

theoretische Biologie (SS 2017)

Inhaltsverzeichnis

1	Vorlesung 06.04.2017	1
1.1	Begriffe und Konzepte	1
2	Vorlesung 13.04.2017	1
2.1	Begriffe und Konzepte	1
3	Vorlesung 20.04.2017	1
4	Vorlesung 27.04.2017	2
4.1	Teil 1: Dynamische Systeme	2
4.2	Qualitative Analyse von DS	3
4.3	Teil 2: Genkonzept	4
5	Vorlesung 04.05.2017	4
6	Vorlesung 11.05.2017	5
6.1	Teil 1: Populationsdynamik	5
6.2	Teil 2: Diskussion zu den Vorträgen beim mitteldeutschen Bioinformatik-Meeting 2017	5
7	Vorlesung 18.05.2017	6
7.1	Musterbildung	6
8	Vorlesung 01.06.2017	7
8.1	Teil 1: Musterbildung	7
8.2	Teil 2: Cat Coat Colors	7
8.3	Vergleich Übungsaufgaben	7
9	Vorlesung 08.06.2017	8
9.1	Teil 1: Fitnesslandschaften	8
9.2	Übung farbliche Ausprägung Katzenfell und beteiligte Gene . . .	8

1 Vorlesung 06.04.2017

1.1 Begriffe und Konzepte

- Begriffsbildung am Beispiel Information (Was ist Information? [Prüfungsrelevant!])
- Vorlesungsunterlagen siehe ¹
- Begriffsbildung am Beispiel Gen [Prüfungsrelevant!]
 - Welche Überschneidungen, welche Differenzen?
 - Welche Genkonzepte gibt es? (zu lesen: siehe ² und ³)

2 Vorlesung 13.04.2017

2.1 Begriffe und Konzepte

- GWAS (Prof. Markus Scholz)
- Diskussion zum Begriff Struktur

3 Vorlesung 20.04.2017

- Gendefinition im Kontext der Messtechnik⁴
- random mating, rezessive und dominante Epistasis ???

¹<http://www.bioinf.uni-leipzig.de/Leere/SS17/TBio/concepts.pdf>

²http://www.bioinf.uni-leipzig.de/Leere/SS17/TBio/Gerstein07_gene_definition.pdf

³http://www.bioinf.uni-leipzig.de/Leere/SS17/TBio/Stadler09_gene_definition.pdf

⁴http://www.bioinf.uni-leipzig.de/Leere/SS17/TBio/gene_definition.pdf

4 Vorlesung 27.04.2017

4.1 Teil 1: Dynamische Systeme

- **diskrete Zeit: "Generationen"**

X_1, X_2, \dots

$$X_n = F(X_{n-1}) =: X_{n-1} + \overbrace{f(X_{n-1})}^{\text{Änderung des Zustandes}}$$

$$X_{n+1} = F(X_n) = F(F(X_{n-1}))$$

Beispiel:

$$X_n = (1 + \underbrace{a}_{\text{effektive Vermehrungsrate}}) \cdot x_{n-1} = \text{Geburtenrate} - \text{Sterberate}$$

Anfangsbedingung: $X_{t_0} = X_0$

Bedingung: effektive Vermehrungsrate a verändert sich nicht

Lösung: $X_n = (1 + a)^n \cdot x_0$

im allgemeinen mit zeitlich variablen Vermehrungsraten: $X_n = \prod_{i=0}^{n-1} (1+a_i) \cdot x_0$

3 verschiedene Resultate:

- $+\infty$ für $a > 0$
- x_0 für $a = 0$
- 0 für $a < 0$

$$X_n = X_{n-1} + a \cdot \underbrace{X_{n-1}}_{f(X_{n-1})}$$

$$f(X_{n-1}) = X_{n-1} \cdot r(X_{n-1})$$

mit $r(0)=\text{const.}$ entspricht autonomer Wachstumsrate $[\lim(x \rightarrow 0)r(x) \in R_0^+]$

- **kontinuierliche Zeit**

$$x(t + \Delta t) = x(t) + f(x(t)) \cdot \Delta t$$

$$\frac{x(t + \delta t) - x(t)}{\delta t} = f(x(t))$$

$$\lim(\delta t \rightarrow 0) \frac{x(t + \delta t) - x(t)}{\delta t} = \frac{\delta x}{\delta t} \hat{=} \text{zeitlicher Ableitung von } x$$

$$= \dot{x} = f(x)$$

Beispiel:

$$\dot{x} = a \cdot x, x(0) = x_0$$

$$\frac{dx}{dt} = a \cdot x$$

$$\frac{dx}{a \cdot x} = dt$$

$$\int_{x_0}^{x(t)} \frac{1}{a \cdot x} \cdot dx = \int_0^1 1 \cdot dt = 1$$

$$\dot{x} = f(x) \Rightarrow \int_{x_0}^{x(t)} \frac{1}{f(x)} = \int_0^1 dt = t$$

$$\frac{1}{a} \int \frac{1}{x} dx = \frac{1}{a} \cdot \ln(x)$$

$$\frac{1}{a} \ln(x(t)) - \frac{1}{a} \ln(x_0) = a \cdot t$$

$$\ln(x(t)) = at + \ln(x_0)$$

$$x(t) = e^{at} \cdot x_0$$

Wie machen wir das Model realistischer?

$f(x)$ und $r(x)$ muss für sehr große x dann ≤ 0 werden.

$$\dot{x} = f(x) = x \cdot (a - bx)$$

Übungsaufgabe:

1. Löse $\dot{x} = x(a - bx)$ mit $x(0) = x_0$
2. Löse $x' = x + x(a - bx)$ mit $x(0) = x_0$

4.2 Qualitative Analyse von DS

1. Fixpunkte: keine zeitliche Veränderung ($x' = x, \dot{x} = 0$)
d.h. diskret und kontinuierlich, $f(x)=0$
Welche Fixpunkte gibt es? im Beispiel $x(a-bx)=0$

(a) $x=0 \rightarrow$ Population ausgestorben

(b) $a-bx=0 \rightarrow x = \frac{a}{b}$

Störung: $x(0) = \underbrace{\hat{x}}_{\text{Fixpunkt}} + \epsilon$ mit sehr kleinem ϵ

$$\dot{x} = f(x) = f(\hat{x} + \epsilon) = \dot{\epsilon}$$

mit $x = \hat{x} + \epsilon$

$$\dot{x} = \frac{\delta \hat{x}}{\delta t} + \dot{\epsilon}$$

$$\dot{\epsilon} = f(\hat{x} + \epsilon)$$

mit Taylorreihenentwicklung: $0 = f(\hat{x}) + \epsilon \frac{\delta f}{\delta x}(\hat{x}) + O(\epsilon^2)$

Für sehr kleine Störungen:

$$\dot{\epsilon} = \frac{\delta f}{\delta x}(\hat{x}) \cdot \epsilon + \cancel{O(\epsilon^2)}$$

Linearisierung der Differentialgleichung $x = f(x)$ in der Nähe eines Fixpunktes

$$\hat{x}: \epsilon(x) = e^{[\frac{\delta f}{\delta x}(\hat{x})] \cdot t}$$

$$\epsilon_0 = x_0 - \hat{x}$$

$\epsilon_0 \leftarrow$ initiale Störung

- Störung wird gedämpft wenn $\frac{\delta f}{\delta x}(\hat{x}) < 0 = \text{STABIL}$

- Störung eskaliert wenn $\frac{\delta f}{\delta x}(\hat{x}) > 0 = \text{INSTABIL}$

im Diskreten Fall?

$$x' = x + f(x) \text{ mit } x = \hat{x} + \epsilon$$

$$\hat{x} + \epsilon' = \hat{x} + \epsilon + f(\hat{x} + \epsilon) = f(\hat{x}) + \epsilon \cdot \frac{\delta f}{\delta x}(\hat{x}) + \text{Rest}(\epsilon)$$

$$\epsilon' = \epsilon(1 + \frac{\delta f}{\delta x}(\hat{x})) \text{ mit:}$$

- $\epsilon \rightarrow 0$ wenn $|1 + \frac{\delta f}{\delta x}(\hat{x})| < 1$
- $\epsilon \rightarrow \infty$ wenn $|1 + \frac{\delta f}{\delta x}(\hat{x})| > 1$

jetzt Mehrdimensional:

- Räuber x: $f_x(x, y) = x(-a + by - cx)$
- Beute y: $f_y(x, y) = y(+d - ex - gy)$

Fixpunkte:

- $f_x(x, y) = 0$
- $f_y(x, y) = 0$

Stabilität:

gegeben durch

- $\frac{\delta f_x}{\delta x}(\hat{x}, \hat{y}) \quad \frac{\delta f_x}{\delta y}(\hat{x}, \hat{y})$
- $\frac{\delta f_y}{\delta x}(\hat{x}, \hat{y}) \quad \frac{\delta f_y}{\delta y}(\hat{x}, \hat{y})$

Übungsaufgabe 2:

Bestimme die Fixpunkte von Räuber-Beute-Modell für $a, b, c, d, e, g > 0$

Welche Fixpunkte gibt es immer? Wieviele sind das?

4.3 Teil 2: Genkonzept

- Unterschiede und Überschneidungen zwischen den beiden in den Papern vorgestellten Genkonzepten (siehe Vorlesung 13.04.2017) **[Prüfungsrelevant]**

5 Vorlesung 04.05.2017

- Vorlesung entfallen wegen: Mitteldeutschen Bioinformatik-Meeting 2017⁵

⁵<http://me17.bioinf.uni-leipzig.de/>

6 Vorlesung 11.05.2017

6.1 Teil 1: Populationsdynamik

6.2 Teil 2: Diskussion zu den Vorträgen beim mitteldeutschen Bioinformatik-Meeting 2017

7 Vorlesung 18.05.2017

7.1 Musterbildung

8 Vorlesung 01.06.2017

8.1 Teil 1: Musterbildung

8.2 Teil 2: Cat Coat Colors

8.3 Vergleich Übungsaufgaben

9 Vorlesung 08.06.2017

9.1 Teil 1: Fitnesslandschaften

9.2 Übung farbliche Ausprägung Katzenfell und beteiligte Gene