Prohledávání stavového prostoru

Řešení problému prohledáváním stavového prostoru:

- stavový prostor, předpoklady statické a deterministické prostředí, diskrétní stavy
- počáteční stav init(State)
- cílová podmínka goal(State)
- přechodové akce move(State, NewState)

Prohledávací strategie – prohledávací strom:

- kořenový uzel
- *uzel* prohledávacího stromu:
 - stav
 - rodičovský uzel
 - přechodová akce
 - hloubka uzlu
 - cena g(n) cesty, c(x, a, y) přechodu
- (optimální) řešení

Reálné problémy řešitelné prohledáváním

- hledání cesty z města A do města B
- hledání itineráře, problém obchodního cestujícího
- návrh VLSI čipu
- navigace auta, robota, . . .
- postup práce automatické výrobní linky
- návrh proteinů 3D-sekvence aminokyselin
- Internetové vyhledávání informací

Řešení problému prohledáváním

Kostra algoritmu:

```
solution(Solution) :- init(State),solve(State,Solution).
solve(State,[State]) :- goal(State).
solve(State,[State|Sol]) :- move(State,NewState),solve(NewState,Sol).
```

move(State, New State) – definuje prohledávací strategii

Porovnání strategií:

- úplnost
- optimálnost
- časová složitost
- prostorová složitost

složitost závisí na:

- b − faktor větvení (branching factor)
- o d − hloubka cíle (goal depth)
- m maximální hloubka větve/délka cesty (maximum depth/path, může být ∞ ?)

Řešení problému prohledáváním

Kostra algoritmu:

```
solution(Solution) :- init(State),solve(State,Solution).
solve(State,[State]) :- goal(State).
solve(State,[State|Sol]) :- move(State,NewState),solve(NewState,Sol).
```

move(State, New State) – definuje prohledávací strategii

Porovnání strategií:

- úplnost
- optimálnost
- časová složitost
- prostorová složitost

složitost závisí na:

- b − faktor větvení (branching factor)
- d hloubka cíle (goal depth)
- m maximální hloubka větve/délka cesty (maximum depth/path, může být ∞ ?)

Řešení problému prohledáváním

Kostra algoritmu:

```
solution(Solution) :- init(State),solve(State,Solution).
solve(State,[State]) :- goal(State).
solve(State,[State|Sol]) :- move(State,NewState),solve(NewState,Sol).
```

move(State, New State) – definuje prohledávací strategii

Porovnání strategií:

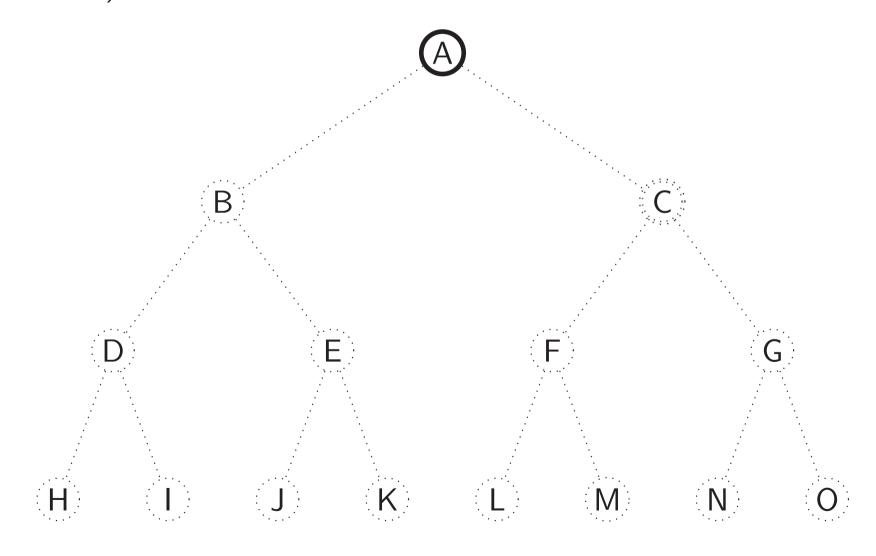
- úplnost
- optimálnost
- časová složitost
- prostorová složitost

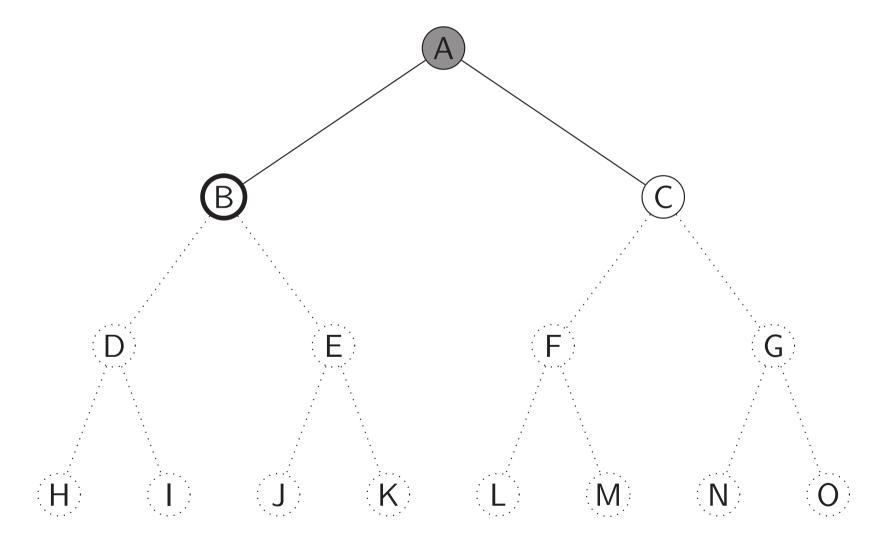
složitost závisí na:

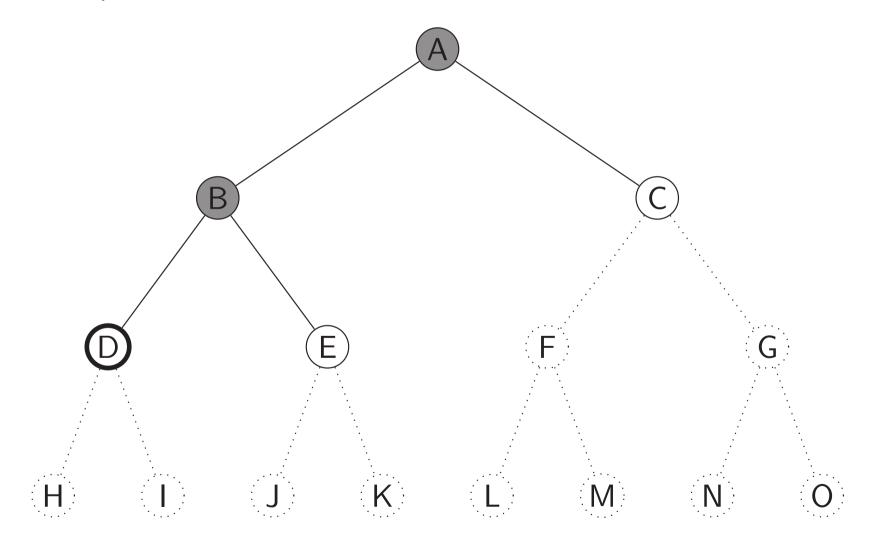
- b − faktor větvení (branching factor)
- d − hloubka cíle (goal depth)
- m maximální hloubka větve/délka cesty (maximum depth/path, může být ∞ ?)

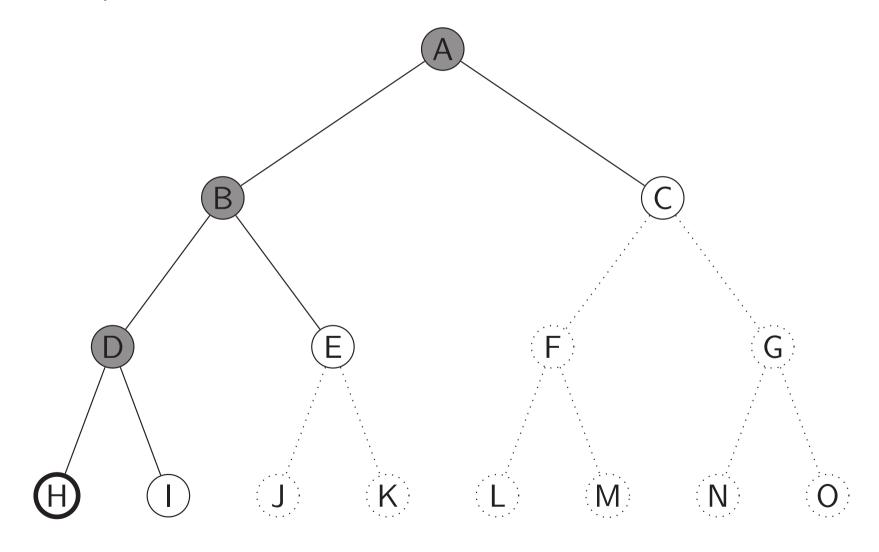
Neinformované prohledávání

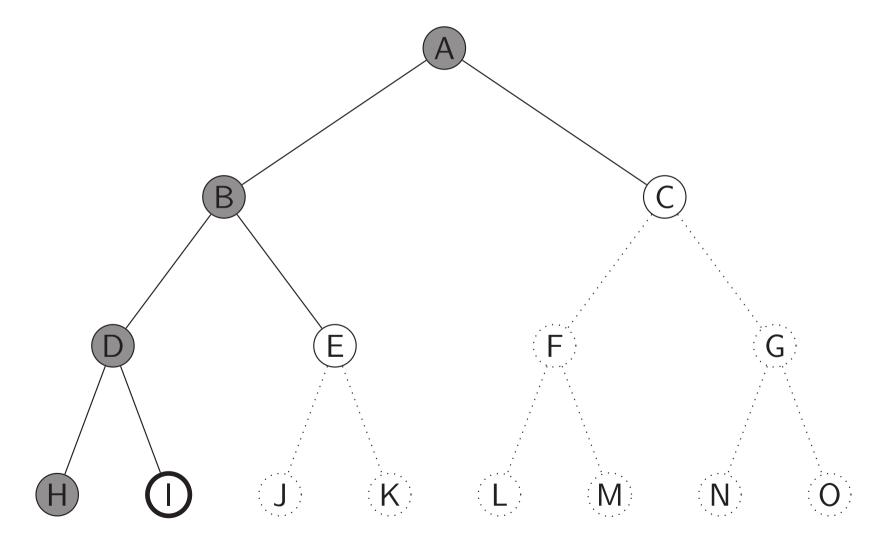
- prohledávání do hloubky
- prohledávání do hloubky s limitem
- prohledávání do šířky
- prohledávání podle ceny
- prohledávání s postupným prohlubováním

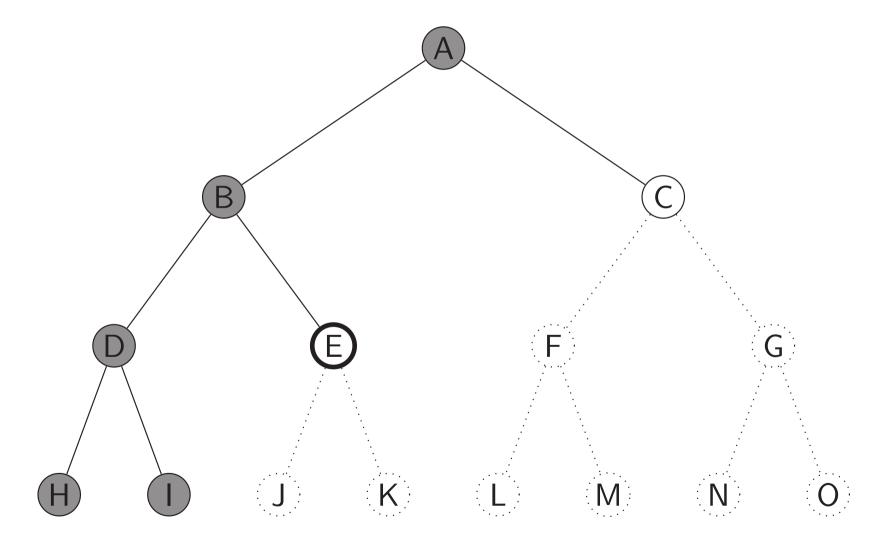


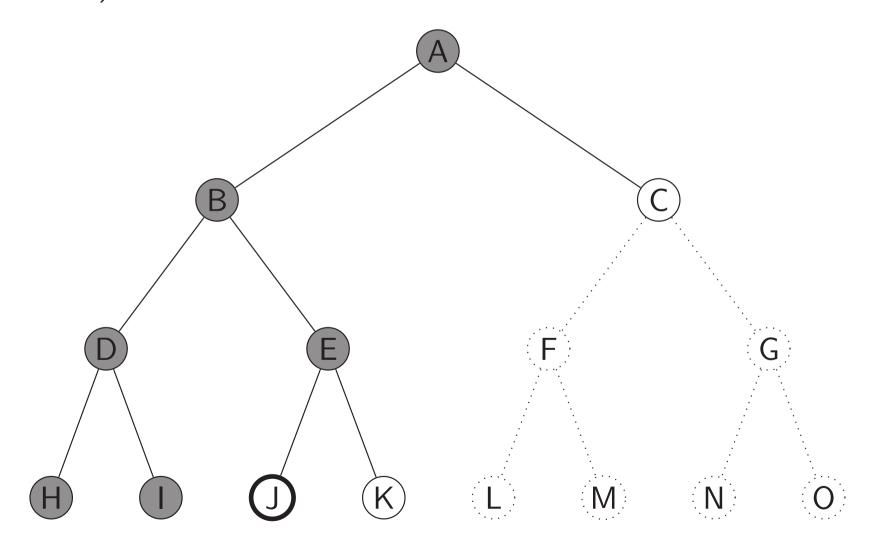


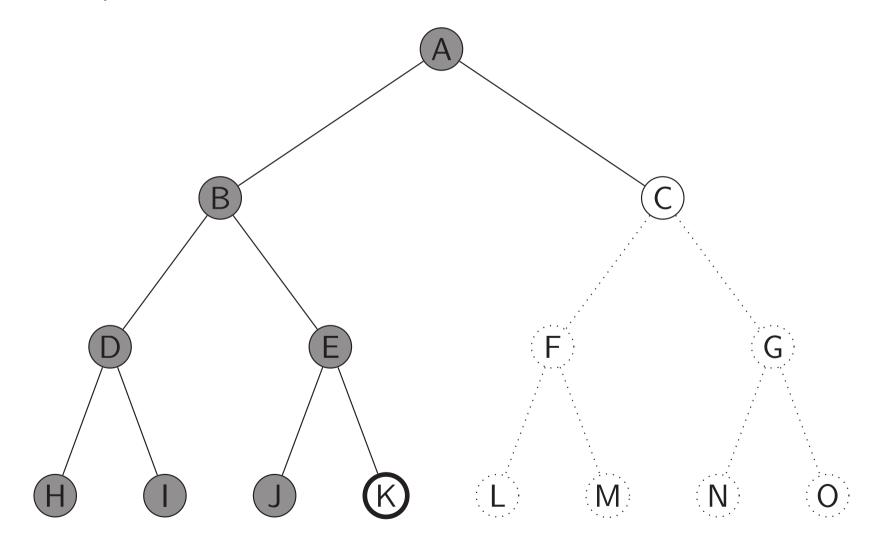


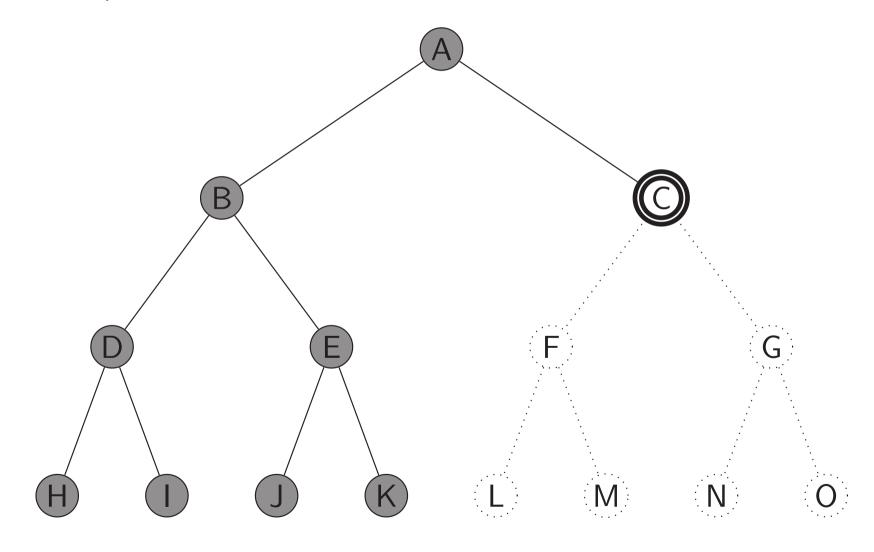












procedurální programovací jazyk – uzly se uloží do zásobníku (fronty LIFO) × Prolog – využití rekurze

```
solution(Node,Solution) :- depth_first_search([],Node,Solution).

depth_first_search(Path,Node,[Node|Path]) :- goal(Node).
depth_first_search(Path,Node,Sol) :- move(Node,Node1),
    \+ member(Node1,Path),depth_first_search([Node|Path],Node1,Sol).
```

procedurální programovací jazyk – uzly se uloží do zásobníku (fronty LIFO) × Prolog – využití rekurze

úplnost není úplný (nekonečná větev, cykly)

optimálnost není optimální

časová složitost $O(b^m)$

O(bm), lineární prostorová složitost

není úplný (nekonečná větev, cykly) úplnost

optimálnost není optimální

 $O(b^m)$ časová složitost

O(bm), lineární prostorová složitost

není úplný (nekonečná větev, cykly) úplnost

optimálnost není optimální

časová složitost $O(b^m)$

prostorová složitost O(bm), lineární

```
není úplný (nekonečná větev, cykly)
úplnost
```

optimálnost není optimální

časová složitost $O(b^m)$

O(bm), lineární prostorová složitost

```
není úplný (nekonečná větev, cykly)
úplnost
```

optimálnost není optimální

časová složitost $O(b^m)$

O(bm), lineární prostorová složitost

```
není úplný (nekonečná větev, cykly)
úplnost
```

optimálnost není optimální

časová složitost $O(b^m)$

prostorová složitost O(bm), lineární

Prohledávání do hloubky s limitem

Řešení nekonečné větve – použití "zarážky" = limit hloubky ℓ

```
solution(Node, Solution) :- depth_first_search_limit(Node, Solution, ℓ).
depth_first_search_limit(Node,[Node],_) :- goal(Node).
depth_first_search_limit(Node,[Node|Sol],MaxDepth) :- MaxDepth>0,
    move(Node, Node1), Max1 is MaxDepth-1,
    depth_first_search_limit(Node1,Sol,Max1).
```

neúspěch (fail) má dvě možné interpretace – vyčerpání limitu nebo neexistenci řešení

Vlastnosti:

```
není úplný (pro \ell < d)
úplnost
úplnostnení úplný (pro \ell < d)optimálnostnení optimální (pro \ell > d)
časová složitost O(b^{\ell})
prostorová složitost O(b\ell)
```

dobrá volba limitu ℓ – podle znalosti problému

Prohledávání do hloubky s limitem

Řešení nekonečné větve – použití "zarážky" = limit hloubky ℓ

```
solution(Node, Solution) :- depth_first_search_limit(Node, Solution, ℓ).
depth_first_search_limit(Node,[Node],_) :- goal(Node).
depth_first_search_limit(Node,[Node|Sol],MaxDepth) :- MaxDepth>0,
    move(Node, Node1), Max1 is MaxDepth-1,
    depth_first_search_limit(Node1,Sol,Max1).
```

neúspěch (fail) má dvě možné interpretace – vyčerpání limitu nebo neexistenci řešení

Vlastnosti:

```
úplnostnení úplný (pro \ell < d)optimálnostnení optimální (pro \ell > d)
                          není úplný (pro \ell < d)
časová složitost O(b^{\ell})
prostorová složitost O(b\ell)
```

dobrá volba limitu ℓ – podle znalosti problému

Prohledávání do hloubky s limitem

Řešení nekonečné větve – použití "zarážky" = limit hloubky ℓ

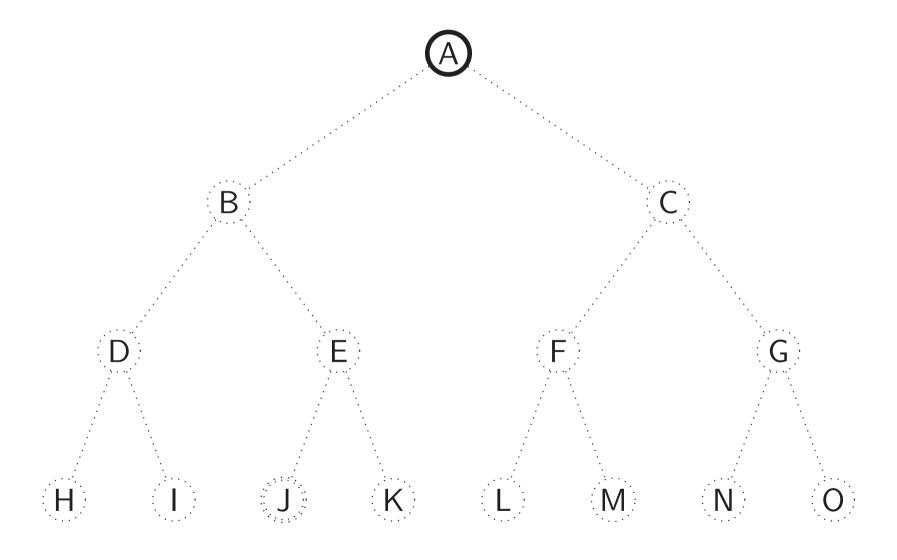
```
solution(Node, Solution) :- depth_first_search_limit(Node, Solution, ℓ).
depth_first_search_limit(Node,[Node],_) :- goal(Node).
depth_first_search_limit(Node,[Node|Sol],MaxDepth) :- MaxDepth>0,
    move(Node, Node1), Max1 is MaxDepth-1,
    depth_first_search_limit(Node1,Sol,Max1).
```

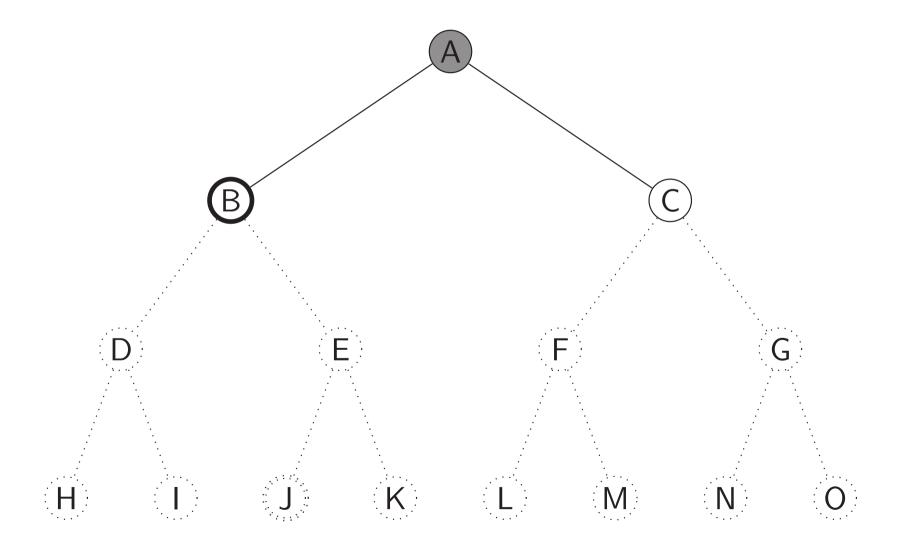
neúspěch (fail) má dvě možné interpretace – vyčerpání limitu nebo neexistenci řešení

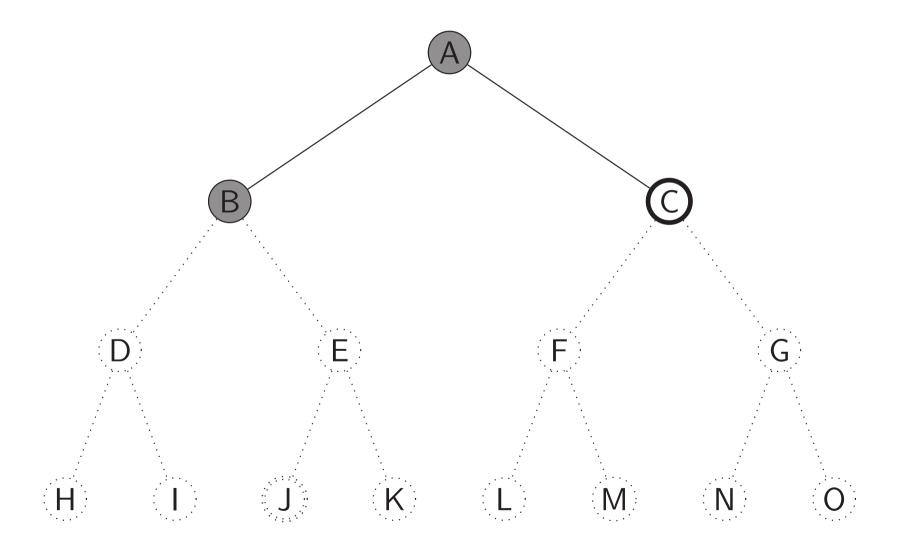
Vlastnosti:

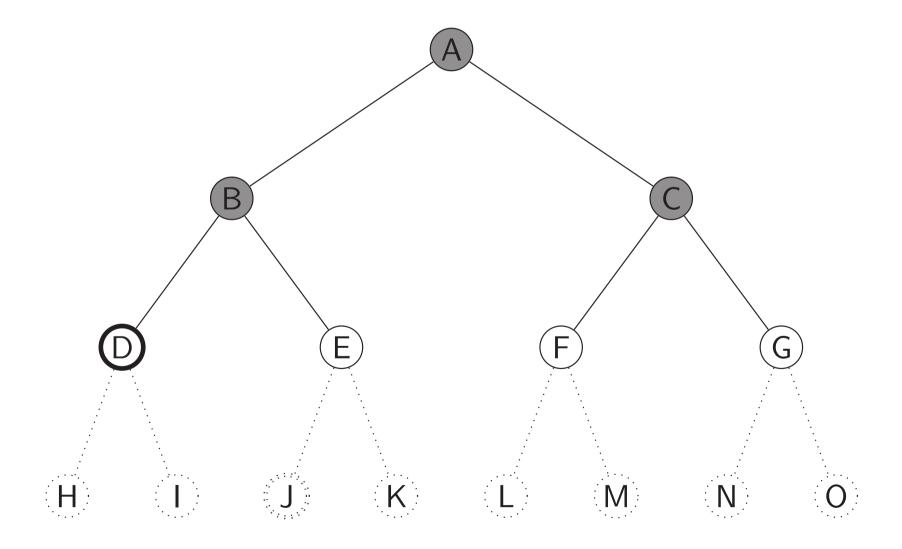
```
není úplný (pro \ell < d)
úplnost
                       není optimální (pro \ell > d)
optimálnost
časová složitost O(b^{\ell})
prostorová složitost O(b\ell)
```

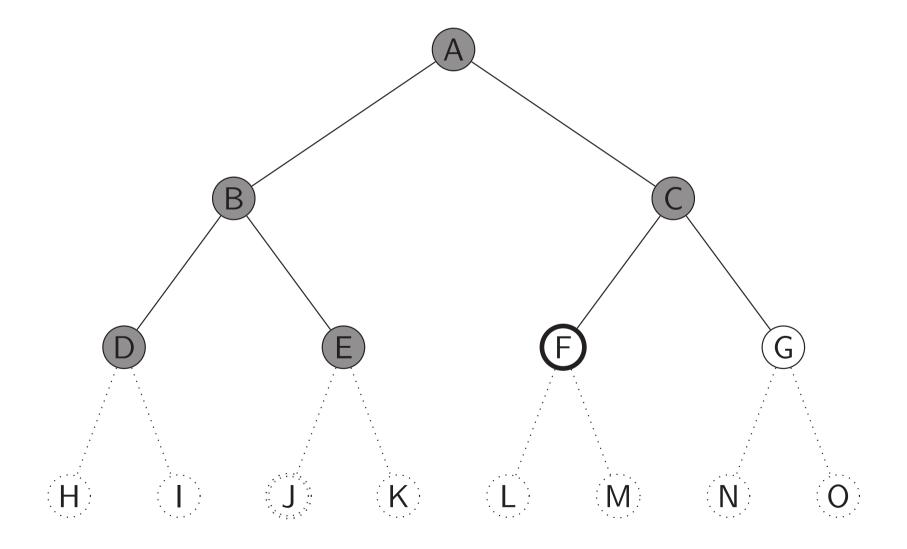
dobrá volba limitu ℓ – podle znalosti problému

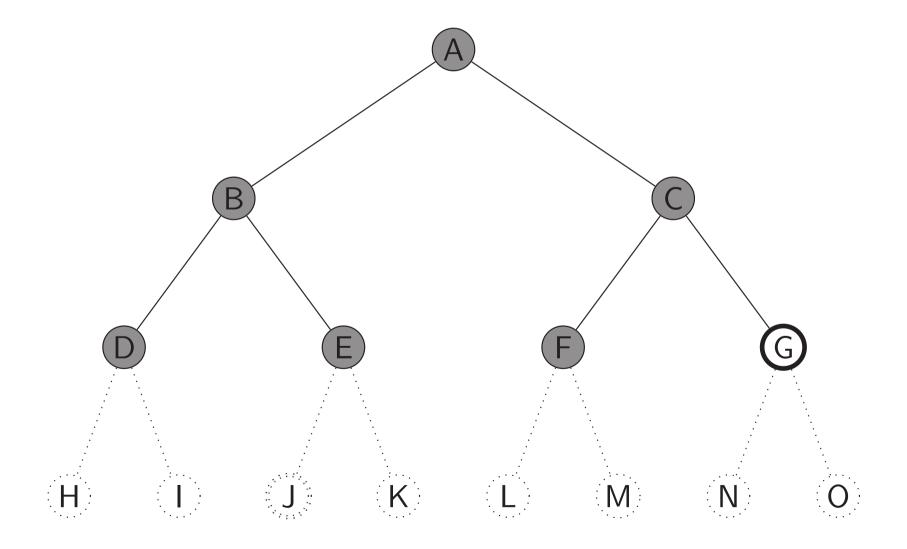


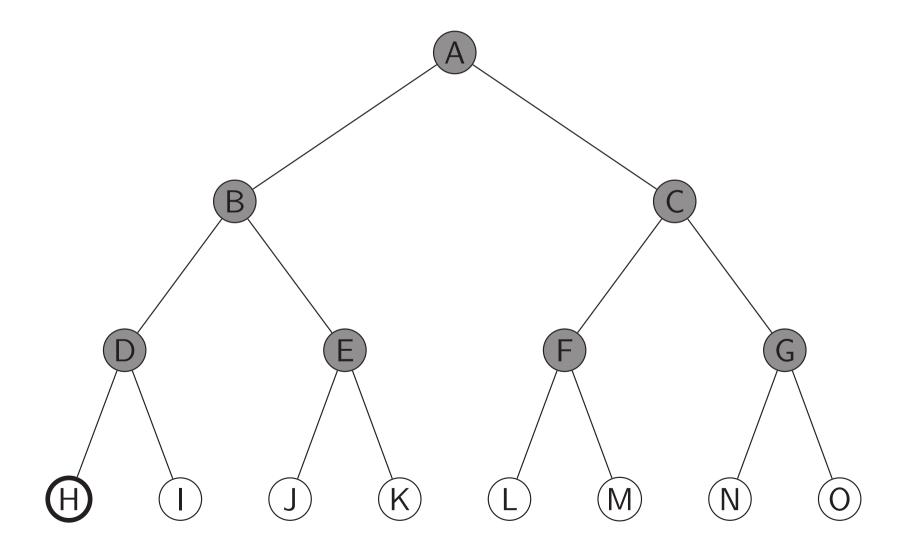


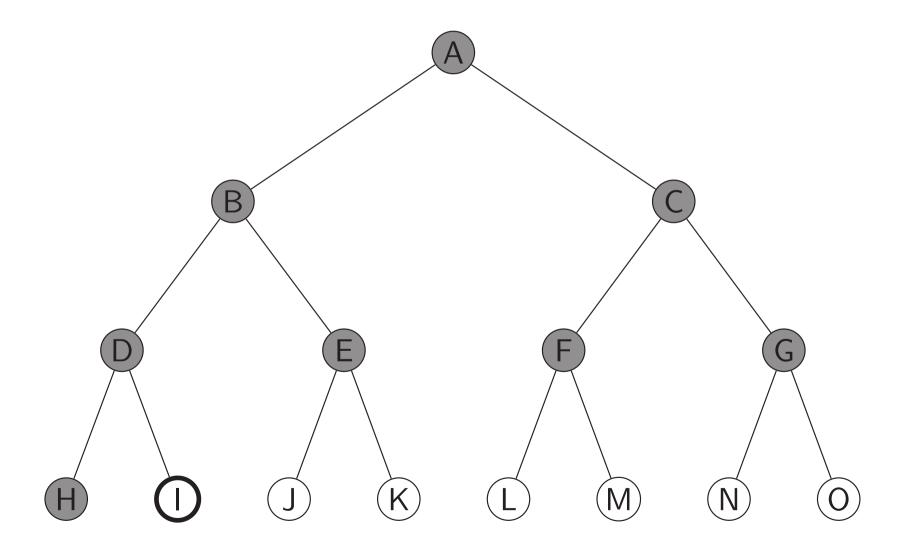


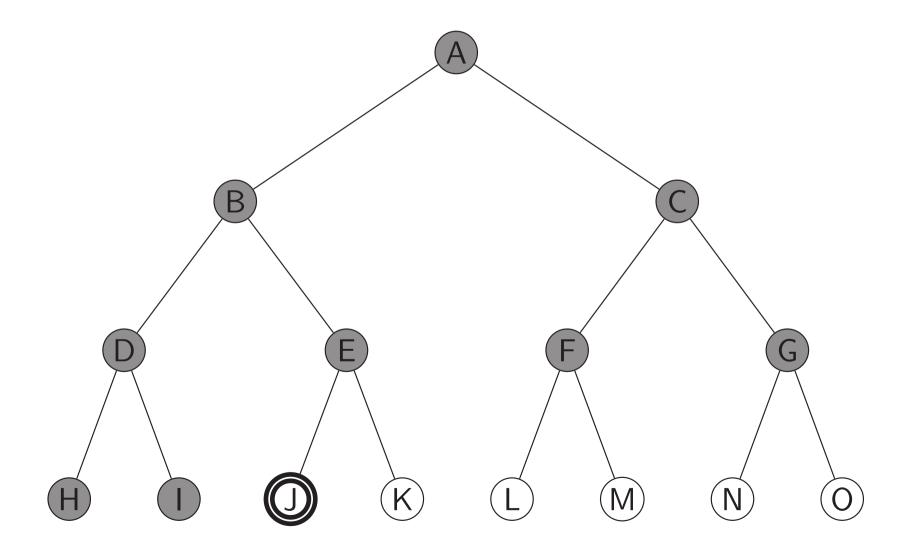












procedurální programovací jazyk – uzly se uloží do fronty (FIFO) \times Prolog – udržuje seznam cest

```
solution(Start,Solution) := breadth\_first\_search([[Start]],Solution). breadth\_first\_search([[Node|Path]|\_],[Node|Path]) := goal(Node). breadth\_first\_search([[N|Path]|Paths],Solution) := bagof([M,N|Path], (move(N,M), + member(M,[N|Path])), NewPaths), NewPaths = [], append(Paths,NewPaths,Path1), !, breadth\_first\_search(Path1,Solution); breadth\_first\_search(Paths,Solution).
```

Vylepšení:

- append append_dl
- seznam cest:

```
  \begin{array}{ll} & & & & & & & & \\ [[a]] & & & & & & & \\ [[b,a],[c,a]] & & & & & & \\ [[c,a],[d,b,a],[e,b,a]] & & & & t(a,[t(b,[l(d),l(e)]),l(c)]) \\ [[d,b,a],[e,b,a],[f,c,a],[g,c,a]] & & t(a,[t(b,[l(d),l(e)]),t(c,[l(f),l(g)])]) \end{array}
```

Prohledávání do šířky

procedurální programovací jazyk – uzly se uloží do fronty (FIFO) \times Prolog – udržuje seznam cest

```
solution(Start,Solution) := breadth\_first\_search([[Start]],Solution) \\ bagof(+Prom,+Cil,-Sezn) postupně vyhodnocuje Cil a všechny vyhovující instance Prom řadí do seznamu Sezn breadth\_first\_search([[Node|Path]|\_],[Node|Path]) := goal(Node). \\ breadth\_first\_search([[N|Path]|Paths],Solution) := bagof([M,N|Path], (move(N,M), \+ member(M,[N|Path])), NewPaths), NewPaths \= [], append(Paths,NewPaths,Path1), !, breadth\_first\_search(Path1,Solution); breadth\_first\_search(Paths,Solution). \\ \label{eq:solution}
```

Vylepšení:

- append append_dl
- seznam cest:

```
  \begin{array}{ll} & & & & & & & & & \\ [[a]] & & & & & & & & \\ [[b,a],[c,a]] & & & & & & \\ [[c,a],[d,b,a],[e,b,a]] & & & & & \\ [[d,b,a],[e,b,a],[f,c,a],[g,c,a]] & & & & & \\ [[d,b,a],[e,b,a],[f,c,a],[g,c,a]] & & & & & \\ \end{array}
```

Prohledávání do šířky

procedurální programovací jazyk – uzly se uloží do fronty (FIFO) \times Prolog – udržuje seznam cest

```
solution(Start,Solution) := breadth\_first\_search([[Start]],Solution) \\ bagof(+Prom,+Cil,-Sezn) postupně vyhodnocuje Cil a všechny vyhovující instance Prom řadí do seznamu Sezn breadth\_first\_search([[Node|Path]|\_],[Node|Path]) := goal(Node). \\ breadth\_first\_search([[N|Path]|Paths],Solution) := \\ bagof([M,N|Path], (move(N,M), \+ member(M,[N|Path])), NewPaths), \\ NewPaths = [], append(Paths,NewPaths,Path1), !, p:-a,b;c. \Leftrightarrow p:-(a,b);c. \\ breadth\_first\_search(Path1,Solution); breadth\_first\_search(Paths,Solution). \\ \end{tabular}
```

Vylepšení:

- append append_dl
- seznam cest:

```
  \begin{array}{ll} & & & & & & & & \\ [[b,a],[c,a]] & & & & & & \\ [[c,a],[d,b,a],[e,b,a]] & & & & t(a,[t(b,[l(d),l(e)]),l(c)]) \\ & & & & t(a,[t(b,[l(d),l(e)]),l(c)]) \\ & & & & t(a,[t(b,[l(d),l(e)]),t(c,[l(f),l(g)])]) \end{array}
```

Prohledávání do šířky

procedurální programovací jazyk – uzly se uloží do fronty (FIFO) \times Prolog – udržuje seznam cest

```
solution(Start,Solution) := breadth\_first\_search([[Start]],Solution) \\ bagof(+Prom,+Cil,-Sezn) postupně vyhodnocuje Cil a všechny vyhovující instance Prom řadí do seznamu Sezn breadth\_first\_search([[Node|Path]|\_],[Node|Path]) := goal(Node). \\ breadth\_first\_search([[N|Path]|Paths],Solution) := bagof([M,N|Path], (move(N,M), \+ member(M,[N|Path])), NewPaths), NewPaths \= [], append(Paths,NewPaths,Path1), !, p:-a,b;c. <math>\Leftrightarrow p:- (a,b);c. breadth\_first\_search(Path1,Solution); breadth\_first\_search(Paths,Solution).
```

Vylepšení:

- append append_dl
- seznam cest:

úplnost je úplný (pro konečné b)

optimálnost je optimální podle délky cesty/není optimální podle

obecné ceny

časová složitost $1 + b + b^2 + b^3 + \ldots + b^d + b(b^d - 1) = O(b^{d+1}),$

exponenciální v d

prostorová složitost $O(b^{d+1})$ (každý uzel v paměti)

Největší problém – paměť:

Hloubka	Uzlů	Čas	Paměť
2	1100	0.11 sek	1 MB
4	111 100	11 sek	106 MB
6	10^{7}	19 min	10 GB
8	10 ⁹	31 hod	1 TB
10	10^{11}	129 dnů	101 TB
12	10^{13}	35 let	10 PB
14	10^{15}	3 523 let	1 EB

úplnost je úplný (pro konečné b)

optimálnost je optimální podle délky cesty/není optimální podle

obecné ceny

časová složitost $1 + b + b^2 + b^3 + \ldots + b^d + b(b^d - 1) = O(b^{d+1}),$

exponenciální v d

prostorová složitost $O(b^{d+1})$ (každý uzel v paměti)

Největší problém – paměť:

Hloubka	Uzlů	Čas	Paměť
2	1100	0.11 sek	1 MB
4	111 100	11 sek	106 MB
6	10 ⁷	19 min	10 GB
8	10 ⁹	31 hod	1 TB
10	10^{11}	129 dnů	101 TB
12	10^{13}	35 let	10 PB
14	10^{15}	3 523 let	1 EB

úplnost je úplný (pro konečné b)

optimálnost je optimální podle délky cesty/není optimální podle

obecné ceny

časová složitost $1 + b + b^2 + b^3 + \ldots + b^d + b(b^d - 1) = O(b^{d+1}),$

exponenciální v d

prostorová složitost $O(b^{d+1})$ (každý uzel v paměti)

Největší problém – paměť:

Hloubka	Uzlů	Čas	Paměť
2	1100	0.11 sek	1 MB
4	111 100	11 sek	106 MB
6	10^{7}	19 min	10 GB
8	10 ⁹	31 hod	1 TB
10	10^{11}	129 dnů	101 TB
12	10^{13}	35 let	10 PB
14	10^{15}	3 523 let	1 EB

úplnost je úplný (pro konečné b)

optimálnost je optimální podle délky cesty/není optimální podle

obecné ceny

časová složitost $1 + b + b^2 + b^3 + \ldots + b^d + b(b^d - 1) = O(b^{d+1}),$

exponenciální v d

prostorová složitost $O(b^{d+1})$ (každý uzel v paměti)

Největší problém – paměť:

Hloubka	Uzlů	Čas	Paměť
2	1100	0.11 sek	1 MB
4	111 100	11 sek	106 MB
6	10^{7}	19 min	10 GB
8	10 ⁹	31 hod	1 TB
10	10^{11}	129 dnů	101 TB
12	10^{13}	35 let	10 PB
14	10^{15}	3 523 let	1 EB

úplnost je úplný (pro konečné b)

optimálnost je optimální podle délky cesty/není optimální podle

obecné ceny

časová složitost $1 + b + b^2 + b^3 + \ldots + b^d + b(b^d - 1) = O(b^{d+1}),$

exponenciální v d

prostorová složitost $O(b^{d+1})$ (každý uzel v paměti)

Největší problém – paměť:

Hloubka	Uzlů	Čas	Paměť
2	1100	0.11 sek	1 MB
4	111 100	11 sek	106 MB
6	10^{7}	19 min	10 GB
8	10 ⁹	31 hod	1 TB
10	10^{11}	129 dnů	101 TB
12	10^{13}	35 let	10 PB
14	10^{15}	3 523 let	1 EB

úplnost je úplný (pro konečné b)

optimálnost je optimální podle délky cesty/není optimální podle

obecné ceny

časová složitost $1 + b + b^2 + b^3 + \ldots + b^d + b(b^d - 1) = O(b^{d+1}),$

exponenciální v d

prostorová složitost $O(b^{d+1})$ (každý uzel v paměti)

Největší problém – paměť:

Hloubka	Uzlů	Čas	Paměť
2	1100	0.11 sek	1 MB
4	111 100	11 sek	106 MB
6	10^{7}	19 min	10 GB
8	10^{9}	31 hod	1 TB
10	10^{11}	129 dnů	101 TB
12	10^{13}	35 let	10 PB
14	10^{15}	3 523 let	1 EB

Prohledávání podle ceny

- BFS je optimální pro rovnoměrně ohodnocené stromy × prohledávání podle ceny (Uniform-cost Search) je optimální pro obecné ohodnocení
- fronta uzlů se udržuje uspořádaná podle ceny cesty

Vlastnosti:

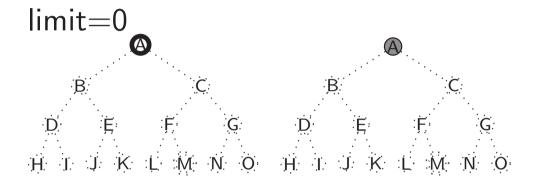
```
\begin{array}{ll} \textit{uplnost} & \text{je uplny (pro cena} \geq \epsilon) \\ \textit{optimálnost} & \text{je optimální (pro cena} \geq \epsilon, \ g(n) \ \text{roste}) \\ \textit{časová složitost} & \text{počet uzlů s} \ g \leq C^*, \ O(b^{1+\lfloor C^*/\epsilon\rfloor}), \ \text{kde} \\ C^*... \ \text{cena optimálního řešení} \\ \textit{prostorová složitost} & \text{počet uzlů s} \ g \leq C^*, \ O(b^{1+\lfloor C^*/\epsilon\rfloor}) \end{array}
```

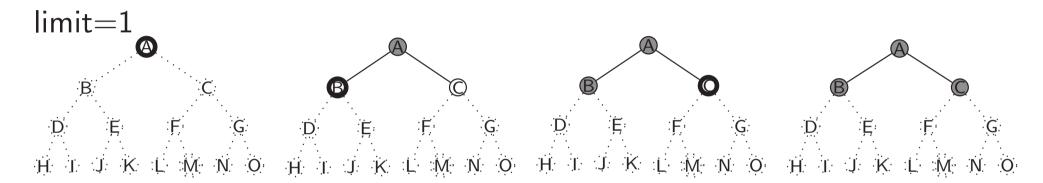
Prohledávání podle ceny

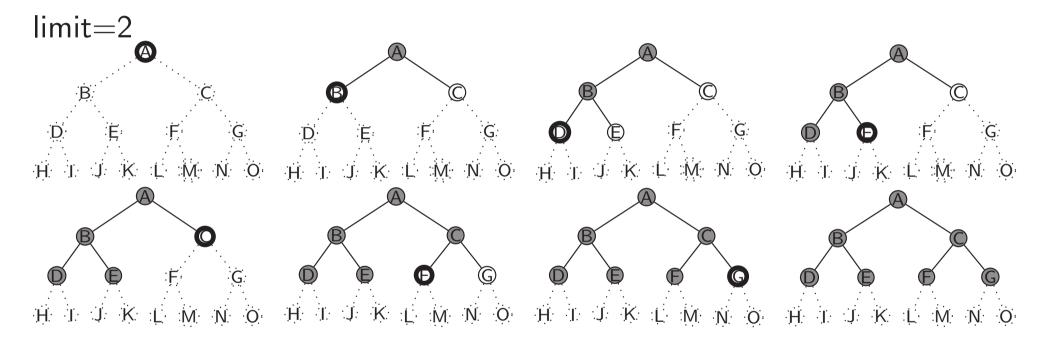
- BFS je optimální pro rovnoměrně ohodnocené stromy × prohledávání podle ceny (Uniform-cost Search) je optimální pro obecné ohodnocení
- fronta uzlů se udržuje uspořádaná podle ceny cesty

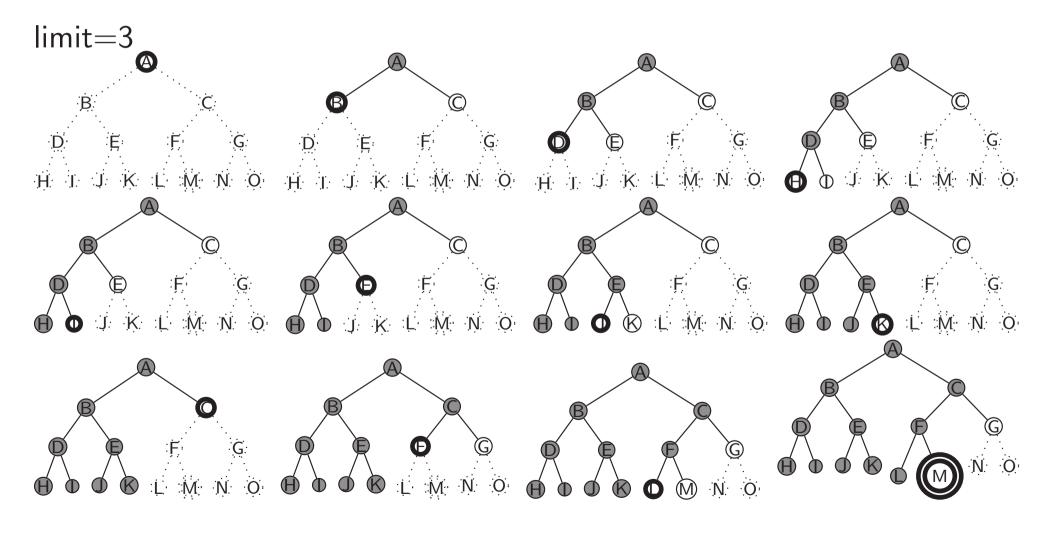
Vlastnosti:

```
\begin{aligned} \it uplnost & je úplný (pro cena $\geq \epsilon$) \\ \it optimálnost & je optimální (pro cena $\geq \epsilon$, $\it g(n)$ roste) \\ \it časová složitost & počet uzlů s $\it g \leq C^*$, $\it O(b^{1+\lfloor C^*/\epsilon\rfloor})$, kde \\ \it C^*...$ cena optimálního řešení \\ \it prostorová složitost & počet uzlů s $\it g \leq C^*$, $\it O(b^{1+\lfloor C^*/\epsilon\rfloor})$ \\ \hline \end{aligned}
```









úplnost je úplný (pro konečné b) je optimální (pro g(n) rovnoměrně neklesající funkce optimálnost hloubky) $d(b) + (d-1)b^2 + \ldots + 1(b^d) = O(b^d)$ časová složitost O(bd)prostorová složitost

- kombinuje výhody BFS a DFS:
 - nízké paměťové nároky lineární
 - optimálnost, úplnost
- zdánlivé plýtvání opakovaným generováním ALE generuje o jednu úroveň míň, např. pro b=10, d=5:

$$N(IDS) = 50 + 400 + 3000 + 20000 + 100000 = 123450$$

 $N(BFS) = 10 + 100 + 1000 + 100000 + 100000 + 999990 = 1111100$

úplnost je úplný (pro konečné b) je optimální (pro g(n) rovnoměrně neklesající funkce optimálnost hloubky) $d(b) + (d-1)b^2 + \ldots + 1(b^d) = O(b^d)$ časová složitost O(bd)prostorová složitost

- kombinuje výhody BFS a DFS:
 - nízké paměťové nároky lineární
 - optimálnost, úplnost
- zdánlivé plýtvání opakovaným generováním ALE generuje o jednu úroveň míň, např. pro b=10, d=5:

$$N(IDS) = 50 + 400 + 3000 + 20000 + 100000 = 123450$$

 $N(BFS) = 10 + 100 + 1000 + 100000 + 100000 + 999990 = 1111100$

úplnost je úplný (pro konečné b) je optimální (pro g(n) rovnoměrně neklesající funkce optimálnost hloubky) $d(b) + (d-1)b^2 + \ldots + 1(b^d) = O(b^d)$ časová složitost O(bd)prostorová složitost

- kombinuje výhody BFS a DFS:
 - nízké paměťové nároky lineární
 - optimálnost, úplnost
- zdánlivé plýtvání opakovaným generováním ALE generuje o jednu úroveň míň, např. pro b=10, d=5:

$$N(IDS) = 50 + 400 + 3000 + 20000 + 100000 = 123450$$

 $N(BFS) = 10 + 100 + 1000 + 10000 + 100000 + 999990 = 1111100$

```
úplnost
                     je úplný (pro konečné b)
                     je optimální (pro g(n) rovnoměrně neklesající funkce
optimálnost
                     hloubky)
                 d(b) + (d-1)b^2 + \ldots + 1(b^d) = O(b^d)
časová složitost
prostorová složitost O(bd)
```

- kombinuje výhody BFS a DFS:
 - nízké paměťové nároky lineární
 - optimálnost, úplnost
- zdánlivé plýtvání opakovaným generováním ALE generuje o jednu úroveň míň, např. pro b = 10, d = 5:

$$N(IDS) = 50 + 400 + 3000 + 20000 + 100000 = 123450$$

 $N(BFS) = 10 + 100 + 1000 + 10000 + 100000 + 999990 = 1111100$

Shrnutí vlastností algoritmů neinformovaného prohledávání

Vlastnost	do hloubky	do hloubky s limitem	do šířky	podle ceny	s postupným prohlubováním
úplnost	ne	ano, pro $l \geq d$	ano*	ano*	ano*
optimálnost	ne	ne	ano^*	ano*	ano^*
časová složitost	$O(b^m)$	$O(b^\ell)$	$O(b^{d+1})$	$O(b^{1+\lfloor C^*/\epsilon floor})$	$O(b^d)$
prostorová složitost	O(bm)	$O(b\ell)$	$O(b^{d+1})$	$O(b^{1+\lfloor C^*/\epsilon \rfloor}$) O(bd)