

全国大学生数学建模竞赛编写的 L^AT_EX 模板

摘要

本题目针对碳化硅外延层厚度的无损测量，使用红外干涉法。问题 1 要求建立基于单次反射的厚度确定数学模型；问题 2 基于该模型设计算法，计算附件 1 和 2 中碳化硅晶圆片的厚度，并分析可靠性；问题 3 推导多光束干涉的必要条件及其对计算精度的影响，分析附件 3 和 4 中硅晶圆片是否出现多光束干涉，给出相应模型和计算结果；若认为多光束干涉也影响碳化硅数据，则需消除其影响并重新计算厚度。数据来自附件，提供波数和反射率。

关键字： T_EX 图片 表格 公式

一、模板的基本使用

要使用 \LaTeX 来完成建模论文，首先要确保正确安装一个 \LaTeX 的发行版本。

- Mac 下可以使用 MacTeX
- Linux 下可以使用 \TeX Live ；
- windows 下可以使用 \TeX Live 或者 MikTeX ；

具体安装可以参考 [Install-LaTeX-Guide-zh-cn](#) 或者其它靠谱的文章。另外可以安装一个易用的编辑器，例如 \TeX studio 。

使用该模板前，请阅读模板的使用说明文档。下面给出模板使用的大概样式。

```
\documentclass{cumcmthesis}
%\documentclass[withoutpreface,bwprint]{cumcmthesis} %去掉封面与编号页

\title{论文题目}
\tihao{A} % 题号
\baominghao{4321} % 报名号
\schoolname{你的大学}
\membera{成员A}
\memberb{成员B}
\memberc{成员C}
\supervisor{指导老师}
\yearinput{2017} % 年
\monthinput{08} % 月
\dayinput{22} % 日

\begin{document}
\maketitle
\begin{abstract}
    摘要的具体内容。
    \keywords{关键词1\quad 关键词2\quad 关键词3}
\end{abstract}
\tableofcontents
\section{问题重述}
\subsection{问题的提出}
\section{模型的假设}
\section{符号说明}
\begin{center}
    \begin{tabular}{cc}
        \hline
        \makebox[0.3\textwidth][c]{符号} & \makebox[0.4\textwidth][c]{意义} \\
        \hline
        D & \text{\& 木条宽度 (cm)}
    \end{tabular}
\end{center}
```

```

\end{tabular}
\end{center}
\section{问题分析}
\section{总结}
\begin{thebibliography}{9}%宽度9
\bibitem{bib:one} ....
\end{thebibliography}
\begin{appendices}
附录的内容。
\end{appendices}
\end{document}

```

根据要求，电子版论文提交时需去掉封面和编号页。可以加上 `withoutpreface` 选项来实现，即：

```
\documentclass[withoutpreface]{cumcmthesis}
```

这样就能实现了。打印的时候有超链接的地方不需要彩色，可以加上 `bwprint` 选项。

另外目录也是不需要的，将 `\tableofcontents` 注释或删除，目录就不会出现了。

团队的信息填入指定的位置，并且确保信息的正确性，以免因此白忙一场。

编译记得使用 `xelatex`，而不是用 `pdflatex`。在命令行编译的可以按如下方式编译：

```
xelatex example
```

或者使用 `latexmk` 来编译，更推荐这种方式。

```
latexmk -xelatex example
```

下面给出写作与排版上的一些建议。

二、问题重述

碳化硅（SiC）作为第三代半导体的核心材料，其外延层的厚度是决定器件性能的关键参数之一。精确、无损地测量外延层厚度在半导体工业中具有重要意义。红外干涉法因其高精度和非破坏性而被广泛应用。该方法的基本原理是：当红外光入射到 SiC 外延层时，光束会在外延层的上、下两个界面（空气-外延层界面与外延层-衬底界面）发生反射和折射，形成多束反射光。这些反射光之间因光程差而产生干涉，使得最终探测到的总反射光强度随光的波长（或波数）呈现周期性振荡，形成干涉光谱。本题旨在基于给定的干涉光谱数据，建立数学物理模型，反演出薄膜材料的厚度。具体任务如下：

1. **基础模型构建与求解**：首先，在仅考虑上、下界面单次反射的理想情况下，建立干涉光谱与外延层厚度、材料折射率、入射角及光波数之间的数学模型。并利用该模型，对附件 1 和 2 中给出的碳化硅晶圆片在不同入射角下的干涉光谱数据进行分析，求解其外延层厚度。
2. **精确模型构建与分析**：考虑到光束在薄膜内部可能发生多次反射的物理现实，建立一个更为精确的多光束干涉模型。基于新模型，从理论上分析其求解外延层厚度的可行性与算法设计。
3. **模型泛化与应用**：探究多光束干涉效应变得显著的物理条件。进而，将所建立的多光束干涉模型应用于附件 3 和 4 中给出的硅（Si）晶圆片的光谱数据，计算其厚度，以验证模型的普适性。
4. **数据处理与模型修正**：识别并量化碳化硅光谱数据中存在的多光束干涉等“次要效应”。设计并实施一种有效的信号处理算法，从原始光谱数据中滤除这些干扰，提取出主要由单次干涉决定的光谱信息。最后，基于净化后的数据，重新利用基础模型计算碳化硅外延层的精确厚度。

三、模型假设

为了简化物理现实并建立可求解的数学模型，我们基于题目描述和光学原理，做出以下合理假设。每条假设附以理由和潜在风险，以确保模型的逻辑自洽性和鲁棒性。这些假设主要服务于问题一的单次反射模型，并在后续问题中逐步放松或扩展。

gemini:

- **几何结构理想化假设：**

1. **厚度均匀性**：假设外延层在其被测量的区域内具有均匀一致的厚度 d 。
2. **界面平行且光滑**：假设外延层的上表面（与空气接触）和下表面（与衬底接触）均为理想的光学平面，且彼此严格平行。这保证了反射和折射遵循几何光学定律。

- **材料光学特性假设：**

1. **光学均匀性与各向同性**：假设外延层和衬底材料在光学上是均匀且各向同性的，即其折射率等光学参数在空间上不发生变化。
2. **无吸收假设**：假设在所研究的红外光谱范围内，外延层材料对光的吸收可以忽略不计。这意味着光在介质中传播时，其强度不会因材料吸收而衰减。

- **针对问题一的简化假设：**

1. **单次干涉模型**：严格遵循题目要求，在构建基础模型时，仅考虑在空气-外延层界面反射的光束（反射光 1）与在外延层-衬底界面反射一次后透出的光束（反射光 2）之间的干涉，忽略所有后续的多次反射效应。

2. **折射率恒定**: 假设外延层的折射率 n 在所研究的波数范围内是一个常数, 不随波数 (波长) 的变化而改变。这是一个关键的简化, 旨在建立一个初步的、可解析的模型。

这些假设共同构成了我们分析问题的基础。其中, 针对问题一的简化假设 (如折射率恒定和单次干涉) 将在后续问题的探讨中被逐步修正或放宽, 以建立更符合物理实际的精确模型。

四、符号说明

符号	含义	单位	说明
d	外延层厚度	μm 或 nm	待求解的核心变量
ν	波数	cm^{-1}	数据第一列, 等于 $1/\lambda$ (波长的倒数)
R	反射率	%	数据第二列, 干涉光谱的测量值
n	外延层折射率	—	随波长和掺杂浓度变化
θ	入射角	$^\circ$	如 10° 或 15°
λ	波长	μm	与波数相关: $\lambda = 1/\nu$ (注意单位)
δ	光程差	m	$\delta = 2nd \cos \phi$
m	干涉级次	—	整数

五、插入图片

建模中不可避免要插入图片。图片可以分为矢量图与位图。位图推荐使用 `jpg`, `png` 这两种格式, 避免使用 `bmp` 这类图片, 容易出现图片插入失败这样情况的发生。矢量图一般有 `pdf`, `eps`, 推荐使用 `pdf` 格式的图片, 尽量不要使用 `eps` 图片, 理由相同。

注意图片的命名, 避免使用中文来命名图片, 可以用英文与数字的组合来命名图片。避免使用 `1, 2, 3` 这样顺序的图片命名方式。图片多了, 自己都不清楚那张图是什么了, 命名尽量让它有意义。下面是一个插图的示例代码。

注意 `figure` 环境是一个浮动体环境, 图片的最终位置可能会跑动。`[!h]` 中的 `h` 是 `here` 的意思, `!` 表示忽略一些浮动体的严格规则。另外里面还可以加上 `bt

分别是 bottom, top, page 的意思。只要这几个参数在花括号里面, 作用是不分先后顺序的。page 在这里表示浮动页。`

`\label{fig:circuit-diagram}` 是一个标签, 供交叉引用使用的。例如引用图



图 1 电路图

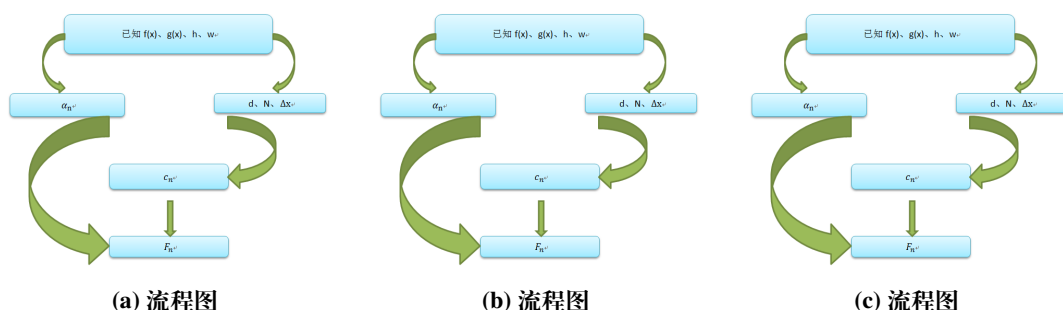


图 2 多图并排示例

片 `\cref{fig:circuit-diagram}` 的实际效果是??。图片是自动编号的，比起手动编号，它更加高效。`\cref{label}` 由 `cleveref` 宏包提供，比普通的 `\ref{label}` 更加自动化。`label` 要确保唯一，命名方式推荐用图片的命名方式。

图片并排的需求解决方式多种多样，下面用 `minipage` 环境来展示一个简单的例子。注意，以下例子用到了 `subcaption` 命令，需要加载 `subcaption` 宏包。

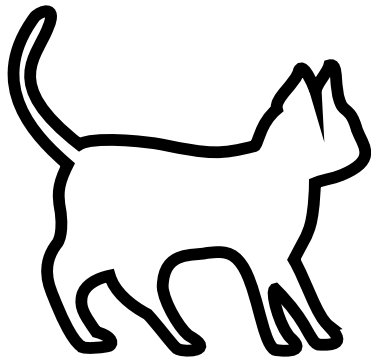
这相当于整体是一张大图片，大图片引用是??，子图引用别分是??、??、??。

如果原本两张图片的高度不同，但是希望它们缩放后等高的排在同一行，参考这个例子：

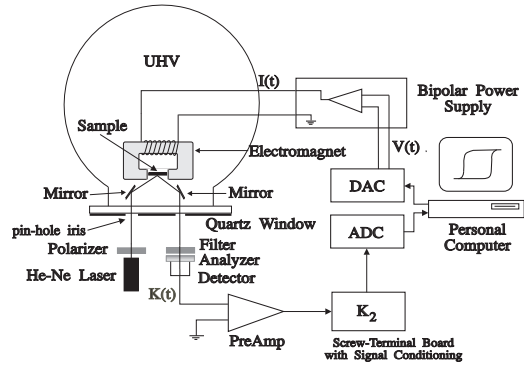
六、绘制普通三线表格

表格应具有三线表格式，因此常用 `booktabs` 宏包，其标准格式如?? 所示。其绘制表格的代码及其说明如下。

```
\begin{table}[!htbp]
  \caption[标签名]{中文标题}
  \begin{tabular}{cc...c}
```



(a) 一只猫



(b) 电路图

图 3 多图并排示例

表 1 标准三线表格

$D(\text{in})$	$P_u(\text{lbs})$	$u_u(\text{in})$	β	$G_f(\text{psi.in})$
5	269.8	0.000674	1.79	0.04089
10	421.0	0.001035	3.59	0.04089
20	640.2	0.001565	7.18	0.04089

```

\toprule[1.5pt]
表头第1个格 & 表头第2个格 & ... & 表头第n个格      \\
\midrule[1pt]
表中数据(1,1) & 表中数据(1,2) & ... & 表中数据(1,n) \\
表中数据(2,1) & 表中数据(2,2) & ... & 表中数据(2,n) \\
..... \\
表中数据(m,1) & 表中数据(m,2) & ... & 表中数据(m,n) \\
\bottomrule[1.5pt]
\end{tabular}
\end{table}

```

table 环境是一个将表格嵌入文本的浮动环境。**tabular** 环境的必选参数由每列对应一个格式字符所组成：**c** 表示居中，**l** 表示左对齐，**r** 表示右对齐，其总个数应与表的列数相同。此外，**@{文本}** 可以出现在任意两个上述的列格式之间，其中的文本将被插入每一行的同一位置。表格的各行以 **** 分隔，同一行的各列则以 **&** 分隔。**\toprule**、**\midrule** 和 **\bottomrule** 三个命令是由 **booktabs** 宏包提供的，其中 **\toprule** 和 **\bottomrule** 分别用来绘制表格的第一条（表格最顶部）和第三条（表格最底部）水平线，**\midrule** 用来绘制第二条（表头之下）水平线，且第一条和第三条水平线的线宽为 **1.5pt**，第二条水平线的线宽为 **1pt**。引用方法与图片的相同。

七、公式

数学建模必然涉及不少数学公式的使用。下面简单介绍一个可能用得上的数学环境。

首先是行内公式，例如 θ 是角度。行内公式使用 `$` `$` 包裹。

行间公式不需要编号的可以使用 `\[` `\]` 包裹，例如

$$E = mc^2$$

其中 E 是能量， m 是质量， c 是光速。

如果希望某个公式带编号，并且在后文中引用可以参考下面的写法：

$$E = mc^2 \tag{1}$$

式(1)是质能方程。

多行公式有时候希望能够在特定的位置对齐，以下是其中一种处理方法。

$$P = UI \tag{2}$$

$$= I^2 R \tag{3}$$

`&` 是对齐的位置，`&` 可以有多个，但是每行的个数要相同。

矩阵的输入也不难。

$$\mathbf{X} = \begin{pmatrix} x_{11} & x_{12} & \dots & x_{1n} \\ x_{21} & x_{22} & \dots & x_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ x_{n1} & x_{n2} & \dots & x_{nn} \end{pmatrix}$$

分段函数这些可以用 `case` 环境，但是它要放在数学环境里面。

$$f(x) = \begin{cases} 0 & x \text{ 为无理数,} \\ 1 & x \text{ 为有理数.} \end{cases}$$

在数学环境里面，字体用的是数学字体，一般与正文字体不同。假如要公式里面有个别文字，则需要把这部分放在 `text` 环境里面，即 `\text{文本环境}`。

公式中个别需要加粗的字母可以用 `$\bm{math symbol}$`。如 $\alpha a \alpha a$ 。

以上仅简单介绍了基础的使用，对于更复杂的需求，可以阅读相关的宏包手册，如 `amsmath`。

希腊字母这些如果不熟悉，可以去查找符号文件 `symbols-a4.pdf`，也可以去 `detexify`

网站手写识别。另外还有数学公式识别软件 mathpix 。

下面简单介绍一下定理、证明等环境的使用。

定义 1 定义环境

??除了告诉你怎么使用这个环境以外，没有什么其它的意义。

除了 definition 环境，还可以使用 theorem、lemma、corollary、assumption、conjecture、axiom、principle、problem、example、proof、solution 这些环境，根据论文的实际需求合理使用。

定理 1 这是一个定理。

由??我们知道了定理环境的使用。

引理 1 这是一个引理。

由??我们知道了引理环境的使用。

推论 1 这是一个推论。

由??我们知道了推论环境的使用。

假设 1 这是一个假设。

由??我们知道了假设环境的使用。

猜想 1 这是一个猜想。

由??我们知道了猜想环境的使用。

公理 1 这是一个公理。

由??我们知道了公理环境的使用。

定律 1 这是一个定律。

由??我们知道了定律环境的使用。

问题 1 这是一个问题。

由??我们知道了问题环境的使用。

例 1 这是一个例子。

由??我们知道了例子环境的使用。

证明 1 这是一个证明。

由??我们知道了证明环境的使用。

解 1 这是一个解。

由??我们知道了解环境的使用。

八、其它小功能

8.1 脚注

利用 `\footnote{具体内容}` 可以生成脚注¹。

8.2 无序列表与有序列表

无序列表是这样的：

- one
- two
- ...

有序列表是这样子的：

1. one
2. two
3. ...

8.3 字体加粗与斜体

如果想强调部分内容,可以使用加粗的手段来实现。加粗字体可以用 `\textbf{加粗}` 来实现。例如：**这是加粗的字体。This is bold fonts**。

中文字体没有斜体设计，但是英文字体有。斜体 *Italics*。

九、参考文献与引用

参考文献对于一篇正式的论文来说是必不可少的，在建模中重要的参考文献当然应该列出。 \LaTeX 在这方面的功能也是十分强大的，下面介绍一个比较简单的参考文献制作方法。有兴趣的可以学习 `bibtex` 或 `biblatex` 的使用。

\LaTeX 的入门书籍可以看《 \LaTeX 入门》[?]。这是一个简单的引用,用 `\cite{bibkey}` 来完成。要引用成功，当然要维护好 `bibitem` 了。下面是个简单的例子。

参考文献

[1] 刘海洋. \LaTeX 入门[J]. 电子工业出版社, 北京, 2013.

[2] 全国大学生数学建模竞赛论文格式规范 (2023 年修改).

¹脚注可以补充说明一些东西

[1] <https://www.latexstudio.net>

附录 A 模板所用的宏包

表 2 宏包罗列

模板中已经加载的宏包				
amsbsy	amsfonts	amsgen	amsmath	amsopn
amssymb	amstext	appendix	array	atbegshi
atveryend	auxhook	bigdelim	bigintcalc	bigstrut
bitset	bm	booktabs	calc	caption
caption3	CJKfntef	cprotect	ctex	ctexhook
ctexpatch	enumitem	etexcmds	etoolbox	everyisel
expl3	fix-cm	fontenc	fontspec	fontspec-xetex
geometry	getttitlestring	graphics	graphicx	hobsub
hobsub-generic	hobsub-hyperref	hopatch	hxetex	hycolor
hyperref	ifluatex	ifpdf	ifthen	ifvtex
ifxetex	indentfirst	infwarerr	intcalc	keyval
kvdefinekeys	kvoptions	kvsetkeys	l3keys2e	letltxmacro
listings	longtable	lstmisc	ltxcaption	ltxcmds
multirow	nameref	pdfescape	pdftexcmds	refcount
rerunfilecheck	stringenc	suffix	titletoc	tocloft
trig	ulem	uniquecounter	url	xcolor
xcolor-patch	xeCJK	xeCJKfntef	xeCJK-listings	xparse
xtemplate	zhnumber			

以上宏包都已经加载过了，不要重复加载它们。

附录 B 排队算法–matlab 源程序

```

kk=2; [mdd, ndd]=size(dd);
while ~isempty(V)
    [tmpd, j]=min(W(i, V)); tmpj=V(j);
    for k=2:ndd
        [tmp1, jj]=min(dd(1, k)+W(dd(2, k), V));
        tmp2=V(jj); tt(k-1, :)= [tmp1, tmp2, jj];
    end
    tmp=[tmpd, tmpj, j; tt]; [tmp3, tmp4]=min(tmp(:, 1));
    if tmp3==tmpd, ss(1:2, kk)=[i; tmp(tmp4, 2)];
    else, tmp5=find(ss(:, tmp4)~=0); tmp6=length(tmp5);

```

```

if dd(2,tmp4)==ss(tmp6,tmp4)
ss(1:tmp6+1, kk)=[ss(tmp5,tmp4);tmp(tmp4,2)];
else, ss(1:3, kk)=[i;dd(2,tmp4);tmp(tmp4,2)];
end;end
dd=[dd,[tmp3;tmp(tmp4,2)]];V(tmp(tmp4,3))=[];
[mdd, ndd]=size(dd);kk=kk+1;
end; S=ss; D=dd(1,:);

```

附录 C 规划解决程序—lingo 源代码

```

kk=2;
[mdd, ndd]=size(dd);
while ~isempty(V)
    [tmpd, j]=min(W(i,V));tmpj=V(j);
for k=2:ndd
    [tmp1, jj]=min(dd(1,k)+W(dd(2,k),V));
    tmp2=V(jj);tt(k-1,:)= [tmp1,tmp2,jj];
end
    tmp=[tmpd,tmpj,j;tt];[tmp3,tmp4]=min(tmp(:,1));
if tmp3==tmpd, ss(1:2, kk)=[i;tmp(tmp4,2)];
else, tmp5=find(ss(:,tmp4)~=0);tmp6=length(tmp5);
if dd(2,tmp4)==ss(tmp6,tmp4)
    ss(1:tmp6+1, kk)=[ss(tmp5,tmp4);tmp(tmp4,2)];
else, ss(1:3, kk)=[i;dd(2,tmp4);tmp(tmp4,2)];
end;
end
    dd=[dd,[tmp3;tmp(tmp4,2)]];V(tmp(tmp4,3))=[];
    [mdd, ndd]=size(dd);
    kk=kk+1;
end;
S=ss;
D=dd(1,:);

```