

基于模糊零售价格的供应链定价策略研究

赵静¹, 魏杰², 陈彦臻³, 李维伟², 李梅英²

1. 天津工业大学理学院, 天津, 300160

E-mail: zhaojing0006@163.com

2. 军事交通学院基础部, 天津, 300161

3. 南开大学 商学院, 天津, 300071

摘要: 中考虑有一个制造商和两个竞争的零售商组成的二级供应链系统. 该制造商生产两种差异产品, 分别由这两个竞争的零售商销售给终端顾客. 将每一个零售商的零售价格看作三角模糊数, 利用模糊理论和博弈论理论等知识讨论了制造商和零售商的最优定价策略问题. 给出了制造商及两个竞争零售商的最优Stackelberg均衡决策解.

关键词: 供应链系统, 定价策略, 模糊理论, 博弈论

The study on pricing decision of supply chain with fuzzy retail prices

Jing Zhao¹, Jie Wei², Yanzen Chen³, Weiwei Li², Meiyong Li²

1. School of Science, Tianjin Polytechnic University, Tianjin, 300160, China

E-mail: zhaojing0006@163.com

2. General Courses Department, Academy of Military Transportation, Tianjin, 300161, China

3. Business School, Nankai University, Tianjin 300071, China

Abstract: A two echelon supply chain system with one manufacturer and two retailers was considered in this paper. The manufacturer produces two differentiated products, and the two retailers sell them to the end consumer respectively. Through considering the retail prices of the two retailers' as triangular fuzzy numbers, the optimal pricing decisions for the manufacturer and the two competing retailers was explored by using fuzzy theory and game theory. The expressions of optimal stackelberg equilibrium decisions for the manufacturer and for the two retailers were established.

Key Words: Supply chain system, pricing decisions, fuzzy theory, game theory.

1 引言(Introduction)

随着科技的进步和经济的快速发展, 人们的生活水平得到了前所未有的提高, 顾客的需求也变得更具个性化. 为了赢得更多的产品市场份额, 许多制造商把增加产品种类作为满足不同市场份额的一种方法或者作为一种吸引顾客消费多样性的机制. 近些年来, 许多制造商通过分离他们的基本产品的一些关键属性 (如: 颜色, 外观形状, 附加功能等等) 来扩大产品的种类. Ho and Tang^[1]指出许多公司每一年都以高于10%的速度扩大自己产品的种类. 尽管增加产品的种类能得到消费者的极大欢迎, 但是这同时也给零售商带来了许多新的挑战. 首先, 同一种产品的不同类型 (如: 不同的颜色, 不同的外观形状, 不同的附加功能等等) 之间在某种程度上存在着需求相互替代的关系, 在这种情形下零售商该如何决定产品的分类以最大

化自己的销售利润? Agrawal and Smith^[2]给出了一个决定需求可替代产品的最优分类模型. 其次, 对于给定的产品种类零售商该如何决策每种产品的订货量来最大化自己的利润? 第三, 当不同类型的产品可以产生需求互相替代时, 它们各自的基本需求数量是可以通过调节它们的零售价格进行管理的, 因此零售商可以通过不同商品采取不同零售价格的方法来最大化自己的利润. 对于存在零售竞争的零售商来讲, 既不能把自己所销售的产品价格定的过高, 否则, 市场对自己所售产品的需求会转移到竞争者所售的产品上去; 相反, 也不能把自己所销售的产品价格定的过低, 否则, 会降低自己的销售利润.

目前对于需求可替代的差异产品的定价研究已比较丰富, 王志江^[3]利用需求价格弹性、需求交叉弹性提出了相关产品价格调整的数学模型. 魏杰等^[4]研究随机需求情形下差异产品的定价问题. 罗勇^[5]研究了差异产品制造商和零售商的博弈定价. 在以上的研究中都是将价格看作是一个确定的数. 而实际上, 不论是

此项工作得到国家自然科学基金资助, 项目批准号: 70501014

制造商还是零售商在制定自己的价格策略时,都是允许价格可以有一定的浮动的,即价格可以在某个范围内围绕某一个基准点波动,因此在这类问题的求解建模时,可以将价格看作是三角模糊数,利用模糊理论来进行模型分析。

目前,越来越多的研究者把模糊理论应用到了供应链系统中的库存与定价等问题的研究。如:顾巧论^[6]研究了逆向供应链中产品回收定价问题,文中将回收价格看作是三角模糊数,但是在该文章中没有考虑零售商的零售竞争问题。孙国华^[7]研究了回收率为模糊信息情况下制造商如何决策的问题,通过引入制造商的悲观程度,得到了具有不同悲观程度制造商的最优决策。王炬香等^[8]通过将产品的销售价格看作三角模糊数,研究了单个制造商和单个零售商组成的两级供应链系统中单产品的定价问题。谭满益^[9]将不确定的市场需求量描述为模糊变量,提出了模糊需求下度量产品供给能力的概念,给出了计算产品供给能力的公式和算例,并讨论了模糊需求隶属函数形状对产品供给能力的影响。与以往的研究工作不同,本文考虑了存在零售竞争的差异产品的二级供应链系统,通过将零售价格看作三角模糊数,利用模糊理论和博弈论理论讨论了制造商和零售商的最优决策问题,给出了制造商及两个竞争零售商的最优均衡决策表达式。

2 预备知识(Preliminary information)

定义1^[10] 称 $\tilde{p} = (p-l, p, p+h)$ 为三角模糊数, 如果它的隶属函数为:

$$f_{\tilde{p}}(x) = \begin{cases} \frac{l-p+x}{l}, & p-l \leq x \leq p, \\ \frac{p+h-x}{h}, & p \leq x \leq p+h, \\ 0, & \text{otherwise.} \end{cases}$$

其中, l, h 是上界和下界, $h+l$ 并且越大, 模糊程度越强。记 $E[\tilde{p}]$ 为模糊数 \tilde{p} 的估计值。

引理1^[11] 设 $\tilde{p} = (p-l, p, p+h)$ 为一个三角模糊数, 则其估计值为:

$$E[\tilde{p}] = p + \frac{h-l}{2}.$$

性质1^[12] 设 $\tilde{p}_1 = (p_1-l_1, p_1, p_1+h_1)$ 和 $\tilde{p}_2 = (p_2-l_2, p_2, p_2+h_2)$ 为两个三角模糊数则有:
 $\tilde{p}_1 + \tilde{p}_2 = (p_1+p_2-l_1-l_2, p_1+p_2, p_1+p_2+h_1+h_2).$

性质2^[12] 设 $\tilde{p}_1 = (p_1-l_1, p_1, p_1+h_1)$ 为一个三角模糊数, $k \in R$, 则有:

$$k\tilde{p} = \begin{cases} (kp_1-kl_1, kp_1, kp_1+kh_1), & k > 0, \\ (kp_1+kh_1, kp_1, kp_1-kl_1) & k < 0. \end{cases}$$

性质3^[12] 设 $\tilde{p}_1 = (p_1-l_1, p_1, p_1+h_1)$ 和 $\tilde{p}_2 = (p_2-l_2, p_2, p_2+h_2)$ 为两个三角模糊数, $k_1, k_2, k_3 \in R$, 并且假设 $\tilde{p}_3 = k_1\tilde{p}_1 + k_2\tilde{p}_2 + k_3$, 则有:
 1) 当 $k_1 > 0, k_2 \geq 0$ 或 $k_1 \geq 0, k_2 > 0$ 时
 $\tilde{p}_3 = (k_1(p_1-l_1) + k_2(p_2-l_2) + k_3, k_1p_1 + k_2p_2 + k_3, k_1(p_1+h_1) + k_2(p_2+h_2) + k_3);$
 2) 当 $k_1 \geq 0, k_2 < 0$ 或 $k_1 > 0, k_2 \leq 0$ 时
 $\tilde{p}_3 = (k_1(p_1-l_1) + k_2(p_2+h_2) + k_3, k_1p_1 + k_2p_2 + k_3, k_1(p_1+h_1) + k_2(p_2-l_2) + k_3);$
 3) 当 $k_1 \leq 0, k_2 > 0$ 或 $k_1 < 0, k_2 \geq 0$ 时
 $\tilde{p}_3 = (k_1(p_1+h_1) + k_2(p_2-l_2) + k_3, k_1p_1 + k_2p_2 + k_3, k_1(p_1-l_1) + k_2(p_2+h_2) + k_3);$
 4) 当 $k_1 \leq 0, k_2 < 0$ 或 $k_1 < 0, k_2 \leq 0$ 时
 $\tilde{p}_3 = (k_1(p_1+h_1) + k_2(p_2+h_2) + k_3, k_1p_1 + k_2p_2 + k_3, k_1(p_1-l_1) + k_2(p_2-l_2) + k_3).$

3 问题描述及建模(Problem description and modeling)

考虑由一个制造商(记作 M)和两个竞争的零售商(分别记作 R_1 和 R_2)所构成的单周期二级供应链系统。该制造商 M 生产两种产品(分别记作产品1和产品2),并且将两种产品分别批发给零售商1和零售商2(具体说,将产品1批发给零售商1,将产品2批发给和零售商2),再由他们销售给终端顾客。假设制造商 M 生产单位产品 i 的费用为 c_{mi} , 零售商1销售单位产品1的费用为 c_{r1} , 零售商2销售单位产品2的费用为 c_{r2} , 制造商给出的产品 i 的单位批发价格为 w_i 。零售商1和零售商2在获得各自的产品之后,将同时在市场上进行销售,并且假设零售商1和零售商2可以在一个允许的零售价格浮动范围内(或者说各自的零售价格可以围绕某一个零售价格基准点上下浮动)对各自所售产品进行销售。在整个决策过程中制造商和两个零售商都是以最大化自己的利润为目的。

考虑到两个零售商的零售价格可以围绕某一个基准点上下浮动,所以接下来本文将把零售价格假设为一个三角模糊数,这样一来制造商和零售商的利润就是模糊利润了,并且本文将利用模糊理论中的估计值来处理制造商和零售商的模糊利润,即制造商通过决策批发价格、两个零售商通过决策自己零售价格浮动的基准点来最大化自己的模糊利润的估计值。

假设市场对于每一个零售商所销售的产品需求是仅依赖于两个零售商所确定的产品的单位零售价格

的确定性需求,市场对零售商*i*所销售的产品*i*的需求 $\widetilde{D}_i(\widetilde{p}_i, \widetilde{p}_j)$ 假定如下:

$$\widetilde{D}_i(\widetilde{p}_i, \widetilde{p}_j) = a_i - \beta \widetilde{p}_i + \alpha \widetilde{p}_j, \quad i, j = 1, 2, j = 3 - i, \quad (1)$$

其中 \widetilde{p}_i 是零售商*i*所销售的产品*i*的模糊单位零售价格, a_i 是零售商*i*所销售的产品*i*的市场基础, $\beta > 0$ 看作是零售商*i*所销售的产品*i*的市场需求对于其自身模糊零售价格反应程度的度量(即:价格弹性), $\alpha > 0$ 看作是零售商*i*所销售的产品*i*的市场需求对于零售商*j*所销售的产品*j*的模糊零售价格反应程度的度量.假设 $\beta > \alpha$,该假设是合理的,因为产品的市场需求对于其自身价格的敏感程度要大于相对于竞争产品价格的敏感程度,并且该假设保证了后面定理中模糊利润函数的估计值的凹性质的成立.

4.1 符号说明(Notions definition)

c_{mi} : 制造商生产产品*i*单位费用, ($i = 1, 2$);

c_{ri} : 零售商*i*销售单位产品*i*的费用, ($i = 1, 2$);

w_i : 制造商所给出的产品*i*的单位批发价格;

\widetilde{p}_i : 零售商*i*所销售的产品*i*的模糊单位零售价格,假设其变化范围为 $(p_i - l_i, p_i, p_i + h_i)$,其中 l_i, h_i 是确定数,其值可以由经验给出.称 p_i 为 \widetilde{p}_i 的基准点.构造三角模糊数 $\widetilde{p}_i = (p_i - l_i, p_i, p_i + h_i)$,其中 p_i 为零售商*i*的决策变量;

$\widetilde{D}_i(\widetilde{p}_i, \widetilde{p}_j)$: 当两个零售商所销售的产品模糊零售价格分别为 \widetilde{p}_i 和 \widetilde{p}_j 时,市场对零售商*i*所销售的产品模糊需求量.

4.2 建模(Modeling)

本文假定所有的活动都发生在一个周期中,制造商和两个零售商对于彼此的费用信息及产品的需求信息都完全了解.制造商首先在周期开始(销售季节到来之前的足够时间里)确定该种产品的批发价格的基准点,以达到最大化自己模糊利润估计值的目的.同样,两个零售商要分别同时确定各自模糊零售价格的基准点,来达到最大化自己模糊利润估计值的目的.

利用前面关于模型的假设,制造商的模糊利润(记为 $\widetilde{\pi}_M$)可以表示为:

$$\widetilde{\pi}_M = \sum_{i=1}^2 \widetilde{D}_i(\widetilde{p}_i, \widetilde{p}_j)(w_i - c_{mi}). \quad (2)$$

零售商*i*的模糊利润(记为 $\widetilde{\pi}_{R_i}$)可以表示为:

$$\widetilde{\pi}_{R_i} = \widetilde{D}_i(\widetilde{p}_i, \widetilde{p}_j)(\widetilde{p}_i - w_i - c_{ri}). \quad (3)$$

制造商的问题是决策该种产品的模糊批发价格的基准点 w_i ,来最大化自己的模糊利润 $\widetilde{\pi}_M$ 的估计值(记作 $E[\widetilde{\pi}_M]$),即

$$\text{Max}_{w_i} E[\widetilde{\pi}_M] = \text{Max}_{w_i} E[\sum_{i=1}^2 \widetilde{D}_i(\widetilde{p}_i, \widetilde{p}_j)(w_i - c_{mi})]. \quad (4)$$

零售商*i*的问题是根据制造商的决策并且考虑到零售商*j*的可能决策来确定自己的模糊零售价格的基准点 p_i ,来最大化自己的模糊利润 $\widetilde{\pi}_{R_i}$ 的估计值(记作 $E[\widetilde{\pi}_{R_i}]$),即

$$\text{Max}_{p_i} E[\widetilde{\pi}_{R_i}] = \text{Max}_{p_i} E[\widetilde{D}_i(\widetilde{p}_i, \widetilde{p}_j)(\widetilde{p}_i - w_i - c_{ri})]. \quad (5)$$

为了方便讨论,接下来我们首先整理模糊利润的估计值 $E[\widetilde{\pi}_M]$ 和 $E[\widetilde{\pi}_{R_i}]$.

利用性质3可知 $\widetilde{D}_i(\widetilde{p}_i, \widetilde{p}_j)$ 也是三角模糊数,且有

$$\widetilde{D}_i(\widetilde{p}_i, \widetilde{p}_j) = (-\beta(p_i + h_i) + \alpha(p_j - l_j) + a_i, -\beta p_i + \alpha p_j + a_i, -\beta(p_i - l_i) + \alpha(p_j - h_j) + a_i). \quad (6)$$

由式(6)和引理可知

$$E[\widetilde{D}_i(\widetilde{p}_i, \widetilde{p}_j)] = a_i - \beta p_i + \alpha p_j + \beta \frac{h_i - l_i}{2} + \alpha \frac{h_j - l_j}{2}. \quad (7)$$

利用(7)式和(2)式,可得 $\widetilde{\pi}_M$ 的估计值如下:

$$\begin{aligned} E[\widetilde{\pi}_M] &= (w_1 - c_{m1})(-\beta p_1 + \alpha p_2 + a_1 - \beta \frac{h_1 - l_1}{2} \\ &+ \alpha \frac{h_2 - l_2}{2}) + (w_2 - c_{m2})(-\beta p_2 + \alpha p_1 + a_2 - \\ &\beta \frac{h_2 - l_2}{2} + \alpha \frac{h_1 - l_1}{2}). \end{aligned} \quad (8)$$

利用性质3可知 $\widetilde{p}_i - w_i - c_{ri}$ 也是三角模糊数,且

$$\widetilde{p}_i - w_i - c_{ri} = (p_i - l_i - w_i - c_{ri}, p_i - w_i - c_{ri}, p_i - h_i - w_i - c_{ri}). \quad (9)$$

由(9)式和引理可得 $\widetilde{p}_i - w_i - c_{ri}$ 的估计值如下:

$$E[\widetilde{p}_i - w_i - c_{ri}] = p_i - w_i - c_{ri} + \frac{h_i - l_i}{2}. \quad (10)$$

由(5)式,(7)式和(10)式,可得 $\widetilde{\pi}_{R_i}$ 的估计值如下:

$$\begin{aligned} E[\widetilde{\pi}_{R_i}] &= (p_i - w_i - c_{ri} + \frac{h_i - l_i}{2})(-\beta p_i + \alpha p_j \\ &+ a_i - \beta \frac{h_i - l_i}{2} + \alpha \frac{h_j - l_j}{2}). \end{aligned} \quad (11)$$

注意到每一个成员在系统中的地位可以影响本模型中价格博弈的求解顺序,在此,本文假定制造商是 Stackelberg 博弈的领头者,他比两个零售商具有更高的地位.在本模型中,每一个企业所拥有的地位(与

其他企业相比较)可以理解为他是一个领头者还是一个追随者.在博弈论方法中,具有更高地位的领头者具有先动优势,具有较低地位的追随者不得不对领头者的决策作出反应.例如:在制造商Stackelberg博弈中,制造商首先选择两种产品的批发价格,两个零售商根据制造商所给出的产品的批发价格来给出各自所售产品的零售价格的基准点.

4 主要结果 (Main results)

本文采用博弈论的方法对模型进行分析.在每一种情形下,领头者鉴于追随者的反应函数首先作出决策来最大化自己的模糊利润的估计值.这个问题可以采用倒推的方法求解.首先求解追随者的决策,假定他(们)已经知道了领头者的决策.比如在制造商Stackelberg博弈方式下,零售商的决策结果首先被推导出来,假定他们已经知道了制造商关于批发价格的决策结果.然后,求解制造商的问题,假定他已经知道了零售商对于他的决策结果的反应.

4.1 两个零售商的决策(Two retailers' decisions)

在制造商 Stackelberg 博弈中,制造商首先给出他的产品的批发价格,零售商根据给出的批发价格,同时决策他们将对各自所售产品的模糊零售价格的基准点.考虑到两个零售商同时决策,我们需要首先求解他们之间的Nash均衡解.

下面首先推导两个零售商的决策.为了应对竞争,本博弈中零售商 i 选择他的最优零售价格基准点 p_i^* , $i=1,2$ 来最大化自己的模糊利润的估计值.即,

$$p_i^* \in \arg \max_{p_i} E[\tilde{\pi}_{R_i}(p_i, p_j^* | w_1, w_2)], \quad (12)$$

其中 $E[\tilde{\pi}_{R_i}(p_i, p_j^* | w_1, w_2)], i \in \{1, 2\}, j = 3-i$ 表示当给定制造商的批发价格为 w_1, w_2 , 并且两个零售商设定的零售价格基准点分别为 p_1, p_2 时,零售商 i 在本阶段的模糊利润的估计值.利用 (11)式,可以求得 $E[\tilde{\pi}_{R_i}]$, 关于 p_i 的一阶偏导数如下:

$$\frac{\partial E[\tilde{\pi}_{R_1}]}{\partial p_1} = -2\beta p_1 + \alpha p_2 + \beta(w_1 + c_{r1}) + a_1 - 2\beta \frac{h_1 - l_1}{2} + \alpha \frac{h_2 - l_2}{2}, \quad (13)$$

$$\frac{\partial E[\tilde{\pi}_{R_2}]}{\partial p_2} = -2\beta p_2 + \alpha p_1 + \beta(w_2 + c_{r2}) + a_2 - 2\beta \frac{h_2 - l_2}{2} + \alpha \frac{h_1 - l_1}{2}, \quad (14)$$

利用(18)式和(19)式,可以求得 $E[\tilde{\pi}_{R_i}]$, 的二阶导数如下:

$$\frac{\partial^2 E[\tilde{\pi}_{R_1}]}{\partial p_1^2} = \frac{\partial^2 E[\tilde{\pi}_{R_2}]}{\partial p_2^2} = -2\beta < 0, \quad (15)$$

利用(20)式和(21)式可知零售商 i 的模糊利润的估计值 $E[\tilde{\pi}_{R_i}]$, 关于其模糊零售价格的基准点 p_i 是凹的.因此利用上面(18)-(21)式,可以求得每一个零售商的模糊零售价格的最优基准点 p_i^* .

定理1. 对于给定的制造商的决策 w_1, w_2 , 两个零售商的模糊零售价格的最优基准点(分别记作: p_1^* 和 p_2^*) 如下给出:

$$p_1^* = \frac{\alpha A_2 + 2\beta A_1}{4\beta^2 - \alpha^2}, \quad (16)$$

$$p_2^* = \frac{\alpha A_1 + 2\beta A_2}{4\beta^2 - \alpha^2}, \quad (17)$$

其中

$$A_1 = \beta(w_1 + c_{r1}) + a_1 - 2\beta \frac{h_1 - l_1}{2} + \alpha \frac{h_2 - l_2}{2}, \quad (18)$$

$$A_2 = \beta(w_2 + c_{r2}) + a_2 - 2\beta \frac{h_2 - l_2}{2} + \alpha \frac{h_1 - l_1}{2}. \quad (19)$$

证明 令(13)式和(14)式同时等于零,整理可得如下方程:

$$2\beta p_1 - \alpha p_2 - A_1 = 0, \quad (20)$$

$$2\beta p_2 - \alpha p_1 - A_2 = 0, \quad (21)$$

其中 A_1, A_2 分别如(18)式和(19)式所定义.

同时求解方程(21)和(22)即可得证定理1.

4.2 制造商的决策(Manufacturer's decision)

本部分将利用定理1中的结果推导出制造商的最优批发价格 w_1^*, w_2^* , 在给定零售商的决策的前提下, 可以通过最大化(8)式中制造商的模糊利润的估计值来得出制造商的最优批发价格 w_1^*, w_2^* .

把(16)式和(17)式结果代入(8)式,可得 $\tilde{\pi}_M$ 的估计值 $E[\tilde{\pi}_M]$ 如下:

$$E[\tilde{\pi}_M] = (w_1 - c_{m1}) \left(\frac{\alpha\beta A_2 + (\alpha^2 - 2\beta^2)A_1}{4\beta^2 - \alpha^2} + a_1 - \beta \frac{h_1 - l_1}{2} + \alpha \frac{h_2 - l_2}{2} \right) + (w_2 - c_{m2}) \left(\alpha \frac{h_1 - l_1}{2} + \frac{\alpha\beta A_1 + (\alpha^2 - 2\beta^2)A_2}{4\beta^2 - \alpha^2} + a_2 - \beta \frac{h_2 - l_2}{2} \right). \quad (22)$$

利用(22)式,可以求得 $E[\tilde{\pi}_M]$ 关于 w_1, w_2 的一阶偏导数如下:

$$\frac{\partial E[\tilde{\pi}_M]}{\partial w_1} = (w_1 - c_{m1}) \frac{\beta(\alpha^2 - 2\beta^2)}{4\beta^2 - \alpha^2} + a_1$$

$$\begin{aligned}
& + \frac{\alpha\beta A_2 + (\alpha^2 - 2\beta^2)A_1}{4\beta^2 - \alpha^2} - \beta \frac{h_1 - l_1}{2} \\
& + \alpha \frac{h_2 - l_2}{2} + (w_2 - c_{m2}) \frac{\alpha\beta^2}{4\beta^2 - \alpha^2} \cdot (23) \\
\frac{\partial E[\tilde{\pi}_M]}{\partial w_2} &= (w_2 - c_{m2}) \frac{\beta(\alpha^2 - 2\beta^2)}{4\beta^2 - \alpha^2} + a_2 \\
& + \frac{\alpha\beta A_1 + (\alpha^2 - 2\beta^2)A_2}{4\beta^2 - \alpha^2} - \beta \frac{h_2 - l_2}{2} \\
& + \alpha \frac{h_1 - l_1}{2} + (w_1 - c_{m1}) \frac{\alpha\beta^2}{4\beta^2 - \alpha^2} \cdot (23)
\end{aligned}$$

利用(23)式和(24)式,可以求得 $E[\tilde{\pi}_M]$ 关于 w_1, w_2 的二阶(偏)导数如下:

$$\frac{\partial^2 E[\tilde{\pi}_M]}{\partial w_1^2} = \frac{\partial^2 E[\tilde{\pi}_M]}{\partial w_2^2} = 2 \frac{\beta(\alpha^2 - 2\beta^2)}{4\beta^2 - \alpha^2} < 0, \quad (24)$$

$$\frac{\partial^2 E[\tilde{\pi}_M]}{\partial w_1 \partial w_2} = \frac{\partial^2 E[\tilde{\pi}_M]}{\partial w_2 \partial w_1} = \frac{2\alpha\beta^2}{4\beta^2 - \alpha^2}. \quad (25)$$

利用(31)式-(34)式容易验证Hessian矩阵的负定性.所以,制造商的模糊利润的估计值 $E[\tilde{\pi}_M]$ 关于 w_1, w_2 是联合凹的.

令(23)式和(24)式同时等于零,可得如下一阶条件:

$$\begin{aligned}
& (w_1 - c_{m1}) \frac{\beta(\alpha^2 - 2\beta^2)}{4\beta^2 - \alpha^2} + a_1 + \frac{\alpha\beta A_2 + (\alpha^2 - 2\beta^2)A_1}{4\beta^2 - \alpha^2} \\
& - \beta \frac{h_1 - l_1}{2} + \alpha \frac{h_2 - l_2}{2} + (w_2 - c_{m2}) \frac{\alpha\beta^2}{4\beta^2 - \alpha^2} = 0 \quad (26) \\
& (w_2 - c_{m2}) \frac{\beta(\alpha^2 - 2\beta^2)}{4\beta^2 - \alpha^2} + a_2 + \frac{\alpha\beta A_1 + (\alpha^2 - 2\beta^2)A_2}{4\beta^2 - \alpha^2} \\
& - \beta \frac{h_2 - l_2}{2} + \alpha \frac{h_1 - l_1}{2} + (w_1 - c_{m1}) \frac{\alpha\beta^2}{4\beta^2 - \alpha^2} = 0. \quad (27)
\end{aligned}$$

同时求解方程(26)式和(27)式可以得到制造商的最优批发价格(记作: w_1^*, w_2^*).

定理2. 在制造商Stackelberg博弈中,制造商的最优批发价格 w_1^*, w_2^* 如下给出:

$$w_1^* = \frac{B_2 A_6 - B_1 A_5}{2(A_5^2 - A_6^2)}, \quad (28)$$

$$w_2^* = \frac{B_2 A_5 - B_1 A_6}{2(A_6^2 - A_5^2)}, \quad (29)$$

其中 $B_1, B_2, A_3, A_4, A_5, A_6$ 分别如(30)-(34)式所定义.

$$A_3 = \beta c_{r1} + a_1 - 2\beta \frac{h_1 - l_1}{2} + \alpha \frac{h_2 - l_2}{2}, \quad (30)$$

$$A_4 = \beta c_{r2} + a_2 - 2\beta \frac{h_2 - l_2}{2} + \alpha \frac{h_1 - l_1}{2}, \quad (31)$$

$$A_5 = \frac{\beta(\alpha^2 - 2\beta^2)}{4\beta^2 - \alpha^2}, A_6 = \frac{\alpha\beta^2}{4\beta^2 - \alpha^2}, \quad (32)$$

$$\begin{aligned}
B_1 &= -A_5 c_{m1} + \frac{\alpha\beta A_4 + (\alpha^2 - 2\beta^2)A_3}{4\beta^2 - \alpha^2} - \beta \frac{h_1 - l_1}{2} \\
& a_1 + \alpha \frac{h_2 - l_2}{2} - A_6 c_{m2}, \quad (33)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
B_2 &= -A_5 c_{m2} + \frac{\alpha\beta A_3 + (\alpha^2 - 2\beta^2)A_4}{4\beta^2 - \alpha^2} - \beta \frac{h_2 - l_2}{2} \\
& a_2 + \alpha \frac{h_1 - l_1}{2} - A_6 c_{m1}, \quad (34)
\end{aligned}$$

证明 分别化简方程(26)式和(27)式可以得可得如下结果:

$$2A_5 w_1 + 2A_6 w_2 + B_1 = 0, \quad (35)$$

$$2A_5 w_2 + 2A_6 w_1 + B_2 = 0, \quad (36)$$

其中 B_1, B_2, A_5, A_6 分别如(32)-(34)式所定义.

同时求解方程(35)式和(36)式容易得证定理2中的结果.

利用定理1和定理2的结果,容易得到如下定理3中的结论.

定理3. 在制造商Stackelberg博弈中,两个零售商的模糊零售价格的最优基准点(分别记作: p_{s1}^* 和 p_{s2}^*)如下给出:

$$p_{s1}^* = \frac{\alpha\beta w_2^* + 2\beta^2 w_1^* + \alpha A_4 + 2\beta A_3}{4\beta^2 - \alpha^2}, \quad (37)$$

$$p_{s2}^* = \frac{\alpha\beta w_1^* + 2\beta^2 w_2^* + \alpha A_3 + 2\beta A_4}{4\beta^2 - \alpha^2}, \quad (38)$$

其中 w_1^*, w_2^*, A_3, A_4 分别如(28)-(31)式所定义.

证明 证明过程略.

5 数值例子(Numerical example)

在本部分,我们将利用数值例子来比较前面所得到的理论结果.根据模型中关于参数的定义和它们之间的一些关系假设,同时为了便于仿真的计算求解,在此假定系统参数如下进行取值: $a_1 = 200, a_2 = 160, \alpha = 1.2, \beta = 2.4, c_{m1} = 30,$

$c_{m2} = 25, c_{r1} = 7, c_{r2} = 6, l_1 = 3, h_1 = 5, l_2 = 5, h_2 = 5.$ 利用定理2, 定理3可求得 $w_1^* = 89.2778,$

$w_2^* = 81.7222, p_{s1}^* = 115.3778, p_{s2}^* = 106.2889.$ 再由(8)式,(11)式可以求得: $E[\tilde{\pi}_{R1}] = 969.6240,$

$$E[\tilde{\pi}_{R_2}] = 827.3307, E[\tilde{\pi}_M] = 5387.1.$$

6 结论(Conclusion)

本文考虑了由一个制造商和两个竞争的零售商所构成的单周期二级供应链系统.考虑到两个零售商的零售价格可以围绕某一个零售价格基准点上下浮动,因此本文将零售价格看作是三角模糊数,利用模糊理论和博弈论理论分析了制造商和零售商的最优决策问题.分别就集中式决策情形和制造商为主导的Stackelberg博弈情形给出了决策者的最优决策表达式.

参考文献

- [1] Ho, T.H., C.S. Tang. Research Advances in Product Variety Management, Kluwer Publishers, 1998.
- [2] Agrawal, N., and S. Smith. Optimal Retail Assortments for Substitutable Items Purchased in Sets, Naval Research Logistics, 50, 793-822, 2003.
- [3] 王志江. 相关产品的最优价格调整策略, 系统工程理论与实践, 1, 36-40, 2000.
- [4] Wei Jie, Zhao Jing. Pricing Decision for Two Differentiated Products, Proceedings of the IEEE ICAL, p.2181-2186, 2007.
- [5] 罗勇, 涂奉生, 彭铁根, 魏杰. 具有购买弹性的差异产品选址定价研究, 南开大学学报, 4, 78-82, 2007.
- [6] 顾巧论, 季建华. 基于模糊回收价格的逆向供应链定价策略研究, 信息与控制, 4, 417-422, 2006.
- [7] 孙国华, 陈秋双, 孙晓晨. 模糊信息下的再制造决策分析, 信息与控制, 6, 695-699, 2006.
- [8] 王炬香, 王庆金, 桑圣举. 基于模糊销售价格的供应链协调机制研究, 工业工程与管理, 3, 21-24, 2007.
- [9] 谭满益, 唐小我. 模糊需求下的产品供给能力初步研究, 管理学报, 1, 76-80, 2006.
- [10] Yang M.S., Liu H.H. Fuzzy clustering procedures for conical fuzzy vector data, Fuzzy Sets and Systems, vol. 106, 189-200, 1999.
- [11] 喻开志. 再论古诺模型, 重庆工学院学报, 16(1), 76-78, 2002.
- [12] 乔忠, 王光远. 模糊随机规划理论, 北京: 科学出版社, 1996.