

Messung der Ausbreitungsgeschwindigkeit von elektromagnetischen Wellen auf Kabeln

Moritz Langer

Hannes Winkler

07.11.2025

Versuchsdurchführung: 06. November 2025

Protokollabgabe: 01. März 2006

1 Einleitung

2 Theorie

2.1 Wellenausbreitung auf Kabeln

2.1.1 Wellenwiderstand

Bei der Untersuchung von Kabeln gibt es zwei charakteristische Größen: Die relative Induktivität $L^* = \frac{\text{Induktivität}}{\text{Längeneinheit}}$ und die relative Kapazität $C^* = \frac{\text{Kapazität}}{\text{Längeneinheit}}$. Über deren Zusammenhang mit der Spannung

$$U_{\pm}(x, t) = \sqrt{\frac{L^*}{C^*}} \cdot I_{\pm}(x, t) = Z \cdot I_{\pm}(x, t)$$

lässt sich analog zu dem Ohmschen Gesetz der Wellenwiderstand Z des Kabels definieren. Wichtig zu beachten ist, dass es sich nicht um ein ohmschen Widerstand mit Verlusten handelt, sondern um einen Wellenwiderstand welcher das Verhältnis zwischen Spannung und Strom in dem Kabel angibt.

2.1.2 Reflexion

Sobald das Signal das Kabelende erreicht, wird es reflektiert. Die Art bzw. das Maß der Reflexion hängt hierbei von dem Widerstand R_v ab, welcher sich an dem Ende befindet. Dieses Maß nennt sich der Reflexionskoeffizient ρ welcher definiert ist über das Verhältnis zwischen der Amplitude der auslaufenden und der Amplitude der einlaufenden Welle und kann mithilfe des Ohmschen Gesetzes weiter vereinfacht werden als:

$$\rho = \frac{U_-(x, t)}{U_+(x, t)} = \frac{R_v - Z}{R_v + Z}$$

Anhand dieser Formel lassen sich drei Spezialfälle des Reflexionskoeffizienten erkennen:

1. Kurzschluss der Leitung:

Das reflektierte Signal entspricht dem einlaufenden Signal mit entgegengesetztem Vorzeichen. Die Wellen löschen sich am Kabelende aus
Es gilt: $R_v = 0\Omega \Rightarrow \rho = -1$

2. Offenes Ende der Leitung:

Das reflektiert Signal ist gleich dem einlaufenden Signal und diese addieren sich.
Es gilt: $R_v = \infty \Rightarrow \rho = 1$

3. Reflexionsfreier Abschluss: Durch richtige Wahl des Abschlusswiderstandes bleibt die Reflexion aus und es gibt nur eine einlaufende Welle.

Es gilt $R_v = Z \Rightarrow \rho = 0$

2.1.3 Mathematische Beschreibung einer Welle

Wird durch ein Koaxialkabel eine sinusförmige Welle gesendet, kann diese am Kabelende reflektiert werden (siehe 2.1.2). Wenn diese Wellen mit gleicher Frequenz und Amplitude sich überlagern entsteht eine stehende Welle, welche mathematisch als die Addition zweier gegenläufigen Wellen beschrieben wird:

$$\begin{aligned} y(x, t) &= A \sin(kx - \omega t) + A \sin(kx + \omega t) \\ &= 2A \sin(kx) \cos(\omega t) \end{aligned}$$

Die resultierende Welle hat (im Idealfall) Orte, an denen die Amplitude konstant 0 ist (sog. Knoten). Im Fall eines Koaxialkabels kommt es jedoch zu Dämpfung, weshalb die Knoten endliche Werte ungleich Null annehmen. In ([HIER HYPERLINK ZU VERSUCH 2.1.2.2](#)) wird mithilfe eines sinusförmigen Signals eine stehende Welle im Koaxialkabel erzeugt. Das Ende wird je nach Resonanzbedingung offen gelassen oder kurzgeschlossen.

Bei offenem Kabel gilt:

$$L = \frac{\lambda}{4}, \frac{3\lambda}{4}, \frac{5\lambda}{4}, \dots$$

Bei kurzgeschlossenem Kabel gilt:

$$L = \frac{\lambda}{2}, \lambda, \frac{3\lambda}{2}, \dots$$

Die Ausbreitungsgeschwindigkeit der Welle ergibt sich dann (unabhängig von der Resonanzbedingung) folgendermaßen:

$$v = \lambda \cdot f$$

Durch lösen der eindimensionalen Wellengleichung und durch einsetzen von $L*$ und $C*$ ergibt sich zudem folgender Zusammenhang:

$$v = \frac{1}{L * C} = \frac{c}{\mu_r \epsilon_r}$$

Hierbei ist c die Lichtgeschwindigkeit, μ_r die Permeabilität und ϵ_r die Dielektrizitätskonstante.

Im Versuch werden die Frequenzen so gewählt, sodass ein Amplitudenminimum am Kabelanfang beobachtet werden kann. Aus der Kabellänge lässt sich dann die Wellenlänge und somit auch die Ausbreitungsgeschwindigkeit bestimmen.

3 Experiment und Auswertung

3.1 Signalübertragung auf Koaxialkabel bei verschiedenartiger Anpassung

3.1.1 Beobachtung des Signalverlaufs

Zu Beginn wurde der Funktionsgenerator an das Oszilloskop angeschlossen, um den Verlauf des Graphen zu beobachten. Dazu wurde eine Peak-to-Peak-Spannung von $U_{pp} = 10V$ eingestellt und eine Amplitude von $U_{pp} = 20V$ am Oszilloskop beobachtet. Da das Oszilloskop einen vergleichsweise hohen Widerstand hat ($R_1 \rightarrow \infty$), entspricht das anschließen des Kabels einem offenen Ende. Das reflektierte Signal ist dann gleich dem einlaufenden und diese addieren sich wie in 2.1.3 erklärt. Um dieses Problem zu beheben, wird ein Widerstand $R_2 = 50\Omega$ parallel dazu geschaltet. Dadurch ergibt sich nach

$$\frac{1}{R_{ges}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}$$

ein Widerstand von $R_{ges} = 50\Omega$ am Ende des Koaxialkabels. Dieser Widerstand entspricht genau der Impedanz $Z = 50\Omega$ des Kabels. Dadurch ergibt sich ein reflexionsfreier Abschluss und am Oszilloskop ist eine Amplitude von $U_{pp} = 10V$ abzulesen.

Wenn nicht explizit erwähnt, wurde der Widerstand in jedem der folgenden Versuchsteile eingebaut.

3.1.2 Messung des Wellenwiderstandes eines Koaxialkabels

Zunächst wurde am Funktionsgenerator eine Frequenz $f = 200kHz$, eine Impulsbreite von $t = 20ns$ und eine Spannung von $U_{pp} = 10V$ eingestellt. Mittels T-Stecker wird das 50m lange Koaxialkabel sowohl mit dem Funktionsgenerator als auch mit dem

Oszilloskop verbunden. Des weiteren schließt man an das generatorferne Ende des Kabels ein Kohleschichtpotentiometer.

Nun wird der Widerstand solange verändert, bis keine Reflexion zu erkennen ist. Dieser Widerstand R_v entspricht dann der Impedanz des Kabels. Der Widerstand wird mittels Voltmeter gemessen.

Bei der Messung ergab das ein Widerstand von $R_v = Z = (50 \pm 1)\Omega$. Der Fehler des Voltmeters wurde dem Datenblatt ([HIER HYPERLINK ZU DATENBLATT](#)) entnommen. Das ist mit dem Literaturwert von $Z = 50\Omega$ vereinbar.

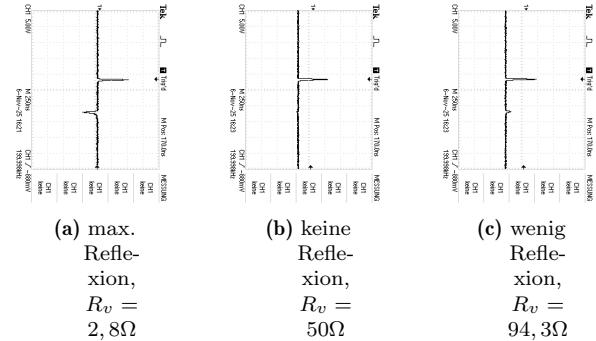


Abb. 1: Messung mit Kohleschichtpotentiometer

Des Weiteren wurde die Anpassung für ein Wendelpotentiometer und eine Widerstandsdekade durchgeführt. Dabei ließ sich der reflektierte Impuls allerdings nicht vollständig unterdrücken wie in Abb. 2 und Abb. 3 zu erkennen ist.

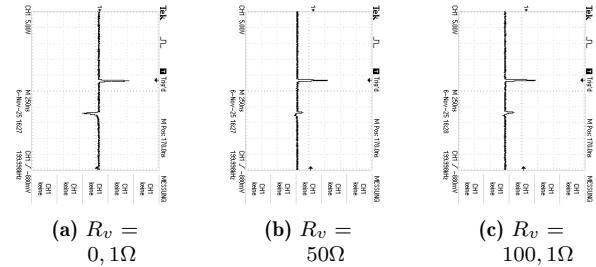


Abb. 2: Messung mit Wendelpotentiometer

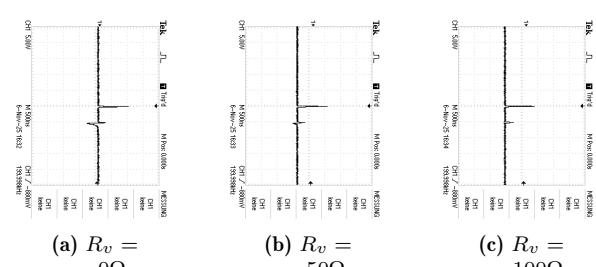


Abb. 3: Messung mit Widerstandsdekade

Die Tatsache, dass die Reflexion nicht vollständig zu unterdrücken ist, ist dem Aufbau des Wendelpotentiometer geschuldet. Dieses beinhaltet nämlich ein

spiralförmig gewickelten Widerstandsdrähten welcher bei Stromfluss, wie eine Spule, ein Magnetfeld aufbaut und eine Spannung entgegen der Stromrichtung induziert. Das Wendelpotentiometer hat dadurch eine zusätzliche Impedanz.

Nun wird ein 50Ω -Stecker an das Ende des Koaxialkabels angeschlossen. Wie in Abb. 4 zu sehen, ist keine Reflexion erkennbar. Das liegt wieder daran, dass der Widerstand $R_v = Z$ der Impedanz entspricht (vgl. 2.1.2).

Wird anstelle des 50Ω -Steckers ein Kurzschlussstecker angeschlossen, so wird, wie in Abb. 5 zu sehen, das das reflektierte Signal invertiert.

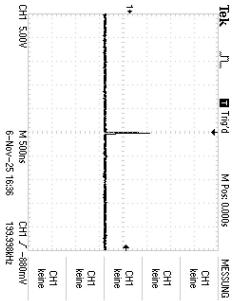


Abb. 4: Anpassung mit 50Ω -Stecker

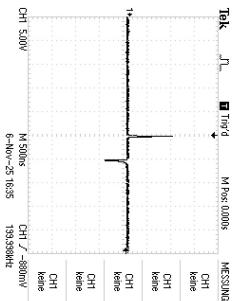


Abb. 5: Anpassung mit Kurzschluss-Stecker

3.1.3 Kombination von Abschlusswiderständen am Anfang und Ende des Kabels

Das Signal vom generatorferne Ende des Kabels wird nun auf CH I und das generatornahen Ende auf CH II gegeben. Des weiteren werden an den Kabelenden Widerstände R_a (generatornah) und R_e (generatorfern) angeschlossen. Für $R = 0$ wird ein Kurzschlussstecker, für $R = Z$ ein 50Ω -Stecker und für $R = \infty$ ein offenes Kabelende verwendet. Es werden alle möglichen Kombinationen gemessen.

Wenn nun $R_a = 0\Omega$ wird hier das Signal am Kabelanfang reflektiert und invertiert und die Wellen überlagern sich (vgl. Abb. 6). Wenn $R_a = Z$ ergibt sich mit dem Innenwiderstand des Funktionsgenerator (vgl. Anleitung Funktionsgenerator [HIER HYPERLINK ZU Funktionsgenerator HANDBUCH](#)) ein

Kombination	R_a	R_e
i	0Ω	0Ω
ii	0Ω	50Ω
iii	0Ω	$\infty\Omega$
iv	50Ω	0Ω
v	50Ω	50Ω
vi	50Ω	$\infty\Omega$
vii	$\infty\Omega$	0Ω
viii	$\infty\Omega$	50Ω
ix	$\infty\Omega$	$\infty\Omega$

Tabelle 1: Kombinationen von Abschlusswiderständen

effektiver Widerstand von $R_{a,eff} = 25\Omega$ wodurch eine Reflexion entsteht. Die Amplitude wird reduziert (vgl. Abb. 7). Zu letzter wenn $R_a = \infty\Omega$ ergibt sich mit dem Funktionsgeneratorinnenwiderstand ein effektiver Widerstand $R_{a,eff} = 50\Omega$ was der Impedanz entspricht, es gibt also keine Reflexion am Kabelanfang (vgl. Abb. 8).

Zudem kommt aufgrund der Länge des Kabels noch eine Dämpfung der Amplitude hinzu, welche im folgenden Abschnitt genauer diskutiert wird.

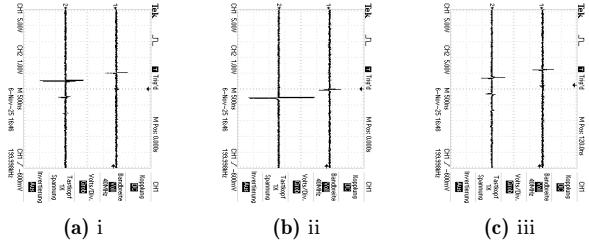


Abb. 6: Kombinationen mit $R_e = 0\Omega$

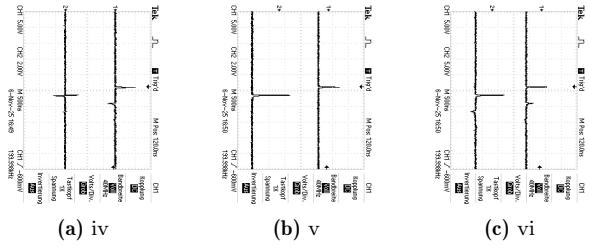


Abb. 7: Kombinationen mit $R_e = 50\Omega$

3.1.4 Bestimmung der Ausbreitungsgeschwindigkeit durch Laufzeitmessung

Um die Ausbreitungsgeschwindigkeit in einem Koaxialkabel und in einem Verzögerungskabel zu bestimmen, wird die Laufzeit Δt zwischen einlaufendem und reflektiertem Signal mittels der Cursor-Funktion des Oszilloskops gemessen. Die gemessenen Zeiten lassen sich Abb. 9 und Abb. 10 entnehmen. Der

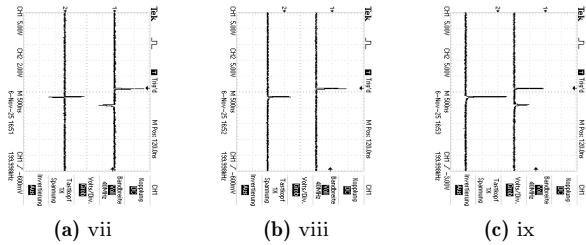


Abb. 8: Kombinationen mit $R_e = \infty\Omega$

Fehler entsteht hierbei durch die Ablesegenauigkeit von $0,1\text{div}\cdot\text{Zeitempfindlichkeit}$. Es ergibt sich:

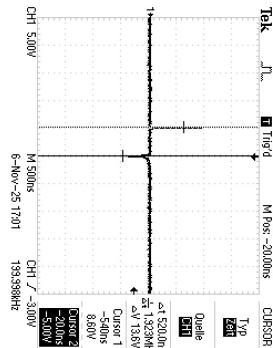


Abb. 9: Messung der Laufzeit, Koaxialkabel

$$\Delta t_{\text{Koaxialkabel}} = (520 \pm \text{FEHLER})\text{ns}$$

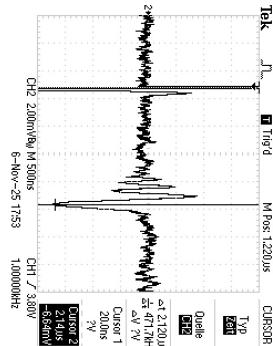


Abb. 10: Messung der Laufzeit, Verzögerungskabel

$$\Delta t_{\text{Verzgerungskabel}} = (2,120 \pm \text{FEHLER})\mu\text{s}$$

Mithilfe der Länge L der Kabel lässt sich die Ausbreitungsgeschwindigkeit bestimmen:

$$v = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{2 \cdot L}{\Delta t}$$

Es ergeben sich folgende Werte:

$$v_{\text{Koaxialkabel}} = (\text{WERT} \pm \text{FEHLER}) \frac{m}{s}$$

$$v_{\text{Verzgerungskabel}} = (\text{WERT} \pm \text{FEHLER}) \frac{m}{s}$$

Die Fehler ergeben sich mithilfe Gaußscherfehlerfortpflanzung. Da die Messung der Länge des Verzögerungskabels ungenau war, wurde eine Messreihe von fünf Messungen erstellt, daraus ergab sich auch entsprechender Längenfehler. Die Länge des Koaxialkabels wurde von der Kabelbeschriftung abgelesen und als fehlerfrei angenommen.

3.2 Messung der Ausbreitungsgeschwindigkeit mithilfe von stehenden Wellen

3.2.1 Modellversuch zur Darstellung von stehenden Wellen

Um stehende Wellen zu erzeugen wird dem Oszilloskop das Triggersignal des Funktionsgenerators zugeführt. Die Buchsen A und B des Generators werden an die Eingänge CH I und CH II des Oszilloskops angeschlossen. An dem Generator kann man die Amplitude und die Geschwindigkeit des ausgehenden Signals einstellen. Die Mathematische Funktion des Oszilloskops wird genutzt, um die auf den Kanälen eingehenden Signale zu addieren. Damit wird die Überlagerung der Wellen simuliert. Wenn die Amplituden beider Wellen gleich sind, ist sowohl konstruktive (vgl. Abb ??) als auch destruktive Interferenz (vgl. Abb ??) zu erkennen. Wenn die Wellen gegenläufig sind, gleiche Frequenz aber unterschiedliche Amplituden haben, ergibt sich eine stehende Welle mit asymmetrischer Amplitudenverteilung (vgl. Abb ??).

ABBBILDUNGEN HINZUFÜGEN!!! ES SIND KEINE JPGs, HELP!

3.2.2 Messung der Ausbreitungsgeschwindigkeit

Um die Ausbreitungsgeschwindigkeit einer Welle in deinem Koaxialkabel zu messen, wird zunächst eine stehende, sinusförmige Welle erzeugt. Dazu wird wie schon aus den in den vorhergehenden Versuchen das Koaxialkabel mit dem einen Ende an den Funktionsgenerator angeschlossen, das andere Ende wieder mit einem T-Stecker an das Oszilloskop um dort Widerstände parallel zu schalten. Je nach Widerstand ergibt sich durch Reflexion (vgl. 2.1.2) eine stehende Welle mit offenem Ende (kein Widerstand, kein Phasensprung) oder mit festem Ende (Kurzschlussstecker, Phasensprung von π). Da das Koaxialkabel kein idealer Leiter ist, wird die Welle über den Verlauf im Kabel gedämpft. Dadurch ist die zu messende Amplitude an den Knotenpunkten nicht mehr null, sondern nimmt ein endlichen Wert an.

Nun wird die Frequenz so variiert, dass am Anfang (generatornah) des Kabels eine Knoten bzw. ein lokales Minimum ist. Das wird zwei mal bei offenem Ende getan (gemessen wird die Frequenz für $\frac{\lambda}{4}$, $\frac{3\lambda}{4}$) und einmal bei festem Ende (Frequenz für $\frac{\lambda}{2}$). Die jeweils gemessenen Frequenzen lassen sich in Tab. 2 entnehmen. Der Fehler der Frequenz wurde der Anleitung des Oszilloskops ([HIER HYPERLINK EINFÜGEN ANLEITUNG OSZI](#)) entnommen.

Die Wellenlängen ergeben sich hierbei mithilfe von Gl. 2.1.3 und Gl. 2.1.3. Die Länge des Koaxialkabels wurde von dessen Beschriftung abgelesen und als fehlerfrei angenommen. Mithilfe der Frequenzen und Wellenlänge wurde dann nach Gl. 2.1.3 die Ausbreitungsgeschwindigkeit bestimmt, welche ebenfalls Tab. 2 zu entnehmen ist.

Bei handelsüblichen Koaxialkabeln ist die Permeabilität $\mu_r = 1$ wodurch sich nach Gl. 2.1.3 die Dielektrizitätskonstante ϵ_r berechnen lässt.

λ (in m)	f (in kHz)	v (in $\frac{m}{s}$)	ϵ_r
$\frac{\lambda}{4}$	—	—	—
$\frac{\lambda}{2}$	—	—	—
$\frac{3\lambda}{4}$	—	—	—

Tabelle 2: Ausbreitungsgeschwindigkeit im Koaxialkabel

HIER NOCH VERGLEICH GEMESSENE WERTE MIT LITERATURWERTEN. KABELTYP RG213/U GOOGEL UND VGL SHEESH

3.2.3

3.3 Messung der Lichtgeschwindigkeit

4 Zusammenfassung

Literatur

[1]

[2]