

## **Versuch Compton-Streuung (CS)**

Bestimmung der Energie gestreuter Photonen und des differentiellen Wirkungsquerschnitts des Streuprozesses in Abhängigkeit des Streuwinkels

Fortgeschrittenenpraktikum im WS 2014/2015

für die Bachelor-Studiengänge Physik und Physik-Lehramt (5.Semester)

Institut für Kern- und Teilchenphysik

Arbeitsgruppe Strahlungsphysik

Technische Universität Dresden

Versuchsraum: ASB 424

Betreuer: Maximilian Hils, ASB / K09

## Inhalt

1 Einleitung .....	1
2 Theoretische Grundlagen .....	1
2.1 Wechselwirkungsarten .....	1
2.2 Wirkungsquerschnitt .....	2
2.3 Theoretische Grundlagen zur inkohärenten Streuung .....	3
3 Experiment .....	7
3.1 Messaufbau .....	7
3.2 Versuchszubehör .....	8
3.3 Durchführung .....	8
4 Literatur .....	12
Fragen zur Versuchsvorbereitung .....	12
Hinweise zum Protokoll und zur Bewertung .....	13
Anhänge .....	14
Anhang A: Eigenschaften der verwendeten Radionuklide .....	14
Anhang B: Detektoren .....	16
Anhang C: Alternative Messaufbauten .....	19
Anhang D: Einfluss von Emission, Streuung, Detektion, Schwächung .....	21

An der Anfertigung der Anleitung waren beteiligt: B.Sc. C. Zech, DP C. Jakobi, PD Dr. J.Henniger

Verantwortlicher Hochschullehrer: PD Dr. J. Henniger

# 1 Einleitung

Nach heutigem Wissenschaftsstand ist der Comptoneffekt im Bereich von einigen hundert Kiloelektronenvolt bis zu ca. zehn Megaelektronenvolt der wahrscheinlichste Wechselwirkungsprozess von Photonen mit stofflicher Materie. Damit hat dieser Effekt für die Messung ionisierender Strahlung eine große Bedeutung und muss in verschiedensten Gebieten wie Nukleartechnik, Medizin und Astronomie berücksichtigt werden.

Der Versuch Comptonstreuung beinhaltet folgende Aufgaben:

- Einstellung optimaler Messbedingungen für die spektrometrische Messung niederenergetischer Photonenstrahlung mit einem NaI(Tl)-Szintillationsdetektor oder einem HP-Ge-Detektor
- Energiekalibrierung des Spektrometers im Energiebereich von 10 keV bis 90 keV
- Aufnahme der Impulshöhenverteilung unter einem Streuwinkel von  $90^\circ$  und Beschreibung und Deutung der Maxima in der Impulshöhenverteilung
- Durchführung der Messungen für weitere Streuwinkel und Auswertung der Histogramme bezüglich Lage und Fläche des Vollenergiepeaks
- Untersuchung des Einflusses vom Abstand zwischen Quelle und Streukörper oder
- Untersuchung des Einflusses von Materialeigenschaften der Streukörper

## 2 Theoretische Grundlagen

### 2.1 Wechselwirkungsarten

Ein Überblick über die wichtigsten Wechselwirkungsprozesse zwischen Photonen und Materie wird im Folgenden gegeben.

#### Kohärente Streuung

Als kohärente Streuung wird die elastische Streuung eines Photons an den gebundenen Elektronen eines Atoms unter frequenz- und phasengleiche Abstrahlung bezeichnet. Dazu gehören unter anderem die RAYLEIGH- und die THOMSON-Streuung. Die kohärente Streuung wird bei einer Photonenenergie  $E \gtrsim 10$  keV erst bei kleinen Streuwinkeln signifikant.

#### Inkohärente Streuung

Inkohärente Streuung ist die unelastische Streuung eines Photons an den gebundenen Elektronen eines Atoms, wobei ein Teil der Photonenenergie auf ein Elektron übertragen wird. Die Energieübertragung auf das Elektron ist in dem hier betrachteten Energiebereich so groß, dass es die Atomhülle verlässt. Wird dabei die Bindung der Elektronen vernachlässigt, so spricht man von Comptonstreuung [1].

## Photoeffekt

Der Photoeffekt bezeichnet die Übertragung der gesamten Photonenenergie an ein gebundenes Elektron aus der Atomhülle. Die kinetische Energie des Photoelektrons beträgt  $E_e = E' - E_B$ , wobei  $E'$  die Photonenenergie und  $E_B$  die jeweilige Bindungsenergie des Elektrons ist.

## Paarbildung

Die Paarbildung ist die Wechselwirkung von Photonen mit dem elektrischen Feld des Atomkerns oder eines Hüllenelektrons. Dabei wird spontan ein Elektron-Positron-Paar gebildet. Aufgrund der Energieerhaltung kann dieser Prozess erst ab Photonenenergien  $E' > 1022 \text{ keV}$  auftreten.

## 2.2 Wirkungsquerschnitt

Um Aussagen über die Wahrscheinlichkeit für die Wechselwirkung eines Photons mit Materie treffen zu können, wird der Wirkungsquerschnitt  $\sigma$  eingeführt.

Dieser ist definiert als

$$\sigma = \frac{N}{\Phi} \quad , \quad (1)$$

wobei  $N$  die mittlere Anzahl von Wechselwirkungen eines Teilchens (oder Photons) mit einem atomaren oder molekularen Target ist und  $\Phi$  die dem Target ausgesetzte Teilchenfluenz [2,3].

Alle Wechselwirkungen treten stets gleichzeitig auf, jedoch ist der jeweilige Wirkungsquerschnitt dabei von der Photonenenergie  $E$  und der Kernladungszahl  $Z$  abhängig (Tabelle 1) [4,3].

Tabelle 1: Abhängigkeit des Wechselwirkungsquerschnitts  $\sigma$  von der Ordnungszahl  $Z$

Wechselwirkungsart	
Kohärente Streuung	$\sigma_k \propto Z^2$
Inkohärente Streuung	$\sigma_i \propto Z$
Photoeffekt	$\sigma_e \propto Z^{4...4,6}$
Paarbildung	$\sigma_p \propto Z^2$

## 2.3 Theoretische Grundlagen zur inkohärenten Streuung

Die unelastische Streuung von Photonen an gebundenen Elektronen wird im Allgemeinen als inkohärente Streuung bezeichnet. Dabei erfolgt ein Energieübertrag des Photons auf das Elektron. Ist dieser so groß, dass die Bindungsenergie des Elektrons aufgebracht werden kann, verlässt dieses den Atomverband. Folglich liegt das Atom ionisiert vor. Das einfachste Modell für die Beschreibung dieses Effekts lieferte 1922 A.H.COMPTON, indem er die Bindungen der Elektronen als vernachlässigbar annahm [1].

### Comptonstreuung

Bei der kinematischen Betrachtung des Comptoneffekts wird von quasifreien Elektronen ausgegangen. Für schwach gebundene Hüllenelektronen kann diese Annahme gemacht werden.

Bei der Streuung eines Photons mit der Anfangsenergie  $E'$  an einem Elektron ändert sich sowohl seine Energie als auch seine Bewegungsrichtung um den polaren Streuwinkel  $\vartheta$  (Abbildung 1) [5].

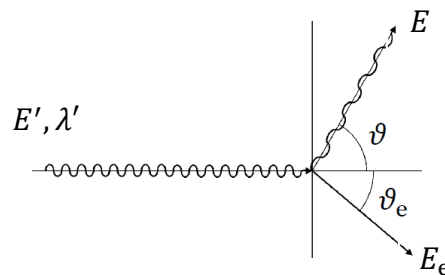


Abbildung 1: *Prinzipskizze zur Kinematik der Compton-Streuung*

Aus Energie- und Impulserhaltungssatz folgt mit dem Photonenimpuls  $p = E/c$  für die Energie  $E$  des Photons nach dem Stoß

$$E(\mu) = \frac{E'}{1 + \kappa(1 - \mu)} \quad (2)$$

mit

$$\kappa = \frac{E'}{m_0 c^2} \quad , \quad (3)$$

wobei  $\mu = \cos \vartheta$  als Richtungskosinus des polaren Streuwinkels  $\vartheta$  bezeichnet wird und  $m_0 = 511 \text{ keV}$  die Ruheenergie eines Elektrons ist.

Für Rückwärtsstreuung  $\mu = -1$  beträgt die Energie der Photonen

$$E = \frac{E'}{1 + 2\kappa} \quad , \quad (4)$$

während für Vorwärtsstreuung  $\mu \rightarrow 1$ ,  $E \rightarrow E'$  gilt.

Ist  $E'$  groß gegenüber der Ruheenergie  $E_0 = m_0 c^2 = 511 \text{ keV}$  des Elektrons, so wird die Photonenenergie bei Rückstreuung höchstens  $\lim_{E' \rightarrow \infty} E(\mu) = E_0/2 = 255,5 \text{ keV}$  (siehe auch Abbildung 2).

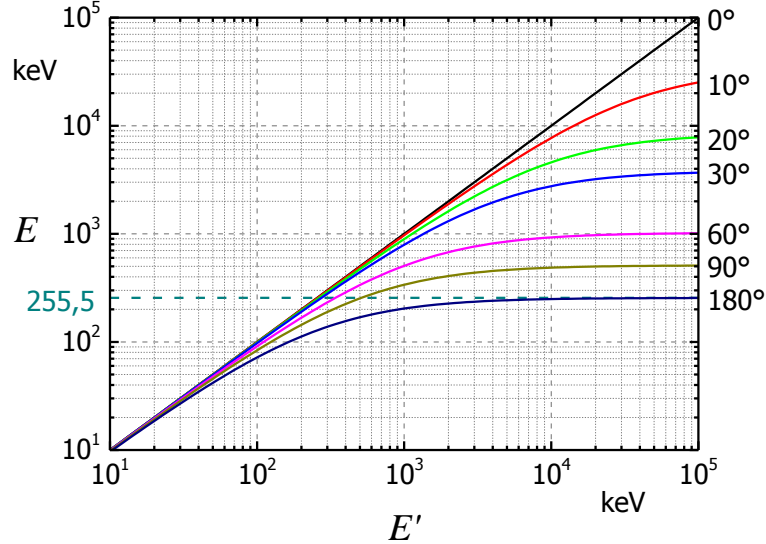


Abbildung 2: Energie  $E$  der Photonen nach dem Stoß für verschiedene Streuwinkel  $\vartheta$  in Abhängigkeit ihrer Energie  $E'$  vor der Wechselwirkung

Das Elektron wird um den Winkel  $\vartheta_e$  gestreut und bekommt die vom Photon übertragene Energie  $E_e = E' - E(\mu) - E_B$ . Dabei ist  $E_B$  die Bindungsenergie des Elektrons, wobei nach COMPTON  $E_B \approx 0$  ist.

Je größer die Ablenkung des gestreuten Photons, desto mehr Energie erhält das Compton-Elektron. Aus Abbildung 2 wird ersichtlich, dass der Energieverlust der Photonen durch Comptonstreuung bei hohen Photonenenergien größer ist und zudem stärker vom Streuwinkel abhängt als bei niedrigeren Photonenenergien.

Durch eine ausschließlich kinematische Betrachtung der Comptonstreuung ist es nicht möglich, Aussagen über die Wahrscheinlichkeiten zu treffen, mit der ein Photon in ein bestimmtes Raumwinkelement  $d\Omega = \sin \vartheta d\vartheta d\varphi = -d\mu d\varphi$  gestreut wird. Durch Anwendung der relativistischen Quantentheorie nach DIRAC, gelang es O. KLEIN und Y. NISHINA 1929 einen analytischen Ausdruck für den differentiellen Wirkungsquerschnitt  $d\sigma/d\Omega = \sigma_\Omega^{\text{KN}}$  herzuleiten [6]. In Abhängigkeit von  $\mu$  ergibt sich dieser zu

$$\sigma_\Omega^{\text{KN}}(\mu) = \frac{r_e^2}{2} \cdot \left( \frac{1}{1 + \kappa(1 - \mu)} \right)^2 \cdot \left( \kappa(1 - \mu) + \frac{1}{1 + \kappa(1 - \mu)} + \mu^2 \right) , \quad (5)$$

wobei die Energie  $E'$  der einfallenden Photonen der einzige Parameter ist.

Bei Vorwärtsstreuung besitzt der differentielle Wirkungsquerschnitt immer den Wert

$$\sigma_{\Omega}^{\text{KN}}(\mu = 1) = r_e^2 = 79,4 \text{ mb} \approx 80 \text{ mb}, \quad (6)$$

unabhängig von der jeweiligen Photonenenergie. Hierbei ist  $r_e = 2,818 \cdot 10^{-15} \text{ m}$  der klassische Elektronenradius.

Dies wird in Abbildung 3 für die Gammaemissionen von  $^{241}\text{Am}$  ( $E' \approx 60 \text{ keV}$ ) sowie  $^{137}\text{Cs}$  ( $E' \approx 662 \text{ keV}$ ) dargestellt.

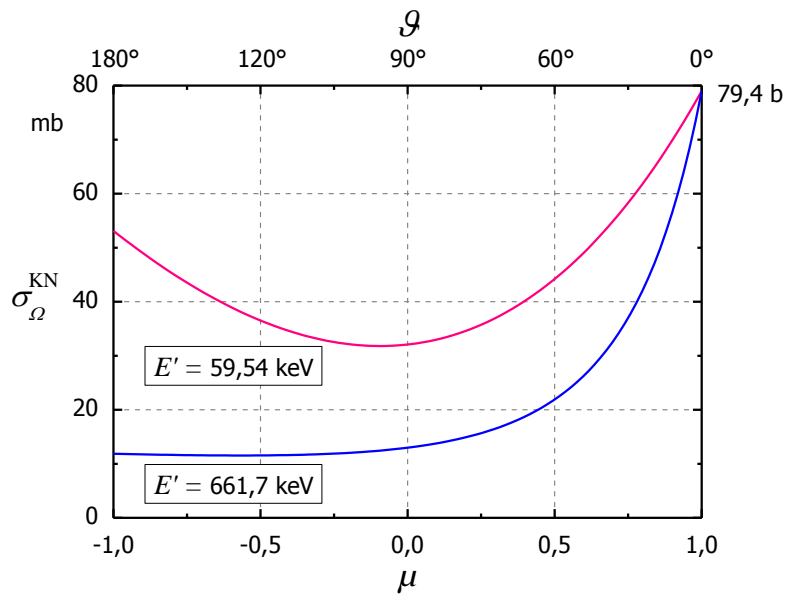


Abbildung 3:  $\sigma_{\Omega}^{\text{KN}}$  in Abhängigkeit von  $\mu$  für zwei verschiedene Photonenenergien

### Modelle für inkohärente Streuung

Da die Bindungen der Elektronen in der Realität immer vorhanden sind, weicht der tatsächliche Wirkungsquerschnitt von dem nach KLEIN und NISHINA ab. Ein mögliches Modell zur besseren Näherung an diese Realität ist die Multiplikation des  $\sigma_{\Omega}^{\text{KN}}$  mit der sogenannten inkohärenten Streufunktion  $S(E', \mu, Z)$ . Somit ergibt sich für den differentiellen Querschnitt  $\sigma_{\Omega}^{\text{i}}(E', \mu, Z)$  für inkohärente Streuung

$$\sigma_{\Omega}^{\text{i}}(E', \mu, Z) = \sigma_{\Omega}^{\text{KN}}(E', \mu) \cdot S(E', \mu, Z). \quad (7)$$

Bei bekanntem Targetmaterial und bekannter Photonenemission  $E'$  hängt die inkohärente Streufunktion nur noch vom Richtungskosinus  $\mu$  ab.

Für die Elemente Wasserstoff und Aluminium ist diese in Abhängigkeit von  $\mu$  für die Photonenenergie  $E' = 59,54 \text{ keV}$  in Abbildung 4 dargestellt.

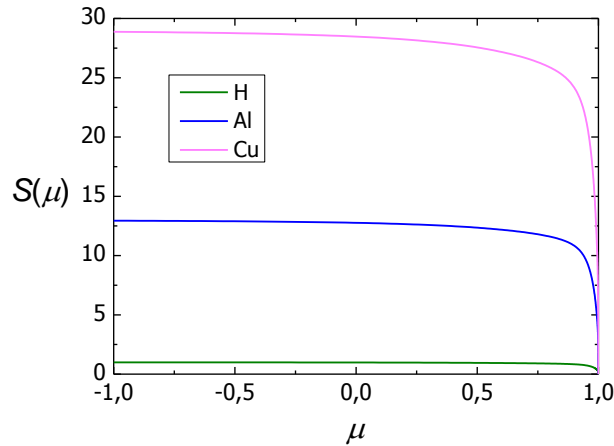


Abbildung 4: Inkohärente Streufunktion für drei verschiedene Materialien und  $E' = 59,54$  keV

Der differentielle, inkohärente Wirkungsquerschnitt  $\sigma_{\Omega}^i$  nach Gleichung (7), verglichen mit dem atomaren Wirkungsquerschnitt  $Z \cdot \sigma_{\Omega}^{\text{KN}}$  nach KLEIN-NISHINA, ist für Aluminium und zwei verschiedenen Photonenenergien in Abbildung 5 visualisiert.

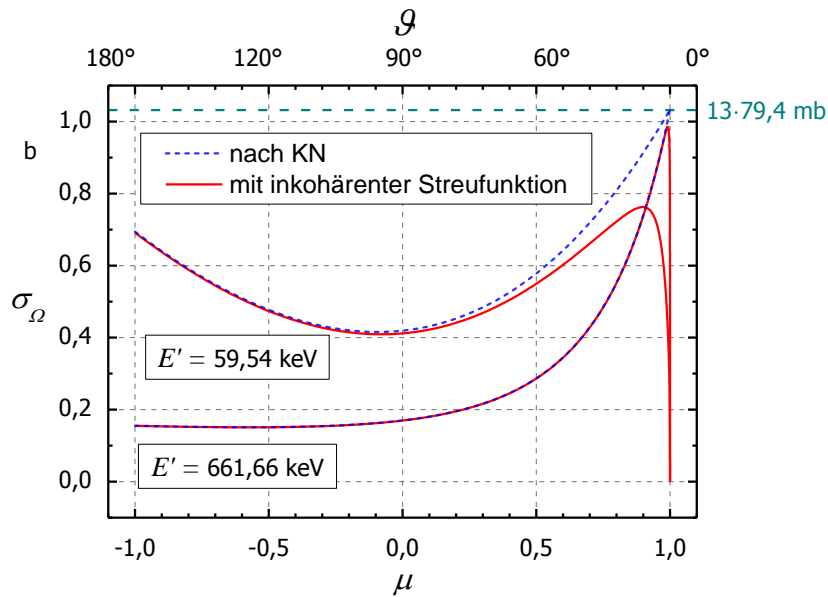


Abbildung 5: Vergleich  $\sigma_{\Omega}(\mu)$  für Aluminium bei zwei verschiedenen Photonenenergien  $E'$

Der inkohärente Wirkungsquerschnitt ist immer kleiner als der nach KLEIN-NISHINA, da kernnahe, stärker gebundene Elektronen die Wahrscheinlichkeit für einen Streuprozess verringern (vergleiche dazu Abbildung 5). Zu kleinen Streuwinkeln hin wird die auf Hüllenelektronen übertragene Energie kleiner als die Bindungsenergie und schließlich kleiner als die Anregungsenergie. Dadurch ist eine inkohärente Vorwärtsstreuung unmöglich. Das bedeutet

$$\sigma_{\Omega}^i(\mu = 1, E', Z) = 0 \quad (8)$$

und gilt für alle Stoffe und Energien  $E'$ .



### 3 Experiment

Für eine vollständige Untersuchung der Comptonstreuung muss sowohl die winkelabhängige Energie  $E(\mu)$  des gestreuten Photons und die Energie  $E_e(\mu_e)$  des emittierten Elektrons, als auch der differentielle Wirkungsquerschnitt  $\sigma_\Omega$  für die Streuung der Photonen gemessen werden. Im vorliegenden Versuch ist allerdings nur die Messung der gestreuten Photonen möglich. Die Bestimmung des Wirkungsquerschnitts kann in diesem Versuch nur relativ erfolgen. In Anhang D wird auf diesen Sachverhalt genauer eingegangen.

#### 3.1 Messaufbau

##### SCHWENKBARE QUELLE ODER DETEKTOR (DAS KLASSISCHE STREUEXPERIMENT)

Als gebräuchlichster Aufbau zur experimentellen Untersuchung der Comptonstreuung, Abbildungen 6 und 7, wird ein beweglicher Halter (1) verwendet, in dem die Quelle eingesetzt werden kann. Darunter befindet sich ein Goniometer (2), mit dessen Hilfe der gewünschte Streuwinkel eingestellt wird. Diese Apparatur ermöglicht es, Streuwinkel von  $0^\circ$  bis zu  $170^\circ$  zu wählen, wobei jedoch nur der Bereich von  $30^\circ$  bis  $150^\circ$  zur Anwendung kommt. Als Streukörper (3) werden Stäbe unterschiedlicher Dicke und Materialien auf der Goniometerachse positioniert. In diesem System wird eine Quelle mit Kollimator verwendet. Dieser Messaufbau wird bevorzugt gewählt, da sowohl Winkel als auch Streukörper einfach variiert werden können. Als Detektoren (4) stehen ein Halbleiterdetektor und zwei Szintillationsdetektoren zur Verfügung.

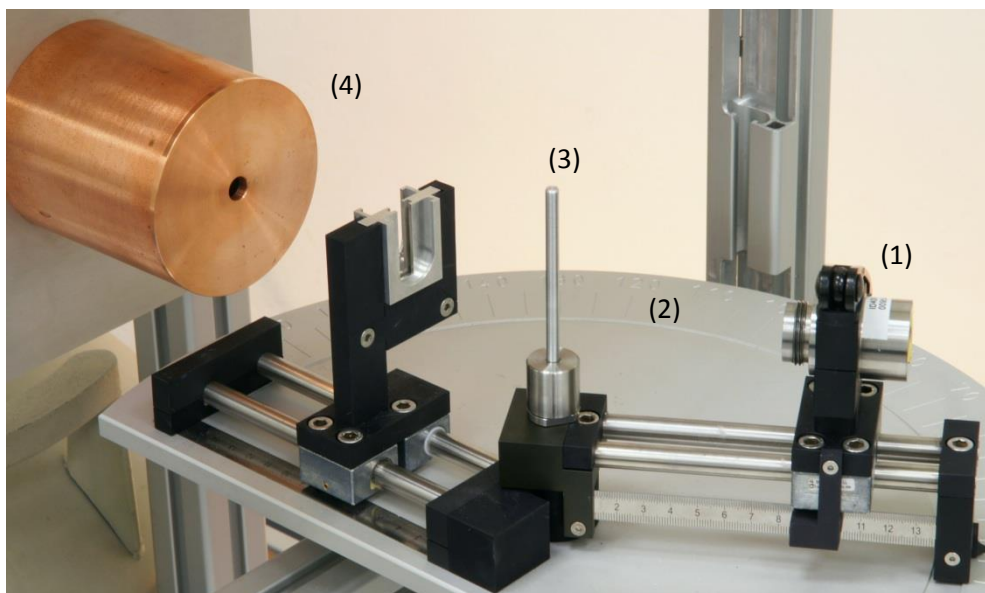


Abbildung 6: Versuchsaufbaus mit Halbleiterdetektor

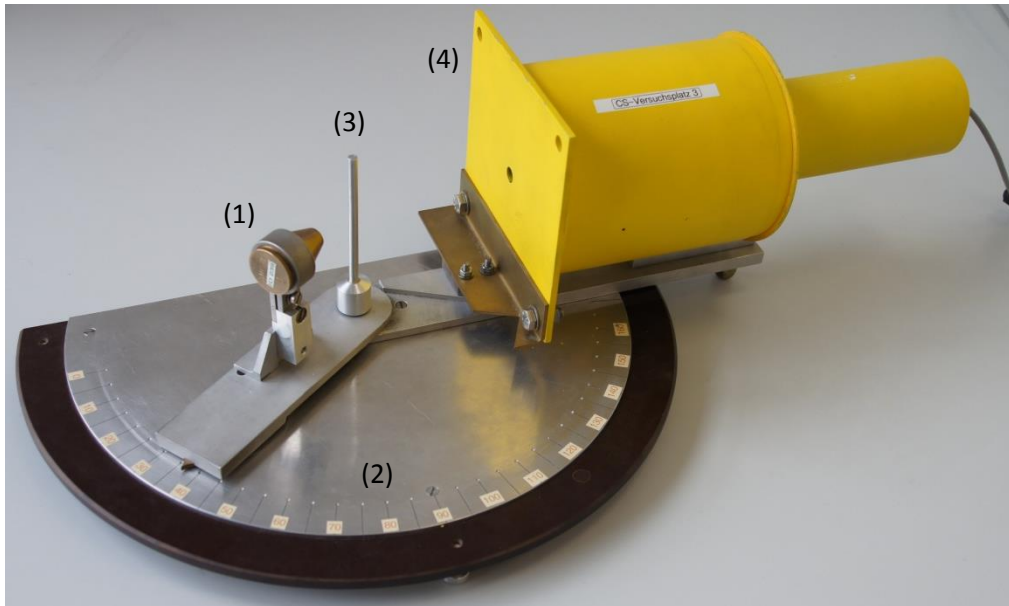


Abbildung 7: Versuchsaufbaus mit Szintillationsdetektor

Zwei weitere Möglichkeiten zur Untersuchung des Comptoneffekts sind in Anhang C beschrieben.

### 3.2 Versuchszubehör

Für die Energiekalibrierung stehen spektrometrische Quellen der Nuklide  $^{241}\text{Am}$ ,  $^{207}\text{Bi}$ ,  $^{210}\text{Pb}$ ,  $^{133}\text{Ba}$  und  $^{152}\text{Eu}$  zur Verfügung. Für alle weiteren Messungen wird eine kollimierte  $^{241}\text{Am}$ -Quelle benutzt. Die Streukörper sind zylinderförmige Stäbe aus Aluminium mit unterschiedlichen Durchmessern. Zur Detektion der gestreuten Photonen stehen NaI(Tl)-Szintillationsdetektoren als auch ein HP-Ge-Halbleiterdetektor zur Verfügung. Aufbau und Funktionsweise der Detektoren sind in Anhang B beschrieben. Zur Auswertung wird je ein Vielkanalanalysator mit 1024 Kanälen verwendet. Wird der Versuch mit einem Szintillationsdetektor durchgeführt, wird die Auswertesoftware *winTMCA32* benutzt, bei Arbeiten mit einem Halbleiterdetektor die Software *GammaVision®*. Zur weiteren Untersuchung der Impulshöhenhistogramme ist *Origin®* zu verwenden.

### 3.3 Durchführung

#### I Kalibrierung

Voraussetzung für eine Messung ist eine Energiekalibrierung des Detektors. Dazu werden die Impulshöhenverteilungen von mehreren spektrometrischen Quellen aufgenommen. Zur Kalibrierung sind mindestens vier Emissionen zu verwenden. Mit der Aufnahme der Histogramme wird ein funktioneller Zusammenhang zwischen den Photonenemissionen der Energie  $E'$  und der Lage des Maximums in der Dichtefunktion der Impulshöhenverteilung gefunden. Diese für einige Punkte gegebene Funktion ist durch die quadratische Gleichung

$$E(K) = a + b \cdot K + c \cdot K^2 \quad (9)$$

zu approximieren und graphisch aufzutragen. Bei Bestimmung der Koeffizienten  $a$ ,  $b$  und  $c$  sind auch ihre jeweiligen Messunsicherheiten anzugeben. Es ist zu überprüfen, ob für die weiteren Messungen eine lineare Approximation ausreichend wäre. Außerdem kann die im Allgemeinen große Unsicherheit des Parameters  $a$  durch die Transformation  $K \rightarrow K - K_{Am}$  und der Bestimmungsgleichung  $a = b \cdot K_{Am} - c \cdot K_{Am}^2$  eliminiert werden. Hierbei ist  $K_{Am}$  die Kanallage des  $^{241}\text{Am}$  Peaks bei 59,54 keV. Gleichung (9) wird dann zu

$$E(K) = (b - 2cK_{Am}) \cdot K + c \cdot K^2. \quad (10)$$

Die Photonenemissionen und die dazugehörigen Emissionswahrscheinlichkeiten der Kalibriernuklide sind in Anhang A nachzuschlagen.

## II Aufnahme eines Histogramms

Für alle weiteren Messungen wird eine  $^{241}\text{Am}$ -Quelle mit Kollimator der Aktivität 0,5 GBq verwendet. Zerfallsschema und schematischer Aufbau sind in Anhang A zu finden.

Für  $\vartheta = 90^\circ$  und einem Streustab aus Aluminium der Dicke  $d = 6 \text{ mm}$  ist ein Histogramm aufzunehmen und zu diskutieren. Die Messzeit beträgt 20 min. Dabei soll insbesondere auf die Herkunft der markantesten Peaks eingegangen werden. Die Energie  $E(\vartheta)$  der gestreuten Photonen ergibt sich aus der Kanallage des Streupeaks unter Verwendung der Energiekalibrierung. Der Abstand zwischen Quelle und Streukörper soll ggf. klein gewählt werden, um eine ausreichend hohe Zählrate zu gewährleisten.

## III Zeitoptimierung

Um ausreichend Messwerte aufnehmen zu können und dennoch eine gute Statistik zu erhalten, muss eine optimale Messzeit ermittelt werden. Zur Auswertung der Streupeaks muss von der Gesamtzählrate  $\dot{N}_g$  der Nulleffekt  $\dot{N}_0$  subtrahiert werden. Dazu wird (ebenfalls bei  $\vartheta = 90^\circ$  und ebenfalls für 20 min) eine Messung ohne Streukörper gemacht. Mit Hilfe der damit erhaltenen Ergebnisse, den Formeln

$$N = N_g - N_0, \quad (11)$$

sowie 
$$\dot{N} = \frac{N_g}{t_g} - \frac{N_0}{t_0} \quad (12)$$

und einer Genauigkeitsforderung von

$$\Delta\dot{N}(\vartheta)/\dot{N}(\vartheta) \leq 3\% \dots 5\% \quad (13)$$

kann die erforderliche Messzeit  $t_{\text{opt}} \pm \Delta t_{\text{opt}}$  über

$$t_{\text{opt}} \geq \frac{\dot{N}_g + \dot{N}_0}{\left(\Delta\dot{N}(\vartheta)/\dot{N}(\vartheta)\right)^2 \cdot (\dot{N}_g - \dot{N}_0)^2} \quad (14)$$

mit

$$\Delta t_{\text{opt}} = \frac{\sqrt{(3\dot{N}_g + \dot{N}_0)^2 \cdot \frac{\dot{N}_g}{t} + (\dot{N}_g + 3\dot{N}_0)^2 \cdot \frac{\dot{N}_0}{t}}}{\left(\Delta \dot{N}(\vartheta)/\dot{N}(\vartheta)\right)^2 \cdot (\dot{N}_g - \dot{N}_0)^3} \quad (15)$$

ermittelt werden, wobei die Messzeiten der Gesamtzählrate und des Nulleffekts gleich sind, das heißt  $t = t_g = t_0$ .

#### IV Bestimmung der Energie gestreuter Photonen

Um  $E(\mu)$  graphisch darzustellen, ist für unterschiedliche Winkel die Energie der gestreuten Photonen zu ermitteln. Die Unsicherheit  $\Delta\vartheta$  des einzustellenden Winkels des experimentellen Aufbaus beträgt  $2^\circ$ . Zum Vergleich sind die nach Gleichung (2) berechneten Werte aufzutragen.

#### V Bestimmung des Wirkungsquerschnitts

Der differenzielle Wirkungsquerschnitt kann im Rahmen dieses Experimentes nicht absolut bestimmt werden, da die in Anhang D beschriebenen Prozesse berücksichtigt werden müssen. Es ist jedoch möglich, den prinzipiellen Verlauf mit Hilfe der gemessenen Zählrate  $\dot{N}$  in den Streupeaks zu bestimmen. Im Rahmen der Auswertung ist der differenzielle Streuquerschnitt  $\sigma_\Omega$  nach KLEIN und NISHINA (Gleichung (5)) mit den im Versuch aufgenommenen Daten zu vergleichen. Dazu ist der theoretische Wirkungsquerschnitt und das Messergebnis für einen geeigneten Streuwinkel  $\vartheta$  zu skalieren und über  $\mu = \cos(\vartheta)$  graphisch darzustellen. Abweichungen sind zu diskutieren.

Da der Anteil der Zählrate des Nulleffekts  $\dot{N}_0$  (= Messung ohne Streukörper) an der Gesamtzählrate  $\dot{N}_g$  je Peak ebenfalls von der Position der Quelle abhängig ist, muss dieser für jede Position separat bestimmt werden.

Die zufällige Messabweichung  $\Delta\dot{N}$  ergibt sich nach GAUß und mit den Formeln (10), (11) zu

$$\begin{aligned} \Delta\dot{N} &= \sqrt{\left(\frac{\partial\dot{N}}{\partial\dot{N}_g}\Delta\dot{N}_g\right)^2 + \left(\frac{\partial\dot{N}}{\partial\dot{N}_0}\Delta\dot{N}_0\right)^2} \\ &= \sqrt{(\Delta\dot{N}_g)^2 + (\Delta\dot{N}_0)^2} \\ &= 2 \cdot \sqrt{\left(\frac{\sqrt{N_g}}{t_g}\right)^2 + \left(\frac{\sqrt{N_0}}{t_0}\right)^2} \end{aligned} \quad (16)$$

Um die Nullmessung von der Gesamtmessung abzuziehen, kann in *GammaVision*® unter *Analyse* der Befehl *strip* verwendet werden.

## VI Einfluss des Streukörperdurchmessers

Bei minimalem Abstand zwischen Quelle und Streukörper und bei einem Streuwinkel  $\vartheta = 60^\circ$  werden die Histogramme von unterschiedlich breiten Aluminiumstreuern aufgenommen. Der Zusammenhang zwischen der Zählrate  $\dot{N}$  und dem Streukörperdurchmesser  $d$  ist graphisch darzustellen und unter Verwendung des Anhangs D zu diskutieren.

## VII Einfluss des Abstands zwischen Quelle und Streukörper (optional)

Bei einem festen Winkel  $\vartheta = 60^\circ$  ist die Änderung des Messeffekts in Abhängigkeit des Abstands Quelle-Streukörper zu untersuchen. Je nach Versuchsaufbau kann der Abstand  $l$  von 3 cm bis zu 12 cm variiert werden. An einem Messplatz ist die Quellhalterung festpositioniert, sodass dort diese Aufgabe nicht durchgeführt werden kann. Die Streuung erfolgt an dem zylindrischen Streukörper aus Aluminium der Dicke  $d = 6$  mm. Außer der Änderung der Zählrate  $\dot{N}$  bei unterschiedlicher Quellposition kann zusätzlich noch ermittelt werden, ob sich die Breite der Streupeaks ändert. Dafür werden die Flächen des Streupeaks bei unterschiedlichen Abständen auf die Größe des Streupeaks für den Abstand  $l = 3$  cm skaliert. Zur Diskussion ist Anhang D zu verwenden.

## VIII Einfluss des Streukörpermaterials (optional)

Alternativ zu Aufgabe VII kann die Abhängigkeit der Zählrate  $\dot{N}(\vartheta)$  vom Streukörpermaterial untersucht werden. Dazu liegen Streukörper aus Teflon, Kupfer, Polyethylen, Kohlenstoff und Titan mit einem Durchmesser von  $d = 6$  mm bereit. Die Messungen erfolgen auch hierbei für einen festen Winkel  $\vartheta = 60^\circ$ . Die Zählrate  $\dot{N}(60^\circ)$  ist anschließend auf das für Aluminium erhaltene Ergebnis zu skalieren und in Abhängigkeit der Ordnungszahl  $Z$  graphisch darzustellen. Die dargestellte Abhängigkeit ist unter Berücksichtigung von Tabelle 2 und Anhang D zu diskutieren.

Tabelle 1: *Eigenschaften der Streukörpermaterialien,  $E' = 59,54$  keV,  $E = 56,26$  keV*

Material	$Z$	$\Sigma^t(E')$ in $\text{cm}^{-1}$	$\Sigma^t(E)$ in $\text{cm}^{-1}$	$\rho$ in $\text{g/cm}^3$	$M$ in $\text{g/mol}$
Aluminium	13	0,758	0,822	2,7	26,98
Teflon	8	0,415	0,431	2,2	50,01
Kupfer	29	14,569	16,961	8,96	63,55
Polyethylen	2,67	0,186	0,189	0,94	14,03
Kohlenstoff	6	0,397	0,405	2,26	12,01
Titan	22	3,512	4,038	4,5	47,9

## 4 Literatur

- [1] A. H. COMPTON, *Secondary Radiations produced by X-rays and some of their applications to physical problems*, Bulletin of the National Research Council **19** (1922) 68-72
- [2] ICRU, Report No.85: *Fundamental Quantities and Units for ionizing Radiation*, Journal of the ICRU **11** (2011) 1-33
- [3] J. HENNIGER, Vorlesung: *Wechselwirkung Strahlung-Stoff*, TU Dresden, Fachrichtung Physik, jeweils im Sommersemester gehalten
- [4] W. STOLZ, *Radioaktivität - Grundlagen, Messung, Anwendung*, B. G. Teubner Verlag 2005
- [5] H. KRIEGER, *Strahlungsmessung und Dosimetrie*, B. G. Teubner Verlag, Wiesbaden 2011
- [6] O. KLEIN, Y. NISHINA, *Über die Streuung von Strahlung durch freie Elektronen nach der neuen relativistischen Quantenmechanik nach Dirac*, Zeitschrift für Physik **52** (1929) 852-868

Zur Vorbereitung auf den Versuch wird empfohlen, insbesondere die Literatur [3,4,5] zu studieren.

## Fragen zur Versuchsvorbereitung

1. Was wird unter Compton-Streuung verstanden?
2. Wie groß sind die minimale und die maximale Energie der gestreuten Photonen? (allgemein und speziell für  $E' = 59,54$  keV)
3. Was sind die Unterschiede zwischen Compton-Streuung und inkohärenter Streuung?
4. Was ist der mikroskopische Wirkungsquerschnitt? Was ist der differentielle?
5. Wie sieht der prinzipielle Verlauf des inkohärenten Wirkungsquerschnitts  $\sigma_{\mu}^i(\mu)$  aus? Welchen Unterschied gibt es zu  $\sigma_{\Omega}^{\text{KN}}(\mu)$  ?
6. Was genau wird im Versuch gemessen?
7. Warum erfolgt die Optimierung der Messzeit bei  $\vartheta = 90^\circ$ ?
8. Welches Radionuklid und welche Photonenenergie wird hauptsächlich im Versuch verwendet?
9. Was ist die Nullmessung und warum muss sie im Versuch berücksichtigt werden?
10. Wie wird der differentielle Wirkungsquerschnitt  $\sigma_{\mu}^i(\mu)$  ermittelt?

## Hinweise zum Protokoll und zur Bewertung

Diagramme wie solche in dieser Anleitung mit allen vier „Achsen“ und mit einer Bildunterschrift darzustellen. Zu jeder Tabelle gehört eine Tabellenüberschrift, welche mit „Tabelle X:“ zu beginnen hat. Zu jedem Messwert gehört die Unsicherheit, auch in einer graphischen Darstellung. Dabei ist immer die quadratische Fortpflanzung der Messunsicherheit nach GAUß zu verwenden. In jedem Abschnitt im Grundlagenteil sollte mindestens ein Quellenverweis angeführt werden.

Auf das Protokoll werden insgesamt 10 Punkte vergeben:

- Beschreibung einer Impulshöhenverteilung unter  $\vartheta = 90^\circ$  (1 P)
- Berechnung der optimalen Messzeit (1P)
- Energiekalibrierung: graphische Darstellung der Messpunkten (1 P) und Angabe der Kalibriergerade in der Form nach Gleichung (9) oder (10)
- Abhängigkeit der Energie der gestreuten Photonen vom polaren Streuwinkel: graphische Darstellung der Messpunkte im Vergleich mit dem theoretischem Verlauf (1 P) und Diskussion (1 P)
- Abhängigkeit der Zählrate der gestreuten Photonen vom polaren Streuwinkel: graphische Darstellung der Messpunkte im Vergleich mit dem KLEIN-NISHINA-Wirkungs-querschnitt (1 P) und Diskussion (1 P)
- Abhängigkeit der Zählrate der gestreuten Photonen vom Durchmesser des Streukörpers: graphische Darstellung (1 P) und Diskussion (1 P)
- Abhängigkeit der Zählrate der gestreuten Photonen vom Abstand zwischen Quelle und Streustab: graphische Darstellung und Diskussion (max. 2 ZP)
- Bildunterschriften, Tabellenüberschriften, Quellen; Ausdruck: Passiv, Präsens (1 P)

## Anhänge

### Anhang A: Eigenschaften der verwendeten Radionuklide

Für die Energiekalibrierung stehen verschiedene spektrometrische Quellen. Die möglichen, für die Kalibrierung relevanten Emissionen, können in WAHL, W.,  $\alpha\beta\gamma$ -Tabelle© – Radionuclide Handbook, Institute for Spectrometry and Radiation Protection, Version: 4.3.2 (April 2010) (liegt am Platz aus) nachgeschlagen werden.

Um den Wirkungsquerschnitt zu ermitteln, wird eine  $^{241}\text{Am}$ -Quelle mit Kollimator der Aktivität 0,5 GBq verwendet. Der Strahlengang der Quelle ist in Abbildung 8 dargestellt.

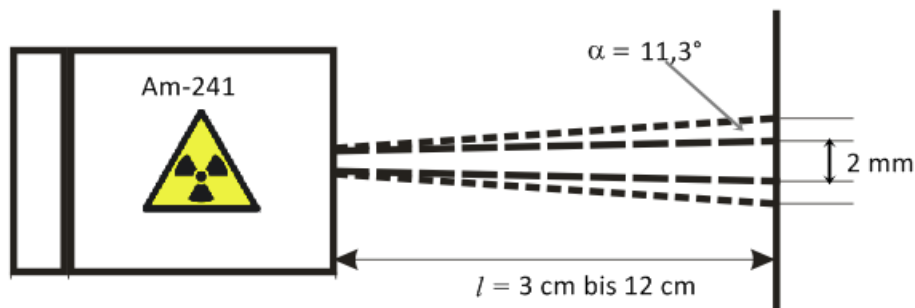


Abbildung 8: Schematische Darstellung des Strahlenganges der  $^{241}\text{Am}$ -Quelle

$^{241}\text{Am}$  zerfällt über Aussendung von  $\alpha$ -Strahlung in  $^{237}\text{Np}$ . Dabei geht das  $^{241}\text{Am}$  jedoch nur zu einem Bruchteil sofort in den Grundzustand des  $^{237}\text{Np}$  über. Vielmehr wird zuerst ein angeregter Zustand des Neptuniums ( $^{237*}\text{Np}$ ) erreicht, welcher sich dann über Aussendung von  $\gamma$ -Strahlung, Konversions- bzw. AUGER-Elektronen abregt und somit in den Grundzustand gelangt. Die einzelnen Stufen der Abregung sind in Abbildung 9 dargestellt. Da die emittierten Elektronen aus der Elektronenhülle des Neptuniums stammen, entsteht als Folgeprozess charakteristische Röntgenstrahlung.



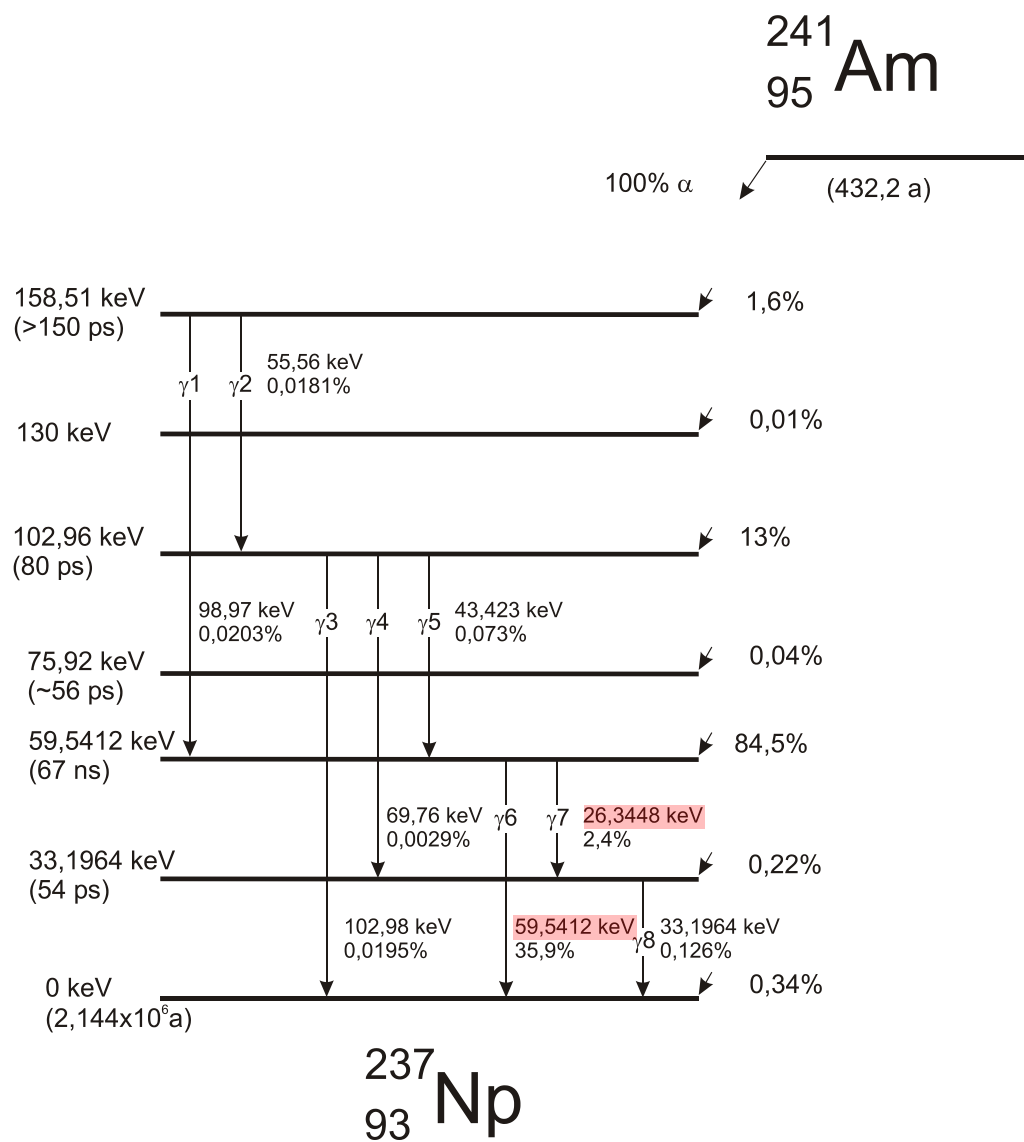


Abbildung 9: Zerfallsschema von  $^{241}\text{Am}$

## Anhang B: Detektoren

### HALBLEITERDETEKTOREN

Halbleiterdetektoren besitzen bei Photonen der Energien bis einige MeV ein herausragendes Energieauflösungsvermögen von  $R = \Delta E/E \lesssim 1\%$ . Deshalb finden sie in sehr vielen Bereichen der Spektroskopie, wie zum Beispiel der Gammask spektroskopie, Anwendung. Dabei wird unterschieden zwischen hochreinen (high purity) und dotierten Halbleiterdetektoren.

Die wichtigsten Halbleitermaterialien Silizium und Germanium haben eine Bandlücke von 1,12 eV beziehungsweise 0,67 eV. Durch Energieübertrag werden Elektronen aus dem Valenzband ins Leitungsband gehoben und somit Ladungsträger erzeugt. Der Energieaufwand hierfür beträgt im Germaniumkristall lediglich 2,8 eV.

Um die Ionisationsströme nachweisen zu können, muss die thermische Eigenleitung gegenüber der Anzahl erzeugter Ladungen durch Bestrahlung klein sein [5]. Dazu können Halbleiterdioden verwendet werden. Werden diese in Sperrrichtung geschaltet, so vergrößert sich am p-n-Übergang die ladungsfreie, intrinsische Zone (Verarmungszone). Das Volumen der Verarmungszone ist dabei abhängig von der Höhe der Dotierung, sowie von der Höhe der angelegten Sperrspannung. Bei Wechselwirkung eines ionisierenden Teilchens mit dem Halbleitermaterial in diesen Bereich werden Elektronen-Loch-Paare erzeugt, die durch das elektrische Feld aus dieser Schicht herausbewegt werden und zu einem Stromfluss führen. Dieser wird dann in ein messbares Signal umgewandelt.

Bei den ultrareinen Detektoren wird ebenfalls Germanium oder Silizium verwendet, wobei ohne Dotierung nahezu ladungsträgerfreie intrinsische Zonen erzeugt werden. Als ultrarein gilt, wenn pro Kubikzentimeter weniger als  $10^{10}$  Fremdatome vorhanden sind. Je nach Restverunreinigung werden sie als  $\pi$ -Typ oder  $\nu$ -Typ klassifiziert. Dabei kann die Form des Detektors entweder zylindrisch oder planar sein. In Abbildung 10 ist der schematische Aufbau eines planaren Halbleiterdetektors dargestellt. Der Außenkontakt (das heißt zum Fester hin) eines  $\pi$ -Typ Kristalls weist eine  $n^+$  Dotierung auf, die einige 100  $\mu\text{m}$  misst, die des  $\nu$ -Typs eine  $p^+$  Dotierung, die nur etwa 1/10  $\mu\text{m}$  dünn ist. Die Kontakte stellen dabei eine Totschicht dar, da diese nicht zum aktiven Volumen des Detektors beitragen. Aufgrund des dünnen Außenkontakts des  $\nu$ -Typ HP-Ge Detektors eignet sich dieser besonders zur Detektion von niederenergetischen Photonen, da somit die Wechselwirkung auf dem Weg zur aktiven Schicht verringert wird.

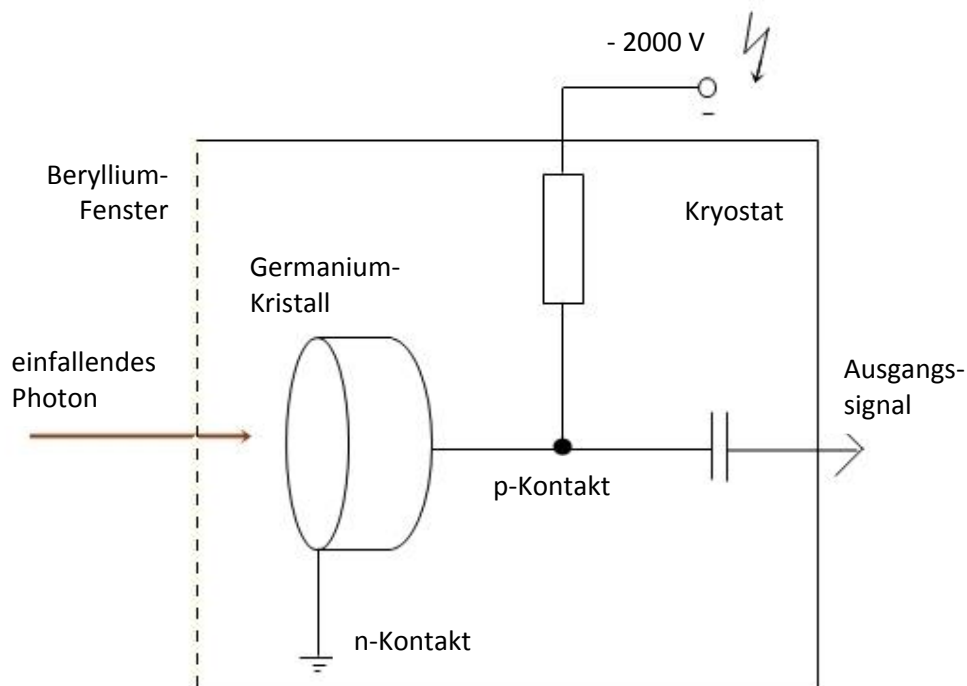


Abbildung 10: Schematischer Aufbau eines planaren HP-Ge-Detektors

Bei Betrieb müssen die Germanium-Reinkristalldetektoren mit flüssigem Stickstoff gekühlt um das thermische Rauschen weitgehend zu unterbinden. Die Dicke des Germaniumkristalls beträgt nur etwa 5 bis 20 mm. Die Ansprechwahrscheinlichkeit von Strahlung im Bereich von einigen keV bis circa 80 keV ist aufgrund der Schwächung in dichten Materialien und bei hinreichend dünnen Eintrittsfenstern nahezu 100%. Diese Art von Detektor ist deshalb besonders gut geeignet, um die inkohärente Streuung bei einer Gammaemission von 59,54 keV zu untersuchen.

## SZINTILLATIONSDETEKTOREN

Die primäre Wechselwirkung der Photonen mit dem Szintillator führt zu Sekundärelektronen, die im Material abgebremst werden. Während des Abbremsungsprozesses wird das Szintillatormaterial angeregt. Dabei entstehen Photonen deren Wellenlänge hauptsächlich im eV-Bereich liegt ( $\lambda = 415 \text{ nm}$ ). Durch Zugabe von Dotierungen des Materials, zum Beispiel Thallium, werden die Photonen in Bereiche größerer Wellenlängen verschoben und haben somit die Chance den Szintillatorkristall zu verlassen. Diese können dann mit einem Photosekundärelektronenvervielfacher nachgewiesen werden, indem sie einen Impuls erzeugen, dessen Energie mit der der einfallenden Photonen korreliert ist. In der entstandenen Impulshöhenverteilung kann mit einer Energiekalibrierung jedem Kanal eine Energie zugeordnet werden. Der schematische Aufbau eines Szintillationsdetektors ist in Abbildung 11 dargestellt.

NaI(Tl) ist der am häufigsten verwendete Szintillationsdetektor. Mit einer effektiven Ordnungszahl  $Z_{\text{eff}} = 50$  und einer Dichte  $\rho = 3,67 \text{ g/cm}^3$  wird eine hohe Lichtausbeute von circa 38 Photonen je keV erreicht. Nachteil dieser Detektoren ist ihr für einen Energiebereich von 60 keV geringes Auflösungsvermögen  $R = \Delta E/E \approx 10\%$ , wodurch nahe beieinanderliegende Photonenemissionen nicht einzeln sichtbar gemacht werden können.

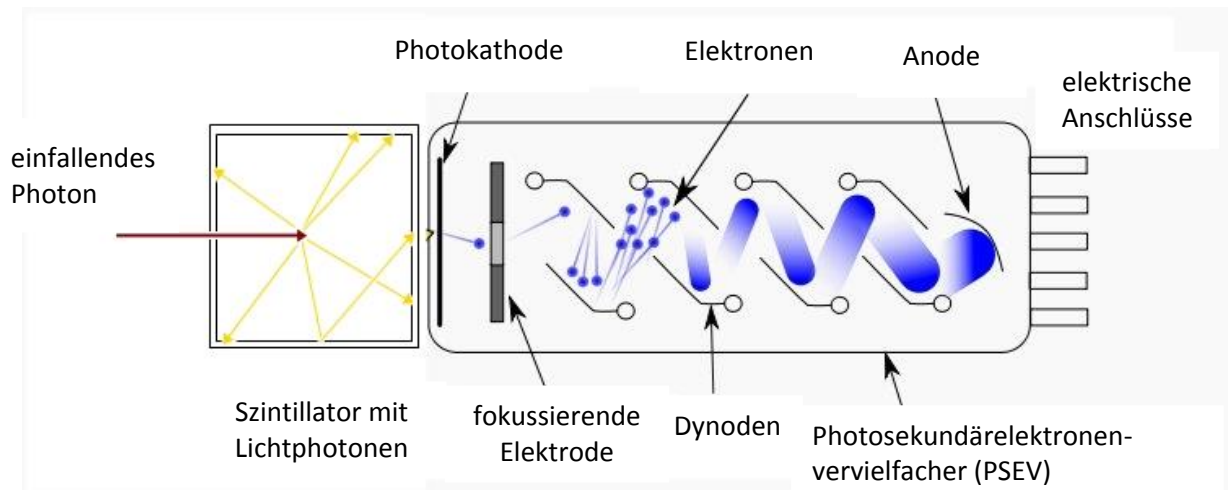


Abbildung 11: *Aufbau eines Szintillationsdetektors*

## Anhang C: Alternative Messaufbauten

### KREISFÖRMIGER AUFBAU UNTER AUSNUTZUNG DES SATZES VON THALES

Eine andere Möglichkeit besteht darin, die Quelle und den Detektor jeweils an den Enden eines halbkreisförmigen Aluminiumblechs anzuordnen (Abbildung 12). Somit wird ein THALES-Kreis konstruiert, das heißt, alle Strahlen der Quelle werden am Blech unter demselben Winkel gestreut und gelangen dann in den Detektor. Dieses Prinzip funktioniert auch, wenn anstatt eines Blechs mehrere Streuer als einen Halbkreis angeordnet werden. Bei diesem Aufbau muss eine punktförmige Quelle verwendet werden, um alle Bereiche des Halbkreises erfassen zu können. Damit keine ungestreuten Strahlen detektiert werden, wird eine Bleiabschirmung zwischen Quelle und Detektor gebracht. Außerdem entsteht aufgrund der in den ganzen Raum strahlenden Punktquelle ein erhöhter Aufwand für den Strahlenschutz.

Ist der Abstand von Quelle und Detektor genau der Durchmesser des Aluminiumblechs, so beträgt der Streuwinkel gemäß Satz des THALES immer  $90^\circ$ . Folglich ist diese Anordnung zwar geeignet, um den Comptoneffekt für ein Streumaterial und einen Streuwinkel zu untersuchen, jedoch sind diese Parameter nicht einfach variierbar. Somit ist dieser Aufbau nicht so flexibel wie der mit einer schwenkbaren Quellhalterung, da für jeden Winkel ein gesondertes Kreissegment gebaut werden müsste.

Der Vorteil dieses Aufbaus ist jedoch, dass eine hohe Zählrate erreicht wird, denn durch die Streuung um denselben Winkel in jedem Punkt des Halbkreises scheint es so, als würde in jedem Punkt eine Quelle stehen. Dadurch werden statistische Schwankungen auch schon bei geringer Messzeit minimiert.

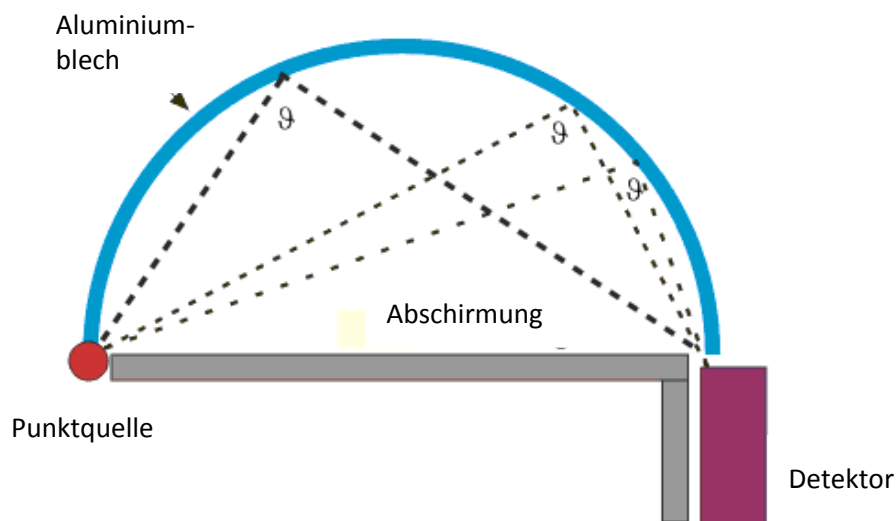


Abbildung 12: Versuchsaufbau, wobei der Streukörper (Aluminiumblech) einen Thaleskreis bildet, hier bei  $\vartheta = 90^\circ$

## MESSAUFBAU NACH CHADWICK

Auch der englische Physiker J. CHADWICK, bekannt durch die Entdeckung des Neutrons, beschäftigte sich mit der Streuung von ionisierender Strahlung. Dabei verwendete er sowohl für die  $\alpha$ - und  $\beta$ -Strahlung, als auch für Photonen denselben Aufbau. Eine punktförmige Quelle steht einem Detektor gegenüber. In der Mitte wird senkrecht dazu ein Kreisring aus dünner Aluminiumfolie als Streuer angeordnet (Abbildung 13). Damit keine ungestreute Strahlung in den Detektor gelangt, wird entweder eine Bleiabschirmung in die Mitte gestellt, oder eine Messung des Nulleffekts ohne Kreisring gemacht. Außerdem muss aufgrund der Punktquelle wieder besonders auf den Strahlenschutz geachtet werden.

Die Variation des Streuwinkels erfolgt durch Abstandsveränderung von Quelle und Detektor bezüglich des Kreisrings. Je größer der Abstand  $r$ , desto kleiner der Streuwinkel. Allerdings verringert sich auch die Zählrate mit dem Abstand um den Faktor  $1/r^2$  (Abstandsquadratgesetz), wodurch sehr kleine Winkel nur bei sehr langer Messzeit und großem Versuchsaufbau gemessen werden können. Weiterhin muss berücksichtigt werden, dass der Kreisring eine endliche Breite hat, wodurch nicht an genau einem Winkel gemessen wird, sondern immer ein bestimmter Winkelbereich zwischen  $\vartheta_1$  und  $\vartheta_2$ . Je dünner der Ring, desto mehr kann der Winkelbereich eingeschränkt werden, aber auch desto kleiner wieder die Zählrate. Insgesamt eignet sich der Aufbau zwar zur groben Untersuchung des Comptoneffekts für vorzugsweise kleine Streuwinkel, sehr genaue Werte zur Bestimmung des differentiellen Wirkungsquerschnitts können damit aber nicht erzielt werden.

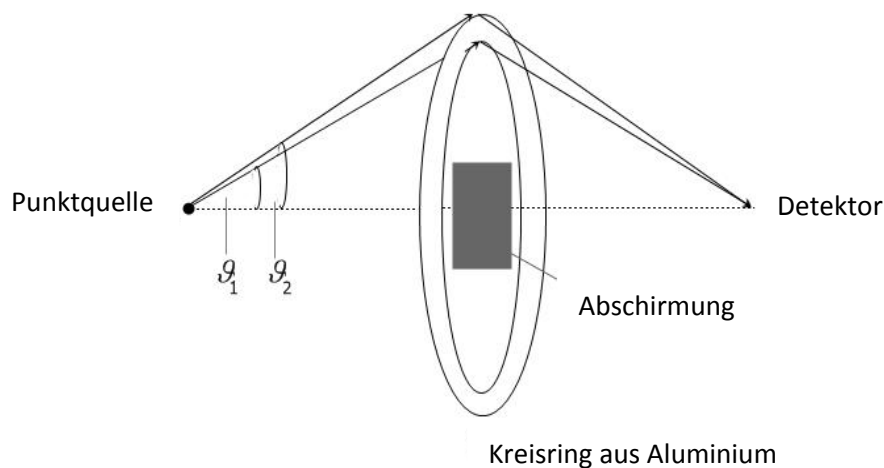


Abbildung 13: Versuchsaufbau nach CHADWICK

## Anhang D: Einfluss von Emission, Streuung, Detektion, Schwächung

Die Bestimmung des Wirkungsquerschnitts kann in diesem Versuch nur relativ erfolgen. Das indirekte Messverfahren erfolgt über die Fläche des Vollenergiepeaks der gestreuten Photonen. Diese ist proportional zur Zählrate  $\dot{N}(E', \mu)$  der Streueignisse. Um eine Vorhersage für  $\dot{N}(E', \mu)$  zu erhalten, muss der Einfluss von vier Prozessen, der Emission, der Streuung, der Detektion und der Schwächung, berücksichtigt werden.

### Emission

Die Anzahl der Kernumwandlungsprozesse pro Zeiteinheit ist durch die Aktivität  $A$  der Quelle gegeben. Dabei treten verschiedene Emissionen mit unterschiedlicher, energieabhängiger Emissionswahrscheinlichkeit  $P = P(E')$  auf. Für Quellen mit signifikanter Ausdehnung im Vergleich zur Detektorgeometrie tritt eine nicht vernachlässigbare Selbstabsorption  $\eta_Q$  der emittierten Strahlung im Quellvolumen auf.

Zusätzlich muss berücksichtigt werden, dass nur ein Anteil

$$I = \frac{F_S}{4\pi \cdot r_{QS}^2} \quad (17)$$

an Photonen aus der Quelle den Streukörper treffen kann.  $r_{QS}$  ist der Weg von der Quelle zum Streukörper und  $F_S$  ist die am Streukörper bestrahlte Fläche.

### Detektion

Der Detektor stellt dem Streukörper die Detektorfläche  $F_D$  entgegen. Der Raumwinkel  $\Omega_D$  um den Streukörper, welcher somit vom Detektor abgedeckt wird, beträgt somit für große Abstände

$$\Omega_D = \frac{F_D}{r_{SD}^2} \quad (18)$$

mit dem Abstand  $r_{SD}$  des Detektors vom Streukörper. Für den Aufbau mit dem Szintillationsdetektor beträgt dieser Wert 15,5 cm, bei dem Halbleiterdetektor 20,5 cm. Die Detektorfläche  $F_D$  beträgt 3,14 cm<sup>2</sup> für den Szintillator bzw 2,00 cm<sup>2</sup> für den Halbleiter. Außerdem besitzen Detektoren ein energieabhängiges Vollenergieansprechvermögen  $\varepsilon(E)$ , welches die Detektoreffektivität gegenüber Photonen der Energie  $E$  charakterisiert.

### Streuung

Die Änderung der Bewegungsrichtung der Photonen in Aluminium wird im Energiebereich von 40 keV bis 60 keV hauptsächlich durch den Prozess der inkohärenten Streuung beschrieben. Dabei ist die inkohärente Wirkungsquerschnittsdichte in Detektorrichtung

$$\Sigma^i(E', Z) = \iint_{\Omega_D} \Sigma_{\Omega}^i(E', \mu, Z) d\Omega = n_a \cdot \iint_{\Omega_D} \sigma_{\Omega}^i(E', \mu, Z) d\Omega \quad (19)$$

die eigentliche Messgröße, welche die Anzahl der inkohärenten Streuungen pro Wegstrecke angibt. Sie ist über Gleichung (18) mit dem mikroskopischen Wirkungsquerschnitt  $\sigma_{\Omega}^i$  verknüpft.

Hierbei ist

$$n_a = \frac{\rho}{M} \cdot N_A \approx \frac{\text{const.}}{Z} \quad (20)$$

die Anzahldichte der Atome des Streukörpers mit der Dichte  $\rho$ , der molaren Masse  $M$ , der AVOGADRO-Konstanten  $N_A$  und der Ordnungszahl  $Z$ . Gleichung (18) gilt für leichte Nuklide außer Wasserstoff. Die Wahrscheinlichkeit, dass inkohärente Streuung entlang einer Wegstrecke  $l$  auftritt, beträgt

$$(1 - e^{-l\Sigma_t}) \cdot \frac{\Sigma_i}{\Sigma_t} , \quad (21)$$

wobei  $\Sigma_t$  die totale Wirkungsquerschnittsdichte ist. Sie gibt die mittlere Anzahl an Wechselwirkungen pro Weglänge an. In den folgenden Diagrammen, Abbildungen 14 und 15, ist die Wirkungsquerschnittsdichte der verschiedenen Wechselwirkungsarten von Photonen in Abhängigkeit der Photonenenergie  $E'$  für das Medium Aluminium beziehungsweise Luft gezeigt.

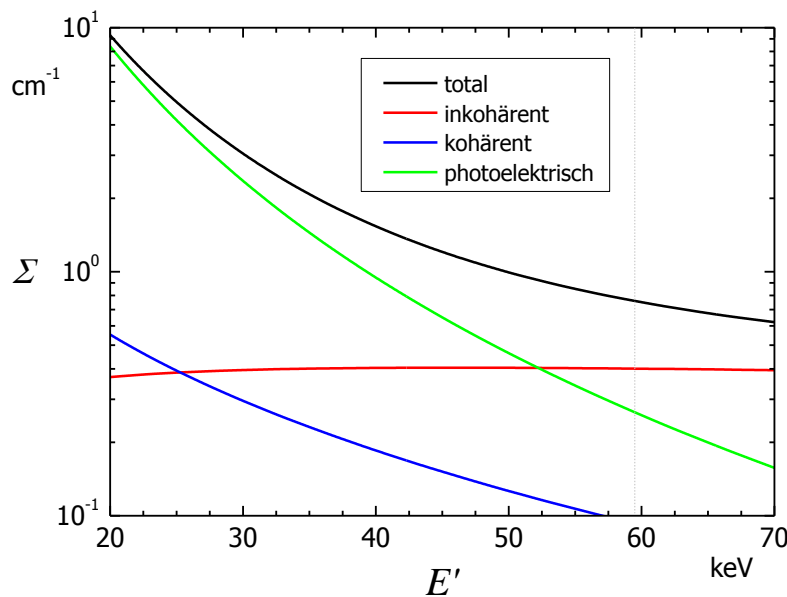


Abbildung 14: Wirkungsquerschnittsdichte  $\Sigma$  der verschiedenen Wechselwirkungen für Aluminium



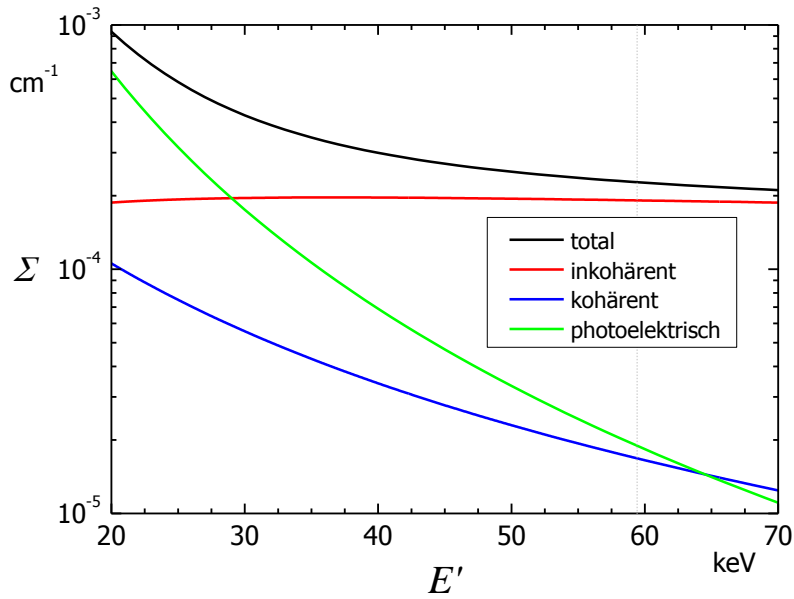


Abbildung 15: Wirkungsquerschnittsdichte  $\Sigma$  der verschiedenen Wechselwirkungen für trockene Luft

### Transmission

Gelangt elektromagnetische Strahlung in ein Medium, so wird diese aufgrund der unterschiedlichen Wechselwirkungsprozesse mit Materie gemäß dem Ausdruck

$$S(r) = 1 - T(r) = 1 - \frac{N(r)}{N_0} = 1 - e^{-r\Sigma_t} \quad (22)$$

exponentiell geschwächt. Dabei bedeutet  $T(r)$  die Transmission,  $N(r)$  die Zählrate nachdem die Strahlung ein Medium der Dicke  $r$  durchlaufen hat, und  $N_0$  die Ausgangszählrate.

Zusammenfassung:

Insgesamt kann somit eine Näherung für die erwartete Zählrate  $\dot{N}(E', \mu)$  der Streuereignisse pro Zeiteinheit angegeben werden. Es ergibt sich

$$\dot{N}(E', \mu) \approx A \cdot P(E') \cdot I \cdot \Sigma_{\Omega}^i(E', \mu, Z) \cdot (r_{S1} + r_{S2}) \cdot \Omega_D \cdot \varepsilon(E) \cdot T_g \quad (23)$$

mit der Gesamttransmission

$$T_g = T_{QS} \cdot T_{S1} \cdot T_{S2} \cdot T_{SD} \quad (24)$$

als Produkt der in den unterschiedlichen Materialien auftretenden Transmissionen. Dazu gehört die Transmission auf dem Weg von der Quelle zum Streukörper

$$-\ln(T_{QS}) = \Sigma_{\text{Luft}}^t(E') \cdot r_{QS} \quad , \quad (25)$$

die Transmission im Streukörper auf dem Weg vor und nach der Streuung,

$$-\ln(T_{S1} \cdot T_{S2}) = \Sigma_{Al}^t(E') \cdot r_{S1} + \Sigma_{Al}^t(E) \cdot r_{S2} \quad , \quad (26)$$

mit den im Streukörper vor und nach der Streuung zurückgelegten Wegen  $r_{S1}$  und  $r_{S2}$ , und die Transmission auf dem Weg vom Streukörper zum Detektor,

$$-\ln(T_{SD}) = \Sigma_{Luft}^t(E) \cdot r_{SD} \quad . \quad (27)$$

Bei Kenntnis aller Faktoren in Gleichung (22) kann der differenzielle Wirkungsquerschnitt für ein Streueignis näherungsweise über

$$\sigma_{\Omega}^i(E', \mu, Z) \approx \frac{\dot{N}(E', \mu)}{n_a \cdot A \cdot P(E') \cdot I \cdot (r_{S1} + r_{S2}) \cdot \Omega_D \cdot \varepsilon(E) \cdot T_g} \quad , \quad (28)$$

aus der Fläche des Vollenergiepeaks im Spektrum der gestreuten Photonen berechnet werden. Da jedoch einzelne Faktoren wie  $I$ ,  $\Omega_D$ ,  $r_{S1}$ ,  $r_{S2}$  je nach Versuchsaufbau nicht bekannt sind, kann  $\sigma_{\Omega}^i$  nicht direkt bestimmt werden.

Alternativ kann mit Hilfe des KLEIN-NISHINA-Wirkungsquerschnitts  $\sigma_{\Omega}^{KN}(E', \mu)$  nach Gleichung (5) und der Gleichung (7) aus dem Zusammenhang

$$s(E', \mu, Z) = \frac{\dot{N}(E', \mu)}{\sigma_{\Omega}^{KN}(E', \mu)} \quad , \quad (29)$$

ein winkelabhängiger, theoretischer Skalierungsfaktor  $s(E', \mu, Z)$  ermittelt werden. Seine Winkelabhängigkeit kann materialabhängig Aufschluss über den Einfluss der einzelnen Faktoren in Gleichung (22) geben.