

“Citadel | Citadel Securities 杯”

THUPC 2019

清华大学学生程序设计竞赛暨高校邀请赛

练习赛

目 录

| | |
|--------------------|----|
| A. 不定项选择题 / Choice | 2 |
| B. 皮配 / Mentor | 3 |
| C. 机场 / Airport | 6 |
| D. 密码学第三次小作业 / Rsa | 9 |
| E. 猜猜看 / Guess | 11 |

A. 不定项选择题 / Choice

时间限制： 1.0 秒

空间限制： 512 MB

【题目背景】

欢迎来到 2019 清华大学学生程序设计竞赛！

【题目描述】

请问，下列选项中，正确的有哪些？

1. 清华大学学生程序设计竞赛的缩写为 THUPC
2. 本次比赛的赞助商包含 Citadel、Citadel Securities、文远知行
3. 在正式比赛中，选手可以携带 U 盘并使用
4. 在正式比赛中，选手不能使用手机等通讯设备
5. 在正式比赛中，每支队伍将会拥有等同于队伍人数的电脑进行答题
6. 在正式比赛中，最后 2 小时为封榜时间
7. 封榜状态下，各队将无法查看其它队伍的提交运行结果，但可以查看本队伍的提交运行结果
8. 本次比赛中，将可能产生获得张鸽鸽奖的队伍

【输入格式】

从标准输入读入数据。

输入有一些东西，但没有用。

【输出格式】

输出到标准输出。

从小到大输出你认为正确的选项的编号，每行输出一个，选项与选项之间无额外空行。

举个例子，如果你认为正确的选项为 2,3,4,8，那么你应该输出：

2

3

4

8

B. 皮配 / Mentor

时间限制： 3.0 秒

空间限制： 512 MB

【题目背景】

一年一度的综艺节目《中国好码农》又开始了。本季度，好码农由 Yazid、Zayid、小 R、大 R 四位梦想导师坐镇，他们都将组建自己的梦想战队，并率领队员向梦想发起冲击。

四位导师的派系不尽相同，节目组为了营造看点，又将导师分成了不同的阵营，与此同时对不同阵营、不同派系都作出了战队总人数限制：

- 四位导师分成两个阵营：

- Yazid、小 R 两位导师组成蓝阵营，他们两位的战队人数总和不得超过 C_0 。

- Zayid、大 R 两位导师组成红阵营，他们两位的战队人数总和不得超过 C_1 。

- 四位导师分成两个派系：

- Yazid、Zayid 两位导师属于鸭派系，他们两位的战队人数总和不得超过 D_0 。

- 小 R、大 R 两位导师属于 R 派系，他们两位的战队人数总和不得超过 D_1 。

【题目描述】

本季好码农邀请到了全国各路学生精英参赛。他们来自全国 c 个城市的 n 所不同学校（城市的编号从 1 至 c ，学校的编号从 1 至 n ）。其中，第 i 所学校所属的城市编号为 b_i ，且共有 s_i 名选手参赛。

在【题目背景】中提到的各总人数限制之外，本季度《中国好码农》的导师选择阶段有额外规则如下：

- 来自同城市的所有选手必须加入相同的阵营。

- 来自同学校的所有选手必须选择相同的导师。

对于导师，大部分学校的学生对导师没有偏好。但是有 k 所学校，其中每所学校的学生有且仅有一位他们不喜欢的导师。同一所学校的学生不喜欢的导师相同，他们不会加入他们不喜欢的导师的战队。

面对琳琅满目的规则和选手的偏好，作为好码农忠实观众的你想计算出，在所有选手都进行了战队选择后，战队组成共有多少种可能的局面？

- 两种战队组成的局面被认为是不同的，当且仅当存在一所学校，使得在这两种局面中这所学校的选手加入了不同导师的战队。

- 由于答案可能很大，你只需输出可能局面数对 998,244,353 取模的结果即可。

【输入格式】

从标准输入读入数据。

单个测试点中包含多组数据，输入的第一行包含一个非负整数 T 表示数据组数。接下来依次描述每组数据，对于每组数据：

- 第 1 行 2 个正整数 n, c ，分别表示学校数目、城市数目。
- 第 2 行 4 个正整数 C_0, C_1, D_0, D_1 ，分别表示题目中所描述四个限制。
- 接下来 n 行每行 2 个正整数：
 - 这部分中第 i 行的两个数依次为 b_i, s_i ，分别表示第 i 所学校的所属城市以及选手数目。
 - 保证 $b_i \leq c, s_i \leq \min\{M, 10\}$ 。其中 $M = \max\{C_0, C_1, D_0, D_1\}$ 。
- 接下来 1 行一个非负整数 k ，表示选手有偏好的学校数目。
- 接下来 k 行，每行 2 个整数 i, p ，描述编号为 i 的学校选手有偏好：
 - 其中， p 为一个 0 至 3 之间的整数，描述该校选手不喜欢的导师：0 代表 Yazid，1 代表小 R，2 代表 Zayid，3 代表大 R。
 - 保证 $1 \leq i \leq n$ ，且各行的 i 互不相同。

对于输入的每一行，如果其包含多个数，则用单个空格将它们隔开。

对于所有测试点，保证 $T \leq 5$ 。

对于所有测试点中的每一组数据，保证 $c \leq n \leq 1000, k \leq 30, M \leq 2500, 1 \leq s_i \leq \min\{M, 10\}$ 。

另外，请你注意，数据并不保证所有的 c 个城市都有参赛学校。

【输出格式】

输出到标准输出。

依次输出每组数据的答案，对于每组数据：

- 一行一个整数，表示可能局面数对 998,244,353 取模的结果。

【样例 1 输入】

```
2
2 1
3 2 2 2
1 1
1 2
1
1 0
```

4 2
10 30 20 30
1 6
2 4
1 7
2 4
2
2 3
3 1

【样例 1 输出】

1
22

【样例 1 解释】

对于第 1 组数据：

- 唯一的城市 1 包含共 3 名选手，但红阵营的总人数限制为 2，无法容纳这些选手，因此他们被迫只能选择蓝阵营。
- 在此基础上，由于 1 号学校的选手不喜欢 Yazid 老师，因此他们就必须加入 R 派系的小 R 老师麾下。
- 由于 R 派系总人数限制为 2，因此小 R 老师战队无法容纳 2 号学校的选手，所以他们只能被迫加入 Yazid 老师战队。
- 综上所述，可能的局面仅有这一种。

对于第 2 组数据：

- 一个显然的事实是，1 号城市的所有选手都无法加入蓝阵营，这是因为 1 号城市的选手总人数超过了蓝阵营的总人数限制，因此他们被迫全部加入红阵营。
- 对于 2 号城市选手加入蓝阵营的情况，稍加计算可得出共有 15 种可能的局面。
- 对于 2 号城市选手加入红阵营的情况，稍加计算可得出共有 7 种可能的局面。
- 综上所述，可能的局面数为 $15 + 7 = 22$ 种。

C. 机场 / Airport

时间限制： 1 秒

空间限制： 512 MB

【题目描述】

飞机场有 $a + b$ 个停机位，其中 a 个停机位有登机桥连接飞机和候机厅，乘客可以通过登机桥直接由候机厅登上飞机；另外 b 个停机位没有登机桥和候机厅相连，所以乘客登机需要先搭乘摆渡车再登机。

毫无疑问，搭乘摆渡车的体验是非常差的，所以每位搭乘摆渡车的乘客都会产生不愉快度。

现在，给定每架飞机的乘客数量，登机时间和起飞时间；飞机需要在登机时间点选择一个空闲的停机位，在这个时间点内所有乘客会完成登机，然后飞机会一直停在该停机位，直到起飞时间；

若某飞机在时刻 x 起飞，则在时刻 x 该飞机所在的停机位是空闲的。

飞机场的管理层希望能够尽量减少乘客的不愉快度，为此飞机在登机时间到起飞时间之间，可以切换停机位；

假设某飞机从 x 时间开始由停机位 A 切换到停机位 B ，那么停机位 A 在 $x + 1$ 时间是空闲的。能进行这样的切换当且仅当停机位 B 在 $x + 1$ 时间是空闲的。

不愉快度的计算方式：

假设某飞机有 x 位乘客，如果这 x 位乘客是由摆渡车登机的，则会产生 x 不愉快度；如果由登机桥登机则不会产生不愉快度。

同时，这架飞机每次切换停机位，都会产生 $\lfloor x \cdot p \rfloor$ 的不愉快度（对于 C++ 选手来说，建议使用 `floor(p * xi + 1e-5)` 计算）， p 由输入给定。

【输入格式】

从标准输入读入数据。

输入有多组数据，第一行一个正整数 T ($1 \leq T \leq 8$) 表示数据组数；对于每组数据：

第一行输入三个非负整数 n, a, b ($1 \leq n \leq 200; 0 \leq a, b \leq 30$)，分别表示飞机数量、有登机桥的停机位数量、没有登机桥的停机位数量；

第二行一个浮点数 p ($0 \leq p \leq 1$)，输入最多保留小数点后两位；

接下来 n 行，每行三个正整数 x, s, t ($1 \leq x \leq 10^5; 1 \leq s < t \leq 10^9$)，描述一架飞机的乘客数量、登机时间和起飞时间。

【输出格式】

输出到标准输出。

对于每组数据，输出一行一个整数，表示最小的不愉快度。

如果无法安排一个合理的方案使得所有飞机都完成登机，则输出 impossible。

【样例输入】

```
2
3 1 1
0.5
1 1 5
1 1 5
1 1 5
6 2 2
0.5
4 1 4
4 2 7
8 4 8
8 4 8
10 5 9
1 7 9
```

【样例输出】

```
impossible
7
```

【样例解释】

飞机从 1 开始编号

在时刻 1,1 号飞机安排到登机桥 A，乘客开始登机；目前 1 号飞机在登机桥 A。

在时刻 2,2 号飞机安排到登机桥 B，乘客开始登机；目前 1 号飞机在登机桥 A，2 号飞机在登机桥 B。

在时刻 3,2 号飞机切换到摆渡车 A，此时登机桥 B 尚不可用。

在时刻 4,1 号飞机起飞，2 号飞机到达摆渡车 A，3 号飞机安排到登机桥 A，4 号飞机安排到登机桥 B，3 号和 4 号的乘客开始登机，登机完成之后 3 号飞机切换到摆渡车 B，此时登机桥 A 和登机桥 B 都不空闲。

在时刻 5,3 号飞机到达摆渡车 B，登机桥 A 变为可用，5 号飞机安排到登机桥 A，开始登机；目前 5 号-登机桥 A，4 号-登机桥 B，3 号-摆渡车 B，2 号-摆渡车 A。

在时刻 7,2 号飞机起飞，6 号飞机安排到摆渡车 A。

不愉快度 = 7

= 1(6 号飞机乘客乘摆渡车) + 4×0.5(2 号飞机切换停机位) + 8×0.5(3 号飞机切换停机位)

D. 密码学第三次小作业 / Rsa

时间限制： 1.0 秒

空间限制： 512 MB

【题目背景】

1977 年，罗纳德·李维斯特（Ron Rivest）、阿迪·萨莫尔（Adi Shamir）和伦纳德·阿德曼（Leonard Adleman）提出了 RSA 加密算法。RSA 加密算法是一种非对称加密算法，其可靠性由极大整数因数分解的难度决定。换言之，对一极大整数做因数分解愈困难，RSA 算法愈可靠。假如有人找到一种快速因数分解的算法的话，那么用 RSA 加密的信息的可靠性就肯定会极度下降。

RSA 的基本原理如下：

- 公钥与私钥的产生

1. 随机选择两个不同大质数 p 和 q ，计算 $N = p \times q$
2. 根据欧拉函数性质，求得 $r = \varphi(N) = \varphi(p)\varphi(q) = (p-1)(q-1)$
3. 选择一个小于 r 的正整数 e ，使 e 和 r 互质。并求得 e 关于 r 的乘法逆元 d ，有 $ed \equiv 1 \pmod{r}$
4. 将 p 和 q 的记录销毁。此时， (N, e) 是公钥， (N, d) 是私钥。

- 消息加密：首先需要将消息 m 以一个双方约定好的格式转化为一个小于 N ，且与 N 互质的整数 n 。如果消息太长，可以将消息分为几段，这也就是我们所说的块加密，后对于每一部分利用如下公式加密：

$$n^e \equiv c \pmod{N}$$

- 消息解密：利用密钥 d 进行解密

$$c^d \equiv n \pmod{N}$$

【题目描述】

现在有两个用户由于巧合，拥有了相同的模数 N ，但是私钥不同。设两个用户的公钥分别为 e_1 和 e_2 ，且两者互质。明文消息为 m ，密文分别为：

$$\begin{aligned} c_1 &= m^{e_1} \bmod N \\ c_2 &= m^{e_2} \bmod N \end{aligned}$$

现在，一个攻击者截获了 c_1 ， c_2 ， e_1 ， e_2 ， N ，请帮助他恢复出明文 m 。

【输入格式】

从标准输入读入数据。

输入包含多组数据，第一行一个整数 T 表示数据组数，保证 $1 \leq T \leq 10^4$ 。接下来依次描述每组数据，对于每组数据：

- 一行包含五个正整数 c_1, c_2, e_1, e_2, N ，保证 $2^8 < N < 2^{63}$ ， N 有且仅有两个素因子，其余数据严格按照上述 RSA 算法生成。

【输出格式】

输出到标准输出。

对于每组数据，输出 1 行：

- 一个非负整数 m ，请选手务必在输出时保证 $0 \leq m < N$ 。答案 m 保证与 N 互质。

【样例 1 输入】

```
1
1502992813 2511821915 653507 57809 2638352023
```

【样例 1 输出】

```
19260817
```

E. 猜猜看 / Guess

时间限制： 1.0 秒

空间限制： 512 MB

【题目背景】

听说练习赛需要 5 个题。

但负责人太懒了，所以就有了这道充数的题。

【题目描述】

Tiffany 有一个数 K ，Yazid 除了知道这是一个不超过 2147483647 的非负整数外，没有别的任何信息。

即便 Yazid 不知道任何信息，Tiffany 还是要求 Yazid 判断输入的整数 x 是否小于 K 。

不过，善良的 Tiffany 觉得只给出这些信息未免太难为 Yazid 了，因此她向 Yazid 透露，在所有测试点中， x 关于测试点编号是单调增的。也就是说，对于任意测试点 i, j ：第 i 个测试点给出的 x 小于第 j 个测试点给出的 x 当且仅当 $i < j$ 。

可惜的是，Yazid 仍不知道答案。你能帮帮愚蠢可怜的 Yazid 吗？

【输入格式】

从标准输入读入数据。

一个整数 x 。

保证 $0 \leq x \leq 2148473647$ 。

【输出格式】

输出到标准输出。

输出一行，如果 $x < K$ ，则输出 yes；否则输出 no。

【样例 1 输入】

1

【样例 1 输出】

yes

【提示】

如果你的某次提交未能通过，OJ 将返回你**第一个**未能通过的测试点的错误信息。比如，对于所有测试点，如果你的程序的评测结果依次为：Accepted（通过）、MLE、TLE、Accepted（通过）、WA、.....，那么 OJ 将反馈的评测结果为 MLE。