

Základy 3D grafiky

I.Kolingerová

1. Geometrické transformace v 3D
2. Promítání
3. Odstraňování neviditelných částí
4. Osvětlení a stínování

1. Geometrické transformace v 3D

- Zobecnění rovinných transformací

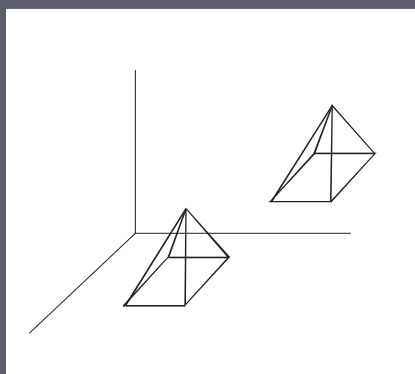
1. posunutí

o vektor (x_t, y_t, z_t) :

$$x' = x + x_t$$

$$y' = y + y_t$$

$$z' = z + z_t$$



KPG 2/30

2. rotace

rotuje se kolem jedné ze souř. os

- osa x (v rovině yz):

$$x' = x$$

$$y' = y \cdot \cos(\alpha) - z \cdot \sin(\alpha)$$

$$z' = y \cdot \sin(\alpha) + z \cdot \cos(\alpha)$$

- osa y (v rovině zx):

$$x' = x \cdot \cos(\alpha) + z \cdot \sin(\alpha)$$

$$y' = y$$

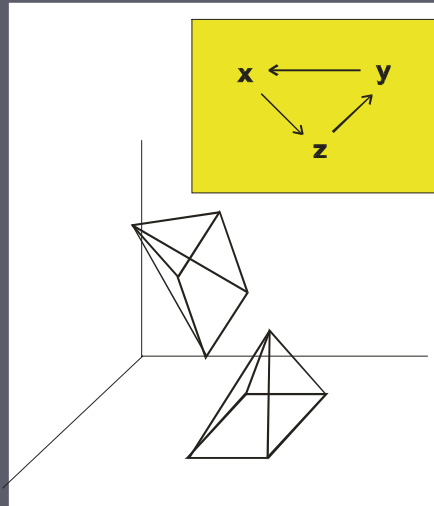
$$z' = -x \cdot \sin(\alpha) + z \cdot \cos(\alpha)$$

- osa z (v rovině xy):

$$x' = x \cdot \cos(\alpha) - y \cdot \sin(\alpha)$$

$$y' = x \cdot \sin(\alpha) + y \cdot \cos(\alpha)$$

$$z' = z$$



KPG 3/30

Rotace kolem obecné osy $\mathbf{x} = \mathbf{P} + t(\mathbf{Q} - \mathbf{P})$:

- posunout SS do P (1)
- rotace kolem os SS tak, aby osa rotace byla jednou z os SS (2)
- rotace o požadovaný úhel (3)
- zpětné rotace (2^{-1})
- zpětný posuv (1^{-1})

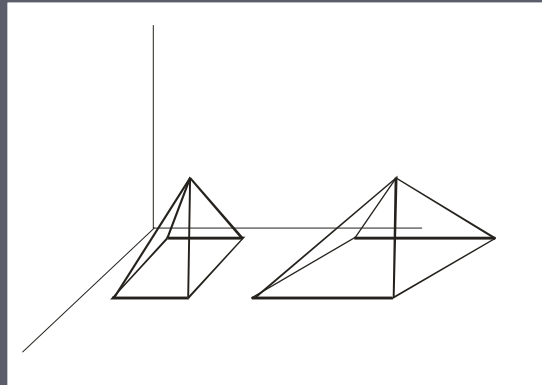
KPG 4/30

3. změna měřítka

$$x' = SC_x * x$$

$$y' = SC_y * y$$

$$z' = SC_z * z, \quad SC_x, SC_y, SC_z \neq 0$$

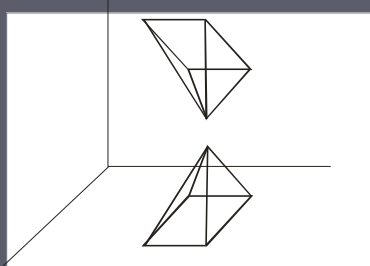


KPG 5/30

Další, méně důležité transformace:

4. zrcadlení

- jedna ze souřadnic získá "-"



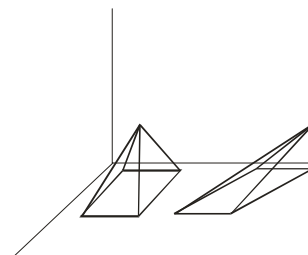
5. zkosení

- např. ve směrech xy

$$x' = x + sh_x * z$$

$$y' = y + sh_y * z$$

$$z' = z$$



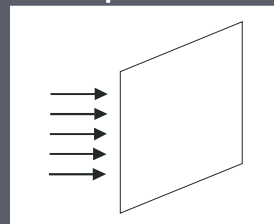
2. Promítání

- transformace z nD do mD, $n > m$
- pojmy:
 - **promítací paprsek** –přímka vedená promítaným bodem, směr podle zvolené promítací metody
 - **průmětna** – plocha v prostoru, na kterou dopadají promítací paprsky a v místě dopadu vytvářejí průmět (zde obraz v rovině); obvykle // s xy
 - Pokud průmětna rovinná, prostorové úsečky se promítají do rovinných => stačí promítat koncové body úseček.

KPG 7/30

Rovnoběžné (paralelní) promítání

- všechny promítací paprsky rovnoběžné, podle jejich úhlu s průmětnou se rovnoběžné promítání dále dělí na
 - pravoúhlé (90°)
 - kosoúhlé (ostatní úhly)
- v PG obvykle pravoúhlé promítání
- vlastnosti: zachovává rovnoběžnost, vzdálenost od průmětny neovlivňuje velikost průmětů
- užití – technické aplikace



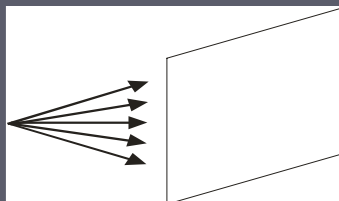
KPG 8/30

- rovnoběž. promítání do roviny xy kolmými paprsky popsanými vektorem $(0,0,-1)$ = vynechání souřadnic z promítaných bodů (vlastně půdorys)
- jiné směry: vynechat jinou souřadnici nebo napřed posunout, otočit

KPG 9/30

Středové (perspektivní) promítání

- všechny promítací paprsky vycházejí z 1 bodu – středu promítání



- prostorové úsečky se opět zobrazí do rovinných
- vlastnosti: obecně nezachovává rovnoběžnost (zachována jen u úseček v rovině // s průmětnou), vzdálenost od průmětny ovlivňuje velikost průmětů (vzdálenější objekty – menší)
- užití – pokud důraz na podobnost s reálným světem (architektura, virtuální realita...)

KPG 10/30

a) Průmět z (0,0,d) do z=0:

$$\mathbf{P}=(x_p, y_p, z_p), \mathbf{P}'=(x', y', 0), z \neq d$$

Paprsek ze středu přes \mathbf{P} do \mathbf{P}' :

$$x' = 0 + x \cdot t$$

$$y' = 0 + y \cdot t$$

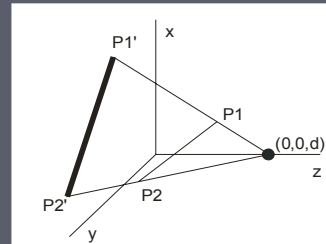
$$0 = d + (z-d) \cdot t$$

$$\Rightarrow t = d/(d-z)$$

$$x' = x \cdot d/(d-z), y' = y \cdot d/(d-z), z' = 0$$

nebo

$$x' = x/(1-z/d), y' = y/(1-z/d), z' = 0$$



KPG 11/30

b) Průmět z (0,0,0) do z=d:

$$\mathbf{P}=(x_p, y_p, z_p), \mathbf{P}'=(x', y', d), z \neq 0$$

Paprsek ze středu přes \mathbf{P} do \mathbf{P}' :

$$x' = 0 + x \cdot t$$

$$y' = 0 + y \cdot t$$

$$d = 0 + z \cdot t$$

$$\Rightarrow t = d/z$$

$$x' = x \cdot d/z, y' = y \cdot d/z, z' = d$$

KPG 12/30

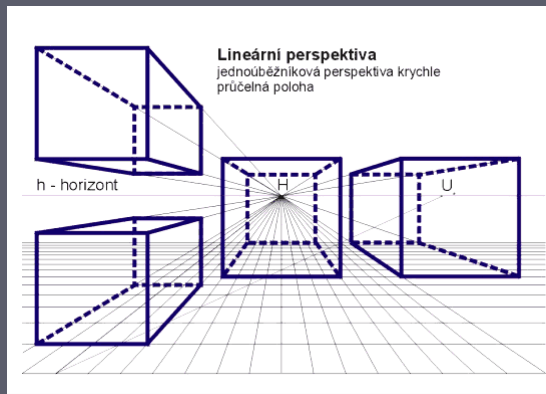
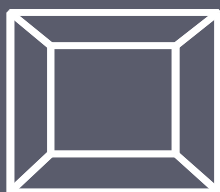
3 případy orientace průmětny vůči osám SS:

1. **jednobodová** perspektiva – průmětna protíná jednu osu SS, všechny úsečky kolmé na průmětnu míří do 1 bodu – hlavní úběžník
2. **dvoubodová** perspektiva – průmětna protíná dvě osy SS, hrany osově orientovaných kvádrů směřují do 2 hlavních úběžníků
3. **trojbodová** perspektiva – průmětna protíná všechny 3 osy SS, protažením hran osově orientovaných kvádrů 3 hlavní úběžníky

Úběžník – "nekonečno, kde se stýkají rovnoběžky".

Úběžníků ve střed. promítání je mnoho, hlavní jen ty výše uvedené.

KPG 13/30

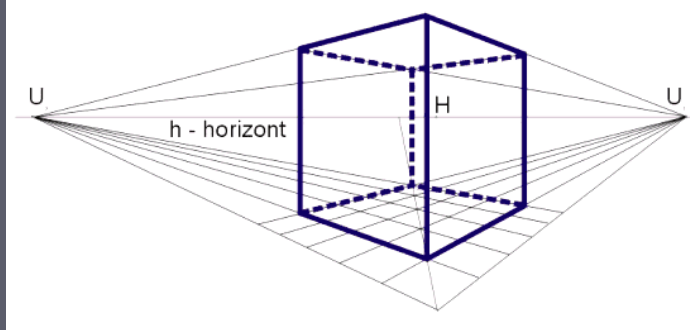


Jednobodová
(jednouúběžníková) perspektiva



KPG 14/30

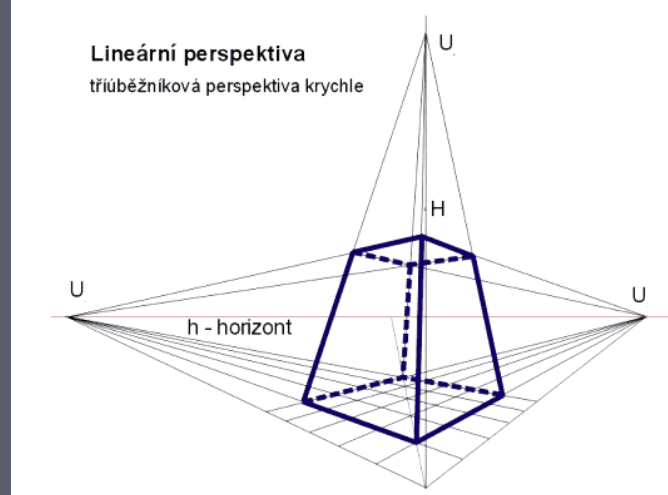
Lineární perspektiva
dvojúběžníková perspektiva krychle
nárožní, neprůčelná poloha



Dvoubodová (dvojúběžníková) perspektiva

KPG 15/30

Lineární perspektiva
tříúběžníková perspektiva krychle



Trojbodová (tříúběžníková) perspektiva

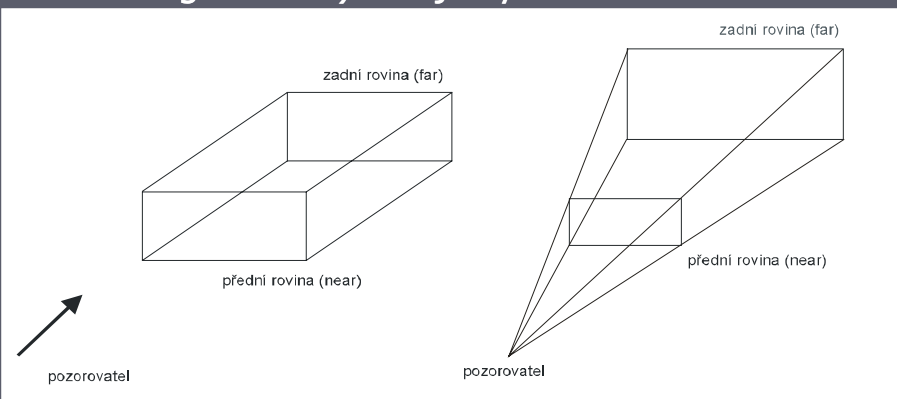
<http://www.sisyfos.zcu.cz/matika/predm1/leva.htm>

KPG 16/30

Pohledová pyramida:

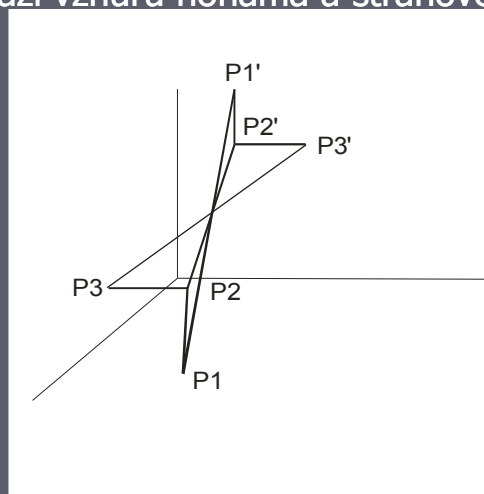
- při promítání je vhodné potlačit zprac. objektů mimo oblast zájmu a zabránit anomáliím perspektivy

=> tzv. pohledová pyramida (viewing volume, viewing frustum) – objekty vně se oříznou



Anomálie perspektivy:

- **zmatení pohledu** – objekty za středem projekce se zobrazí vzhůru nohama a stranově převráceně



KPG 18/30

Anomálie perspektivy:

- **porušení topologie** – body na rovině procházející středem projekce se zobrazí do ∞ , úsečka spojující bod před pozorovatelem a bod za pozorovatelem \rightarrow rozlomená čára ∞ délky

KPG 19/30

Celkový postup zobrazování objektů:

1. Transformace objektu ze zadané polohy do promítací polohy
2. Ořezání pohledovým objemem
3. Promítnutí do roviny a příp. změna měřítka podle velikosti zobraz. okna

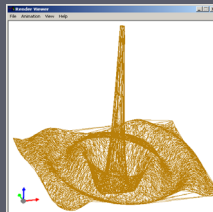
1-3: tzv. pohledové transformace

V 1. kroku zvolit způsob promítání a umístění průmětny – zadává se tzv. stanoviště pozorovatele (viewport) a vektor směru pohledu obvykle kolmý na průmětnu (viewing direction)

KPG 20/30

3. Odstraňování neviditelných částí

- Eliminace neviditel. hran a ploch – složitý problém
=> spousta algoritmů. řešení i v hardwaru (z-buffer)
- Nejjednodušší: **malířův algoritmus** (painter's algorithm, priority list): pořadí vykreslování ploch podle jejich vzdálenosti od pozorovatele, nejvzdálenější nejdřív, postupně překreslovány bližšími



KPG 21/30

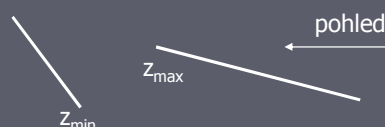
Malířův algoritmus (zjednodušený):

1. Seřadit plochy podle max. hloubky
2. Nejvzdálenější plochu označit jako aktivní, testovat její zakrývání vzhledem k ostatním plochám - pokud překryv 0, vykreslí se



3. Pokud se plocha s něčím překrývá, testuje se vůči plochám, které ji překrývají

a) test z_{\min} jedné a z_{\max} druhé plochy



KPG 22/30

b) Pokud překryv v hloubce, nutné další testy.



- Při této zjednodušené verzi čas téměř lineární f-cí počtu ploch, drobné chyby.
- Snadná implementace, nutná paměť pro všechny plochy

KPG 23/30

4. Osvětlení a stínování

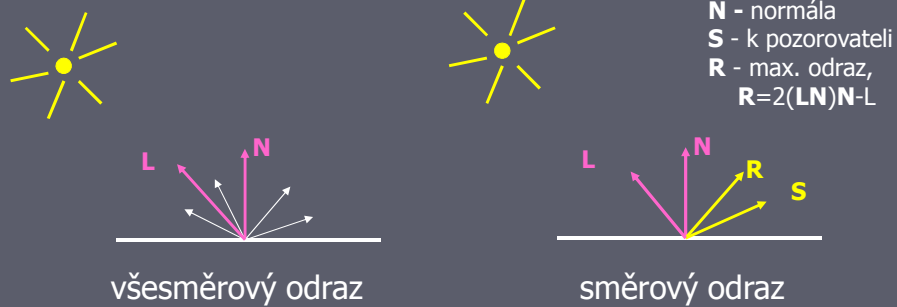
a) Osvětlení

- Různé osvětlovací modely – různá věrnost popisu chování skutečného světla na skutečném povrchu, různá složitost výpočtu
- Světlo – 3 složky R, G, B
- Vektory – normalizované

KPG 24/30

- Nejjednodušší model

- dopadající světelný paprsek se částečně rozptýlí do všech směrů, částečně zrcadlově odrazí (průchod do tělesa zanedbán), pouze bodový zdroj světla
- odraz závislý na velikosti a směru dopad. světla, poloze pozorovatele, vlastnostech plochy



KPG 25/30

$$I = I_a + I_d + I_s \quad (3x \text{ pro } 3 \text{ složky } R, G, B)$$

kde I_a – ambientní intenzita – pozadí

I_d – difúzní intenzita – všesměrový odraz

I_s – spekulární intenzita – zrcadlový odraz

$$I_a = k_a * I_p$$

$$I_d = k_d * I_p * (\mathbf{L} * \mathbf{N})$$

$$I_s = k_s * I_p * (\mathbf{R} * \mathbf{S})^n$$

k_a, k_d, k_s – materiálové koeficienty (ambientní, difúzní, spekulární), $z < 0; 1 >$, n – charakteristika povrchu, ≥ 0 – pro velmi lesklé cca 200, matné cca do 10

KPG 26/30

- někdy se I_d a I_s dělí vzdáleností od pozorovatele ve tvaru $(d+k)$, kde d - vzdálenost, k – konst. větší než 0
- fyzikálně správně: kvadrát d , zde neužíváno – klesá moc rychle
- pokud více světlených zdrojů, suma všech I_s , I_d
- empirický model, nemá přímý vztah k fyzikální podstatě šíření a odrazu světla
- jednoduché, často užívané

KPG 27/30

b) Stínování

- vykreslování barevných objektů různými odstíny barev
- nejjednodušší: **konstantní stínování** – jedna plocha jednou barvou
- předpoklady: zdroj světla v ∞ , takže LN konst. pro celou plochu, pozorovatel v ∞ , takže RS konst. pro celou plochu
- pro mnohostěny OK, pro objekty, které jsou lineárními plochami pouze aproximovány, nevhodné

KPG 28/30

