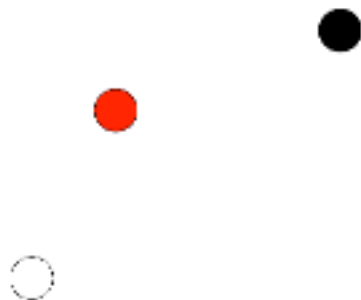


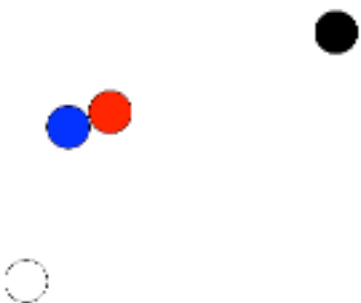
程序员如何打台球

我所在的健身房新设了台球。我要学它，以我的方式。

如果出现如下情况：



要击打白球，撞击红球，希望红球向黑球方向运动。显然，描准的时候，要描红球偏左的位置。但问题是，要偏多少才对呢？

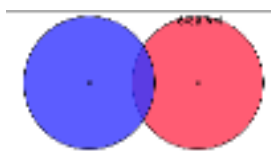


如果加上这个兰球就明白了。我们应该假想有一个兰球，它与红球相贴，在黑球与红球的延长线上。只要白球运动到兰球的位置，撞击红球，红球就会向黑球方向运动了。这是台球描准的基本规则。

问题是，这个虚拟兰球的位置太难了。它只要偏一点点，就差之千里了。还要继续想办法。

我们定义一个概念：描准位置 `aim_position`

如果有一束光，从白球到兰球，把白球和红球投影到平面上，会是两个相交的圆：

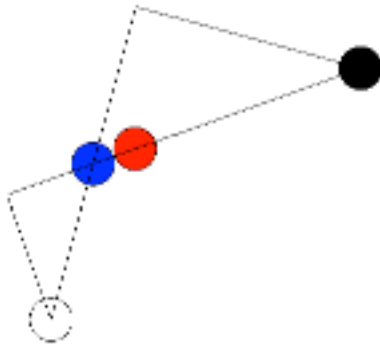


我们可以用两个圆心的相对位置来定义描准位置这个概念。

如果球半径为R，当兰球在红球左2R位置，这时两球相切，我叫它-2。如果两球重合，叫它0。如果兰球在右边相切，叫它+2。这样，描准位置就是一个从-2到+2的数值。

这里，我用平行光来投影。我曾经考虑过从白球位置发出点光源来投影，这样兰球的投影会变大，问题会变复杂，最终放弃。实际描准时，我们的眼睛也不是在白球位置，一般在白球后面一米处。所以还是平行光更合适。

我们再定义一个概念：偏转角 $\text{deflection_angle} = \alpha$



白球到虚拟兰球的延长线，与红球到目标黑球之间的夹角，我们叫偏转角。在上图中，它是 -55°

根据简单的数学计算，有

$$\text{aim_position} = 2 \sin \alpha$$

这就是台球描准的数学公式！偏转角的正弦的两倍，就是我们要的描准位置。对应上图，偏转角是 -55° ，描准位置就是 $2 \sin 55 = -1.638$

所以，台球应该这样打：估算偏转角 α ，然后计算 $2 \sin \alpha$ ，就是我们要的描准位置。

在台球桌上，可以用杆比划，目测偏转角。

下一个难题又来了：人类对角度的估算很不擅长。你很难区分一个角度是 50° 还是 55° 。

相比角度，人类更擅长估算长度。所以，我们可以给角度加一个对边，变成一个三角形。然后目测三角形三条边的长度，来推算角度。

如果用等腰三角形，发现对边的长度与腰相等，变成了正三角形，我们知道，这个角是 60° 。其它情况下，一般用直角三角形。如果两条直角边相等，这个角是 45° 。如果对边是斜边的一半，这是 30° 。

我们需要一个训练方法，来训练我们对角度的估算能力。我编了一个ios app，运行在我的ipad上，效果很好。现在，这个健身房一般人都打不赢我了。

程序开源：<https://github.com/Bookaa/BookaaPool>

app 实现的功能：

- * 点new按钮，随机位置摆放白球，红球，黑球。要求击打白球，撞击红球，让红球向黑球运动。

- * 在app顶部，显示两个大圆。可以拖动其中一个，表示你的描准位置。
- * 点judge按钮，显示正确的角度，和正确的描准位置，显示你的偏差。

这几乎是一个小游戏！它与其它游戏不同之处在于，你玩得好了，你可以在台球场上赢人！

本来每次new，各球的位置是随机的。后来，我改进了一下，转偏角只取-75,-70,-65...-5,0,5,...70,75离散值，以5°为间隔。相信你能理解这样做的好处：

- * 总是不准，变成了你可以well done
- * 总是训练这几个离散值，你慢慢会对这几个角度产生感觉
- * 总是训练这几个离散值，你慢慢会背下来这个 $2 \sin \alpha$
- * 总是训练这几个离散值，你慢慢会对它们的描准位置有感觉

我还给了几种提示方式：

- * 加虚拟兰球。提供参考球，你可以拖动它到任意位置，方便估算。
- * 画出偏转角
- * 画出偏转角直角三角形
- * 画出运动管道线

程序中需要用到一些三角函数计算，比如计算虚拟兰球位置，计算垂足，计算偏转角，或已知偏转角算球的位置等。详见源码