

Dlaždicové vzory

Ivana Kolingerová

1. Zlatý řez
2. Dlaždicové vzory
3. Keltské ornamenty

Literatura:

Andrew Glassner's Notebook:
Aperiodic Tiling, Penrose Tiling, Celtic Knotwork I-III,
IEEE Computer Graphics and Applications, 1998-2000

Francis S.Hill Jr.: Computer Graphics, Macmillan
Publishing Company, New York, 1990

<http://digiarena.zive.cz/default.aspx?article=2477>

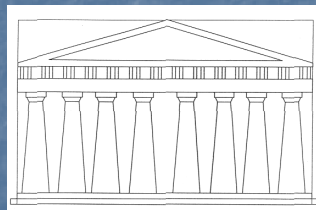
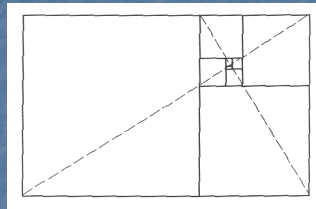
J.Beránek: Zlatý řez v matematice a mimo ni

1. Zlatý řez

Zlatý obdélník: strany Φ , 1,
ani moc tlustý, ani moc
tenký,

Najdeme v řeckém
Parthenonu, u Mony
Lisy, u Dalího,
Eschera...

Když z něj uřízneme
čtverec, zase zbyde
zlatý obdélník



3

$$\phi = 1 + \frac{1}{\phi} = \frac{1 + \sqrt{5}}{2} \cong 1.618033989..$$

$$\frac{1}{\phi} = 0.618033989$$

$$\phi = \sqrt{1 + \sqrt{1 + \sqrt{1 + \sqrt{1 + \dots}}}}$$

$$\phi = 1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \dots}}$$

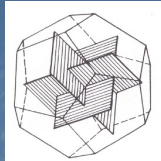
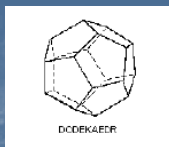
Někdy Φ a $1/\Phi$ vyměněné hodnoty

$1/\Phi$ – poměr stran zlatého
obdélníka ležícího na boku, viz obr.

vlastně
nekonečná regrese obrázků...

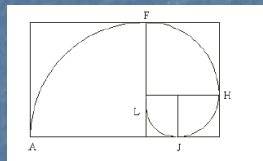
Jiný výpočet Φ : podíl dvou následujících Fibonacciho čísel

4



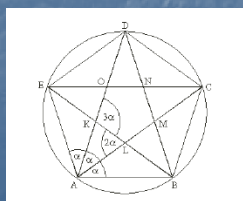
Pravidelný dvanáctistěn

- Lze vepsat tři navzájem kolmé „zlaté“ obdélníky



Logaritmická spirála

- Sleduje postupné zlaté řezy



Pětiúhelník je bohatý zdroj zlatých řezů

- úhlopříčky se protínají v poměru zlatého řezu
- poměr úhlopříčky a strany je zlatý
- úhlopříčky tvoří pěticípou hvězdu, uvnitř opět pravidelný pětiúhelník

5

Zlatý řez v přírodě

- Logaritmická spirála – růst neživých částí živého tvora (zobáky, parohy, rohy, kly, zuby, schránky měkkýšů, ulity plžů či hlavonožců)



Africký kudu

6

Zlatý řez pro kompozici fotografie či obrazu

Středová kompozice

- statická, klidná, někdy až nudná
- kolem objektu někdy moc nebo málo místa

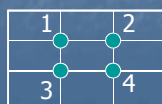


Altán ve středové kompozici

Zlatý řez

- Využívá směru prohlížení obrazu člověkem
- Stačí dělit přibližně v jedné třetině

Směr prohlížení

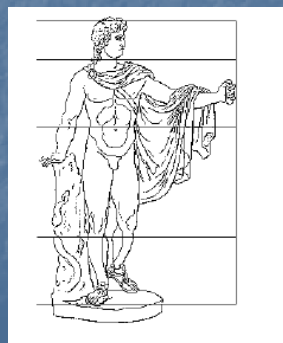


Altán ve zlatém řezu

7

Zlatý řez v umění

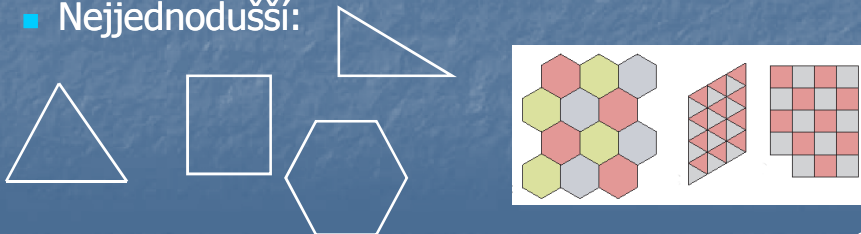
- Nejužívanější v renesanci
- Formát obrazu – „zlatý“ obdélník nastojato nebo naležato
- Umisťování do zlatého řezu
- Konstruování lidského těla podle zlatého řezu (poměr délek nad pasem a pod pasem, tyto části lze opět rozdělit v poměru zlatého řezu – - hranicemi krk a noha těsně pod kolenem)



8

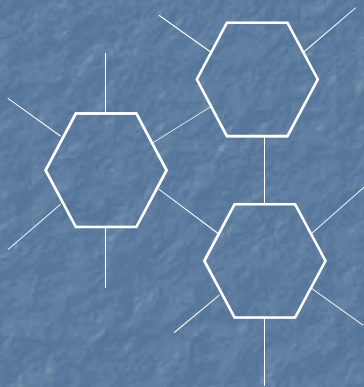
2. Dlaždicové vzory (tiling)

- Opakující vzory příjemné pro oko
- Ale: příliš pravidelnosti – nuda
- Umělci těžší z napětí mezi pravidelností a překvapením
- Vzorky: malá množina obrázků opakující se po celé rovině – dlaždičkování, teselace
- Nejjednodušší:



9

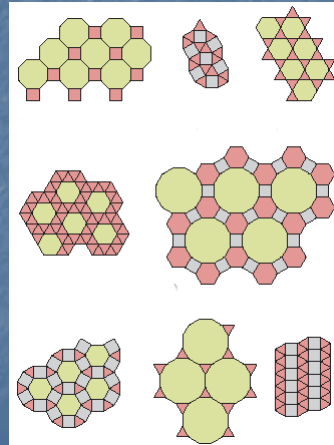
- Variace:



- Užití: síť, VLSI design pro paměti (6úh. – procesory)

10

- Semiregulární vzorky – z více než 1 polygonu
- v každém vrcholu stejné druhy polygonů ve stejném pořadí



11

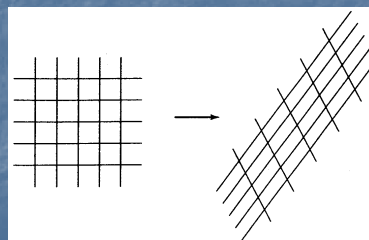
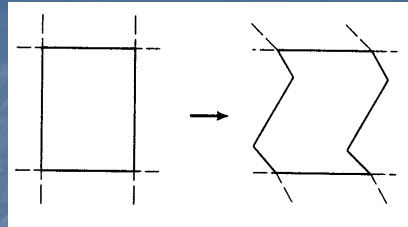
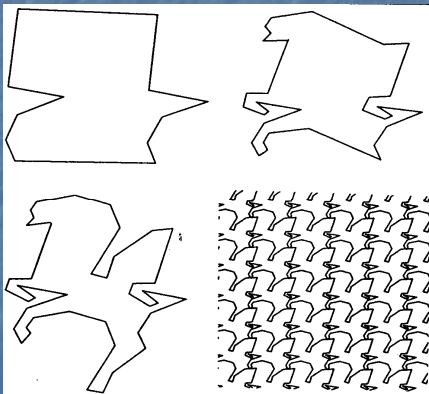
Kresba jednoduchých teselací:

- **for** i := 0 **to** NumRows-1 **do**
- **begin**
- **if** Odd(i) **then** Offset := shift
- **else** Offset := 0;
- **for** j := 0 **to** NumCols-1 **do**
- **begin**
- Triangle (j*ColWidth + Offset,
- i*RowWidth,1)
- **end**
- **end**
- **end**

12

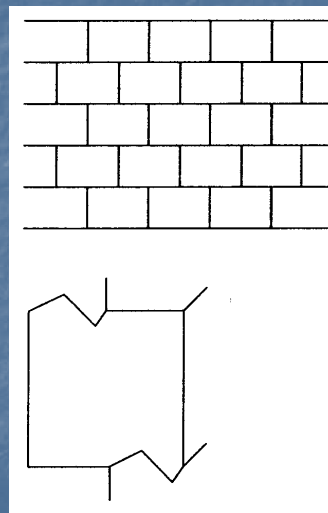
Obecnější:

- deformace čtverců



13

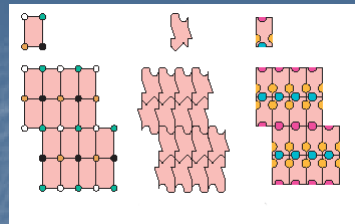
- deformace cihel
- deformace na protilehlých stranách si musejí odpovídat



14

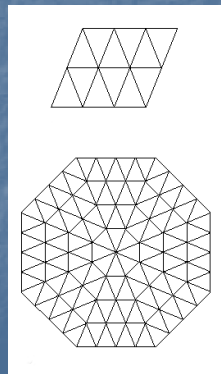
■ Dláždění

- periodické
překrytí odpovídajících
vrcholů,
totožnost hran,
spojitost výzdoby stěn,
vznik posunem



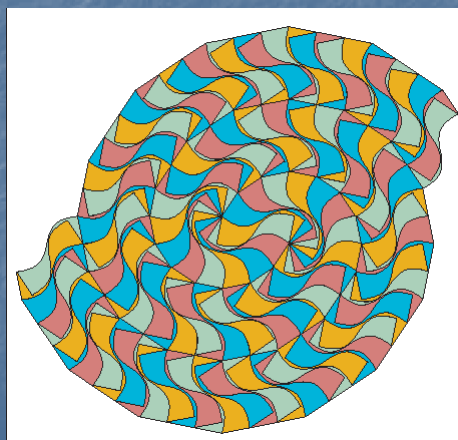
- neperiodické

trojúhelníky v periodickém
a neperiodickém dláždění



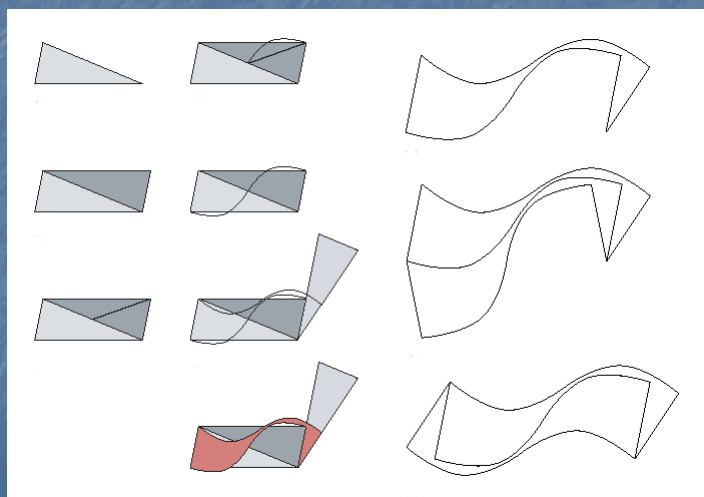
15

- ukázka neperiodického spirálního dláždění
(1 druh dlaždice)



16

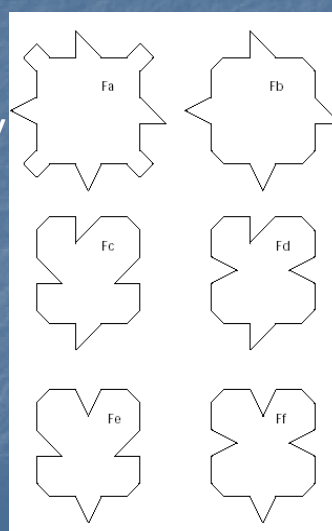
- dlaždice pro předchozí obrázek - pasuje do sebe buď po rotaci nebo vertikálním zrcadlením



17

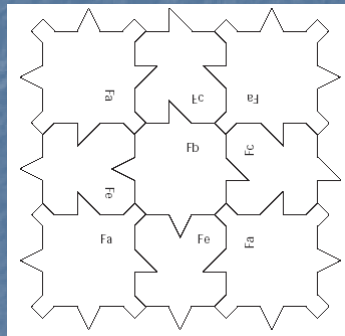
Aperiodické vzorky

- symetrie je bezpečná a nudná
- více typů dlaždic, dohromady neperiodické vzory
- hledaly se desítky let, první: 26 tisíc typů dlaždic
- dnes: několik (podle typu dlažby, nejméně 2)
- Robinsonův dlaždicový vzor

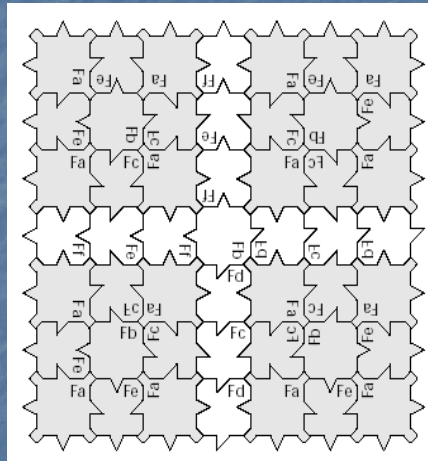


18

■ Užití: 3x3 a 7x7

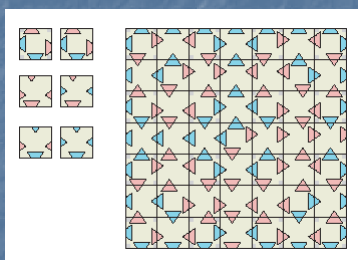


"téměř periodický"

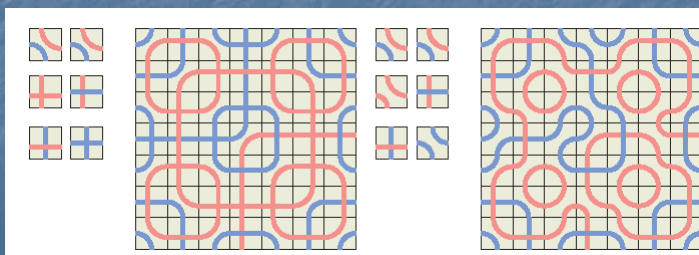


19

■ Nebo ve verzi s potiskem



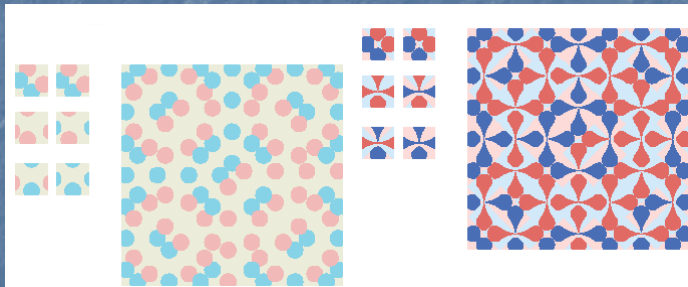
Dekorace sestavy 7x7



20

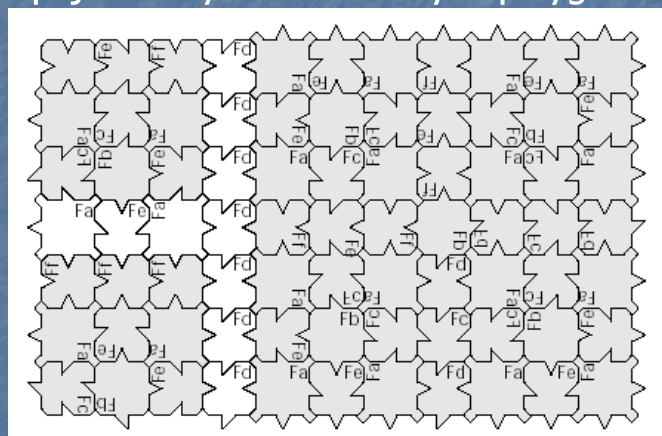
- Další možnosti

Dekorace sestavy 7x7



21

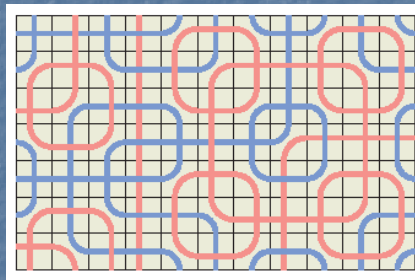
- S úmyslným porušením vzoru – např. pro spojování vydlážděkových polygonů



↑
vadná řádka a sloupec

22

- Ve verzi s potiskem

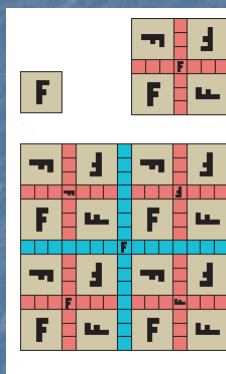


Dekorace sestavy s vadou

23

- Robinson nejde skládat pouze posuvy – aperiodický (nedívat se jen na vzorky, ale i na tvar)

blok 3x3

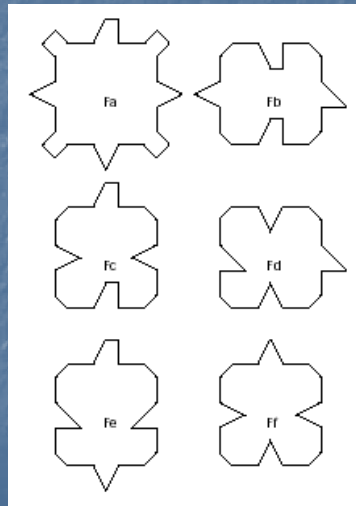


blok 7x7 (nutné rotace)

blok 15x15 (nutné rotace)

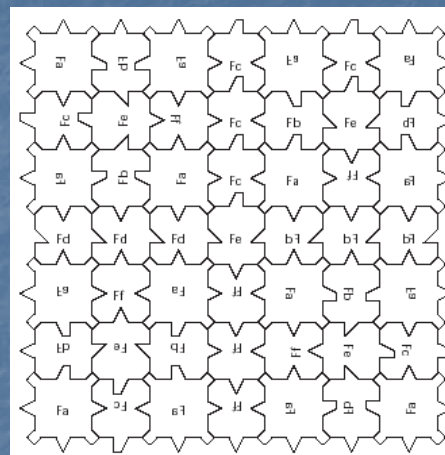
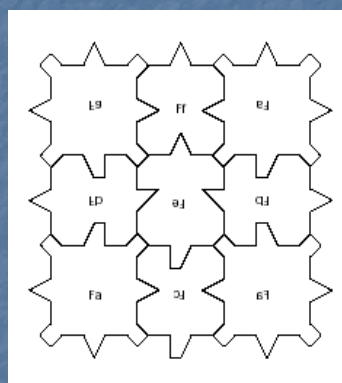
24

■ Ammannův vzorek



25

■ Užití: 3x3 a 7x7



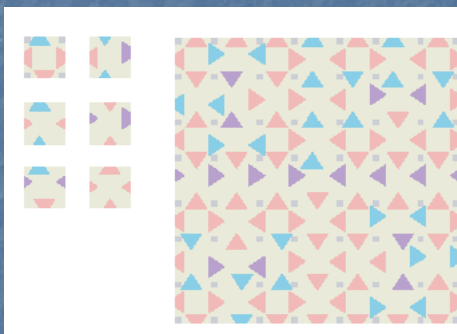
"téměř periodický"

26

- Obdobné výsledky jako Robinson

Dekorace 7x7

atd.

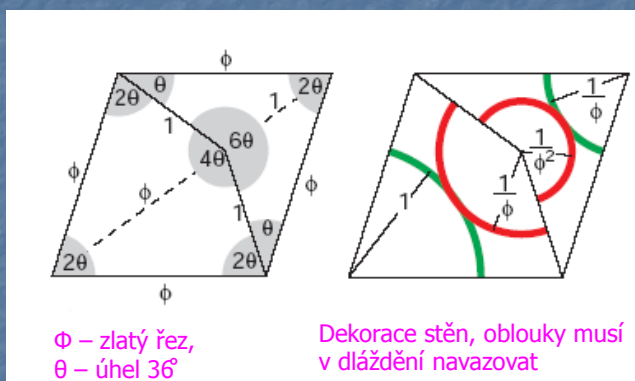


- Užití Rob. a Amman. kromě estetických obr.:
neuniformní vzory pro stochastické vzorkování
např. pro distribuovaný ray tracing

27

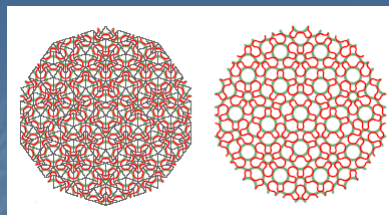
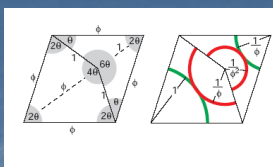
- Penrose tiles

2 typy dlaždic, "kite - drak" (větší)
a "dart - oštěp" (menší)



- musí být shoda délek sousedních stran a návaznost oblouků
- symetrické – stačí dekorovat 1 stranu

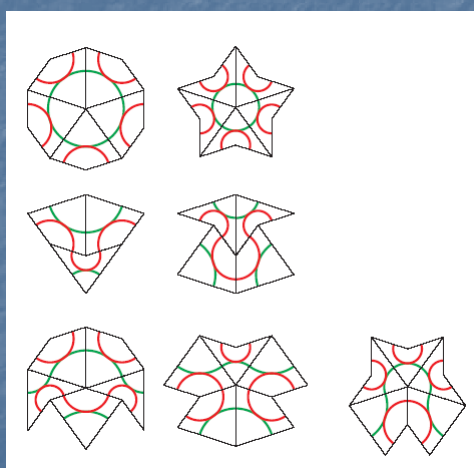
28



- musí být shoda délek sousedních stran a návaznost oblouků
- symetrické – stačí dekorovat 1 stranu
- je třeba 1.6x víc těch menších
- snadno vznikne konfigurace, kam už nejde nic přidat
- vytvoření tilingu – obtížné (cca 100ks ručně – mistrovský výkon)

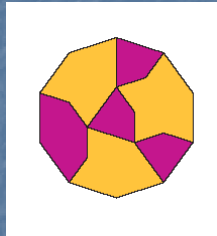
29

- Atlas možných shluků



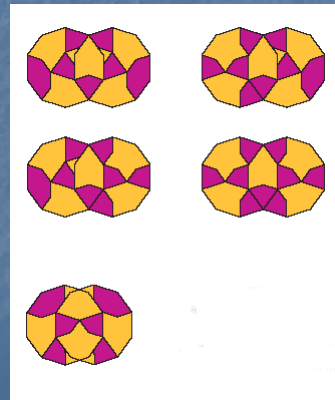
30

- Alternativa: pokrytí (x tiling – dělení roviny)



při překrytí těchto dílků
vznikne Penrose tiling

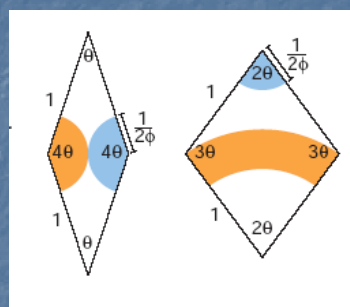
způsoby poskládání
(nutná shoda barvy
překrytých oblastí)



- podobné struktury
(tzv. kvazikrystaly)
v materiálech

31

- Penrose kosočtverce

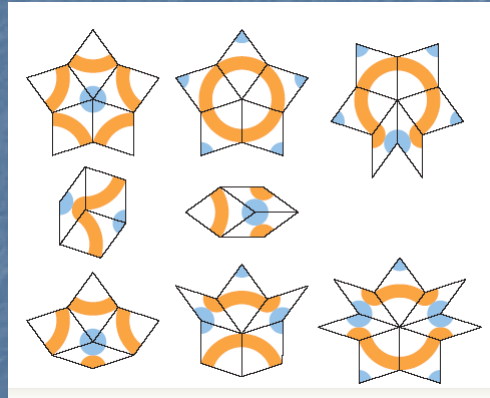


Φ – zlatý řez,
 θ – úhel 36°
všechny strany mají stejnou délku

- oblouky musí navazovat

32

■ Atlas možných shluků



33

Implementace vzorků

- např. rozdělit na trojúhelníky, rekurzivně nahrazovat trojúhelníky novými, výsledné buď dělit dál nebo spojovat na draky a oštěpy

Další aplikace:

Chceme město, které roste – nikoliv 100% naplánované předem.

=> dlaždice s dekorací stavebních základů, vydláždí se jimi rovina, na ně postavít budovy

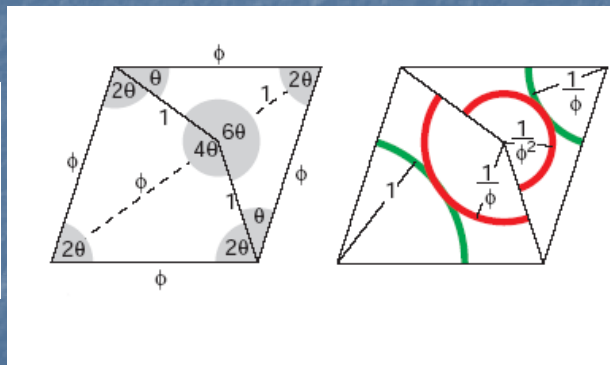
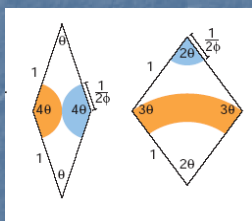
=> je struktura, ale není nudné

Obdobně matrice pro geometrii, materiály, tekoucí lávu atd – struktura, neopakuje se

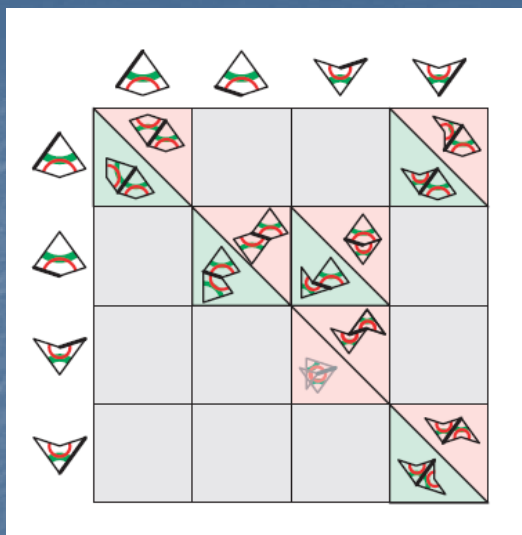
34

Pokyny k dekoraci

- vzorky symetrické podle čárkované osy anebo uzavřené "uvnitř"



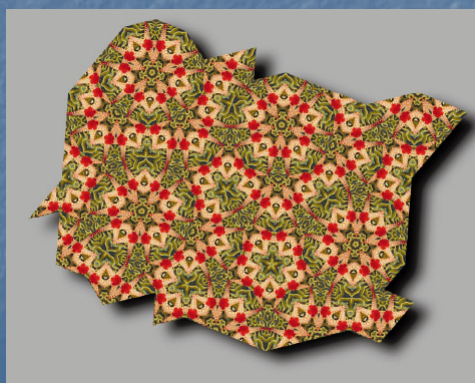
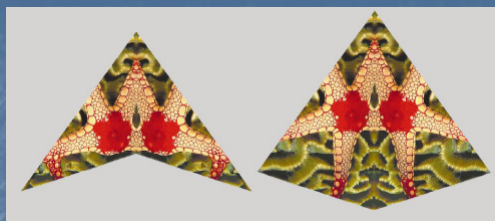
35



- růžové – chybně,
- zelené – dobře
- tlustá čára –
spasovávaná úsečka
- levý dolní roh matice
stejný jako pravý horní
- šedé čtverce –
hrany různé délky,
nejde spasovat k sobě

36

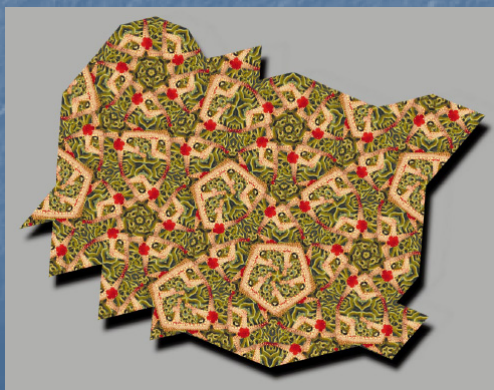
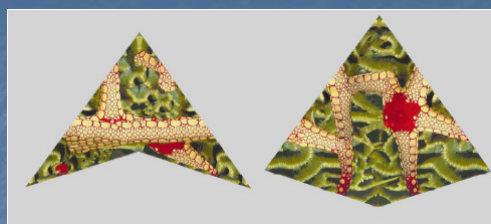
Ukázky dekorací



37

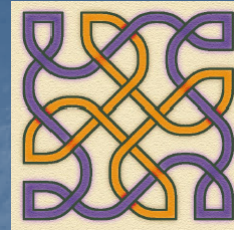
Ukázky dekorací

s trochou asymetrie



38

3. Keltské ornamenty

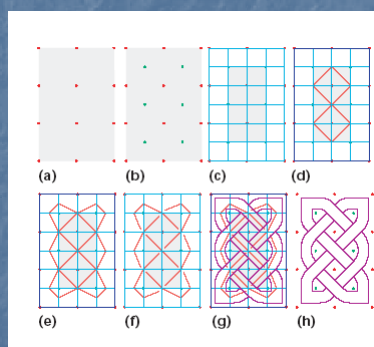


- Asi ze 6. století, výzdoba náboženských textů u irských mnichů
- G. Bain v r.1951 – na základě studia starých keltských rukopisů návrh jednoduché metody konstrukce
- Postup: metoda mřížky – ze základního vzoru konstrukce pravidelné tkaniny
- Klasické keltské vzory obvykle 1 vlákno, jde udělat i několik

39

Základní kroky

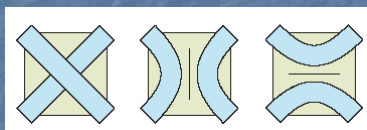
- Př.: vytvoření vzoru 2x3



- primární grid 2x3 čtverce
- do středu každého čtverce nový bod – sekundární grid
- terciální grid
- přidán základní vzor
- přidáno vnější propojení
- totéž se zdůrazněním vzájemného překrytí –
- 1. krok se volí, ostatní vyjde
- přidán pás kolem kostry
- výsledek včetně původního rastu

40

- Takto libovolné rozlišení
- Pokud vzájemně nesoudělná vertikální a horizontální velikost vzoru, vznikne 1 pás, pokud společný dělitel, vznikne několik pásů
- Obohacení: breaklines – **zlomy** – přesměrují průsečík

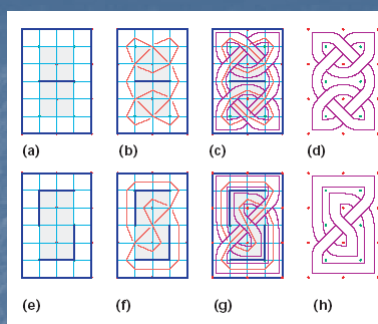


- Breaklines se nesmějí protínat, smějí spojit vodorov. nebo svislé sousedy ve stejném prim. nebo sek. rastru (ne primární se sekundárním, vzdálené sousedy ...)

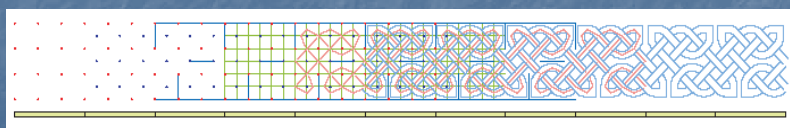
41

- a) zlom v primárním rastru
- b) vzniklý skeleton
- c) pás
- d) výsledek

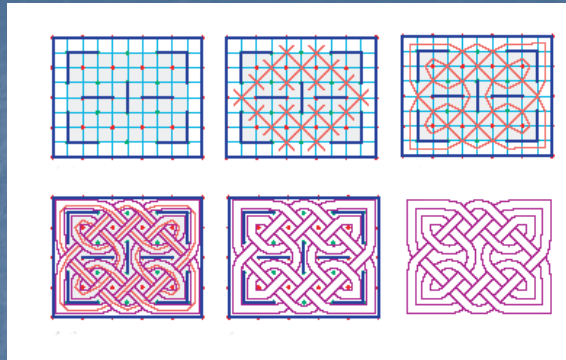
- e) 4 zlomy
- f) skeleton
- g) pás
- h) výsledek



Ukázka konstrukce pásu:



42



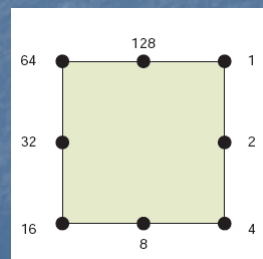
Složitější příklad

- Zlom může změnit nejen charakter, ale i počet pásů vzoru
- Primární rastr $x * y$ buněk může mít 1 až xy pásů

43

Implementace

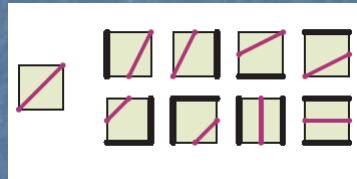
- Primární grid velikosti $xy \Rightarrow$ datová struktura $2x2y$ pro terciální grid
- Údaje pro 1 buňku:
 - identifikace zlomu – zda levý horní roh buňky nemá zlom, má čáru doprava, dolů nebo obě
 - příznak Visited
 - číslo pásu
 - kód hrany – kde se čára dotýká buňky -LOR kódů na obr. např. čára kostry z levého dol. rohu do středu vpravo – kód 18



44

Kresba skeletonu 1

- projít všechny terciální buňky, nastavit kódy hran
- bez zlomu: kostra v buňce v levém horním rohu jde z levého dolního do pravého horního rohu buňky => kontrola zlomů pro tuto buňku a případná úprava diagonály
- max. 2 zlomy na buňku (\leq terciální buňka)
- po zakódování buňky přesun doprava, zde opačný směr diagonály atd.

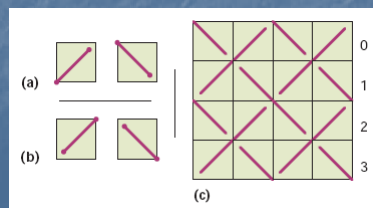


45

Kresba skeletonu 2

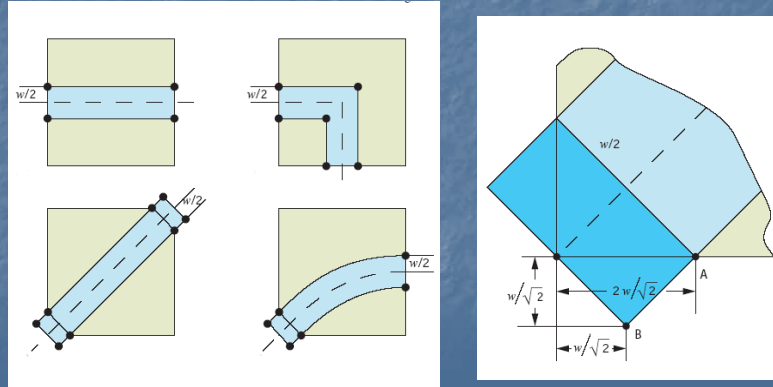
- po ohodnocení všech buněk se nastaví pro 1. buňku číslo pásu, navštívené buňce Visited \leq true (každou buňkou smí procházet jen 1 pás)
- pokračuje se podél skeletonu do dalších buněk
- když se pás uzavře, hledá se další nenavštívená buňka s číslem pásu o 1 větším atd.
- Vykreslení: sleduji buňky podle kódů, střídám kresbu pásu "nad" a "pod"

- a) sudé řádky
- b) liché řádky
- c) dohromady



Kresba pásů

- místo skeletonu kresba pásu tloušťky w
- 6 primitiv – krátký, dlouhý oblouk a 4 níže uvedené, parametry šířka pásu a orientace

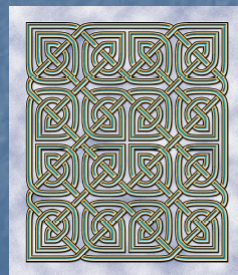
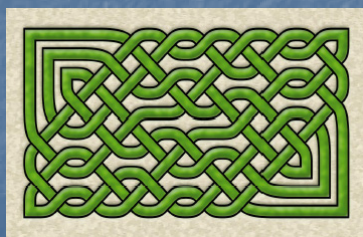
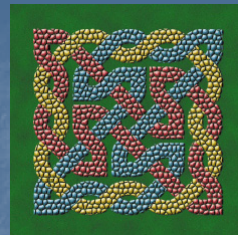
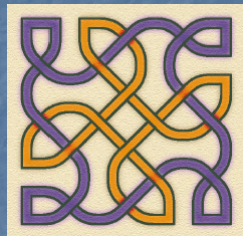


47

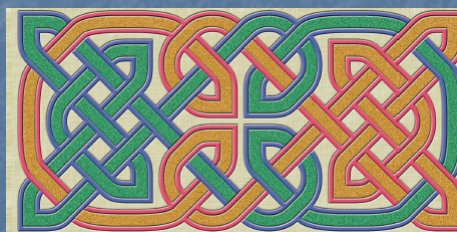
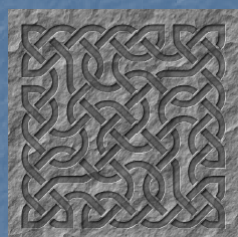
- Vygenerované výtvary možno dále upravovat např. ve Photoshopu

48

Ukázky



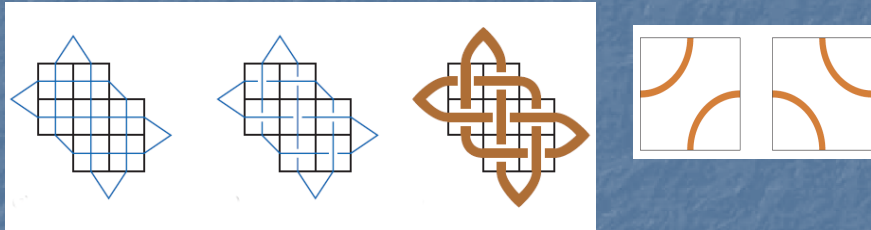
49



50

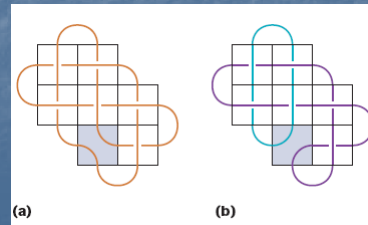
Modifikace 1

- místo buňky s průsečíkem dát kresbu spojující protilehlé strany buňky



=> náhradou průsečíku
někdy změna počtu pásů
o +1
a naopak

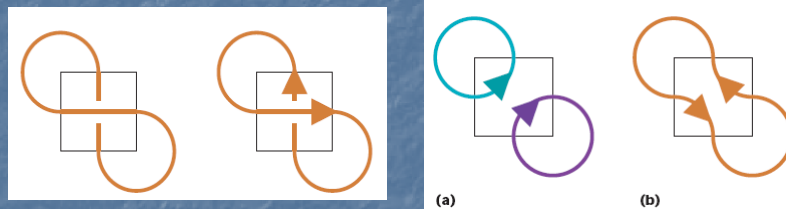
- a) 1 pás
b) 2 pásy



51

Modifikace 2

- buď jako nový vzor anebo pro zjištění, zda počet pásů zachován nebo ne: přidat orientaci



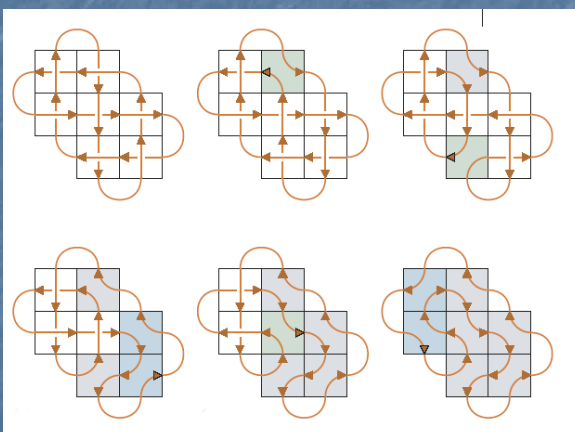
- a) přibude 1 pás
b) počet nezměněn

52

Hadi

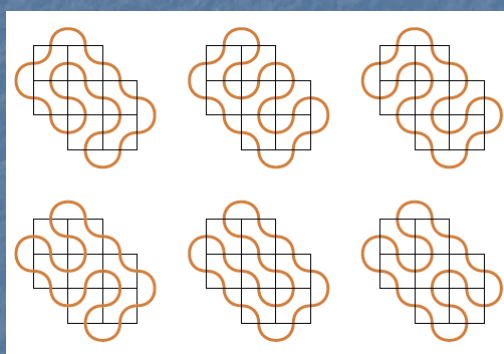
- výše popsanou náhradou všech průsečíků vzniknou hadi
- tvar podle pořadí změn

během konstrukce
nutno měnit
orientaci



53

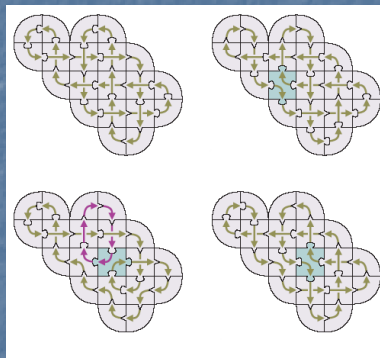
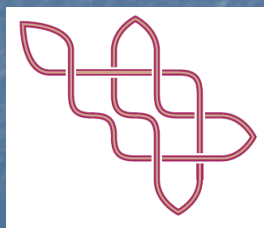
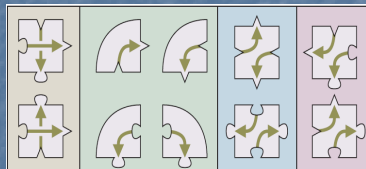
6 různých hadů z předchozího obrázku



54

Modifikace 4

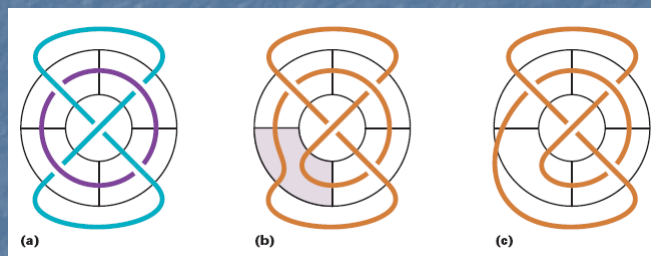
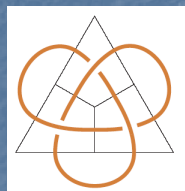
- Možno vyrobit jako dlaždici, viz minule



55

Modifikace 5

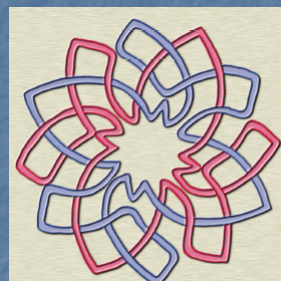
- Místo 4úhelníku šachovnice trojúhelníků, kruhové výseče – stále 4 strany, ale zakřivené a jiná konektivita



- a) 2 pásy
- b) Po náhradě průsečíku
- c) Po vyhlazení b)

56

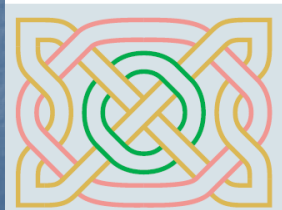
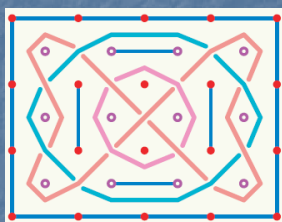
Ukázky (po vylepšení ve Photoshopu)



57

Modifikace 5

■ 3D verze



58

Zvednutí pásu z roviny

- kubická křivka $s(x)$ pro $x \in \langle 0,1 \rangle$, x modifikováno další křivkou t , která pomocí volitelného parametru n vytvoří různé typy zdvihu

$$s(x) = -2x^3 + 3x^2$$

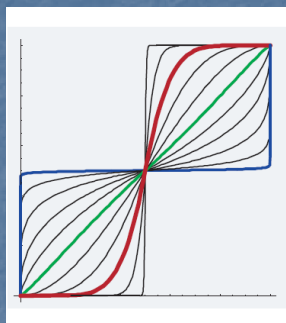
$$t(x,n) = s(2x)^n / 2$$

$$u(x,n) = \begin{cases} t(x,n) & \text{if } x < 0.5 \\ 1 - t(1-x,n) & \text{else} \end{cases}$$

$$x \in \langle 0,1 \rangle$$

59

Zvednutí pásu z roviny 2



$u(x,n)$ pro různá n

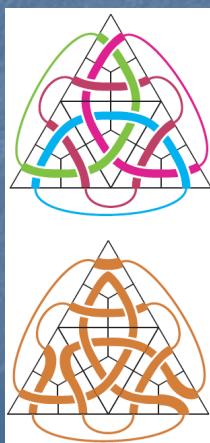
($n=0.005$ modře,
 $n=0.6$ zeleně,
 $n=3.5$ červeně
- hodnota pro obr. na str.21)

Místo pásu válec: Bézierova křivka pro střední čáru pásu, ten použít v 3D Max jako cesta pro extruded spline nebo lofted surface

60

Modifikace 6

- Jiné než pravoúhlé boxy: jde, ale obtížnější – obvykle nejsou 4 strany



plášť čtyřstěnu