

中国科学技术大学



重力加速度的测量实验报告

姓名：王晨沣

学号：PB22061204

班级：信息学院 2202 班

时间：2023 年 3 月 29 日

目录

单摆测量法	3
1 实验目的	3
2 实验仪器	3
3 实验原理	3
4 实验设计	4
4.1 不确定度均分原理	4
4.2 关于摆绳长度的取值	4
4.3 关于摆绳长度及摆球直径的测量方法	4
4.4 关于需要测量的单摆周期数量	5
5 实验步骤	5
6 实验结果（原始数据）	5
7 数据处理与误差分析	6
8 实验讨论与思考题	8
8.1 实验讨论	8
8.2 思考题	8
自由落体法	9
1 实验目的	9
2 实验仪器	9
3 实验原理	9
4 实验步骤	10
5 实验结果（原始数据）	10
6 数据处理与误差分析	11
6.1 大球实验数据处理	11
6.2 小球实验数据处理	12
6.3 误差分析	12
7 实验讨论与思考题	13
7.1 实验讨论	13
7.2 思考题	13

单摆测量法

1 实验目的

利用单摆的周期公式

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{2l}{g}}$$

测定当地的重力加速度 g 。其中 T 是单摆的周期， l 是单摆的摆长。

2 实验仪器

卷尺、游标卡尺、千分尺、电子秒表、单摆（带标尺、平面镜，摆线长度可以调整）

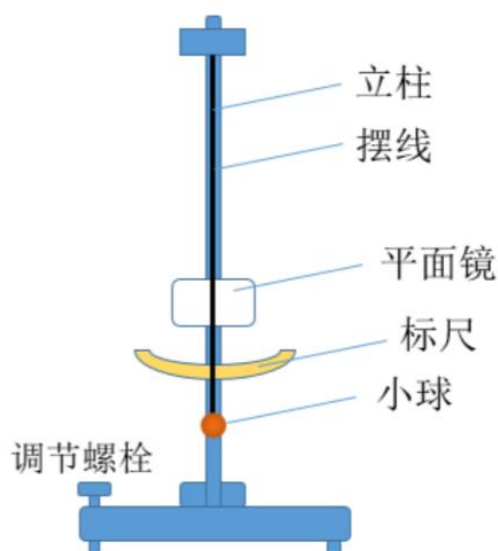


图 2-1 单摆法测重力加速度实验装置

3 实验原理

一般情况下，摆球几何形状、摆球的质量、空气阻力与浮力、摆角（当摆角 $\theta < 5^\circ$ ），

对摆动周期 T 的修正都小于 0.1%。本实验对精度的要求是 $\frac{\Delta g}{g} < 1\%$ ，所以这些修正项可以

忽略不计。采用一级近似的周期测量公式为：

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{2l}{g}}$$

变形，得：

$$g = 4\pi^2 \frac{l}{T^2}$$

因此可以通过测量 l 与 T 的值来求出重力加速度 g 。

4 实验设计

4.1 不确定度均分原理

由于在一级近似下，单摆周期公式为 $T = 2\pi \sqrt{\frac{2l}{g}}$ ，即 $g = 4\pi^2 \frac{l}{T^2}$ ，按最大不确定度公式估算，有 $\frac{\Delta g}{g} = \frac{2\Delta T}{T} + \frac{\Delta l}{l}$ 。根据不确定度均分原理，有

$$\frac{\Delta T}{T} < 0.5\%$$

$$\frac{\Delta l}{l} < 0.5\%$$

4.2 关于摆绳长度的取值

由于只有卷尺适合测量摆长，而钢卷尺的最大允差 $\Delta_{尺} = 0.12cm$ ，由于用钢卷尺测量单摆摆长时难以将被测物两端与测量仪器的刻线对齐，作为保守估计，一般取卷尺允差 $\Delta_B = 0.2cm$ ，故 $l > \frac{\Delta l}{0.5\%} = 0.4m$ ，即摆长至少为 40cm。

由公式 $T \propto \sqrt{l}$ 可知，实验中为了测量周期 T ，应保证 T 不过小，否则会摆动过快导致测量失误。

为了方便观察，应取 $l \approx 80cm$

增加摆长可以提高测量精度，当摆长增大时， $\frac{\Delta l}{l}$ 会减小，并且有利于把小球看做质点，小球空间位置也变化较大，便于观察。但摆长过长也会使周期过长，实验时间较长，反而不利于实验。

4.3 关于摆绳长度及摆球直径的测量方法

由 $\frac{\Delta l}{l} < 0.5\%$ ， $l = l_{绳} + \frac{1}{2}d_{球} = 80cm + \frac{1}{2} \times 2cm = 81cm$ ，得 $\Delta l < 0.405cm$ ，而钢卷尺

$\Delta_{\text{尺}} = 0.2\text{cm}$ ，在允差内，故选择钢卷尺对摆绳长度进行测量。小球直径 $\frac{\Delta d}{d} < 0.5\%$ ，带入 $d = 2\text{cm}$ 得 $\Delta d < 0.01\text{cm}$ ，故应用游标卡尺测量小球直径。

4.4 关于需要测量的单摆周期数量

由 $\frac{\Delta T}{T} < 0.5\%$ ，带入 $\Delta T = \Delta T_{\text{人}} + \Delta T_{\text{表}} = 0.2\text{s} + 0.01\text{s} = 0.21\text{s}$ ，得 $T > 84\text{s}$ ，而由单摆周期公式 $T = 2\pi\sqrt{\frac{2l}{g}}$ ，带入 $g \approx \frac{9.8\text{m}}{\text{s}^2}$ ， $l \approx 81\text{cm}$ ，得一个周期 $T_0 \approx 1.8\text{s}$ ， $n \approx 46$ ，故至少测量 46 个周期。在本实验中将测量 50 个周期。

5 实验步骤

1. 按照实验要求组装实验仪器，调整水平。将电子秒表示数归零。
2. 测量摆球的直径 d ，摆线的长度 $l_{\text{绳}}$ ，并计算摆长 l 。
3. 将摆球拉离平衡位置，无初速度地释放，使其在小角度（小于 5° ）平面内摆动。
4. 用电子秒表测量单摆 50 次全振动所需要的时间。
5. 重复上述实验操作 3 到 5 次（实际操作中取了 4 次），记录有关数据。
6. 整理仪器，结束实验。
7. 数据处理和误差分析。

6 实验结果（原始数据）

表 6-1 单摆法测量重力加速度原始数据

实验序号	摆绳长度 l/cm	摆球直径 d/mm	振动总时间 T/s
1	80.60	22.16	90.69
2	79.05	22.14	90.06
3	79.85	22.16	90.28
4	80.20	22.16	90.38
5	80.05	22.16	90.25
6	80.10	22.14	90.22
平均	79.97	22.15	90.31

7 数据处理与误差分析

钢卷尺的最大允差为 0.2cm，游标卡尺的最大允差为 0.002cm，秒表的最大允差为 0.01s

钢卷尺和游标卡尺的估计误差为最小分度值的一半，分别为 0.05cm 和 0.001cm

秒表的估计误差为 0.2s

摆线长度 l 的平均值

$$\bar{l} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n l_i = \frac{80.6 + 79.05 + 79.85 + 80.2 + 80.05 + 80.1}{6} \text{ cm} = 79.975 \text{ cm}$$

摆线长度 l 的标准差

$$\begin{aligned}\sigma_l &= \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (l_i - \bar{l})^2} \\ &= \sqrt{\frac{(80.6 - 79.975)^2 + (79.05 - 79.975)^2 + (79.85 - 79.975)^2 + (80.2 - 79.975)^2 + (80.05 - 79.975)^2 + (80.1 - 79.975)^2}{6-1}} \text{ cm} \\ &= 0.51648 \text{ cm}\end{aligned}$$

摆线长度 l 的 B 类不确定度

$$\Delta_{B,l} = \sqrt{\Delta_{\text{仪}}^2 + \Delta_{\text{估}}^2} = \sqrt{0.2^2 + 0.05^2} \text{ cm} = 0.20616 \text{ cm}$$

摆线长度 l 的展伸不确定度

$$\begin{aligned}U_{l,P} &= \sqrt{\left(t_P \frac{\sigma_l}{\sqrt{n}}\right)^2 + \left(k_P \frac{\Delta_{B,l}}{C}\right)^2} = \sqrt{\left(2.57 \times \frac{0.51648}{\sqrt{6}}\right)^2 + \left(1.96 \times \frac{0.20616}{3}\right)^2} \text{ cm} \\ &= 0.55838 \text{ cm}, P = 0.95\end{aligned}$$

摆球直径 d 的平均值

$$\bar{d} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n d_i = \frac{22.16 + 22.14 + 22.16 + 22.16 + 22.16 + 22.14}{6} \text{ mm} = 22.153 \text{ mm}$$

摆球直径 d 的标准差

$$\begin{aligned}\sigma_d &= \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (d_i - \bar{d})^2} \\ &= \sqrt{\frac{(22.16 - 22.153)^2 + (22.14 - 22.153)^2 + (22.16 - 22.153)^2 + (22.16 - 22.153)^2 + (22.16 - 22.153)^2 + (22.14 - 22.153)^2}{6-1}} \text{ mm} \\ &= 0.010328 \text{ mm}\end{aligned}$$

摆球直径 d 的 B 类不确定度

$$\Delta_{B,d} = 0.02 \text{ mm}$$

摆球直径 d 的展伸不确定度

$$U_{d,P} = \sqrt{(t_P \frac{\sigma_d}{\sqrt{n}})^2 + (k_P \frac{\Delta_{B,d}}{C})^2} = \sqrt{(2.57 \times \frac{0.010328}{\sqrt{6}})^2 + (1.96 \times \frac{0.02}{\sqrt{3}})^2} \text{ mm}$$

$$= 0.025093 \text{ mm}, P = 0.95$$

摆长 L

$$L = d + l = 1.1077 + 79.975 \text{ cm} = 81.083 \text{ cm}$$

摆长 L 的延伸不确定度

$$U_{L,P} = \sqrt{(\frac{\partial L}{\partial l} U_{l,P})^2 + (\frac{\partial L}{\partial d} U_{d,P})^2} = \sqrt{(1U_{l,P})^2 + (1U_{d,P})^2}$$

$$= \sqrt{(1 \times 0.55838)^2 + (1 \times 0.0012546)^2} \text{ cm} = 0.55838 \text{ cm}, P = 0.95$$

周期 T 的平均值

$$\bar{T} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n T_i = \frac{1.8138 + 1.8012 + 1.8056 + 1.8076 + 1.805 + 1.8044}{6} \text{ s} = 1.8063 \text{ s}$$

周期 T 的标准差

$$\sigma_T = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (T_i - \bar{T})^2}$$

$$= \sqrt{\frac{(1.8138 - 1.8063)^2 + (1.8012 - 1.8063)^2 + (1.8056 - 1.8063)^2 + (1.8076 - 1.8063)^2 + (1.805 - 1.8063)^2 + (1.8044 - 1.8063)^2}{6-1}} \text{ s}$$

$$= 0.0042364 \text{ s}$$

周期 T 的 B 类不确定度

$$\Delta_{B,T} = \sqrt{\Delta_{\text{仪}}^2 + \Delta_{\text{估}}^2} = \sqrt{0.0002^2 + 0.004^2} \text{ s} = 0.004005 \text{ s}$$

周期 T 的展伸不确定度

$$U_{T,P} = \sqrt{(t_P \frac{\sigma_T}{\sqrt{n}})^2 + (k_P \frac{\Delta_{B,T}}{C})^2} = \sqrt{(2.57 \times \frac{0.0042364}{\sqrt{6}})^2 + (1.96 \times \frac{0.004005}{3})^2} \text{ s}$$

$$= 5.1578 \times 10^{-3} \text{ s}, P = 0.95$$

重力加速度 g

$$g = \frac{4\pi^2 L}{T^2} = \frac{4 \times \pi^2 \times 0.81083}{1.8063^2} \text{ m/s}^2 = 9.8112 \text{ m/s}^2$$

重力加速度 g 的延伸不确定度

$$U_{g,P} = \sqrt{(\frac{\partial g}{\partial L} U_{L,P})^2 + (\frac{\partial g}{\partial T} U_{T,P})^2} = \sqrt{(\frac{4\pi^2}{T^2} U_{L,P})^2 + (-\frac{8\pi^2 L}{T^3} U_{T,P})^2}$$

$$= \sqrt{(\frac{4 \times \pi^2}{1.8063^2} \times 0.0055838)^2 + (-\frac{8 \times \pi^2 \times 0.81083}{1.8063^3} \times 0.0051578)^2} \text{ m/s}^2$$

$$= 0.087776 \text{ m/s}^2, P = 0.95$$

重力加速度 g 最终结果

$$g = (9.81 \pm 0.09) \text{ m/s}^2$$

注：其他误差分析见思考题

8 实验讨论与思考题

8.1 实验讨论

通过单摆测量重力加速度的实验，我受益良多。一方面掌握了对一些测量工具的使用，如游标卡尺等，另一方面我也将学习到的不确定度分析的方法应用到了本次实验中，懂得了分析实验基本误差，并且能够拓展思维，提出修正和改进的方法。比如在计量摆动周期时，如果等待摆球达到最高点算作一个周期，对观测者的要求较高、误差较大，反而当摆球经过最低点时开始计数提高实验精度。

8.2 思考题

基本误差的来源分析以及改进方法。

系统误差：

1. 空气阻力。实验中存在不可忽略的空气阻力，使得小球摆动的速度逐渐减缓，摆幅也随之减小，使最终实验结果较当地重力加速度偏大。
2. 公式近似。摆球的几何形状、质量、空气浮力、摆角等因素对单摆的周期和测量都有影响。但在小摆角($\theta < 0.5^\circ$)的情况下，这些因素对 T 的影响小于 0.1%，由于实验精度要求 $\frac{\Delta g}{g} < 0.5\%$ ，这些因素的影响可以在一级近似下忽略不计。
3. 摆球进行圆锥摆。由于科里奥利力等因素影响，小球释放后摆动会不在一个平面内进行，且小球摆动方式是否为平面不易观察，进而导致单摆周期的减小，测得结果较真实值偏大。可行的改进方法可以是小球无初速度释放，尽可能减小非摆动平面内小球的速度，同时小组另一成员在摆动平面内观察小球是否有其他方向速度。

随机误差：

1. 摆长测量误差大。测量时由于钢卷尺难以与摆线保持紧贴，同时摆线有一定的弹性，导致摆线长度的测量不确定度大。
2. 测量摆动周期误差大。计时开始与结束的标准较为模糊，肉眼观测摆球到达最低点的时间误差较大。可以使用光电门的方式以减小不确定度。

自由落体法

1 实验目的

利用自由落体方法，测量当地的重力加速度 g

2 实验仪器

电磁铁，小球，光电门，底座，纸杯（用以盛接下落的小球），立柱，数字毫秒计（与两个光电门连接，可以读数），卷尺，铅锤（用以调整立柱的铅锤）

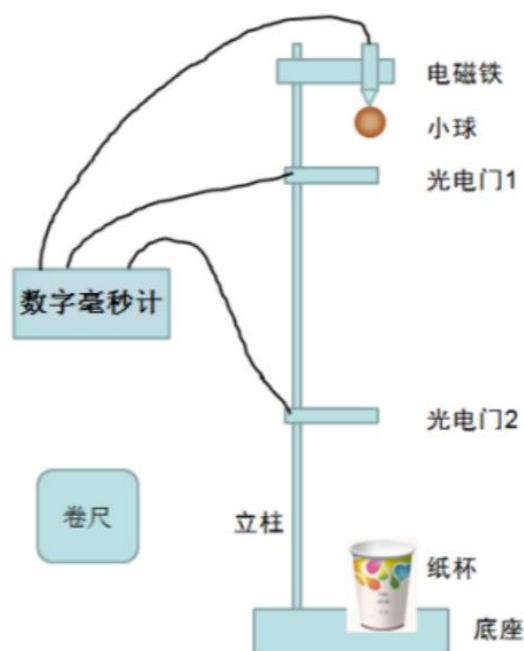


图 2-1 自由落体法测量重力加速度装置

3 实验原理

根据牛顿运动定律，自由落体的运动方程为：

$$h = \frac{1}{2}gt^2$$

光电门 1 的位置固定，改变光电门 2 的位置，小球通过光电门 1 时的速度 v_0 ，光电门 1 和光电门 2 之间的高度差为 h_i ，时间差为 t_i ，则有：

$$h_i = v_0 t_i + \frac{1}{2}gt_i^2$$

两侧同除以 t_i 得：

$$\bar{v}_i = \frac{h}{t} = v_0 + \frac{1}{2}gt$$

即 $\frac{h}{t}$ 与 t 成线性关系，通过线性拟合即可求出 g 的值。

4 实验步骤

1. 按照实验要求组装好实验仪器，调节支柱至竖直状态。
2. 按照要求插好光电门装置，将数字毫秒计归零。
3. 测量两个光电门之间的距离，并记录。
4. 开启开关，将小球吸在电磁铁上。
5. 按下开关，让小球自由落体经过光电门。
6. 小球通过光电门 1，2 的时间，小球通过两个光电门的时间差。
7. 重复上述操作 6 次。
8. 将小球替换为大球重复上述过程。
9. 整理仪器。
10. 数据处理和误差分析。

5 实验结果（原始数据）

表 5-1 利用小球进行实验的原始数据

测量序号	h/cm	t1/ms	t2/ms	t/ms
1	39.85	126.8	312.8	186.0
2	44.80	127.0	328.8	201.8
3	49.90	127.0	344.1	217.1
4	54.95	127.1	358.9	231.8
5	59.95	126.9	372.8	245.9
6	64.90	127.0	386.5	259.5

表 5-2 利用大球进行实验的原始数据

测量序号	h/cm	t1/ms	t2/ms	t/ms
1	39.85	122.3	310.4	188.1
2	44.80	122.4	326.4	204.0
3	49.90	122.3	341.6	219.3
4	54.95	122.3	356.4	234.1
5	59.95	122.2	370.3	248.1
6	64.90	122.1	383.8	261.7

6 数据处理与误差分析

6.1 大球实验数据处理

首先，将数据处理为国际标准单位制，并将其转化为 \bar{v} 和 t 之间的关系。

表 6-1 利用大球进行实验得到的 $\bar{v} - t$ 关系

$v/m \cdot s^{-1}$	2.119	2.196	2.275	2.347	2.416	2.480
t/s	0.1881	0.2040	0.2193	0.2341	0.2481	0.2617

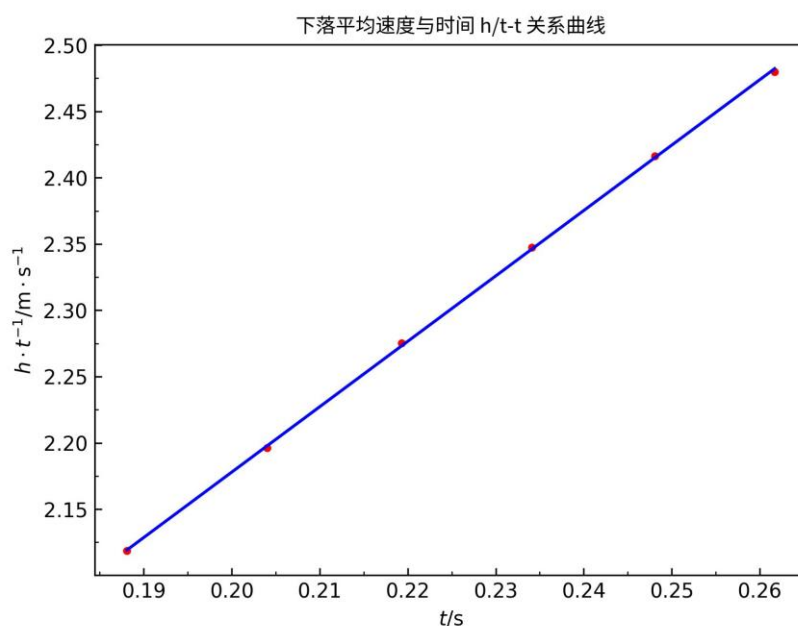


图 6-1 利用大球进行实验得到的 $\bar{v} - t$ 曲线图像

斜率

$$m = 4.9319 \text{ m/s}^2$$

截距

$$b = 1.1916 \text{ m/s}$$

线性拟合的相关系数

$$r = \frac{\overline{tv} - \bar{t} \cdot \bar{v}}{\sqrt{(\bar{t}^2 - \bar{t}^2)(\bar{v}^2 - \bar{v}^2)}} = 0.99991127$$

斜率标准差

$$s_m = |m| \cdot \sqrt{\frac{1}{(\bar{t}^2 - \bar{t}^2)(n-2)}} = 0.032851 \text{ m/s}^2$$

截距标准差

$$s_b = s_m \cdot \sqrt{\bar{t}^2} = 0.0074664 \text{ m/s}$$

重力加速度

$$g = 2m = 2 \times 4.9319 \text{ m/s}^2 = 9.8637 \text{ m/s}^2$$

6.2 小球实验数据处理

表 6-2 利用小球进行实验得到的 $\bar{v} - t$ 关系

$v/m \cdot s^{-1}$	2.142	2.220	2.298	2.371	2.438	2.501
t/s	0.1860	0.2018	0.2171	0.2318	0.2459	0.2595

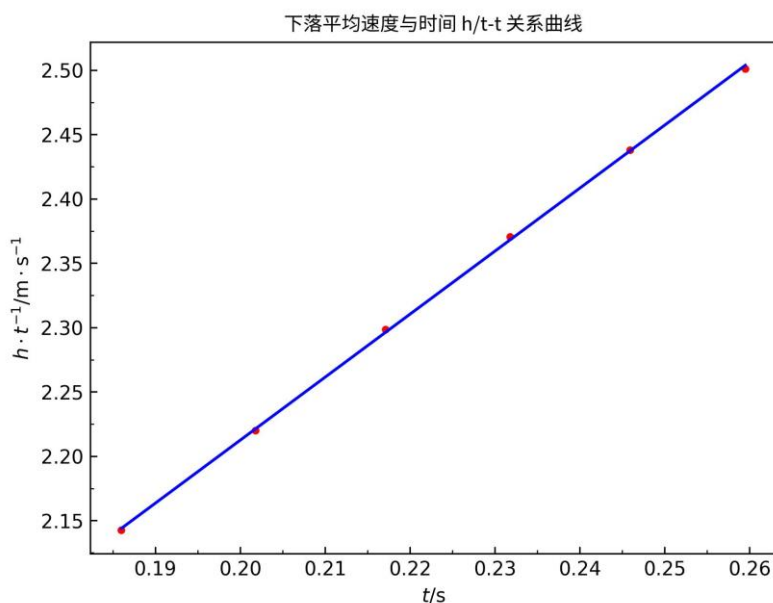


图 6-2 利用小球进行实验得到的 $\bar{v} - t$ 曲线图像

斜率

$$m = 4.8969 \text{ m/s}^2$$

截距

$$b = 1.2331 \text{ m/s}$$

线性拟合的相关系数

$$r = \frac{\overline{tv} - \bar{t} \cdot \bar{v}}{\sqrt{(\overline{t^2} - \bar{t}^2)(\overline{v^2} - \bar{v}^2)}} = 0.99987146$$

斜率标准差

$$s_m = |m| \cdot \sqrt{\frac{1}{r^2} - 1} / (n - 2) = 0.039262 \text{ m/s}^2$$

截距标准差

$$s_b = s_m \cdot \sqrt{\bar{t}^2} = 0.0088375 \text{ m/s}$$

重力加速度

$$g = 2m = 2 \times 4.8969 \text{ m/s}^2 = 9.7938 \text{ m/s}^2$$

6.3 误差分析

系统误差:

1. 空气阻力。由于存在空气阻力的影响，测得的平均速度比真实值偏小，使得最终结果比当地重力加速度略小。
2. 存在剩磁。由于电磁铁存在剩磁，使得小球下落时受到阻力，因而小球下落初始时间不准确。

随机误差：

1. 下落距离测量误差大。卷尺难以与光电门的连线保持平行，使得卷尺测量存在很大误差。
2. 难以竖直下落。小球如果以倾斜的方式下落经过光电门，会使得竖直方向速度较小，导致最终测量结果偏小。

7 实验讨论与思考题

7.1 实验讨论

通过自由落体法测量重力加速度的实验，我受益良多。一方面掌握了对一些工具的使用，如光电门等，另一方面我也将学习到的数据分析、图像拟合的方法应用到了本次实验中，懂得了分析实验基本误差，并且能够拓展思维，提出修正和改进的方法。比如经过查阅相关资料，本地重力加速度的数值约为 $g = 9.7947\text{m/s}^2$ ，而大球相较于小球和真实值有更大的差距，可能的原因是：大球由于体积较大，受到的空气阻力、电磁铁剩磁影响更大，导致实验结果的偏差；另一方面，也可能由于实验数据过少导致实验结果拟合误差较大。

7.2 思考题

1. 在实际工作中，为什么利用（1）式很难精确测量重力加速度 g ？

答：由于电磁铁有剩磁，小球下落时会受到阻力，因此小球的初时时间不准确，进而难以精确测量重力加速度。

2. 为了提高测量精度，光电门 1、2 的位置应该如何选取？

答：光电门 1 应距离电磁铁较远，免于在经过光电门 1 后仍受到剩磁影响。在实验过程中，光电门 1 应固定不动，通过移动光电门 2 测得多组数据。同时光电门 2 与光电门 1 之间的距离不宜过小，否则高度测量的不确定度会增大。

3. 利用本实验装置，你还能提出其他测量重力加速度 g 的实验方案吗？

答：只利用一个光电门，多次改变光电门的位置，测得小球下落不同高度时经过光电门所需的时间，通过测量小球的直径得到下落不同高度时的瞬时速度，随后利用线性拟合也可以求出重力加速度的值。