

练习二

一、填空题

- (1) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(1+x^2)^{\frac{1}{3}} - 1}{(1+x)(\cos x - 1)} = \underline{\hspace{2cm}}.$
- (2) 函数 $y = x \cdot 2^x$ 的极小值点 $x = \underline{\hspace{2cm}}.$
- (3) 设 $f'(\sin^2 x) = \cot^2 x - \cos^2 x$, 则当 $x > 0$ 时, $f(x) = \underline{\hspace{2cm}}.$
- (4) 函数 $y = y(x)$ 由方程 $x^2 y + e^y = x$ 所确定, 则 $y' = \underline{\hspace{2cm}}.$
- (5) $\int_{-a}^a (x^3 + 2)\sqrt{a^2 - x^2} dx = \underline{\hspace{2cm}}.$

二、选择题

- (1) 设曲线 $y = \frac{1+e^{-x^2}}{1-e^{-x^2}}$, 则该曲线 ()
- (A) 没有渐近线 (B) 仅有水平渐近线
(C) 仅有铅直渐近线 (D) 既有水平又有铅直渐近线
- (2) 若 $f(x)$ 的一个原函数为 e^x , 则 $\int f'(2x)dx = (\quad)$
- (A) $\frac{1}{2}e^{2x} + C$ (B) $2e^x + C$ (C) $\frac{1}{2}e^x + C$ (D) $2e^{2x} + C$
- (3) 设函数 $f(x)$ 连续, $t > 0$, 则 $t \int_0^{\frac{x}{t}} f(tx)dx$ 的值 ()
- (A) 依赖于 s , 不依赖于 t 和 x (B) 依赖于 s 和 t , 不依赖于 x
(C) 依赖于 t 和 x , 不依赖于 s (D) 依赖于 s 和 x , 不依赖于 t .
- (4) 积分 $\int_{-1}^1 \frac{1}{x^2} dx = (\quad)$
- (A) -2 (B) 2 (C) 0 (D) 发散.

(以下计算、解答和证明题必须写出演算步骤, 必要的文字说明和证明过程)

三、计算题

- (1) 求函数 $y = \ln(1+x^2) + \arctan \frac{1+x}{1-x}$ 的微分 dy .

(2) 设函数 $y = f(x)$ 由参数方程 $\begin{cases} x = 1 + t^2 \\ y = \cos t \end{cases}$ 所确定, 求 $\frac{d^2 y}{dx^2}$.

(3) 求 a, b 的值, 使 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\int_0^x \frac{t^2}{\sqrt{a+t}} dt}{bx - \sin x} = 1$.

(4) 求不定积分 $\int e^{-x} \sin 2x dx$.

(5) 设 $f(x) = \begin{cases} xe^{-x^2}, & x \geq 0 \\ \frac{1}{1 + \cos x}, & -1 < x < 0 \end{cases}$, 求 $\int_1^4 f(x-2) dx$.

四、设 $f(x)$ 是多项式, 且 $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x) - 8x^8}{2x^2 + 3x + 1} = 4$, $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{x} = 8$, 求 $f(x)$.

五、求函数 $y = x^4(12\ln x - 7)$ 的凹凸区间及拐点

六、设 $f(x)$ 是连续函数，且 $f(x) = \arctan x - \int_0^1 x f(x) dx$ ，求 $f(x)$ 。

七、设 $f(x)$ 在 $[0, 2]$ 上连续，在 $(0, 2)$ 内二阶可导，且 $\lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}} \frac{f(x)}{\cos \pi x} = 0$ ， $2 \int_{\frac{1}{2}}^1 f(x) dx = f(2)$ ，

证明：存在 $\xi \in (0, 2)$ ，使得 $f''(\xi) = 0$ 。