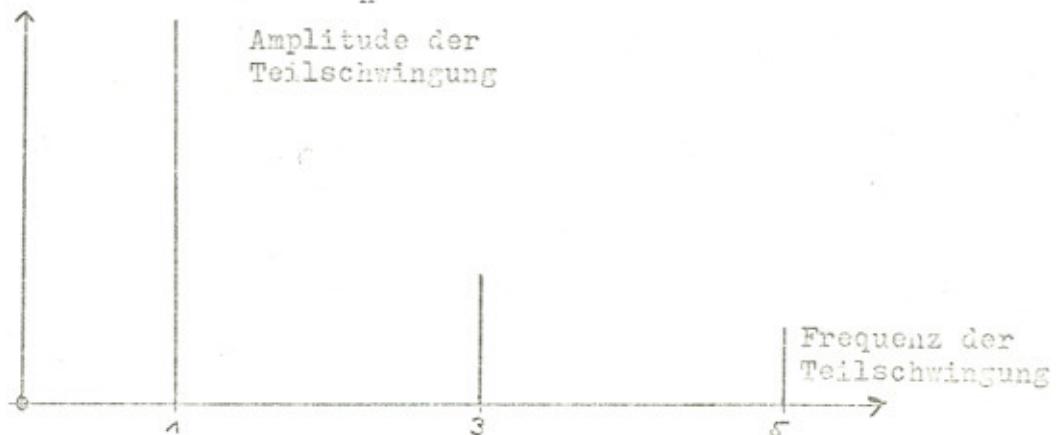
"ungerade" d.h. $f(-x) = -f(x) \Rightarrow a_n = 0$
für alle n

"Voll" d.h. $f(x + \pi) = -f(x) \Rightarrow a_n = b_n = 0$
für $n = 2, 4, 6, \dots$

$$f(x) = \frac{4h}{\pi} \left(\sin x + \frac{1}{3} \sin 3x + \frac{1}{5} \sin 5x + \dots \right)$$

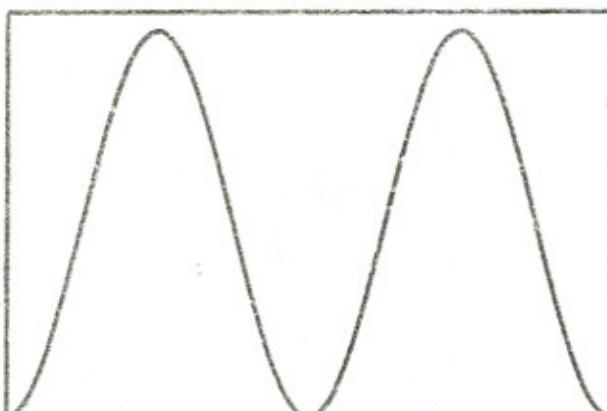
mit $b_n = \frac{4h}{n\pi}$ für $n = 1, 3, 5, \dots$

Spektrumsdarstellung der b_n

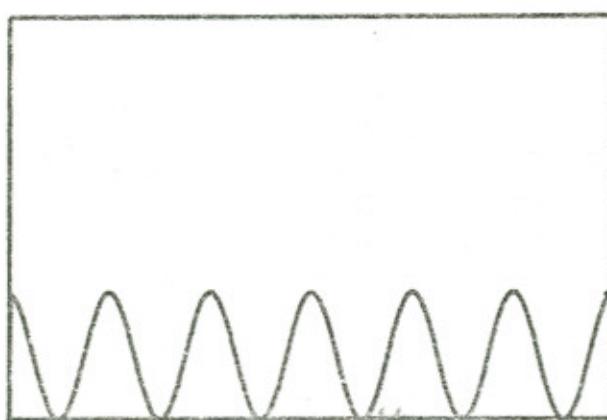


Im Beugungsbild fehlen für diesen Spezialfall alle geraden Ordnungen.

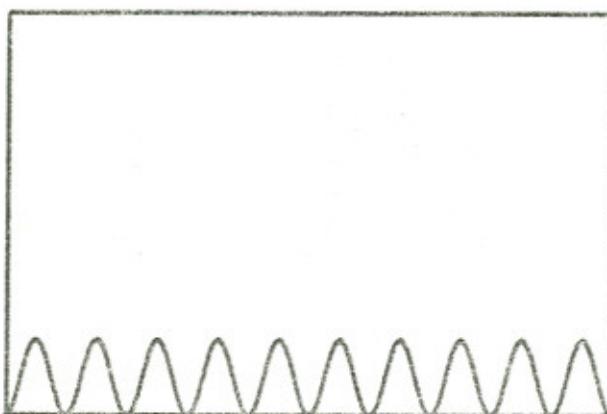
Die drei sin - Funktionen mit ihren entsprechenden Amplituden



$$\sin x$$

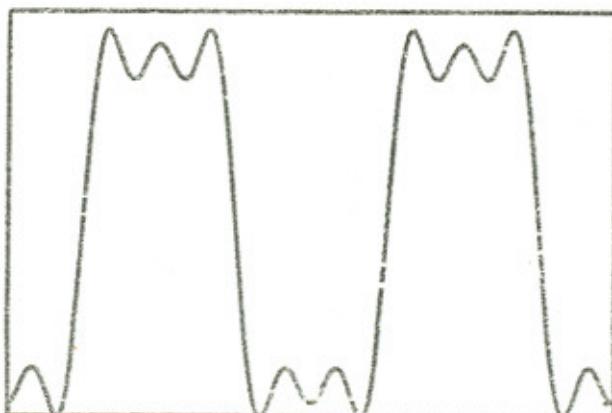


$$\frac{1}{3} \sin 3x$$



$$\frac{1}{5} \sin 5x$$

und die Superposition



$$\begin{aligned} & \sin x \\ & + \frac{1}{3} \sin 3x \\ & + \frac{1}{5} \sin 5x \end{aligned}$$

4.1.3. Rechenprogramm

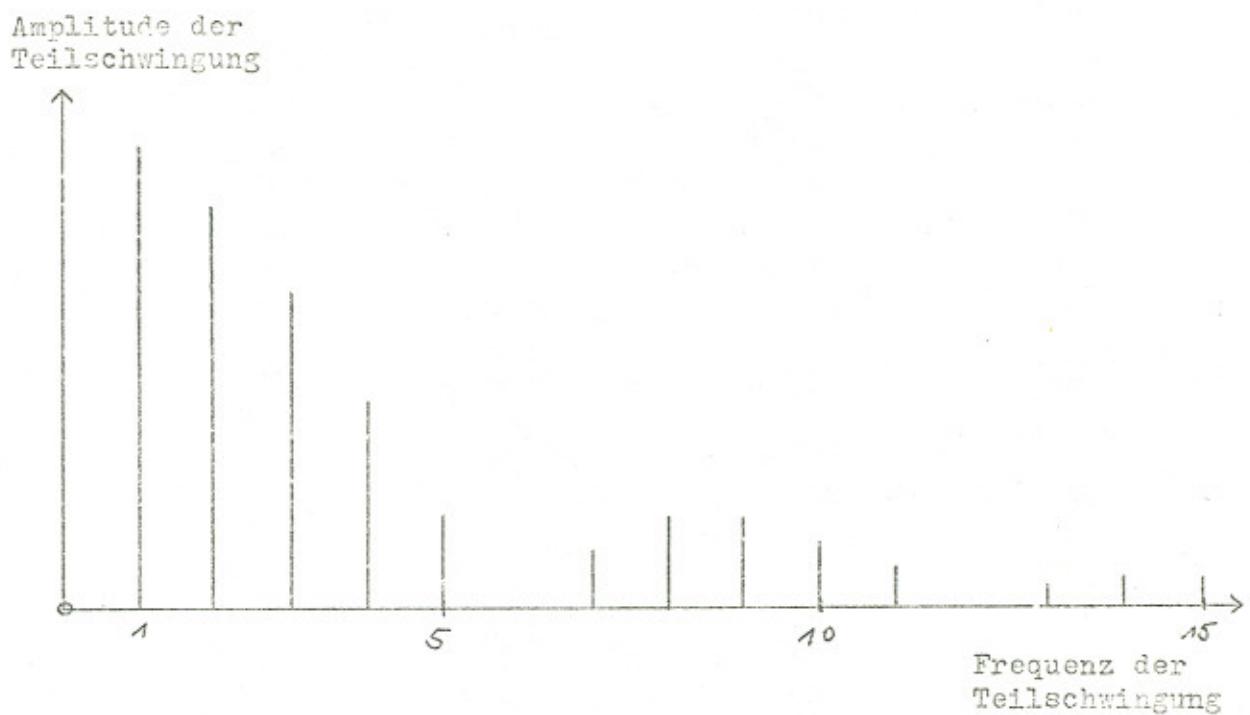
Das folgende Programm soll einen Teil (zwei Öffnungen) der Aperturfunktion mit den eingegebenen Fourier-Koeffizienten berechnen. Auf die Eingabe von a_0 wird verzichtet, da dies doch nur eine Translation bedeutet. Das Programm ist in der Basek-Sprache geschrieben, und für den Schreiber A muß die entsprechende Adresse korrigiert werden (bei dem vorliegenden Programm "20 LET A = 1"). Mit dem Skalenfaktor kann die Größe des Diagramms variiert werden (in der Arbeit $FAk = 1$). Die Dimension der a_n ist 15, d.h. a_1 , a_2 , werden eingegeben, und dann muß der Raum bis 15 mit Null ergänzt werden. Auf das Vorzeichen der a_n ist zu achten - durch Spektrumsdarstellung bestimmen!

Lochstreifen liegen beim Versuch.

```
XXXXXXXXXXXXXXXXXXXX
2 REM BEGINN
5 REM PROGRAMM FUER KREUZGITTER
10 INPUT "SKALENFAKTOR", FAK
15 REM SCHLEIFER A=?
20 LET A=1
30 DIM F(101)
32 DIM A(15)
35 FOR I=1 TO 15
36 PRINT I
39 REM NULLTE OPPRUNG MIT FINGERN
40 INPUT "DATEN AMPLITUDEN", A(I)
41 NEXT I
50 LET DPI=3.14159/50
90 LET MAX=0
100 FOR I=0 TO 100
110 LET F(I)=0
120 FOR N=1 TO 15
130 LET F=A(N)*COS(N*DPI*(I-50))
140 LET F(I)=F(I)+F
150 NEXT N
160 IF F(I)<=MAX THEN 180
170 LET MAX=F(I)
180 NEXT I
190 REM MALEN
200 CALL PLOT(0,0,0,A)
203 REM SCHLEIFF 2* PERIODE
205 FOR K=0 TO 1
210 FOR I=1 TO 99
220 LET X=I*2*FAK+K*300*FAK
230 LET Y=500*(F(I)/MAX+1)*FAK
240 CALL PLOT(X,Y,1,A)
250 NEXT I
255 NEXT K
260 CALL PLOT(0,0,0,A)
270 CALL PLOT(1600*FAK,0,1,A)
280 CALL PLOT(1600*FAK,1000*FAK,1,A)
290 CALL PLOT(0,1000*FAK,1,A)
300 CALL PLOT(0,0,1,A)
310 CALL PLOT(0,0,0,A)
```

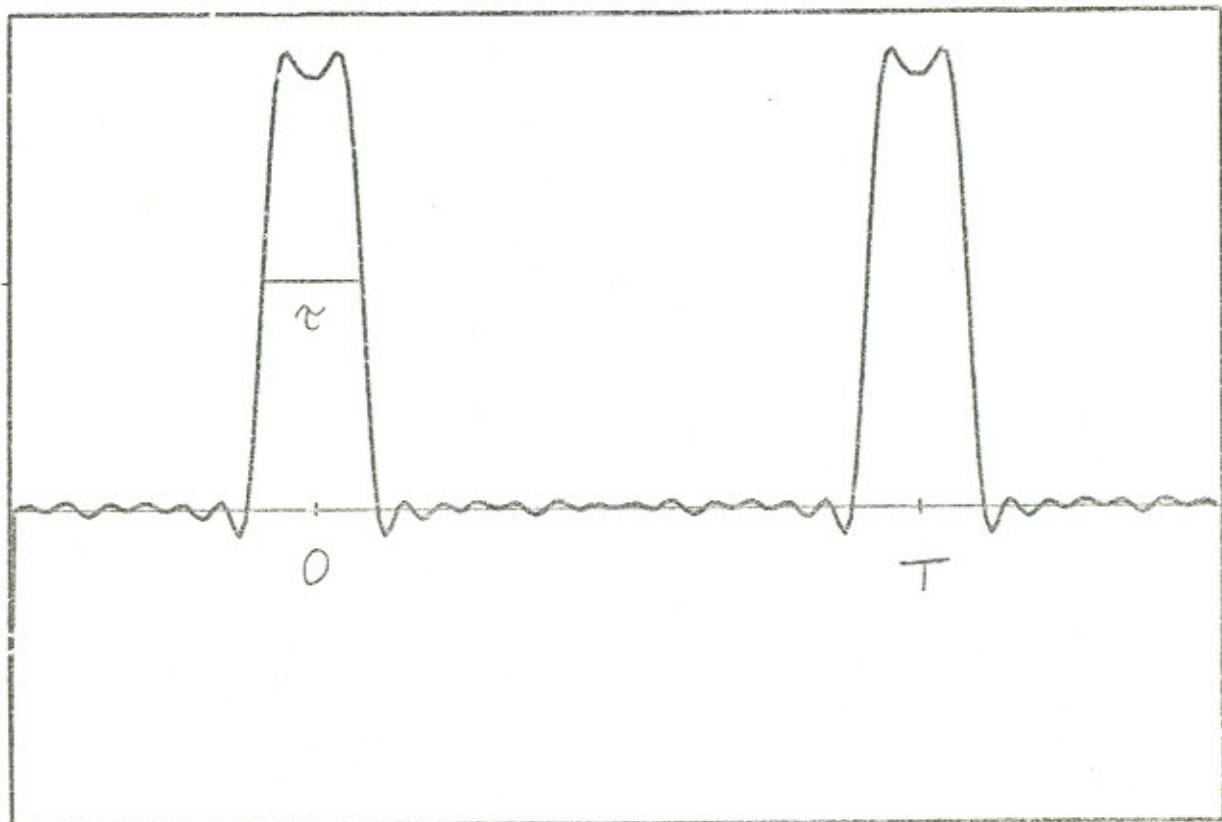
4.1.4. Diagramme

Spektrumsdarstellung der a_n für das Kreuzgitter 1



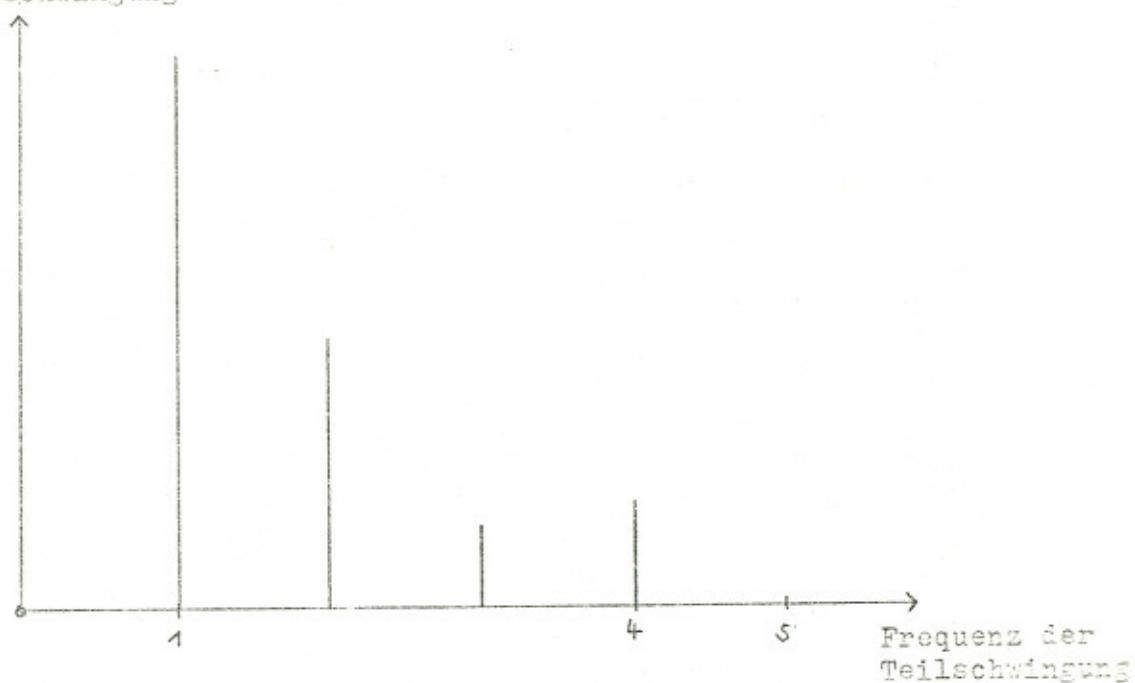
$$T = 126,4 \mu \quad \tau = T/6 = 21 \mu$$

Ein Teil der Aperturfunktion (zwei Öffnungen)



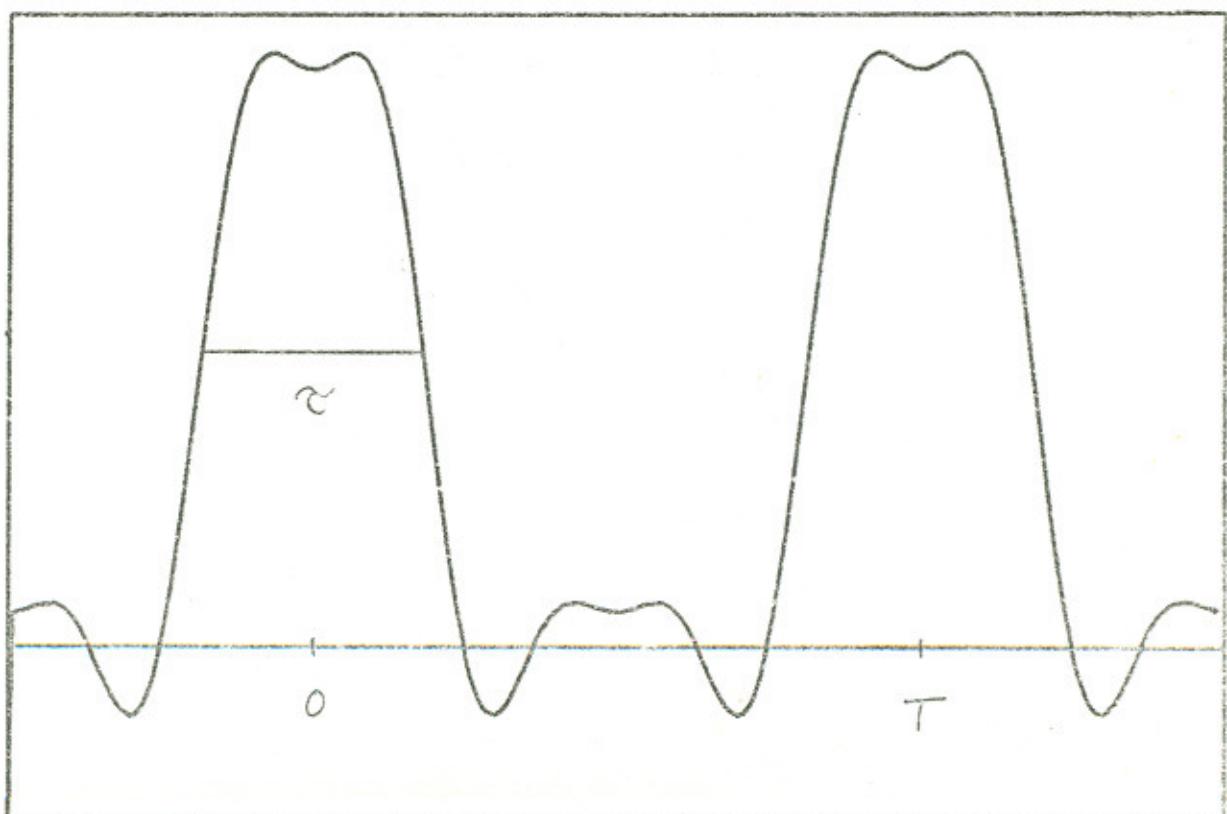
Spektrumsdarstellung der a_n für das Kreuzgitter 2

Amplitude der
Teilschwingung

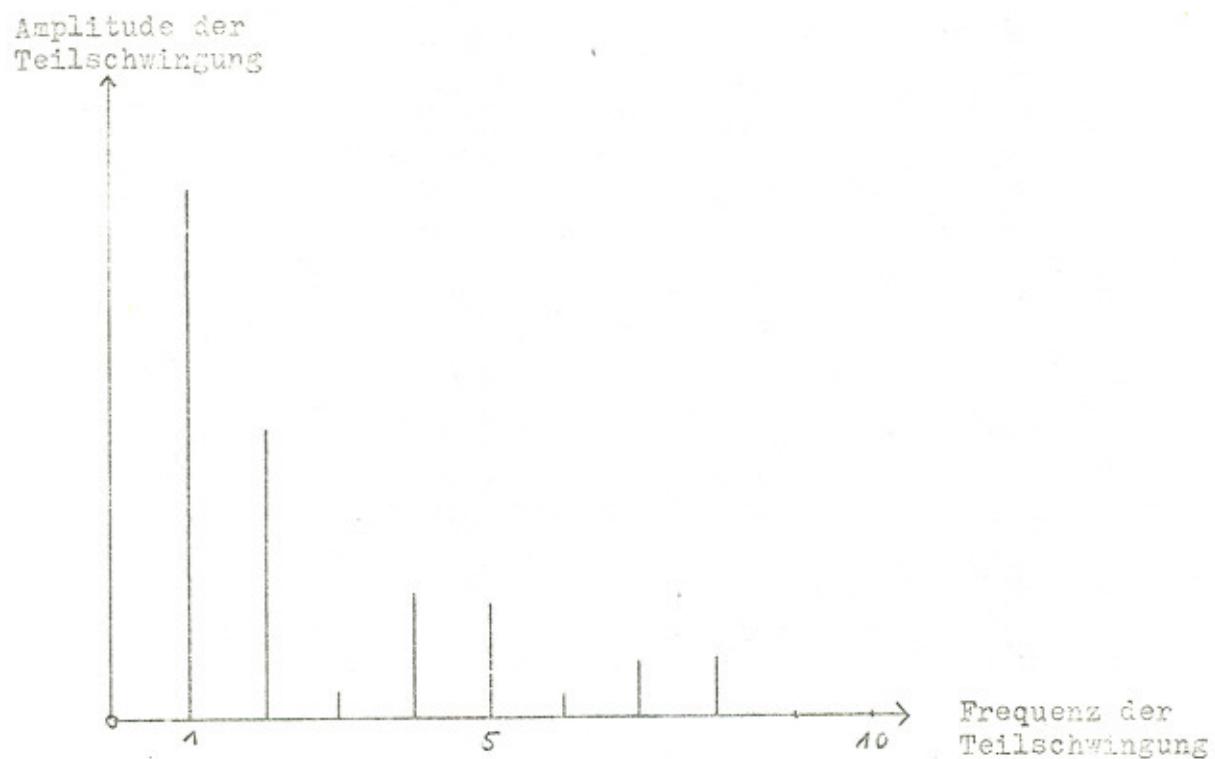


$$T = 33,75 \mu \quad \tau = \sqrt{T_{2,76}} = 12,3 \mu$$

Ein Teil der Aperturfunktion (zwei Öffnungen)

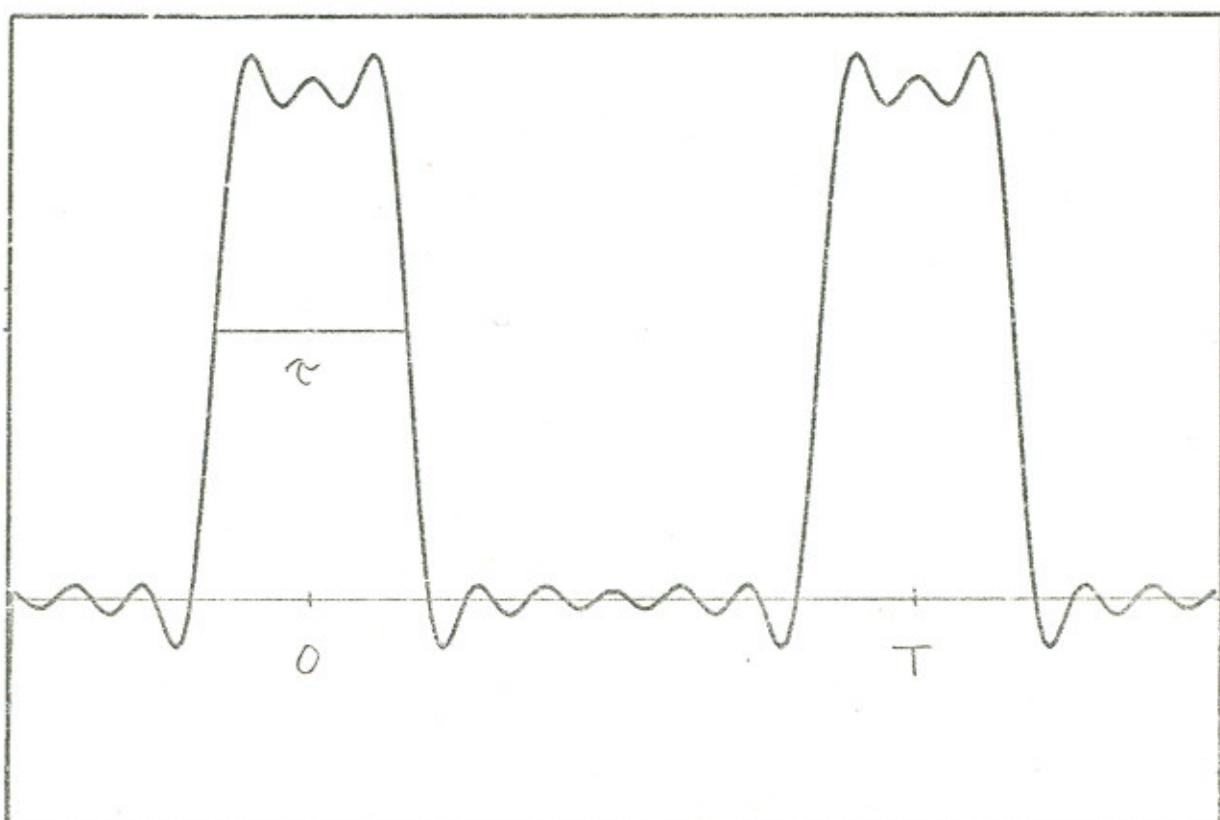


Spektrumsdarstellung der a_n für das Kreuzgitter 3



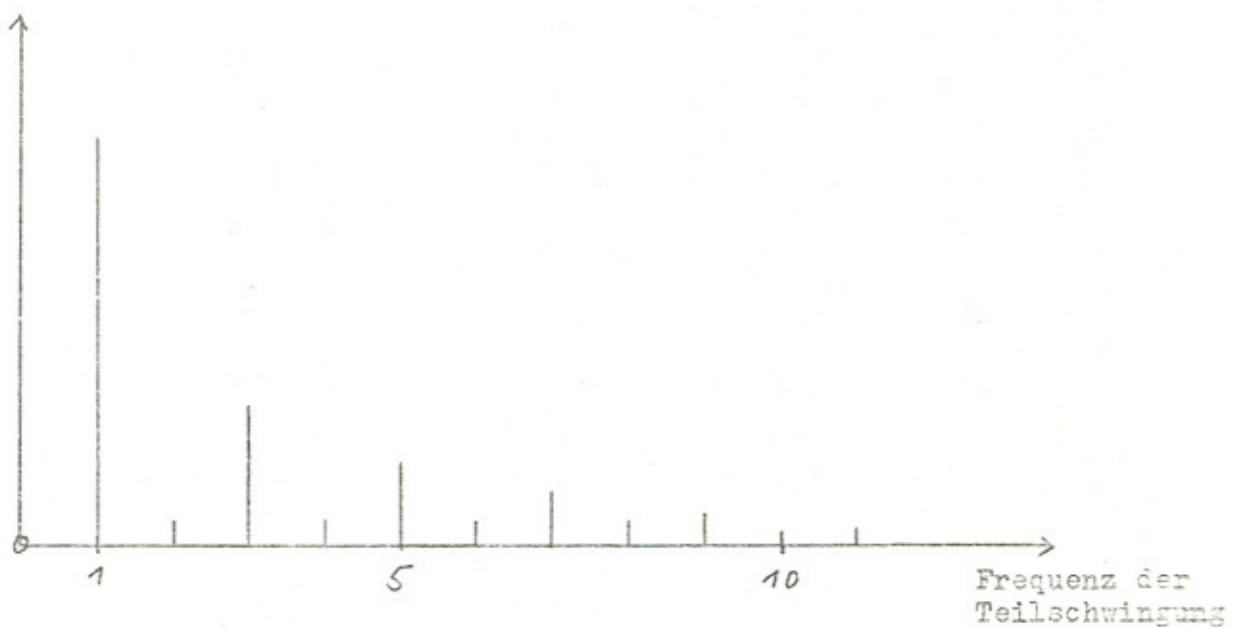
$$T = 101,25 \mu \quad \tau = \frac{T}{3,1} = 32,6 \mu$$

Ein Teil der Aperturfunktion (zwei Öffnungen)



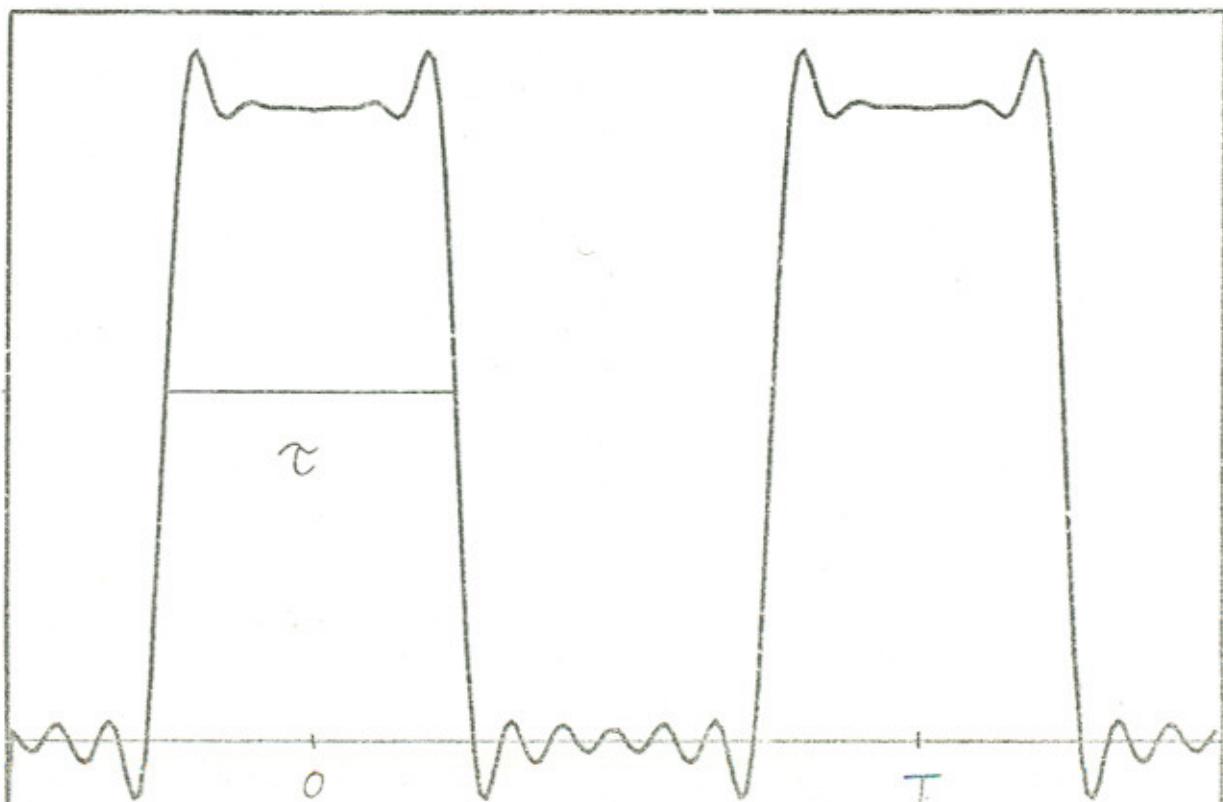
Spektrumsdarstellung der a_n für das Kreuzgitter 4

Amplitude der
Teilschwingung

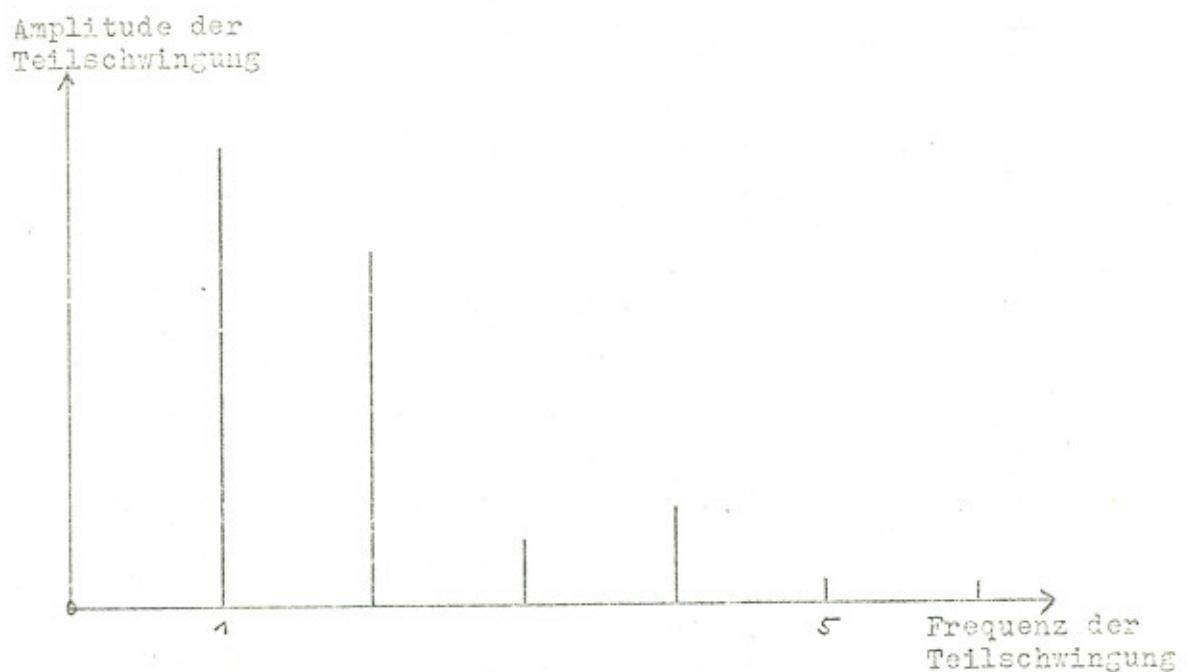


$$T = 101 \mu \quad \tau = T/2,1 = 48 \mu$$

Ein Teil der Aperturfunktion (zwei Öffnungen)

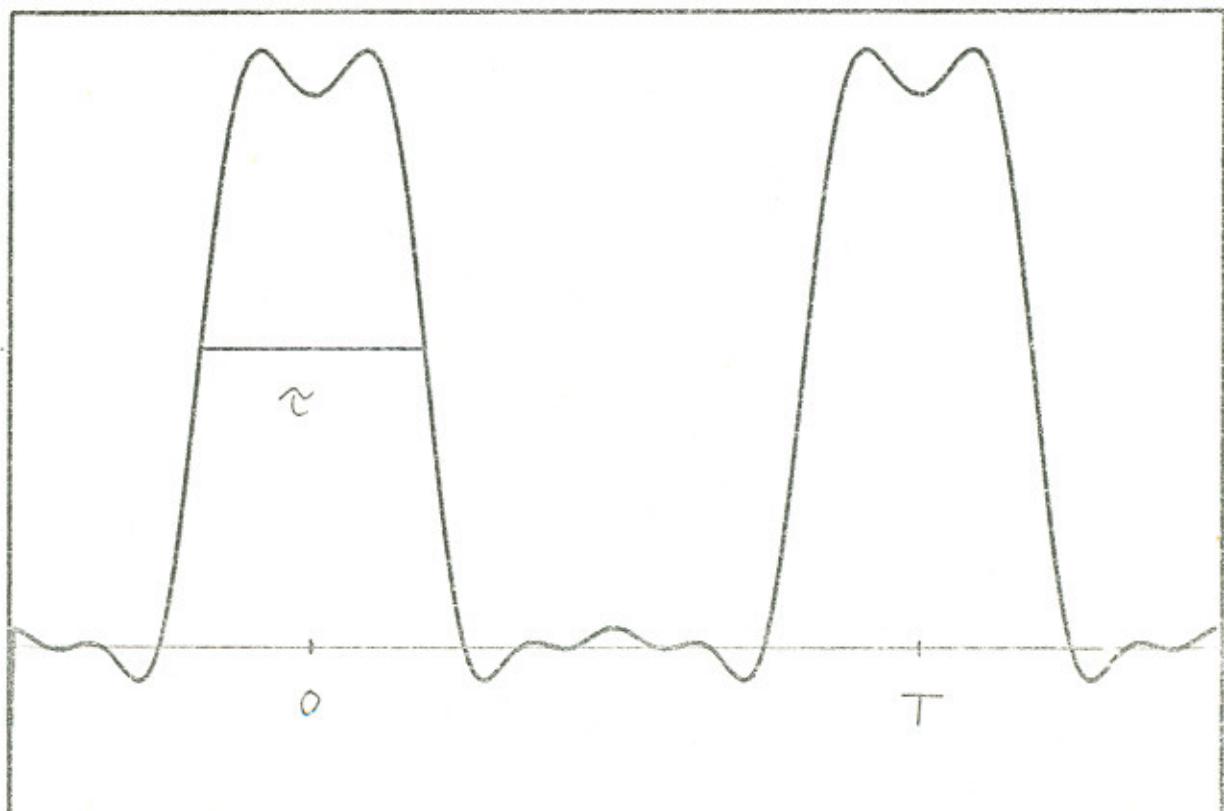


Spektrumsdarstellung der a_n für das Kreuzgitter 5

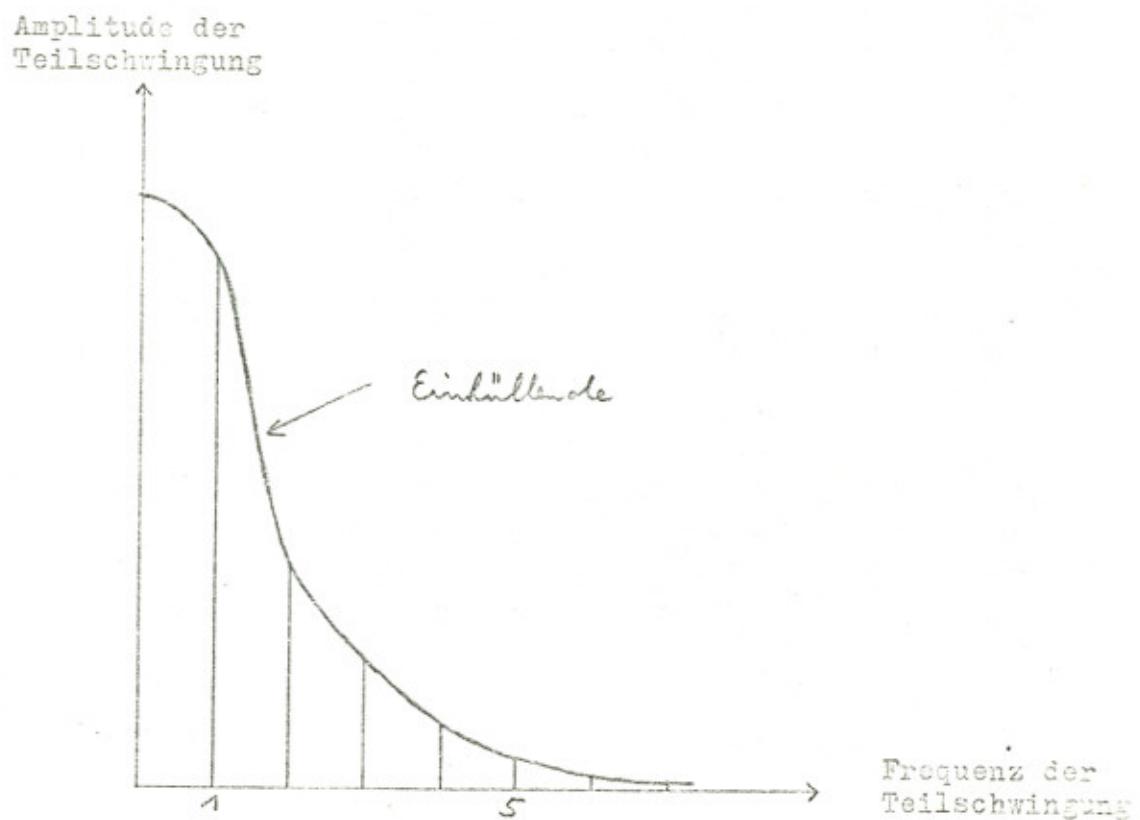


$$T = 50,6 \mu \quad \tau = T/2,7 = 18,7 \mu$$

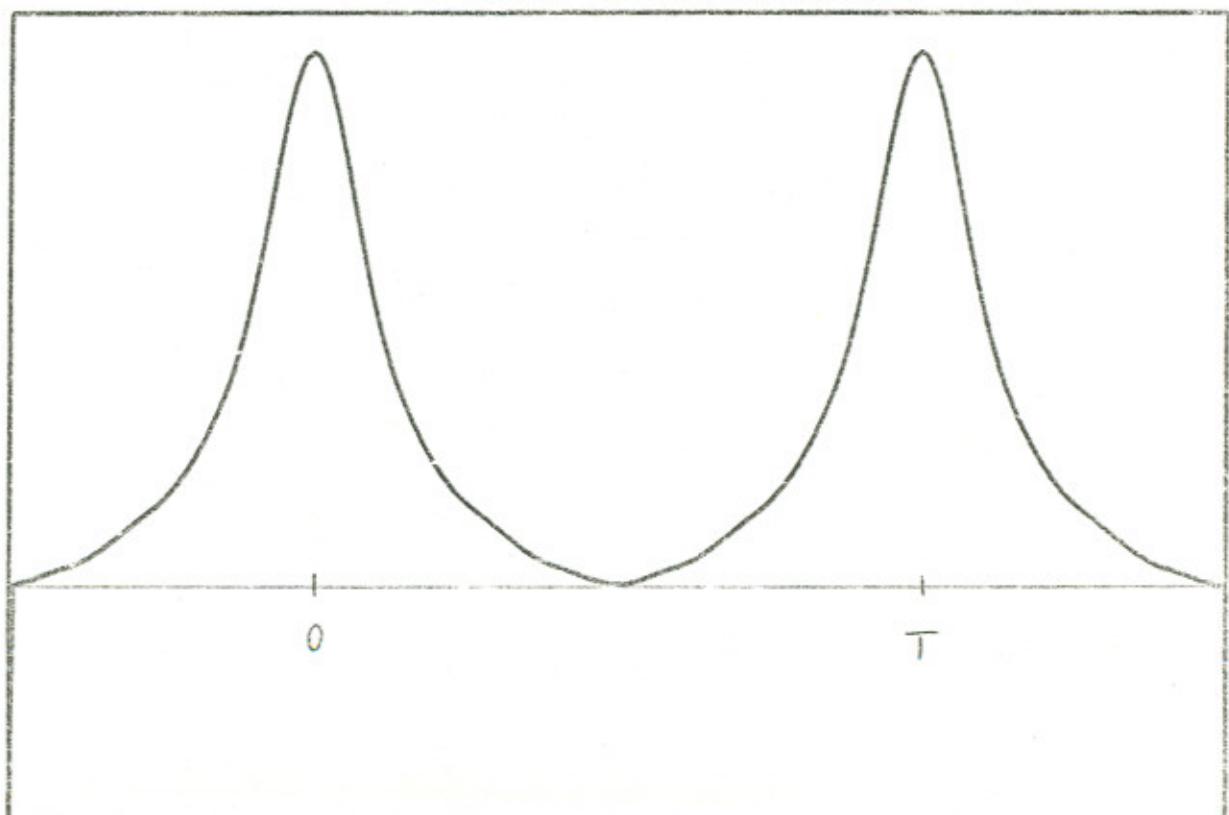
Ein Teil der Aperturfunktion (zwei Öffnungen)



Spektrumsdarstellung der a_n für das Gitter \mathbb{R}

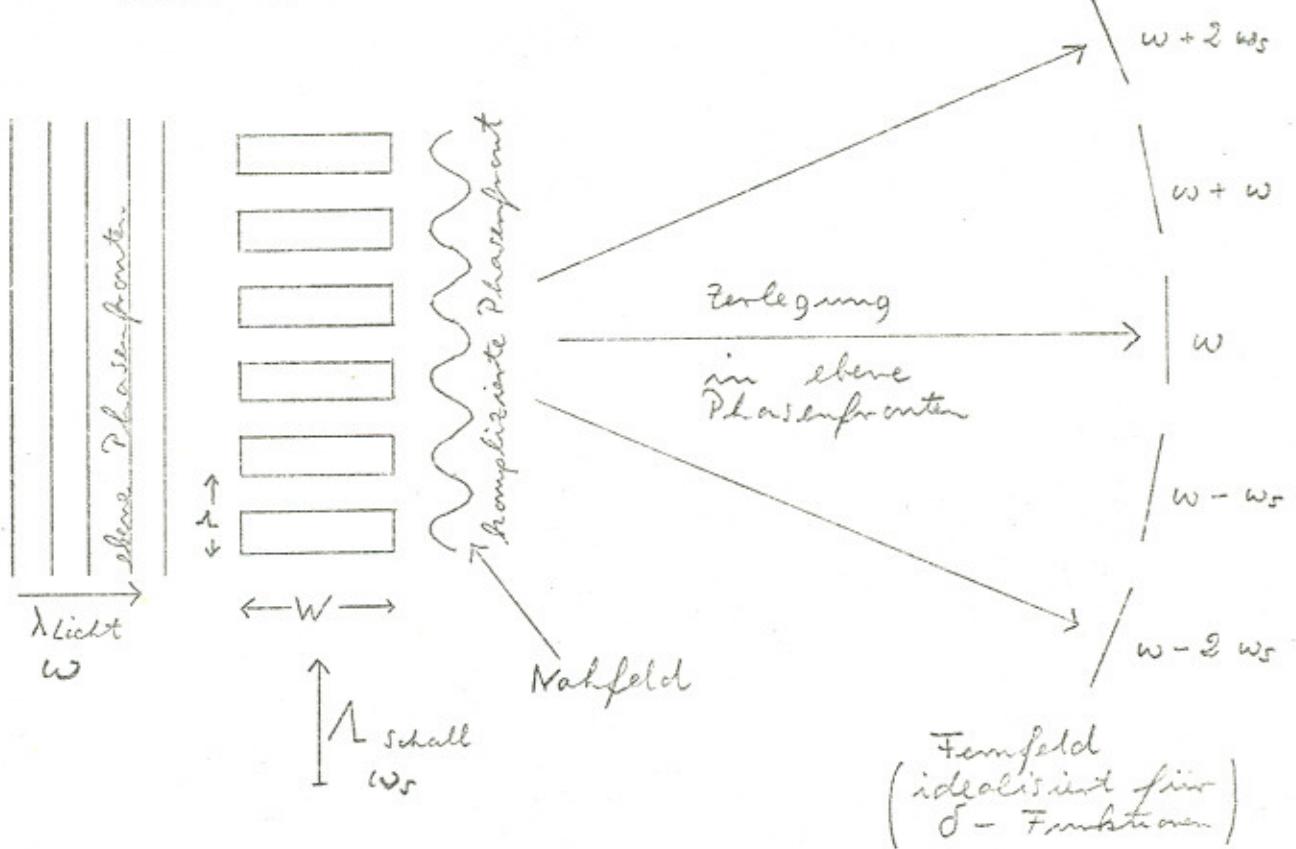


Aus der Einhüllenden der Spektrumsdarstellung erkennt man, daß die Aperturfunktion keine Rechteckfunktion sein kann. Die Einhüllende gleicht einer Gaußschen Glockenkurve $e^{-\pi x^2}$. Die Fouriertransformierte ist wieder eine Glockenkurve $e^{-\pi f_x^2}$.

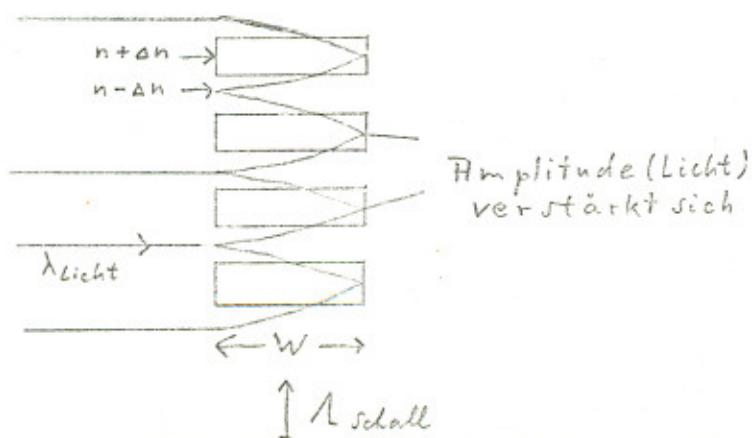


4.2. Phasengitter

4.2.1. Warum ist das Ultraschallwellengitter ein Phasengitter?



Die Beugung am Ultraschall wird im Rahmen der Theorie von Raman und Nagendra Nath behandelt. Eine ebene Lichtwelle fällt senkrecht auf eine ebene Schallwelle. Folgende Näherung wurde gemacht: Die Lichtstrahlen sollen beim Durchgang durch die Ultraschallwelle nicht gekrümmt oder abgelenkt werden, d.h., die Amplitude soll konstant bleiben. Wenn das Licht in Gebiete höheren Beugungsidexes gebrochen wird, verstärkt sich dort die Amplitude, die durch Superposition entsteht.



Ob die Amplitude genähert konstant angesehen werden kann, hängt hauptsächlich von der Breite W ab.

Zu jedem Zeitpunkt erzeugt die Schallwelle Dilatations- und Kompressionsgebiete, eine periodische Veränderung der Dichte, die eine periodische Veränderung des Brechungsindex n hervorruft. Beim Durchlaufen ändert sich nur die Geschwindigkeit und damit die Phase des Lichts. Die Schallwelle wirkt auf das Licht wie ein Phasengitter mit der Gitterkonstanten λ_{Schall} . Vor der Wechselwirkung mit dem Schallbündel hat das Licht eine ebene Phasenfront, durch die örtliche Verzögerung bzw. Beschleunigung im Schallfeld entsteht eine komplizierte nicht ebene Phasenfront, die anschaulich in mehrere ebene Phasenfronten zerlegt werden kann.

Verzögerung und Beschleunigung in Bezug auf die Phasengeschwindigkeit in der nicht mit Ultraschall erregten Flüssigkeit.

Die Amplitude der Phasenmodulation $\Delta\phi$ ist gegeben durch

$$\Delta\phi = \frac{2\pi}{\lambda} \Delta n W \quad (\text{Bergmann S. 283})$$

Δn = max. Brechungsindexänderung

W = Breite der Schallwelle

λ = λ (Licht)

Die Phasenmodulation ist sinusförmig:

$$\phi(x_1) = \Delta\phi \sin(2\pi f_s x_1) \quad (P_1(x_1) \text{ liegt in der } \text{Mittungsebene})$$

$$\phi(x_1) = \frac{2\pi}{\lambda} \Delta n W \sin(2\pi f_s x_1)$$

In 2.3.3. hatten wir die Beugung am sinusförmigen Phasengitter berechnet.

$\Delta\phi$ entspricht $\frac{m}{2}$ in der Theorie; $f_o \cong f_{\text{Schall}} = \frac{1}{\lambda}$

Für die Intensitäten der einzelnen Ordnungen hatte sich folgendes ergeben:

$$I_q = J_q^2 \left(\frac{2\pi \Delta n W}{\lambda} \right) \quad q = 0, 1, 2, \dots$$

Für den Winkel der 0. Ordnung zu der q-ten galt:

$$\frac{x_0}{\lambda z} = q f_s ; \frac{x_0}{z} = \sin \alpha = \lambda q f_s ; f_s = \frac{1}{\lambda}$$

$$\boxed{\sin \alpha = q \frac{\lambda}{\lambda}}$$

Zieht man einen Vergleich zur Frequenz-Modulation, so kann man sagen, daß die Trägerfrequenz ω der 0. Ordnung entspricht und die Seitenbänder bei $\omega \pm \omega_s$, $\omega \pm 2 \omega_s$, ... den höheren Ordnungen des gebeugten Lichtes.

4.2.2. Relative Berechnung der Intensitätsverteilung

Ohne Kenntnis der physikalischen Größen kann man das Verhältnis der Intensitäten berechnen.

$$\frac{I_0}{I_q} = \frac{J_0^2 \left(\frac{m}{2} \right)}{J_q^2 \left(\frac{m}{2} \right)}$$

Man setzt $I_{0 \text{ max}} = J_0^2 (0) = 1$.

Das erste Minimum liegt bei $\frac{m}{2} = 2,4$

$$I_{0 \text{ 1. min.}} = J_0^2 (2,4) = 0$$

Man kann nun die Intensität der einzelnen Ordnungen für verschiedene $m/2$ - Werte ausrechnen und zu einem Graphen auftragen.

Table 9.1 BESSEL FUNCTIONS—ORDERS 0, 1 AND 2

x	$J_0(x)$	$J_1(x)$	$J_2(x)$
0.0	1.00000 00000 00000	0.00000 00000 00000	0.00000 00000 00000
0.1	0.99750 15020 66640	-0.04793 75260	0.00124 57387
0.2	0.99502 45722 39570	0.09710 38326	0.00478 33542
0.3	0.97762 62455 38290	0.14801 80163	0.01116 58019
0.4	0.96039 52266 59563	0.19602 65780	0.01973 46631
0.5	0.93846 92072 40813	0.24226 84577	0.03060 40235
0.6	0.91200 43634 97211	0.28670 09831	0.04366 50867
0.7	0.88120 68380 07405	0.32889 57415	0.05878 69444
0.8	0.84528 72527 50480	0.36884 20461	0.07581 77625
0.9	0.80752 37981 22545	0.40594 95461	0.09468 63043
1.0	0.76519 75005 57967	0.44005 05857	0.11460 34249
1.1	0.71962 20185 27511	0.47920 23949	0.13666 41540
1.2	0.67113 27442 64363	0.49328 90576	0.15934 50183
1.3	0.62003 59895 61509	0.52202 32474	0.18022 66088
1.4	0.56685 51203 74289	0.54194 77139	0.20735 58975
1.5	0.51182 76717 35918	0.55793 65079	0.23203 76721
1.6	0.45540 21675 39381	0.56989 59353	0.25696 77514
1.7	0.39798 46594 40109	0.57776 52315	0.28173 89424
1.8	0.33998 64110 42558	0.58151 69517	0.30614 35353
1.9	0.28181 65593 74385	0.58115 70727	0.32992 57277
2.0	0.22389 67791 41236	0.57672 48078	0.35283 40286
2.1	0.16660 69803 51950	0.56829 21308	0.37462 36252
2.2	0.11036 22669 22174	0.55596 30498	0.39505 81875
2.3	0.05553 97844 45502	0.53967 25320	0.41391 45917
2.4	+0.00250 76832 97244	0.52018 52682	0.43098 00402
2.5	-0.04838 37764 68198	0.49709 41025	0.44605 90584
2.6	-0.09680 49543 97038	0.47041 82665	0.45397 26517
2.7	-0.14244 93700 46012	0.44160 13791	0.46956 15027
2.8	-0.18503 60333 64387	0.40970 92469	0.47768 54954
2.9	-0.22431 15457 91963	0.37542 74818	0.46322 70505
3.0	-0.26005 19549 01933	0.33905 89585	0.48609 12606
3.1	-0.29203 43476 50690	0.30052 11331	0.49860 70132
3.2	-0.32018 81696 57123	0.26134 32480	0.48352 77001
3.3	-0.34420 82603 98885	0.22066 34530	0.47803 10665
3.4	-0.36429 55967 62000	0.17922 58317	0.46972 25683
3.5	-0.38012 77399 87263	0.13737 75274	0.45662 91842
3.6	-0.39176 89837 00798	0.09546 55472	0.44830 53988
3.7	-0.39923 02035 71191	0.05363 39877	0.42832 96562
3.8	-0.40255 64101 78564	+0.01263 10029	0.40930 43065
3.9	-0.40182 60148 97640	-0.02724 40396	0.38785 47125
4.0	-0.39714 98098 60847	-0.06604 53280	0.36412 81459
4.1	-0.38866 96796 35854	-0.10327 32577	0.33829 24859
4.2	-0.37655 70543 67568	-0.13804 69421	0.31053 47010
4.3	-0.36101 11172 36535	-0.17189 65602	0.28105 92288
4.4	-0.34225 67900 03886	-0.20277 55219	0.25008 69962
4.5	-0.32054 25089 05121	-0.23106 04319	0.21784 89837
4.6	-0.29613 78165 74141	-0.25655 28301	0.18457 31052
4.7	-0.26433 07694 19753	-0.27950 07353	0.15057 30295
4.8	-0.24042 53272 91163	-0.29849 98581	0.11665 03264
4.9	-0.20973 83275 85326	-0.31469 45710	0.08129 15231
5.0	-0.17759 67713 14338	-0.32757 91376	0.04666 51163

x	$J_0(x)$	$J_1(x)$	$J_2(x)$
5.0	-0.17759 67713 14338	-0.32757 91376	0.04666 51163
5.1	-0.14433 47470 60501	-0.33709 72020	+0.01213 97659
5.2	-0.11029 04397 90937	-0.34322 30059	-0.02171 64066
5.3	-0.07580 31115 85584	-0.34596 08338	-0.05474 61465
5.4	-0.04121 01012 46991	-0.34534 47908	-0.08669 53768
5.5	-0.00664 35694 17819	-0.34145 82154	-0.11731 54816
5.6	+0.02697 08846 60114	-0.32433 28363	-0.14637 54691
5.7	0.05992 00097 24037	-0.32414 76802	-0.17365 60379
5.8	0.09170 25675 74816	-0.31182 77443	-0.19895 35139
5.9	0.12203 33515 92823	-0.29514 24447	-0.22208 16409
6.0	0.15064 52572 50997	-0.27668 30501	-0.24267 32100
6.1	0.17729 14222 42744	-0.25586 47726	-0.26118 15116
6.2	0.20174 72229 48704	-0.23291 65671	-0.27688 15994
6.3	0.22381 20361 32191	-0.20808 69402	-0.28387 13522
6.4	0.24331 06048 23407	-0.18163 75090	-0.30007 23204
6.5	0.26009 46055 81606	-0.15384 13014	-0.30743 03906
6.6	0.27404 33006 24146	-0.12498 01652	-0.31181 61379
6.7	0.28506 47377 10576	-0.09534 21100	-0.31352 50715
6.8	0.29309 56031 04273	-0.06521 86634	-0.31227 75629
6.9	0.29810 20354 04920	-0.03490 20961	-0.30821 65050

x	$J_3(x)$	$J_4(x)$	$J_5(x)$	$J_6(x)$
0.0	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
0.2	{-4}1.6625	{-6}4.1583	{-8}6.3195	{-9}1.3369
0.4	{-3}1.3201	{-5}6.6135	{-6}2.6489	{-8}0.8382
0.6	{-3}4.3997	{-4}3.3147	{-5}1.9948	{-7}0.9956
0.8	{-2}1.0247	{-3}2.0330	{-5}8.3034	{-6}5.5601
1.0	{-2}1.9563	{-3}2.4766	{-4}2.4976	{-5}2.0938
1.2	{-2}3.2074	{-3}5.0227	{-4}6.0010	{-5}6.1541
1.4	{-2}5.0498	{-3}9.0829	{-3}1.2201	{-4}1.5231
1.6	{-2}7.2523	{-2}1.4995	{-3}2.4524	{-4}3.3210
1.8	{-2}9.8802	{-2}2.5197	{-3}4.2936	{-4}6.5690
2.0	0.12894	{-2}3.3996	{-3}7.0396	{-5}1.2024
2.2	0.16233	{-2}4.7647	{-2}1.0937	{-3}2.0660
2.4	0.19311	{-2}6.4307	{-2}1.5242	{-3}3.3659
2.6	0.23529	{-2}8.4013	{-2}2.3207	{-3}5.2461
2.8	0.27270	{-1}1.0567	{-2}3.2069	{-3}7.8634
3.0	0.30906	0.13203	{-2}4.3028	{-2}1.1394
3.2	0.34307	0.15972	{-2}5.3238	{-2}1.6022
3.4	0.37339	0.16920	{-2}7.1765	{-2}2.1934
3.6	0.39876	0.21980	{-2}8.9680	{-2}2.9311
3.8	0.41603	0.25074	{-1}1.0934	{-2}3.8316
4.0	0.43017	0.28113	0.13209	{-2}4.9038
4.2	0.43439	0.31003	0.15614	{-2}6.1725
4.4	0.43013	0.33645	0.18160	{-2}7.5279
4.6	0.41707	0.35941	0.20799	{-2}9.2745
4.8	0.39521	0.37796	0.23473	{-1}1.1105
5.0	0.36483	0.39123	0.26114	0.13105
5.2	0.32652	0.39847	0.28651	0.15252
5.4	0.28113	0.37708	0.31007	0.17515
5.6	0.22976	0.39257	0.33103	0.19856
5.8	0.17382	0.37877	0.34062	0.22230
6.0	0.11477	0.35764	0.36209	0.24504
6.2	+0.05429	0.32941	0.37077	0.26860
6.4	-0.00591	0.29453	0.37403	0.28996
6.6	-0.06406	0.25368	0.37155	0.30928
6.8	-0.11847	0.20774	0.36288	0.32590

4.2.3. Berechnung der Intensitätsverteilung aus den physikalischen Größen

Zur quantitativen Berechnung von I_q benötigen wir Δn .

1. Wir messen das 1. Minimum von $J_0^2 \left(\frac{m}{2}\right)$ und erhalten

$$\Delta n = \frac{2,4}{2\pi} \frac{\lambda}{\nu}$$

für die Spannung U , wo $J_0^2(2,4) = 0$

Wie wir später sehen, gilt: $\Delta n \sim (1_{ss} (\sqrt{k}t))$

2. Wir berechnen die Schallintensität S

Bei zweiseitiger Abstrahlung beträgt die Schallintensität S

(Bergmann S. 173/174)

$$S = 3,6 \cdot 10^{-14} \frac{1}{\rho_0 V_0} N^2 U_{eff}^2 \frac{W}{cm^2} \quad N = \text{Quarzfrequenz}$$

$\rho_0 V_0 = \text{Schallwiderstand der Flüssigkeit}$

Bei einseitiger Abstrahlung muß dieser Wert mit 4 multipliziert werden.

Die Schallintensität durch die Dichte ρ ausgedrückt

(Bergmann S. 285)

$$S = \frac{1}{2} \rho_0 V_0^3 \left(\frac{\Delta \rho}{\rho_0} \right)^2 \frac{erg}{cm^2 sec} \quad 1 \frac{W}{cm^2} = 10^7 \frac{erg}{cm^2 sec}$$

Die Änderung des Brechungsindex hat folgenden Zusammenhang mit der Änderung der Dichte:

$$\frac{\Delta n}{n-1} = \frac{\Delta \rho}{\rho_0}$$

Man erhält für

$$(\Delta n)^2 = \frac{3,6 \cdot 10^{-14} N^2 U_{eff}^2 \cdot 10^7 (n-1)^2 \cdot 2}{\rho_0^2 V_0^2 \cdot V_0^2}$$

$$\Delta n = \sqrt{72} \cdot 10^{-4} \cdot \frac{N \cdot U_{\text{eff}} \cdot (n-1)}{g_0 \cdot v_0 \cdot v_0}$$

$$N = 8 \cdot 10^6 \text{ oder } 8.5 \cdot 10^6 \quad \text{in Hz}$$

$$\text{Isooktan } V_0 = 1.111 \cdot 10^5 \quad \text{in } \frac{\text{cm}}{\text{sec}}$$

$$\text{Isooktan bei } 20^\circ: g_0 v_0 = 0.772 \cdot 10^5 \quad \text{in } \frac{\text{cm}}{\text{sec}}$$

$$\text{Isooktan bei } 6328 \text{ \AA: } n \approx 1.39015$$

$$1 \text{ U (Skt)} = 2.65 \text{ U}_{\text{eff}} \quad \text{in V}$$

$$\Delta n = \frac{\sqrt{72} \cdot 10^{-4} \cdot 8.5 \cdot 10^6 \cdot 0.39 \cdot 2.65}{0.772 \cdot 10^5 \cdot 1.111 \cdot 10^5} \cdot \text{U (Skt)}$$

$$\Delta n = 0.869 \cdot 10^{-6} \cdot \text{U (Skt)} \quad \text{bei } 8.5 \text{ MHz}$$

$$\Delta n = 0.818 \cdot 10^{-6} \cdot \text{U (Skt)} \quad \text{bei } 8 \text{ MHz}$$

Nun kann man

$$I_q = \left(\frac{\ell}{\lambda z} \right)^2 \cdot J_q^2 \left(\frac{2\pi \Delta n w}{\lambda} \right) \quad q = 0, 1, 2, \dots$$

berechnen.

Wir berechnen nun, bei welcher Spannung das 1. Minimum der 0. Ordnung auftreten müßte.

$$\Delta n = \frac{0.4 \cdot \lambda}{2\pi w} \quad \lambda = 6328 \cdot 10^{-10} \text{ m}$$

$$w = 12 \text{ mm}$$

$$\Delta n = \frac{0.869 \cdot 10^{-6} \cdot \text{U (Skt)}}{0.818 \cdot 10^{-6} \cdot \text{U (Skt)}} \quad \begin{cases} \text{bei } 8.5 \text{ MHz} \\ \text{bei } 8 \text{ MHz} \end{cases} \quad \left. \begin{array}{l} \text{zweiseitige} \\ \text{Abstrahlung} \end{array} \right\}$$

$$\text{U (Skt)} = 23.2 \quad \text{bei } 8.5 \text{ MHz}$$

$$\text{U (Skt)} = 24.6 \quad \text{bei } 8 \text{ MHz}$$

Da die Frequenz für jede Messung optimal abgestimmt wird, kann man sagen, daß das 1. Minimum der 0. Ordnung bei 24 ± 0.8 Sitz Spannung liegen müßte.

Diese Berechnung galt für die Wellenlänge $\lambda = 6328 \text{ \AA}$.

Für $\lambda = 4579 \text{ \AA}$ (blau) muß mit $n = 1.3085$

($\Delta n = 0.8879$ bzw. $\Delta n = 0.8358 \cdot 10^{-6} \cdot u$ (Skt))

das Minimum bei 17 ± 0.6 Skt liegen.

4.2.4. Diskussion der Flüssigkeit

Mit der Amplitude der Phasenmodulation $\Delta \phi$ erkennt man, wie man die Versuchsbedingungen verbessern muß, um höhere Ordnungen messen zu können. Dabei ist jedoch darauf zu achten, daß man das Raman-Nath-Gebiet nicht verläßt.

$$\Delta \phi = \frac{2\pi}{\lambda} \Delta n W$$

Eine größere Schallfeldtiefe W oder eine kleinere Wellenlänge λ des Lichts vergrößern $\Delta \phi$.

Ein größeres Δn erreicht man mit einer höheren Schallintensität S .

$$\Delta n \sim \frac{N u_{eff}}{\rho_0 v_0}$$

Möchte man die Quarzfrequenz N beibehalten und mit geringer Senderleistung auskommen, so muß man den Schallwiderstand $\rho_0 v_0$ der Flüssigkeit klein wählen. Dies führt uns zu den Kohlewasserstoffen.

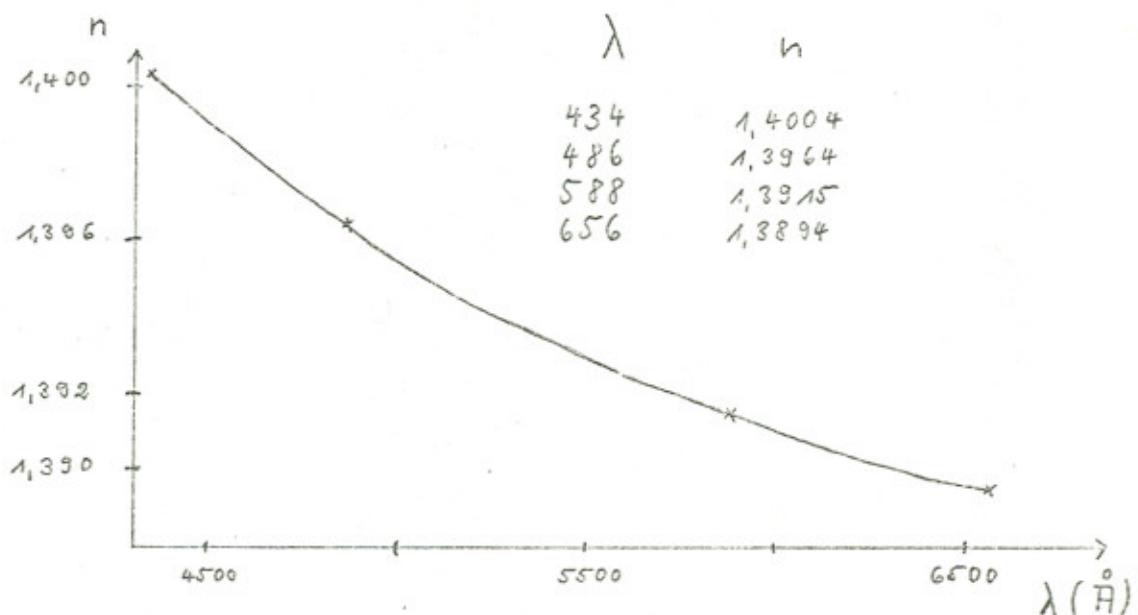
	(°C)	(g/cm³)	v(m/s)	$\rho_0 v_0$ (g/cm³ s) $\cdot 10^3$
Wasser	25	0.997	1497	149
n-Hexan	20	0.654	1083	70.8
n-Heptan	20	0.684	1162	79.5
n-Oktan	20	0.703	1197	84.1
Isooctan	20	0.691	1111	77.2

Für den Versuch wurde Isooctan C_8H_{18} (2,2,4 - Trimethylpentan) gewählt, da es relativ wenig verdunstet und billig ist.

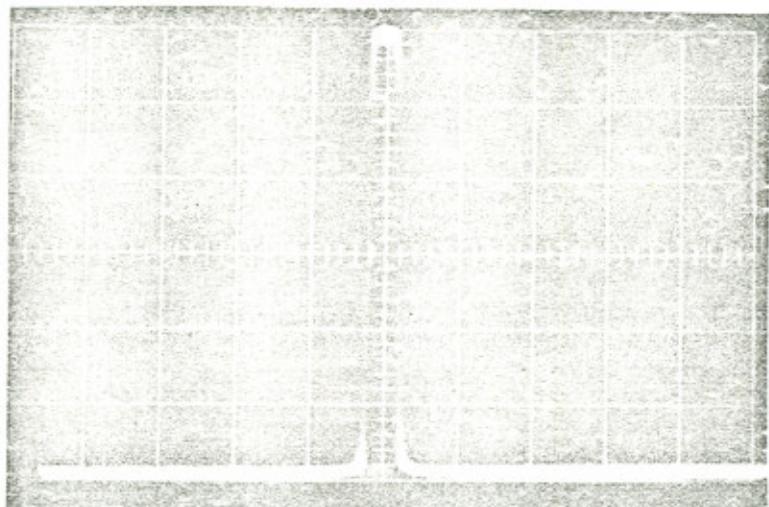
Destilliertes Wasser eignet sich für unsere Ultraschallzelle nicht. Die dielektrischen Verluste sind so groß, daß die Spannung am Quarz nur noch 1/10 des sonstigen Wertes erreicht. Die Bestimmung des Brechungsindexes erfolgte aus dem Diagramm. (Isooktan)

$n = 1.39015$ bei 6328 \AA (rot)

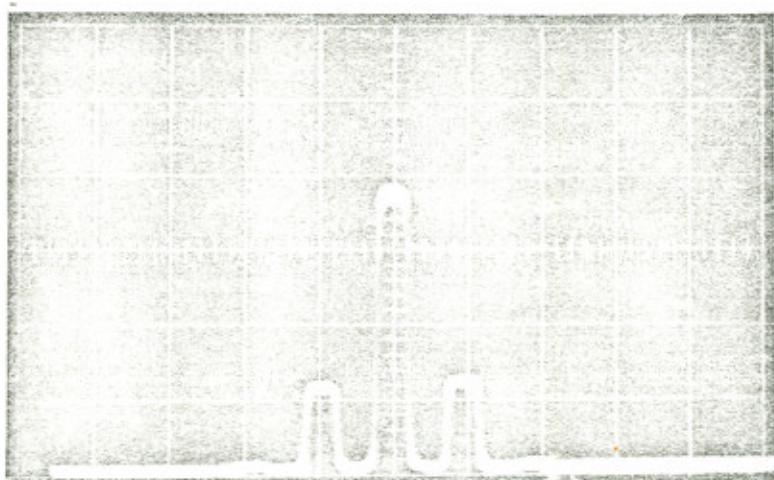
$n = 1.3985$ bei 4579 \AA (blau)



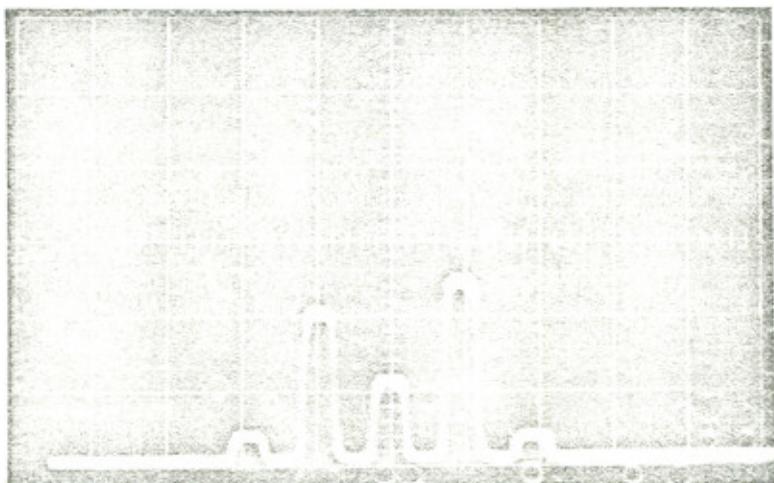
4.2.5. Oszillographenbilder der Intensitätsverteilung des gebeugten Lichtes ($\lambda = 6328 \text{ \AA}$) bei verschiedenen an den Ultraschallquarz gelegten Spannungen (in Skalenteilen) bei laufenden Ultraschallwellen.



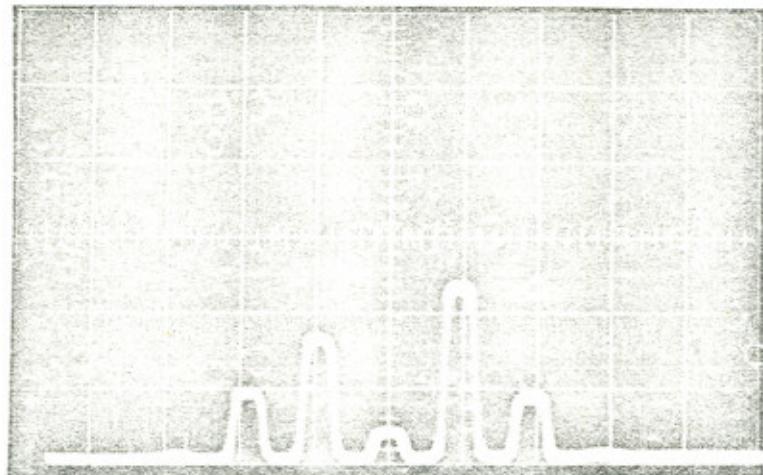
$U = 0 \text{ Skt}$



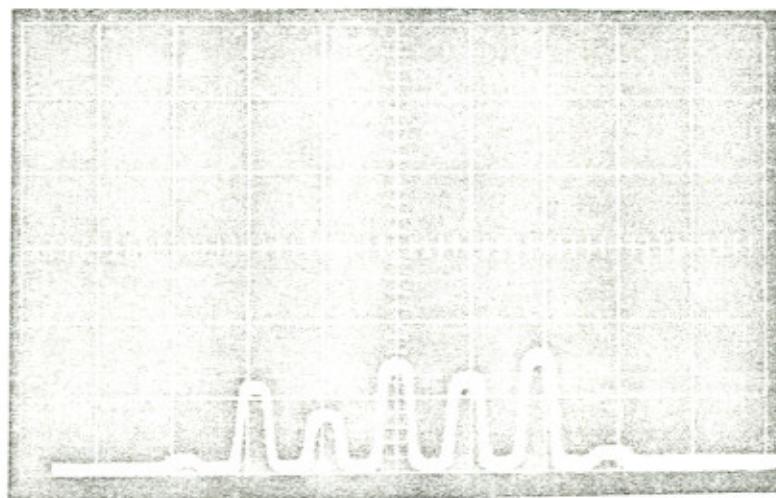
$U = 7,5 \text{ Skt}$



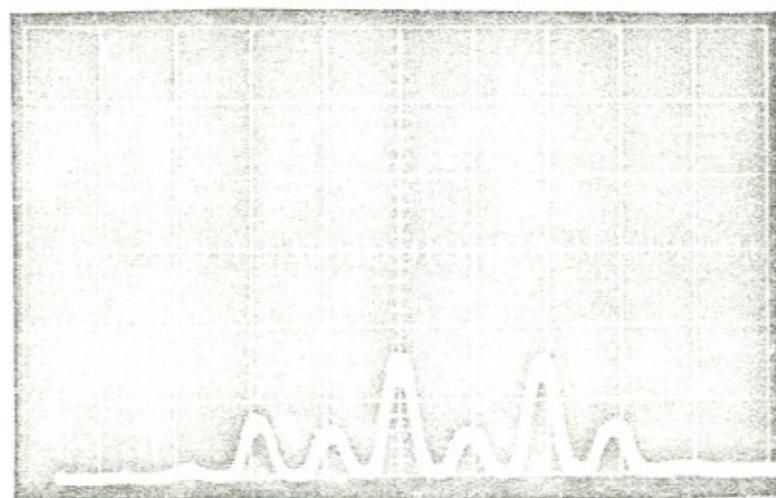
$U = 15 \text{ Skt}$



$U = 22,5 \text{ skt}$



$U = 30 \text{ skt}$



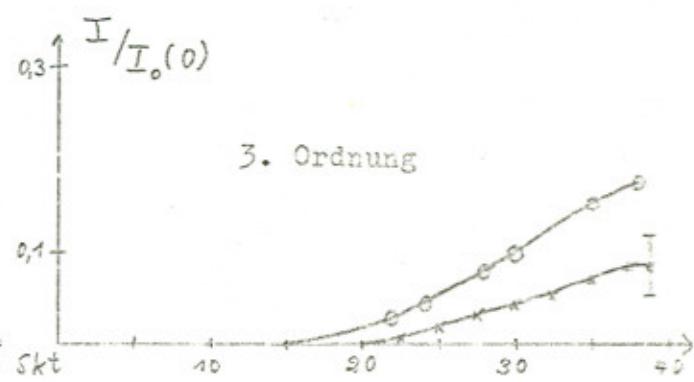
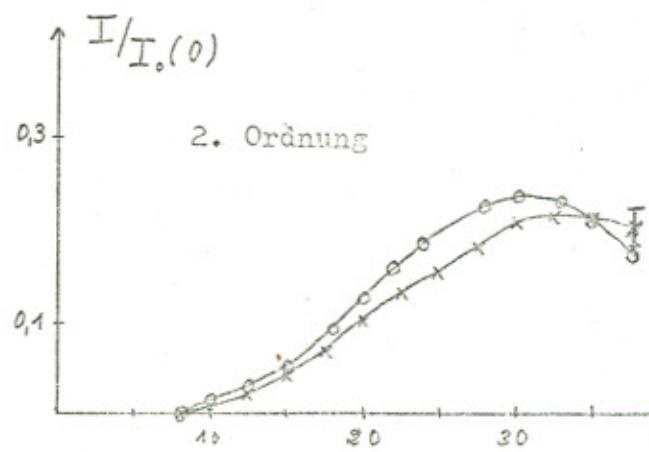
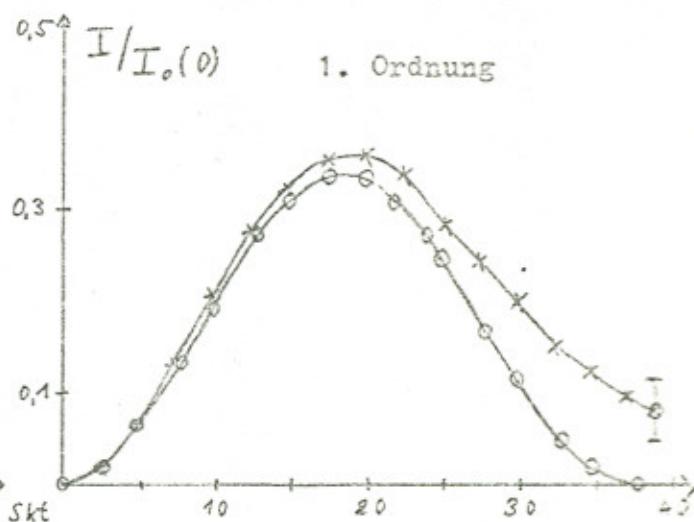
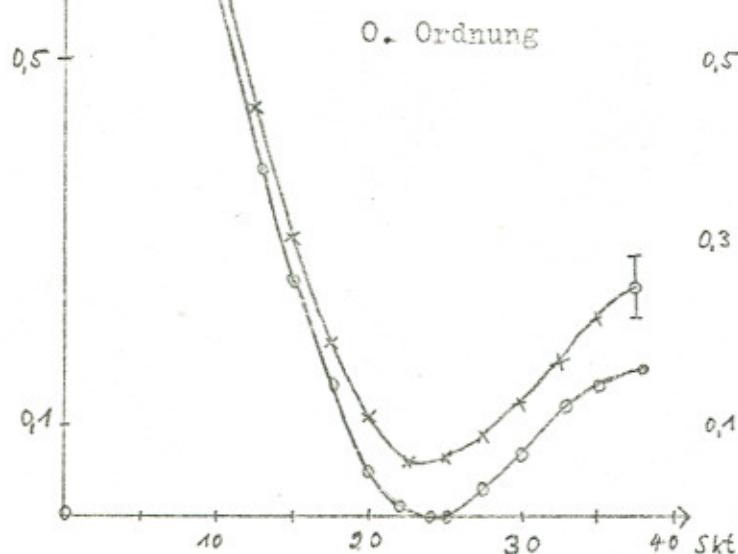
$U = 37,5 \text{ skt}$

Intensitäten des gebeugten Lichtes ($\lambda = 6328 \text{ Å}$) in Abhängigkeit von der Spannung (in Skalenteilen) am Ultraschallquarz bei laufenden Ultraschallwellen.

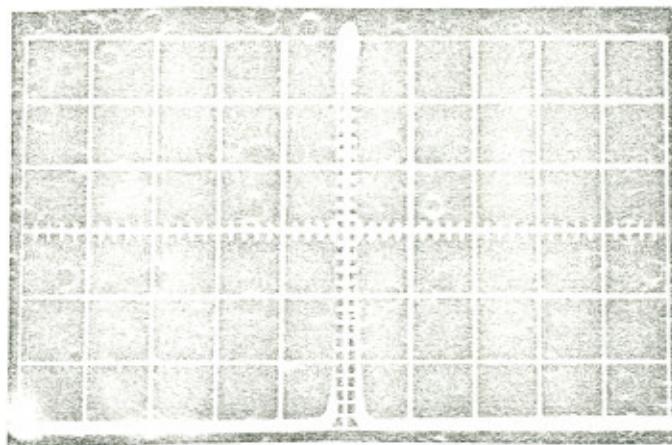
$\frac{I}{I_0(0)}$

x gemessen

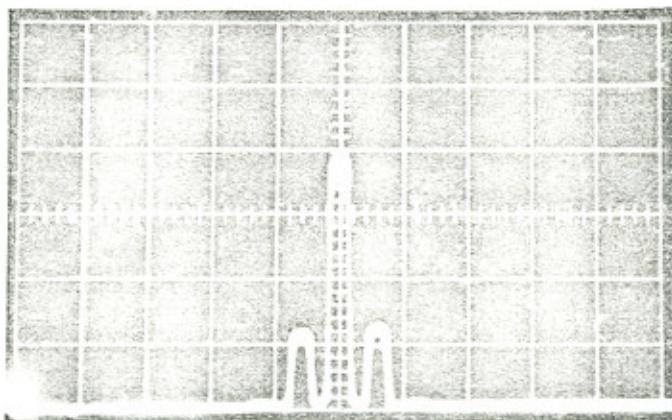
o berechnet



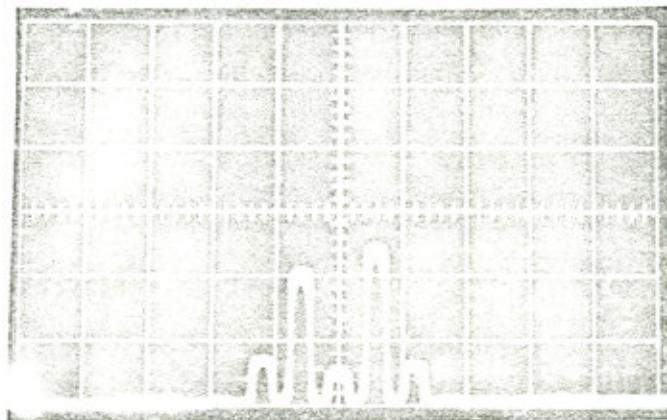
$$\lambda = 4579 \text{ \AA} \quad (blau)$$



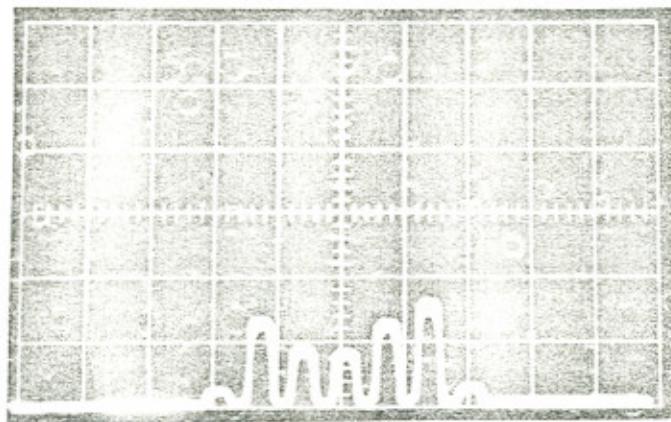
U = 0 Skt



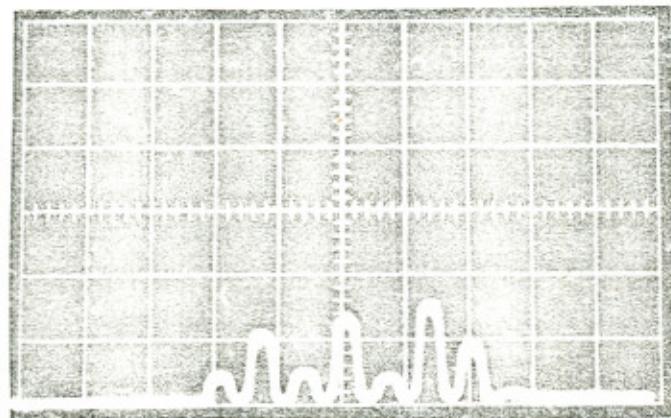
U = 7,5 Skt



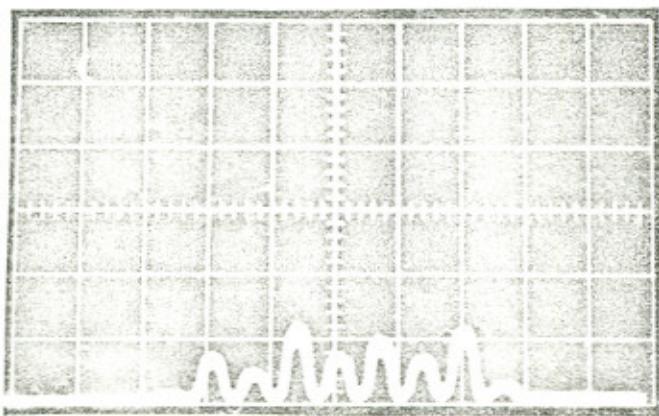
U = 15 Skt



$U = 22,5 \text{ Skt}$



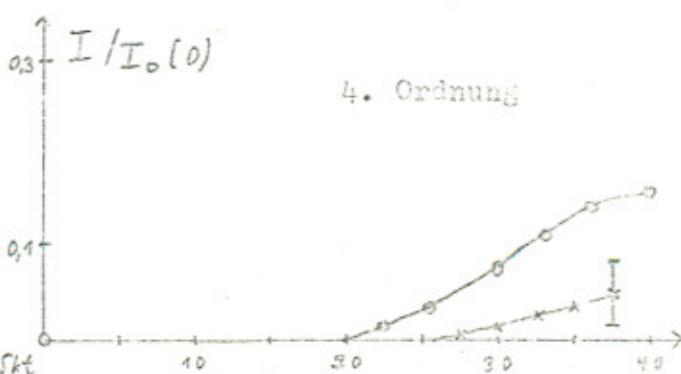
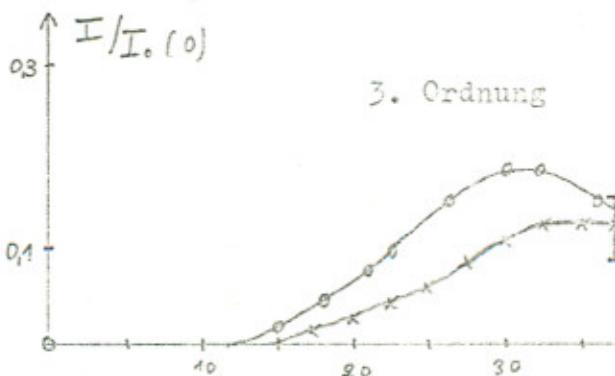
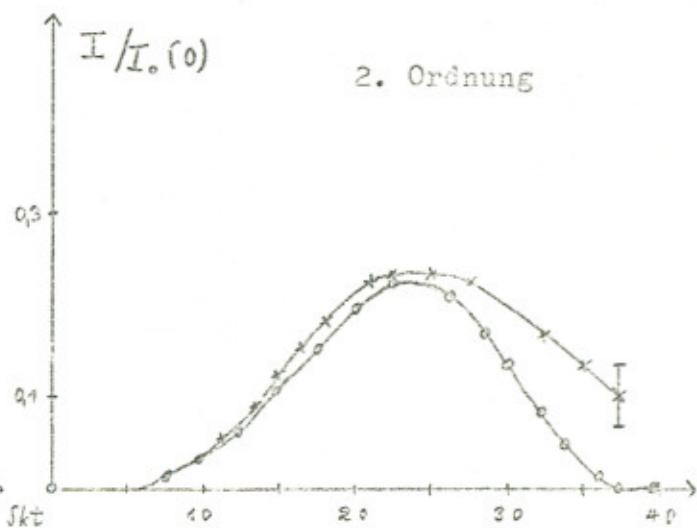
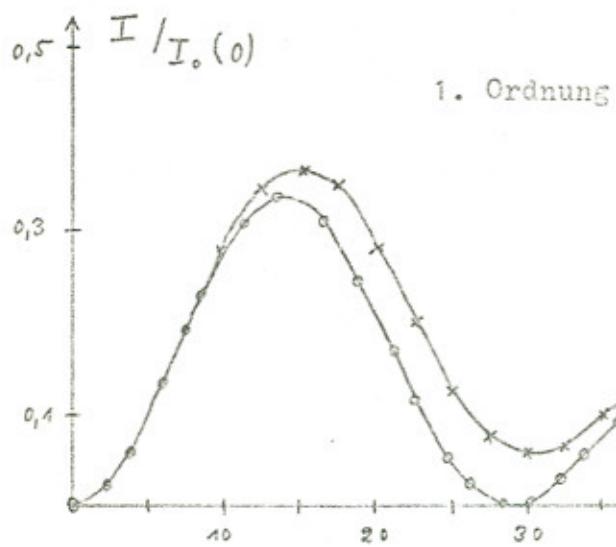
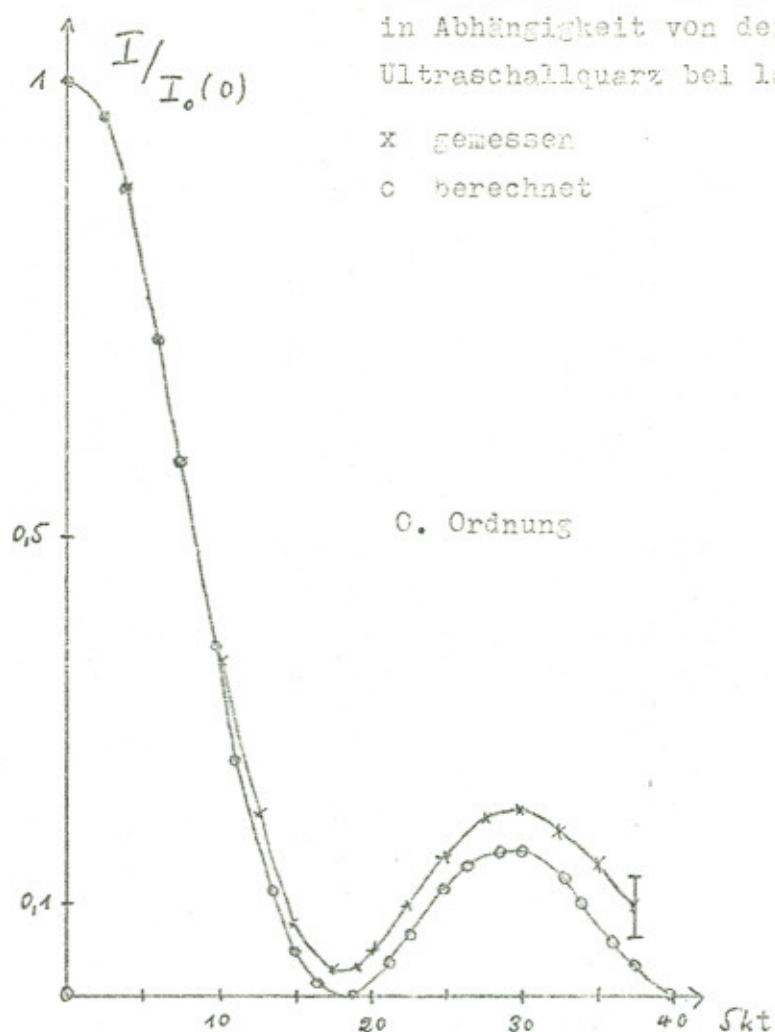
$U = 30 \text{ Skt}$



$U = 37,5 \text{ Skt}$

Intensitäten des gebeugten Lichtes ($\lambda = 4579 \text{ \AA}$ (blau))
in Abhängigkeit von der Spannung (in Skalenteilen) am
Ultraschallquarz bei laufenden Ultraschallwellen.

x gemessen
o berechnet



4.2.6. Fehlerbetrachtung

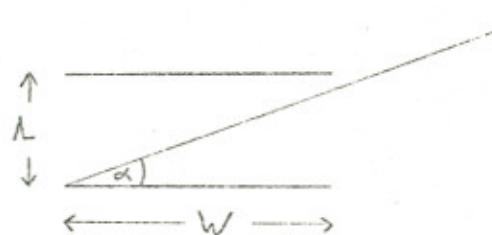
1. In den Diagrammen haben wir die gemessene Intensität mit den theoretischen Werten von Raman und Nagendra Nath verglichen. Für dieses Gebiet wird in der Literatur (Willard) folgende Abschätzung angegeben:

$$W \leq \frac{\lambda^2}{16 \lambda} \quad W = 12 \text{ mm} \\ \lambda = 135 \pm 4 \mu$$

Man kann sie sich folgendermaßen plausibel machen:

Es galt für die Ablenkung $\sin \alpha = \frac{q \lambda}{\lambda}$

Nun soll die q -te Ordnung nicht mehr als λ für die Breite W abgelenkt werden.



$$\sin \alpha = \frac{q \lambda}{\lambda} \leq \frac{\lambda}{W}$$

$$W \leq \frac{\lambda^2}{q \lambda}$$

Das Licht soll nicht "noch ein zweites Mal" durch die Schallwelle moduliert werden.

Für unser Experiment müßte demnach gelten:

$$W \leq 1.79 \text{ mm} \quad \text{für } \lambda = 6328 \text{ Å (rot)}$$

$$W \leq 2.5 \text{ mm} \quad \text{für } \lambda = 4579 \text{ Å (blau)}$$

Da die Abmessung von $W = 12 \text{ mm}$ beträgt, kann man eine exakte Übereinstimmung von Theorie und Meßresultat nicht erwarten.

Für den Bereich zwischen Raman-Nath- und Bragg-Gebiet existiert noch keine quantitative Theorie (Bär).

In die Ordnungen 0, 1 und 2 (für blau) wird zu viel Licht gebrochen und in die Ordnungen 2 (für rot), 3 und 4 zu wenig. Die Gesamtintensität bleibt also konstant, und die Verschiebung ist von der angelegten Spannung abhängig. Beim Addieren der

Einzelintensitäten erhält man eine konstante Gesamtintensität mit einer Fehlerabweichung von $\pm 4\%$, was gerade den angegebenen Fehlerbalken im Diagramm entspricht.

An den Diagrammen für rotes und blaues Licht sieht man sehr schön, daß die bessere Übereinstimmung tatsächlich von der oben angegebenen Schranke abhängt. Auch erkennt man gut die Abhängigkeit

$$I_q \sim J_q^2 \left(\frac{1}{\lambda} \right)$$

Bei kleinerer Wellenlänge wird das Licht in höhere Ordnungen gebeugt.

Ein weiteres Indiz dafür, daß wir uns außerhalb des Raman-Nath-Gebietes befinden, ist die von den beiden Autoren geforderte Symmetrie der Beugungsordnungen zur 0. Ordnung, und zwar auch, wenn die Lichtwelle nicht senkrecht auf die Schallwelle einfällt. Bei nicht senkrechtem Einfall verkleinert sich allerdings die Amplitude der Phasenmodulation. Trotz größter Mühe war eine symmetrische Einstellung für alle Ordnungen und für den ganzen Spannungsbereich nicht möglich.

2. Sanders hat in seiner Arbeit diese Asymmetrie sehr genau untersucht, aber trotzdem nicht beseitigen können. Er führt diesen Effekt auf Randstörungen im Schallfeld zurück.
3. Ein weiteres Problem ist das exakte Herstellen einer laufenden Schallwelle. Bär hat für seine Versuche einen 40 cm langen Tank verwendet, wo am Ende der größte Teil der Schallwelle durch einen Bausch groben Gewebes absorbiert wurde und ein eventuell vorhandener reflektierter Rest durch den langen Weg in der Flüssigkeit. Bei unserer Ultraschallzelle sind die Verhältnisse etwas ungünstiger. Man kann also annehmen, daß ein Teil der Welle reflektiert wird, was sich dann auch im nicht exakten Verschwinden der 0. Ordnung im Minimum zeigt. Ein kleiner Teil

einer stehenden Schallwelle bleibt übrig, und bei stehenden Schallwellen ist $I_0 > 0$.

4. Die Theorie von Raman Nath wurde für ein ruhendes und zeitlich unveränderliches Schallgitter entwickelt. Sie liefert nicht die durch den Dopplereffekt hervorgerufene Frequenzänderung des Lichtes. Man kann aber durch eine bloße Koordinatentransformation, die die Intensitätsverteilung unverändert lässt, den Fall der ruhenden Schallwelle auf den der laufenden übertragen.
5. Die Schlierenbildung durch Absorption der Schallintensität (Erwärmung der Flüssigkeit) hervorgerufen ermöglicht keine exakte Messung. Die Peaks auf dem Oszillographen schwanken bei fester Einstellung (Fehlerbalken in den Diagrammen). Mit zunehmender Schallintensität erwärmt sich das Isooktan, und das "Tanzen" des Beugungsbildes wächst.
6. Die Amplitude der Phasenmodulation ist über die Breite der Öffnung nicht konstant. Mit zunehmender Entfernung vom Quarz sinkt die Schallamplitude gemäß

$$A_x = A_0 e^{-\alpha x}$$

α = Absorptionskoeffizient der Schallamplitude

Isooktan bei 8 MHz $\alpha \approx 512 \cdot 10^{-4} \text{ cm}^{-1}$

Nach 2 cm beträgt die Schallamplitude nur noch 90%.

7. Der Praktikant hat darauf zu achten, daß der Drehspiegel richtig ausgeleuchtet und die Messungen in den Linearitätsbereichen der Photodiode und des Verstärkers durchgeführt werden.

5. Aufgabenstellung für den Praktikanten

Fortgeschrittenenpraktikum I

Aufgabe:

1. Berechnung der Gitterkonstanten für das \textcircled{S} -Gitter.

Wie groß ist das Auflösungsvermögen, wenn die runde Öffnung voll ausgeleuchtet ist?

Wie sieht die Aperturfunktion aus?

2. Bestimmung von Λ_{Schall}

a) mit c_{Schall} und v ($v = \lambda \cdot f = 8 \text{ MHz}$)

b) durch Ausmessen der Beugungsordnungen auf dem Oszillographen.

Mit dem Gitter \textcircled{R} (80 Striche pro cm) eichen.

3. Messen der Intensitätsverteilung bei zwei Gittern

($\textcircled{1}$ bis $\textcircled{5}$ oder \textcircled{R})

Wie groß ist τ/T ?

Zeichnung des Spektrums der a_n und der Aperturfunktion.

4. Messen der Intensitätsverteilung beim Ultraschallwellengitter

(laufende Schallwelle) in Abhängigkeit von der angelegten Spannung.

Die Meßresultate in Diagramme eintragen und mit den theoretischen Werten aus der Raman-Nath-Theorie vergleichen.

Apparatur:

Der Versuchsaufbau besteht aus

1) Lichtquelle HeNe - Laser: $\lambda = 6328 \text{ \AA}$

2) 8 MHz-Sender regelbar von 0 bis 300 V_{ss}

3) Ultraschallzelle

4) Drehspiegel

5) Nachwandlerzelle (Photodiode, Vervielfacher, Oszillograph)

6) Abbildungsoptik (Strahlteiler, Aufweiten des Strahls)

Hinweise zur Versuchsdurchführung:

1. Das \textcircled{S} -Gitter soll nicht mit dem aufgeweiteten Strahl beobachtet werden, da der Winkel (0. Ordnung zu 1. Ordnung) sehr groß ist. Man kann den Spiegel zwischen Laser und Strahlteiler stellen und das Gitter in der Messinghalterung für die Fotodioden befestigen.
2. Die Gitterkonstante \textcircled{A} wird durch eine Verschiebung des Gitters, selbst wenn diese mit Schallgeschwindigkeit erfolgt, nicht beeinflußt. Bei der Eichung mit dem Gitter \textcircled{R} sollte der Abstand Linse 3 zu Drehspiegel und Diode konstant bleiben. Der Abstand Gitter zu Linse 3 ist beliebig, er verändert das Beugungsbild nicht. (Von Linsenfehlern abgesehen) Warum?
3. Die Aperturfunktion kann für geschickt gewählte Bruchteile von \textcircled{W} berechnet werden. Die fast verschwindenden Intensitäten kann man dafür vernachlässigen.
Steht der Rechner zur Verfügung, kann mit dem beim Versuch liegenden Lochstreifen die Aperturfunktion berechnet und aufgemalt werden.
4. Die Abhängigkeit der Intensität von der angelegten Spannung sollte durch stufenweises Erhöhen um 2.5 Skalenteile gemessen werden. Die exakte Bestimmung des Minimums der 0. Ordnung ist wichtig.
Die Frequenz wird vor der Messung optimal eingestellt und darf dann nicht mehr geändert werden.

Die Justierung der Apparatur ist in der beiliegenden Arbeit ausführlich geschildert.

Vorkenntnisse

Skalare Wellentheorie des Lichtes, Amplituden- und Phasengitter,
Raman-Nath-Theorie zur Beugung an Ultraschallwellen,
Schallfeldgrößen,
piezoelektrische Schallgeber in Flüssigkeiten,
Fouriertransformation

Literatur

Beiliegende Arbeit (um Einfachheit bemühte und - wo es pädagogisch notwendig erschien - ausführliche Darstellung, die zur Durchführung des Versuchs genügen sollte. 3.2.1.2. kann auslassen werden.)

Fowles, G.R.: Introduction to Modern Optics, 1968 (kurze, die Physik herausstellende Beschreibung der Beugungstheorie)
Goodman, J.W.: Introduction to Fourier Optics, 1968 (mathematisch ausführliche Darstellung der Beugungstheorie; die Herleitungen in der Arbeit sind diesem Buch entnommen.)

Bermann, L.: Der Ultraschall, 1954 (gute, einfache Beschreibung des Ultraschalls)

Raman, C.V.: The diffraction of light by high frequency sound-waves, Part I, 1935 (die Beugung am Ultraschallwellengitter wird mit der an einem Phasengitter verglichen.) *Proc. Ind. Acad. Sci. (A)* 2 1935
3 1936

Pierce - Dyer, Experiments on the Interaction of Light and Sound for the Advanced Laboratory, 1973 (Beschreibung eines Versuchs zur Beugung von Lichtwellen an einem Ultraschallwellengitter im Raman-Nath - und im Bragg-Gebiet.)

Ann. f. Phys. 41, 314 (1973)

6.1. Liste der verwendeten physikalischen Größen

λ = Wellenlänge Licht

Λ = Wellenlänge Schall

z = Abstand Öffnung - Schirm

f_o, f_x, f_y = Ortsfrequenzen

l = Größe der Öffnung

x_1, y_1 = Koordinaten in der Öffnungsebene

x_o, y_o , bzw. f_x, f_y = Koordinaten in der Schirmebene

N = Quarzfrequenz

ρ = Dichte

v = Schallgeschwindigkeit

$\rho_o v_o$ = Schallwiderstand

W = Breite der Schallwelle, Schallfeldtiefe

I_m $m = 0, 1, 2, \dots$ = Intensität der m -ten Ordnung (links o. rechts)

T = Periode (meist $T = 2$ gesetzt); evtl. Gitterkonstante

τ = Breite der Spaltöffnung

ϕ = Phasenmodulation

$\Delta \phi$ = Amplitude der Phasenmodulation

n = Brechungsindex

Δn = maximale Brechungsindexänderung

U = Spannung; SS = Spitze-Spitze; eff = effektiv; (Skt) = Skalenteile

S = Schallintensität

6.2. Literaturverzeichnis

1. Adler, Robert, Interaction between light and sound, IEEE Spectrum, May 1967
2. Bär, R.: Über die Lichtmodulation durch fortschreitende Schallwellen. Helv. Phys. Acta Bd. 9, 1936 654 und ZH 100. Über stroboskopische Erscheinungen beim Durchgang des Lichtes durch zwei Ultraschallwellen. ebda. 678
3. Bär, R.: Über Versuche zur Theorie von Raman und Nagendra Nath über die Beugung des Lichts an Ultraschallwellen, Helv. Phys. Acta Bd. 9, 1936
4. Bergmann, Ludwig, Der Ultraschall, Hirzel-Verlag 1954
5. Bergmann - Schäfer, Experimental-Physik (Matossi), Bd. 3 Optik, 1966
6. Born, Max, Optik, ele.-mag. Lichttheorie, Springer-Verlag, 1933
7. Born - Wolff, Optics
8. Borucki, L.: Beugung von Licht am Ultraschall als Methode zur Bestimmung von Ultraschallabsorption, Diplomarbeit
9. Bracewell, R.: Fouriertransform and its Application, Mc Graw-Hill, 1965
10. Dischler, B.:
11. Fowles, G.R.: Introduction to Modern Optics, 1968
12. Goodman, J.W.: Introduction to Fourier Optics, Mc Graw-Hill, 1968, Physical and Quantum Electronics Series
13. Karolus und Fries, Annalen der Physik 4, Eine neue Anordnung (Ultraschallzelle) zur Bestimmung der Lichtgeschwindigkeit, 1959
14. Landolt - Börnstein, Zahlenwerte und Funktionen (1960) Ed. II Teil 2 a (Gleichgewichte - Dampfphänomene)
15. Landolt - Börnstein, Zahlenwerte und Funktionen (1962) Ed. II Teil 3 (Optische Konstante)

16. Pierce, D.T. and Byer, R.L.: Experiments on the Interaction of Light and Sound for the Advanced Laboratory, in: AJP Volume 41, March 1973
 17. Pohl, Mechanik
 18. Pohl, Optik
 19. Raman, G.V. and N.S. Nagendra Nath: The diffraction of light by high frequency sound-waves, Part I - Proc. Ind. Acad. Sci. (A), Bd. 2 (1935), 406-12
 20. Raman, G.V. and N.S. Nagendra Nath: The diffraction of light by high frequency sound-waves, Part III - Proc. Ind. Acad. Sci. (A), Bd. 3 (1936), 75-84
 21. Rzehak, E.: Beugung an periodischen Strukturen, Staatsarbeit 1965
 22. Sanders, F.H.: Intensity Measurements in the Diffraction of Light by Ultrasonic Waves, In: Canadian Journal of Research, Vol. 14, 1936
 23. Wave electronics, Vol. 2, 1976, 1 - 308, Elsevier Scientific Publishing Company, Amsterdam (Lithium-Niobat)
 24. Willard, G.W.: Criteria of Normal and Abnormal Ultrasonic Light Diffraction Effects, Journal Acoustical Society of America, 21, 1949
 25. Zurmühl, R.: Praktische Mathematik für Ingenieure und Physiker, Springer-Verlag, 1963
- außerdem:
26. Neeson, J.F. and Austin, S.: Sound velocity and diffraction measurements based on Raman-Nath theory of the interaction of light and ultrasound, in: American Journal of Physics Vol. 43, No. 11, Nov. 1975
 27. Oelfke, W.C.: Fourier spectroscopy: A simple analysis technique, in: American Journal of Physics Vol. 43 No. 9, Sept. 1975

Für die stete Hilfsbereitschaft möchte ich den Mitarbeitern der Abteilung Osberghaus und ganz besonders Herrn Dr. Baumgartner für die unterstützende Betreuung bei der Arbeit meinen Dank aussprechen.

Außerdem bin ich Herrn Dr. Dischler für die Bereitstellung eines LiNbO_3 - Kristalls zu aufrichtigem Dank verpflichtet.