

7 - Domáci cvičení č. 7

Příklad 7.1. Určete všechna řešení homogenní soustavy lineárních rovnic.

1.

$$\begin{aligned}x_1 - x_2 + 2x_3 + 3x_4 + 4x_5 &= 0 \\2x_1 - 2x_2 + 3x_3 + 8x_4 + 8x_5 &= 0 \\-x_1 + x_2 - 7x_4 + x_5 &= 0 \\3x_1 - 3x_2 + 2x_3 + 17x_4 + 2x_5 &= 0,\end{aligned}$$

2.

$$\begin{aligned}x_1 + 2x_2 - x_3 + 3x_4 &= 0 \\2x_1 - x_2 + 2x_3 - x_4 &= 0 \\-3x_1 + x_2 + 2x_3 - x_4 &= 0 \\-x_1 + x_2 + 2x_3 - x_4 &= 0 \\3x_1 + x_2 - x_3 + 4x_4 &= 0,\end{aligned}$$

3.

$$\begin{aligned}2x_1 - 3x_2 + x_3 + 2x_4 &= 0 \\-3x_1 + 2x_2 + x_3 - x_4 + x_5 &= 0 \\4x_1 + x_2 + 3x_3 + x_4 - 2x_5 &= 0 \\2x_1 + 4x_2 - 3x_3 + 2x_4 - 3x_5 &= 0 \\3x_1 + 7x_2 + x_3 + 2x_4 - 4x_5 &= 0.\end{aligned}$$

Příklad 7.2. Určete všechna řešení nehomogenní soustavy lineárních rovnic.

1.

$$\begin{aligned}x_1 + 2x_2 - x_3 + 3x_4 &= 5 \\-2x_1 - 3x_2 + 3x_3 - 4x_4 &= -17 \\3x_1 + 4x_2 + 2x_3 - 2x_4 &= 8 \\x_1 + 3x_2 - 2x_3 + 7x_4 &= 4\end{aligned}$$

2.

$$\begin{aligned}x_1 + 2x_2 - x_3 + 3x_4 + 4x_5 &= 1 \\2x_1 + 4x_2 - 3x_3 + 5x_4 + 13x_5 &= -3 \\-3x_1 - 6x_2 + 2x_3 - 9x_4 - 3x_5 &= -10 \\-x_1 - 2x_2 + 3x_3 + 4x_4 + 6x_5 &= -1 \\x_1 + 2x_2 + 6x_4 + 7x_5 &= 2 \\4x_1 + 8x_2 - 5x_3 + 8x_4 + 9x_5 &= 5,\end{aligned}$$

3.

$$\begin{aligned}x_1 - x_2 + 2x_3 + 3x_4 + 4x_5 &= 2 \\2x_1 - x_2 + 6x_3 + 7x_4 + 6x_5 &= 4 \\x_1 + x_2 + 6x_3 + 3x_4 + 3x_5 &= 4 \\-3x_1 + 6x_2 - 14x_4 - 6x_5 &= 10,\end{aligned}$$

4.

$$\begin{aligned}x_1 + 2x_2 - 3x_3 + 4x_4 - x_5 &= 3 \\2x_1 - x_2 + 2x_3 - 3x_4 + x_5 &= 1 \\-x_1 - 3x_2 + 2x_3 - x_4 + 2x_5 &= -1 \\3x_1 - x_2 + 2x_3 - x_4 + 4x_5 &= 7 \\-2x_1 + 3x_2 - x_3 + 2x_4 + x_5 &= 3,\end{aligned}$$

5.

$$\begin{aligned}x_1 + 2x_2 - x_3 + 3x_4 + x_5 &= 5 \\2x_1 + 4x_2 - x_3 + 8x_4 + x_5 &= 8 \\-x_1 - 2x_2 + x_3 - 3x_4 &= -2 \\3x_1 + 6x_2 - 2x_3 + 11x_4 + 3x_5 &= 16 \\-2x_1 - 4x_2 + 3x_3 - 4x_4 - 2x_5 &= -9,\end{aligned}$$

6.

$$\begin{aligned}x_1 + 2x_2 - x_3 + 4x_4 &= 7 \\2x_1 + 5x_2 + 5x_4 &= 14 \\-3x_1 - 5x_2 + 5x_3 - 13x_4 &= -24 \\x_1 + 3x_2 + x_3 + x_4 &= 7,\end{aligned}$$

7.

$$\begin{aligned}x_1 + 2x_2 - x_3 + 3x_4 + x_5 &= 4 \\2x_1 + 5x_2 + 6x_4 + 3x_5 &= 9 \\-3x_1 - 5x_2 + 5x_3 - 9x_4 - 2x_5 &= -11 \\x_1 + 4x_2 + 3x_3 - 2x_4 + 13x_5 &= -9,\end{aligned}$$

8.

$$\begin{aligned}x_1 + x_3 + 2x_4 - x_5 + 3x_6 &= 2 \\2x_1 + x_2 + 4x_3 + 4x_4 + 3x_5 + 3x_6 &= 3 \\-3x_1 + 2x_2 + x_3 - 9x_4 + 4x_5 - 9x_6 &= 4 \\-x_1 + 3x_2 + 5x_3 - 7x_4 + x_5 - 2x_6 &= 15 \\-2x_1 - 2x_2 - 6x_3 + x_4 + 7x_5 - 10x_6 &= -22.\end{aligned}$$

Příklad 7.3. Cramerovým pravidlem určete řešení soustavy lineárních rovnic.

1.

$$\begin{aligned}2x_1 - 3x_2 + 2x_3 &= 4 \\-3x_1 + 2x_2 - 5x_3 &= 2 \\4x_1 - 5x_2 + 6x_3 &= -7,\end{aligned}$$

2.

$$\begin{aligned}1,24x_1 - 3,25x_2 + 1,02x_3 &= -0.99 \\-2,4x_1 + 6,25x_2 - 2,1x_3 &= 1.75 \\-1,31x_1 + 2,92x_2 - 1,23x_3 &= 0.38,\end{aligned}$$

3.

$$\begin{aligned}x_1 + 2x_2 - x_3 + 3x_4 &= 3 \\x_1 + 3x_2 + 2x_3 - 2x_4 &= 1 \\2x_1 + 4x_2 + x_3 + 6x_4 &= 9 \\2x_2 + 5x_3 - 6x_4 &= 1.\end{aligned}$$

Příklad 7.4. Určete všechna řešení soustavy lineárních rovnic v závislosti na parametru $a \in \mathbb{R}$.

1.

$$\begin{aligned}x_1 - x_2 + 2x_3 &= 3 \\2x_1 - 8x_2 + 7x_3 &= 18 \\-x_1 + (5 - 3a)x_2 + (5 - 3a)x_3 &= 7 - 3a,\end{aligned}$$

2.

$$\begin{aligned}x_1 + 2x_2 - x_3 + 3x_4 + 4x_5 &= 5 \\x_1 + 3x_2 + x_3 + 4x_4 + 5x_5 &= 7 \\2x_1 + 3x_2 - 4x_3 + 13x_4 + 3x_5 &= 20 \\(a - 1)x_1 + 5x_3 - 3x_4 - x_5 &= a - 1,\end{aligned}$$

3.

$$\begin{aligned}x_1 + 2x_2 - x_3 + 3x_4 &= 1 \\x_1 + x_2 - 2x_3 + ax_4 &= 2 \\-3x_1 - 5x_2 + 2x_3 - 7x_4 &= -2 \\4x_1 + 2ax_2 - 6x_3 + 7x_4 &= a + 4,\end{aligned}$$

4.

$$\begin{aligned}x_1 + x_2 - x_3 &= 4 \\2x_1 + x_2 - 2x_3 + (a - 2)x_4 &= 3 \\3x_1 + 2x_2 - 2x_3 - 3x_4 &= 0 \\x_1 + x_2 - 2x_4 &= a - 4,\end{aligned}$$

5.

$$\begin{aligned}x_1 + x_2 - x_3 + ax_4 &= 1 \\x_1 - x_2 + ax_3 + x_4 &= 1 \\-x_1 + ax_2 + x_3 + x_4 &= a \\ax_1 + x_2 + x_3 - x_4 &= a.\end{aligned}$$