

Kurze Halbwertszeiten

Protokoll des Fortgeschrittenen-Praktikum I

Jonathan Brugger & Severin Bang

Durchgeführt am 09.09.2013

bei
Jan Helfferich

Inhaltsverzeichnis

1 Einleitung	2
1.1 Versuchsziel	2
2 Theoretische Grundlagen	2
2.1 Relevante radioaktive Zerfallsprozesse	2
2.1.1 Elektroneneinfang	2
2.1.2 γ -Zerfall	2
2.1.3 Innere Konversion	2
2.2 Zerfallsschema von Cobalt ^{57}Co	3
2.3 Relevante Vorgänge in der Atomhülle	3
2.4 Relevante Wechselwirkung von Strahlung mit Materie	3
2.4.1 Der Photoeffekt	3
2.4.2 Der Comptoneffekt	3
2.5 Funktionsweise der Geräte	4
2.5.1 Der Detektor	4
2.5.2 Der SCA („Single Channel Analyzer“)	4
2.5.3 Der MCA („Multi Channel Analyzer“)	4
2.5.4 Der TAC („Time to Amplitude Converter“)	4
2.5.5 Der MA („Main Amplifier“)	4
2.5.6 LG („Linear Gate“)	5
2.6 Methode der verzögerten Koinzidenz	5
2.7 2.7 Auswertungsverfahren	5
3 Versuchsaufbau und Durchführung	6
3.1 (Qualitative) Untersuchung der Signale mit dem Oszilloskop	6
3.2 Aufnehmen der Energiespektren	6
3.3 Setzen der Energiefenster	6
3.4 Messung der verzögerten Koinzidenzen	7
3.5 Messung der zufälligen Koinzidenzen	7
3.6 Zeitkalibration des TAC	7
4 Auswertung	9
4.1 Energiefenster	9
4.2 Zeitkalibrierung	10
4.3 Vorbereitung des Datensatzes	10
4.4 Berechnung der gefragten Zeiten	11
4.4.1 Berechnung der Zerfallskonstante λ	11
4.4.2 Berechnung der Halbwertszeit $T_{\frac{1}{2}}$	12
4.4.3 Berechnung der mittleren Lebensdauer τ	12
5 Anhang	13
5.1 Mathematica Quelltext	16

1 Einleitung

1.1 Versuchsziel

- a) Das Energiespektrum der γ -Strahlung einer ^{57}Co - und einer ^{241}Am -Probe soll aufgenommen werden.
- b) Die Halbwertszeit und mittlere Lebensdauer des 14,4 keV-Zustands von ^{57}Fe soll mit der Methode der verzögerten Koinzidenz gemessen werden.

2 Theoretische Grundlagen

2.1 Relevante radioaktive Zerfallsprozesse

2.1.1 Elektroneneinfang

Beim Elektroneneinfang verbindet sich meist ein Elektron der innersten Schale (K-Schale) mit dem Kern, dabei wird die Kernladungszahl um eine Einheit reduziert. Die entstehende Lücke in der K-Schale wird meist durch ein Elektron der nächsten Schale (L-Schale) aufgefüllt; die Energiedifferenz der Zustände der beiden Schalen wird in Form von charakteristischer Röntgen- oder Auger-Strahlung abgegeben. Bei mehr als zwei Schalen wiederholt sich dieser Prozess bis zur äußersten Schale.

2.1.2 γ -Zerfall

Beim γ -Zerfall geht ein Atomkern von einem angeregten Zustand in den Grundzustand über. Die Energiedifferenz der beiden Zustände wird in Form von charakteristischer γ -Strahlung abgegeben. Die angeregten Zustände treten oft als Zerfallsprodukte größerer Kerne auf.

2.1.3 Innere Konversion

Die innere Konversion tritt wie die γ -Strahlung als Übergang eines angeregten Kerns in den Grundzustand auf. Allerdings wird hier die Energiedifferenz nicht in Form von Strahlung, sondern direkt an ein Elektron des Atoms abgegeben. Dieses Elektron wird mit einer charakteristischen kinetischen Energie abgegeben; wie beim Elektroneneinfang wird die entstehende Lücke in einer Schale durch ein Elektron einer höheren Schale unter aussendung von Röntgen- oder Auger-Strahlung aufgefüllt.

2.2 Zerfallsschema von Cobald ^{57}Co

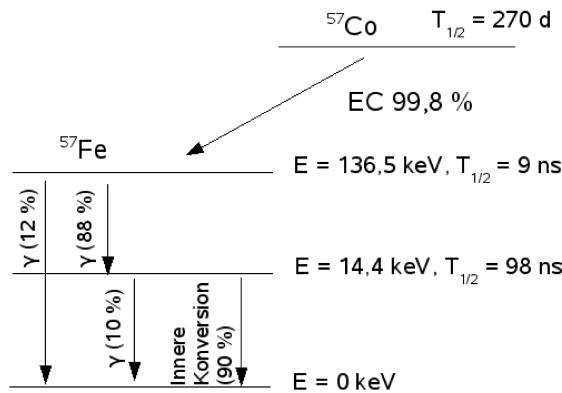


Abbildung 1: Zerfallsschema von ^{57}Co , Quelle: [VerA, S. 1]

^{57}Co zerfällt mit einer Halbwertszeit von 270 Tagen mit einer Wahrscheinlichkeit von 0,998 durch Elektroneneinfang in einen mit 136,5 keV angeregten Zustand von ^{57}Fe . Dieser geht mit einer Wahrscheinlichkeit von 0,11 unter Aussendung eines 136,5 keV-Photons direkt in den Grundzustand und mit einer Wahrscheinlichkeit von 0,89 unter Aussendung eines 122,1 keV-Photons in einen mit 14,4 keV angeregten Zwischenzustand über. Dieser Zwischenzustand geht wiederum in den Grundzustand über, mit einer W-keit von 0,9 strahlungsgleich durch innere Konversion und mit einer W-keit von 0,1 unter Aussendung eines 14,4 keV-Photons. Die Halbwertszeit dieses letzten Zustands soll bestimmt werden.

2.3 Relevante Vorgänge in der Atomhülle

Als Folge von verschiedenen Kernprozessen (innere Konversion, Elektroneneinfang) können unbesetzte Zustände in den Schalen der Atomhülle auftreten. Diese werden durch Elektronen höherer Energiezustände besetzt. Die dabei frei werdende Energiedifferenz kann entweder direkt durch Strahlung abgegeben werden oder als kinetische Energie sogenannter Auger-Elektronen. Sowohl die Energie der Strahlung als auch die kinetische Energie dieser Elektronen besitzen ein charakteristisches Spektrum, da sie das Ergebnis von Übergängen zwischen diskreten Energieniveaus sind.

2.4 Relevante Wechselwirkung von Strahlung mit Materie

2.4.1 Der Photoeffekt

Der Photoeffekt ist die hier relevanteste Art der Wechselwirkung von Strahlung mit Materie. Er dominiert für Strahlung im Energiebereich $< 200 \text{ keV}$, was für die meisten hier auftretenden Strahlungsarten der Fall ist. Beim Photoeffekt wird die gesamte Energie eines Photons an ein Elektron abgegeben, das Photon wird dabei vollständig vernichtet. Je nach Energie des Photons und Bindungsenergie wird dabei das Elektron aus seiner Hülle herausgelöst.

2.4.2 Der Comptoneffekt

Beim Comptoneffekt gibt ein Photon durch einen Stoß mit einem Elektron einen Teil seiner Energie als kinetische Energie des Elektrons ab. Das Photon wird dabei um maximal 180°

abgelenkt; seine Energie wird reduziert.

2.5 Funktionsweise der Geräte

2.5.1 Der Detektor

Der Detektor besteht aus einem Szintillator, einem Photomultiplier und einem Vorverstärker. Ein Szintillator wandelt ein einzelnes hochenergetisches Photon (wie hier ein γ Quant) in mehrere Photonen mit geringerer, ungefähr identischer Energie um. Dabei geht im Idealfall keine Energie verloren. In diesem Fall wird ein anorganischer NaI(Tl)-Szintillator verwendet. Ein einfallendes hochenergetisches Photon gibt seine Energie durch Compton- und Photoeffekt an mehrere Elektronen ab, die dadurch aus dem Grundzustand ins Leitungsband befördert werden. Ihre Gesamtenergie entspricht der des eingefallenen Photons. Die Elektronen fallen in den Grundzustand zurück und geben dabei Photonen mit niedriger Energie ab. Durch Dotierung geschaffene Zwischenzustände verhindern dabei, dass durch die freiwerdende Energie andere Elektronen ins Leitungsband gehoben werden. So wird rasch die gesamte Energie des eingefallenen Photons wieder abgegeben. Der Photomultiplier wandelt das ankommende Lichtsignal des Szintillators in elektrische Impulse um. Die Spannung des Impulses ist dabei proportional zur Intensität des Lichts und damit zur Energie des ursprünglichen Photons. Dies geschieht, indem durch Photoeffekt zuerst Elektronen aus einer Photokathode herausgelöst und dann in einem mehrstufigen Prozess zu Sekundärelektronen vervielfältigt werden (Vorverstärker).

2.5.2 Der SCA („Single Channel Analyzer“)

Der SCA erhält das Signal des Detektors, dessen Spannung zur Energie des einfallenden Photons proportional ist. Er hat eine obere und eine untere Grenze und leitet nur Signale weiter, deren Spannung dazwischen liegt. Hier bedeutet dies, dass ein Energiebereich für die einfallende Strahlung ausgewählt werden kann, der an den MCA weitergeleitet wird.

2.5.3 Der MCA („Multi Channel Analyzer“)

Der MCA deckt einen Spannungsbereich von 10V ab, auf den äquidistant 1024 Kanäle verteilt sind. Jedes ankommende Spannungssignal wird entsprechend seiner Amplitude auf einen der Kanäle geleitet. Ein PC erstellt eine Zählstatistik, wie viele Signale auf welchem Kanal ankommen.

2.5.4 Der TAC („Time to Amplitude Converter“)

Der TAC hat einen Start- und einen Stop-Eingang sowie einen Ausgang. Die Spannungsamplitude des Ausgangssignals ist proportional zur Zeitdifferenz zwischen dem Start- und dem Stop-Signal. Erhält also der MCA das Signal des TAC, so werden Signal-Paare proportional zu ihrer Zeitdifferenz auf die 1024 Kanäle verteilt.

2.5.5 Der MA („Main Amplifier“)

Der MA verstärkt einkommende Spannungssignale. Er besitzt zwei Ausgänge: Der unipolare Ausgang sendet ein rein positives Spannungssignal, dessen Amplitude sehr genau proportional zu der des Eingangssignals ist. Daher wird dieser Ausgang zur Aufnahme der Energiespektren verwendet. Der Bipolare Ausgang sendet ein ungefähr punktsymmetrisches Signal, zuerst positiv, dann negativ. Dieses Signal ist gut geeignet, um den genauen Zeitpunkt des Signals weiterzuleiten und wird daher zur Zeitmessung verwendet.

2.5.6 LG („Linear Gate“)

Dieses Bauteil hat einen Eingang, einen Ausgang und einen Enable-Eingang. Das Signal des Eingangs wird nur dann an den Ausgang weitergeleitet, wenn ein Enable-Signal auf den Enable-Eingang fällt.

2.6 Methode der verzögerten Koinzidenz

Während der Beginn der Lebensdauer des zu untersuchenden Zustands immer durch die Aussenung eines 122,1 keV-Photons begleitet wird, endet sie zu 90% ohne Strahlung. Dies erschwert die Messung der Lebensdauer, da man bei der erwendung der übliche Reihenfolge zu den meisten Start-Signalen kein Stop-Signal erhalten würde. Dies würde eine große Totzeit der Messapparatur und damit eine niedrige Zählrate bedeuten.

Die Alternative besteht darin, das Signal des Existenzendes des Zustands als Start-Signal und das Signal des Existenzbeginns als Stop-Signal zu verwenden. So wird die Messung der Existenzzeit nur dann gestartet, wenn beide Signale vorliegen.

Realisiert wird dies durch eine konstante Verzögerung des Signals des Existenzbeginns, sodass das zweite Signal zuerst eintrifft. Gemessen wird also die Differenz der konstanten Verzögerung und der Lebensdauer des untersuchten Zustands.

Aus diesen Daten kann ebenfalls die Halbwertszeit bzw. die mittlere Lebensdauer errechnet werden (s. Auswertungsverfahren).

2.7 2.7 Auswertungsverfahren

Radioaktive Zerfallsprozesse laufen statistisch ab. Dies bedeutet, dass jeder Kern mit einer bestimmten Wahrscheinlichkeit innerhalb eines vorgegebenen Zeitintervalls zerfällt. Die Änderungsrate des Bestands ist also proportional zum Bestand, daraus folgt das exponentielle Zerfallsgesetz

$$N(t) = N_0 \cdot e^{-\lambda t},$$

wobei λ die Zerfallskonstante/Zerfallswahrscheinlichkeit und N_0 der Anfangsbestand sind.

In diesem Versuch wird nicht die zeitliche Entwicklung des Bestandes an unzerfallenen Atomkernen gemessen, sondern die Lebensdauer einzelner Kerne. Die Häufigkeit bestimmter Zeitintervalle nach der Zeit aufgetragen und normiert ergibt die Wahrscheinlichkeitsverteilung der Lebensdauer eines einzelnen Kerns. Diese folgt ebenfalls dem Gesetz des exponentiellen Zerfalls, da sie der Änderungsrate des Bestands entspricht.

Aus der Häufigkeitsverteilung der Lebensdauer der Kerne kann also durch einen exponentiellen Fit die Zerfallskonstante bestimmt werden.

In unserem Fall wird nicht direkt die Lebensdauer, sondern die Differenz der konstanten Verzögerung und der Lebensdauer gemessen: $t' = T_0 - t$. Die folgende Rechnung zeigt, dass deshalb für die Häufigkeitsverteilung der gemessenen Zeiten kein exponentieller Zerfall, sondern ein exponentielles Wachstum (mit betragsmäßig identischer Wachstums- bzw. Zerfallskonstante) zu erwarten ist:

$P(t) = N_0 \cdot e^{-\frac{t}{\lambda}}$ beschreibt die erwartete Häufigkeitsverteilung der Lebensdauern. Daher ist die zu erwartende Häufigkeitsverteilung der gemessenen Zeiten

$$P(t') = N_0 \cdot e^{-\frac{(T_0-t)}{\lambda}} = N_0 \cdot e^{-\frac{T_0}{\lambda}} \cdot e^{\frac{t}{\lambda}}$$

ein exponentielles Wachstum.

3 Versuchsaufbau und Durchführung

3.1 (Qualitative) Untersuchung der Signale mit dem Oszilloskop

In diesem Versuchsteil soll die Funktionsweise des Detektors mit Vorverstärker sowie die des MA verdeutlicht werden. Zu diesem Zweck werden das Ausgangssignal des Detektors sowie das unipolare und das bipolare Ausgangssignal des MA mit dem Oszilloskop untersucht. Dabei werden die ungefähre Anstiegs- und Abklingzeit sowie die Amplitude bestimmt. Der Unterschied zwischen dem unipolaren und dem bipolaren Signal sowie ihre Eignung für die unterschiedlichen Versuchsteile sollen verdeutlicht werden.

3.2 Aufnehmen der Energiespektren

Zum Aufnehmen der Energiespektren beider Proben wird der unipolare Ausgang des MA an den MCA angeschlossen.

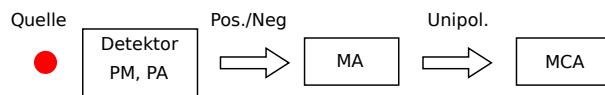


Abbildung 2: Schema des zum Setzen der Energiefenster verwendeten Aufbaus.

Die Co-Probe hat zwei Seiten: eine mit und eine ohne Loch. Für beide Ausrichtungen der Probe wird mit beiden vorhandenen Proben das Energiespektrum der Co-Probe aufgenommen. Dabei sollte die Verstärkung am MA so geregelt werden, dass alle relevanten Häufigkeits-Piks sichtbar sind. Anhand dieser Energiespektren wird entschieden, welcher Detektor zur Messung welches Energie-Bereichs ausgewählt wird.

Anschließend wird das Spektrum der ^{241}Am -Probe mit einer Einstellung aufgenommen, die sich bei der Co-Probe als günstig erwiesen hat.

3.3 Setzen der Energiefenster

Für die Messung der Lebensdauer relevant sind diejenigen Ereignisse, die zeitlich mit dem Beginn oder dem Ende der Existenz eines der zu untersuchenden Kerne zusammenfallen. Dies sind diejenigen Piks, die den Energien der Photonen entsprechen, die beim Entstehen und Zerfall entstehen.

Einer der Detektoren soll auf das Pik der 14,4 keV-Strahlung eingestellt werden, der andere auf das Pik der 122,1 keV-Strahlung.

Um alles außer dem relevanten Energiebereich auszublenden, wird ein LG verwendet.

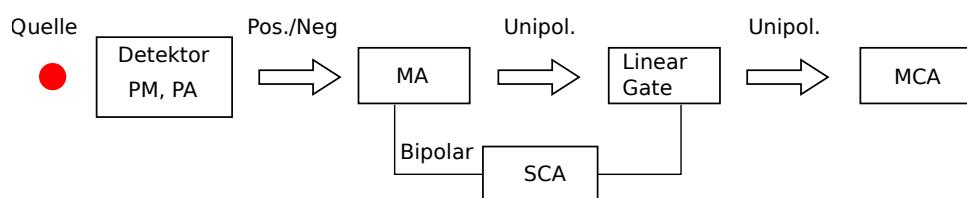


Abbildung 3: Schema des zum Setzen der SCA-Energiefenster verwendeten Aufbaus.

Der bipolare Ausgang des MA wird auf den SCA gelegt; dort können die gewünschten Energiegrenzen eingestellt werden. Der Ausgang des SCA wird auf den Enable-Eingang des LG gelegt. Der unipolare Ausgang des MA liegt auf dem Eingang des LG; so können nur Signale passieren, die im richtigen Energiebereich liegen.

3.4 Messung der verzögerten Koinzidenzen

Für die Messung der verzögerten Koinzidenzen wird folgender Versuchsaufbau verwendet:

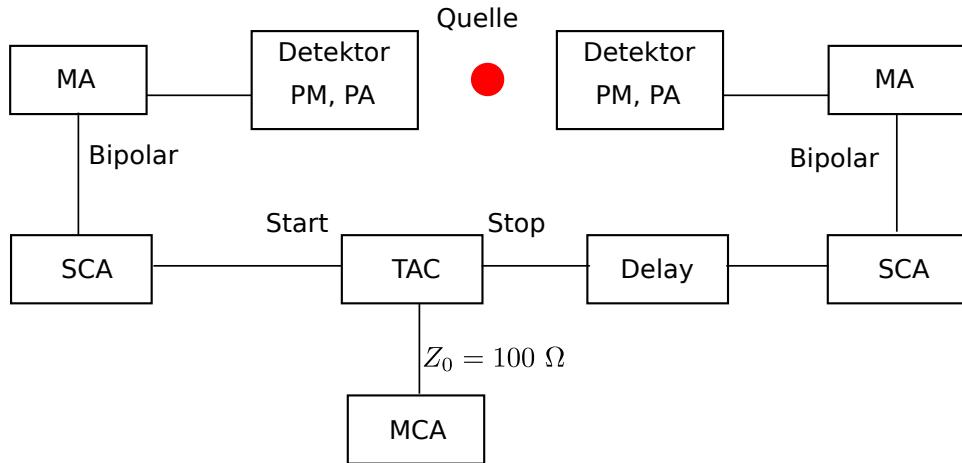


Abbildung 4: Schema des zur Messung der verzögerten Koinzidenzen verwendeten Aufbaus.

Einer der Detektoren wird auf den Energiebereich 14,4 keV eingestellt, der der Strahlung am Ende der Lebensdauer entspricht, der andere auf den Energiebereich 122,1 eV vom Beginn der Lebensdauer.

Wie für die Methode der verzögerten Koinzidenzen bereits beschrieben (siehe 2.6), wird das Signal des Detektors mit 14,4 keV auf den Starteingang des TAC gelegt, der andere mit einer zeitlichen Verzögerung durch das Delay auf den Stoppeingang.

Um die Wahrscheinlichkeit zu maximieren, tatsächlich das Start- und das Stopp-Signal zu erhalten, wird die Verzögerung des Dilays möglichst groß eingestellt. Zu diesem Zweck werden alle 3 vorhandenen Delays in Reihe geschaltet. Der genaue Wert der Verzögerung spielt für die Auswertung keine Rolle, da er lediglich die Startwert-Konstante des exponentiellen Wachstums beeinflusst (siehe 2.7 Auswertungsverfahren).

Der Zeitbereich des TAC, also die Zeitspanne, in der nach dem Start-Signal auf ein Stopp-Signal gewartet wird, bevor die Messung erneut gestartet werden kann, wird auf den minimalen Wert von 500 ns eingestellt. Dies genügt in diesem Fall, da der maximale messbare Wert der Wert der konstanten Verzögerung ist, der deutlich unter diesen 500 ns liegt. So wird die Totzeit des TAC klein gehalten.

Da die Zählrate bei diesem Versuchsteil recht gering ist und zusätzlich noch der Untergrund abgezogen werden muss (siehe 3.5 Messung der zufälligen Koinzidenzen), sollte hier mindestens 12 Stunden lang gemessen werden.

3.5 Messung der zufälligen Koinzidenzen

In diesem Versuchsteil wird exakt dasselbe Versuchsaufbau verwendet wie zuvor. Allerdings wird das Delay nicht zur Verzögerung des Stopp-Signals, sondern zur Verzögerung des Start-Signals verwendet. So werden nicht die passenden Signale zu Beginn und Ende derselben Lebensdauern gemessen, sondern zufällige Signalpaare aus Start- und Stopp-Signalen.

Die Häufigkeit dieser zufälligen Ereignisse muss (skaliert mit der entsprechenden Messdauer der Versuchsteile 3.4 und 3.5) von der Messung der verzögerten Koinzidenzen abgezogen werden.

3.6 Zeitkalibration des TAC

Durch die Funktionsweise der Geräte ist bekannt, dass das TAC Signalpaare in Signale umsetzt, deren Amplitude sich proportional zur Zeitdifferenz verhält. Allerdings ist der Proportionali-

tätsfaktor unbekannt; die Zeiteinheit ist bisher durch die Kanäle des MAC gegeben. Nun soll der folgende Versuchsaufbau verwendet werden,

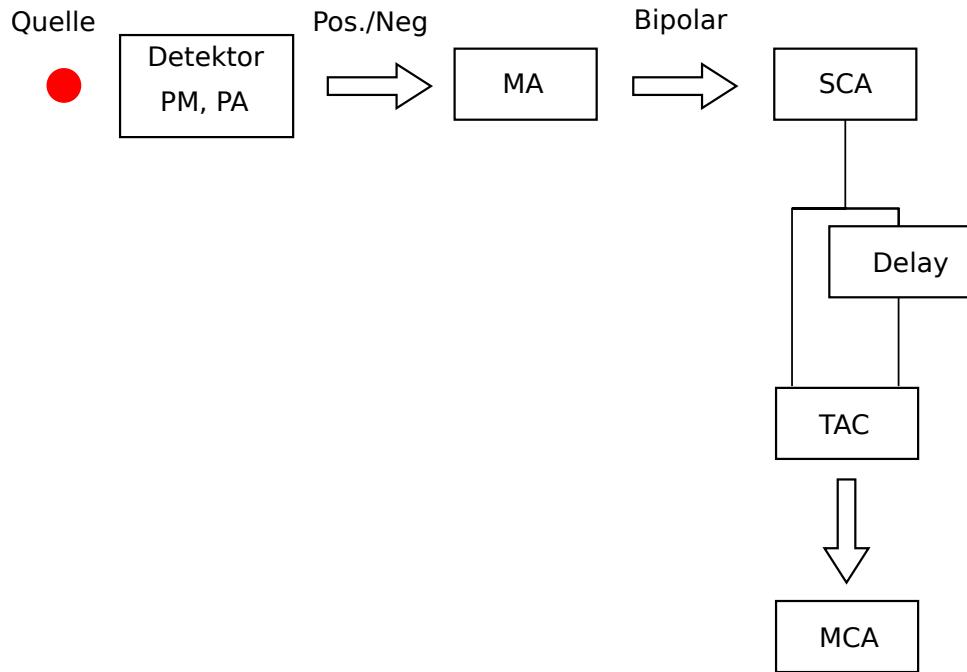


Abbildung 5: Schema des zur Kalibration des TAC verwendeten Aufbaus.

um diesen Faktor herauszufinden.

Durch einen T-Stecker wird das Signal eines der SCA aufgespaltet. Eines dieser identischen Signale wird direkt auf den Start-Eingang des TAC gelegt, das andere wird durch ein oder mehrere Delays um eine bekannte Zeitdifferenz verzögert und auf den Stopp-Eingang gelegt. Dies wird für unterschiedliche Zeitdifferenzen durchgeführt; der getroffene Kanal des MAC wird über der Zeitdifferenz aufgetragen. Aus einer linearen Regression kann der Umrechnungsfaktor Kanal → Zeitdifferenz berechnet werden.

4 Auswertung

4.1 Energiefenster

Wir haben die Daten der ^{57}Co probe unter beiden Orientierungen mit beiden Detektoren aufgenommen (plots im Anhang). Wir haben uns diese Daten angesehen und mit hinsicht auf die Peaks die Energiefenster gesetzt.

Nun muss etwas sehr schiefgelaufen sein. Die Aufnahme der Zufälligen und der Verzögerten Koinzidenzen ergaben keinerlei sinnvolle Daten (Abb. 6 und 7). Die 57 Probe war neu und sehr aktiv. Es kann sein das die wahl der Energiefenster sehr schlecht war, und wir dies nicht bemerkt haben, da die Menge der Counts trotzdem über dem Niveau der vorherigen Probe lag.

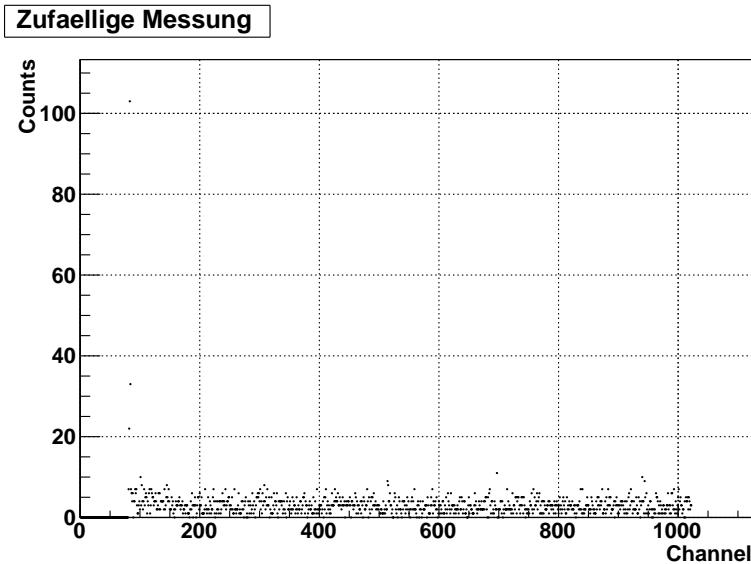


Abbildung 6: Zufällige Koinzidenzen

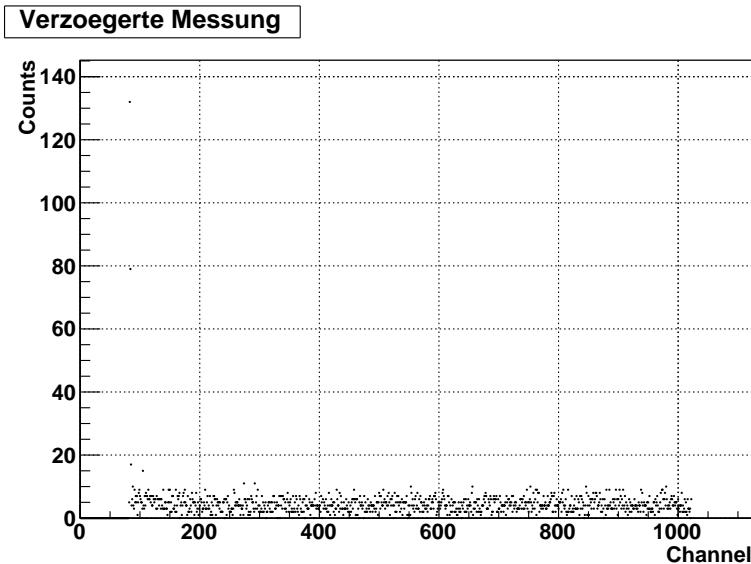
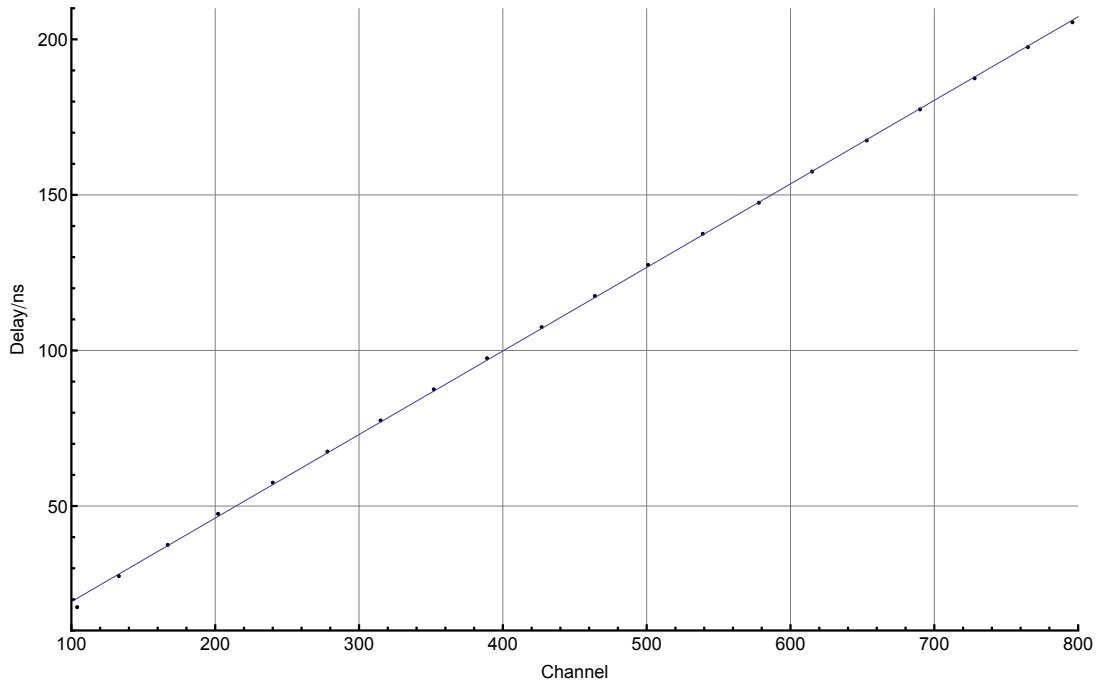


Abbildung 7: Verzögerte Koinzidenzen

Wir verwenden die Daten einer anderen Gruppe zur Auswertung. Die Daten stammen von Carl Schaffer und Max Könne.

4.2 Zeitkalibrierung

Zur Zeitkalibrierung wird mehrfach mit bekannten Verzögerungen gemessen. Das Ergebnis wird gegeneinander aufgetragen und ergibt:



Printed by Wolfram Mathematica Student Edition

Abbildung 8: Zeitkalibrierung mit Linearem fit.

Die Ausgleichsgerade hat dabei die Form:

$$y = a + b \cdot x \quad (1)$$

Mit a als Y-Achsenabschnitt und b als Steigung. Die Steigung hat die Dimension $\frac{\text{ns}}{\text{Channel}}$. Als die hier errechneten Werte sind:

$$b = (0.2685 \pm 0.0009) \frac{\text{ns}}{\text{Channel}} \quad (2)$$

Dieses b brauchen wir als Umrechenfaktor um die zu bestimmenden Zeiten in Einheiten der Zeit statt in Channels anzugeben.

4.3 Vorbereitung des Datensatzes

Um ein verwertbaren Datensatz aus der Messung Zufälliger- und Verzögerter Koinzidenzen zu erhalten gehen wir volgendermaßen vor:

Zuerst werden die Durchschnittlichen Counts pro Channel der Messung zufälliger Koinzidenzen berechnet, dies dann auf die gemessene Zeit skaliert. Das Ergebnis wird dann von jedem einzelnen Channel der Messung verzögerter Koinzidenzen abgezogen.

$$\frac{\text{Gesamt Counts zuf. Koinz}}{\text{Anzahl der Channels}} \cdot \frac{\text{Dauer der verz. Messung [s]}}{\text{Dauer der zuf. Messung [s]}} \quad (3)$$

Als letzter schritt in der Vorbereitung der Daten fassen wir immer zehn Channels zusammen, um auf kosten der Auflösung genügend Counts pro Channel für eine Auswertung zu bekommen.

4.4 Berechnung der gefragten Zeiten

4.4.1 Berechnung der Zerfallskonstante λ

Um die Zerfallskonstante zu berechnen Legen wir einen exponentiellen Fit durch die wie oben beschrieben vorbereiteten Daten.

Hier das Ergebnis:

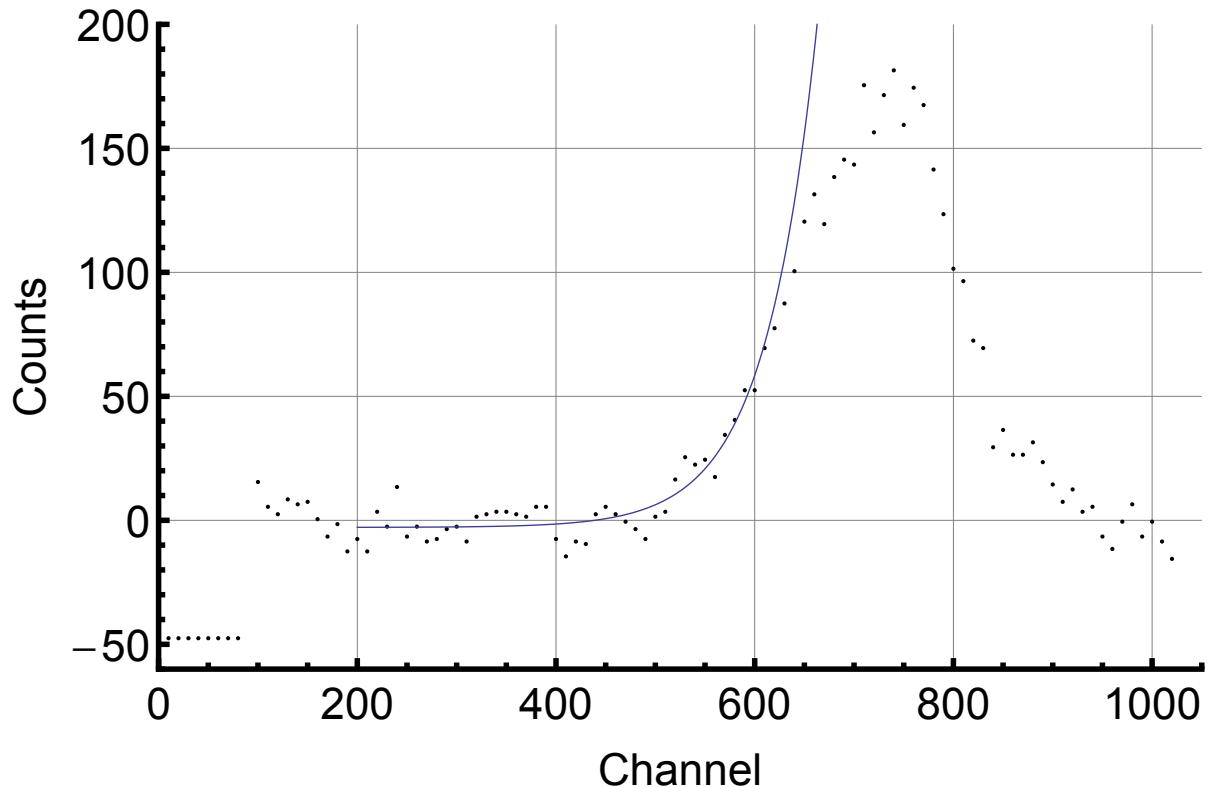


Abbildung 9: Plot der vorbereiteten Daten mit exponentiellem Fit.

Ein paar daten zum Fit:

Als Funktion verwenden wir:

$$y = a + b \cdot c^x \quad (4)$$

Hierraus ist λ einfach zu bestimmen:

$$c^x = \exp(\ln(c^x)) = \exp(\ln(c) \cdot x) \stackrel{!}{=} \exp(\lambda \cdot x) \quad (5)$$

$$\Rightarrow \ln(c) = \lambda \quad (6)$$

Der berechnete Parameter c und sein fehler sind:

$$c = (1.019 \pm 0.003) \quad (7)$$

Mit (6) berechnet, hat das λ die Einheit $\frac{1}{\text{Channel}}$. Um es in $\frac{1}{\text{ns}}$ zu bekommen, multiplizieren wir es mit b aus (1) (der Steigung der ausgleichsgeraden bei der Zeitkalibrierung):

$$\lambda = \ln(c) \cdot b \quad (8)$$

Eingesetzt ergibt sich:

$$\lambda = (0.0051 \pm 0.0009) \frac{1}{\text{ns}} \quad (9)$$

Der hier genannte Fehler berechnet sich aus dem Gauß'schen Fehlerfortpflanzungsgesetz:

$$S_\lambda = \lambda \cdot \sqrt{\frac{\left(\frac{1}{c} \cdot S_c\right)^2}{\ln(c)^2} \cdot \frac{S_b^2}{b^2}} \quad (10)$$

Mit dem b aus (1) und dem c aus (7).

4.4.2 Berechnung der Halbwertszeit $T_{\frac{1}{2}}$

Zwischen der Halbwertszeit $T_{\frac{1}{2}}$ und der Zerfallskonstante λ gilt folgender Zusammenhang:

$$T_{\frac{1}{2}} = \frac{\ln(2)}{\lambda} \quad (11)$$

dieser Zusammenhang ist entnommen: [Ger, S.912].

Mit dem Fehler berechnet nach

$$S_{T_{\frac{1}{2}}} = T_{\frac{1}{2}} \cdot \frac{S_\lambda}{\lambda} \quad (12)$$

und den Werten für λ und S_λ aus (9) erhalten wir:

$$T_{\frac{1}{2}} = (135.5 \pm 23.5) \text{ ns} \quad (13)$$

4.4.3 Berechnung der mittleren Lebensdauer τ

die Berechnung von τ erfolgt nach:

$$\tau = \frac{1}{\lambda} \quad (14)$$

Ebenfalls entnommen aus [Ger, S.912].

Zur Berechnung von τ verwenden wir wieder die Werte aus (9).

Als Ergebnis bekommen wir:

$$\tau = (195.5 \pm 33.9) \text{ ns} \quad (15)$$

Mit einem auf bekannte Weise berechneten Fehler:

$$S_\tau = \tau \cdot \frac{S_\lambda}{\lambda} \quad (16)$$

5 Anhang

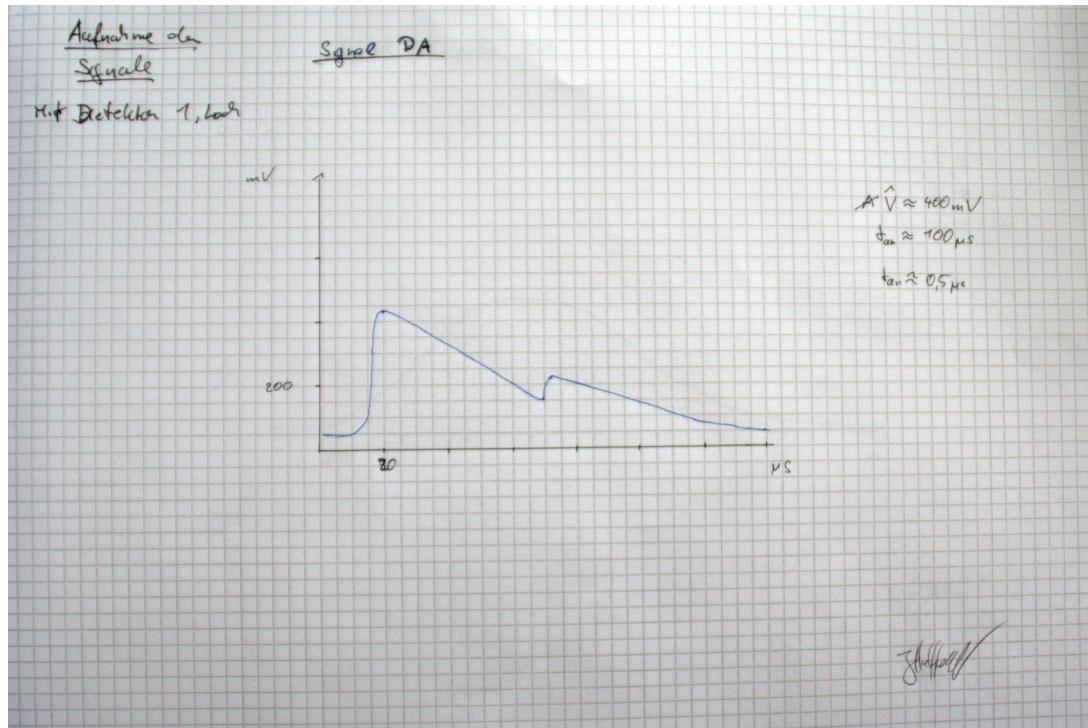


Abbildung 10: Signal des Vorverstärkers (PA)

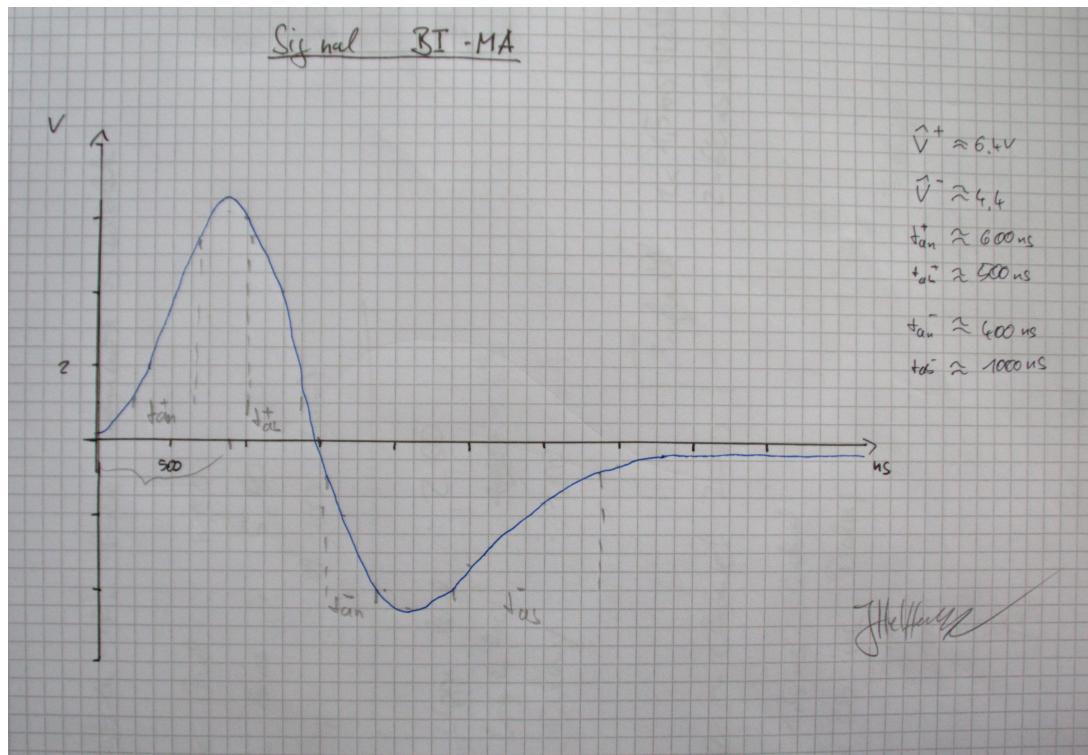


Abbildung 11: Bipolares Signal des Hauptverstärkers (MA)

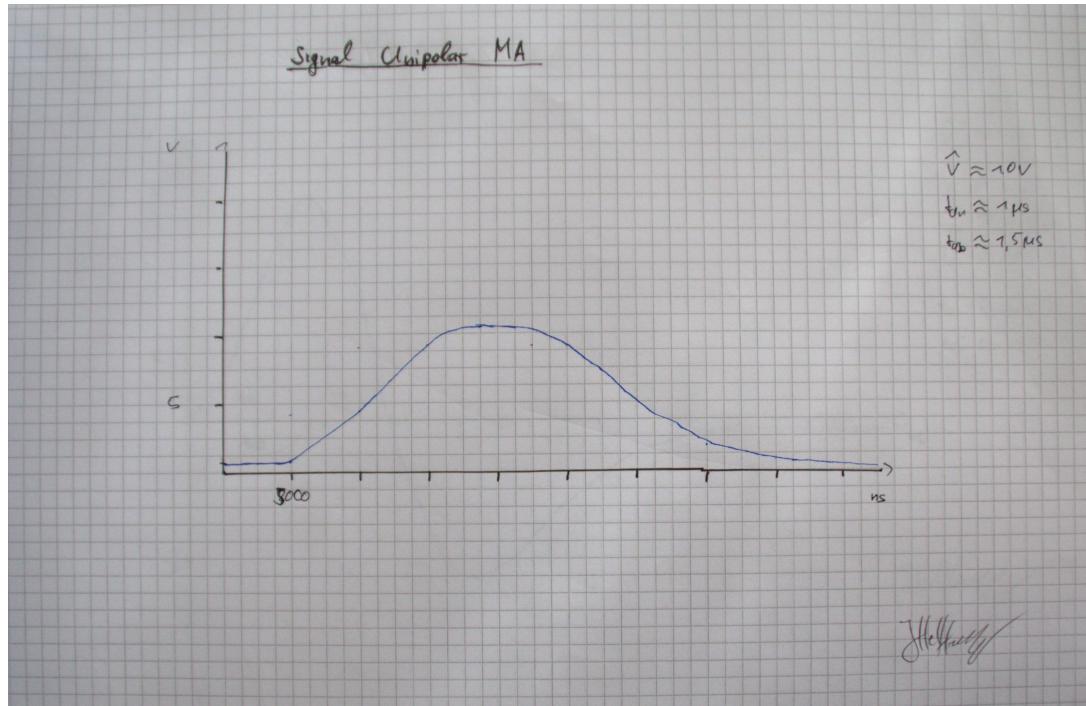


Abbildung 12: Unipoares Signal des Hauptverstärkers (MA)

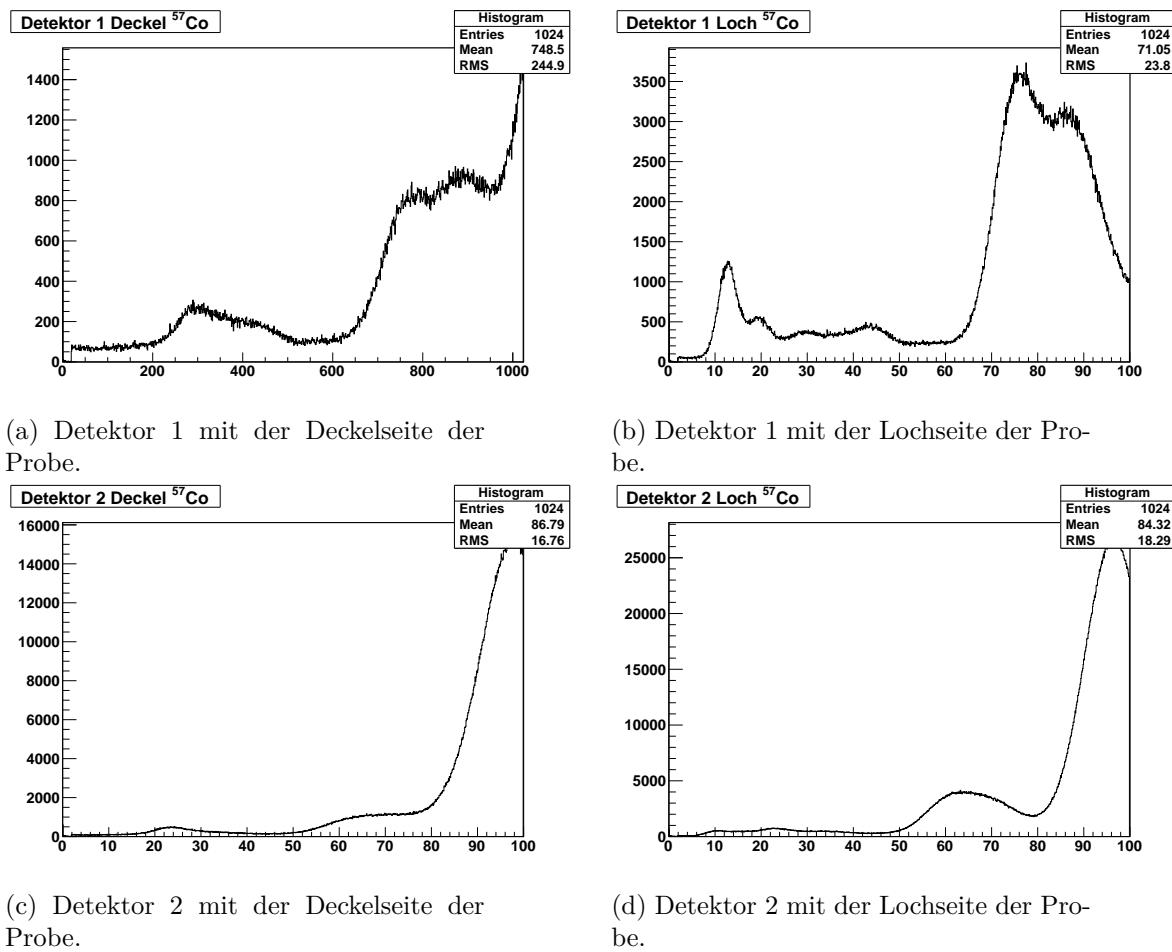


Abbildung 13: Schematische Zeichnung der Bilder auf dem Oszilloskop.

5.1 Mathematica Quelltext

```

1 SetDirectory [ NotebookDirectory [ ] ];
2 test = Flatten [ Import [ "messdaten/auswertbar.csv" ] , 1 ];
3 test2 = Flatten [ Import [ "messdaten/auswertbar_2.csv" ] , 1 ];
4 zeitcal = Flatten [ Import [ "messdaten/zeitcalib.csv" ] , 0 ];
5
6 (*data=Drop[ test [[ Range[0,1022,10]]],1];*)
7
8 data2 = Drop[ test2 [[ Range[0, 1022, 10]]], 1];
9 (*datap=Table[ { i*10, data [[ i]]} , { i, 1, Length[ data ] }];*)
10
11 datap2 = Table[ { i*10, data2 [[ i]]} , { i, 1, Length[ data2 ] }];
12 (*Export[ "file", datap, "TSV"];*)
13 Export[ "file2", datap2, "TSV"];
14
15 (*fit1=Take[ datap, {20,65}];*)
16 fit2 = Take[ datap2, {30, 60}];
17 Export[ "messdaten/plot2.txt", fit2, "TSV"];
18 Export[ "messdaten/data2.txt", data2, "TSV"];
19
20 (*FindFit[ fit1, c+a*Exp[b*x], {a,b,c},x];
21 FindFit[ fit1, c+a*Exp[b*x], {a,b,c},x];*)
22
23
24 zf = NonlinearModelFit[ zeitcal , a + b*x, {a, b}, x];
25 zf [ "ParameterTable" ]
26 (*nlmdata=NonlinearModelFit[ fit1, (a+b*c^(x)), {a,b,c},x];
27 nlmdata [ "ParameterTable" ]*)
28
29 nlmdata2 = NonlinearModelFit[ fit2 , (a + b*c^(x)), {a, b, c}, x];
30 nlmdata2 [ "ParameterTable" ]
31
32 (*dataPlot=ListPlot[ datap, PlotStyle \[Rule] { Black, PointSize[0.004] } , \
33 PlotRange \[Rule] {{0,1050}, {0,500}}];*)
34
35 dataPlot2 =
36 ListPlot[ datap2, PlotStyle -> { Black, PointSize[0.004] } ,
37 PlotRange -> {{0, 1050}, {0, 500}}];
38 zeitplot =
39 ListPlot[ zeitcal , PlotStyle -> { Black, PointSize[0.004] } ,
40 PlotRange -> {{100, 800}, {10, 210}}];
41
42 (*nlmdataPlot=Plot[ nlmdata[x], {x,200,700}, PlotRange \[Rule] {{0,1050}, {- \
43 60,200}}];*)
44
45 nlmdataPlot2 =
46 Plot[ nlmdata2[x], {x, 200, 700},
47 PlotRange -> {{0, 1050}, {-6, 200}}];
48 zfplot = Plot[ zf[x], {x, 100, 800},
49 PlotRange -> {{100, 800}, {10, 210}}];
50 (*\[Lambda] umrechnung auf ns*)
51
52 \[Lambda]1 = Log[1.0192306640727564`];
53 Sc = 0.0033683777461802835`;
54 Sst = 0.0008698189831241501`;
55 st = 0.2685469411940782`;
56 S\[Lambda]1 = 1/1.0192306640727564`*Sc;
57
58 lambda
59 \[Lambda] = \[Lambda]1*st(*1/ns*)
60 S\[Lambda] = \[Lambda]*
61 Sqrt[S\[Lambda]1^2/\[Lambda]1^2 + Sst^2/st^2](*1/ns*)

```

```
62
63 Halbwertszeit
64 T = Log[2]/\[Lambda](*ns*)
65 ST = T*S\[Lambda]/\[Lambda] (*ns*)
66
67 mittlere lebensdauer
68 \[Tau] = 1/\[Lambda](*ns*)
69 S\[Tau] = \[Tau]*
70   S\[Lambda]/\[Lambda](*ns*)
71
72 (*Show[dataPlot, nlmdataPlot, Frame\[Rule]\{{True, False}, {True, False}\}, \
73 Axes\[Rule]None, ImageSize\[Rule]Full, LabelStyle\[Rule]\{FontFamily\
74 \[Rule] "Arial", FontSize\[Rule]16\}, FrameLabel\[Rule]\{"Channel", \
75 "Counts"\}, GridLines\[Rule]Automatic, PlotRange\[Rule]\{{0,1050}, {-60, \
76 200}\}, FrameStyle\[Rule]Directive[Thick, Black]]*)
77
78 Show[dataPlot2, nlmdataPlot2, Frame -> {{True, False}, {True, False}},
79   Axes -> None, ImageSize -> Full,
80   LabelStyle -> {FontFamily -> "Arial", FontSize -> 16},
81   FrameLabel -> {"Channel", "Counts"}, GridLines -> Automatic,
82   PlotRange -> {{0, 1050}, {-60, 200}},
83   FrameStyle -> Directive[Thick, Black]]
84
85 Show[zeitplot, zfplot, Frame -> {{True, False}, {True, False}},
86   Axes -> None, ImageSize -> Full,
87   LabelStyle -> {FontFamily -> "Arial", FontSize -> 16},
88   FrameLabel -> {"Channel", "Delay/ns"}, GridLines -> Automatic,
89   PlotRange -> {{100, 800}, {10, 210}},
90   FrameStyle -> Directive[Thick, Black]]
```

Literatur

[VerA] M.Köhler/M.Köhli „*Kurze Halbwertszeiten*“. Versuchsanleitung, Universität Freiburg, August 2010

[Ger] D.Meschede *Gehrtsen Physik*. Springer, Auflage 22, 2004