Лабораторная работа 1.4.2. ОПРЕДЕЛЕНИЕ УСКОРЕНИЯ СВОБОДНОГО ПАДЕНИЯ ПРИ ПОМОЩИ ОБОРОТНОГО МАЯТНИКА

Попова Софья Б04-401

October 2024

Цель работы

С помощью оборотного маятника измерить величину ускорения свободного падения

Оборудование

Оборотный маятник с двумя подвесными призмами и двумя грузами (чечевицами); электронный счётчик времени и числа колебаний; подставка с острием для определения положения центра масс маятника; закреплённая на стене консоль для подвешивания маятника; металлические линейки, штангенциркуль длиной 1 м.

Теоретическая часть

Перед началом работы вспомним несколько понятий:
Момент инерции — мера инертности во вращательном движении вокруг оси, подобно тому, как масса тела является мерой его инертности в поступательном движении.
Теорема Гюйгенса — Штейнера: момент инерции J тела относительно произвольной неподвижной оси равен сумме момента инерции этого тела J_C относительно параллельной ей оси, проходящей через центр масс тела, и произведения массы тела m на квадрат расстояния d между осями:

$$J = J_C + md^2 \tag{1}$$

При малых колебаниях период колебаний физического маятника определяется формулой:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{J}{mgl}} \tag{2}$$

где J — момент инерции маятника относительно оси качания, m — масса маятника, l — расстояние от оси качания до центра масс маятника.

Измерение $\mathbf{g}$:

Пусть $L \equiv \overline{O_1 O_2} = l_1 + L_2$ - расстояние между двумя "сопряженными"точками подвеса физического маятника. Если соответствующие периоды колебаний равны, $T_1 = T_2 = T$, то по теореме Гюйнерса $L = L_{np.}$ Тогда находим ускорение свободного падения:

$$g_0 = (2\pi)^2 \frac{L}{T^2} \tag{3}$$

Точного совпадения T_1 и T_2 на опыте добиться невозможно, поэтому получим формулу для определения g, если измеренные переменные незначительно отличаются: $T_1 = T$, $T_2 = T + \Delta T$.

$$g = (2\pi)^2 \frac{l_1^2 - l_2^2}{T_1^2 l_1 - T_2^2 l_2} \tag{4}$$

что так же можно переписать как

$$g = g_0 \frac{\lambda - 1}{\lambda - \frac{T_2^2}{T_1^2}} \tag{5}$$

где $g_0 = (2\pi)^2 L/T^2$, а $\lambda = l_1/l_2$.

Оценка погрешностей:

Погрешность определения g_0 по формуле (3) равна:

$$\frac{\sigma_{g_0}}{g_0} = \sqrt{(\frac{\sigma_L}{L})^2 + 4(\frac{\sigma_T}{T})^2} \tag{6}$$

Это - основная погрешность опыта. Для полной относительной погрешности получим:

$$\frac{\sigma_g}{g} \approx \sqrt{(\frac{\sigma_L}{L})^2 + 4(\frac{\sigma_T}{T})^2 + 8(\beta\frac{\sigma_T}{T})^2 + 8(\beta\frac{\Delta_T}{T}\frac{\sigma_l}{\Delta_l})^2} \tag{7}$$

Из этого можно сделать следующие выводы:

- При достаточно хорошем совпадении периодов ($\Delta T \ll T$) погрешность измерения длин l_1 и l_2 по отдельности, практически не влияет на погрешность конечного результата
- Итоговая погрешность неограниченно возрастает при $l_1 \to l_2$, т.е. когда центр масс маятника оказывается близок к геометрическому центру стержня.

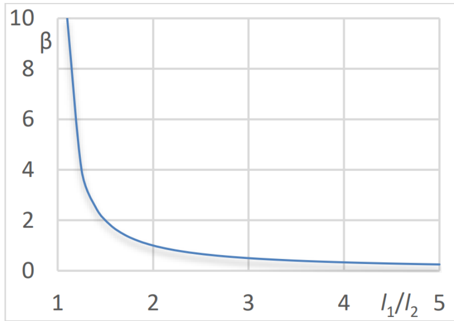

Рис. 1: Зависимость коэф. β от положения центра масс

Экспериментальная часть

1.
Измерим массы отдельных частей маятника, и общую массу
(погрешность: $\pm 0,05$) :

- Масса стержня: 1018,9 г
- Масса 1 груза: 1493,9 г
- Масса 2 груза: 1484,3 г
- Масса 1 призмы: 59,8 г
- Масса 2 призмы: 75,6 г
- Масса всего маятника: 4132,2 г

2.
Измерим расстояние:
(погрешность: $\pm 0,0005$) :
Пусть L - расстояние между призмами, b_1 — расстояние от груза Γ_1 до призмы Π_2, а b_2 — расстояние от груза Γ_2 до призмы Π_2. Расположение грузов вычесленно по первой методике из приложения (рассчет и использованием моментов инерции относительно подвеса). Расположение центра масс определено с помощью $\perp$-образной подставки

- L = 60,1 см
- b_1 = 28 см
- b_2 = 14,7 см
- центр масс - 35 см

Тогда $l_1 = 45,2$ см ; $b_2 = 14,8$ см

3.
Проведем серию опытов
Для n = 20 колебаний:

№ измерения	$П_1$	$П_2$
1	t_1 = 31,18 с	t_1 = 31,60 с
2	t_2 = 31,18 с	t_2 = 31,61 с
3	t_3 = 31,18 с	t_3 = 31,61 с
4	t_4 = 31,19 с	t_4 = 31,61 с
Период колебаний	T_1 = 1,56 с	T_2 = 1,58 с

Период колебаний вычислялся по формуле $T = \frac{t}{n}$. Заметим, что периоды колебаний T_1 и T_2 примерно равны ($\frac{\Delta T}{T} = \frac{0{,}02}{1{,}56} \approx 0,0128 \approx 1\%$)
Проведем окончательное измерение периодов колебания T_1 и T_2 (для большей точности примем $n = 50$):

№ измерения	$П_1$	$П_2$
1	t_1 = 78,02 с	t_1 = 79,02 с
2	t_2 = 78,03 с	t_2 = 79,04 с
3	t_3 = 77,97 с	t_3 = 79,03 с
Период колебаний	T_1 = 1,56 с	T_2 = 1,58 с

4.
Вычисление значения g по формуле (5):

$$g = g_0 \frac{\lambda - 1}{\lambda - \frac{T_2^2}{T_1^2}} = 9,61 \frac{2,054}{3,054 - \frac{2{,}4336}{2{,}4964}} \approx 9,49 \frac{m}{c^2}$$

где $g_0 = (2\pi)^2 \frac{L}{T^2} \approx 9,61$ а $\lambda = \frac{l_1}{l_2} \approx 3,054$.
Вычисление погрешности по формуле (7):

$$\frac{\sigma_g}{9,49} \approx 0,0547006$$

$$\sigma_g \approx 0,52$$

Вывод

Вычисленное значение g (9,49 м/c^2) приблизительно согласуется с табличным значением (g_T = 9,8155 м/c^2). Различие составляет $\frac{g_T - g}{g_T} \cdot 100\% = 3,32\%$. Следовательно, данный метод подходит для определения g.