

Messung der Ausbreitungsgeschwindigkeit von elektromagnetischen Wellen auf Kabeln

Moritz Langer

Hannes Winkler

07.11.2025

Versuchsdurchführung: 06. November 2025

Protokollabgabe: 01. März 2006

1 Einleitung

2 Theorie

2.1 Wellenausbreitung auf Kabeln

2.1.1 Wellenwiderstand

Bei der Untersuchung von Kabeln gibt es zwei charakteristische Größen: Die relative Induktivität $L^* = \frac{\text{Induktivität}}{\text{Längeneinheit}}$ und die relative Kapazität $C^* = \frac{\text{Kapazität}}{\text{Längeneinheit}}$. Über deren Zusammenhang mit der Spannung

$$U_{\pm}(x, t) = \sqrt{\frac{L^*}{C^*}} \cdot I_{\pm}(x, t) = Z \cdot I_{\pm}(x, t)$$

lässt sich analog zu dem Ohmschen Gesetz der Wellenwiderstand Z des Kabels definieren. Wichtig zu beachten ist, dass es sich nicht um ein ohmschen Widerstand mit Verlusten handelt, sondern um einen Wellenwiderstand welcher das Verhältnis zwischen Spannung und Strom in dem Kabel angibt.

2.1.2 Reflexion

Sobald das Signal das Kabelende erreicht, wird es reflektiert. Die Art bzw. das Maß der Reflexion hängt hierbei von dem Widerstand R_v ab, welcher sich an dem Ende befindet. Dieses Maß nennt sich der Reflexionskoeffizient ρ welcher definiert ist über das Verhältnis zwischen der Amplitude der auslaufenden und der Amplitude der einlaufenden Welle und kann mithilfe des Ohmschen Gesetzes weiter vereinfacht werden als:

$$\rho = \frac{U_-(x, t)}{U_+(x, t)} = \frac{R_v - Z}{R_v + Z}$$

Anhand dieser Formel lassen sich drei Spezialfälle des Reflexionskoeffizienten erkennen:

1. Kurzschluss der Leitung:

Das reflektierte Signal entspricht dem einlaufenden Signal mit entgegengesetztem Vorzeichen. Die Wellen löschen sich am Kabelende aus
Es gilt: $R_v = 0\Omega \Rightarrow \rho = -1$

2. Offenes Ende der Leitung:

Das reflektiert Signal ist gleich dem einlaufenden Signal und diese addieren sich.
Es gilt: $R_v = \infty \Rightarrow \rho = 1$

3. Reflexionsfreier Abschluss: Durch richtige Wahl des Abschlusswiderstandes bleibt die Reflexion aus und es gibt nur eine einlaufende Welle.

Es gilt $R_v = Z \Rightarrow \rho = 0$

2.1.3 Mathematische Beschreibung einer Welle

Wird durch ein Koaxialkabel eine sinusförmige Welle gesendet, kann diese am Kabelende reflektiert werden (siehe 2.1.2). Wenn diese Wellen mit gleicher Frequenz und Amplitude sich überlagern entsteht eine stehende Welle, welche mathematisch als die Addition zweier gegenläufigen Wellen beschrieben wird:

$$\begin{aligned} y(x, t) &= A \sin(kx - \omega t) + A \sin(kx + \omega t) \\ &= 2A \sin(kx) \cos(\omega t) \end{aligned}$$

Die resultierende Welle hat (im Idealfall) Orte, an denen die Amplitude konstant 0 ist (sog. Knoten). Im Fall eines Koaxialkabels kommt es jedoch zu Dämpfung, weshalb die Knoten endliche Werte ungleich Null annehmen. In ([HIER HYPERLINK ZU VERSUCH 2.1.2.2](#)) wird mithilfe eines sinusförmigen Signals eine stehende Welle im Koaxialkabel erzeugt. Das Ende wird je nach Resonanzbedingung offen gelassen oder kurzgeschlossen.

Bei offenem Kabel gilt:

$$L = \frac{\lambda}{4}, \frac{3\lambda}{4}, \frac{5\lambda}{4}, \dots$$

Bei kurzgeschlossenem Kabel gilt:

$$L = \frac{\lambda}{2}, \lambda, \frac{3\lambda}{2}, \dots$$

Im Versuch werden die Frequenzen so gewählt, sodass ein Amplitudenminimum am Kabelanfang beobachtet werden kann. Aus der Kabellänge lässt sich dann die Wellenlänge und somit auch die Ausbreitungsgeschwindigkeit bestimmen.

3 Experiment und Auswertung

3.1 Signalübertragung auf Koaxialkabel bei verschiedenartiger Anpassung

3.1.1 Beobachtung des Signalverlaufs

Zu Beginn wurde der Funktionsgenerator an das Oszilloskop angeschlossen, um den Verlauf des Graphen zu beobachten. Dazu wurde eine Peak-to-Peak-Spannung von $U_{pp} = 10V$ eingestellt und eine Amplitude von $U_{pp} = 20V$ am Oszilloskop beobachtet. Da das Oszilloskop einen vergleichsweise hohen Widerstand hat ($R_1 \rightarrow \infty$), entspricht das anschließen des Kabels einem offenen Ende. Das reflektierte Signal ist dann gleich dem einlaufenden und diese addieren sich wie in 2.1.3 erklärt. Um dieses Problem zu beheben, wird ein Widerstand $R_2 = 50\Omega$ parallel dazu geschaltet. Dadurch ergibt sich nach

$$\frac{1}{R_{ges}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R-2}$$

ein Widerstand von $R_{ges} = 50\Omega$ am Ende des Koaxialkabels. Dieser Widerstand entspricht genau der Impedanz $Z = 50\Omega$ des Kabels. Dadurch ergibt sich ein reflexionsfreier Abschluss und am Oszilloskop ist eine Amplitude von $U_{pp} = 10V$ abzulesen.

Wenn nicht explizit erwähnt, wurde der Widerstand in jedem der folgenden Versuchsteile eingebaut.

3.1.2 Messung des Wellenwiderstandes eines Koaxialkabels

Zunächst wurde am Funktionsgenerator eine Frequenz $f = 200kHz$, eine Impulsbreite von $t = 20ns$ und eine Spannung von $U_{pp} = 10V$ eingestellt. Mittels T-Stecker wird das 50m lange Koaxialkabel sowohl mit dem Funktionsgenerator als auch mit dem Oszilloskop verbunden. Des weiteren schließt man an das generatorferne Ende des Kabels ein Kohleschichtpotentiometer.

Nun wird der Widerstand solange verändert, bis keine Reflexion zu erkennen ist. Dieser Widerstand R_v entspricht dann der Impedanz des Kabels. Der Widerstand wird mittels Voltmeter gemessen.

Bei der Messung ergab das ein Widerstand von $R_v = Z = (50 \pm 1)\Omega$. Der Fehler des Voltmeters wurde dem Datenblatt ([HIER HYPERLINK ZU DATENBLATT](#)) entnommen. Das ist mit dem Literaturwert von $Z = 50\Omega$ vereinbar.

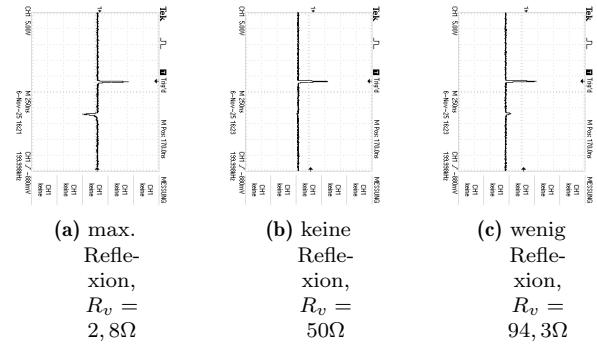


Abb. 1: Messung mit Kohleschichtpotentiometer

Des Weiteren wurde die Anpassung für ein Wendelpotentiometer und eine Widerstandsdekade durchgeführt. Dabei ließ sich der reflektierte Impuls allerdings nicht vollständig unterdrücken wie in Abb. 2 und Abb. 3 zu erkennen ist.

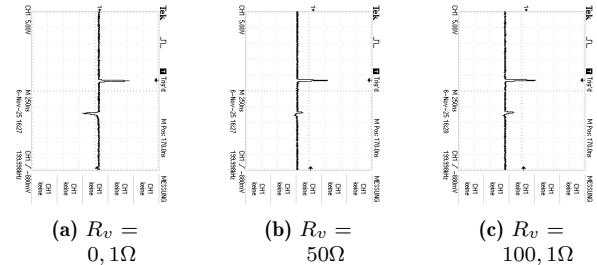


Abb. 2: Messung mit Wendelpotentiometer

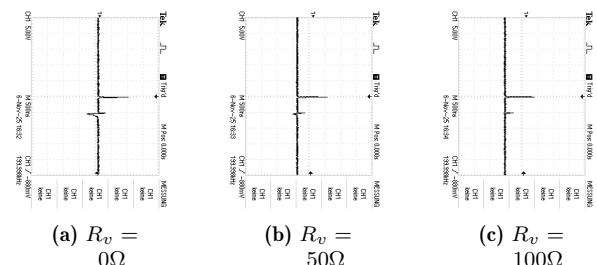


Abb. 3: Messung mit Widerstandsdekade

Die Tatsache, dass die Reflexion nicht vollständig zu unterdrücken ist, ist dem Aufbau des Wendelpotentiometers geschuldet. Dieses beinhaltet nämlich ein spiralförmig gewickelten Widerstandsdräht welcher bei Stromfluss, wie eine Spule, ein Magnetfeld aufbaut und eine Spannung entgegen der Stromrichtung induziert. Das Wendelpotentiometer hat dadurch eine zusätzliche Impedanz.

Nun wird ein 50Ω -Stecker an das Ende des Koaxialkabels angeschlossen. Wie in Abb. 4 zu sehen, ist keine Reflexion erkennbar. Das liegt wieder daran, dass der Widerstand $R_v = Z$ der Impedanz entspricht (vgl. 2.1.2).

Wird anstelle des 50Ω -Steckers ein Kurz-

schlussstecker angeschlossen, so wird, wie in Abb. 5 zu sehen, das das reflektierte Signal invertiert.

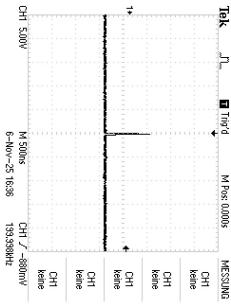


Abb. 4: Anpassung mit 50Ω -Stecker

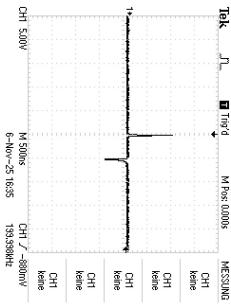


Abb. 5: Anpassung mit Kurzschluss-Stecker

3.1.3 Kombination von Abschlusswiderständen am Anfang und Ende des Kabels

Das Signal vom generatorferne Ende des Kabels wird nun auf CH I und das generatornahen Ende auf CH II gegeben. Des weiteren werden an den Kabelenden Widerstände R_a (generatornah) und R_e (generatorfern) angeschlossen. Für $R = 0$ wird ein Kurzschlussstecker, für $R = Z$ ein 50Ω – Stecker und für $R = \infty$ ein offenes Kabelende verwendet. Es werden alle möglichen Kombinationen gemessen.

Kombination	R_a	R_e
i	0Ω	0Ω
ii	0Ω	50Ω
iii	0Ω	$\infty\Omega$
iv	50Ω	0Ω
v	50Ω	50Ω
vi	50Ω	$\infty\Omega$
vii	$\infty\Omega$	0Ω
viii	$\infty\Omega$	50Ω
ix	$\infty\Omega$	$\infty\Omega$

Tabelle 1: Kombinationen von Abschlusswiderständen

Wenn nun $R_a = 0\Omega$ wird hier das Signal am Kabelanfang reflektiert und invertiert und die Wellen überlagern sich (vgl. Abb. 6). Wenn $R_a = Z$ ergibt

sich mit dem Innenwiderstand des Funktionsgenerator (vgl. Anleitung Funktionsgenerator [HIER HYPERLINK ZU Funktionsgenerator HANDBUCH](#)) ein effektiver Widerstand von $R_{a,eff} = 25\Omega$ wodurch eine Reflexion entsteht. Die Amplitude wird reduziert (vgl. Abb. 7). Zu letzzt wenn $R_a = \infty\Omega$ ergibt sich mit dem Funktionsgeneratorinnenwiderstand ein effektiver Widerstand $R_{a,eff} = 50\Omega$ was der Impedanz entspricht, es gibt also keine Reflexion am Kabelanfang(vgl. Abb. 8).

Zudem kommt aufgrund der Länge des Kabels noch eine Dämpfung der Amplitude hinzu, welche im folgenden Abschnitt genauer diskutiert wird.

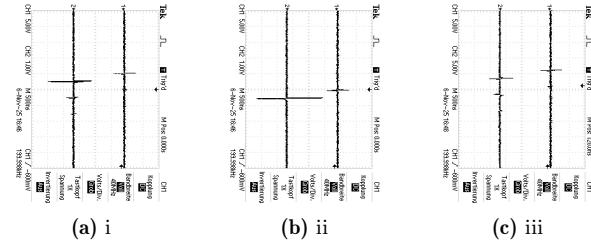


Abb. 6: Kombinationen mit $R_e = 0\Omega$

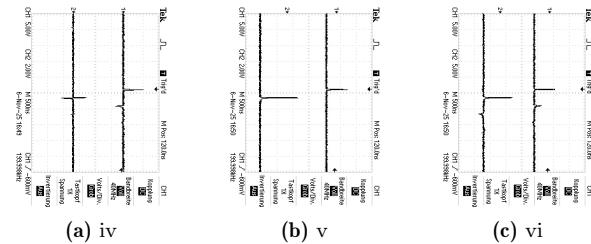


Abb. 7: Kombinationen mit $R_e = 50\Omega$

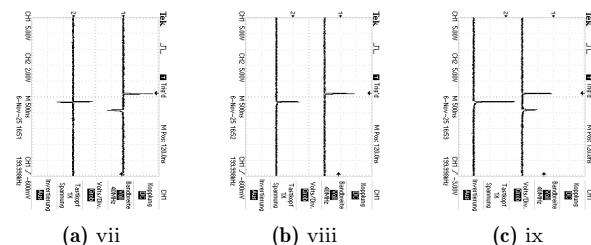


Abb. 8: Kombinationen mit $R_e = \infty\Omega$

3.1.4 Bestimmung der Ausbreitungsgeschwindigkeit durch Laufzeitmessung

Um die Ausbreitungsgeschwindigkeit in einem Koaxialkabel und in einem Verzögerungskabel zu bestimmen, wird die Laufzeit Δt zwischen einlaufendem und reflektiertem Signal mittels der Cursor-Funktion des Oszilloskops gemessen. Die gemessenen Zeiten lassen sich Abb. 9 und Abb. 10 entnehmen. Der Fehler entsteht hierbei durch die Ablesegenauigkeit

von $0,1 \text{ div} \cdot \text{Zeitempfindlichkeit}$. Es ergibt sich:

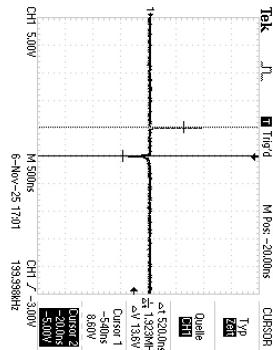


Abb. 9: Messung der Laufzeit, Koaxialkabel

$$\Delta t_{\text{Koaxialkabel}} = (520 \pm \text{FEHLER}) \text{ ns}$$

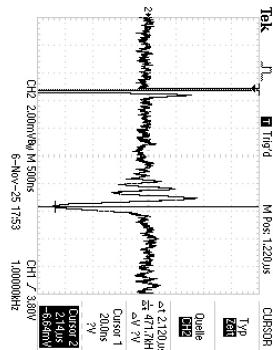


Abb. 10: Messung der Laufzeit, Verzögerungskabel

$$\Delta t_{\text{Verzgerungskabel}} = (2,120 \pm \text{FEHLER}) \mu\text{s}$$

Mithilfe der Länge L der Kabel lässt sich die Ausbreitungsgeschwindigkeit bestimmen:

$$v = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{2 \cdot L}{\Delta t}$$

Es ergeben sich folgende Werte:

$$v_{\text{Koaxialkabel}} = (\text{WERT} \pm \text{FEHLER}) \frac{m}{s}$$

$$v_{\text{Verzgerungskabel}} = (\text{WERT} \pm \text{FEHLER}) \frac{m}{s}$$

Die Fehler ergeben sich mithilfe Gaußscherfehlerfortpflanzung. Da die Messung der Länge des Verzögerungskabels ungenau war, wurde eine Messreihe von fünf Messungen erstellt, daraus ergab sich auch entsprechender Längenfehler. Die Länge des Koaxialkabels wurde von der Kabelbeschriftung abgelesen und als fehlerfrei angenommen.

3.2 Messung der Ausbreitungsgeschwindigkeit mithilfe von stehenden Wellen

3.2.1 Modellversuch zur Darstellung von stehenden Wellen

Um stehende Wellen zu erzeugen wird dem Oszilloskop das Triggersignal des Funktionsgenerators zugeführt. Die Buchsen A und B des Generators werden an die Eingänge CH I und CH II des Oszilloskops angeschlossen. An dem Generator kann man die Amplitude und die Geschwindigkeit des ausgehenden Signals einstellen. Die Mathematische Funktion des Oszilloskops wird genutzt, um die auf den Kanälen eingehenden Signale zu addieren. Damit wird die Überlagerung der Wellen simuliert. Hier muss noch weitergemacht werden, bin aber müde. LG Hannes

3.3 Messung der Lichtgeschwindigkeit

4 Zusammenfassung

Literatur

[1]

[2]