

SQUID - Superconducting Quantum Interference Device

Benjamin Seeber

Thierry Fredrich

4.März 09

Das SQUID ist der bedeutenste Magnetfeldsensor, welcher über den Effekt der Supraleitung und die dadurch entstehenden Folgeeffekte, genaueste Messungen, im Bereich von Φ_0 möglich sind. Die Funktionsweise, die ihr zugrundeliegenden Mechanismen und eigene Messungen werden im Nachfolgenden einen Einblick in die Materie SQUID geben.

Inhaltsverzeichnis

1	Aufgabenstellung	3
2	Physikalische Grundlagen	4
2.1	Hochtemperatur Supraleiter	4
2.2	BCS- Theorie	5
2.3	Magnetische Flussquantisierung	5
2.4	Josephson-Effekt	6
2.5	Das SQUID	7
3	Versuchsaufbau und Durchführung	10
3.1	Beschreibung der Aufbaus	10
3.2	Test-Modus	11
3.3	Mess-Modus	11
3.4	Durchführung	11
4	Auswertung	14
4.1	Bestimmung von ΔU aus den Messdaten	14
4.2	Magnetfeldberechnung der Leiterschleife	14
4.3	Spannungs- und Flußänderungen	15
4.4	Dipolmoment der Leiterschleife	16
4.5	Magnetfelder und Dipolmomente der Proben	17
5	Zusammenfassung	18
A	Berechnung von ΔU aus den den Fits	19
B	Plots der Leiterschleife mit Widerstand $R_1 = 100\Omega$ und $R_{14} = 76,3\Omega$	20
C	Plots der Proben	26

1 Aufgabenstellung

1. Beschreiben sie den Aufbau des JSQ Magnetometer SQUID-Sensors.
2. Nehmen Sie die Grundeinstellungen vor, optimieren Sie das Signal und nehmen das typische SQUID- Pattern mit dem Dig. Speicheroszilloskop auf.
3. Beobachten des Magnetfeldes einer rotierenden Leiterschleife. Die Messungen sind mit verschiedenen Einstellungen der Apparatur aufzunehmen (Variation der Integrationszeit, der Filter und der Rotationsgeschwindigkeit der Schleife), um das Verhältnis zwischen Signal und Rauschen zu optimieren. Dabei ist die Signalerzeugung im SQUID zu verstehen. Die Ergebnisse der Messungen sind mit der Theorie zu vergleichen.
4. Ausmessen des Magnetfeldes verschiedener Proben:
 - Zylinderstift (Stahl)
 - Eisenspan
 - Magnet Span
 - Verschiedene Kieselsteine
 - Goldplättchen

2 Physikalische Grundlagen

2.1 Hochtemperatur Supraleiter

Allgemein werden als Supraleiter Stoffe bezeichnet, deren elektrischer Widerstand ρ verschwindet. Viele Metalle, Legierungen und Halbleiter werden durch Abkühlung unter eine so genannte kritische Temperatur T_C zu Supraleitern. Es kommt zu einem Phasenübergang, der im Rahmen der Thermodynamik beschrieben werden kann, jedoch noch nicht als vollständig verstanden gilt.

Zunächst fand man diesen Effekt nur in Bereichen von Temperaturen $\lesssim 25$ Kelvin. Später zeigte sich jedoch, dass eine Reihe von keramischen Stoffen diesen Übergang schon im Bereich oberhalb der Siedetemperatur von Stickstoff (77 Kelvin) erlaubt.

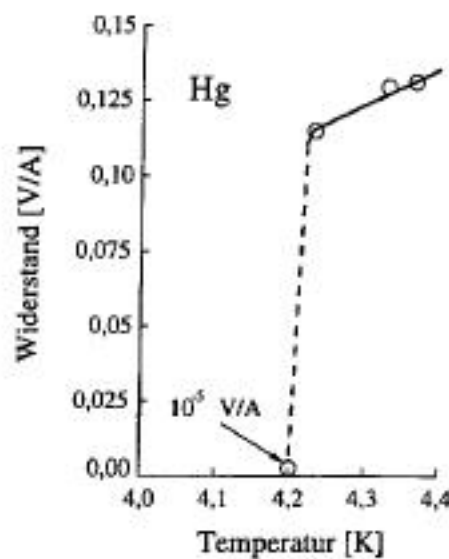


Abbildung 1: Originalmesskurve, an der 1911 zum ersten mal ein nicht mehr messbarer Widerstand von Quecksilber entdeckt wurde.

Befindet sich die Probe in dem supraleitenden Zustand, so kann sich aufgrund des verschwundenen elektrischen Widerstandes in dem Leiter kein Magnetfeld ausbilden. Man spricht deshalb auch von einem "perfekten" Diamagneten.

Ein von außen angelegtes Magnetfeld induziert aber einen Kreisstrom, der wiederum ein entgegengesetztes Magnetfeld erzeugt welches nach der Lenz'schen Regel dem von außen angelegten Feld entgegenwirkt. Es kommt zum Meißner- Ochsensfeldeffekt; das äußere Feld wird aus dem Leiter hinaus gedrängt.

2.2 BCS- Theorie

Die BCS-Theorie wurde 1957 von John Bardeen, Leon N. Cooper und John R. Schrieffer entwickelt und trägt deshalb ihre Initialen.

Die zentrale Größe dieser Theorie sind die sogenannten Cooper- Paare. Man kann sie sich als zwei gekoppelte Elektronen vorstellen. Das heißt, das Elektron wechselwirkt auf seinem Weg durch den Festkörper mit diesen Phononen. Aufgrund seiner negativen Ladung hinterlässt es eine Deformationsspur der Ionenrümpfe. Diese Spur mit einer Anhäufung positiver Ladung wirkt auf ein zweites Elektron attraktiv, so dass über die Gitterdeformation eine schwache Anziehung zwischen je zwei Elektronen besteht. Elektronen sind aufgrund ihres Spins ($S_{el} = 1/2$) Fermionen und können als solche nicht den gleichen Zustand besetzen (Pauli-Prinzip). Im Gegensatz dazu sind die Cooper-Paare mit Spin $S_{co} = 0$ (antiparallele Anordnung der Elektronenspins) Bosonen und können daher gleichzeitig den gleichen Zustand annehmen.

Welcher für das Gas energetisch günstiger ist. Diese Wellenfunktion kann von lokalen Hindernissen (Atomkernen und Störstellen des Gitters allgemein) nicht mehr beeinflusst werden und garantiert somit einen widerstandslosen Ladungstransport. Dadurch wird eine Wechselwirkung mit dem Rest des Metalls verhindert und die typischen Eigenschaften eines Supraleiters wie der verschwindende elektrische Widerstand begründet.

2.3 Magnetische Flussquantisierung

Eine Folge des Meißner- Ochseneffekts ist die Quantisierung des magnetischen Flusses. Setzt man für die Cooperpaare folgende Wellenfunktion an:

$$\Psi(\vec{r}) = \Psi_0 * \exp(iS(\vec{r})) \quad (1)$$

dann genügt diese der London-Gleichung:

$$\vec{j} = \frac{nq\hbar}{m} \text{grad} S - \frac{nq^2}{m} \vec{A} \quad (2)$$

wobei $S = S(\vec{r})$ die Phase der makroskopischen Wellenfunktion ist und $\vec{A} = \vec{A}(\vec{r}, t)$ das Vektorpotenzial des Magnetfeldes und n die Teilchenzahldichte der Ladungsträger sind. Sie stellt eine zusätzliche "Materialgleichung" für die Elektrodynamik der supraleitenden Phase dar.

Infolge des Meißner-Ochseneffekts verschwindet die magnetische Induktion \vec{B} im Inneren eines Supraleiters. Für den statischen Fall gilt $\text{rot} \vec{B} = \mu \vec{j}$ womit auch $\vec{j} = 0$ für das Innere des Supraleiters folgt.

Es gilt demzufolge

$$\frac{nq\hbar}{m} \text{grad} S = \frac{nq^2}{m} \vec{A} \quad (3)$$

Fasst man die Konstanten zusammen und integriert beide Seiten entlang eines geschlossenen Weges C durch das Innere des Supraleiters, so erhält man:

$$\oint_C \text{grad} \cdot S d\vec{l} = \frac{q}{\hbar} \oint_C \vec{A} \cdot d\vec{l} \quad (4)$$

Die linke Seite beschreibt die Änderung der Phase S beim Durchlaufen des geschlossenen Weges C. Da die Wellenfunktion eindeutig ist, kann die Phasenänderung nur ganzzahlige Vielfache von 2π betragen. Es gilt also:

$$\oint_C \text{grad} S \cdot d\vec{l} = 2\pi s, \quad s \in \mathbb{Z} \quad (5)$$

Nach dem Satz von Stokes gilt:

$$\oint_C \vec{A} \cdot d\vec{l} = \int_F \text{rot} \vec{A} \cdot d\vec{F} = \int_F \vec{B} \cdot d\vec{F} = \Phi \quad (6)$$

wobei F eine durch C begrenzte Fläche ist und Φ der magnetische Fluss durch diese Fläche. Es ergibt sich insgesamt:

$$\Phi = \frac{h}{q} s \quad (7)$$

Der Fluss durch einen supraleitenden Ring ist also quantisiert. Experimentell ergibt sich $q = -2e$, was darauf hindeutet, dass die Elektronen Paare, die sogenannten Cooper-Paare bilden.

2.4 Josephson-Effekt

Wichtiger Bestandteil im SQUID sind die Josephson-Kontakte, durch welche die Supraleitenden Cooper-Paare hindurchtunneln können.

Der Josephson-Effekt selber beschreibt den Tunnelstrom zwischen den Kontakten der Supraleiter. An einem Josephson-Kontakt sind die Wellenfunktionen, abhängig von der Schichtdicke, miteinander gekoppelt. Hierbei wird Strom der Cooper-Paar durch die Schicht über die Beziehung:

$$I_s = I_c \sin(\Delta\phi) \quad \text{1. Josephson-Gleichung} \quad (8)$$

beschrieben. I_c stellt den kritischen Strom dar, $\Delta\phi$ die Phasendifferenz zwischen den Wellenfunktionen der supraleitenden Paare. Falls der anliegende Strom $I > I_c$ ist, werden die Elektronenpaare an der Trennschicht aufgespalten, so dass nur noch ein Teil des Stroms von von Cooperpaaren getragen wird. Der restliche Teil wird durch tunnelnde Einzelelektronen getragen, was zur Folge hat, dass dem Strom ein Widerstand entgegen gestellt wird und somit ein Spannungsabfall am Kontakt zu detektieren ist.

Liegt an den Kontakten kein äußerer Strom an, so existiert ein Gleichgewicht zwischen den Cooperpaaren in beide Fließrichtungen. Der Nettostromfluß ist 0. Wird ein Strom $I < I_c$ an die Kontakte angelegt, so verschieben sich die Wellenfunktionen der Paare in eine Richtung, worauf ein Nettostromfluß $\neq 0$ folgt (abhängig von der vorgegebenen

Richtung). Wenn der Anliegende Strom den kritischen Strom I_c überschreitet, fällt eine Spannung U über der Barriere ab. $\Delta\varphi$ wird Zeitabhängig:

$$\frac{\partial \Delta\varphi}{\partial t} = \frac{2\pi}{\Phi_0} U \quad \text{2. Josephson-Gleichung} \quad (9)$$

$$\text{mit } \Phi_0 = \frac{h}{2e} \quad \Phi_0 \dots \text{mag. Flussquantum} \quad (10)$$

Setzt man die 2. Josephson-Gl. in die 1. ein so erhält man einen Zeitabhängigen Suprastrom:

$$f = \frac{2eU}{h} \quad (11)$$

Hiermit wird ebenfalls die Einheit der Spannung def.: $1V \leftrightarrow 483597,9GHz$.

Weiterhin ist der Strom durch die Kontakte vom äußeren Magnetfeld beeinflusst, woraus folgt:

$$I_s = I_c \sin \left(\Delta\varphi - \frac{2\pi}{\Phi_0} \int_{\text{Supraleiter 1}}^{\text{Supraleiter 2}} \vec{A} \cdot d\vec{l} \right) \quad (12)$$

Das Wegintegral wird auf das magnetische Vektropotential \vec{A} angewendet, welches von dem 1. Supraleiter über die Barriere zu dem 2. Supraleiter integriert wird.

2.5 Das SQUID

SQUID ist die Abkürzung für Superconducting Quantum Interference Devices, was so viel bedeutet wie: Supraleitende Quanteninterferenzeinheit. Es ist ein sehr empfindlicher Magnetfelddetektor, der hauptsächlich aus einem Supraleiterring besteht. Dieser Ring ist beim DC-SQUID an zwei und beim AC-SQUID an einer Stelle durch zwei (einen) Josephson- Kontakt unterbrochen.

2.5.1 Das DC-SQUID

Das DC-SQUID besitzt wie schon gesagt zwei Josephson- Kontakte, die direkt in dem Stromkreis parallel geschaltet werden. Die Phasendifferenz zwischen den Gesamt-Cooper-Paar-Wellenfunktionen über dem Ring können durch den den Ring durchdringenden magnetischen Fluss gesteuert werden. Die im Suprastrom gemessenen Oszillationen (Interferenzen) könne nun zur Bestimmung des magnetischen Flusses benutzt werden.

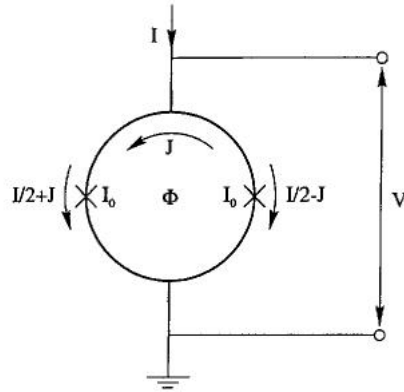


Abbildung 2: Schematische Darstellung eines DC- SQUIDs

2.5.2 Das AC-SQUID

Das RF-SQUID besitzt nur einen Josephson- Kontakt und ist nicht direkt in dem Stromkreis eingebunden, sondern durch Induktion an einen hochfrequenten Schwingkreis gekoppelt. In diesem fließt ein Wechselstrom mit einer Frequenz von ca. 19 MHz, der im SQUID einen oszillierenden magnetischen Fluss erzeugt, was wiederum zu einem Wechselstrom im SQUID- Ring führt. Ist dieser groß genug, so versetzt er das SQUID periodisch vom supraleitenden in den normal leitenden Zustand. Ist der kritische Strom einmal überschritten, so entzieht das SQUID durch seinen Widerstand dem Schwingkreis Energie, was zu einer geringeren Stromamplitude und zu einem Spannungsabfall führt. Der Schwingkreis braucht einige Perioden, bis er seine ursprüngliche Amplitude wieder erreicht hat. Dann wird der kritische Strom jedoch erneut überschritten und das Spiel beginnt von vorn. Erhöht man nun die Anregungsamplitude I_{rf} des Schwingkreises, so ändert sich die maximale Spannungsamplitude V_{rf} am Schwingkreis zunächst nicht, sondern erst wieder, wenn der Strom zur Erzeugung eines Flussquants ausreicht.

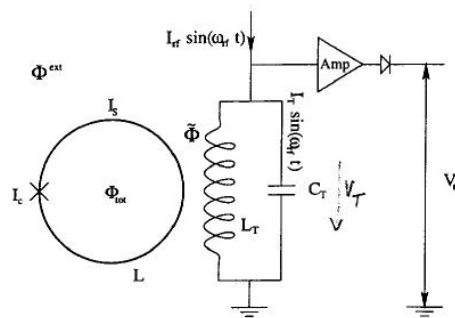


Abbildung 3: Schematische Darstellung eines AC- SQUIDs

Es ergibt sich also eine Stufenfunktion, wenn man V_{rf} gegen I_{rf} aufträgt. Kommt ein externer magnetischer Fluss hinzu, der gemessen werden soll, so ändert sich der

Wert für die kritische Stromstärke I_c , was eine Verschiebung der Stufenfunktion bewirkt. So erhält man letztlich eine periodische Abhängigkeit der Spannung V_{rf} vom äußeren magnetischen Fluss (SQUID-Pattern), welches gemessen werden kann.

3 Versuchsaufbau und Durchführung

3.1 Beschreibung der Aufbaus

Die SQUID Sonde ist in einem, mit flüssigen Stickstoff gefülltem, Dewar getaucht. Dieser ist magnetisch abgeschirmt und hat am unteren Ende eine Öffnung um die Probe unter den, in einem Kalorimeter eingetauchte, SQUID-Sensor zu positionieren. Die Probe selber wird an einem Präparatehalter mit Knetmasse befestigt. Dieser Halter wird mit dem Motor verbunden, welcher 360°Aufnahmen ermöglicht.

Der Motor ist mit einem verstellbarem Getriebe ausgestattet, welches verschiedene Drehgeschwindigkeiten ermöglicht. Die Squidsonde ist mit einer Controllunit verbunden. Diese gibt Signale an das digitale Oszilloskop weiter, welches vom Computer ausgelesen werden kann. Die Controllunit, wiederum mit dem Computer verbunden, steuert den RC- Schwingkreis des SQUIDs an.

Es können folgende Größen variiert werden:

- Kapazität des Kondensators
- Widerstand (Sensitivität s_i)
- Anregungsamplitude (VCA)
- Anregungsfrequenz (VCO)
- Offset

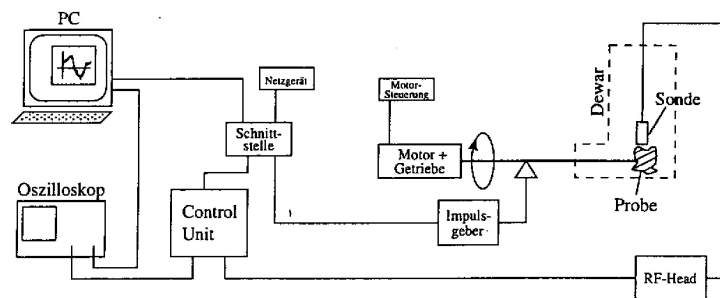


Abbildung 4: Blockschaltbild des Aufbaus Quelle[1]

3.2 Test-Modus

Im Testmodus wird dem Resonanzschwingkreis ein Spannungsgenerator zugeschaltet, welcher eine Dreiecksspannung (200 Hz) einspeist. Diese führt zu einer Magnetfeldänderung, gefolgt von einer Flussänderung im SQUID. Die am Resonanzschwingkreis abfallende Spannung wird gefiltert, so dass das auf dem Oszilloskop das SQUID-Pattern sichtbar wird. Hierbei dient die Dreiecksspannung als Trigger.

3.3 Mess-Modus

Im Mess-Modus wird der Dreiecksspannungsgenerator deaktiviert und weitere Elemente werden dem Messkreis zugeschaltet, die den magnetischen Fluß, durch Rückkopplung des Messsignals, im SQUID konstant halten.

Die Spannung wird gegen einige Flußquant aufgetragen. Die Genauigkeit des SQUIDs - Bruchteile eines Flußquants - wird durch die Messmethoden des "flux locked loop" und der "lock-in"-Technik erreicht.

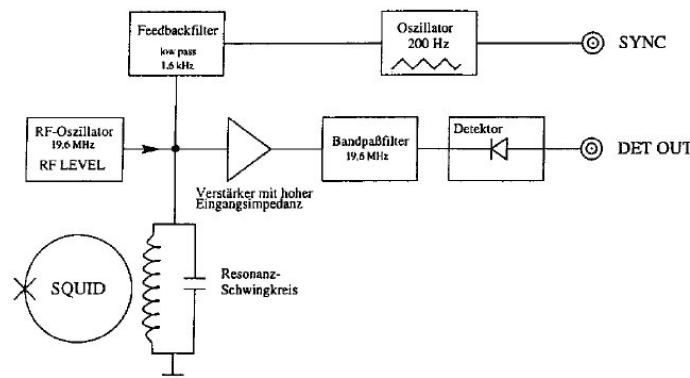


Abbildung 5: Blockdiagramm des Test-Modus [Quelle 1]

3.4 Durchführung

Zuerst füllten wir den Dewar mit flüssigen Stickstoff und tauchten den SQUID Sensor ein, so dass dieser sich abkühlen konnte. Danach wurde die Elektronik eingeschaltet, um auch dieser Zeit zu geben, sich zu beruhigen, um möglichem Rauschen und Schwankungen durch das Erwärmen vorzubeugen.

Nach einer Viertelstunde wurde das SQUID geeicht. Hierzu wurde es in den Test-Modus geschaltet (mittels der Computersoftware). Das Oszilloskop (im weiteren OZ) wurde zu erst im X-Y-Modus (CH1=x, CH2=y) betrieben, um die maximale Amplitude einzustellen. Diese kann durch Anregungsspannung und Frequenz verändert werden. Weiterhin besteht die Möglichkeit den Offset einzustellen.

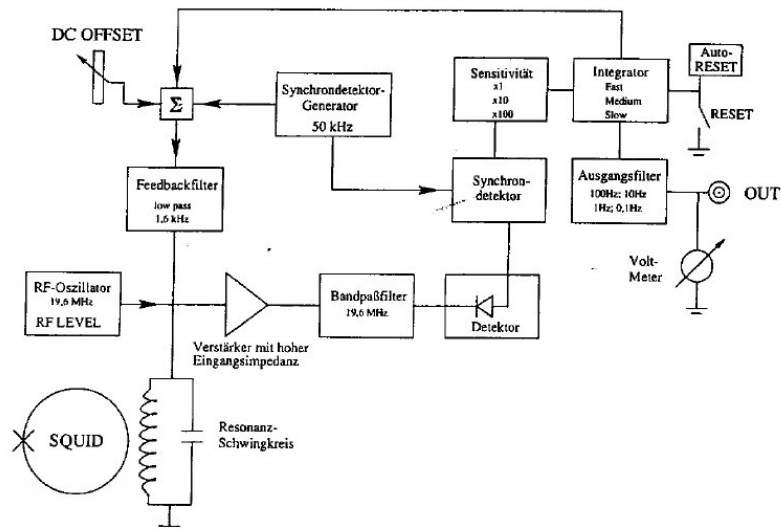


Abbildung 6: Blockdiagramm Mess-Modus [Quelle1]

Im nächsten Schritt konnten wir mit dem Dualmodus des OZ das typische SQUID-Pattern aufnehmen, bei dem wir die Dreiecksspannung als Trigger verwendeten.

Nach der Aufnahme des SQUID-Pattern und der damit verbunden Optimierung der Einstellungen begannen wir die Leiterschleife auszumessen. Mit dieser erstellten wir Messungen mit unterschiedlicher Drehzahl und unterschiedlichen Widerständen. Somit konnte der Stromfluss und darausfolgend das Magnetfeld verändert werden. Probleme hierbei bereitete uns, dass nur der Widerstand R1 (100 Ω) ein Signal erzeugt, welches stärker als das Untergrundrauschen war. Hierauf "jumperten" wir die Widerstände 1-4 (Parallelschaltung von Widerständen), womit wir einen Gesamtwiderstand (gemessen mit dem Digitalmultimeter: ELTELEC DM 101) von 76,3 Ω erreichen konnten. Mit dieser Einstellugn der Sonde konnten wir eine Messung erzeugen die signifikante Amplituden im vergleich zum Hintergrundrauschen hat ($0,09V < U < 1,3V$).

Nach der Messung mit der Sonde tauschten wir diese gegen die Probenhalterung aus. Diese wurde nun leer mit Δt 6min vermessen. Dies dient dazu später die Effekte von der Probe abzuziehen, falls sich diese als Signifikant erweisen sollten. Danach wurden einzelne Proben (Stein, Goldplättchen, Magnetspan, Zylinder und Eisenspan) vermessen. Die Rotationsgeschwindigkeit variierten wir je nach Probe zwischen 5 und 10 Umdrehungen pro Minute. Hierbei erzeugte der Zylinder das stärkste Signal (im Bereich von $-1V < U < 1V$) und das Goldplättchen das schwächste (im Bereich von wenigen 10mV).

Alle Messungen führten wir mit einer Kapazität von 4,7nF und 10k Ω durch. Dies entspricht einem s_i von $195mV/\Phi_0$

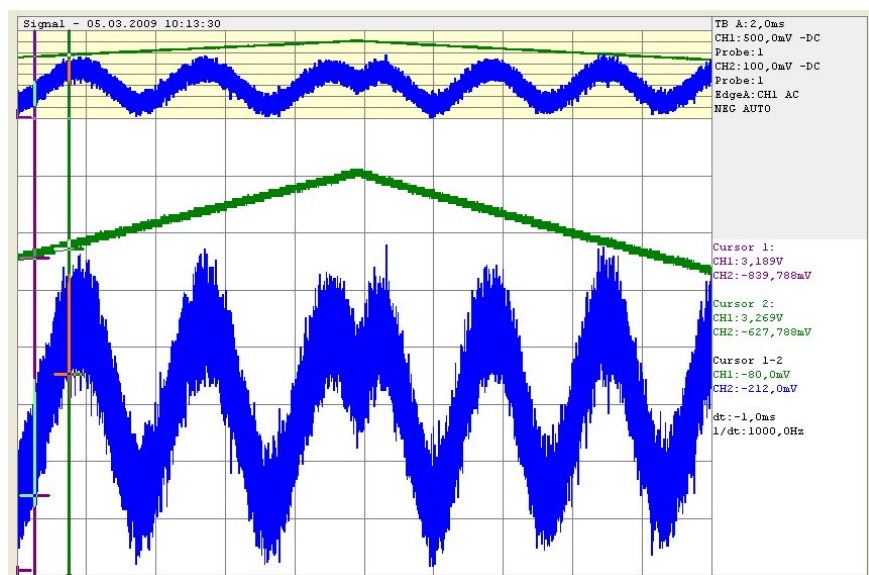


Abbildung 7: SQUIT-Pattern (CH1: Dreiecksspannung, CH2: SQUID-Signal)

4 Auswertung

4.1 Bestimmung von ΔU aus den Messdaten

Zur Bestimmung der Spannungsänderung und somit auch der Magnetfeldänderung im SQUID, fitten wir

$$f_{fit}(t) = A + B \sin(t + C) \quad (13)$$

an die Daten. Hierbei erhalten wir den Offset A , die Periodenverschiebung C und die Amplitude B . B ist der Parameter der uns $\Delta \frac{U_0}{2}$ gibt. Nun können wir mithilfe der oben bestimmten Spannungsdifferenz das Magnetfeld einer Leiterschleife berechnen.

4.2 Magnetfeldberechnung der Leiterschleife

Das Magnetfeld der Leiterschleife berechnet sich mit Hilfe des Biot-Savartschen Gesetzes.

$$dB = \mu_0 \frac{Id\mathbf{s} \times \mathbf{e}_r}{4\pi r^2} \quad (14)$$

Hierbei ist dB das Magnetfeld welches von I im Leiterschleifenbereich ds am Ort P erzeugt wird. Für unsere Leiterschleife gilt somit:

$$B_z = \frac{\mu_0 I}{4\pi r^3} \oint R \cdot ds \quad (15)$$

Mithilfe des Radiuses R der Schleife und z , dem Abstand des SQUID-Sensors zu dieser, errechnet sich B_z zu:

$$B_z = \frac{\mu_0 R^2}{2(z^2 + R^2)^{3/2}} I \quad (16)$$

$$\Rightarrow B_{z_l} = 2,60 \cdot 10^{-7} \frac{Vs}{Am^2} \frac{U_{Bat}}{R_i} \quad (17)$$

Die letzte Zeile beschreibt B_z für unseren Aufbau. Hierbei fließen noch die Spannung U der Batterie und der gewählte Widerstand Ω ein¹. Für die Fehlerberechnung vernachlässigen wir den Fehler von I da dieser mit $< 1\%$ im Vergleich zu den Fehlern der Längenmessung ($s > 10\%$) klein ist.

$$s_{B_{z_l}} = \sqrt{\left(\frac{\partial B_{z_l}}{\partial R} s_R\right)^2 + \left(\frac{\partial B_{z_l}}{\partial z} s_z\right)^2} \quad (18)$$

$$= \sqrt{\left(\frac{9\mu_0^2 I^2 R^4 z^2}{4(R^2 + z^2)^5}\right) s_z^2 + s_R^2 \left(-\frac{3\mu_0 I R^3}{2(R^2 + z^2)^{5/2}} + \frac{\mu_0 I R}{(R^2 + z^2)^{3/2}}\right)^2} \quad (19)$$

¹ $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{Vs}{Am}$, $R = (0,0029 \pm 0,0003)m$, $z = (0,0270 \pm 0,0025)m$

Eine weitere Methode B_z zu bestimmen ist direkt aus der gemessenen Spannungsdifferenz ΔU das Magnetfeld zu berechnen.

$$B_{zU} = \frac{\Delta U}{2s_i F_{eff}} \quad (20)$$

Hierbei beschreibt F_{eff} die effektive Fläche des SQUID-Sensor und s_i die Sensitivität. Näheres dazu in Abschnitt 4.3.

Der Fehler für (20) berechnet sich wie folgt:

$$s_{B_{zU}} = \frac{\partial B_{zU}}{\partial \Delta U} \cdot s_{\Delta U} = \frac{s_{\Delta U}}{2s_i F_{eff}} \quad (21)$$

Wir kommen mit den Widerständen in der Leiterschleife auf folgende Werte für B_z (für ΔU siehe Anhang A):

Widerstand	$B_{z_l} \quad T$	Fehler auf $B_{z_l} \quad T$	$B_{zU} \quad T$	Fehler auf $B_{zU} \quad T$
100Ω	$7.774 \cdot 10^{-9}$	$2.696 \cdot 10^{-9}$	$3.364 \cdot 10^{-9}$	$0.004 \cdot 10^{-9}$
76.3Ω	$1.018 \cdot 10^{-8}$	$0.353 \cdot 10^{-8}$	$1.060 \cdot 10^{-8}$	$0.008 \cdot 10^{-8}$

4.3 Spannungs- und Flußänderungen

Das SQUID ist von Haus aus geeicht, so das eine Flußänderung $\Delta \Phi$ eine Spannungsänderung um ganze Skalenteile bewirkt. Die kann man einfach über:

$$\Delta U = s_i \Delta \Phi \quad (22)$$

berechnen. In unseren Messungen verwendeten wir ein s_i von $195mV/\Phi_0$, dies entspricht einem Widerstand von $10k\Omega$. Weiterhin benutzten wir eine Kapazität von $4,7 \text{ nF}$. Mit diesen Einstellungen konnten wir die Optisch besten Ergebnisse erreichen. Der magnetische Fluß ist als Zahl der Feldlinien durch eine Fläche A def.

$$\Phi_m = \int_A \vec{B} \cdot d\vec{A} \quad (23)$$

Um dies beim SQUID zu bestimmen muss man die Feldlinien bestimmen die durch den SQUID-Ring gehen. Da der Supraleiterring aber die Feldlinien verdrängt, können wir nicht mehr von gradlinigen Feldlinien ausgehen. Um das Problem zu lösen bestimmen wir eine effektive Fläche durch die genauso viele gekrümmte, wie auch parallele Feldlinien fließen. Mit dieser Annahme "vergrößert" sich das SQUID auf eine effektive Fläche zu $F_{eff} = 10nm \cdot 5$ (der Faktor 5 wird vom Hersteller vorgegeben). So kommt man mithilfe von (22) auf die Gleichung für die maximale Flußänderung:

$$\Delta \Phi = \Delta B_z \cdot F_{eff} \quad (24)$$

Für ΔB_z kann man $2B_z$ annehmen, da sich das Magnetfeld einer Leiterschleife von $-B_z$ nach B_z ändert. So folgt:

$$\Delta\Phi = 2B_z \cdot F_{eff} \quad (25)$$

$$= 2,64 \cdot 10^{-14} \frac{Vs}{Am^2} \frac{s_i U_{bat}}{R_i} \quad (26)$$

Mit Widerstand R1 ergibt sich das kleinste messbare Flußquantum (mit R2 war kein sigifikatnes Signal auf dem OZ zu erkennen) zu:

$$(3,364 \pm 0,004) \cdot 10^{-16} Wb \text{ (mit } B_{zu}) \text{ bzw. } (7,774 \pm 2,696) \cdot 10^{-16} Wb \text{ (mit } B_{zi})$$

Der Fehler berechnet sich mit der Gaußschen Fehlerfortpflanzung von (25).

4.4 Dipolmoment der Leiterschleife

Das Diplomoment einer stromdurchflossenen Leiterschleife ist definiert über die Beziehung

$$\vec{p}_m = I \cdot \vec{A} \quad (27)$$

mit \vec{A} als Flächennormalvektor und der Stromstärke I. Für die Leiterschleife gilt zudem:

$$p_{theo} = \pi r^2 I \quad (28)$$

wobei r mit $(2,9 \pm 0,3)mm$ angegeben ist. Damit berechnet sich der Fehler zu:

$$s_{p_{theo}} = \left(\frac{\partial p_{theo}}{\partial r} s_r \right) = 2\pi r I s_r \quad (29)$$

Den Fehler für den Strom kann man vernachlässigen, da allein der Fehler für $r \sim 10\%$ beträgt. Es ist auch möglich das Diplomoment über die Messung des Magnetfeldes wie folgt zu bestimmen:

$$p_m = \frac{2\pi B_z z^3}{\mu_0} \quad (30)$$

Der Fehler berechnet sich zu:

$$s_{p_m} = \sqrt{\left(\frac{\partial p_m}{\partial B_z} s_{B_z} \right)^2 + \left(\frac{\partial p_m}{\partial z} s_z \right)^2} \quad (31)$$

$$= \sqrt{\left(\frac{2\pi z^3}{\mu_0} s_{B_z} \right)^2 + \left(\frac{6\pi B_z z^2}{\mu_0} s_z \right)^2} \quad (32)$$

$$= p \sqrt{\left(\frac{s_{B_z}}{B_z} \right)^2 + \left(\frac{3s_z}{z} \right)^2} \quad (33)$$

Für B_z wird das experimentell von uns ermittelte B_{zu} verwendet.

Widerstand in Ω	$p_{theo}[Am^2 \cdot 10^{-7}]$	$p_m[Am^2 \cdot 10^{-7}]$
100	$7,89(\pm 1,63)$	$3,31(\pm 0,29)$
76,3	$10,35(\pm 2,14)$	$10,43(\pm 0,9679)$

4.5 Magnetfelder und Dipolmomente der Proben

Berechnung

Die Berechnung des Magnetfeldes und des Dipolmomentes wird ähnlich wie für die Leiterschleife geschen. Die wichtigsten Gestzmäßigkeiten sind hier:

$$B_z = \frac{\Delta U}{2s_i F_{eff}} \quad (34)$$

$$p_m = \frac{2\pi z^3 B_z}{\mu_0} \quad (35)$$

Zur Rechnung tragen die Spannungsdiferenz ΔU bei, welche wir durch fitten an die Messwerte der Proben erhalten, die Sensibilität s_i welche durch den Widerstand im Schwingkeis bestimmt wird, die eff. Fläche des SQUID-Sensors und die Entfernung z von Probe und Sensor.

Die Fehler berechnen sich wie folgt mit der Gaußschen Fehlerfortpflanzung:

$$s_{B_z} = \frac{s_{\Delta U}}{2s_i F_{eff}} \quad (36)$$

$$s_{p_m} \Rightarrow (33) \quad (37)$$

Da die Nullmessung mit der Probenhalterung keinen Beitrag zeigt (siehe Graph im Anhang) braucht diese nicht berücksichtigt zu werden. Für die Proben Gold und Eisen können wir ebenfalls kein Magnetfeld und Dipolmoment bestimmen da, wenn diese vom SQUID detektiert wurden im Berreich des Rauschen liegen und so kein Fit möglich ist.

Für die anderen Proben ergibt sich:

Probe	$B_z [T \cdot 10^{-7}]$	$p_m [Am^2 \cdot 10^{-5}]$
<i>Stab</i>	3,060(±0,006)	3,011(±0.836)
<i>Magnet</i>	4,867(±0,008)	4,790(±1,33)
<i>Stein</i>	0,042(±0,001)	0,041(±0,011)

5 Zusammenfassung

Der SQUID-Sensor ist ein präzises Messgerät für Magnetfelder und deren Änderungen. Dies eröffnet die Möglichkeit Aufnahmen von Proben zu machen und ihre magnetische Struktur zu untersuchen. Um ein möglichst vollständiges Bild über das SQUID zu bekommen beschäftigten wir uns in 3 Teilen mit dem Sensor.

Im ersten Versuchsteil kalibrierten wir das RF-SQUID mithilfe der Software, mit der es möglich war, verschiedene Parameter des Schwingkreises verändern, so das am Ende das SQUID-Pattern auf dem OZ zu erkennen war. Die von uns erreichte Maximalamplitude lag im Bereich von 92mV.

Im zweiten Versuchsteil positionierten wir eine stromdurchflossene Leiterschleife unter dem SQUID-Sensor. Hiermit konnten wir das kleinste messbare Flußquantum bestimmen. Hier wurde die Messgenauigkeit durch das Rauschen beschränkt. So konnten wir nur noch mit dem 100Ω Widerstand, ein periodisches Signal erkennen. So bestimmten wir das kleinste Messbare Flußquantum im Bereich zwischen $3,364 - 7,774 \cdot 10^{-16} \text{Wb}$.

Im dritten Versuchsteil positionierten wir verschiedene Proben unter dem Sensor. Da diese auch drehbar gelagert waren, konnten wir Magnetprofile von diesen aufnehmen und damit Dipolmomente bestimmen. Diese Messungen ergaben aber nur für den Stab, den Magnetspan und den Stein ein Ergebniss. Für Gold und Eisen konnten wir keine Magnetfeldänderung bestimmen. Dies liegt entweder daran das die Änderung unter 10mV liegt (Stärke des Rauschens) oder keine magnetische Struktur vorliegt.

Abschließend ist zu sagen das der Sensor sehr empfindlich ist und bei nicht genügend guter Abschirmung ein rauschen Produziert welches eventuelle Magnetfeldänderungen verdeckt.

A Berechnung von ΔU aus den den Fits

Zur bestimmung von ΔU aus den Fits, verwenden wir den Parameter P1, welcher $\frac{\Delta U}{2}$ angibt. Dieser ist identisch zu B in (13). Die Werte für ΔU ergeben sich durch die Bildung des gewichteten Mittels, aus den Verschiedenen, zu einer Probe vorliegenden, Messungen.

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^N \frac{x_i}{(s_x)^2}}{\sum_{i=1}^N \frac{1}{(s_x)^2}} \quad (38)$$

mit dem Fehler:

$$s_{\bar{x}} = \sqrt{\frac{1}{\sum_{i=1}^N \frac{1}{(s_x)^2}}} \quad (39)$$

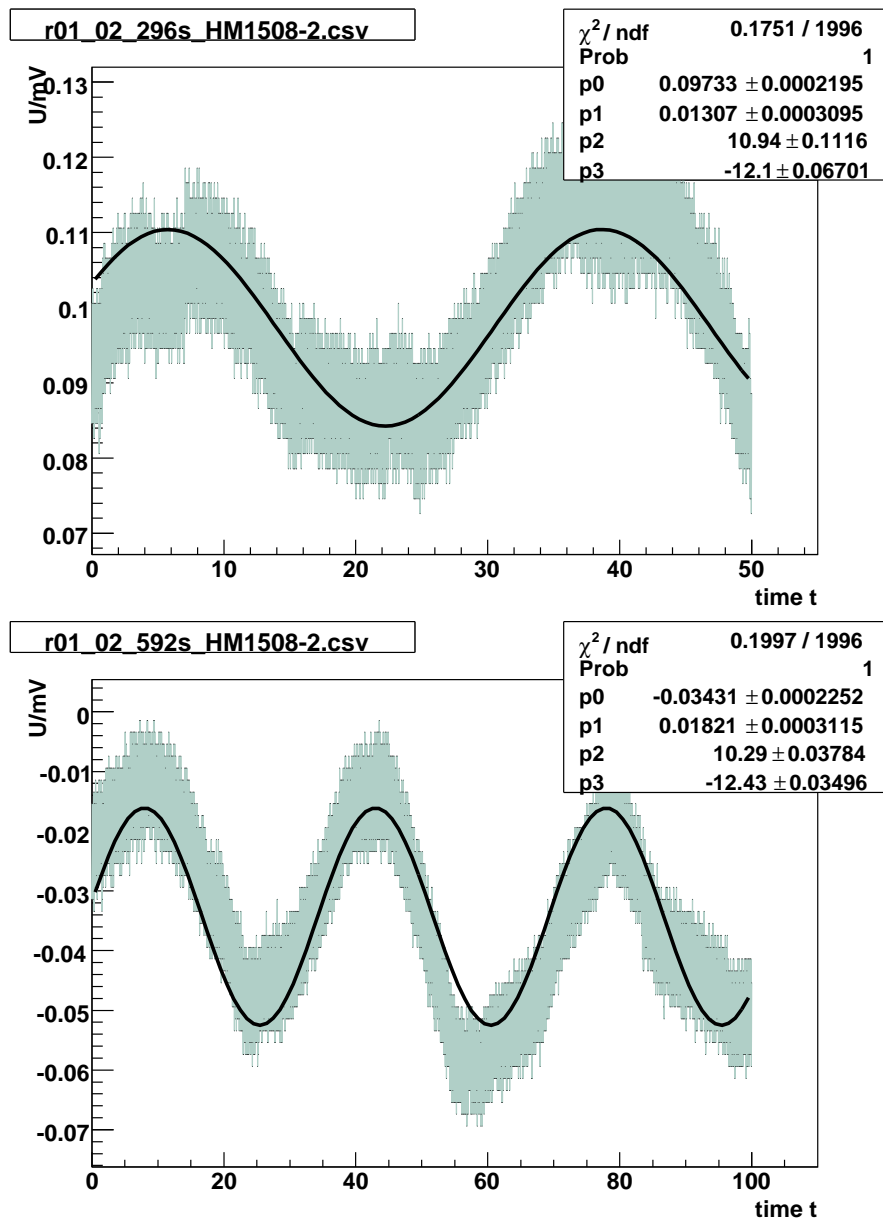
Damit folg für die Proben:

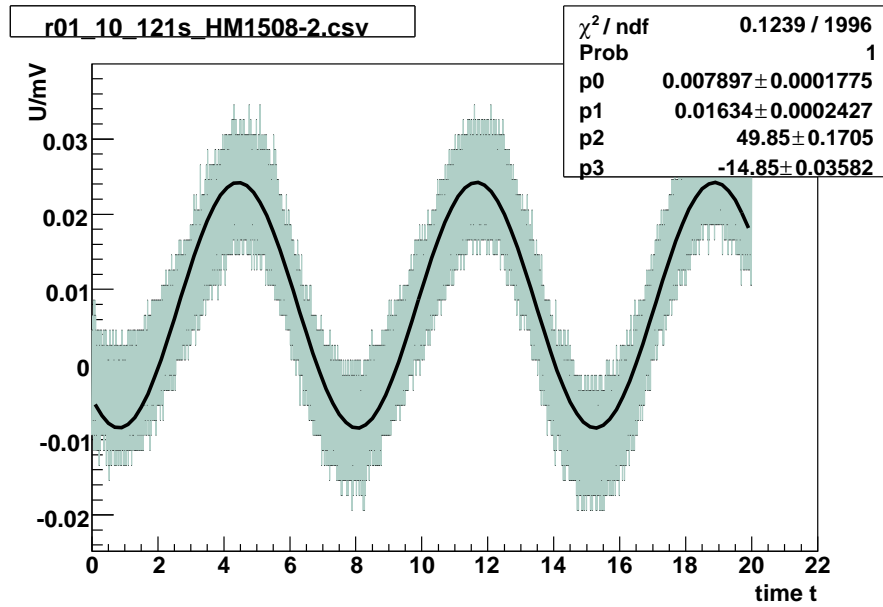
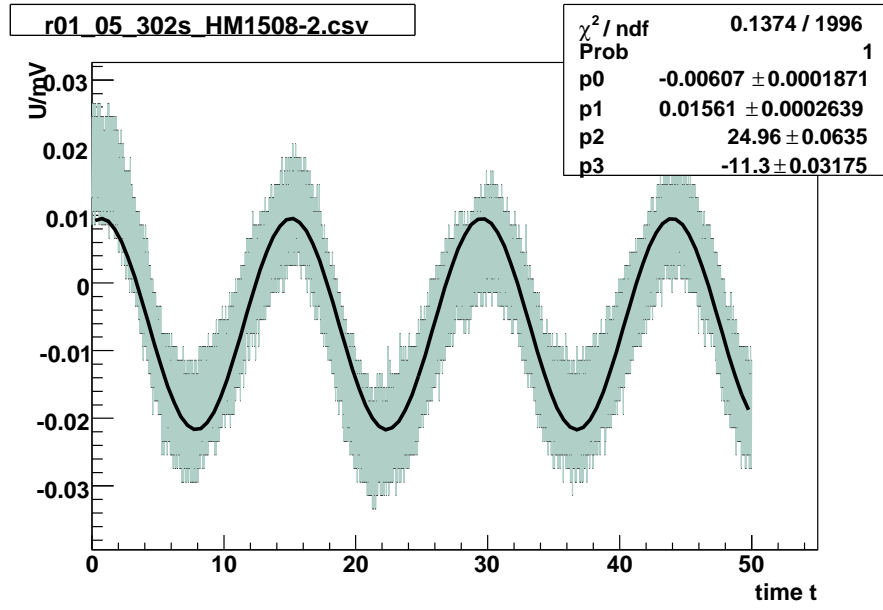
Probe	ΔU [mV]	$s_{\Delta U}$ [mV]
<i>R1</i>	31,72	0.04
<i>R1 – 4</i>	100.00	0.74
<i>Stab</i>	2886	6
<i>Magnet</i>	4590	8
<i>Stein</i>	40.0	0.9
<i>Eisen</i>	— — —	— — —
<i>Gold</i>	— — —	— — —

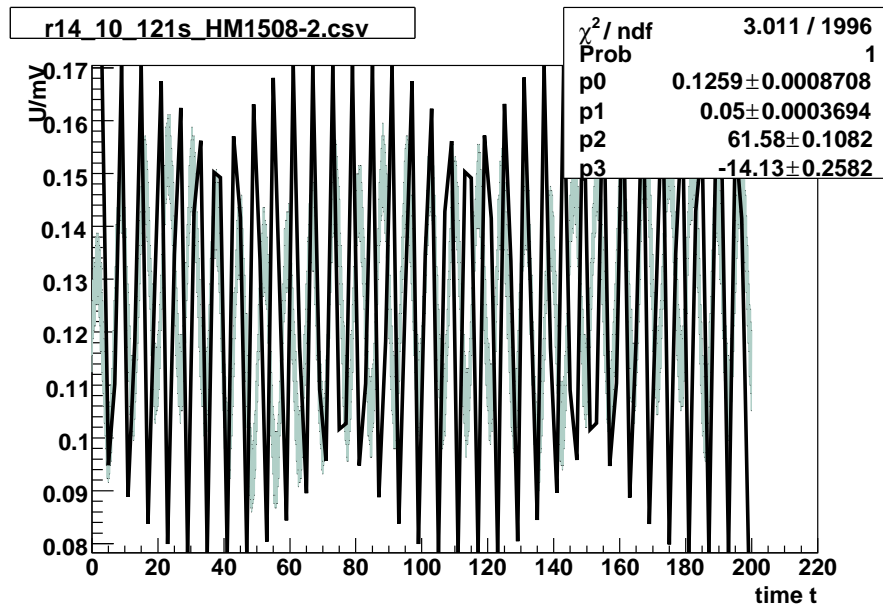
B Plots der Leierschleife mit Widerstand $R_1 = 100\Omega$ und $R_{14} = 76,3\Omega$

Der Dateiname beschreibt die Art der Messung:

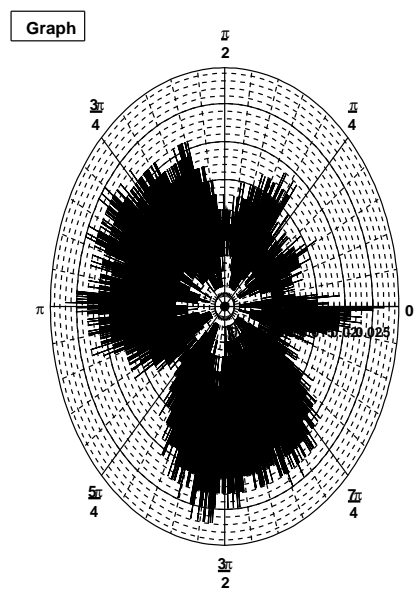
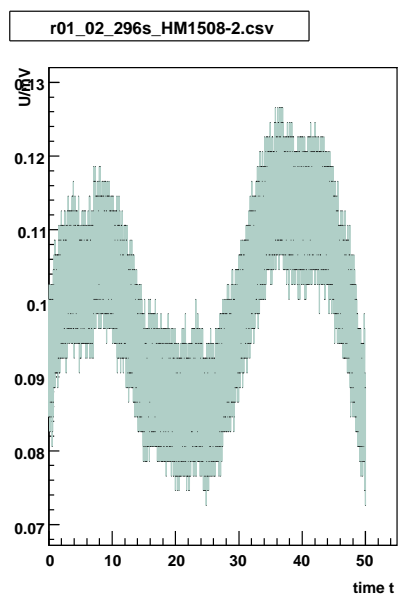
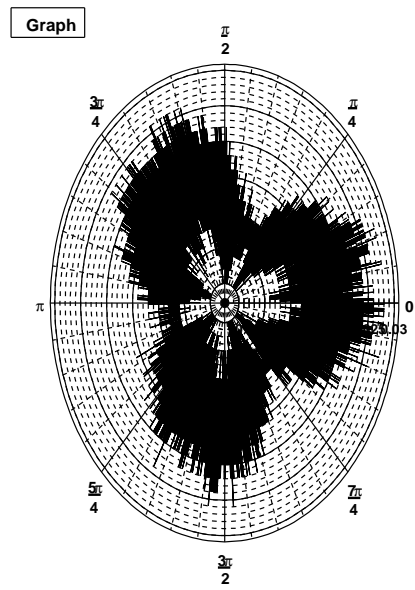
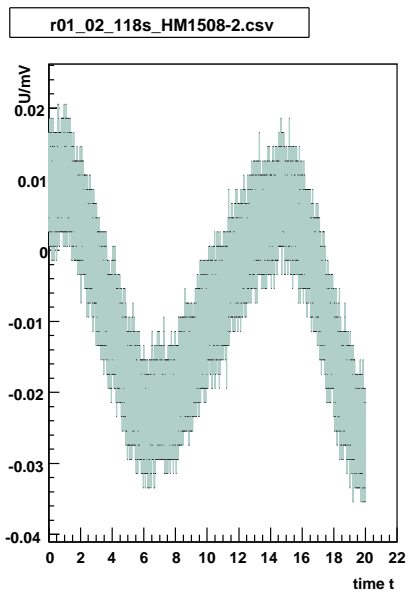
r01_02_118s_... besagt das der Widerstand R_1 mit 2 Umdrehungen pro Minute 118s lang gemessen wurde.



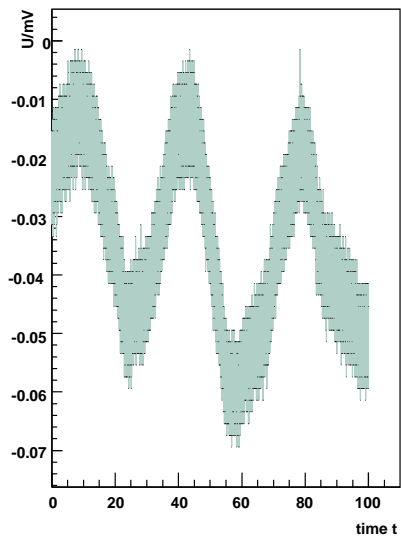




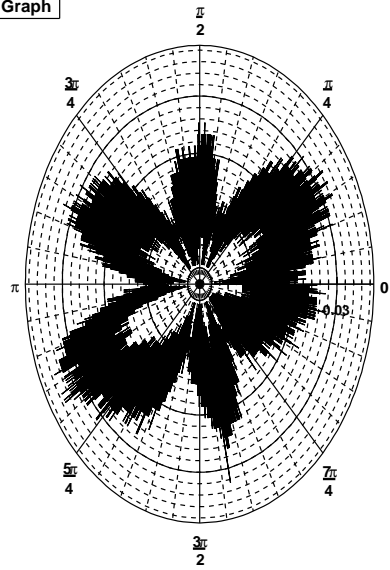
Polarplots der Widerstände:



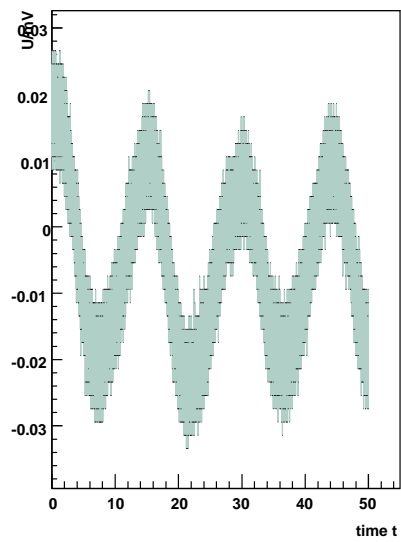
r01_02_592s_HM1508-2.csv



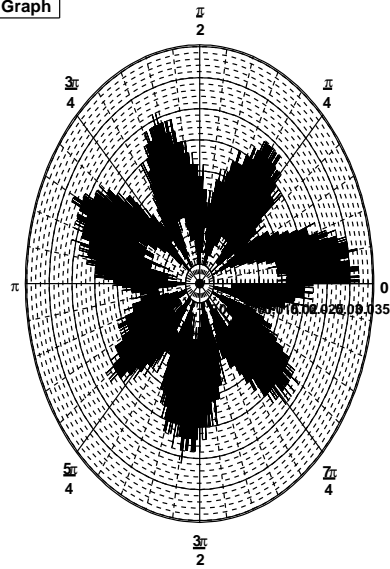
Graph



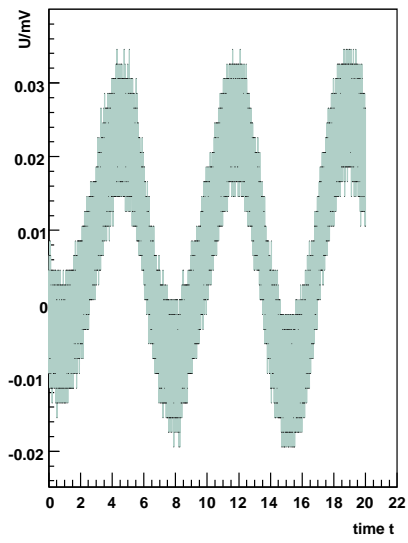
r01_05_302s_HM1508-2.csv



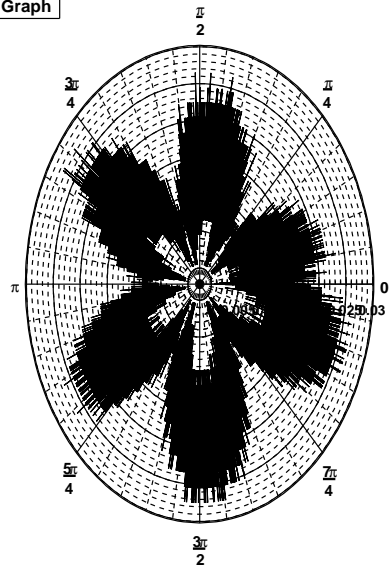
Graph



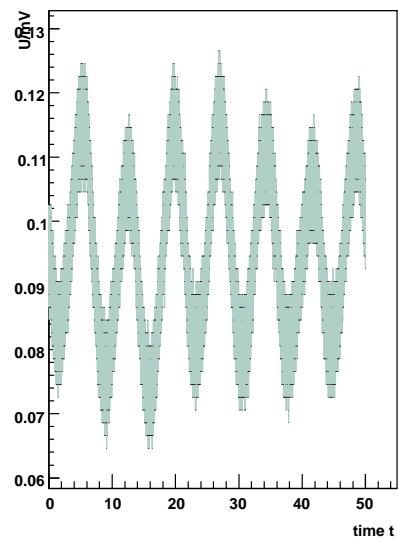
r01_10_121s_HM1508-2.csv



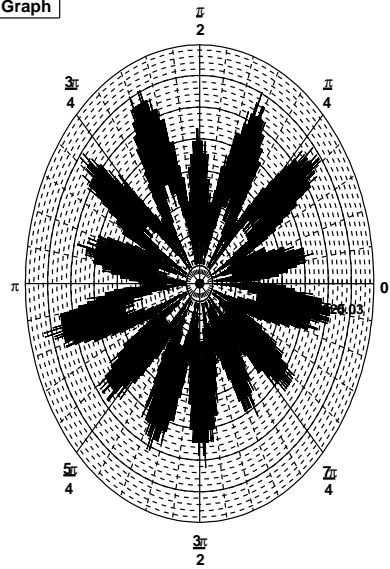
Graph



r01_10_302s_HM1508-2.csv

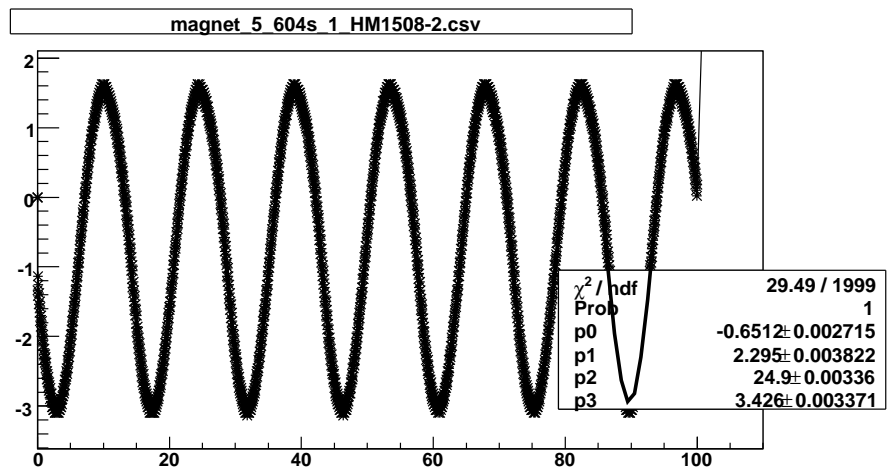
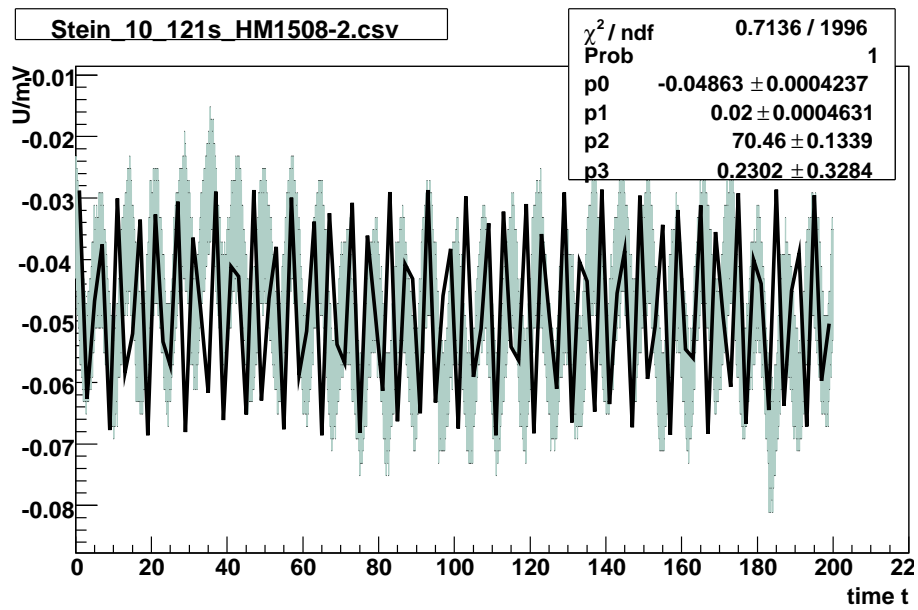


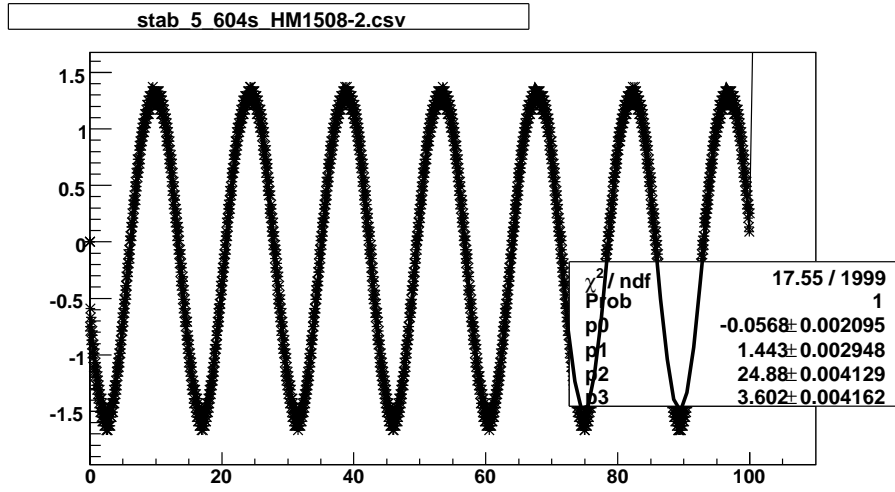
Graph



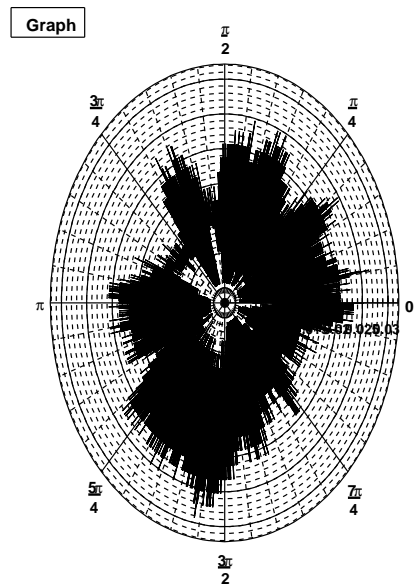
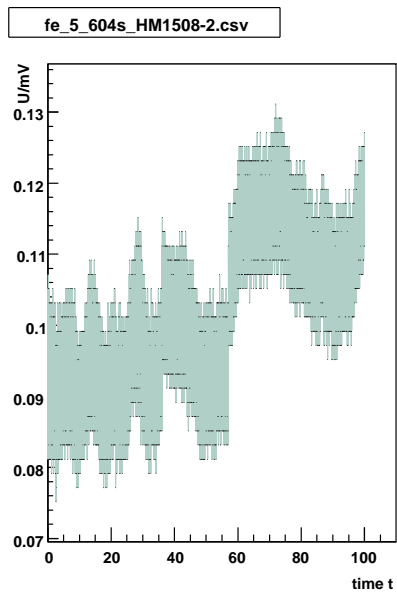
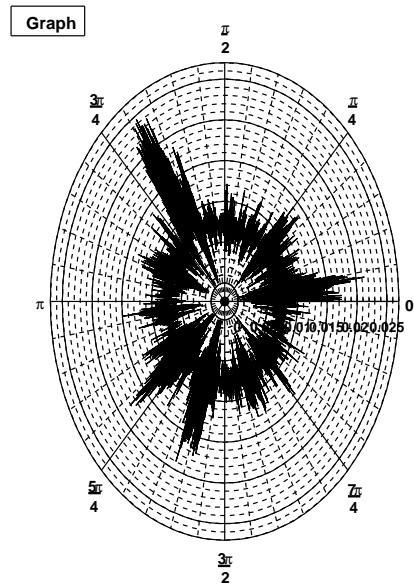
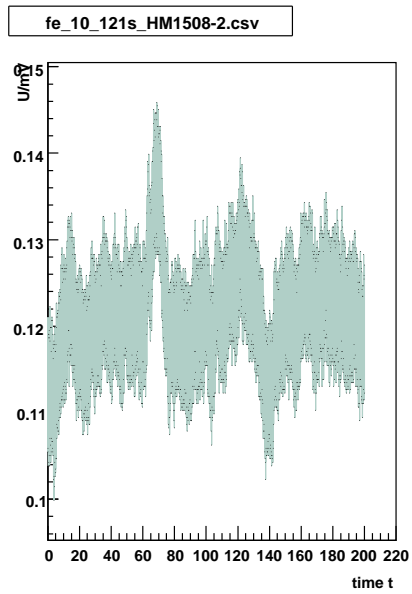
C Plots der Proben

Mit Fits:

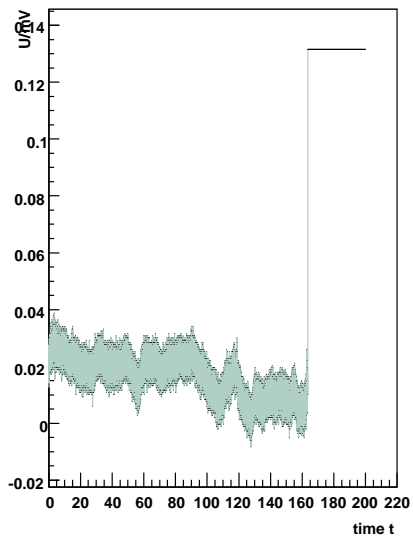




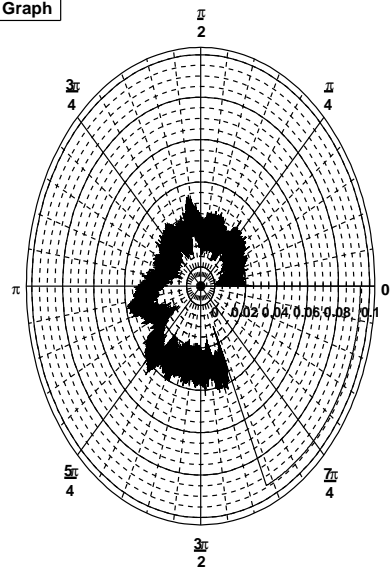
Polardiagramme der Proben:



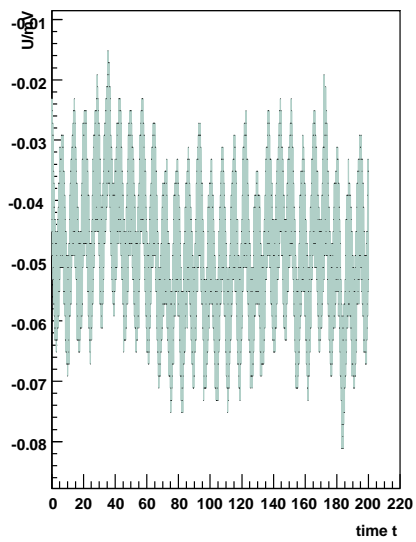
gold_5_121s_HM1508-2.csv



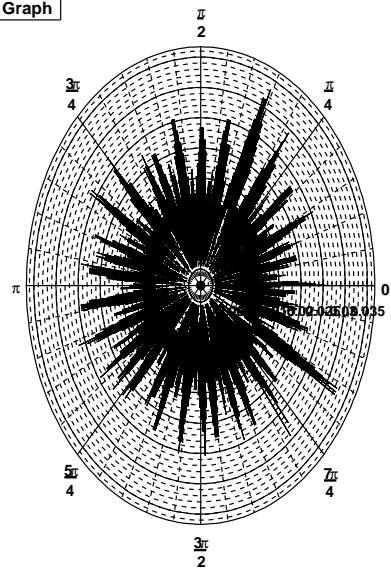
Graph



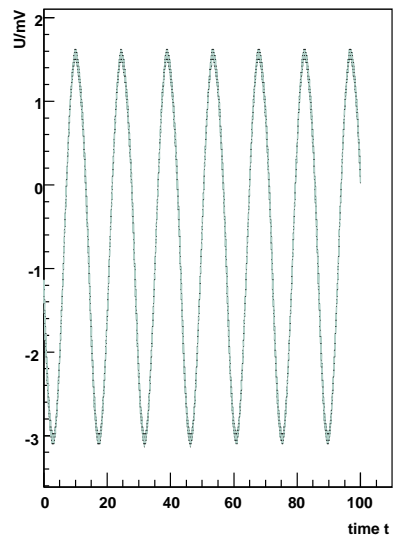
Stein_10_121s_HM1508-2.csv



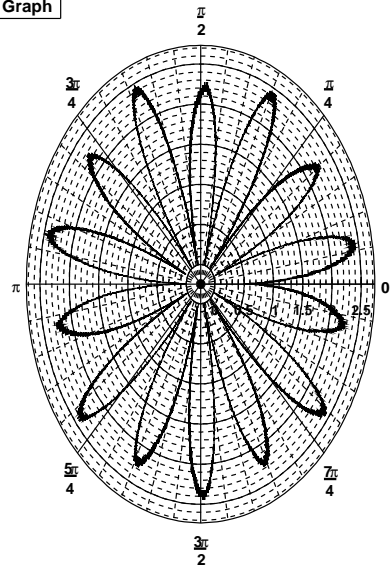
Graph



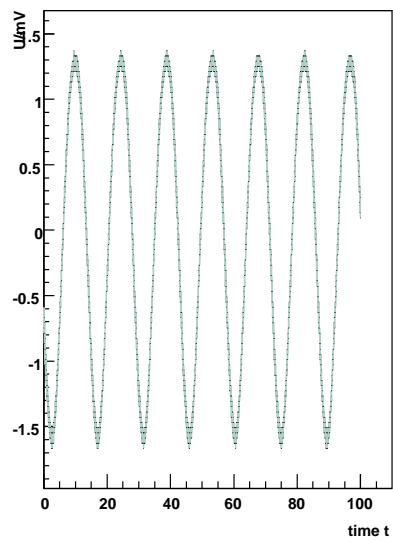
magnet_5_604s_1_HM1508-2.csv



Graph



stab_5_604s_HM1508-2.csv



Graph

