

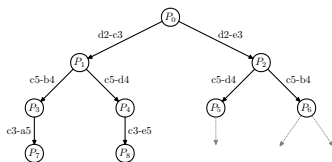
# Algoritmus Minimax

Tomáš Kühn

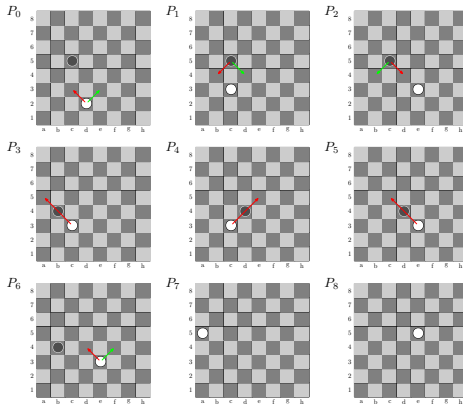
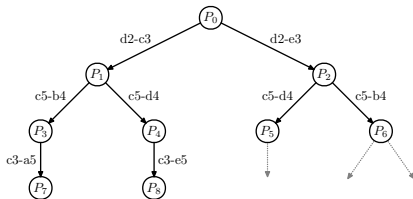
Projektový seminář 1

- **Tah** = přemístění figury hráče na tahu odpovídající pravidlům dané hry.
  - Při tahu může být manipulováno i s figurami soupeře, pokud to odpovídá pravidlům hry (např. odstranění přeskočené figury v dámě).
  - Tah se může skládat z několika dílčích pohybů, pokud to odpovídá pravidlům hry (např. vícenásobný skok v dámě).
  - Pozor, v některé literatuře “náš tah” označován jako *půltah*.
- **Pozice** = stav hry v určitém okamžiku.
  - Pozice je vesměs jednoznačně určena rozmístěním figur na desce a určením hráče na tahu.
  - Občas používáme i pojmy **vyhrávající pozice**, **prohrávající pozice**, **remízová pozice**, **koncová pozice** a **počáteční pozice**.

- Pro zobrazení “všech” možností, jak se může hra z dané pozice vyvíjet, používáme tzv. **herní strom**.
- Bohužel není v silách člověka ani počítače zobrazit či vzít do úvahy celý herní strom. Herní strom tedy běžně zobrazujeme pouze do určité předem dané hloubky (počet zkoumaných po sobě následujících tahů).
- Listy herního stromu nemusí být vždy ve stejné hloubce. Tato situace nastane, pokud v některé větvi nastal konec hry.



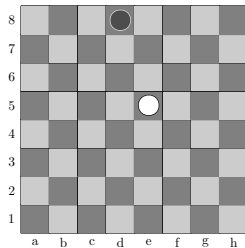
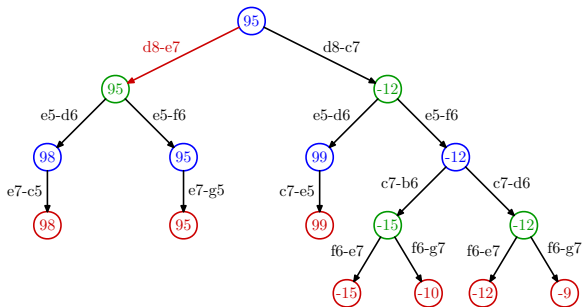
# Příklad herního stromu



# Princip algoritmu Minimax

- Algoritmus Minimax určuje nejlepší tah na základě prozkoumání herního stromu vycházejícího z aktuální pozice do předem dané hloubky.
- Minimax nejprve ohodnotí listové pozice pomocí heuristické ohodnocovací funkce.
- Ohodnocení pozic blíže ke kořeni herního stromu se pak určí jako
  - *maximum* z ohodnocení jeho následovníků, pokud je v dané pozici na tahu *aktuální hráč*
  - nebo jako *minimum* z ohodnocení následovníků, pokud je v dané pozici na tahu *soupeř*.
- U kořenové pozice nás pak nezajímá její ohodnocení, ale tah vedoucí k nejlépe ohodnocenému následovníkovi.

# Ilustrace principu Minimaxu



# Implementace algoritmu Minimax

- Algoritmus je realizován rekurzivní funkcí, která “prochází” herní strom do určité hloubky.
- Vstupem funkce je herní pozice a hloubka, do které se má herní strom dále prozkoumávat.
- Výstupem funkce je vypočtené ohodnocení dané pozice.
- Rozhodování z pohledu obou hráčů je realizováno totožným kódem. Využíváme zde toho, že ohodnocení dané pozice z pohledu prvního a druhého hráče se liší pouze znaménkem. Dále je nutné si uvědomit, že platí  $\min(a, b) = -\max(-a, -b)$ .
- Mezní podmínkou rekurze je dosažení požadované hloubky nebo koncové pozice.

# Zjednodušený pseudokód

```
function minimax(pozice, hloubka)
if (pozice je koncová or hloubka = 0) then
    return heuristické ohodnocení pozice
else
    ohod  $\leftarrow -\infty$ 
    for all potomek pozice do
        ohod  $\leftarrow \mathbf{max}(\text{ohod}, -\text{minimax}(\text{potomek}, \text{hloubka} - 1))$ 
    end for
    return ohod
end if
end function
```



# Detailní pseudokód (ošetření výhry/prohry)

**function** minimax(pozice, hloubka)

**if** je\_prohra(pozice) **then**

**return**  $-MAX$

**end if**

**if** je\_výhra(pozice) **then**

**return**  $MAX$

**end if**

**if** je\_remíza(pozice) **then**

**return**  $0$

**end if**

...

# Detailní pseudokód (hlavní část)

...

**if** hloubka = 0 **then**

**return** ohodnocovací\_funkce(pozice)

**else**

    tahy  $\leftarrow$  generuj\_tahy(pozice)

    ohod  $\leftarrow$  -MAX

**for all** tah *v kolekci* tahy **do**

        potomek  $\leftarrow$  zahraj(pozice, tah)

        ohod  $\leftarrow$  **max**(ohod, -minimax(potomek, hloubka - 1))

**end for**

...

**return** ohod

**end if**

**end function**

# Detailní pseudokód (pozice blízke konci hry)

...

**if** ohod  $>$  MNOHO **then**

ohod  $\leftarrow$  ohod  $-$  1

**end if**

**if** ohod  $<$   $-$ MNOHO **then**

ohod  $\leftarrow$  ohod  $+$  1

**end if**

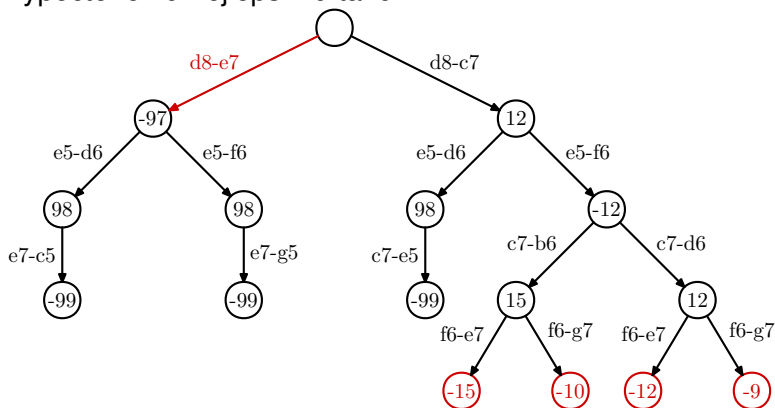
...

# Nalezení nejlepšího tahu

```
function nej_tah(pozice, hloubka)
tahy  $\leftarrow$  generuj_tahy(pozice)
nejlepsi_ohodnoceni  $\leftarrow$   $-\text{MAX}$ 
for all tah v kolekci tahy do
    potomek  $\leftarrow$  zahraj(pozice, tah)
    ohodnoceni  $\leftarrow$   $-\text{minimax}(\text{potomek}, \text{hloubka} - 1)$ 
    if ohodnoceni > nejlepsi_ohodnoceni then
        nejlepsi_ohodnoceni  $\leftarrow$  ohodnoceni
        nejlepsi_tah  $\leftarrow$  tah
    end if
end for
return nejlepsi_tah
end function
```

# Příklad

Při ohodnocování následujícího herního stromu byl použit algoritmus Minimax s hloubkou výpočtu 4 a konstantami  $\text{MAX} = 99$  a  $\text{MNOHO} = 90$ . Červeně jsou zvýrazněny uzly, které byly ohodnoceny heuristicky, a hrana, které odpovídá vypočtenému nejlepšímu tahu.



- V algoritmu Minimax je potřeba pro danou herní situaci vytvořit kolekci všech legálních tahů, které se dají v této pozici zahrát.
- Tyto tahy jsou pak ve vzájemně jednoznačném vztahu s následovníky dané pozice v herním stromu.
- Při vytváření kolekce bývá dobré postupovat systematicky – procházet hrací desku, případně nějakou pomocnou kolekci figur
- a pro každou figuru vygenerovat všechny možné tahy.
- Algoritmus pro generování tahů je rozumné přizpůsobit pravidlům dané hry.

# Ohodnocovací funkce

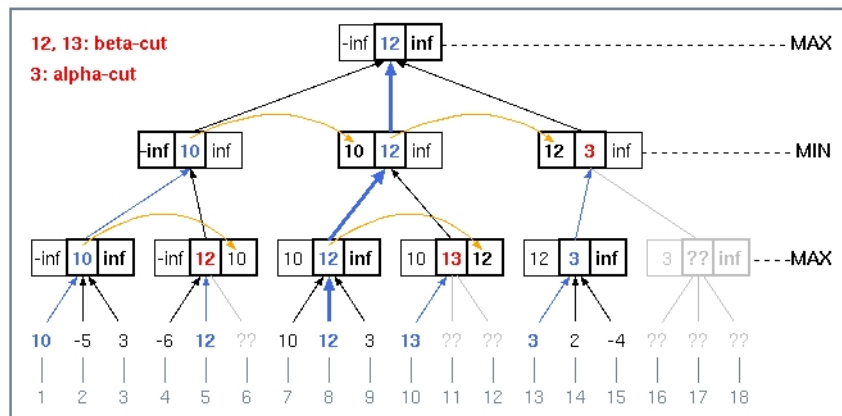
- Vstupem ohodnocovací funkce je ohodnocovaná pozice.
- Výstupem je celé číslo v intervalu  $\langle -MNOHO, MNOHO \rangle$ .
- Ohodnocovací funkci je rozumné vytvořit z pohledu jednoho hráče, ohodnocení z pohledu druhého hráče pak získáme změnou znaménka.
- Zcela vyrovnaná pozice má tedy ohodnocení rovno nule.
- Co lze hodnotit?
  - materiální složka (např. rozdíl v počtu figur hráčů)
  - statická poziční složka (bonusy a postihy za umístění figur na některá pole)
  - dynamická poziční složka (bloky figur, osamělé figury, ...)
- Ohodnocovací funkce by měla být rychlá a jednoduchá.
- Pomocí změn ohodnocení lze „donutit“ počítačového hráče k větší agresivitě, aktivitě, ochotě dělat výměny a podobně. Lze také vytvořit více ohod. funkcí pro různé fáze hry.

# Princip Alfa-beta ořezávání

- V některých situacích nemusí Minimax zkoumat další herní pozice, protože je již zřejmé, že nebudou mít na volbu tahu vliv.
- Typy ořezávání:
  - alfa ořezávání – byla nalezena příliš malá hodnota, tuto větev hráč na tahu nezvolí,
  - beta ořezávání – nalezená hodnota je příliš velká, soupeř tuto větev nezvolí.
- V algoritmu použité hodnoty alfa tedy tvoří dolní mez, hodnoty beta pak horní mez při vyhledávání.
- Hodnoty alfa a beta se získají a upřesňují z ohodnocení dříve prozkoumaných pozic.
- Alfa-beta ořezávání je nejúčinnější, pokud se nejprve zkoumají nejsilnější tahy. Někdy se používá heuristika pro seřazení tahů před zkoumáním následovníků dané pozice.



# Příklad



Převzato z *Alpha-Beta-Suche* (německy) – Wikipedia, otevřená encyklopedie.

# Pomocné funkce pro algoritmus Alfa-beta

```
function dal(ohodnoceni)
  if ohodnoceni > MNOHO then
    return ohodnoceni + 1
  end if
  if ohodnoceni < -MNOHO then
    return ohodnoceni - 1
  end if
  return ohodnoceni
end function
```

```
function bliz(ohodnoceni)
  if ohodnoceni > MNOHO then
    return ohodnoceni - 1
  end if
  if ohodnoceni < -MNOHO then
    return ohodnoceni + 1
  end if
  return ohodnoceni
end function
```

# Funkce Alfa-beta (část 1)

```
function alfabeta(pozice, hloubka, alfa, beta)

  if je_prohra(pozice) then
    return -MAX
  end if

  if je_výhra(pozice) then
    return MAX
  end if

  if je_remíza(pozice) then
    return 0
  end if

  if hloubka = 0 then
    return ohodnocovaci_funkce(pozice)
  end if
```

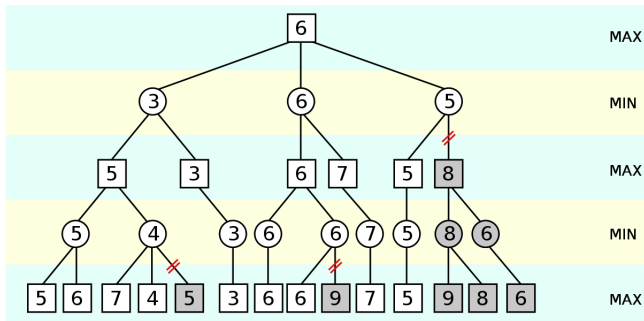
# Funkce Alfa-beta (část 2)

```
tahy  $\leftarrow$  generuj_tahy(pozice)
for all tah v kolekci tahy do
    pot  $\leftarrow$  zahraj(pozice, tah)
    ohod  $\leftarrow$  -alfabeta(pot, hloubka - 1, dal(-beta), dal(-alfa))
    ohod  $\leftarrow$  bliz(ohod)
    if ohod > alfa then
        alfa  $\leftarrow$  ohod
        if ohod  $\geq$  beta then
            return beta
        end if
    end if
end for
return alfa
end function
```

# Zjištění nejlepšího tahu

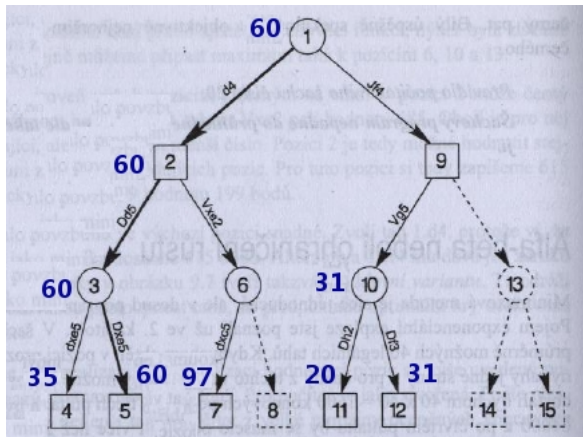
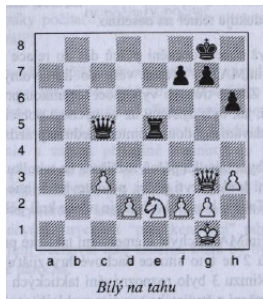
```
function nej_tah(pozice, hloubka)
  tahy  $\leftarrow$  generuj_tahy(pozice)
  alfa  $\leftarrow$  -MAX
  for all tah v kolekci tahy do
    pot  $\leftarrow$  zahraj(pozice, tah)
    ohod  $\leftarrow$  -alfabeta(pot, hloubka - 1, -MAX, dal(-alfa))
    ohod  $\leftarrow$  bliz(ohod)
    if ohod > alfa then
      alfa  $\leftarrow$  ohod
      nejlepsi_tah  $\leftarrow$  tah
    end if
  end for
  return nejlepsi_tah
end function
```

# Příklad



Převzato z *Alpha-beta pruning (anglicky)* – *Wikipedie, otevřená encyklopedie*.

# Příklad



Převzato z knihy *Šachy na PC*.

- Dieter Steinwender, Frederic A. Friedel: *Šachy na PC*. Unis Publishing, Přerov, 1997.
- *Minimax (algoritmus) – Wikipedie, otevřená encyklopedie* [online], poslední revize 1. 9. 2010 (citováno 6. 9. 2010). Dostupné na adrese [http://cs.wikipedia.org/wiki/Minimax\\_\(algoritmus\)](http://cs.wikipedia.org/wiki/Minimax_(algoritmus)).
- *Alpha-beta pruning (anglicky, německy, česky) – Wikipedie, otevřená encyklopedie* [online], citováno 19. 10. 2010. Dostupné na adrese [http://en.wikipedia.org/wiki/Alpha-beta\\_pruning](http://en.wikipedia.org/wiki/Alpha-beta_pruning).
- Jan Němec: Šachové myšlení. *Linux Software* [online], poslední revize 8. 3. 2006 (citováno 6. 9. 2010). Dostupné na adrese [http://www.linuxsoft.cz/article.php?id\\_article=1109](http://www.linuxsoft.cz/article.php?id_article=1109).