

中国科学技术大学



密立根油滴实验测量电子电荷

姓名：王晨沣

学号：PB22061204

班级：信息学院 2202 班

时间：2023 年 5 月 18 日

密立根油滴实验测量电子电荷

1 实验目的

1. 学习并控制带电油滴在静电场中的运动。
2. 使用平衡测量法测量油滴的带电量，并分析一颗油滴带电量的不确定度。
3. 推算原点和电量的数值大小，计算相对不确定度。

2 实验原理

使油滴在两极板间受到电场力 qE 、重力 m_1g 、浮力 m_2g 、粘滞阻力 Kv_f 达到平衡。油滴在静止时有

$$qE = (m_1 - m_2)g$$

油滴在重力场中作匀速运动时有

$$qE = (m_1 - m_2)g + Kv_f$$

利用斯托克斯公式对空气的粘度进行计算，并经过修正和近似后可以得到

$$q = 9\sqrt{2}\pi d \left[\frac{(\eta s)^3}{(\rho_1 - \rho_2)g} \right]^{\frac{1}{2}} \frac{1}{U} \left[\frac{1}{1 + \frac{b}{pr_0}} \right]^{\frac{3}{2}} \left(\frac{1}{t_f} \right)^{\frac{3}{2}} \quad (*)$$

不同油滴所带电量应近似为元电荷的整数倍，故欲测量元电荷的数值只需求出不同油滴电荷量的最大公约数或不同油滴带电量之差的最大公约数。

当掌握大量油滴数据后可以考虑通过直线拟合法求元电荷的数值， e 是 $q - n$ 曲线的斜率。

3 实验仪器

实验装置由油滴实验装置、喷雾器、显示器构成。

油滴实验装置结构如图 1 所示。其中 4、6 分别是上下电极板，9 是喷雾孔，10 是落油孔，10 的上面是一个挡风金属条，可以避免灰尘堵塞落油孔以及空气流动对实验造成的影响，在喷油雾之前需要推动金属条以将落油孔露出，开始实验时需要拉动金属条以将落油孔遮住。7 为油滴盒基座，在实验开始前需要将基座调整水平，否则会导致电场方向与重力方向不平衡，油滴无法平衡，同时也会导致电场力有其他方向分量引起实验误差。

喷雾器装置结构如图 2 所示，其简化示意图如图 3 所示。喷雾装置利用了伯努利原理，通过挤压气囊喷管发出高速的气体，下端伸入油中的细管的顶端处于负压状态，将油吸出，受到喷管发出气体的冲击就变成了小油滴。通过喷雾器原理可以知道，在灌油时液面不得高于细管上端管口，不得低于细管下端管口，在喷雾时适当向喷管方向倾斜使喷管下端液体压强增大有助于喷出更多的油雾。

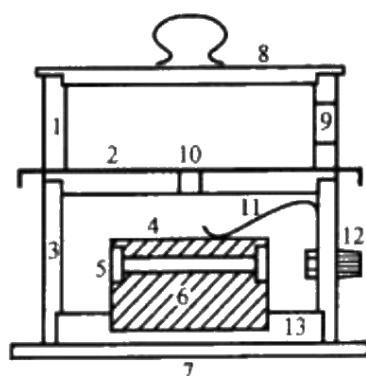


图 1 油滴实验装置示意图

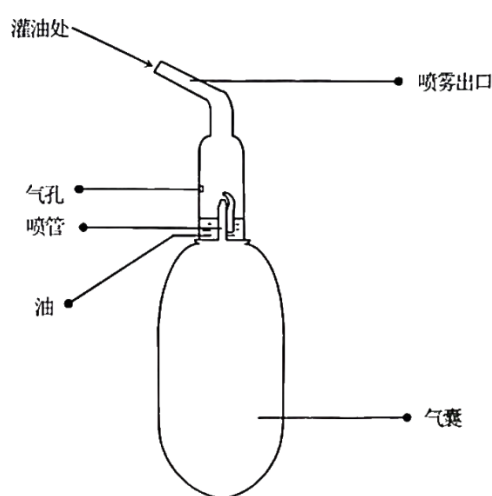


图 2 喷雾器结构示意图

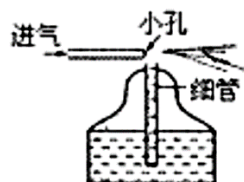


图 3 喷雾器原理简化图

4 实验步骤

1. 调节调平螺丝，将平行电极板调到水平；
2. 将极板电压置为零；
3. 打开挡风金属条，露出落油孔；
4. 挤压喷雾器气囊喷射油雾（注意在喷射油雾之前一定要将两极板间电压置零，否则大量带电的油滴出现在带有高电压的极板间会导致电源损坏甚至涉及人身安全）；
5. 拉动挡风金属条，关闭落油孔；
6. 将极板电压设为平衡模式，通过旋钮调节电压，驱散不需要的油滴，使一颗油滴保持静止；

7. 练习控制一颗油滴的运动；
8. 将油滴停止在分划板顶端，将极板电压置零，同时开始计时；
9. 测量油滴从分划板顶端移动至低端所用的时间；
10. 对每颗油滴重复 2~9 过程 8 次；
11. 测量 3 个油滴的平衡电压及下落时间。

5 原始数据与数据处理

在学习本实验原理以及实验方法之后，笔者测得实验原始数据如表 1 所示。

表 1 实验原始数据

油滴序号	物理量	1	2	3	4	5	6	7	8
1	t/s	39.44	38.29	40.97	42.81	40.09	41.85	41.26	41.95
	U/V	292	293	293	293	298	302	296	295
2	t/s	25.64	26.64	25.65	25.67	25.18	25.80	26.12	26.91
	U/V	151	152	149	151	151	150	152	150
3	t/s	26.95	26.34	26.71	27.21	26.20	25.63	26.87	26.49
	U/V	153	151	152	153	152	150	151	151
4	t/s	26.03	26.45	26.29	25.81	26.36	25.88	26.38	25.82
	U/V	154	157	156	157	156	158	156	155

根据实验讲义得到实验室仪器参数如表 2 所示。

表 2 实验室仪器参数及常数表

油密度	981 kg/m^3	
空气密度	1.29 kg/m^3	或 1.293 kg/m^3
大气压强	76.0 cmHg	或 $1.013 \times 10^5\text{ Pa}$
油滴下落距离	0.002 m	2 mm (8 格)
重力加速度	9.797 m/s^2	合肥本地 9.7947 m/s^2
极板间距	0.005 m 5 mm	
恒定参数	$p = 3.14159265359$	
空气粘滞系数	$= 0.0000183\text{ Pa} \cdot \text{S}$	
修正常数	$= 0.00000617\text{ cmHg} \cdot \text{m}$	$= 0.00823\text{ N/m}$

利用实验室仪器参数及常数表，带入实验原理中(*)式可以得到：

$$q = \frac{1.429 \times 10^{-14}}{U_{\text{平衡}} [t_f (1 + 0.0196 \sqrt{t_f})]^{\frac{3}{2}}} \quad (**)$$

由实验原始数据可得到平衡电压 $\overline{U_{\text{平衡}1}} \sim \overline{U_{\text{平衡}4}}$ 、 $\overline{t_{f1}} \sim \overline{t_{f4}}$ ，进而代入(**)

式可以得到 $q_1 \sim q_4$ 的值，再利用统计学方法求出各个油滴带电量的最小公倍数，得到每个油滴所带的元电荷数 N ，进而可以求得元电荷数值。计算结果如表 3 所示。

表 3 平衡电压、下落时间平均值、油滴带电量、电荷数、

油滴序号	1	2	3	4
\bar{t}/s	40.8325	25.95125	26.55	26.1275
\bar{U}/V	295.25	150.75	151.625	156.125
q/C	1.5540×10^{-19}	5.0137×10^{-19}	5.9633×10^{-19}	5.9390×10^{-19}
N	1	3	4	4
e/C	1.554×10^{-19}	1.6712×10^{-19}	1.4908×10^{-19}	1.4848×10^{-19}

下面对第二个油滴进行不确定度分析。

计算下落时间标准差

$$\sigma_t = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (t_i - \bar{t})^2}{n-1}} = 0.5740 \text{ s}$$

故下落时间 A 类不确定度为

$$u_{A t} = \frac{\sigma_t}{\sqrt{n}} = 0.2029$$

秒表 $\Delta_{\text{估}} = 0.2s \gg \Delta_{\text{仪}} = 0.01s$ ，故下落时间 B 类不确定度最大值为

$$\Delta_{B t} = \Delta_{\text{估}} = 0.2s$$

秒表置信系数 $C = 3$ ，取置信概率 $P = 0.95$ ，置信因子 $k_P = 1.96$ ，得下落时间 B 类不确定度

$$u_{B t} = k_P \frac{\Delta_{B t}}{C} = 0.1307$$

查表得到在 $n = 8$ 、 $P = 0.95$ 时有 $t_p = 2.37$ ，进而可以得到下落时间的展伸不确定度

$$U_{0.95 t} = \sqrt{(t_{0.95} u_{A t})^2 + u_{B t}^2} = 0.4983$$

计算平衡电压标准差

$$\sigma_U = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (U_i - \bar{U})^2}{n-1}} = 1.0351 \text{ V}$$

故平衡电压 A 类不确定度为

$$u_{A U} = \frac{\sigma_U}{\sqrt{n}} = 0.3660$$

取电压表精度级别为 1，则平衡电压 B 类不确定度最大值为

$$\Delta_{B U} = \Delta_{\text{仪}} = 1$$

取置信系数 $C = 3$ ，取置信概率 $P = 0.95$ ，置信因子 $k_p = 1.96$ ，则平衡电压 B 类不确定度为

$$u_{B U} = k_p \frac{\Delta_{B U}}{C} = 0.6533$$

则平衡电压的展伸不确定度为

$$U_{0.95 U} = \sqrt{(t_{0.95} u_{A U})^2 + u_{B U}^2} = 1.0859$$

利用不确定度传递公式，可以求得油滴所带电量的绝对不确定度

$$\frac{\partial q}{\partial t} = 3.7562 \times 10^{-20}$$

$$\frac{\partial q}{\partial U} = 4.1236 \times 10^{-21}$$

$$U_{0.95 q} = \sqrt{\left(\frac{\partial q}{\partial t}\right)^2 U_{0.95 t}^2 + \left(\frac{\partial q}{\partial U}\right)^2 U_{0.95 U}^2} = 1.9245 \times 10^{-20}$$

进一步可以求出油滴带电量的相对不确定度

$$\frac{u_q}{q} = \frac{U_{0.95 q}}{q} = 0.0384 = 3.84 \%$$

6 实验讨论与思考题

6.1 实验讨论

本实验的误差可以从以下几个方面来定性考虑：

1. 油滴平衡状态难以判断。仅凭肉眼有时很难判断有滴是否处在平衡状态，在平衡电压 $>150V$ 时，有时将电压上下波动 $10V$ 都不会引起油滴显著的运动，导致平衡电压误差较大。
2. 样本数太少，最大公约数法存在弊端。因为油滴带电量是小数，很难找到几个小数的最大公约数，并且如果某个数据稍有变动，最大公约数便会有很大的变化，导致元电荷测量存在误差
3. 油滴所带电荷量太少。实验要求油滴平衡电压 $>150V$ ，下落时间落在 $16 \sim 32$ 秒内，这样得到的油滴携带电荷量太少，除以所带电荷数得到元电荷的数值也会存在较大误差。

6.2 思考题

6.2.1 预习思考题

1. 为什么必须使油滴作匀速运动或静止运动状态？

答：对于油滴而言，空气是粘性流体，油滴在实验中会受到重力、浮力、电场

力、空气粘滞阻力。由斯托克斯定律可知空气的粘滞阻力与物体的运动速度成正比，只有当油滴运动状态不变时才可以得到实验原理中油滴带电量计算式（**）。如果油滴既不做匀速运动也不静止，则油滴受到的粘滞阻力的计算就会复杂得多。

另外，油滴运动状态不稳定也会导致电荷的测量出现误差。本实验中通过观察油滴在电场中静止可以判断油滴平衡，进而通过油滴受力平衡得到平衡电压与油滴电荷量的关系。如果油滴不平衡则其运动状态更加难以界定，测量的误差会变大。

2. 相对于下落的微小油滴而言，空气能看成理想流体吗？本实验作了如何修正。

答：不可以。由于油滴的直径与空气分子的间隙相当，空气已经不能看成连续介质。为此实验中引入了修正常数 b ，空气的粘度 η 也做了相应的修正：

$$\eta' = \frac{\eta}{1 + \frac{b}{pr}}$$

3. 你能想出其他方法，测量基本元电荷电量吗？

答：向两磁场中注入过饱和水蒸气（威尔逊云雾室），利用电子枪向磁场间以固定速度发射电子，测量电子运动轨迹的曲率半径，由公式 $\frac{mv^2}{r} = evB$ 可以求出电子电荷数值 e 。

6.2.2 实验过程思考题

1. 实验室中如何保证油滴在测量范围内作匀速运动？

答：（1）在开始实验前调节平衡螺丝，使得平行电极板水平，使电场方向与重力方向平行；

（2）选择合适带电量及质量的油滴。过小及带电量过大的油滴会使油滴对平衡电压过于敏感，不易将油滴保持在平衡状态。

2. 油滴上电荷量的改变，主要体现在平衡电压的变化，还是下落时间的变化？

答：主要体现在平衡电压上面。在油滴静止时有 $qE = m_1g - m_2g$ ，可知平衡电压 E 与电荷量 q 成反比，且在 q 很小时 E 随 q 的变化是显著的。而由公式 $q =$

$\frac{1.429 \times 10^{-14}}{U_{\text{平衡}} [t_f (1 + 0.0196 \sqrt{t_f})]^{\frac{3}{2}}}$ 可知， t_f 近似与 $q^{\frac{4}{3}}$ 成反比，这样 q 的变化量在 t_f 上体现就不

明显了。同时，由式 $m_1g - m_2g = \frac{4}{3}\pi r^3(\rho_1 - \rho_2)g$ 与式 $r = \left[\frac{9\eta v_f}{2g(\rho_1 - \rho_2)} \right]^{\frac{1}{2}}$ 可知 t_f 与 v_f 更多体现的是油滴质量的变化。

3. 油滴下落时间要求多次测量，以消除随机误差的影响。而油滴静止状态的平衡电压也需多次测量吗？仅仅测量平衡电压的上、下限，是否可行？

答：需要。在 6.1 节实验讨论中笔者曾提及平衡电压的也存在严重的随机误差，因为仅凭借肉眼难以在实验中分辨油滴是否处于静止状态还是在以微小的加速度做运动，平衡电压的最大不确定度可能达到 5V 甚至更高，所以有必要多次测量以减小随机误差的影响。同时在实验中环境条件也会发生变化，多次测量平衡电压也是为了验证实验环境没有改变。

类似于平衡电压具有很大的不确定度，平衡电压的上下限也很难界定，仅测量平衡电压的上下限也会使实验的误差增大。

6.2.3 实验报告思考题

1. 油滴带电量表达式中，空气粘滞系数的非理想流体模型的修正量，其数量级有多大？对油滴带电量的相对不确定度影响（贡献）有多大？

答：由实验仪器参数及常数表可知： $\eta = 1.83 \times 10^{-5} \text{ Pa} \cdot \text{s}$ ， $b = 8.23 \times 10^{-3} \text{ N/m}$ ，大气压强 $p = 1.013 \times 10^5 \text{ Pa}$ ，油滴半径取 $r = 1 \times 10^{-6} \text{ m}$ ，带入 $\eta' = \frac{\eta}{1 + \frac{b}{pr}}$ ，得 $\eta' = 1.6925 \times 10^{-5} \text{ Pa} \cdot \text{s}$ ， $\Delta_{\eta} = 1.375 \times 10^{-6}$ ，数量级在 10^{-6} 。

由（*）式可知 q 与 η^3 成正比，故 η 的修正对 q 的贡献大约为 $\left(\frac{\Delta_{\eta}}{\eta}\right)^3 = 4.2418 \times 10^{-4}$ 。 $u_{\eta} = \Delta_{\eta} = 1.375 \times 10^{-6}$ ，以本次实验 q 的不确定度为例， $\frac{u_q}{q} = 0.0384$ ，由不确定度传递公式可知， $\left(\frac{u_q}{q}\right)^2 = \dots + \left(\frac{3}{\eta} u_{\eta}\right)^2$ ，可以计算得没有修正 η 时 $\frac{u_q}{q} = 0.2467$ ，故 η 的修正对本实验相对不确定度的贡献是20.83%。

2. 试计算直径为 10^{-6} m 的油滴在重力场中下落达到力的平衡状态时所经过的距离。

答：由牛顿第二定律

$$m_1 g - m_2 g - K \dot{x} = m_1 \ddot{x}$$

又

$$m_1 g - m_2 g = \frac{4}{3} \pi r^3 (\rho_1 - \rho_2) g$$

$$K = 6\pi\eta r$$

$$m_1 = \frac{4}{3} \pi r^3 \rho_1 g$$

带入初始条件

$$\dot{x}|_{t=0} = 0$$

$$x|_{t=0} = 0$$

解得

$$x = -1.5895 \times 10^{-8} + 1.5895 \times 10^{-8} \cdot e^{-7926.6050 \cdot t} + 1.2599 \times 10^{-4} \cdot t$$

令 $\ddot{x} < 10^{-100}$ 得

$$x > 3.6075 \times 10^{-6} \text{ m}$$

故在油滴移动 $4\mu\text{m}$ 时已经可以视为做匀速运动了。