L-systémy

I.Kolingerová

1. L-systémy - úvod
2. d0L-systém
3. Fraktály a grafická interpretace řetězců
4. Závorkované L-systémy a modely rostlin
5. Otevřené L-systémy
6. Simulace rostlin

Zdroje:

- Francis S.Hill Jr.: Computer Graphics, Macmillan Publishing Company, New York, 1990
- H.A. Lauwerier, J.A. Kaandrop: Fractals (Mathematics, Programming and Applications), TR CS-R8762, Centre for Mathematics and Computer Science, Amsterdam, The Nietherlands, 1980
- G.Ochoa: An Introduction into Lindenmayer Systems, http://www.biologie.uni-hamburg.de/b-online/e28_3/lsys.html
- J.Žára, B. Beneš, P.Felkel: Moderní počítačová grafika, Computer Press, Praha, 1998

Zdroje:

- P.Prusinkiewicz, M. Hammel, R. Mech: Visual Models of Morphogenesis: A Guided Tour, http://www.cpsc.ucalgary.ca/Research/bmv/vmm/title.html
- Hotové animace: http://www.cpsc.ucalgary.ca/Research/bmv/vmm/animations.html

... a mnoho jiných zdrojů

L-systémy - úvod

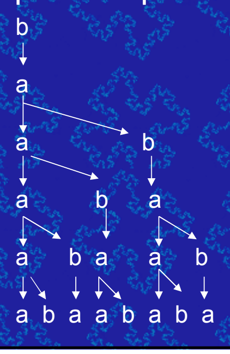
- Matematický formalismus – biolog A.Lindenmayer, 1968
- Aplikace též v počítačové grafice, zejména pro generování fraktálů, realist. modelování rostlin, říčních toků, mořských mušlí
- Centrální idea: definice složitého objektu následným nahrazováním částí jednoduchého objektu s užitím množiny přepisovacích pravidel, přepisování může být rekurzivní
- Nejvíce prostudované - přepisovací systémy pro znakové řetězce - Chomského práce o formálních gramatikách, 1957 => velký zájem o tyto systémy => formální jazyky

- Lindenmayer - nový typ přepisovacího řetězce, tzv. L-systém
- Rozdíl od Chomského - přepisovací pravidla u Ch. aplikována sekvenčně, zatímco v L-systému paralelně - nahrazují se simultánně všechna písmena ve slově
- Rozdíl odráží biolog. motivaci L-systémů - buněčná dělení v mnohobun. organismech, kde mnoho dělení zároveň
- L-systém zadán jako K=<G,W,P>, kde G-množina symbolů, W-množina startovacích řetězců (axiomů), P-přepisovací (produkční) pravidla tvaru A->B, A prvkem G,B prvkem G*

d0L-systém

- Nejjednodušší L-systém - deterministický (tj. v P nesmí být 2 pravidla se stejnou levou stranou), bezkontextový (tj. symbol se přepisuje vždy stejně bez ohledu na kontext)
- Př.: řetězce ze 2 písmen a,b (v řetězci i opakovaně), pro každé písmeno přepisovací pravidlo, začíná se od axiomu

a->ab
b->a



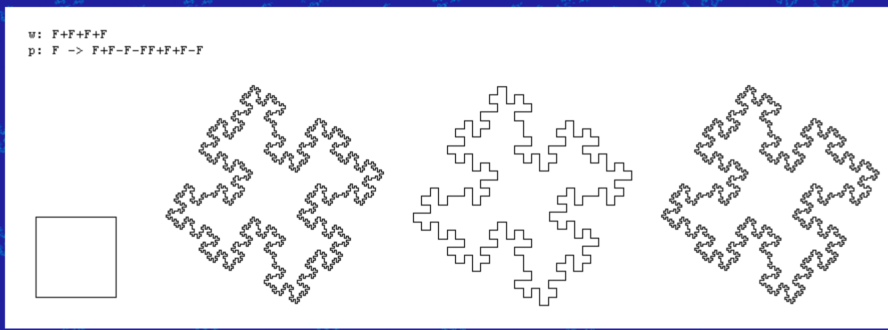
Fraktály a grafická interpretace řetězců

- L-systémy původně vnímány jako matemat. teorie vývoje, bez geometr. aspektů
- Následně navrženo několik geom. interpretací pro fraktály a model. rostlin
- Mnoho konečných aproximací fraktálů lze chápat jako posloupnosti úseček
- Grafická interpretace řetězců pomocí želví grafiky
- Může být i 3D

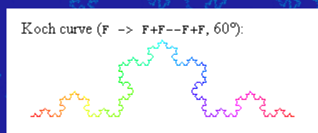
- Stav želvy: (x,y,a), kde (x,y) je pozice želvy, a- směr pohledu želvy
- Dána: velikost kroku d, úhlový inkrement b
- Příkazy:
  - F - vpřed o d, stav želvy se mění na (x+d cos a, y + d sin a, a), kresba úsečky
  - f - vpřed o d, stav želvy se mění na (x+d cos a, y + d sin a, a), přesun
  - \+ otočení vlevo o úhel b, nový stav (x,y,a+b)
  - \- otočení vpravo o úhel b, nový stav (x,y,a-b)
  - ostatní symboly želva ignoruje
- => mapování řetězců na obrázky, interpretace řetězců generovaných L-systémy

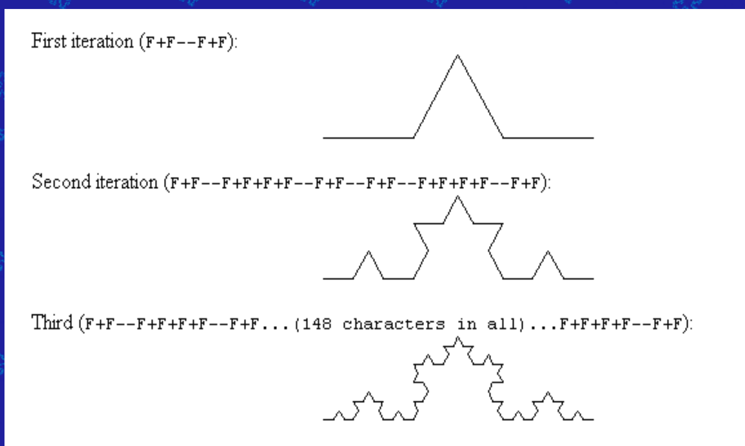
Př.: aproximace kvadratického Kochova ostrova
w: F+F+F+F
p: F-> F+F-F-FF+F-F

odpovídá derivacím
délky n=0,1,2,..., b=90°



Př.: aproximace Kochovy křivky
w: F
p: F-> F+F--F+F
60°



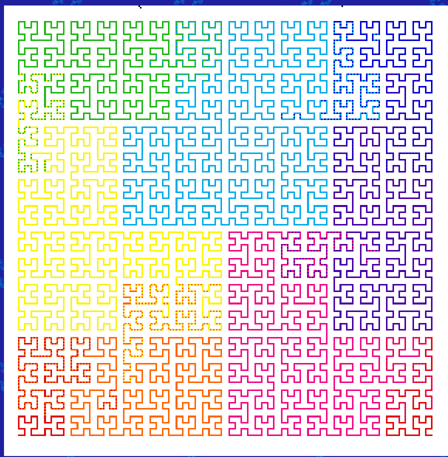


Př.: aproximace Hilbertovy křivky

w: L,R

p1: L-> +RF-LFL-FR+

p2: R->-LF+RFR+FL-



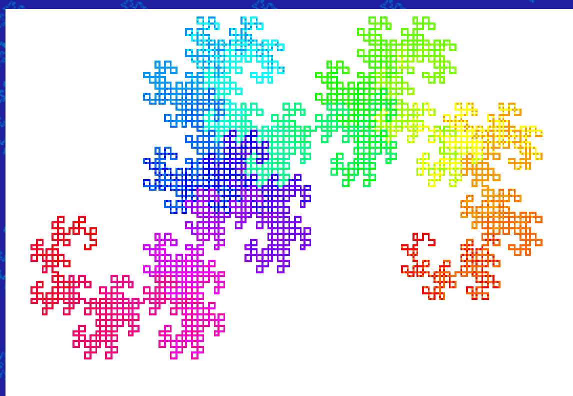
Obarvení: postup kreslení (červená-oranžová-žlutá-zelená-modrá-purpurová -červená)

Př.: Dračí křivka

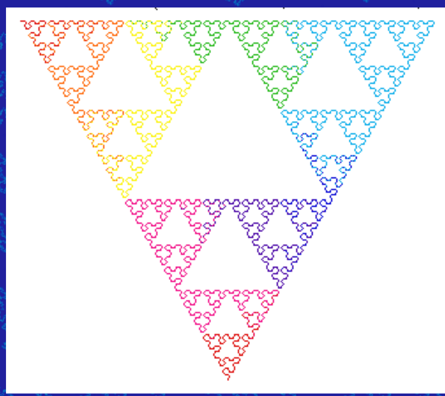
w: X,Y

p1: X-> X+YF+

p2: Y->-FX-Y



Př.: Sierpinského trojúhelník
w: X,Y
p1: X-> YF+XF+Y
p2: Y->XF-YF-X
60°



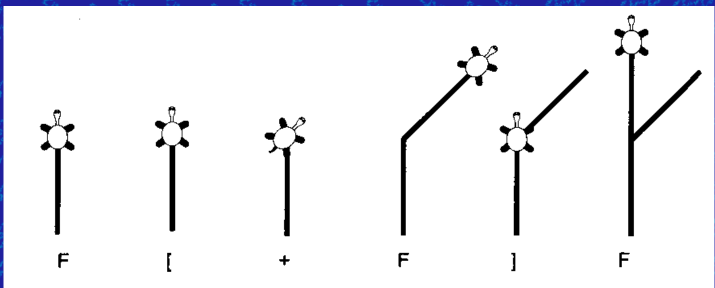
- Někdy stav želvy udáván jako: (x,y,**H**,**U**,**L**), kde (x,y) je pozice želvy, vektory **H** - heading - směr vpřed, **U**- up - směr nahoru, kolmo ke krunýři, **L**- left- na které straně má levé nožičky

Závorkované L-systémy a modely rostlin

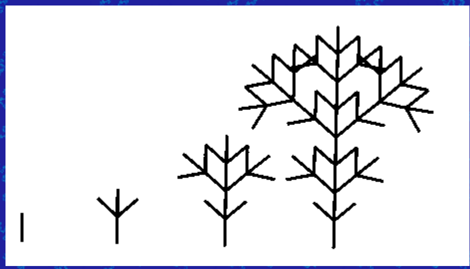
- Želví interpretace řetězce - posloupnost vzáj. spojených úseček => 1 čára
- Lze reprezentovat také rozvětvené stromy, keře obsahující řetězce se závorkami (závorka - samostatná část objektu, větev připojená zleva nebo zprava)
- Další příkazy:
  - [ulož současný stav želvy do zásobníku
  -] vyber stav ze zásobníku a udělej z něj aktuální stav želvy

Př. F[+F]F, kde +/- je otočení o 60°vpravo/vlevo

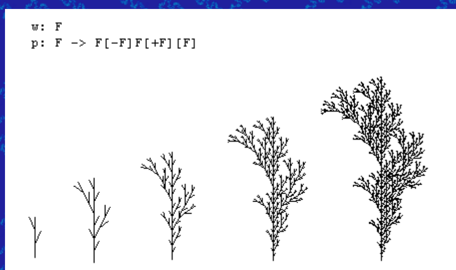
Želva se posune dopředu (F), zapamatuje si svůj stav ([), otočí se doprava a posune dopředu, přečte stav ze zásobníku (]), skokem se vrátí zpět a pokračuje v původním směru.



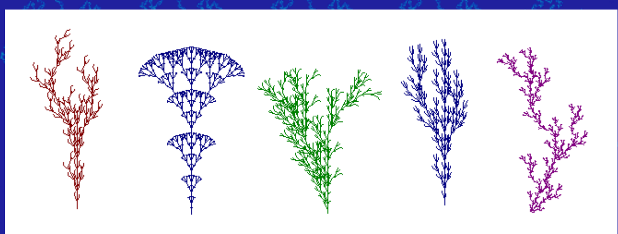
Př. G={F,+,-,[,]}, W=F, P={F->F[+F][-F]F}



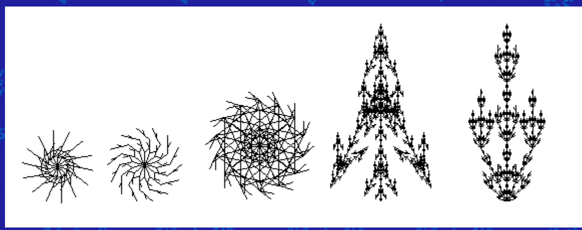
Př.:
w: F
p: F-> F[-F]F[+F][F]



Př. s užitím genetických algoritmů s genotypy inspirovanými L-systémy:



Př. také s užitím genetických algoritmů s genotypy inspirovanými L-systémy, s upřednostňováním bilaterální symetrie:

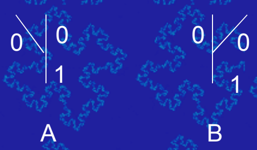


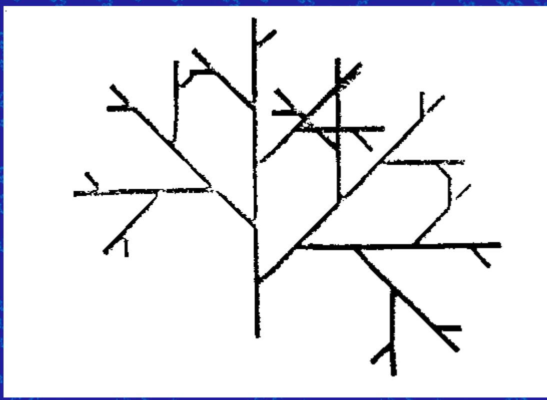
Monopodické větvení (1 větev)

- KM=<G,WM,PM>
- G={0,1,[,]}, WM=0, PM={0->1[0]0,1->1,[->[,]->]}

iterace	generovaný řetězec
1	0
2	1[0]0
3	1[1[0]0]1[0]0
4	1[1[1[0]0]1[0]0]1[1[0]0]1[0]0

Vizualizace např.: řetěz 1[0]0 vizualizován střídáním tvaru A a B:





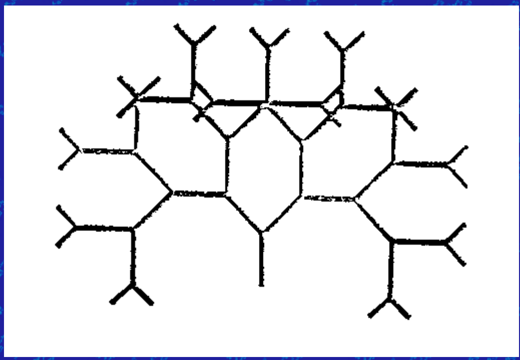
Vizualizace řetězce, pro monopodické větvení, úroveň 5

Dichotomické větvení (2 větve)

- KD=<G,WD,PD>
- G-{0,1,[,]}, WD=0, PD={0->1[0][0],1->1,[->[,]->]}

iterace	generovaný řetězec
1	0
2	1[0][0]
3	1[1[0][0]][1[0][0]]
4	1[1[1[0][0]][1[0][0]]][1[1[0][0]][1[0][0]]

Vizualizace např.: řetěz 1[0][0] vizualizován tvarem:



Vizualizace řetězce, pro dichotomické větvení, úroveň 5

Otevřené L-systémy

- Otevřené nedeterministické kontextové parametrické L-systémy, navrženy především pro potřeby simulace růstu syntetických modelů rostlin
- Umožňují šíření biologických signálů od kořenů k listům a zpět
- Otevřenost v možnosti interagovat s prostředím (obousměrně) - dovnitř informace pro přepis. proces o detekci kolizí s překážkami nebo o množství dopad. světla, kyselosti půdy, přítomnosti hmyzu,..., ven informace pro okolí o rozložení rostliny v prostoru, množství vycházejících látek (např. CO_2)...

Otevřené L-systémy

- Nutná 3 rozšíření - stochastické, kontextové, parametrické systémy

1. Stochastický L-systém

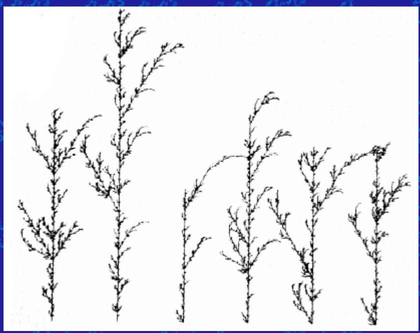
- povoleno více pravidel se stejnou levou stranou

  A->B: prob

  - pravidlo uplatněno s pravděpodobností prob, součet všech pravděp. pro pravidla se stejnou levou stranou =1

Př.: náhodné keře

- w: F
- p: F-> F[+F]F[-F]F : 0.33
- p: F-> F[+F]F : 0.33
- p: F-> F[-F]F : 0.34



2. Kontextový L-systém

- při přepisování symbolů uvažován kontext

  lc<A>rc->B

  lc, rc jsou řetězce - levý a pravý kontext

  A přepsáno B pouze v daném kontextu

Př.: XY<A>CDE->AAA

přepis symbolu A má tvar

... ZAXYACDEF...=> ...ZAXYAAACDEF ...

3. Parametrický L-systém

- Pracuje s tzv. moduly = písmena abecedy rozšířená o parametry, parametrickými slovy - posloupnosti modulů
- Modul: $A(x_1,...,x_m)$, množina parametrů musí být konečná, může být prázdná
- Formální parametry nabývají hodnot skuteč. parametrů z R, AL výrazy povoleny
- K=<G,FP,W,P>, kde navíc FP - množina form. parametrů
- Pravidla: id: lc<pred>rc:cond->succ:prob

  kde id-číslo pravidla, lc,rc-kontext, pred - předchůdce,succ-následník (pravá strana pravidla), cond - LV hodnoty 0/1, prob - pravděp.

Př. pravidel stochast. param. kontext. L-systému

w:A(1)B(3)A(5)
p1: A(x)->A(x+1):0.4
p2: A(x)->B(x-1):0.6
p3: A(x)<B(y)>A(z):y<4->B(x+z)[A(y)]

1.derivace tohoto L-systému např.:
A(1)B(3)A(5)=>A(2)B(6)[A(3)]B(4)

Interpretace: želva čte moduly a hodnoty jejich parametrů, interpretuje geometricky; parametr - tloušťka čáry, krok, úhel natočení,....

Otevřený L-systém

- parametrický kontextový stochastický L-systém rozšířený o komunikační moduly tvaru ?E(x_1,...,x_m)
- komunik. modul - přenos informace
- před přepisováním mezikrok pro získání hodnot skut. parametrů - poslána zpráva prostředí, po nastavení parametrů normální přepis jako u parametrických L-systémů

Př. pravidla zabraňují růstu ve směru y dále než do vzdálenosti 2

w:F(0,0)A?E(0)
p1: A >?E(y): y<2->F(x,y+1)A
p2: A >?E(y): y≥2->ε

Modul F(x,y) - nakreslení úsečky z posl. bodu do (x,y)
ε: smazat A z posloupnosti modulů

Derivace: F(0,0)A?E(0)=>F(0,0)F(0,1)A?E(1) =>
F(0,0)F(0,1)F(0,2)A?E(2) =>
F(0,0)F(0,1)F(0,2)?E(3)

Simulace rostlin

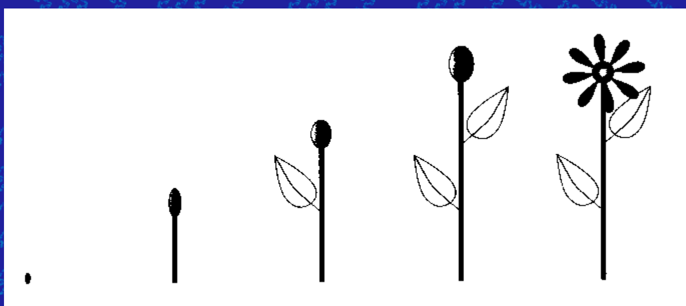
- L-systém - dnes nejlépe propracovaná formální teorie syntetických rostlin
- Generují obvykle v 1. fázi pouze kostru rostliny, ve 2. fázi přesnější reprezentace, např. pomocí Bézierových ploch nebo pomocí NURBs.

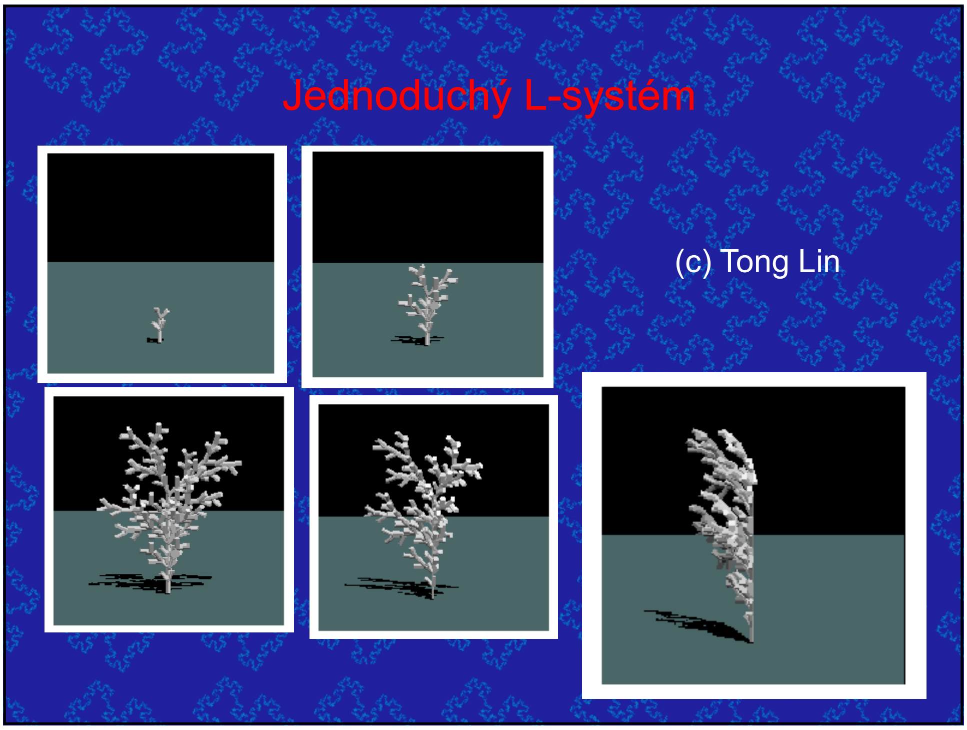
- Př.: model rostoucí rostliny pomocí jednoduché množiny pravidel, k úplné definici chybí geom. popis objektů, jejich závislost na parametrech aj.
  - w:A(0)
  - p1: A(x) : x=0->FA(x+1)
  - p2: F<A(x) : x=1->[-L]FA(x+1)
  - p3: F<A(x) : x=2->[+L]FA(x+1)
  - p4: A(x) : x=3->B
- Tabulka akcí pro želvu:
  - F-konst. krok ve směru **H**
  - A(x) - vrchol. pupen, x - jeho stáří
  - B - květ
  - L - list
  - p1 probudí vrchol, p2 a p3 způsobí jeho růst a postup. vyrašení listů nalevo a napravo ve směru růstu
  - p3,p4 - přechod vzrostlého vrcholu v květ

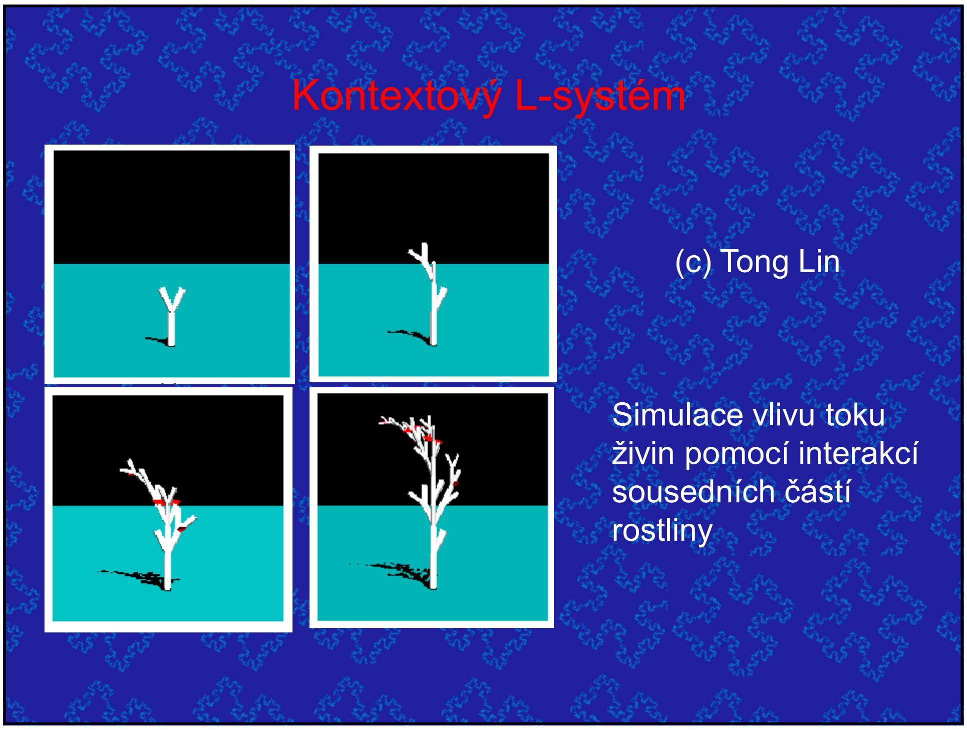
Derivace tohoto systému:

A(0)=> FA(1)=>F[-L]FA(2)=>F[-L]F[+L]FA(3)
=>F[-L]F[+L]FB

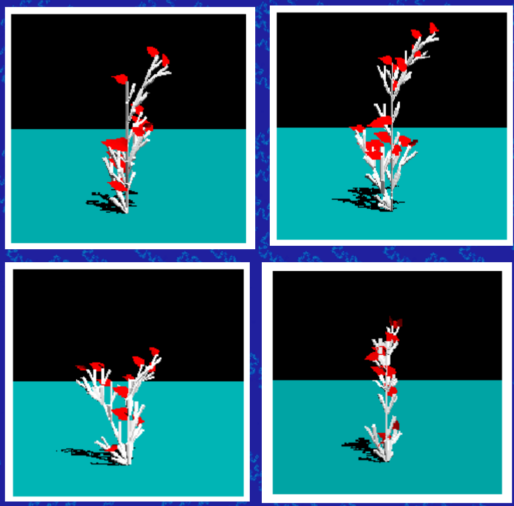
Výsledná rostlinka:




Jednoduchý L-systém
(c) Tong Lin


Kontextový L-systém
(c) Tong Lin
Simulace vlivu toku
živin pomocí interakcí
sousedních částí
rostliny

Stochastický L-systém



(c) Tong Lin

4 různé rostliny ze stejného L-systému

Nechcete to programovat sami ?

Zkuste Fractint:
http://spanky.triumf.ca/www/fractint/fractint.html