

# Messung der Ausbreitungsgeschwindigkeit von elektromagnetischen Wellen auf Kabeln

Moritz Langer

Hannes Winkler

Versuchsdurchführung: 06. November 2025

Protokollabgabe: 20. November 2025 Das ist ein Abstract und hier wird abstrahiert.

## 1 Einleitung

## 2 Theorie

### 2.1 Wellenausbreitung auf Kabeln

#### 2.1.1 Wellenwiderstand

Bei der Untersuchung von Kabeln gibt es zwei charakteristische Größen: Die relative Induktivität  $L^* = \frac{\text{Induktivität}}{\text{Längeneinheit}}$  und die relative Kapazität  $C^* = \frac{\text{Kapazität}}{\text{Längeneinheit}}$ . Über deren Zusammenhang mit der Spannung

$$U_{\pm}(x, t) = \sqrt{\frac{L^*}{C^*}} \cdot I_{\pm}(x, t) = Z \cdot I_{\pm}(x, t)$$

lässt sich analog zu dem Ohmschen Gesetz der Wellenwiderstand  $Z$  des Kabels definieren. Wichtig zu beachten ist, dass es sich nicht um ein ohmschen Widerstand mit Verlusten handelt, sondern um einen Wellenwiderstand welcher das Verhältnis zwischen Spannung und Strom in dem Kabel angibt.

#### 2.1.2 Reflexion

Sobald das Signal das Kabelende erreicht, wird es reflektiert. Die Art bzw. das Maß der Reflexion hängt hierbei von dem Widerstand  $R_v$  ab, welcher sich an dem Ende befindet. Dieses Maß nennt sich der Reflexionskoeffizient  $\rho$  welcher definiert ist über das Verhältnis zwischen der Amplitude der auslaufenden und der Amplitude der einlaufenden Welle und kann mithilfe des Ohmschen Gesetzes weiter vereinfacht werden als:

$$\rho = \frac{U_-(x, t)}{U_+(x, t)} = \frac{R_v - Z}{R_v + Z}$$

Anhand dieser Formel lassen sich drei Spezialfälle des Reflexionskoeffizienten erkennen:

#### 1. Kurzschluss der Leitung:

Das reflektierte Signal entspricht dem einlaufenden Signal mit entgegengesetztem Vorzeichen. Die Wellen löschen sich am Kabelende aus  
Es gilt:  $R_v = 0\Omega \Rightarrow \rho = -1$

#### 2. Offenes Ende der Leitung:

Das reflektiert Signal ist gleich dem einlaufenden Signal und diese addieren sich.  
Es gilt:  $R_v = \infty \Rightarrow \rho = 1$

#### 3. Reflexionsfreier Abschluss:

Durch richtige Wahl des Abschlusswiderstandes bleibt die Reflexion aus und es gibt nur eine einlaufende Welle.

Es gilt  $R_v = Z \Rightarrow \rho = 0$

#### 2.1.3 Mathematische Beschreibung einer Welle

Wird durch ein Koaxialkabel eine sinusförmige Welle gesendet, kann diese am Kabelende reflektiert werden (siehe 2.1.2). Wenn diese Wellen mit gleicher Frequenz und Amplitude sich überlagern entsteht eine stehende Welle, welche mathematisch als die Addition zweier gegenläufigen Wellen beschrieben wird:

$$y(x, t) = A \sin(kx - \omega t) + A \sin(kx + \omega t) \\ = 2A \sin(kx) \cos(\omega t)$$

Die resultierende Welle hat (im Idealfall) Orte, an denen die Amplitude konstant 0 ist (sog. Knoten). Im Fall eines Koaxialkabels kommt es jedoch zu Dämpfung, weshalb die Knoten endliche Werte ungleich Null annehmen. In Abschnitt 3.2.2 wird mithilfe eines sinusförmigen Signals eine stehende Welle im Koaxialkabel erzeugt. Das Ende wird je nach Resonanzbedingung offen gelassen oder kurzgeschlossen.

Bei offenem Kabel gilt:

$$L = \frac{\lambda}{4}, \frac{3\lambda}{4}, \frac{5\lambda}{4}, \dots$$

Bei kurzgeschlossenem Kabel gilt:

$$L = \frac{\lambda}{2}, \lambda, \frac{3\lambda}{2}, \dots$$

Die Ausbreitungsgeschwindigkeit der Welle ergibt sich dann (unabhängig von der Resonanzbedingung) volgendermaßen:

$$v = \lambda \cdot f$$

Durch lösen der eindimensionalen Wellengleichung und durch einsetzen von  $L^*$  und  $C^*$  ergibt sich zudem folgender Zusammenhang:

$$v = \frac{1}{L * C^*} = \frac{c}{\sqrt{\mu_r \epsilon_r}}$$

Hierbei ist  $c$  die Lichtgeschwindigkeit,  $\mu_r$  die Permeabilität und  $\epsilon_r$  die Dielektrizitätskonstante.

Im Versuch werden die Frequenzen so gewählt, sodass ein Amplitudenminimum am Kabelanfang beobachtet werden kann. Aus der Kabellänge lässt sich dann die Wellenlänge und somit auch die Ausbreitungsgeschwindigkeit bestimmen.

### 3 Experiment und Auswertung

#### 3.1 Signalübertragung auf Koaxialkabel bei verschiedenartiger Anpassung

##### 3.1.1 Beobachtung des Signalverlaufs

Zu Beginn wurde der Funktionsgenerator an das Oszilloskop angeschlossen, um den Verlauf des Graphen zu beobachten. Dazu wurde eine Peak-to-Peak-Spannung von  $U_{pp} = 10V$  eingestellt und eine Amplitude von  $U_{pp} = 20V$  am Oszilloskop beobachtet. Da das Oszilloskop einen vergleichsweise hohen Widerstand hat ( $R_1 \rightarrow \infty$ ), entspricht das anschließen des Kabels einem offenen Ende. Das reflektierte Signal ist dann gleich dem einlaufenden und diese addieren sich wie in 2.1.3 erklärt. Um dieses Problem zu beheben, wird ein Widerstand  $R_2 = 50\Omega$  parallel dazu geschaltet. Dadurch ergibt sich nach

$$\frac{1}{R_{ges}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}$$

ein Widerstand von  $R_{ges} = 50\Omega$  am Ende des Koaxialkabels. Dieser Widerstand entspricht genau der Impedanz  $Z = 50\Omega$  des Kabels. Dadurch ergibt sich ein reflexionsfreier Abschluss und am Oszilloskop ist eine Amplitude von  $U_{pp} = 10V$  abzulesen.

Wenn nicht explizit erwähnt, wurde der Widerstand in jedem der folgenden Versuchsteile eingebaut.

##### 3.1.2 Messung des Wellenwiderstandes eines Koaxialkabels

Zunächst wurde am Funktionsgenerator eine Frequenz  $f = 200\text{ kHz}$ , eine Impulsbreite von  $t = 20\text{ ns}$  und eine Spannung von  $U_{pp} = 10V$  eingestellt. Mittels T-Stecker wird das 50m lange Koaxialkabel sowohl mit dem Funktionsgenerator als auch mit dem Oszilloskop verbunden. Des weiteren schließt man an das generatorferne Ende des Kabels ein Kohleschichtpotentiometer.

Nun wird der Widerstand solange verändert, bis keine Reflexion zu erkennen ist. Dieser Widerstand  $R_v$  entspricht dann der Impedanz des Kabels. Der Widerstand wird mittels Voltmeter gemessen.

Bei der Messung ergab das ein Widerstand von  $R_v = Z = (50, 0 \pm 1,0)\Omega$ . Der Fehler des Voltmeters wurde dem Datenblatt (Multimeter V150) entnommen. Das ist mit dem Literaturwert von  $Z = 50\Omega$  vereinbar.

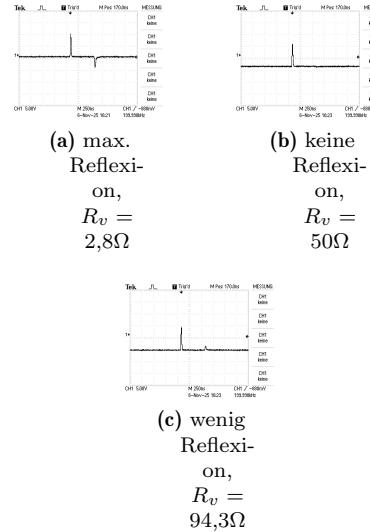


Abb. 1: Messung mit Kohleschichtpotentiometer

Des Weiteren wurde die Anpassung für ein Wendelpotentiometer und eine Widerstandsdekade durchgeführt. Dabei ließ sich der reflektierte Impuls allerdings nicht vollständig unterdrücken wie in Abb. 2 und Abb. 3 zu erkennen ist.

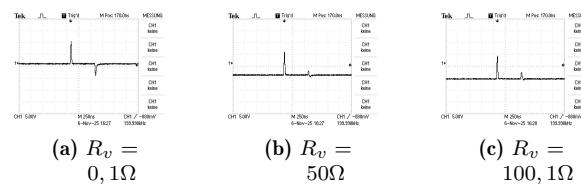


Abb. 2: Messung mit Wendelpotentiometer

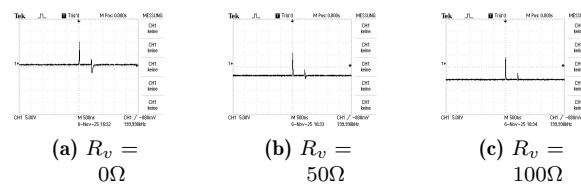


Abb. 3: Messung mit Widerstandsdekade

Die Tatsache, dass die Reflexion nicht vollständig zu unterdrücken ist, ist dem Aufbau des Wendelpotentiometer geschuldet. Dieses beinhaltet nämlich ein spiralförmig gewickelten Widerstandsdraht welcher

bei Stromfluss, wie eine Spule, ein ein Magnetfeld aufbaut und eine Spannung entgegen der Stromrichtung induziert. Das Wendelpotentiometer hat dadurch eine zusätzliche Impedanz.

Nun wird ein  $50\Omega$ -Stecker an das Ende des Koaxialkabels angeschlossen. Wie in Abb. 4 zu sehen, ist keine Reflexion erkennbar. Das liegt wieder daran, dass der Widerstand  $R_v = Z$  der Impedanz entspricht (vgl. 2.1.2).

Wird anstelle des  $50\Omega$ -Steckers ein Kurzschlussstecker angeschlossen, so wird, wie in Abb. 5 zu sehen, das das reflektierte Signal invertiert.

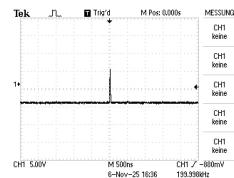


Abb. 4: Anpassung mit  $50\Omega$ -Stecker

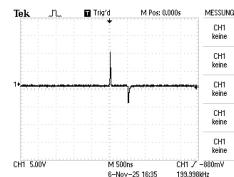


Abb. 5: Anpassung mit Kurzschluss-Stecker

### 3.1.3 Kombination von Abschlusswiderständen am Anfang und Ende des Kabels

Das Signal vom generatorferne Ende des Kabels wird nun auf CH I und das generatornahen Ende auf CH II gegeben. Des weiteren werden an den Kabelenden Widerstände  $R_a$  (generatornah) und  $R_e$  (generatorfern) angeschlossen. Für  $R = 0$  wird ein Kurzschlussstecker, für  $R = Z$  ein  $50\Omega$  – Stecker und für  $R = \infty$  ein offenes Kabelende verwendet. Es werden alle möglichen Kombinationen gemessen.

Kombination	$R_a$	$R_e$
i	$0\Omega$	$0\Omega$
ii	$0\Omega$	$50\Omega$
iii	$0\Omega$	$\infty\Omega$
iv	$50\Omega$	$0\Omega$
v	$50\Omega$	$50\Omega$
vi	$50\Omega$	$\infty\Omega$
vii	$\infty\Omega$	$0\Omega$
viii	$\infty\Omega$	$50\Omega$
ix	$\infty\Omega$	$\infty\Omega$

Tabelle 1: Kombinationen von Abschlusswiderständen

Wenn nun  $R_a = 0\Omega$  wird hier das Signal am Kabelanfang reflektiert und invertiert und die Wellen überlagern sich (vgl. Abb. 6). Wenn  $R_a = Z$  ergibt sich mit dem Innenwiderstands des Funktionsgenerator (vgl. Anleitung Funktionsgenerator) ein effektiver Widerstand von  $R_{a,eff} = 25\Omega$  wodurch eine Reflexion entsteht. Die Amplitude wird reduziert (vgl. Abb. 7). Zu letzt wenn  $R_a = \infty\Omega$  ergibt sich mit dem Funktionsgeneratorinnenwiderstand ein effektiver Widerstand  $R_{a,eff} = 50\Omega$  was der Impedanz entspricht, es gibt also keine Reflexion am Kabelanfang(vgl. Abb. 8). Zudem kommt aufgrund der Länge des Kabels noch eine Dämpfung der Amplitude hinzu, welche im folgenden Abschnitt genauer diskutiert wird.

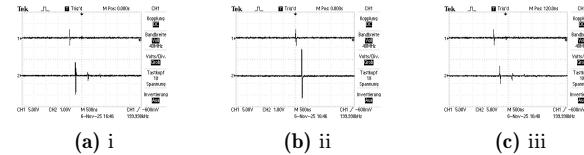


Abb. 6: Kombinationen mit  $R_e = 0\Omega$

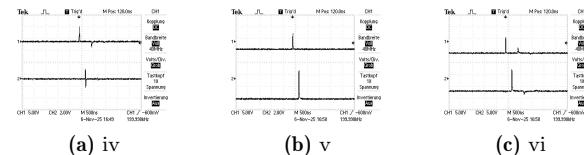


Abb. 7: Kombinationen mit  $R_e = 50\Omega$

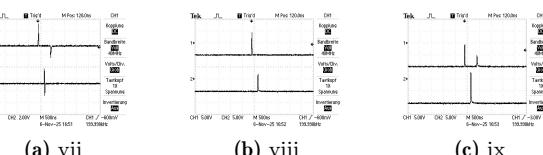


Abb. 8: Kombinationen mit  $R_e = \infty\Omega$

### 3.1.4 Bestimmung der Ausbreitungsgeschwindigkeit durch Laufzeitmessung

Um die Ausbreitungsgeschwindigkeit in einem Koaxialkabel und in einem Verzögerungskabel zu bestimmen, wird die Laufzeit  $\Delta t$  zwischen einlaufendem und reflektiertem Signal mittels der Cursor-Funktion des Oszilloskops gemessen. Die gemessenen Zeiten lassen sich Abb. 9 und Abb. 10 entnehmen. Der Fehler entsteht hierbei durch die Ablesegenauigkeit von  $0,1div \cdot$ Zeitempfindlichkeit. Es ergibt sich:

$$\Delta t_{Koaxialkabel} = (520 \pm 50) ns$$

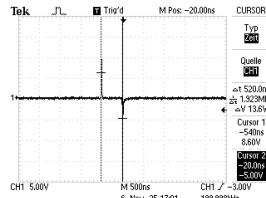


Abb. 9: Messung der Laufzeit, Koaxialkabel

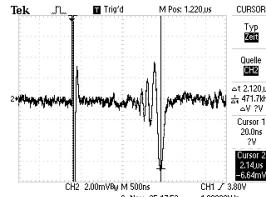


Abb. 10: Messung der Laufzeit, Verzögerungskabel

$$\Delta t_{Verzgerungskabel} = (2,120 \pm 0,050) \mu s$$

Mithilfe der Länge L der Kabel lässt sich die Ausbreitungsgeschwindigkeit bestimmen:

$$v = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{2 \cdot L}{\Delta t}$$

Es ergeben sich folgende Werte:

$$v_{Koaxialkabel} = (192 \pm 18) \cdot 10^6 \frac{m}{s}$$

$$v_{Verzgerungskabel} = (459 \pm 12) \cdot 10^3 \frac{m}{s}$$

Die Fehler ergeben sich mithilfe Gaußscherfehlerfortpflanzung. Da die Messung der Länge des Verzögerungskabels ungenau war, wurde eine Messreihe von fünf Messungen erstellt, daraus ergab sich auch entsprechender Längenfehler. Die Länge des Koaxialkabels wurde von der Kabelbeschriftung abgelesen und als fehlerfrei angenommen.

## 3.2 Messung der Ausbreitungsgeschwindigkeit mithilfe von stehenden Wellen

### 3.2.1 Modellversuch zur Darstellung von stehenden Wellen

Um stehende Wellen zu erzeugen wird dem Oszilloskop das Triggersignal des Funktionsgenerators zugeführt. Die Buchsen A und B des Generators werden an die Eingänge CH I und CH II des Oszilloskops angeschlossen. An dem Generator kann man die Amplitude und die Geschwindigkeit des ausgehenden Signals einstellen. Die Mathematische Funktion des Oszilloskops wird genutzt, um die auf den Kanälen eingehenden Signale zu addieren. Damit wird die

Überlagerung der Wellen simuliert. Wenn die Amplituden beider Wellen gleich sind, ist sowohl konstruktive (vgl. Abb 11a) als auch destruktive Interferenz (vgl. Abb 11c) zu erkennen. Wenn die Wellen gegenläufig sind, gleiche Frequenz aber unterschiedliche Amplituden haben, ergibt sich eine stehende Welle mit asymmetrischer Amplitudenverteilung (vgl. Abb 11b).

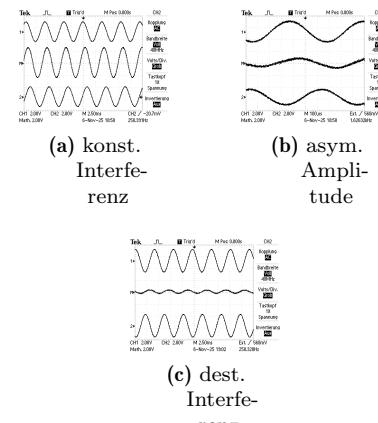


Abb. 11: Modellversuch stehende Wellen

### 3.2.2 Messung der Ausbreitungsgeschwindigkeit

Um die Ausbreitungsgeschwindigkeit einer Welle in deinem Koaxialkabel zu messen, wird zunächst eine stehende, sinusförmige Welle erzeugt. Dazu wird wie schon aus den in den vorhergehenden Versuchen das Koaxialkabel mit dem einen Ende an den Funktionsgenerator angeschlossen, das andere Ende wieder mit einem T-Stecker an das Oszilloskop um dort Widerstände parallel zu schalten. Je nach Widerstand ergibt sich durch Reflexion (vgl. 2.1.2) eine stehende Welle mit offenem Ende (kein Widerstand, kein Phasensprung) oder mit festem Ende (Kurzschlussstecker, Phasensprung von  $\pi$ ).

Da das Koaxialkabel kein idealer Leiter ist, wird die Welle über den Verlauf im Kabel gedämpft. Dadurch ist die zu messende Amplitude an den Knotenpunkten nicht mehr null, sondern nimmt einen endlichen Wert an.

Nun wird die Frequenz so variiert, dass am Anfang (generatornah) des Kabels eine Knoten bzw. ein lokales Minimum ist. Das wird zwei mal bei offenem Ende getan (gemessen wird die Frequenz für  $\frac{\lambda}{4}$ ,  $\frac{3\lambda}{4}$ ) und einmal bei festem Ende (Frequenz für  $\frac{\lambda}{2}$ ). Die jeweils gemessenen Frequenzen lassen sich in Tab. 2 entnehmen. Der Fehler der Frequenz wurde der Anleitung des Oszilloskops (Digitalspeicher-Oszilloskop 1001B) entnommen.

Die Wellenlängen ergeben sich hierbei mithilfe von Gl. 2.1.3 und Gl. 2.1.3. Die Länge des Koaxialkabels wurde von dessen Beschriftung abgelesen und

als fehlerfrei angenommen. Mithilfe der Frequenzen und Wellenlänge wurde dann nach Gl. 2.1.3 die Ausbreitungsgeschwindigkeit bestimmt, welche ebenfalls Tab. 2 zu entnehmen ist.

Bei handelsüblichen Koaxialkabeln ist die Permeabilität  $\mu_r = 1$  wodurch sich nach Gl. 2.1.3 die Dielektrizitätskonstante  $\epsilon_r$  berechnen lässt.

$\lambda$ (in m)	$f$ (in Hz)	$v$ (in $10^6 \frac{m}{s}$ )
$\frac{\lambda}{4}$	(937991,0 ± 3,1)	(187,598200 ± 0,000625)
$\frac{\lambda}{2}$	(1891980,0 ± 4,4)	(189,19800 ± 0,00044)
$\frac{3\lambda}{4}$	(2874970,0 ± 5,4)	(191,66467 ± 0,00036)

**Tabelle 2:** Ausbreitungsgeschwindigkeit im Koaxialkabel

HIER NOCH VERGLEICH GEMESSENE WERTE MIT LITERATURWERTEN. KABELTYP RG213/U GOOGEL UND VGL SHEESH FORMAT TABELLE ÜBERDENKEN

### 3.2.3 Bestimmung der Dämpfung des Signals im Koaxialkabel

Wie bereits in Abschnitt 3.2.2 angedeutet ist der ohmsche Widerstand des Koaxialkabels nicht vernachlässigbar, da dieser eine Dämpfung auf das Eingangssignal ausübt. Diese Dämpfung ist Frequenzabhängig und soll nun quantitativ untersucht werden. Um den Zusammenhang zu verstehen wird zunächst das Dämpfungsmaß  $D$  bestimmt. Es ist allgemein definiert über:

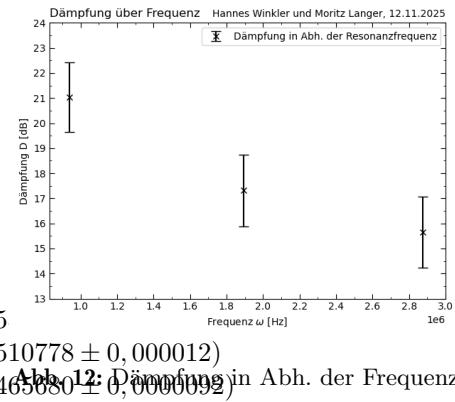
$$D = 20 \cdot \log_{10} \frac{U(0)}{U(x)} \text{ dB}$$

Die Spannungen als  $U_{pp}$  (peak to peak) werden mit dem Oszilloskop bestimmt und das Dämpfungsmaß wird für verschiedene Wellenlängenverhältnisse berechnet. Die aus den Wellenlängenverhältnissen berechneten Frequenzen lassen sich aus Tabelle 2 entnehmen.

Die gedämpfte Spannung und das daraus berechnete Dämpfungsmaß sind (bei  $U(0) = (160 \pm 25) \cdot 10^{-3} \text{ V}$ ):

$\lambda$ (in m)	$U(x)$ (in $10^{-3} \text{ V}$ )	$D$ (in dB)
$\frac{\lambda}{4}$	(14,20 ± 0,45)	(21,0 ± 1,4)
$\frac{\lambda}{2}$	(21,8 ± 1,1)	(17,3 ± 1,4)
$\frac{3\lambda}{4}$	(26,4 ± 1,1)	(15,7 ± 1,4)

**Tabelle 3:** Dämpfung im Koaxialkabel



**Abb. 12:** Dämpfung in Abh. der Frequenz

In Abbildung 12 ist deutlich zu erkennen, dass das Dämpfungsmaß von der Frequenz abhängt.

### 3.3 Messung der Lichtgeschwindigkeit

Die Lichtgeschwindigkeit wird mittels Laufzeitmessung bestimmt. Der Versuchsaufbau ist Abb. ?? zu entnehmen. Eine Hochleistungs-LED sendet sehr kurze, rote Lichtpulse von einer Breite von 20ns aus. Diese Signale werden nach hin- und zurücklaufen der Messstrecke  $s$  in Spannungspulse umgewandelt, welche am Oszilloskop beobachtet werden. Das Fenser  $F_1$  der Linse  $L$  bildet die Lichtquelle in das Unendliche ab. Der Tripelsspiegel  $T_1$  faltet den Strahlengang in sich zurück, sodass die LED auf sich selbst abgebildet wird. Der Strahlteiler  $S$  reflektiert das von  $T_1$  kommende Lichtsignal auf die Photodiode  $D$ . Zudem reflektiert dieser die Hälfte des Lichts nach oben durch das Fenster  $F_2$  auf den Tripelsspiegel  $T_2$  welcher das Signal ebenfalls auf die Photodiode  $D$  sendet, was als Referenzsignal dient. Diese Laufzeitverzögerung ist allerdings vernachlässigbar klein. Die Laufzeit wird für 9 verschiedene Lichtwege gemessen. Dabei ist darauf zu achten, dass die LED bei der Startposition  $s_{LED} = (23,150 \pm 0,050) \text{ cm}$  steht. Daraus lässt sich die Lichtgeschwindigkeit berechnen:

$$c = \frac{s}{\Delta t}$$

Der Fehler der Lichtgeschwindigkeit ergibt sich durch Gaußsche Fehlerfortpflanzung. Der letztendliche Wert der Lichtgeschwindigkeit ergibt sich aus dem Bestwert der Messreihe:

$$c = (293 \pm 16) \cdot 10^6 \frac{m}{s}$$

Der Bestwert stimmt mit dem Literaturwert  $c_{Literaturwert} = 299792458 \frac{m}{s}$  [1] (also  $c \approx 300 \cdot 10^6 \frac{m}{s}$ ) innerhalb des Fehlers überein. Bei manchen der Messungen wurde allerdings Überlichtgeschwindigkeit gemessen, was unphysikalisch ist. Das liegt an der Ungenauigkeit in der Messmethode.

## 4 Zusammenfassung

Der Wellenwiderstand eines Koaxialkabels wurde durch Reflexionsunterdrückung mittels Kohleschichtpotentiometer am Kabelende bestimmt. Dieser beläuft sich auf  $Z = (50 \pm 1)\Omega$ . Diese Messung wurde des weiteren mit einem Wendelpotentiometer als auch mit einer Widerstandsdekade durchgeführt. Hier war zu beobachten, dass es trotz einstellen der Impedanz, zu Reflexion kam. Bei Verwendung des Kurzschlusssteckers wurde eine Reflexion mit invertierter Amplitude festgestellt.

Des weiteren wurde die Ausbreitungsgeschwindigkeit in dem Koaxialkabel mittels Laufzeitmessung bestimmt. Das ergab:

$$v_{koaxial} = (192 \pm 18) \cdot 10^6 \frac{m}{s}$$

Die Ausbreitungsgeschwindigkeit wurde zudem auch noch mithilfe von stehenden Wellen für drei unterschiedliche Wellenlängen bestimmt:

$$v_{\frac{\lambda}{4}} = (187,59820 \pm 0,00063) \cdot 10^6 \frac{m}{s} v_{\frac{\lambda}{2}} = (189,19800 \pm 0,00044) \cdot 10^6 \frac{m}{s} v_{\frac{3\lambda}{4}} = (191,66467 \pm 0,00036) \cdot 10^6 \frac{m}{s}$$

### EVENTUELLE EQUATION FIXEN WEIL ALLES IN EINER ZEILE

Bei der Messung der mittels stehender Welle ist spannend zu beobachten, dass hier der Effekt der Dispersion merklich zum tragen kommt. Durch geringere Fehlerquellen ist die Messung mit stehenden Wellen auch genauer als die über die Laufzeitmessung.

Zudem wurde die Ausbreitungsgeschwindigkeit in einem Verzögerungskabel mithilfe der Laufzeitmessung gemessen:

$$v_{verzgerungskabel} = (459 \pm 12) \cdot 10^3 \frac{m}{s}$$

Ebenfalls durch Laufzeitmessung für verscheidene Distanzen wurde die Lichtgeschwindigkeit gemessen. Es ergibt sich ein Wert von

$$c = (293 \pm 16) \cdot 10^6 \frac{m}{s}$$

welcher mit dem Literaturwert überein stimmt.

## Literatur

[1] <https://physics.nist.gov/cgi-bin/cuu/Value?c>,  
besucht am 18.11.2025 um 16.29 Uhr

[2]