

Kernspinresonanz

Protokoll des Fortgeschrittenenpraktikum I

Jonathan Brugger & Severin Bang

Durchgeführt am 11.11.2013

bei
Davide Di Stefano

Inhaltsverzeichnis

1	Allgemeines	2
2	Aufgabenstellung	2
3	Grundlagen	2
3.1	Quantenmechanischer Drehimpuls	2
3.2	Spin	2
3.3	Magnetisches Moment	3
3.4	Wechselwirkung mit äußerem Magnetfeld	3
3.5	Wechselwirkung mit einem Strahlungsfeld: Resonanz	4
3.6	Relaxationsprozesse	4
3.6.1	4
3.6.2	4
4	Messverfahren	5
4.1	Magnetfeld-Messung: Halleffekt und Hallsonde	5
4.2	Vermessung der Kernspinresonanzfrequenz	5
4.3	Lock-in-Verfahren	6
5	Durchführung	6
5.1	Homogenität des Magnetfeldes	6
5.2	Kernmagnetisches Moment des ^{19}F -Kernes in Teflon	7
5.3	Kernmagnetisches Moment des Protons in Wasserstoff	7
5.4	Kernmagnetisches Moment des Protons in Glykol	7
5.5	Feinvermessung der Protonenresonanzfrequenz mit dem Lock-in-Verfahren	7
6	Versuchsaufbau	7
7	Auswertung	9
7.1	Teil 1	9
7.2	Messung der Teflonprobe	10
7.3	Messung der Wasserstoffprobe	11
7.4	Messung der Glykolprobe	11
7.5	Messung der Wasserstoffprobe mit der Lock-In Methode	11
8	Zusammenfassung	17
8.1	Test der Homogenität des Magnetfeldes	17
8.2	Kernmagnetisches Moment von ^{19}F	17
8.3	Gyromagnetisches Verhältniss des Protons in Wasserstoff	18
8.4	Gyromagnetisches Verhältniss des Protons in Glykol	18
8.5	Gyromagnetisches Verhältniss von Wasserstoff mit der Lock-In Methode	18

1 Allgemeines

Die Kernspinresonanz beschreibt den Effekt, dass Stoffe in einem starken konstanten Magnetfeld einem Strahlungsfeld einer bestimmten Stoff- und Magnetfeld-abhängigen Frequenz durch Absorption Energie entziehen können.

Diese Wechselwirkung ermöglicht Aufschluss über die Struktur der in das Magnetfeld eingeführten Stoffe. So können Erkenntnisse über den Aufbau biologisch interessanter Molekülstrukturen, über den Zustand von lebendigem Gewebe und über die physikalischen Eigenschaften einzelner Teilchen gewonnen werden.

Daher ist die Kernspinresonanz (oder NMR von nuclear magnetic resonance) inzwischen eine Standarduntersuchungsmethode in der Medizin, Chemie und Physik.

2 Aufgabenstellung

- Messung und Überprüfung der Homogenität des Magnetfelds des Elektromagneten mit der Hallsonde
- Bestimmung des kernmagnetischen Moments des ^{19}F -Kerns in Teflon
- Bestimmung des kernmagnetischen Moments des Protons in Wasserstoff
- Bestimmung des gyromagnetischen Verhältnisses des Protons in Glykol
- Bestimmung der Protonenresonanzfrequenz der Wasserstoffprobe mit dem Lock-in-Verfahren

3 Grundlagen

3.1 Quantenmechanischer Drehimpuls

Der quantenmechanische Drehimpuls wird wie alle quantenmechanischen Observablen durch einen Operator beschrieben, den Drehimpuls-Operator J mit den einzelnen Komponenten des Drehimpulses J_i . Es sind immer nur der Operator J^2 sowie eine Komponente, in der Regel J_z , simultan diagonalisierbar, d.h. es sind nur der Betrag und die z -Komponente des Drehimpulses gleichzeitig wohldefiniert.

Die Eigenzustände zu diesen Operatoren werden mit den Quantenzahlen j und m_j indiziert:

$$|j, m_j\rangle \quad (1)$$

Für die zugehörigen Eigenwerte gilt:

$$\hat{J}^2 |jm\rangle = \hbar^2 j(j+1) |jm\rangle \quad (2)$$

$$\hat{J}_z |jm\rangle = \hbar m_j |jm\rangle \quad (3)$$

Dabei kann die Quantenzahl j nur halbzahlige positive Werte annehmen; die Quantenzahl m_j läuft in ganzzahligen Schritten im Bereich

$$-j \leq m_j \leq j \quad (4)$$

3.2 Spin

Der Spin ist eine intrinsische Eigenschaft von Elementarteilchen. Semiklassisch lässt er sich als Eigendrehimpuls der Teilchen durch ihre Rotation um ihren Schwerpunkt erklären; dabei muss allerdings von einer ausgedehnten Massenverteilung ausgegangen werden.

Der Spin wird mit den Operatoren S, S_i und den Quantenzahlen s, m_s bezeichnet, die sich verhalten wie die oben eingeführten Drehimpuls-Quantenzahlen und -Operatoren. Für die Quantenzahl s sind wieder halbzahlige Werte erlaubt; Teilchen mit $s = \frac{1}{2}$ heißen Fermionen, Teilchen mit $s = 1$ heißen Bosonen.

Analog hierzu kann auch einem ganzen Atomkern ein Spin zugeordnet werden, der sich aus den Spins der einzelnen Nukleonen zusammensetzt. Dieser wird mit den Quantenzahlen i und m_i bezeichnet. Auch diese Quantenzahlen verhalten sich wie Drehimpuls-Quantenzahlen; i ist also halbzahlig und m_i läuft ganzzahlig von $-i$ bis i .

Die Quantenzahl i ist dabei die Summe der Spinquantenzahlen der einzelnen Nukleonen mit unterschiedlichen Vorzeichen; so sind z.B. für zwei Fermionen mit

$$s_1 = s_2 = \frac{1}{2} \quad (5)$$

im Kern die Werte

$$i = 0, 1 \quad (6)$$

möglich.

Wie beim Drehimpuls auch gilt für den Betrag des Kernspins I :

$$\begin{aligned} |\hat{I}| &= \hbar \cdot \sqrt{i(i+1)} \\ \hat{I}_z &= \hbar \cdot m_i \end{aligned}$$

Für einen festen Wert von i gibt es also $2i+1$ Einstellungsmöglichkeiten des Spins zur z -Achse. Wie der Name bereits vermuten lässt, ist die für diesen Versuch relevante Größe der Kernspin. Für Kerne im Grundzustand arrangieren sich die Nukleonen des Kerns immer so, dass jedes Orbital von zwei identischen Teilchen mit entgegengesetztem Spin besetzt ist. Man erhält also nur einen Gesamtspin des Kerns, wenn insgesamt eine ungerade Anzahl an Nukleonen vorliegt.

3.3 Magnetisches Moment

Geladene Teilchen haben außerdem ein magnetisches Moment. Im semiklassischen Bild wird dies durch die Bewegung der auf der Teilchenoberfläche verteilte Ladung erzeugt, die einem Kreisstrom entsprechen. Dieser Kreisstrom induziert ein magnetisches Dipolmoment. Da diese Bewegung der Oberfläche durch die Rotation verursacht wird, ist das magnetische Moment mit dem Spin verknüpft:

$$\vec{\mu} = \gamma \cdot \hat{\vec{I}} \quad (7)$$

Die Konstante γ bezeichnet man als das „gyromagnetische Verhältnis“, dieses ist gegeben durch

$$\gamma = \frac{g_I \mu_K}{\hbar} \quad (8)$$

Dieser Ausdruck ist analog zum gyromagnetischen Verhältnis des Elektrons, allerdings wird hier die Protonenmasse verwendet. Die Konstante g_I wird als Kern- g -Faktor bezeichnet; der Zahlenwert dieser Konstante soll im Versuch bestimmt werden.

3.4 Wechselwirkung mit äußerem Magnetfeld

Analog zum klassischen Fall hat ein Kern mit einem magnetischen Dipolmoment in einem konstanten externen Magnetfeld die potentielle Energie

$$E = -\vec{\mu} \cdot \vec{B} \quad (9)$$

Wenn der Spin seine Einstellung relativ zum B -Feld wechselt, muss also jedes mal Energie aufgebracht werden oder wird frei.

3.5 Wechselwirkung mit einem Strahlungsfeld: Resonanz

Ein externes Strahlungsfeld (also ein elektromagnetisches Wechselfeld) wechselwirkt nur in bestimmten “Energiequanten”, sogenannten Photonen. Die Energie dieser Photonen hängt von der Frequenz, nicht aber von der Stärke des Feldes ab:

$$\Delta E = f \cdot h \quad (10)$$

Entspricht diese Photonenenergie genau der Energiedifferenz zwischen zwei benachbarten Zuständen des magnetischen Moments im Magnetfeld, so kann Wechselwirkung zwischen dem Strahlungsfeld und den Atomkernen stattfinden, sogenannte “stimulierte Absorption und Emission”.

Die Übergangswahrscheinlichkeiten für beide Prozesse sind identisch; die Anzahl der tatsächlichen Vorgänge hängt also nur noch von der Anzahl der Kerne im entsprechenden Zustand ab. Das Verhältnis der Besetzungszahlen der unterschiedlichen Energieniveaus ist durch die Boltzmannverteilung gegeben:

$$\frac{n_{\text{hoch}}}{n_{\text{tief}}} = \exp\left(\frac{E_{\text{hoch}} - E_{\text{tief}}}{k T}\right) = e^{-\frac{\Delta E}{k T}} \quad (11)$$

Die Niveaus höherer Energien sind also immer weniger dicht besetzt als die unteren Niveaus. Daher findet mehr stimulierte Absorption als Emission statt; das Strahlungsfeld verliert also Energie an die Kerne. Dies ist in Form einer Dämpfung der Amplitude des Schwingkreises messbar, der das Strahlungsfeld erzeugt.

Die Frequenz, bei der die Photonenenergie genau der oben angegebenen Energiedifferenz entspricht, nennt man Resonanzfrequenz, bei diesem Phänomen spricht man von “Kernspinresonanz”. Für die Frequenz findet man folgenden Zusammenhang:

$$f = \frac{\Delta E}{h} = \frac{g_I \mu_K B}{h} = \frac{\gamma B}{2\pi} \quad (12)$$

3.6 Relaxationsprozesse

Wären keine anderen Effekte mehr beteiligt, würde sich nach dem Anlegen des Strahlungsfeldes ein Gleichgewicht der Besetzungszahlen einstellen. Dies würde ein Gleichgewicht zwischen Energieverlust und -gewinn des Strahlungsfeldes und damit keine messbare Dämpfung bedeuten.

Allerdings gibt es noch andere, strahlungslose Übergänge aus den höheren in die niedrigeren Energieniveaus. Diese stellen ohne Wechselwirkung mit dem Strahlungsfeld das ursprüngliche Verhältnis der Besetzungszahlen wieder her und sorgen damit dafür, dass der gewünschte, zu messende Prozess aufrecht erhalten bleibt:

3.6.1

Die Energie der angeregten Kerne kann strahlungslos in Form von Wärme an das Molekülgitter abgegeben werden. Diesen Effekt nennt man Spin-Gitter-Relaxation.

3.6.2

Der Spin eines Kerns kann das Magnetfeld am Ort eines anderen Kerns verändern, sodass dessen Energieniveau sich leicht verschiebt. Dieser Effekt heißt Spin-Spin-Relaxation.

4 Messverfahren

In diesem Versuch kommen unterschiedliche Messverfahren zum Einsatz.

Bei der Hallsonde handelt es sich um ein Standardverfahren zur Messung von Magnetfeldstärken.

Für die Messung der Kernspinresonanzfrequenz kommen zwei unterschiedliche Methoden zum Einsatz, unter anderem das sogenannte Lock-in-Verfahren.

4.1 Magnetfeld-Messung: Halleffekt und Hallsonde

Fließt durch einen Leiter, der in einer Richtung von einem konstanten Magnetfeld durchdrungen ist, senkrecht zu diesem Feld ein elektrischer Strom, so werden die bewegten Ladungsträger, i.d.R. Elektronen, durch die Lorentzkraft senkrecht zum Strom und zum Feld abgelenkt. Dies führt zu einer Verschiebung der resultierenden negativen Ladung bei einem konstanten positiv geladenen Atomgitter. Deshalb ist in der dritten Raumdimension eine elektrische Spannung zwischen den gegenüberliegenden Seiten des Leiters messbar.

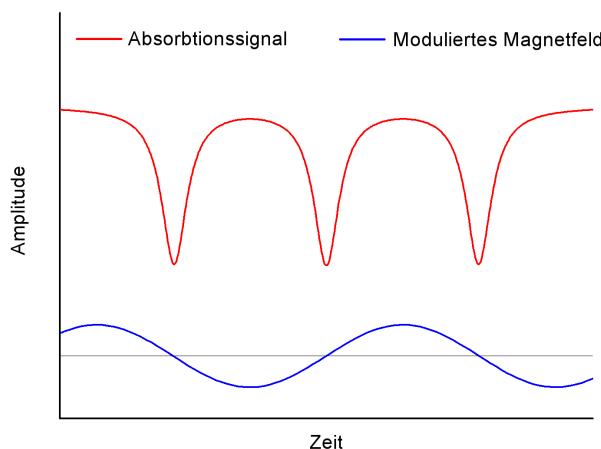
Dieser Effekt heißt Halleffekt; die entstehende Spannung nennt man Hallspannung. Ausgang für die quantitative Betrachtung der Spannung ist das Kräftegleichgewicht zwischen Lorentzkraft und elektrischer Kraft. Man findet mit dem angelegten Strom I , der Elementarladung e und der Ladungsträgerdichte n des Leiters folgenden Zusammenhang:

$$U_H = \frac{I}{n e} \quad (13)$$

4.2 Vermessung der Kernspinresonanzfrequenz

Zunächst legt man an die zu vermessende Probe ein konstantes Magnetfeld an. Die Homogenität und Sträke dieses Feldes wird im Versuch mit einer Hallsonde bestimmt. Zusätzlich legt man ein Strahlungsfeld bekannter Frequenz an. In dem erzeugenden Schwingkreis wird bei konstanter Anregung die Amplitude der Schwingung gemessen, um ein Maß für die Dämpfung zu erhalten. Nun wird das konstante Magnetfeld mit einem sich zeitlich sinusförmigen verändernden Magnetfeld überlagert. Wird nun das konstante Magnetfeld so verändert, dass die zugehörige Energiedifferenz der Kerne im Feld genau der Photonenenergie des Strahlungsfelds entspricht, so wird die Magnetfeldstärke, bei der die maximale Dämpfung vorliegt, mit jedem Nulldurchgang des sinusförmig modulierten Magnetfelds durchlaufen.

Greift man nun mit einem Oszilloskop sowohl die Spannung ab, die das modulierte Feld erzeugt, als auch die Amplitude des Schwingkreises, so ergibt sich folgendes Bild (entnommen [VerA, S. 7]):



Im Versuch muss also das Magnetfeld (oder alternativ die Frequenz des Schwingkreises) so eingestellt werden, dass die Minima der Amplitude (und damit die Maxima der Dämpfung) genau äquidistant und über den Nulldurchgängen des modulierten Feldes liegen.

4.3 Lock-in-Verfahren

Jede periodische Funktion lässt sich in eine Überlagerung von trigonometrischen Funktionen, z.B. der Sinusfunktion, mit unterschiedlichen Frequenzen darstellen. Es genügt dabei die Angabe der Amplitude $A(\omega)$ in Abhängigkeit von der Frequenz.

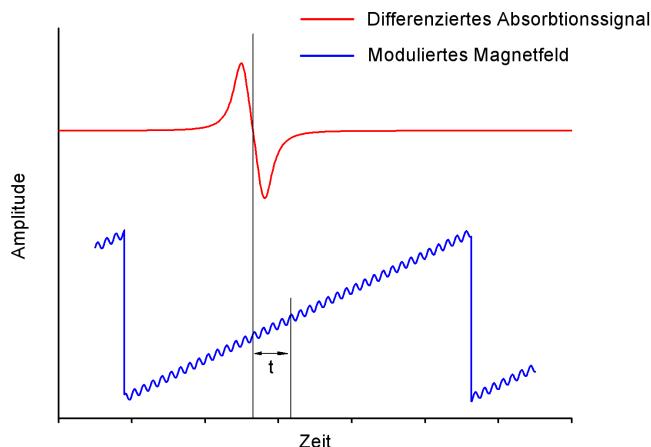
Das Lock-in-Verfahren basiert auf der Orthogonalitätsrelation der Sinusfunktion:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \sin(\omega_1 t) \sin(\omega_2 t) dt = \delta(\omega_2 - \omega_1) \quad (14)$$

Diese besagt, dass das Integral über das Produkt zweier Sinusfunktionen nur dann nicht verschwindet, wenn beide Frequenzen identisch sind. Weiß man also, in welcher Frequenz ein Signal zu erwarten ist, so kann man dieses in einem sogenannten Synchrodetektor sichtbar machen, auch wenn es sich in seiner Intensität kaum vom Rauschen abhebt. Dieser Detektor führt die gewünschte Multiplikation und Integration des zu messenden Signals mit einem Referenzsignal der gewünschten Frequenz aus. Damit eliminiert er alle Anteile des Signals, die nicht die gewünschte Frequenz haben. Da die Frequenz des Rauschens zufällig ist, erhält man ein bereinigtes Signal.

Die Modulation des Magnetfelds geschieht in diesem Versuch mit einer Sägezahnspannung, die mit einer Sinusspannung wesentlich kleinerer Amplitude und größerer Frequenz überlagert wird. Dasselbe Signal wird als Referenzsignal für den Synchrodetektor verwendet. Der von der Sägezahnspannung abgefahrene Bereich muss die zu messende Magnetfeldstärke enthalten.

Da der Synchrodetektor die Ableitung der Absorptionskurve liefert, erhält man ein Signal folgender Form (entnommen [VerA, S. 8]):



Der Nulldurchgang des differenzierten Absorptionssignals definiert die Lage des zu messenden Magnetfelds. Gemessen werden der Zeitabstand der beiden Nulldurchgänge (Absorptionsignal und moduliertes Magnetfeld) und die Frequenz. Durch Interpolation dieses Zusammenhangs auf $t = 0$ wird die Frequenz bestimmt.

5 Durchführung

5.1 Homogenität des Magnetfeldes

In diesem Versuchsteil wird die Homogenität des Magnetfelds der verwendeten Spulenanordnung überprüft. Zu diesem Zweck wird die Spule in einer Richtung quer zur Spulenachse mit einer

Hallsonde durchfahren und in Abhängigkeit von der Position die Magnetfeldstärke gemessen. Hierbei muss die Hallsonde immer senkrecht zur Spulenachse ausgerichtet sein. Die Position wird an einer Millimeterskala an der Hallsonde abgelesen.

5.2 Kernmagnetisches Moment des ^{19}F -Kernes in Teflon

Anhand der ersten Messung wird ein sinnvoller Messpunkt des Magnetfelds in der Spule gewählt. Dann wird die Teflonprobe in die Spule eingebracht. Gemäß der Schaltung in Abb. 1 wird das Magnetfeld mit einem Sinus moduliert und die Dämpfung gemessen. Die Magnetfeldstärke der Spule wird nun so eingestellt, dass die typische Resonanzkurve zu sehen ist. In dieser Position werden Frequenz des Schwingkreises und Magnetfeld gemessen.

5.3 Kernmagnetisches Moment des Protons in Wasserstoff

Analog zu 5.2 wird dieser Versuchsteil mit der Wasserstoffprobe durchgeführt.

5.4 Kernmagnetisches Moment des Protons in Glykol

Analog zu 5.2 wird dieser Versuchsteil mit der Glykorprobe durchgeführt.

5.5 Feinvermessung der Protonenresonanzfrequenz mit dem Lock-in-Verfahren

Dieser Versuchsteil wird wieder mit der Wasserstoffprobe durchgeführt. Mit dem Aufbau aus Schaltbild 2 wird ein gut sichtbares Absorptionssignal nach der ersten Messmethode eingestellt. Nun wird der Aufbau gemäß Schaltbild 3 aufgebaut. Das Magnetfeld wird mit einem Sägezahn, überlagert mit dem Sinus, moduliert und die Signale auf dem Oszilloskop beobachtet. Die Einstellungen des Synchrodetektors werden nach der Anleitung optimiert. Danach kann durch das Verändern der Frequenz die Kurve seitlich verschoben werden. Dies ermöglicht die Messung der Abhängigkeit der Zeitverschiebung von der Frequenz.

6 Versuchsaufbau

Die folgenden Schaltbilder zeigen die in der Durchführung beschriebenen Aufbauten.

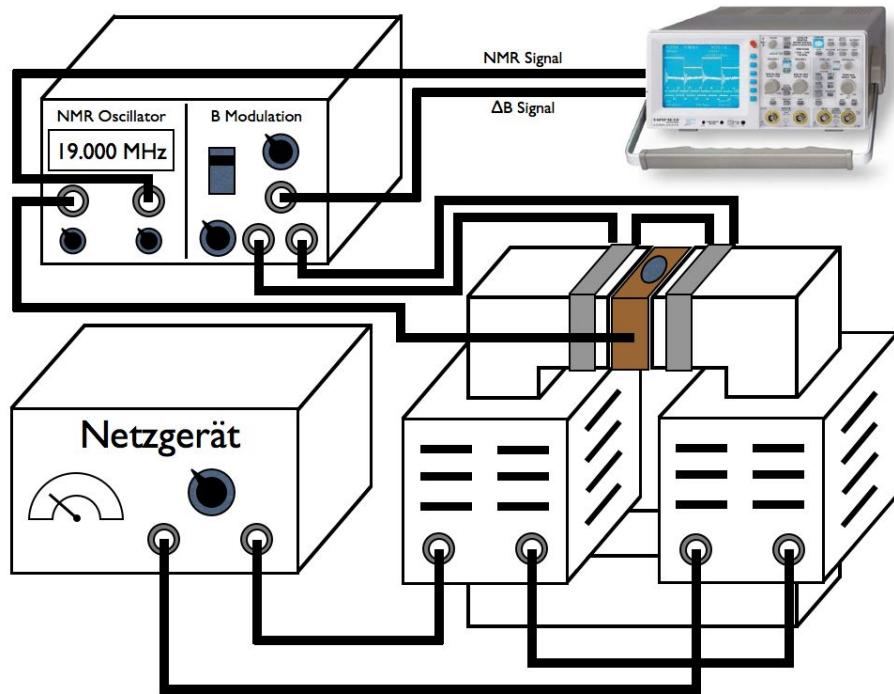


Abbildung 1: Entnommen [VerA, S. 9]

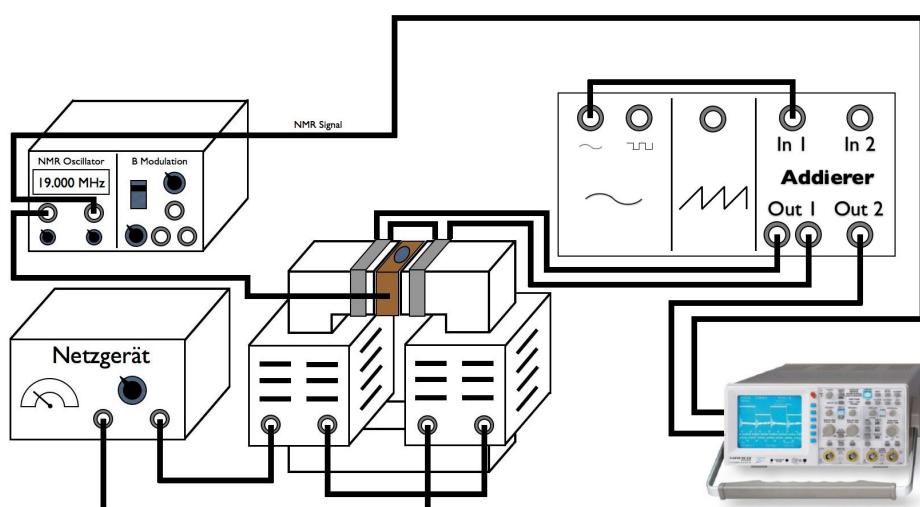


Abbildung 2: Entnommen [VerA, S. 10]

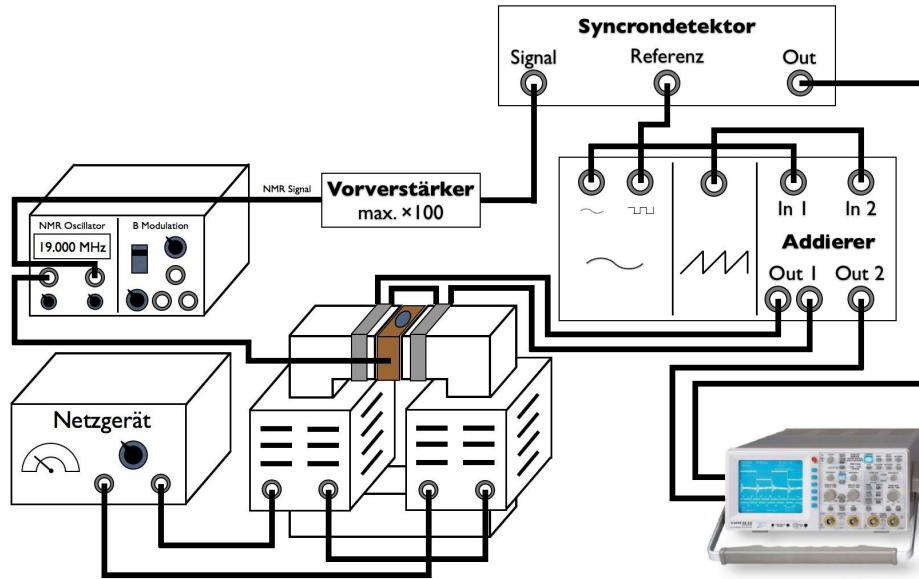


Abbildung 3: Entnommen [VerA, S. 10]

7 Auswertung

7.1 Teil 1

Für den ersten Teil prüfen wir die Homogenität des Magnetfeldes mit der Hallsonde. Dazu positionieren wir diese über den Polschuhen, und senken sie in schritten von 3mm herab. Die Werte sind:

Y-Position/mm	B-Feld/mT
3	438
6	451
9	453
12	453
15	452
18	452
21	452
24	452
27	451
30	451

Tabelle 1: Messwerte zu Teil 1

Als Fehler nehmen wir an:

$$S_B = 2 \text{ mT}, \quad (15)$$

$$S_{Y \text{ pos}} = 1 \text{ mm}. \quad (16)$$

Wir tragen nun das gemessene Magnetfeld über die Position der Sonde auf.

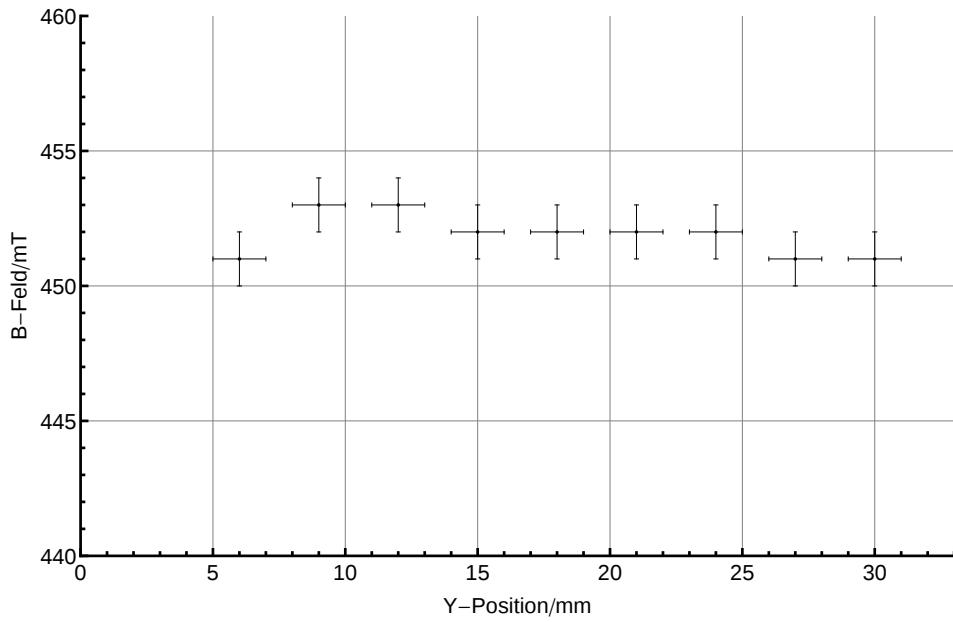


Abbildung 4: Die Messerte zeigen eine zufriedenstellende Homogenität

Wir sehen, dass im relevanten Bereich eine zufriedenstellende Homogenität des Magnetfelds herrscht.

7.2 Messung der Teflonprobe

Wir positionieren die Teflonprobe zwischen den Polschuhen. Wie in 5.2 beschrieben werden die Einstellungen vorgenommen.

Die gemessenen Werte sind:

f/MHz	B -Feld/mT
18.4726	460

Tabelle 2: Messung der Teflon Probe

Wir Berechnen das kernmagnetische Moment μ nun mit

$$\mu = \frac{h f}{B} \quad (17)$$

wobei h die Planck-Konstante ist, f die gemessene Frequenz und B das Magnetfeld ist. Wir setzen die obigen Werte ein. Damit erhalten wir:

$$\mu_{\text{Tef}} = 266.0885 \cdot 10^{-28} \frac{\text{J}}{\text{T}}$$

Die Berechnung des Fehler erfolgt über die Gaußsche Fehlerfortpflanzung:

$$S_\mu = \sqrt{\left(\frac{S_f}{f}\right)^2 + \left(\frac{S_B}{B}\right)^2} \cdot \mu$$

Wir nehmen als Fehler

$$S_f = 0.5 \text{MHz}$$

$$S_B = 1 \text{mT}$$

Mit diesen Werten erhalten wir:

$$S_{\mu_{\text{Tef}}} = 0.9262 \cdot 10^{-28} \frac{\text{J}}{\text{T}} \quad (18)$$

7.3 Messung der Wasserstoffprobe

Wir berechnen mit das gyromagnetische Moment γ , in dem wir die Formel (12) auf γ umstellen

$$\gamma = \frac{2\pi f}{B}, \quad (19)$$

Dort setzen wir dann unseren gemessenen Werten für die Resonanzfrequenz f und das Magnetfeld B ein:

f/MHz	$B\text{-Feld}/\text{mT}$
18.4819	433

Tabelle 3: Messung der Wasserstoff Probe

Wir erhalten:

$$\gamma_{\text{Wasserstoff}} = (2.6878 \pm 0.0095) \cdot 10^8 \frac{\text{Hz}}{\text{T}} \quad (20)$$

Wobei für S_γ analog zum vorherigen Teil berechnen, und die selben Werte für S_f , und S_B verwenden.

7.4 Messung der Glykolprobe

Analog zum vorherigen Teil berechnen wir auch hier das gyromagnetische Verhältniss γ . Unsere gemessenen Werte für f und B sind. Und wir erhalten:

f/MHz	$B\text{-Feld}/\text{mT}$
18.5227	433

Tabelle 4: Messung der Glykol Probe

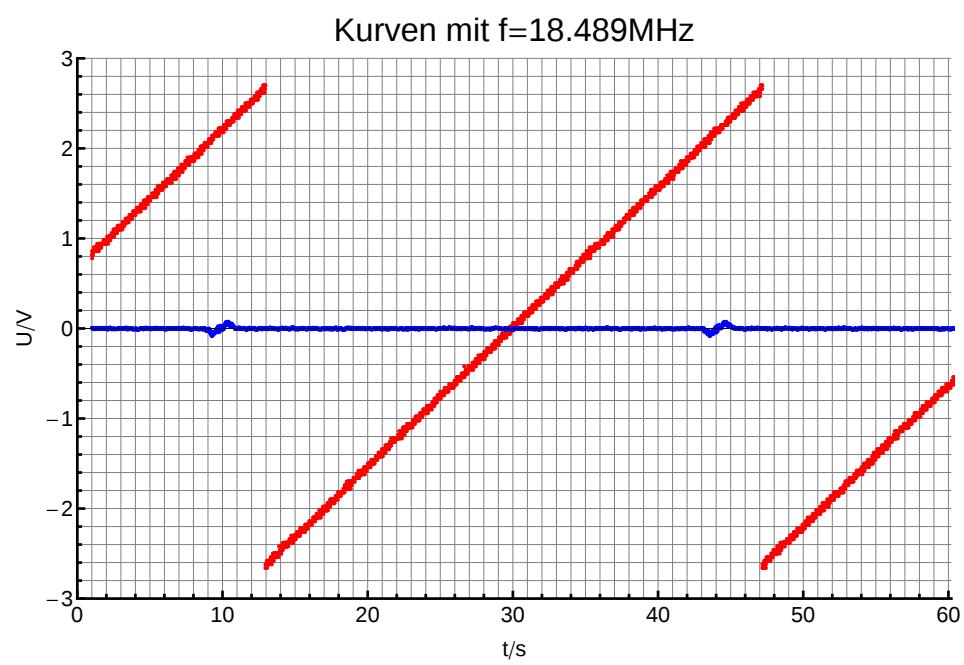
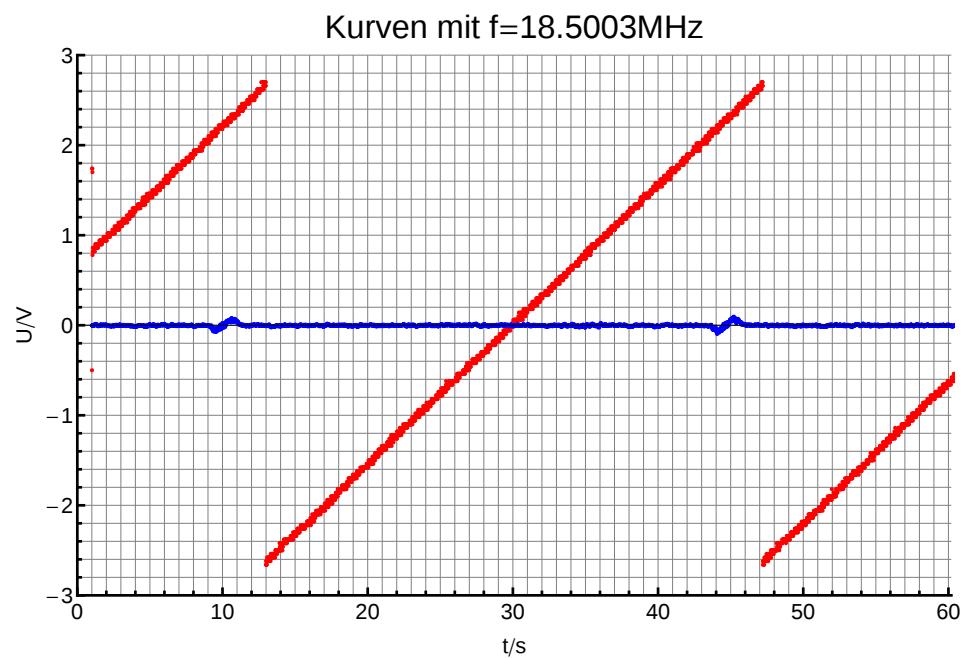
$$\gamma_{\text{Glykol}} = (2.6819 \pm 0.0095) \cdot 10^8 \frac{\text{Hz}}{\text{T}} \quad (21)$$

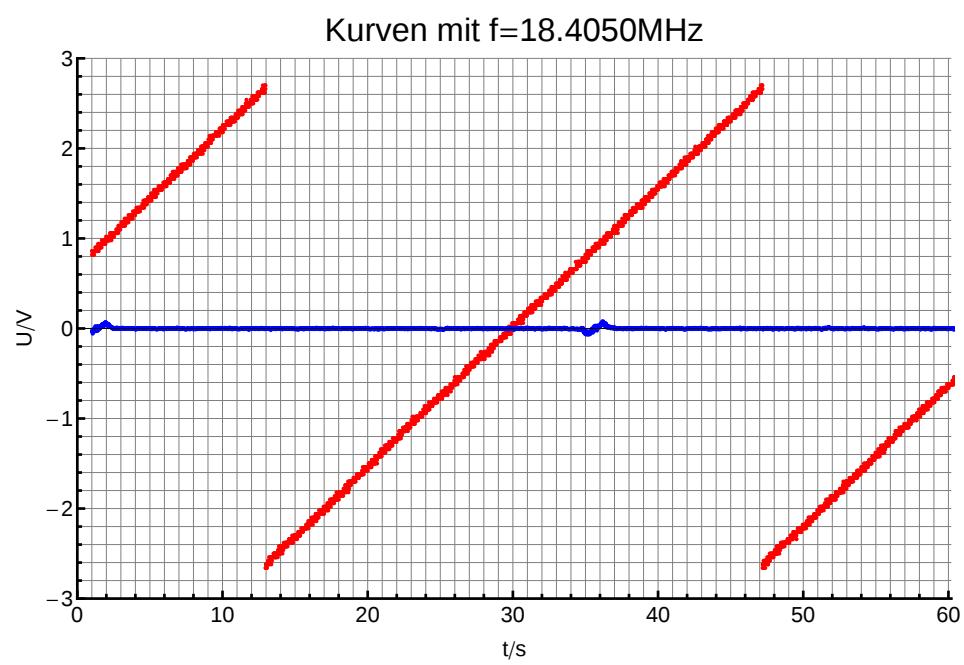
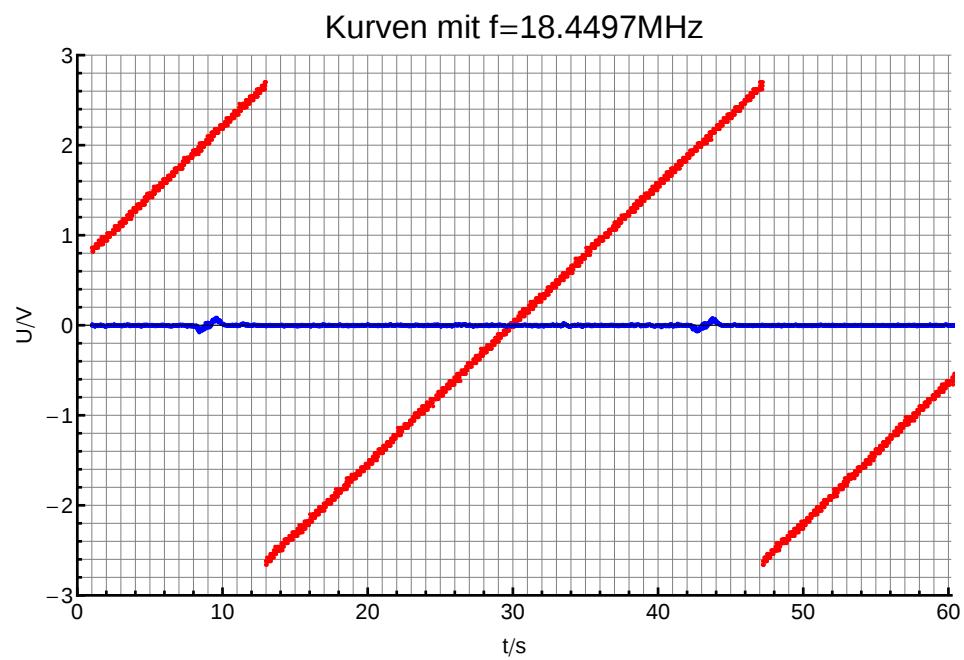
7.5 Messung der Wasserstoffprobe mit der Lock-In Methode

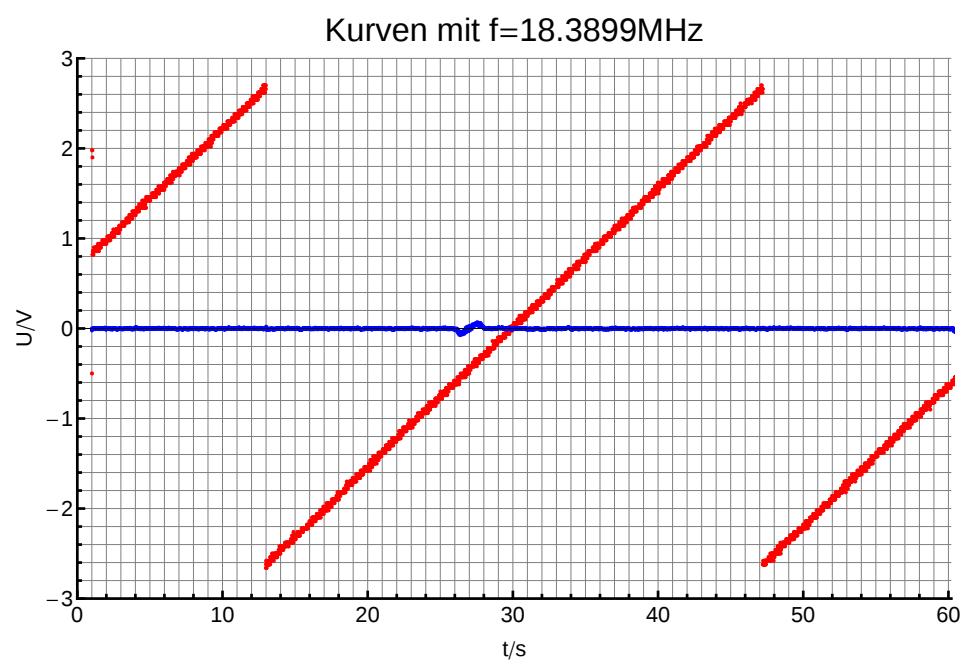
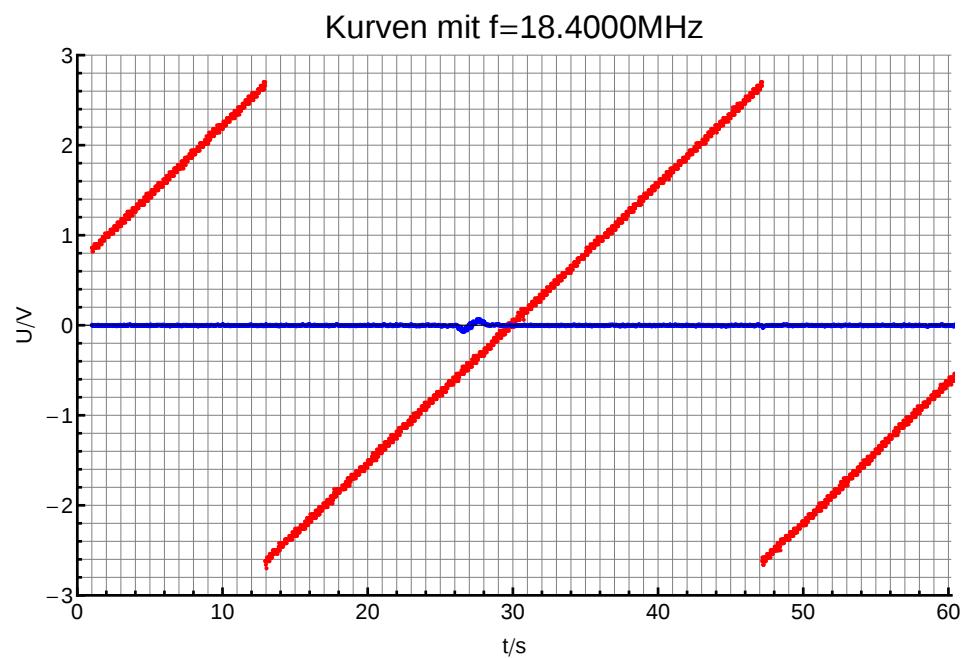
Für diesen Versuchsteil wählen wir als Arbeitspunkt des B -Feldes:

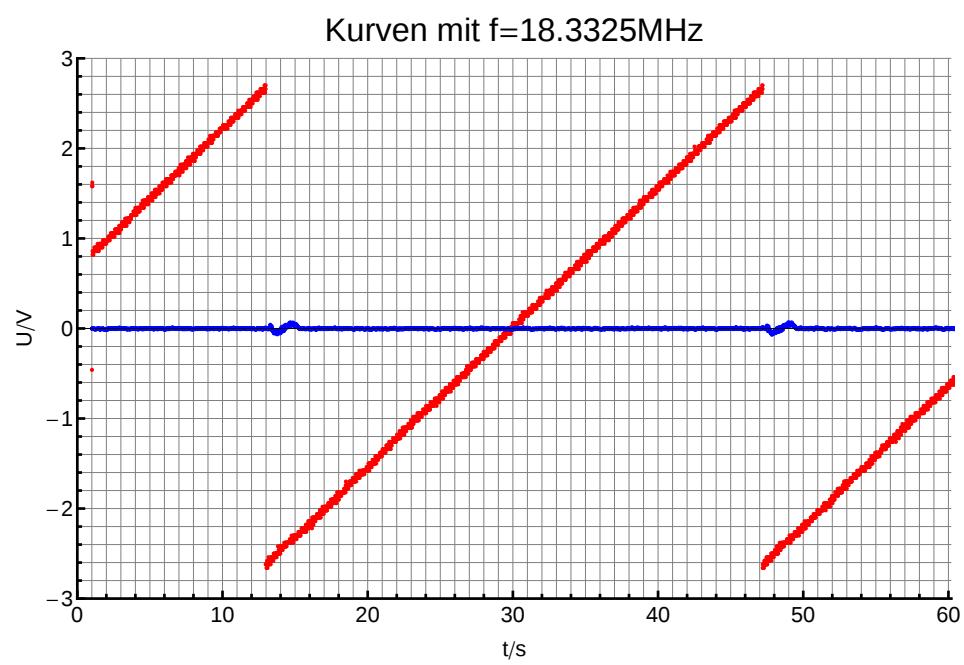
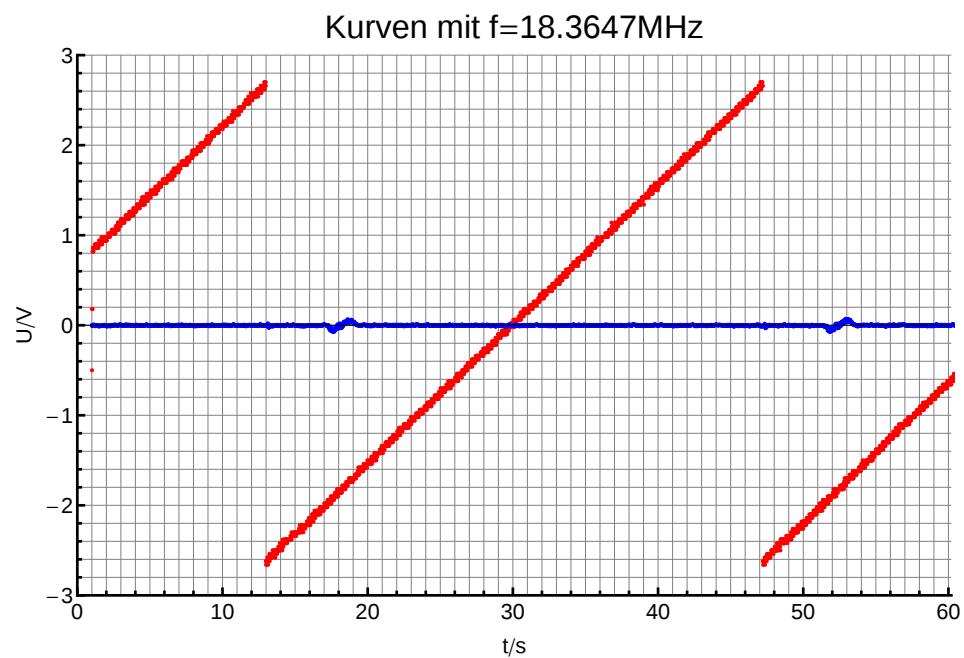
$$B_{\text{AP}} = 432 \text{mT} \quad (22)$$

Nachdem wir, wie in 5.5 beschrieben, das Signal optimiert haben, nehmen wir mit dem Oszilloskop die Werte auf, und Lesen die Zeitdifferenz Δt aus den unten stehenden Bildern ab.









Wir lesen als Δt aus:

f/MHz	Δt
18.3647	-12
18.3325	-16
18.3899	-3
18.4000	-3
18.4050	5
18.4497	13
18.4890	14
18.5003	15

Tabelle 5: Ausgelesne Δt Werte.

Wir schätzen den Fehler auf die Frequenz wieder mit

$$S_f = 0.05\text{MHz}$$

Für den Fehler auf Δt schätzen wir ab:

$$S_{\Delta t} = 0.5\text{s}$$

Nun Tragen wir die Frequenzen über Δt auf. Durch die Daten legen wir einen Fit der Form

$$f(x) = a + b \cdot x \quad (23)$$

Der Parameter a ist der Achsenabschnitt, also die Frequenz f bei $\Delta t = 0$ (der andere Parameter – die Steigung – ist hier uninteressant).

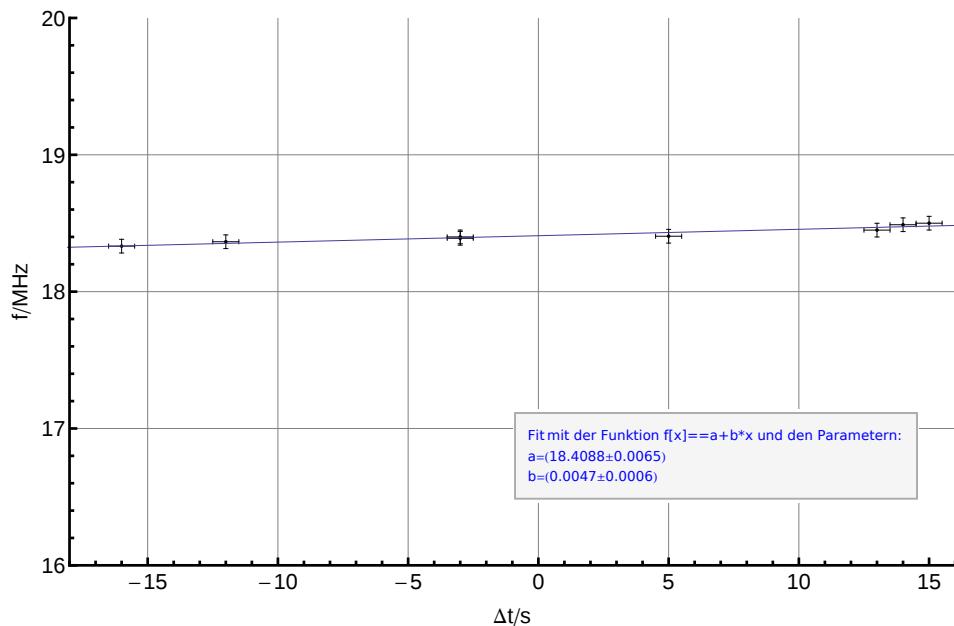


Abbildung 5: Messdaten und Interpolation der Messung mit der Lock-In Methode

Wir erhalten:

$$f_{\Delta t=0} = (18.4088 \pm 0.0065) \text{ MHz} \quad (24)$$

Das hier berechnete f und den als Arbeitspunkt gewählten B -Wert setzen wir in die bereits in 7.3 und 7.4 verwendete Formel ein, und erhalten so:

$$\gamma_{\text{Wasserstoff, Lock}} = (2.6775 \pm 0.0062) \cdot 10^8 \frac{\text{Hz}}{\text{T}} \quad (25)$$

8 Zusammenfassung

8.1 Test der Homogenität des Magnetfeldes

Im ersten Teil des Versuchs haben wir die Homogenität des Magnetfelds zwischen den Polschuhlen untersucht. Das Ergebnis ist in Abbildung 4 graphisch zu sehen. Anhand der gemessenen Daten können wir eine zufriedenstellende Homogenität bestätigen.

8.2 Kernmagnetisches Moment von ^{19}F

Wir berechneten das Kernmagnetische Moment von ^{19}F .

Unser Ergebnis ist:

$$\mu_{^{19}\text{F}} = (266.0885 \pm 0.9262) \cdot 10^{-28} \frac{\text{J}}{\text{T}} \quad (26)$$

Der Literaturwert liegt bei

$$\mu_{^{19}\text{F, Lit}} = (0.0132) \cdot 10^{-28} \frac{\text{J}}{\text{T}} \quad (27)$$

Hier klaffen Literatur und errechneter Wert derart weit auseinander, dass es sich lediglich mit groben Fehlern erklären lässt.

8.3 Gyromagnetisches Verhältniss des Protons in Wasserstoff

Wir berechneten das gyromagnetische Verhältnis von Wasserstoff:

$$\gamma_{\text{Wasserstoff}} = (2.6878 \pm 0.0095) \cdot 10^8 \frac{\text{Hz}}{\text{T}} \quad (28)$$

Der Literaturwert liegt bei:

$$\gamma_{\text{Lit}} = 2.6752 \cdot 10^8 \frac{\text{Hz}}{\text{T}} \quad (29)$$

Dieser Literaturwert liegt weniger als 1.5σ von unserem Berechneten Wert entfernt. Somit befindet er sich im sehr guten Vertrauensbereich

8.4 Gyromagnetisches Verhältniss des Protons in Glykol

Wir berechneten für das das Gyromagnetische Verhältnis des Protons in Glykol:

$$\gamma_{\text{Glykol}} = (2.6819 \pm 0.0095) \cdot 10^8 \frac{\text{Hz}}{\text{T}} \quad (30)$$

Dieser Wert liegt mit knapp unter einer Standardabweichung Abstand etwas näher zum Literaturwert als die messung der Wasserstoffprobe.

8.5 Gyromagnetisches verhältniss von Wasserstof mit der Lock-In Methode

Wir nach dem einstellen der Parameter (Frequenz f und B -Feld) für ein maximal gutes Bild, speichern wie die zugehörigen Daten und lesen wir aus den den Plots dieser die Zeitunterschied Δt aus.

Bei einem für den ganzen Versuchsteil festen Wert des B -Feldes von

$$B_{\text{AP}} = 432 \text{mT} \quad (31)$$

Lesen wir die folgende Werte ab. Aus der einer Linearer Regression der Werte obiger Tabelle

f/MHz	Δt
18.3647	-12
18.3325	-16
18.3899	-3
18.4000	-3
18.4050	5
18.4497	13
18.4890	14
18.5003	15

Tabelle 6: Ausgelesne Δt Werte.

erhalten wir die auf $\Delta t = 0$ interpolierte Resonanzfrequenz.

$$f_{\Delta t=0} = (18.4088 \pm 0.0065) \text{MHz} \quad (32)$$

Mit dieser und dem B_{AP} Berechnen wir:

$$\gamma_{\text{Wasserstoff,Lock}} = (2.6775 \pm 0.0062) \cdot 10^8 \frac{\text{Hz}}{\text{T}} \quad (33)$$

Bei dieser Methode liegt unser Wert mit etwa $\frac{1}{3}\sigma$ sehr nahe am Literaturwert. Der Fehler ist hier bedeutend geringer, da wir als Fehler auf die Resonanzfrequenz die statistische Unsicherheit der Interpolation verwenden.

Wir können den Literaturwert des gyromagnetischen Verhältnisses also jedes mal bestätigen. Bei der Berechnung des kernmagnetischen Moments erhalten wir Werte, welche um etwa zwei Größenordnungen neben dem Literaturwert liegen. Eine solche Abweichung ist nur grobe Fehler, wie Konzeptionelle Fehler (Notieren der falschen Größenordnungen) oder erhebliche Rechenfehler zu erklären.

Aus Mangel an Zeit ist es uns leider nicht möglich der quelle dieser Fehler vollständig auf den Grund zu gehen.

Literatur

[VerA] M.Köhli/ K. Köneke *"Kernspinresonanz"*. Versuchsanleitung, Universität Freiburg, April 2011/August 2013

[Dem] W.Demtröder *"Experimentalphysik 3"*. Springer, Auflage 4, 2010