

$$Pr\{X = k\} = \binom{n}{k} p^k (1-p)^{(n-k)} \quad (1)$$

$$E[X] = \sum_{k=0}^n k Pr\{X = k\} \quad (2)$$

$$= \sum_{k=0}^n k \binom{n}{k} p^k (1-p)^{(n-k)} \quad (3)$$

$$= \sum_{k=0}^n k \frac{n!}{k!(n-k)!} p^k (1-p)^{(n-k)} \quad (4)$$

$$= \sum_{k=0}^n \frac{n!}{(k-1)!(n-k)!} p^k (1-p)^{(n-k)} \quad (5)$$

$$= np \sum_{k=0}^n \frac{(n-1)!}{(k-1)!(n-k)!} p^{(k-1)} (1-p)^{(n-k)} \quad (6)$$

$$= np \sum_{k=0}^n \frac{(n-1)!}{(k-1)!((n-1)-(k-1))!} p^{(k-1)} (1-p)^{((n-1)-(k-1))} \quad (7)$$

$$= np \sum_{k=0}^n \binom{(n-1)}{(k-1)} p^{(k-1)} (1-p)^{((n-1)-(k-1))} \quad (8)$$

$$= np \sum_{k=1}^{n-1} \binom{(n-1)}{(k-1)} p^{(k-1)} (1-p)^{((n-1)-(k-1))} \quad (9)$$

$$= np \sum_{a=0}^b \binom{b}{a} p^a (1-p)^{(b-a)} \quad (10)$$

$$= np \times (p + (1-p))^b \quad (11)$$

$$= np \times 1^b \quad (12)$$

$$= np \times 1 \quad (13)$$

$$E[X] = np \quad (14)$$