

# 1 Matika

## 1.1 Vzorce

5.

$$\begin{aligned}a^2b^2 - 1 &= (ab)^2 - 1 \rightarrow A^2 - B^2 = (A + B) \cdot (A - B) \\ &= (ab + 1) \cdot (ab - 1)\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}100x^2 - 25 &= (10x)^2 - 5^2 \rightarrow A^2 - B^2 = (A + B) \cdot (A - B) \\ &= (10x + 5) \cdot (10x - 5)\end{aligned}$$

6.

$$\begin{aligned}m &= -3; n = 5 \\ 2m^2 + n + 3m - n^2 &= \\ 2 \cdot (-3)^2 + 5 + 3 \cdot (-3) - 5^2 &= \\ 2 \cdot 9 + 5 - 9 - 25 &= 18 - 29 = -11\end{aligned}$$

7.

$$\begin{aligned}&\left(2 - \frac{1}{3}x\right)^2 \\ A &= 2; B = \frac{x}{3} \\ (A - B)^2 &= (A^2 - 2AB + B^2) = 2^2 - 2 \cdot \left(2 \cdot \frac{x}{3}\right) + \left(\frac{x}{3}\right)^2 = \\ &= 4 - \frac{4x}{3} + \frac{x^2}{9}\end{aligned}$$

## 1.2 Rovnice + zkouška

c)

$$\begin{aligned}2(y - 1) - 3(y - 2) &= 2(y + 5) - 4(y - 3) \\ 2y - 2 - 3y + 6 &= 2y + 10 - 4y + 12 \\ -y + 4 &= -2y + 22 \\ y &= 18\end{aligned}$$

zk.

$$\begin{aligned}2(18 - 1) - 3(18 - 2) &= 2(18 + 5) - 4(18 - 3) \\34 - 48 &= 46 - 60 \\-14 &= -14\end{aligned}$$

d)

$$\begin{aligned}-\frac{2x}{3} &= 6 \quad \rightarrow \cdot 3 \\-2x &= 18 \quad \rightarrow /(-2) \\x &= -9\end{aligned}$$

zk.

$$\begin{aligned}-\frac{2 \cdot (-9)}{3} &= 6 \\ \frac{18}{3} &= 6 \\ 6 &= 6\end{aligned}$$

### 1.2.1 Rovnice se zlomkem

a)

$$\begin{aligned}\frac{2a}{9} - \frac{a}{6} &= \frac{a}{3} - \frac{5}{3} \quad \rightarrow -\frac{a}{3} \\ \frac{2a}{9} - \frac{a}{6} - \frac{a}{3} &= -\frac{5}{3} \quad \text{převést na společného dělitele (9,6 a 3 mají společný násobek 18)} \\ \frac{4a}{18} - \frac{3a}{18} - \frac{6a}{18} &= -\frac{5}{3} \\ -\frac{5a}{18} &= -\frac{5}{3} \quad \rightarrow \cdot 18 \\ -5a &= -\frac{90}{3} \\ 5a &= 30 \quad \rightarrow /5 \\ a &= 6\end{aligned}$$

zk.

$$\begin{aligned}\frac{2 \cdot 6}{9} - \frac{6}{6} &= \frac{6}{3} - \frac{5}{3} \\ \frac{4}{3} - 1 &= \frac{1}{3} \\ \frac{4-3}{3} &= \frac{1}{3} \\ \frac{1}{3} &= \frac{1}{3}\end{aligned}$$

b)

$$\begin{aligned}\frac{1}{4}(x+3) &= \frac{1}{3}(x-4) \quad \text{společný jmenovatel 12} \\ \frac{3(x+3)}{12} &= \frac{4(x-4)}{12} \quad \rightarrow \cdot 12 \\ 3(x+3) &= 4(x-4) \\ 3x+9 &= 4x-16 \quad \rightarrow -9-4x \\ 3x-4x &= -16-9 \\ -x &= -25 \quad \rightarrow \cdot (-1) \\ x &= 25\end{aligned}$$

zk.

$$\begin{aligned}\frac{1}{4}(25+3) &= \frac{1}{3}(25-4) \\ \frac{28}{4} &= \frac{21}{3} \\ 7 &= 7\end{aligned}$$

### 1.3 Vyjadřování neznámé

a)

$$b = 12$$

$$o = 46$$

$$a = ?$$

$$o = 2(a + b) \rightarrow /2$$

$$\frac{o}{2} = a + b \rightarrow -b$$

$$\frac{o}{2} - b = a$$

$$\frac{46}{2} - 12 = a$$

$$a = 11cm$$

b)

$$s = 300m$$

$$w = 90000J$$

$$F = ?$$

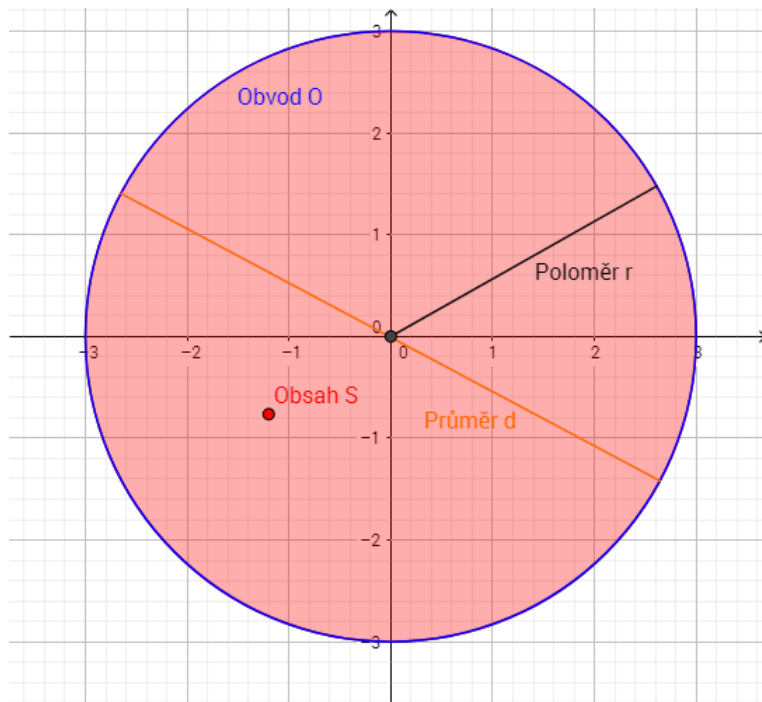
$$W = F \cdot s$$

$$\frac{W}{s} = F$$

$$\frac{90000}{300} = F$$

$$F = 300N$$

## 1.4 Obvod a obsah kruhu



$$\begin{aligned} r &= \pi d \\ d &= 2r \\ O &= 2\pi r \\ S &= \pi r^2 \end{aligned}$$

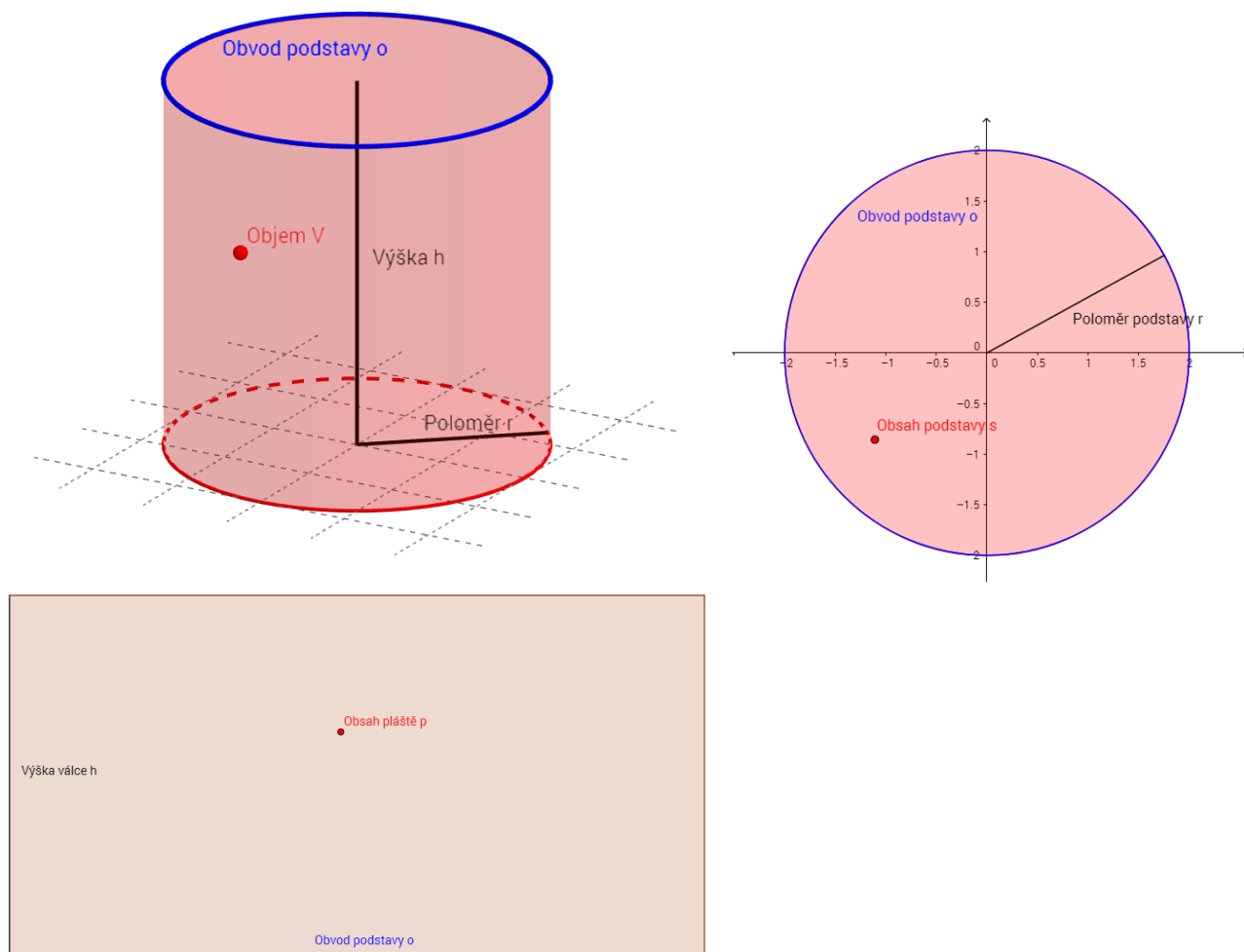
1.

$$\begin{aligned} r &= 2,5cm \\ O &= 2\pi \cdot 2,5 \\ O &= 15,71cm \\ S &= \pi \cdot 2,5^2 \\ S &= \pi \cdot 6,25 \\ S &= 19,64cm^2 \end{aligned}$$

2.

$$\begin{aligned} S &= 12,56cm^2 \\ S &= \pi r^2 \quad | / \pi \\ \frac{S}{\pi} &= r^2 \quad | \sqrt{\phantom{x}} \\ \sqrt{\frac{S}{\pi}} &= r \\ \sqrt{\frac{12,56}{\pi}} &= r \\ r &= 2cm \\ d &= 2r \\ d &= 4cm \end{aligned}$$

## 1.5 Válec



$$\begin{aligned}
 \text{Obvod podstavy } o &= 2\pi r \\
 \text{Obsah podstavy } s &= \pi r^2 \\
 \text{Obsah pláště } p &= oh \\
 \text{Objem válce } V &= sh \\
 \text{Povrch válce } P &= 2s + p
 \end{aligned}$$

### 1.5.1 Válec

Průměr podstavy  $d = 14,8dm$

Výška válce  $h = 2,3m$

Poloměr podstavy  $r = \frac{14,8dm}{2}$

$$r = 7,4dm = 0,74m$$

$$\begin{aligned} V &= sh & s &= \pi r^2 \\ s &= \frac{V}{h} & \frac{s}{\pi} &= r^2 \\ s &= \frac{300}{8} & r &= \sqrt{\frac{s}{\pi}} \\ s &= 37,5cm^2 & r &= \sqrt{\frac{37,5}{\pi}} \\ & & r &= 3,45cm \end{aligned}$$

$$s = \pi r^2 \quad V = s \cdot h \quad \mathbf{2.}$$

$$s = \pi \cdot 0,74^2 \quad V = 1,72 \cdot 2,3$$

$$s = 1,72m^2 \quad V = 3,96m^3$$

$$o = 2\pi r \quad p = o \cdot h$$

$$o = 2\pi \cdot 0,74 \quad p = 4,65 \cdot 2,3$$

$$o = 4,65m \quad p = 10,69m^2$$

$$P = 2s + p$$

$$P = 2 \cdot 1,72 + 10,69$$

$$P = 14,13m^3$$

Povrch  $P = 120cm^2$

Poloměr podstavy  $r = 2cm$

Výška válce  $h = ?$

$$\begin{aligned} s &= \pi r^2 & P &= 2s + p \\ s &= \pi \cdot 2^2 & p &= P - 2s \\ s &= 4cm^2 & p &= 120 - 2 \cdot 4 \\ & & p &= 112cm^2 \end{aligned}$$

### 1.5.2 Poloměr a výška válce

1.

Objem  $V = 300cm^3$

Výška  $h = 8cm$

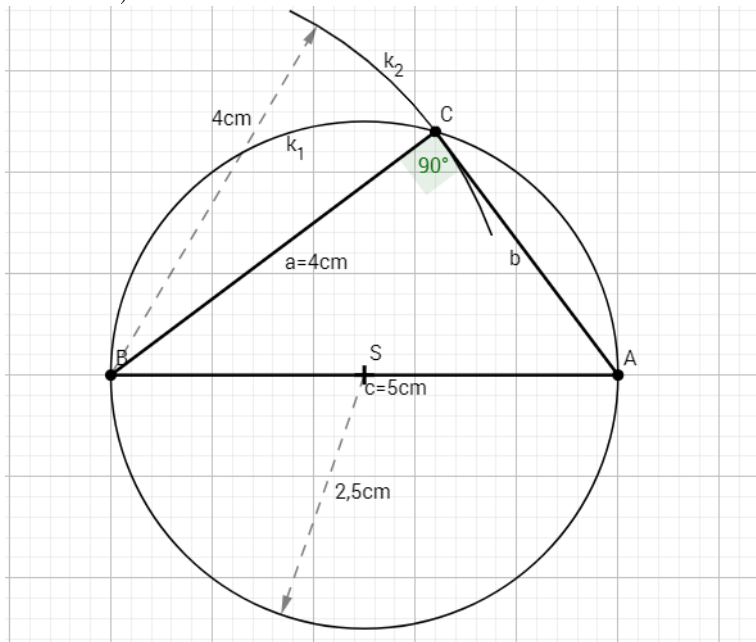
Poloměr podstavy  $r = ?$

$$\begin{aligned} p &= oh \\ o &= 2\pi r & h &= \frac{p}{o} \\ o &= 2\pi \cdot 2 & h &= \frac{112}{12,57} \\ o &= 12,57cm & h &= 8,91cm \end{aligned}$$

## 1.6 Konstrukční úlohy

### 1.6.1 Trojúhelník

Sestrojte pravoúhlý trojúhelník ABC, kde  $c=5\text{cm}$ ,  $a=4\text{cm}$  (užití Thaletovy kružnice)



Postup:

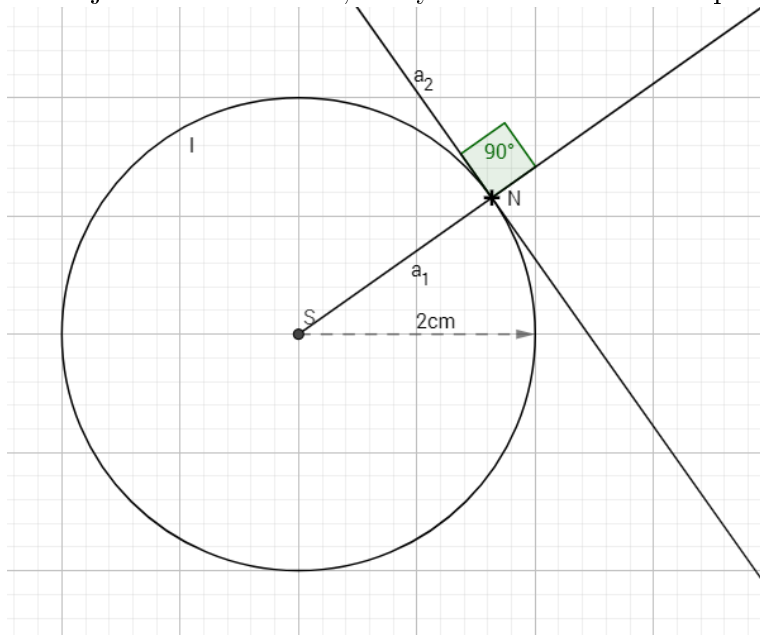
- Narýsujeme úsečku  $|AB|=5\text{cm}$  a nazveme ji jako stranu  $c$ .
- Bod  $S$  nalezneme jako střed úsečky  $c$  ( $2,5\text{cm}$ ).
- Sestrojíme kružnici  $k_1$  se středem v bodě  $S$  a o poloměru  $2,5\text{cm}$  (polovina strany  $c$ ).
- Sestrojíme část kružnice  $k_2$  se středem v bodě  $B$  a o poloměru  $4\text{cm}$  (délka strany  $a$ ).
- Průsečík  $k_2$  a  $k_1$  označíme jako bod  $C$ . Spojením bodů  $A$ ,  $B$ ,  $C$  vznikne požadovaný trojúhelník.

Thaletova věta zaručuje že takto vytvořený trojúhelník bude pravoúhlý.



### 1.6.2 Tečna

Sestrojte tečnu v bodě  $N$ , který leží na kružnici 1 o poloměru 2cm.



Postup:

- Sestrojíme kružnici 1 o poloměru 2cm.
- Zvolíme bod  $N$  ležící na kružnici.
- Narýsujeme přímkou  $a_1$  procházející středem  $S$  kružnice 1 a zvoleným bodem  $N$ .
- Pomocí pravítka s ryskou narýsujeme přímkou  $a_2$  kolmou na  $a_1$  v bodě  $N$ .
- Příмка  $a_2$  je tečnou na kružnici 1 v bodě  $N$ .

## 2 Fyzika

### 2.1 Teplo

Měrná tepelná kapacita  $c$  vody je  $4180 J/Kg$  (z tabulek).

1. Voda o hmotnosti 450g zvýšila teplotu o  $15^\circ C$ . Jaké teplo přijmula?

$$\begin{aligned} Q & \dots \text{teplo } [J] \\ c & \dots \text{měrná tepelná kapacita } [J \cdot kg^{-1}] \\ m & \dots \text{hmotnost } [Kg] \\ (t - t_0) & \dots \text{rozdíl aktuální a počáteční teploty } [^\circ C] \\ Q &= c \cdot m \cdot (t - t_0) \\ Q &= 4180 \cdot 0,450 \cdot 15 \\ Q &= 28\,215 J \cdot kg^{-1} \end{aligned}$$

2. Bazén má délku 50m, šířku 20m a hloubka vody je 1,8m. Teplota se zvýšila z  $15^\circ C$  na  $25^\circ C$ . Jaké teplo voda přijmula?

Nejprve je potřeba zjistit hmotnost vody z rozměrů bazénu. Spočítáme tedy objem kvádru vody. Dále  $1l = 1dm^3$  a  $1l$  vody váží  $1Kg$ .

$$\begin{aligned} V &= a \cdot b \cdot c & 1800m^3 &= 1800\,000dm^3 \\ V &= 50 \cdot 20 \cdot 1,8 & &= 1800\,000l \\ V &= 1800m^3 & &= 1800\,000Kg \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} Q &= c \cdot m \cdot (t - t_0) \\ Q &= 4180 \cdot 1800\,000 \cdot (25 - 15) \\ Q &= 75\,240\,000\,000 J \cdot kg^{-1} \\ Q &= 75\,240 MJ \cdot kg^{-1} \end{aligned}$$

## 2.2 Zvuk

3. Hrom následoval 18s po záblesku. Uvažujte rychlost šíření zvuku ve vzduchu  $340m \cdot s^{-1}$ . Jak daleko udeřil blesk?

$$18s \cdot 340 \frac{m}{s} = 6120m = 6,12Km$$

4. Zvuk má frekvenci  $280kHz$ . Určete vlnovou délku zvuku ve vodě. Rychlost šíření zvuku ve vodě uvažujte  $1500m \cdot s^{-1}$ .

$$\lambda = \frac{v}{f} \quad \begin{array}{l} \lambda \dots \text{vlnová délka } [m] \\ v \dots \text{rychlost šíření } [m \cdot s^{-1}] \\ f \dots \text{frekvence } [Hz] \end{array} \quad \begin{array}{l} \lambda = \frac{v}{f} \\ \lambda = \frac{1500}{280\,000} \\ \lambda = 0,005357m \\ \lambda = 5,36mm \end{array}$$

5. Signál vyslaný sonarem se vrátil odražením ode dna za 5s jak hluboká je voda? Rychlost zvuku ve vodě je  $1500m \cdot s^{-1}$ .

$$\frac{1500[m \cdot s^{-1}] \cdot 5[s]}{2} = 3750m = 3,75km$$

## 2.3 Elektrika

1. Žárovka je připojená na zdroj napětí 230V. Žárovkou protéká proud 230mA. Urči elektrický odpor žárovky.

$$\begin{array}{l} U \dots \text{napětí } [V] \\ U = R \cdot I \quad R \dots \text{odpor } [\Omega] \\ I \dots \text{proud } [A] \end{array} \quad \begin{array}{l} U = R \cdot I \\ R = \frac{U}{I} \\ R = \frac{230}{0,230} \\ R = 1000\Omega = 1k\Omega \end{array}$$

2. Rezistorem o odporu  $1250\Omega$  prochází proud 10mA. Jaké je napětí na svorkách rezistoru?

$$\begin{array}{l} U = R \cdot I \\ U = 1250 \cdot 0,010 \\ U = 12,5V \end{array}$$

3. Topné těleso je připojené k napětí 230V. Odpor tělesa je  $140\Omega$ . Jaký proud prochází tělesem?

$$U = R \cdot I$$

$$I = \frac{U}{R}$$

$$I = \frac{230}{140}$$

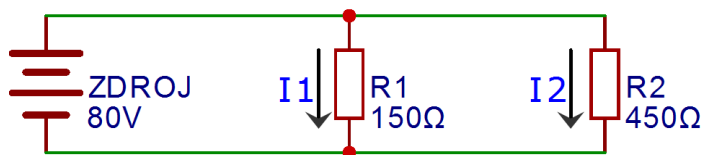
$$I = 1,64A$$

### 2.3.1 Seriové a paralelní zapojení

Sériové zapojení rezistorů:  $R_{\text{celkové}} = R_1 + R_2$

Paralelní zapojení rezistorů:  $\frac{1}{R_{\text{celkové}}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}$

1.



a)

$$\frac{1}{R_{\text{celkové}}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}$$

$$\frac{1}{R_{\text{celkové}}} = \frac{1}{150} + \frac{1}{450}$$

$$\frac{1}{R_{\text{celkové}}} = \frac{450 + 150}{150 \cdot 450}$$

$$\frac{1}{R_{\text{celkové}}} = \frac{450 + 150}{150 \cdot 450}$$

$$\frac{1}{R_{\text{celkové}}} = \frac{600}{67500}$$

$$R_{\text{celkové}} = \frac{67500}{600} = 112,5\Omega$$

$$\rightarrow \begin{cases} \frac{1}{R_{\text{celkové}}} = \frac{600}{67500} \rightarrow \cdot R_{\text{celkové}} \\ 1 = \frac{600}{67500} \cdot R_{\text{celkové}} \rightarrow / \frac{600}{67500} \\ \frac{1}{\frac{600}{67500}} = R_{\text{celkové}} \\ \frac{67500}{600} = R_{\text{celkové}} \end{cases}$$

b)  $U_1 = U_2 = 80V$

$$I_1 = \frac{U}{R_1}$$

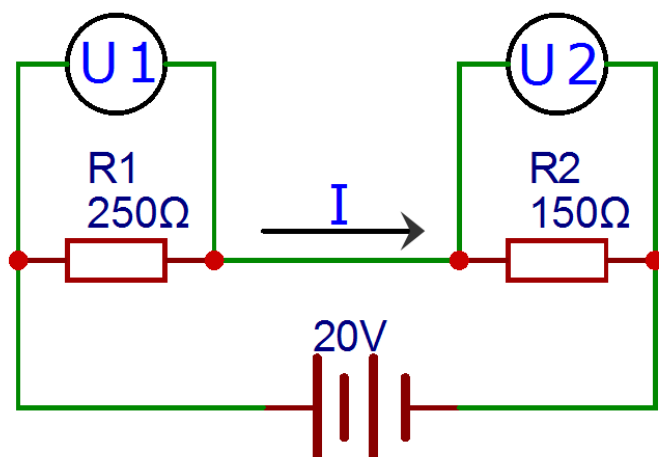
$$I_2 = \frac{U}{R_2}$$

$$I_1 = \frac{80}{150}$$

$$I_2 = \frac{80}{450}$$

$$I_2 = 0,533A = 533mA \quad I_2 = 0,177A = 177mA$$

2



a)

$$R_{\text{celkové}} = R_1 + R_2$$

$$R_{\text{celkové}} = 250 + 150$$

$$R_{\text{celkové}} = 400\Omega$$

b)

$$U_1 = R_1 \cdot I$$

$$U_2 = R_2 \cdot I$$

$$U_1 = 250 \cdot 0,05 \quad U_2 = 150 \cdot 0,05$$

$$U_1 = 12,5V \quad U_2 = 7,5V$$

V sériovém zapojení  $U_1 + U_2 = U_{\text{celkové}}$ .

c)

$$I = \frac{U}{R_{\text{celkové}}}$$

$$I = \frac{20}{400}$$

$$I = 0,05A = 50mA$$

### 2.3.2 Elektrická práce a výkon

$$P \dots \text{příkon [W]} \quad W \dots \text{elektrická práce [Ws]}$$

$$P = U \cdot I \quad U \dots \text{napětí [V]} \quad W = P \cdot t \quad P \dots \text{příkon [W]}$$

$$I \dots \text{proud [A]} \quad t \dots \text{čas [s]}$$

$$Q \dots \text{Jouleovo teplo [J]}$$

$$Q = P \cdot t \quad P \dots \text{příkon [W]}$$

$$t \dots \text{čas [s]}$$

1. Topné těleso má odpor  $1,6k\Omega$  a napájí ho  $12V$  baterie. Určete příkon topného tělesa a teplo které odevzdá za 2 hodiny provozu.

$$I = \frac{U}{R} \quad P = U \cdot I$$

$$I = \frac{12}{1600} \quad P = 12 \cdot 0,0075$$

$$I = 0,0075 = 7,5mA \quad P = 1600W$$

$$Q = P \cdot t$$

$$Q = 1600 \cdot (2 \cdot 60)$$

$$Q = 192\,000J = 192kJ$$

2. Jakou elektrickou práci vykonal proud  $0,7A$  za  $5h$  při napětí  $230V$ .

$$P = U \cdot I \quad W = P \cdot t \quad 1kW = 1000W$$

$$P = 230 \cdot 0,7 \quad W = 161 \cdot (5 \cdot 60) \quad 1h = 3600s$$

$$P = 161W \quad W = 48\,300Ws = 48,3kWs \quad \frac{48\,300Ws}{3\,600\,000} =$$

$$= 0,013416kWh$$