

Лабораторная работа 1.1.4.

ИЗУЧЕНИЕ СТАТИСТИЧЕСКИХ ЗАКОНОМЕРНОСТЕЙ НА ПРИМЕРЕ ИЗМЕРЕНИЯ ФОНА КОСМИЧЕСКОГО ИЗЛУЧЕНИЯ

Попова Софья Б04-401

September 2024

Цель работы

Познакомиться с основными понятиями статистики; на примере статистики регистрации фоновых космических частиц изучить статистические закономерности однородного во времени случайного процесса; проверить возможность описания исследуемого процесса статистическими законами Пуассона и Гаусса; измерить среднее число регистрируемых космических лучей в секунду и определить погрешность результата.

Оборудование

Счётчик Гейгера—Мюллера, компьютер с интерфейсом для связи со счётчиком.

Теоретическая часть

При любом физическом измерении результат, получаемый на опыте, несколько отличается от «истинного» значения измеряемой величины, поэтому БОЛЬШИЙ смысл в себе несет средняя величина некоторого количества измерений, а не результат одного.

(В этой работе будем считать, что все погрешности, кроме статистических, пренебрежимо малы и не учитываются.)

Наиболее важной характеристикой является среднее число регистрируемых частиц в единицу времени. Если n_1, n_2, \dots, n_N — результаты N проведённых в одинаковых условиях измерений, можно вычислить выборочное среднее

значение числа измерений:

$$\bar{n} \equiv \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N n_i \quad (1)$$

Выборочное среднее будет стремиться к некоторому конечному пределу, который можно назвать «истинным» средним значением числа регистрируемых частиц:

$$\bar{n} = \lim (n) \quad (2)$$

Кроме среднего значения важно знать, насколько сильно флуктуируют значения n_i от опыта к опыту, или же среднеквадратичное отклонение:

$$\sigma_n^2 \equiv \frac{1}{N} \sum_i (n_i - (n))^2 \quad (3)$$

Тогда погрешность среднего значения (n) при независимых измерениях связана со стандартным отклонением формулой:

$$\sigma_{(n)} = \frac{\sigma_n}{\sqrt{N}} \quad (4)$$

Пуассоновский процесс

Если случайные события (регистрация частиц) однородны во времени (не меняют своей средней интенсивности), а каждое последующее событие никак не зависит от того, как и когда произошло предыдущее, то последовательность таких событий принято называть *пуассоновским процессом*. Вероятности w_n того, что в эксперименте будет обнаружено n частиц, для распределения Пуассона имеют вид:

$$w_n = \frac{\bar{n}^n}{n!} e^{-\bar{n}} \quad (5)$$

Для пуассоновского процесса справедливо равенство:

$$\sigma = \sqrt{\bar{n}} \quad (6)$$

На практике можно ожидать приближенное равенство для выборочных значений:

$$\sigma_n \approx \sqrt{(n)} \quad (7)$$

Погрешность эксперимента

Если подставить св-во распределения Пуассона (6) в формулу (4), получится среднеквадратичная погрешность определения среднего:

$$\sigma_{(n)} = \frac{\sigma_n}{\sqrt{N}} = \sqrt{\frac{(n)}{N}} \quad (8)$$

Для относительного значения погрешности:

$$\varepsilon_{(n)} = \frac{\sigma_{(n)}}{(n)} = \frac{1}{\sqrt{(n)N}} \quad (9)$$

Отсюда, единственный способ увеличить точность опыта — увеличивать общее число регистрируемых частиц за счёт увеличения совокупного времени измерений.

Экспериментальная часть

В ходе работы получено 4000 значений числа зарегистрированных частиц. Эти данные сгруппированы с различными интервалами: $\tau=20\text{с}$; $\tau=40\text{с}$; $\tau=80\text{с}$ (таблицы 1, 3, 5). На их основе составлены таблицы 2, 4, 6, в которых содержатся данные для построения гистограмм.

Вычислим среднее число регистрируемых частиц по формуле (1):

$$\overline{n_{20}} \equiv \frac{1}{20} \sum_{i=1}^{20} n_i \approx 24,17$$

$$\overline{n_{40}} \equiv \frac{1}{40} \sum_{i=1}^{40} n_i \approx 49,67$$

$$\overline{n_{80}} \equiv \frac{1}{80} \sum_{i=1}^{80} n_i \approx 100,54$$

среднеквадратичное отклонение по формуле (3):

$$\sigma_{n_{20}} \equiv \sqrt{\frac{1}{20} \sum_i^N (n_i - \overline{n_{20}})^2} \approx 15,53$$

$$\sigma_{n_{40}} \equiv \sqrt{\frac{1}{40} \sum_i^N (n_i - \overline{n_{40}})^2} \approx 11,55$$

$$\sigma_{n_{80}} \equiv \sqrt{\frac{1}{80} \sum_i^N (n_i - \overline{n_{80}})^2} \approx 7,89$$

погрешность среднего значения по формуле (4):

$$\sigma_{n_{20}} = \frac{\sigma_{n_{20}}}{\sqrt{N}} = \frac{15,53}{\sqrt{20}} \approx 3,47$$

$$\sigma_{n_{40}} = \frac{\sigma_{n_{40}}}{\sqrt{N}} = \frac{11,55}{\sqrt{40}} \approx 1,83$$

$$\sigma_{n_{80}} = \frac{\sigma_{n_{80}}}{\sqrt{N}} = \frac{7,89}{\sqrt{80}} \approx 0,88$$

и сред. интенсивность регистрируемых частиц в сек по формуле $j = \frac{(n)}{\tau}$:

$$j_{n_{20}} = \frac{\overline{n_{20}}}{\tau} = \frac{24,17}{20} \approx 1,21$$

$$j_{n_{40}} = \frac{\overline{n_{40}}}{\tau} = \frac{49,67}{40} \approx 1,24$$

$$j_{n_{80}} = \frac{\overline{n_{80}}}{\tau} = \frac{100,54}{80} \approx 1,26$$

Заметим, что средняя интенсивность регистрируемых частиц в секунду не зависит от величины интервала τ и числа точек N

Для сравнения полученных экспериментально данных с теоретическими, наложим поверх гистограммы для $\tau=20$ с нормальное распределение Гаусса. Заметим, что гистограмма с достаточной точностью согласуется с распределением Гаусса.

Вывод

Получены случайно изменяющиеся со временем данные об интенсивности потока космических частиц. Применены методы обработки данных для изучения статистических закономерностей при измерении интенсивности радиационного фона.

Таблицы и графики

№опыта	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
0	26	23	22	29	29	19	27	25	28	25
10	24	26	25	26	33	28	20	18	29	28
20	21	25	24	27	18	15	25	21	18	26
30	28	30	23	22	26	20	26	23	23	33
40	24	23	20	30	16	27	20	21	27	27
50	17	19	21	24	21	15	31	27	28	23
60	27	25	31	17	27	27	24	16	24	15
70	32	25	22	19	19	31	24	22	27	26
80	25	25	21	36	30	26	23	19	32	24
90	21	24	23	27	17	26	11	23	19	19
100	23	15	22	39	20	17	17	19	30	28
110	26	24	17	32	23	21	24	12	29	28
120	24	32	21	19	21	22	25	20	23	29
130	21	21	31	34	30	27	14	28	27	34
140	25	23	29	22	27	10	25	27	14	24
150	23	32	30	25	21	25	29	25	21	26
160	31	21	28	31	18	22	22	23	19	27
170	25	16	23	21	25	21	20	22	29	24
180	30	24	19	32	17	23	27	32	22	24
190	29	29	29	18	23	25	27	31	24	32

Таблица 1: Число срабатываний счетчика за 20 секунд

Число импульсов	Число случаев	Доля случаев
10	1	0,005
11	1	0,005
12	1	0,005
14	2	0,01
15	4	0,02
16	3	0,015
17	7	0,035
18	5	0,025
19	11	0,055
20	7	0,035
21	17	0,085
22	11	0,055
23	18	0,09
24	17	0,085
25	18	0,09
26	11	0,055
27	18	0,09
28	9	0,045
29	11	0,055
30	7	0,035
31	7	0,035
32	8	0,04
33	2	0,01
34	2	0,01
36	1	0,005
39	1	0,005

Таблица 2: Данные для построения гистограммы для 20с

№опыта	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
0	49	53	50	53	54	51	52	61	40	57
10	47	53	34	46	47	60	46	47	53	56
20	48	52	44	41	55	37	47	37	62	51
30	52	48	55	42	42	58	42	52	47	53
40	50	58	57	43	57	47	52	44	36	39
50	38	65	37	40	62	50	49	45	37	58
60	58	41	46	45	53	43	67	59	46	63
70	51	52	40	54	39	55	55	48	55	47
80	56	60	40	45	48	42	46	47	44	55
90	57	51	41	60	46	58	49	50	59	58

Таблица 3: Число срабатываний счетчика за 40 секунд

Число импульсов	Число случаев	Доля случаев
34	1	0,01
36	1	0,01
37	4	0,04
38	1	0,01
39	2	0,02
40	4	0,04
41	3	0,03
42	4	0,04
43	2	0,02
44	3	0,03
45	3	0,03
46	6	0,06
47	8	0,08
48	4	0,04
49	3	0,03
50	4	0,04
51	4	0,04
52	6	0,06
54	2	0,02
55	6	0,06
56	2	0,02
57	4	0,04
58	6	0,06
59	2	0,02
60	3	0,03
61	1	0,01
62	2	0,02
63	1	0,01
65	1	0,01
67	1	0,01

Таблица 4: Данные для построения гистограммы для 40с

№опыта	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
0	103	104	106	113	98	100	80	109	93	110
10	102	88	92	85	113	101	98	101	95	101
20	111	101	107	97	76	105	78	116	94	97
30	100	93	100	126	110	105	94	94	104	102
40	117	86	92	94	101	108	102	106	102	117

Таблица 5: Число срабатываний счетчика за 80 секунд

Число импульсов	Число случаев	Доля случаев
76	1	0,02
78	1	0,02
80	1	0,02
85	1	0,02
86	1	0,02
88	1	0,02
92	2	0,04
93	2	0,04
94	4	0,08
95	1	0,02
97	2	0,04
98	2	0,04
100	3	0,06
101	5	0,1
102	4	0,08
103	1	0,02
104	2	0,04
105	2	0,04
106	2	0,04
107	1	0,02
108	1	0,02
109	1	0,02
110	2	0,04
111	1	0,02
113	2	0,04
116	1	0,02
117	2	0,04
126	1	0,02

Таблица 6: Данные для построения гистограммы для 80с

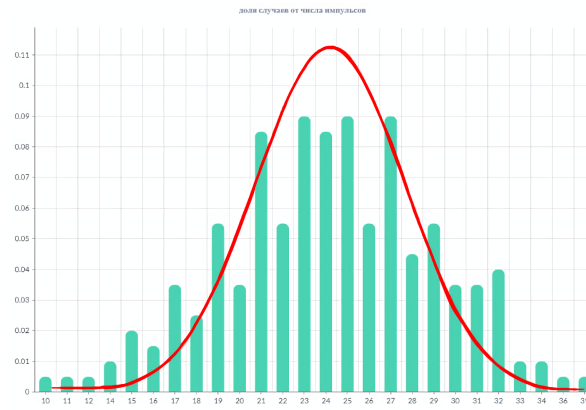


Рис. 1: Гистограмма распределения кол-ва частиц для 20с

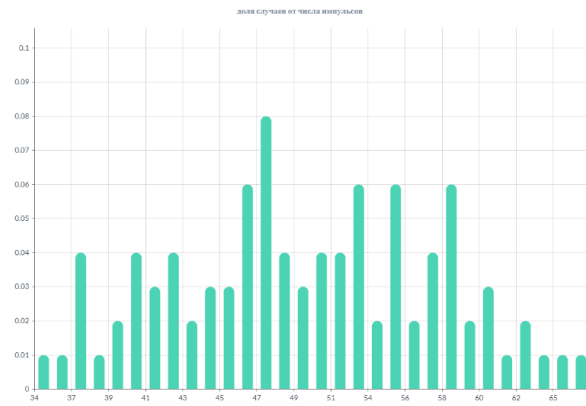


Рис. 2: Гистограмма распределения кол-ва частиц для 40с

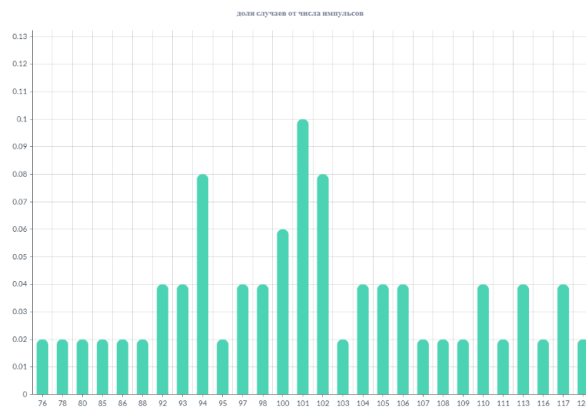


Рис. 3: Гистограмма распределения кол-ва частиц для 80с