

134. Gas Station

题目描述: <https://leetcode.com/problems/gas-station/>

环形路，路上有很多加油站。第*i*个加油站可加的油为 $gas[i]$ ，但是从第*i*个加油站到第*i+1*个站的消耗为 $cost[i]$ ，求问一辆油箱为空的汽车可否从某加油站开始走直到再走回来？如果可以返回开始的加油站位置，否则返回-1；

解题思路：

首先明确：如果 $\sum cost \leq \sum gas$ 则肯定能回来。

解法一：

$O(n^2)$ ：对于每个站都计算一遍直到找到可以回来的站。

解法二：

直观来考虑，我们首先攒足够的油，然后再去走费油的路比较好。

于是我们可以将这个题目抽象为一个数组， $diff[i] = gas[i] - cost[i]$

则攒足够的油就是求 $diff$ 的子序列和最大。则出发点就是该子序列的头。如果该数求出来都不能 ≥ 0 ，则无法完成。因为如果可以完成最不济也是结果 $= 0$

但是我们还考虑因为是个环形，所以最大的可能跨在头和尾之间，因此我们要求1.最大连续子序列 2.Total-最小连续子序列。取最大的那个。如果是1.则返回头，如果是2则返回尾巴下一个。

解法三：

这道题最直观的思路，是逐个尝试每一个站点，从站*i*点出发，看看是否能走完全程。如果不行，就接着试着从站点*i+1*出发。

假设从站点*i*出发，到达站点*k*之前，依然能保证油箱里油没见底儿，从*k*出发后，见底儿了。那么就说明 $diff[i] + diff[i+1] + \dots + diff[k] < 0$ ，而除掉 $diff[k]$ 以外，从 $diff[i]$ 开始的累加都是 ≥ 0 的。也就是说 $diff[i]$ 也是 ≥ 0 的，这个时候我们还有必要从站点*i+1*尝试吗？仔细一想就知道：车要是从站点*i+1*出发，到达站点*k*后，甚至还没到站点*k*，油箱就见底儿了，因为少加了站点*i*的油。。。

因此，当我们发现到达*k*站点邮箱见底儿后，*i*到*k*这些站点都不用作为出发点来试验了，肯定不满足条件，只需要从*k+1*站点尝试即可！因此解法时间复杂度从 $O(n^2)$ 降到了 $O(2n)$ 。之所以是 $O(2n)$ ，是因为将*k+1*站作为始发站，车得绕圈开回*k*，来验证*k+1*是否满足。

等等，真的需要这样吗？

我们模拟一下过程：

a. 最开始，站点0是始发站，假设车开出站点*p*后，油箱空了，假设 $sum1 = diff[0] + diff[1] + \dots + diff[p]$ ，可知 $sum1 < 0$ ；

b. 根据上面的论述，我们将*p+1*作为始发站，开出*q*站后，油箱又空了，设 $sum2 = diff[p+1] + diff[p+2] + \dots + diff[q]$ ，可知 $sum2 < 0$ 。

c. 将*q+1*作为始发站，假设一直开到了未循环的最末站，油箱没见底儿，设 $sum3 = diff[q+1] + diff[q+2] + \dots + diff[size-1]$ ，可知 $sum3 \geq 0$ 。

要想知道车能否开回*q*站，其实就是在 $sum3$ 的基础上，依次加上 $diff[0]$ 到 $diff[q]$ ，看看 $sum3$ 在这个过程中是否会小于0。但是我们之前已经知道 $diff[0]$ 到 $diff[p-1]$ 这段路，油箱能一直保持非负，因此我们只要算算 $sum3 + sum1$ 是否 < 0 ，就知道能不能开到 *p+1*站了。如果能从*p+1*站开出，只要算算 $sum3 + sum1 + sum2$ 是否 < 0 ，就知道能不能开回*q*站了。

因为 $sum1, sum2$ 都 < 0 ，因此如果 $sum3 + sum1 + sum2 \geq 0$ 那么 $sum3 + sum1$ 必然 ≥ 0 ，也就是说，只要 $sum3 + sum1 + sum2 \geq 0$ ，车必然能开回*q*站。而 $sum3 + sum1 + sum2$ 其实就是 $diff$ 数组的总和 $Total$ ，遍历完所有元素已经算出来了。因此 $Total$ 能否 ≥ 0 ，就是是否存在这样的站点的 充分必要条件。

0，就是任意位置起点的环路的充要条件。

这样时间复杂度进一步从 $O(2n)$ 降到了 $O(n)$ 。

代码：

解法二：

```
class Solution {
public:
    int canCompleteCircuit(vector<int>& gas, vector<int>& cost) {
        int len = gas.size();
        if(len == 0 || len != cost.size()) {
            return -1;
        }
        vector<int> a(len,0);
        for(int i = 0; i < len; i++) {
            a[i] = gas[i] - cost[i];
        }
        int total = a[0];
        int maxLoc = 0, max = a[0], Max = a[0], MaxLoc = 0;
        int minLoc = 0, min = a[0], Min = a[0];
        for(int i = 1; i < len; i++) {
            total += a[i];
            if(max < 0) {
                maxLoc = i;
                max = a[i];
            }
            else {
                max += a[i];
            }
            if(max > Max) {
                Max = max;
                MaxLoc = maxLoc;
            }
            if(min > 0) {
                min = a[i];
            }
            else {
                min += a[i];
            }
            if(min < Min) {
                Min = min;
                minLoc = i;
            }
        }
        if(total < 0) {
            return -1;
        }
        if(total - Min > Max) {
            return (minLoc+1)%len;
        }
        return MaxLoc;
    }
};
```

解法三：

```
class Solution {
```

```
public:
    int canCompleteCircuit(vector<int>& gas, vector<int>& cost) {
        if(cost.size() != gas.size() || gas.size() == 0) {
            return -1;
        }
        int start = 0;
        int sum = 0;
        int total = 0;
        for(int i = 0; i < gas.size(); i++) {
            total += gas[i] - cost[i];
            if(sum < 0) {
                sum = gas[i] - cost[i];
                start = i;
            }
            else {
                sum += gas[i] - cost[i];
            }
        }
        return total >= 0 ? start : -1;
    }
};
```