

试卷一

学院_____专业_____学号_____班_____姓名_____

一、填空题 (每小题 4 分, 共 20 分)

1、设向量 $(2, -3, 5)$ 与向量 $(-4, 6, k)$ 线性相关, 则 $k =$ _____.

2、设 A 为三阶矩阵, 且 $|A| = \frac{1}{2}$, 则 $|(3A)^{-1} - 2A^*| =$ _____.

3、设矩阵 A 满足 $A^2 + 3A - 4E = 0$, 则 $(A + E)^{-1} =$ _____.

4、设 $D = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 7 & -1 \\ 3 & 1 & 8 & 0 \\ -2 & 1 & 4 & 3 \\ 5 & 1 & 2 & 5 \end{vmatrix}$, A_{ij} 为元素 a_{ij} 的代数余子式, 求 $A_{11} + A_{21} + A_{31} + A_{41} =$ _____.

5、设 $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & a & 3 \\ -1 & 1 & -2 \end{pmatrix}$, 如果齐次线性方程组 $A \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \mathbf{0}$ 有非零解, 则 $a =$ _____.

二、选择题 (每小题 4 分, 共 20 分)

1、设行列式 $\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix} = m$, $\begin{vmatrix} a_{13} & a_{11} \\ a_{23} & a_{21} \end{vmatrix} = n$, 则行列式 $\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} + a_{13} \\ a_{21} & a_{22} + a_{23} \end{vmatrix} =$ ()

A. $m + n$; B. $-(m + n)$; C. $n - m$; D. $m - n$.

2、设 A 是方阵, 如有矩阵关系 $AB = AC$, 则必有()

A. $A = 0$; B. $B \neq C$ 时, $A = 0$; C. $A \neq 0$ 时, $B = C$; D. $|A| \neq 0$ 时, $B = C$.

3、设矩阵 A 的秩为 r , 则 A 中()

A. 所有的 $r-1$ 阶子式不为零; B. 所有的 $r-1$ 阶子式全为零;

C. 至少有一个 r 阶子式不等于零; D. 所有的 r 阶子式都不为零.

4、设 A 是 n 阶方阵, 则下列结论错误的是()

A. $Ax = b$ 无解时, 则 $|A| = 0$; B. $Ax = b$ 有无穷多解时, 则 $|A| = 0$;

C. 若 $|A| = 0$, 则 $Ax = b$ 无解; D. $Ax = 0$ 只有零解时, 则 $|A| \neq 0$.

5、设 $A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} a_{31} & a_{32} & a_{33} \\ a_{11} + a_{21} & a_{12} + a_{22} & a_{13} + a_{23} \\ a_{11} & a_{12} & a_{13} \end{pmatrix}$, $P_1 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$,

$$P_2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \text{ 则()成立.}$$

A. $P_2 P_1 A = B$;

B. $P_1 P_2 A = B$;

C. $AP_2 P_1 = B$;

D. $AP_2 P_1 = B$.

三、计算题(每小题 6 分, 共 12 分).

(1) 设 $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 3 & 4 & 0 \\ -1 & 2 & 1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 2 & 3 & -1 \\ -2 & 4 & 0 \end{pmatrix}$. 求 (1) AB^T ; (2) $|4A|$.

(2) 计算行列式 $D = \begin{vmatrix} 5 & 3 & 3 & 3 \\ 3 & 5 & 3 & 3 \\ 3 & 3 & 5 & 3 \\ 3 & 3 & 3 & 5 \end{vmatrix}$.

四、设 A 为三阶矩阵, $P^{-1}AP = B$, 其中 $P = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 5 & 3 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & \\ & 2 \end{pmatrix}$, 求 A^n . (10 分)

五、 设 $AB = A + 2B$ ，且 $A = \begin{pmatrix} 3 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 4 \end{pmatrix}$ ，求 B . (10 分)

六、设 $\alpha_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 4 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ ， $\alpha_2 = \begin{pmatrix} 2 \\ 9 \\ -1 \\ -3 \end{pmatrix}$ ， $\alpha_3 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -3 \\ -1 \end{pmatrix}$ ， $\alpha_4 = \begin{pmatrix} 3 \\ 10 \\ -7 \\ -7 \end{pmatrix}$ ，求此向量组的秩和一个极大无关组，并将其余向

量用该极大无关组线性表示. (10 分)

七、求非齐次线性方程组
$$\begin{cases} x_1 + x_2 = 5 \\ 2x_1 + x_2 + x_3 + 2x_4 = 1 \\ 5x_1 + 3x_2 + 2x_3 + 2x_4 = 3 \end{cases}$$
 的通解. (8 分)

八、设 $\beta_1 = \alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3$, $\beta_2 = \alpha_1 + 2\alpha_2 + 3\alpha_3$, $\beta_3 = \alpha_2 + 3\alpha_3$, 如果 $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ 线性无关, 证明: $\beta_1, \beta_2, \beta_3$ 也线性无关. (10 分)