

When Zombies Attack! Mathematical modelling of an outbreak of zombie infection

Bonfadini Matteo

Argomento

Tutti noi sappiamo cos'è uno zombie: un non-morto che vuole mangiarci, infettarci o ucciderci. Ma è altrettanto vero che tutti noi sapremmo come comportarci durante un'apocalisse zombie? Grazie alla modellistica matematica è possibile dare una risposta concreta e salvare così il genere umano.

Metodi

Consideriamo tre classi di individui: i suscettibili S , gli zombie Z e i rimossi R . La classe S contiene gli individui sani, la cui evoluzione è caratterizzata da tre fondamentali parametri: il tasso di nascita Π , il tasso di mortalità (per cause naturali) δ e il tasso di trasmissione (dovuto al morso di uno zombie) β . Nei rimossi R sono presenti sia i suscettibili morti per cause naturali, che possono risorgere in zombie proporzionalmente al parametro ζ , sia gli zombie che vengono uccisi dal genere umano (parametro α).

L'evoluzione nel tempo della popolazione mondiale è descritta dal seguente sistema di equazioni differenziali:

$$\begin{cases} S' = \Pi - \beta SZ - \delta S \\ Z' = \beta SZ + \zeta R - \alpha SZ \\ R' = \delta S + \alpha SZ - \zeta R \end{cases}.$$

Senza perdita di generalità, assumiamo che la pandemia perduri per un breve lasso di tempo. In questo modo i parametri Π e δ sono nulli e l'espressione

$$S' = -\beta SZ < 0$$

permette di osservare che tutti gli individui suscettibili o moriranno o diventeranno zombie.

A riprova di ciò, studiamo la stabilità del sistema. Gli equilibri possibili sono $S = 0$ (vittoria zombie) e $Z = 0$ (vittoria umana); calcolando i relativi jacobiani si deduce che l'equilibrio $Z = 0$ è instabile, mentre quello per $S = 0$ è asintoticamente stabile. Ciò conferma la nostra tanto ovvia quanto preoccupante intuizione: l'apocalisse è inevitabile.

Studiamo ora un modello più realistico, introducendo un periodo di infezione latente e uno di quarantena. Detti ρ , κ , σ e γ i parametri che rispettivamente regolano il passaggio infetti-zombie, infetti-quarantenati, zombie-quarantenati e quarantenati-rimossi, il sistema di equazioni diventa

$$\begin{cases} S' = \Pi - \beta SZ - \delta S \\ I' = \beta SZ - \rho I - \delta I - \kappa I \\ Z' = \rho I + \zeta R - \alpha SZ - \sigma Z \\ R' = \delta S + \delta I + \alpha SZ - \zeta R + \gamma Q \\ Q' = \kappa I + \sigma Z - \gamma Q \end{cases}.$$

La vittoria umana è concepita solo se

$$R_0 = \frac{\beta\rho}{(\rho + \kappa)\alpha} < 1,$$

condizione irrealistica principalmente per due motivi: $\beta > \alpha$ (si suppone che gli zombie infettino gli umani più rapidamente di quanto gli umani uccidano gli zombie) e κ è molto piccolo (nel mettere in quarantena una grande percentuale di infetti si incorre a limiti infrastrutturali).

Supponiamo esista una cura in grado di invertire il processo di “zombificazione”. Il sistema è

$$\begin{cases} S' = \Pi - \beta SZ - \delta S + cZ \\ I' = \beta SZ - \rho I - \delta I \\ Z' = \rho I + \zeta R - \alpha SZ - cZ \\ R' = \delta S + \delta I + \alpha SZ - \zeta R . \end{cases}$$

Il termine S' non è più negativo ed è quindi possibile, in funzione dell'efficacia della cura (parametro c), trovare una soluzione stabile che prevede la coesistenza tra esseri umani, in piccola percentuale, e zombie.

L'ultimo modello analizzato prevede che la popolazione sferri prontamente sugli zombie quanti più attacchi possibili:

$$\begin{cases} S' = \Pi - \beta SZ - \delta S & t \neq t_n \\ Z' = \beta SZ + \zeta R - \alpha SZ & t \neq t_n \\ R' = \delta S + \alpha SZ - \zeta R & t \neq t_n \\ \Delta Z = -knZ & t = t_n . \end{cases}$$

Questi impulsi, al crescere del tempo sempre più coordinati, riescono ad estirpare gli zombie.

Conclusione

Un'epidemia zombie si prospetta essere disastrosa. Abbiamo infatti capito che la scoperta di una cura può portare alla sopravvivenza del genere umano ma non alla sua vittoria, tantomeno l'introduzione di una quarantena. Bisogna inoltre ricordare che si è assunto che la guerra uomo-zombie sia sufficientemente rapida; se dovessimo includere nei calcoli il tasso di nascita Π ci accorgeremmo che gli zombie avrebbero a disposizione *carburante illimitato*, cosa che porterebbe all'inevitabile finale apocalittico.

In conclusione, solo attacchi sufficientemente frequenti, e di forza crescente, porterebbero alla vittoria del genere umano.