

# “Citadel 杯” 2019 清华大学 学生程序设计竞赛暨高校邀请赛

## 目 录

A. 不用找的树 / Tree	2
B. 组合数据结构问题 / Problem	4
C. 过河卒二 / Chess	6
D. 鸽鸽的分割 / Divide	8
E. 能量波 / Energywave	9
F. 摆家具 / Furniture	11
G. 令人难以忘记的题目名称 / Game	14
H. 鸭棋 / Duckchess	16
I. 不等式 / Inequality	20
J. 改善生活 / Improve	22
K. 找树 / Findtree	24
L. 中位数问题 / Median	26
M. 历史行程 / M	28

## A. 不用找棵树 / Tree

**时间限制：** 5.0 秒

**空间限制：** 512 MB

**【题目描述】**

给出一棵  $n$  个节点的树，结点标号从 1 到  $n$ 。

定义树上两点  $a, b$  间的距离  $d(a, b)$  是最小的非负整数  $k$ ，满足存在结点序列  $v_0, v_1, \dots, v_k$ ，满足  $v_0 = a$ 、 $v_k = b$ 、且对于  $0 \leq i \leq k-1$  有  $v_i$  和  $v_{i+1}$  之间在树上有一条边相连。

有  $m$  个询问，每个询问包含参数  $p_0, d_0, p_1, d_1$ ，求：

$$\sum_{d(p_0, a) \leq d_0} \sum_{d(p_1, b) \leq d_1} d(a, b)$$

**【输入格式】**

从标准输入读入数据。

第一行一个正整数  $n$ ，表示树的节点数目。

接下来一行  $n-1$  个整数  $f_2, f_3, \dots, f_n$ ，依次表示  $i$  和  $f_i$  ( $1 \leq f_i \leq i-1$ ) 之间有一条边。

接下来一行一个非负整数  $m$ ，表示询问数目。

接下来  $m$  行依次描述所有询问：每行四个整数  $p_0, d_0, p_1, d_1$  ( $1 \leq p_0, p_1 \leq n$ ,  $0 \leq d_0, d_1 \leq n-1$ ) 描述一组询问。

保证  $n \leq 10^5$ ， $m \leq 10^5$ 。

**【输出格式】**

输出到标准输出。

共  $m$  行，依次回答各组询问：每行输出一行一个整数表示这组询问的答案。

**【样例输入】**

```
7
1 1 2 3 5 2
5
5 1 5 0
2 0 5 0
2 2 4 5
```

7 2 2 4

3 2 5 4

**【样例输出】**

2

3

69

57

70

## B. 组合数据结构问题 / Problem

**时间限制：** 1.0 秒

**空间限制：** 512 MB

### 【题目背景】

众所周知，小葱同学擅长计算，尤其擅长计算组合数，但这个题和组合数没什么关系。

### 【题目描述】

小葱同学在学习了组合数的计算之后，开始了研究数据结构的道路。通过十五分钟的刻苦学习，小葱同学初步掌握了队列、栈和堆这三种数据结构。小葱同学发现这三种数据结构都支持两种操作：

1. 将某个数插入该数据结构。
2. 从该数据结构中按照数据结构的原理取出一个数。

小葱同学为了检验自己对这三种数据结构的理解，设计了一个类似的黑箱模型。该模型也支持两种操作，向黑箱中输入一个数或者从黑箱中输出一个数。现在小葱对该黑箱做了若干次操作，并给出每次输入和输出的数，问这个黑箱实现的是否可能是队列、栈、大根堆或者小根堆。

虽然小葱同学对这四种数据结构了如指掌，但他还是决定告诉你它们的分别是什么：

- 如果黑箱是**队列**：黑箱初始为空，输入时数将被放入黑箱，输出时当前黑箱内**最早被放入**的数将被输出并移出黑箱。
- 如果黑箱是**栈**：黑箱初始为空，输入时数将被放入黑箱，输出时当前黑箱内**最晚被放入**的数将被输出并移出黑箱。
- 如果黑箱是**大根堆**：黑箱初始为空，输入时数将被放入黑箱，输出时当前黑箱内**值最大的**数将被输出并移出黑箱。特别地，如值最大的数有多个，则仅将其中一个移出黑箱。
- 如果黑箱是**小根堆**：黑箱初始为空，输入时数将被放入黑箱，输出时当前黑箱内**值最小的**数将被输出并移出黑箱。特别地，如值最小的数有多个，则仅将其中一个移出黑箱。

### 【输入格式】

从标准输入读入数据。

第一行一个整数  $N$  代表操作的个数。

接下来  $N$  行每行两个整数  $opt, v$ 。如果  $opt = 1$ ，代表这次操作小葱同学向黑箱中插入了  $v$  这个数；如果  $opt = 2$ ，代表小葱这次操作从黑箱中取出了  $v$  这个数。

保证  $0 \leq N \leq 10^5$ ,  $-2^{31} \leq v < 2^{31}$ ,  $opt \in \{1, 2\}$ 。

注意输入的数据仅保证在格式和范围上完全正确，不保证任何其他条件。

### 【输出格式】

输出到标准输出。

共四行，每行可能是 Yes 或者 No，分别依次代表该黑箱是否可能是队列、栈、大根堆或者小根堆。

### 【样例 1 输入】

```
6
1 1
1 2
1 3
2 1
2 2
2 3
```

### 【样例 1 输出】

```
Yes
No
No
Yes
```

## C. 过河卒二 / Chess

**时间限制：** 1.0 秒

**空间限制：** 512 MB

### 【题目背景】

首先我们回忆一下经典难题过河卒问题：

棋盘上  $A$  点有一个过河卒，需要走到目标  $B$  点。卒行走的规则：可以向上、或者向右。同时在棋盘上  $C$  点有一个对方的马，该马所在的点和所有跳跃一步可达的点称为对方马的控制点，因此称之为“马拦过河卒”。

棋盘用坐标表示， $A$  点  $(1,1)$ 、 $B$  点  $(N,M)$ ，同样马的位置坐标是需要给出的。

现在要求你计算出卒从  $A$  点能够到达  $B$  点的路径的条数，假设马的位置是固定不动的，并不是卒走一步马走一步。

**请注意，上述背景内容与本题无关！**

### 【题目描述】

Kiana 喜欢玩象棋，尤其是喜欢用象棋玩过河卒的游戏。在传统的过河卒问题中，Kiana 需要控制一个卒从起点走到终点，在路中避开一个对方的马的攻击，然后假装不会算并询问你从起点到终点的路径总数。

在今天的过河卒二游戏中，Kiana 还是控制一个卒在一个  $N \times M$  的棋盘上移动，初始时卒位于左下方坐标为  $(1,1)$  位置，但为了增加难度，Kiana 对游戏规则做出了一些修改。传统的过河卒每步只能向上或向右移动 1 格，Kiana 规定自己的过河卒二还可以在一步中向右上移动 1 格，即如果当前卒位于坐标  $(x,y)$  处，则下一步可以走到  $(x+1,y)$ 、 $(x,y+1)$  或  $(x+1,y+1)$  中的任意一格里面去，同时 Kiana 认为，如果两种移动方案在某一步时卒移动的方向（右、上或右上）不同，则两种方案就是不同的，例如从  $(1,1)$  先走到  $(1,2)$  再走到  $(2,2)$ 、从  $(1,1)$  先走到  $(2,1)$  再走到  $(2,2)$  和从  $(1,1)$  直接走到  $(2,2)$  是三种不同的移动方案。

其次，过河卒二的终点不再是一个特定的位置，Kiana 规定卒可以从棋盘的上方或右方走出棋盘，此时就视为游戏成功。注意在走出棋盘时仍然有方向选择的不同，例如若过河卒位于  $(1,M)$  处，则下一步它可以向右或者向右上用两种方式走出棋盘，若过河卒位于  $(N,M)$  处，则下一步它可以向上、向右或者向右上用三种方式走出棋盘，以不同的方式走出棋盘仍然被算作是不同的移动方案。

此外，对方马的攻击范围不再是有规律的几个位置，而是 Kiana 规定好的  $K$  个特定坐标，并要求过河卒在移动的过程中不能走到这  $K$  个坐标的任何一个上，在除这些坐标以外的位置上过河卒都可以按规则自由移动。

现在 Kiana 想知道，过河卒二有多少种不同的移动方案可以走出棋盘，这个答案可能非常大，她只想知道方案数对 59393 取模后的结果。由于她不会算，所以希望由

你来告诉她。

### 【输入格式】

从标准输入读入数据。

第一行包含三个整数  $N$ 、 $M$  和  $K$ ，分别表示棋盘的坐标范围与对方马的攻击格子数（即 Kiana 规定的不能经过的坐标数）。

接下来  $K$  行，第  $i$  行包含两个正整数  $X_i$  和  $Y_i$ ，表示对方马的第  $i$  个攻击坐标为  $(X_i, Y_i)$ 。

对于所有数据，保证  $1 \leq N \leq 10^9, 1 \leq M \leq 10^5, 0 \leq K \leq 20, 1 \leq X_i \leq N, 1 \leq Y_i \leq M, (1, 1)$  一定不会被对方马攻击，且被攻击的格子中不存在两个坐标相同的格子。

### 【输出格式】

输出到标准输出。

输出一行一个整数，表示过河卒走出棋盘的方案数对 59393 取模后的结果。

### 【样例 1 输入】

```
3 3 1
2 2
```

### 【样例 1 输出】

```
24
```

### 【样例 1 解释】

用  $\uparrow$  表示过河卒向上移动了一格，用  $\rightarrow$  表示过河卒向右移动了一格，用  $\nearrow$  表示过河卒向右上移动了一格，由此可以简化样例解释的表述。

24 种移动方案如下： $(\uparrow\uparrow\uparrow)$ 、 $(\uparrow\uparrow\nearrow)$ 、 $(\uparrow\uparrow\rightarrow)$ 、 $(\uparrow\uparrow\rightarrow\nearrow)$ 、 $(\uparrow\uparrow\rightarrow\rightarrow\uparrow)$ 、 $(\uparrow\uparrow\rightarrow\rightarrow\nearrow)$ 、 $(\uparrow\uparrow\rightarrow\rightarrow\rightarrow)$ 、 $(\uparrow\nearrow\uparrow)$ 、 $(\uparrow\nearrow\nearrow)$ 、 $(\uparrow\nearrow\rightarrow)$ 、 $(\uparrow\nearrow\rightarrow\nearrow)$ 、 $(\uparrow\nearrow\rightarrow\rightarrow)$ 、 $(\rightarrow\rightarrow\rightarrow)$ 、 $(\rightarrow\rightarrow\nearrow)$ 、 $(\rightarrow\rightarrow\uparrow\rightarrow)$ 、 $(\rightarrow\rightarrow\uparrow\nearrow)$ 、 $(\rightarrow\rightarrow\uparrow\uparrow\rightarrow)$ 、 $(\rightarrow\rightarrow\uparrow\uparrow\nearrow)$ 、 $(\rightarrow\rightarrow\uparrow\uparrow\uparrow)$ 、 $(\rightarrow\nearrow\rightarrow)$ 、 $(\rightarrow\nearrow\nearrow)$ 、 $(\rightarrow\nearrow\uparrow\rightarrow)$ 、 $(\rightarrow\nearrow\uparrow\nearrow)$ 、 $(\rightarrow\uparrow\uparrow)$ 。

## D. 鸽鸽的分割 / Divide

**时间限制：** 1.0 秒

**空间限制：** 512 MB

### 【题目描述】

牛牛有一块蛋糕，他想把蛋糕分给小朋友们。蛋糕一开始是圆形的，牛牛会在圆周上选择  $n$  个点，将这几个点两两用线段连接。这些线段将会把蛋糕分成若干块。

现在，牛牛想知道，蛋糕**最多**会被分成多少块，请你告诉他答案。

### 【输入格式】

从标准输入读入数据。

输入包含至多 20 行，每行一个整数  $n$ ，含义见【题目描述】。保证  $0 \leq n \leq 64$ 。

### 【输出格式】

输出到标准输出。

依次回答牛牛的每个问题，对于每个问题，输出一行，包含一个整数表示答案。

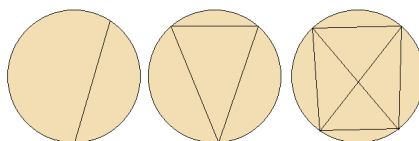
### 【样例 1 输入】

2  
3  
4

### 【样例 1 输出】

2  
4  
8

### 【样例 1 解释】





## E. 能量波 / Energywave

**时间限制：** 5.0 秒

**空间限制：** 1024 MB

### 【题目背景】

有两个超级英雄在宇宙中战斗。英雄 A 的为了击败对手英雄 B，使出了他的绝招，发出了一记能量光波。

英雄 B 有一些体力值，如果英雄 A 的能量光波对英雄 B 的伤害足够大，英雄 B 就会被击倒，否则的话，英雄 A 就会因为耗尽能量而被英雄 B 抓住破绽，从而反而被英雄 B 击倒。所以英雄 A 迫切地想要知道自己的能量光波到底能够对英雄 B 造成多少伤害。

### 【题目描述】

为了简化问题，英雄 B 可以被描述为空间中的多个凸多面体拼成的物体。这些凸多面体可能有重合的部分，重合部分作为英雄 B 的身体只会被计算一次。

英雄 A 发出的能量光波也可以被描述为空间中的另外一个凸多面体，这个光波在空间中每秒均匀移动一个向量  $\vec{v} = (v_x, v_y, v_z)$ 。能量光波可以穿过任何物体，并且在穿越的过程中对对方造成伤害。

在时刻  $t$ ，假设英雄 A 的能量光波和英雄 B 的身体的交的体积为  $f(t) = V$ ，那么在这一瞬间，能量光波造成的瞬时伤害就恰好是  $V$ 。而所有时刻的总计伤害就可以被表示为

$$\int_0^{\infty} f(t) dt.$$

英雄 A 想要知道自己的能量光波对英雄 B 的身体造成了多大的总计伤害。

### 【输入格式】

从标准输入读入数据。

第 1 行一个正整数  $m_B$ ，表示英雄 B 的身体有多少个凸多面体组成。

接下来有  $m_B$  个输入块，每块表示英雄 B 的身体的一个组成部分。

每个输入块开头第一行一个整数  $n$ ，表示这个图多面体的顶点的个数，

接下来  $n$  行每行一个三元组，其中第  $i$  个  $(x_i, y_i, z_i)$  表示第  $i$  个点的坐标。

接下来一行一个整数  $n_A$ ，表示英雄 A 的能量光波的对应凸多面体的点数，

接下来  $n_A$  行每行一个三元组，其中第  $i$  个  $(x_i, y_i, z_i)$  表示第  $i$  个点的坐标。

再接下来一行一个三元组  $(v_x, v_y, v_z)$ ，表示英雄 A 的能量光波的移动速度。

我们保证  $m_B \leq 5$ ,  $n, n_A \leq 12$ ，所有输入的点的坐标都是  $[-100, 100]$  内的整数。并且所有速度向量的分量都是  $[-10, 10]$  内的实数。所有图多面体都是不退化的。

输入中可能会出现四点共面或者三点共线的情况。

我们保证在第 0 秒能量光波和英雄 B 是不相交的。并且在第  $10^4$  秒之后交集的体积一直是 0。

### 【输出格式】

输出到标准输出。

一行输出一个实数，表示总计伤害的值。

输出与标准答案的相对误差小于  $10^{-6}$  就会被算作正确。

### 【样例输入】

```
1
8
0 0 0
0 0 1
0 1 0
0 1 1
1 0 0
1 0 1
1 1 0
1 1 1
8
2 0 0
2 0 1
2 1 0
2 1 1
3 0 0
3 0 1
3 1 0
3 1 1
-1 0 0
```

### 【样例输出】

```
2.0000000000
```

## F. 摆家具 / Furniture

**时间限制：** 5.0 秒

**空间限制：** 512 MB

**【题目描述】**

你有  $k$  件不同的家具，需要摆放在  $n$  个不同的房间中。假设每个房间足够大，并且只考虑每件家具处于哪个房间（而不考虑房间内部如何摆放），那么总共有  $n^k$  种不同的摆放方式。（注意，不是  $k^n$ ）

摆放家具也算一门学问了，至少不太好乱摆的吧？对于每种摆放方式，我们可以给这种方式打分。例如，某个方案把餐桌放到了卫生间，或是一个卧室放了两张床而另一个卧室没有床，就会获得比较低的分数。由于这个分数关于每件家具、每个房间不是独立的，我们会输入所有  $n^k$  种摆放方式的分数。

你现在心血来潮，想换一换房间的布局。给出一种初始时的摆放方式，你会重复  $T$  次下述操作：每次，你会任选一件家具，然后将这件家具移动到任意一个其他房间中。每一轮有  $k(n-1)$  种决策（选择家具乘以选择另一个房间），所以总共有  $k^T(n-1)^T$  种决策。你需要计算这每一种决策后的摆放方式的得分之和。

不仅如此，我们会给出  $q$  次询问，每次输入初始时的摆放方式与  $T$ ，你需要在线地回答  $k^T(n-1)^T$  种决策后的得分之和（取模）。详见输入与输出格式。

我们如下定义一种摆放方式的编号：

我们将家具用 0 到  $k-1$  的不同整数编号，房间用 0 到  $n-1$  的不同整数编号。设在某种摆放方式下，第  $i$  号家具被放在了  $p_i$  号房间中，则定义这种摆放方式的编号为  $\sum_{i=0}^{k-1} p_i n^i$ 。可以发现，所有的  $n^k$  种摆放方式的编号恰好是 0 到  $n^k-1$  的不同整数。

另外，设  $P = 998244353$ 。

**【输入格式】**

从标准输入读入数据。

第一行输入三个正整数  $n, k, q$ 。

接下来  $n^k$  行，每行输入一个小于  $P$  的正整数，依次表示编号为  $0, 1, \dots, n^k-1$  的摆放方式的得分。

接下来  $q$  行，每行输入两个非负整数。设某行的输入为  $a, b$ （保证  $0 \leq a < n^k, 0 \leq b < P$ ），则此次询问的初始摆放方式的编号为  $a$ ，而  $T = b \cdot r \bmod P$ ，其中  $r$  是你上一个输出的数（对于第一次询问为 1）。

同一行内输入的相邻两个数之间以一个空格隔开。

保证  $n \geq 2, k \geq 1; n^k \leq 10^6; q \leq 5 \times 10^5$

**【输出格式】**

输出到标准输出。

对于每次询问输出一行，包含一个非负整数，表示该询问的得分之和对  $P$  取模的结果。

**【样例 1 输入】**

```
2 3 3
1
10
100
1000
998244245
100000
1000000
10000000
0 1
0 1
1 233
```

**【样例 1 输出】**

```
2
2202003
444957911
```

**【样例 1 解释】**

第一次询问中，初始摆放方式的编号为 0， $T = 1$ 。

初始时，0 号家具放在 0 号房间，1 号家具放在 0 号房间，2 号家具放在 0 号房间。

经过 1 次操作后，可能的情况有：

- 将 0 号家具移动到 1 号房间，此后的摆放方式编号为 1，得分为 10；
- 将 1 号家具移动到 1 号房间，此后的摆放方式编号为 2，得分为 100；
- 将 2 号家具移动到 1 号房间，此后的摆放方式编号为 4，得分为 998244245。

所以，所有情况的总得分为 998244355，对  $P$  取模后为 2。

第二次询问中，初始摆放方式的编号为 0， $T = 2$ 。

初始时，0 号家具放在 0 号房间，1 号家具放在 0 号房间，2 号家具放在 0 号房间。

经过 2 次操作后，可能的情况有：

- 将 0 号家具移动到 1 号房间，然后将 0 号家具移动到 0 号房间，此后的摆放方式编号为 0，得分为 1；
- 将 0 号家具移动到 1 号房间，然后将 1 号家具移动到 1 号房间，此后的摆放方式编号为 3，得分为 1000；
- 将 0 号家具移动到 1 号房间，然后将 2 号家具移动到 1 号房间，此后的摆放方式编号为 5，得分为 100000；
- 将 1 号家具移动到 1 号房间，然后将 0 号家具移动到 1 号房间，此后的摆放方式编号为 3，得分为 1000；
- 将 1 号家具移动到 1 号房间，然后将 1 号家具移动到 0 号房间，此后的摆放方式编号为 0，得分为 1；
- 将 1 号家具移动到 1 号房间，然后将 2 号家具移动到 1 号房间，此后的摆放方式编号为 6，得分为 1000000；
- 将 2 号家具移动到 1 号房间，然后将 0 号家具移动到 1 号房间，此后的摆放方式编号为 5，得分为 100000；
- 将 2 号家具移动到 1 号房间，然后将 1 号家具移动到 1 号房间，此后的摆放方式编号为 6，得分为 1000000；
- 将 2 号家具移动到 1 号房间，然后将 2 号家具移动到 0 号房间，此后的摆放方式编号为 0，得分为 1。

所以，所有情况的总得分为 2202003，对  $P$  取模后为 2202003。

第三次询问中，初始摆放方式的编号为 1， $T = 513066699$ 。初始时，0 号家具放在 1 号房间，1 号家具放在 0 号房间，2 号家具放在 0 号房间。

.....（省略至少  $3^{513066699}$  行）

## G. 令人难以忘记的题目名称 / Game

**时间限制：** 1.0 秒

**空间限制：** 512 MiB

### 【题目描述】

现在有一个长度为  $N$  的整数序列  $S$ ，Alice 和 Bob 在这个序列上博弈。

游戏按轮进行，每一轮中：

- Alice 给出一个长度为  $N$  的正整数序列  $T$
- Bob 看到 Alice 给出的  $T$ ，然后选择  $[0, N - 1]$  里的一个整数  $x$
- 之后我们把  $S$  转化为  $S'$ ，规则如下：

$$S'[i] = S[i] + T[(i + x) \bmod N]$$

- 以  $S'$  作为新的  $S$ ，结束这一轮。

如果某一轮结束后， $S$  中每个数都是一个给定质数  $P$  的倍数，那么 Alice 胜利。

给定  $N$  和初始序列  $S$ ，请问：Alice 是否能在有限步必胜，如果答案为是，最快可以在几轮内保证胜利。

### 【输入格式】

从标准输入读入数据。

第一行两个非负整数  $N, P$ ，保证  $P$  是一个质数。

接下来一行  $N$  个空格隔开的整数，描述初始序列  $S$  ( $0 \leq S_i \leq 10^9$ )。

保证  $N \leq 3 \times 10^5$ ， $P \leq 200$ 。

### 【输出格式】

输出到标准输出。

输出一个整数，如果 Alice 不能在有限步必胜，输出  $-1$ ，否则输出一个整数  $x$  表示 Alice 最快能在几轮内胜利。

### 【样例 1 输入】

```
4 2
0 1 0 1
```

### 【样例 1 输出】

```
2
```

**【样例 1 解释】**

一种可能的游戏情形是：

- 第一轮  $T = [1, 0, 1, 0]$ ,  $x = 0$ , 转化后的  $S' = [1, 1, 1, 1]$ 。
- 第二轮  $T = [1, 1, 1, 1]$ , 无论  $x$  取什么, 转化后的  $S' = [2, 2, 2, 2]$ 。

可以证明 2 轮是最优的。

## H. 鸭棋 / Duckchess

**时间限制：** 1.0 秒

**空间限制：** 512 MB

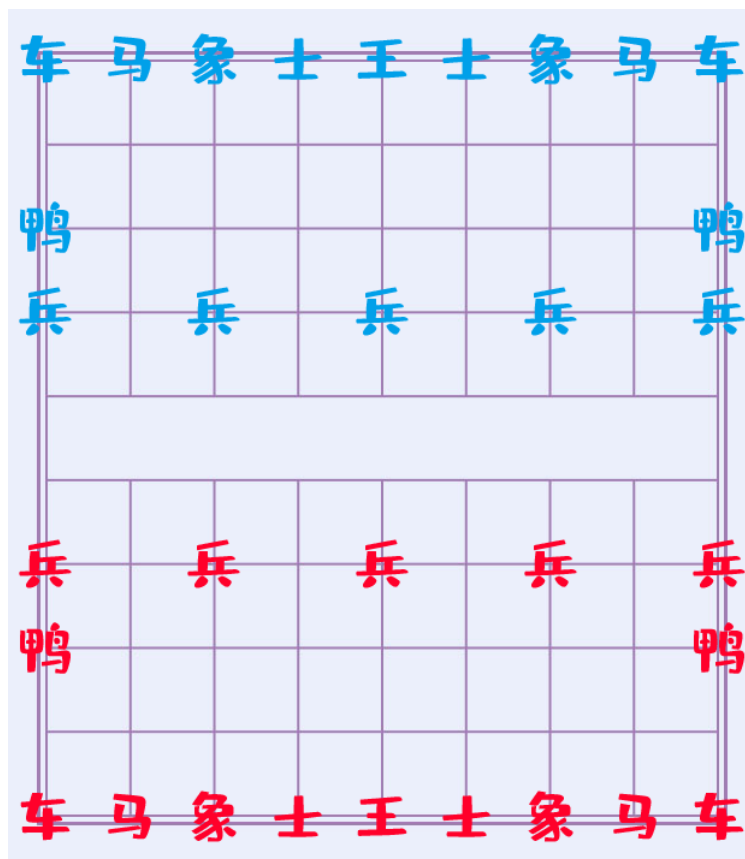
### 【题目背景】

鸭棋是一种风靡鸭子界的棋类游戏。事实上，它与中国象棋有一些相似之处，但规则不尽相同。在这里，我们将为你介绍鸭棋的规则。

同时，我们下发了一个模拟鸭棋规则的玩具，你可以结合这个玩具理解题目（也可以在 AK 后与你的队友进行对弈）。详情请见【玩具使用说明】。

鸭棋在一个  $10 \times 9$ （10 行 9 列）的网格棋盘上进行，网格上的每个格点都可以有棋子停留。对弈双方一方执红（**red**）棋、另一方执蓝（**blue**）棋，双方轮流执行操作，轮到一位玩家操作时，他必须选择一枚自己的棋子，并按照规定进行一步移动。

鸭棋发明者鸭子德规定一局鸭棋由红方执先手，并设计了初始棋盘布局如下：



### 【棋子类型与走子规则】

棋子分为 7 类，下面介绍了它们的名字以及它们的移动规则。介绍移动规则时，我们默认棋子所处位置为  $(x, y)$ （表示第  $x$  行的第  $y$  列，下同），并列出它可以到达的位置：

- **王 (captain)**: 可达的位置共 4 个，包括  $(x \pm 1, y)$  及  $(x, y \pm 1)$ 。



- **士 (guard)**: 可达的位置共 4 个, 包括  $(x \pm 1, y \pm 1)$ 。
  - **象 (elephant)**: 可达的位置至多 4 个, 对于  $s_x, s_y = \pm 1$ , 分别有:
    - 如果位置  $(x + s_x \times 1, y + s_y \times 1)$  上无任意一方的棋子停留, 则  $(x + s_x \times 2, y + s_y \times 2)$  为一个可达的位置。
  - **马 (horse)**: 可达的位置至多 8 个, 对于  $s_x, s_y = \pm 1$ , 分别有:
    - 如果位置  $(x + s_x \times 1, y)$  上无任意一方的棋子停留, 则  $(x + s_x \times 2, y + s_y \times 1)$  为一个可达的位置。
    - 如果位置  $(x, y + s_y \times 1)$  上无任意一方的棋子停留, 则  $(x + s_x \times 1, y + s_y \times 2)$  为一个可达的位置。
  - **车 (car)**: 可在不跨越其他棋子的前提下, 到达同行或同列的所有其他位置。
  - **鸭 (duck)**: 可达的位置至多 8 个, 对于  $s_x, s_y = \pm 1$  分别有:
    - 如果位置  $(x + s_x \times 2, y + s_y \times 1), (x + s_x \times 1, y)$  上均无任意一方的棋子停留, 则  $(x + s_x \times 3, y + s_y \times 2)$  为一个可达的位置。
    - 如果位置  $(x + s_x \times 1, y + s_y \times 2), (x, y + s_y \times 1)$  上均无任意一方的棋子停留, 则  $(x + s_x \times 2, y + s_y \times 3)$  为一个可达的位置。
  - **兵 (soldier)**: 可达的位置共 8 个, 包括  $(x \pm 1, y)$  及  $(x, y \pm 1)$  及  $(x \pm 1, y \pm 1)$ 。
- 除上面描述的规则之外, 棋子移动还有如下额外规则:
- 不能将棋子移动到棋盘外的某个位置。
  - 玩家不能将棋子移动到已经停留了己方棋子的位置。
  - 如果玩家将棋子移动到了一个已经停留了对方棋子的位置, 那么原本停留在该位置上的这个对方棋子将被移出游戏。

### 【胜利条件与将军局面】

玩家在这个游戏中的目标是将对方的王移出游戏。一旦一方的王被移出游戏, 则另一方立即宣告胜利。

对于一个棋盘的状态, 如果存在一方有一步合法的操作能够将另一方的王移出游戏, 则我们说当前局面是一个将军的局面。需要友情提示的是, 根据定义, 将军局面的形成包括(但不限于)如下这些可能:

1. 一方将一枚棋子移动到可以攻击对方王的位置
2. 在己方王受到威胁时不采取措施躲避
3. 主动将王移动至会受到攻击的位置

除此之外, 需要特别说明的是, 游戏结束后, 由于双方不可再操作, 因此不可能出现将军局面, 即便此时另一方王处于被“攻击”的位置。

## 【题目描述】

今年的 IDCC (International Duck Chess Competition, 国际鸭棋大赛) 正在如火如荼地进行着。你观摩了一场精彩绝伦的比赛, 但你对对弈过程的记忆已经模糊不清了, 只有系统留下的他们的操作序列, 序列中的每个操作为当前操作者试图移动某个位置的棋子至另一个位置。你希望用这个序列, 来复现出整局棋局的对弈过程。即, 对于每步操作, 你需要首先判其是否合法, 若合法, 则进一步求出:

1. 这步操作移动了哪个棋子。
2. 这步操作后, 是否存在棋子被移出游戏, 如有则还需求出被移出游戏的棋子。
3. 这步操作后, 是否形成将军局面。
4. 这步操作后, 游戏是否结束。

可能包含的不合法情况如下:

- 此步移动的初始位置无己方棋子停留。
- 此步移动的初始位置有己方棋子停留, 但移动不符合规则。
- 游戏已经结束。

序列中的不合法操作是需要被忽略的。比如, 如果轮到红方移动, 此时序列中的当前操作恰好是不合法的, 则这个操作将被忽略, 序列中的下一步操作将成为红方这步的操作 (如仍不合法则继续忽略, 直至出现合法的操作)。

## 【输入格式】

从标准输入读入数据。

第一行一个非负整数  $Q$ , 表示操作序列的长度。接下来依次描述每个操作。

接下来  $Q$  行, 每行 4 个整数  $x_s, y_s, x_t, y_t$  ( $0 \leq x_s, x_t < 10, 0 \leq y_s, y_t < 9$ ), 描述一个欲将  $(x_s, y_s)$  处棋子移动到  $(x_t, y_t)$  的操作。在这里, 我们规定左下角 (即红方车摆放的位置, 图见【题目背景】) 为  $(0, 0)$ 。

保证  $Q \leq 1000$ 。

## 【输出格式】

输出到标准输出。

输出  $Q$  行, 对于每个操作依次输出复现结果。每行输出一个操作的结果:

- 如果该操作为不合法操作, 则请输出 `Invalid command`。
- 如果为合法操作, 则依次回答【题目描述】中的问题 1 ~ 4:
  - 被移动的棋子用 [颜色] [类型] (注意中间包含空格) 来描述, 请使用它们的英文名称 (见【题目背景】)。如, 红象为 `red elephant`, 蓝王为 `blue captain`。

- 被移出游戏的棋子的描述方式与上面类似。特别地，如果无棋子被移出游戏，则该问题的答案为 NA。
- 用 yes、no 分别表示形成、不形成将军局面。
- 用 yes、no 分别表示游戏结束、游戏不结束。
- 用 ;（分号）将所有问题的答案隔开。
- 比如，四个问题的答案分别为：被移动的棋子是蓝车，无棋子被移出游戏，形成将军局面，游戏未结束。则该行应输出 blue car;NA;yes;no。

### 【样例 1】

见题目目录下的 *1.in* 与 *1.ans*。

### 【玩具使用说明】

你可以在玩具目录下执行如下命令来运行玩具：

```
./duckchess.sh
```

特别地，在初次运行前，你需要执行如下命令为它添加运行权限：

```
chmod +x duckchess
chmod +x duckchess.sh
```

## I. 不等式 / Inequality

**时间限制：** 2.0 秒

**空间限制：** 512 MB

### 【题目背景】

时光回到 2017 年 6 月 7 日。午后，阳光正好。

现在的你，在考场中笔耕不辍。在刷刷声中，你填写着交给从前和未来的自己的答卷。

像无数次训练过的那样，你直接跳到了这张数学试卷的最后一道大题，二选一的题目直接选择了后者。快速地略过了题目描述，紧缩的眉头渐渐放松。

“稳了。”

你一刻也不敢停留，又向你的梦想靠近了一小步。

### 【题目描述】

已知两个  $n$  维实向量  $\vec{a} = (a_1, a_2, \dots, a_n)$ ,  $\vec{b} = (b_1, b_2, \dots, b_n)$ ，定义  $n$  个定义域为  $\mathbb{R}$  函数  $f_1, f_2, \dots, f_n$ :

$$f_k(x) = \sum_{i=1}^k |a_i x + b_i| \quad (k = 1, 2, \dots, n)$$

现在，对于每个  $k = 1, 2, \dots, n$ ，试求  $f_k$  在  $\mathbb{R}$  上的最小值。可以证明最小值一定存在。

### 【输入格式】

从标准输入读入数据。

第一行一个整数  $n$ ，表示向量的长度及函数的个数。

接下来两行，每行  $n$  个整数，分别描述向量  $\vec{a}, \vec{b}$  的各个分量，以空格隔开。

对于所有的输入数据，都满足  $1 \leq n \leq 5 \times 10^5, |a_i|, |b_i| < 10^5$ 。

### 【输出格式】

输出到标准输出。

输出  $n$  行，第  $i$  ( $i=1, 2, \dots, n$ ) 行为一个实数，表示  $f_i$  在  $\mathbb{R}$  上的最小值。

### 【样例 1 输入】

```
2
1 1
1 2
```

**【样例 1 输出】**

0.00000

1.00000

**【样例 1 解释】**

$f_1(x) = |x + 1|$ , 显然在  $x = -1$  处取到最小值 0;

$f_2(x) = |x + 1| + |x + 2|$ , 可以证明其在  $[-2, -1]$  中任意位置取到最小值 1。

**【后记】**

后来, 全国三卷的考生们又回想起了被参数方程支配的恐惧。

## J. 改善生活 / Improve

**时间限制：** 1.0 秒

**空间限制：** 512 MB

### 【题目描述】

“改善生活”是小 Z 创建的一个群聊。在群聊里，小 Z 和他的  $n-1$  个朋友们（共  $n$  名群友，小 Z 的编号为 1，他的朋友们的编号从 2 至  $n$ ）无话不说，畅谈甚欢。然而，经常水群会被冠以水王的名号，这让小 Z 头痛不已。

今天，小 Z 预见到了群里可能会有  $n$  个话题（编号从 1 至  $n$ ）。其中，第  $i$  个话题是  $c_i$  号群友（当然也有可能是小 Z 自己）感兴趣的话题，这意味着该话题如果出现，这位群友将会进行  $w_i$  分钟的激烈发言。方便起见，你可以认为，除此之外，群友不会进行激烈发言。

所有  $n$  个话题之间有  $m$  组引导关系，每组引导关系的形式是一个二元组  $(u, v)$ ，它表示如果  $u$  号话题出现，必定会导致  $v$  号话题出现。

巧合的是，小 Z 发现，所有他自己的不同话题都不存在直接或间接的引导关系。

由于期中考试的临近，除小 Z 外的群友们都忙于复习，因此他们不会主动发起话题（发起话题指让一个话题出现，下同）。这让想要水群、却又希望摆脱水王名号的小 Z 左右为难。因此，他决定主动发起一个或以上的自己感兴趣的话题，来诱导其他话题的出现，致使水群最多的另一位群友激烈发言的时间与小 Z 自己激烈发言的时间的比值尽可能大。即最大化下面这个式子：

$$\frac{\max_{k=2}^n \text{sum}(k)}{\text{sum}(1)}$$

其中， $\text{sum}(k)$  表示所有出现且群友  $k$  感兴趣的话题的  $w$  值总和。

为避免精度误差，你只需要求出最大值向下取整的结果即可。

### 【输入格式】

从标准输入读入数据。

第一行两个正整数  $n, m$ ，分别表示话题数（恰好也是群人数）、引导关系组数。

第二行  $n$  个正整数  $c_1, \dots, c_n$  ( $1 \leq c_i \leq n$ )，依次描述对各话题感兴趣的群友编号。保证至少存在一个  $i$  使得  $c_i = 1$ 。

第三行  $n$  个正整数  $w_1, \dots, w_n$  ( $1 \leq w_i \leq 100$ )，依次描述各话题感兴趣的群友将激烈发言的时间。

接下来  $m$  行描述引导关系，每行两个正整数  $u, v$  ( $1 \leq u, v \leq n$ )，描述一组引导关系  $(u, v)$ ，具体意义见【题目描述】，保证所有不同的  $c_i = 1$  的话题之间两两不存在直接或间接的引导关系。

对于每一行，如果行内包含多个数，则用单个空格将它们隔开。

保证  $1 \leq n \leq 700$ ,  $1 \leq m \leq 60000$ 。

### 【输出格式】

输出到标准输出。

一行一个整数，表示所求式子最大值向下取整的结果，即不超过该值的最大整数。

### 【样例 1 输入】

```
7 8
2 2 1 1 3 3 4
100 100 40 20 100 50 40
1 3
2 3
1 4
2 4
3 5
4 6
3 7
4 7
```

### 【样例 1 输出】

```
2
```

### 【样例 1 解释】

小 Z 可以选择发起编号为 3 和 4 的话题，这将致使编号为 5、6、7 的话题出现，并引发 3 号群友时长 150 分钟的激烈发言、以及 4 号群友时长 40 分钟的激烈发言。由于 3 号群友激烈发言时间更长，且小 Z 自己的激烈发言时长为 60 分钟，因此所求最大比值为  $\frac{150}{60} = 2.5$ ，这个值向下取整的结果是 2。

可以证明小 Z 不存在更优的策略。

## K. 找树 / Findtree

**时间限制：** 7.0 秒

**空间限制：** 512 MiB

**【题目描述】**

定义  $\otimes_1, \otimes_2, \otimes_3$  分别为按位与、按位或、按位异或运算。记  $a_i$  表示  $a$  的第  $i$  个二进制位。定义一个作用在  $w$  位二进制数上的新运算  $\oplus$ ，满足  $(a \oplus b)_i = a_i \otimes_{o_i} b_i$ 。不难验证  $\oplus$  运算满足结合律和交换律。

给出一张  $n$  个点  $m$  条边的无向图，每一条边的权值是一个  $w$  位二进制数。请你找一棵原图的生成树。设你找出的生成树中的边边权分别为  $v_1, \dots, v_{n-1}$ ，请你最大化  $v_1 \oplus v_2 \oplus \dots \oplus v_{n-1}$ 。

**【输入格式】**

从标准输入读入数据。

第一行两个正整数  $n, m$ ;

第二行一个长度为  $w$  的串，串中的每个字符为  $\&$ 、 $\mid$ 、 $\wedge$  中的一个（分别代表与、或和异或），表示每一个  $\otimes_i$ 。

接下来  $m$  行，每一行三个非负整数  $x, y, v$ ，表示一条连接  $x$  和  $y$  权值为  $v$  的边，保证  $1 \leq x, y \leq n$ ， $0 \leq v < 2^w$ 。

保证  $n \leq 70$ ， $w \leq 12$ 。

**【输出格式】**

输出到标准输出。

输出一行一个数，表示答案。如果图不连通，输出 -1。

**【样例 1 输入】**

```
3 3
^
1 2 1
2 3 1
1 3 0
```

**【样例 1 输出】**

```
1
```



**【子任务】**

$n \leq 70$ ,  $w \leq 12$ ,  $m \leq 5000$ 。

## L. 中位数问题 / Median

**时间限制：** 1.0 秒

**空间限制：** 512 MB

### 【题目描述】

Yazid 和 Tiffany 喜欢中位数。对于一个长度为  $n$  的序列  $A_1, A_2, \dots, A_n$  而言，其中位数指的是：该序列在升序排序后  $A_{\lfloor \frac{n+1}{2} \rfloor}$  的值（ $\lfloor x \rfloor$  表示不超过  $x$  的最大整数）。

Tiffany 有  $m$  个序列，其中长度为  $n_i$  的第  $i$  个（ $1 \leq i \leq m$ ）序列为  $A_{i,1}, A_{i,2}, \dots, A_{i,n_i}$ 。

记  $f(u, v)$  表示第  $u$  个序列和第  $v$  个序列合并得到的（长度为  $n_u + n_v$  的）序列的中位数。Yazid 想求出所有  $f(u, v)$ ，但为了节省你的输出时间，你只需要对所有  $1 \leq u \leq m$  求出：

- $R(u) = \text{xor}_{v=1}^n (f(u, v) + u + v)$ （xor 指异或运算，在 C++ 语言中对应 `^` 运算符）。

### 【输入格式】

从标准输入读入数据。

第一行一个正整数  $m$ ，表示序列数目。

接下来  $m$  行，每行若干个用单个空格隔开的整数描述一个序列：这部分的第  $i$  行的第一个正整数为  $n_i$ ，表示第  $i$  个序列的长度；接下来  $n_i$  个非负整数  $A_{i,1}, A_{i,2}, \dots, A_{i,n_i}$  描述第  $i$  个序列。

保证  $m \leq 10000$ ， $n_i \leq 500$ ， $0 \leq A_{i,j} \leq 10^9$ 。

### 【输出格式】

输出到标准输出。

输出  $n$  行，每行一个整数，其中第  $i$  行的整数为  $R(i)$ 。

### 【样例 1 输入】

```
3
3 1 2 3
3 3 4 5
2 4 2
```

### 【样例 1 输出】

```
4
7
7
```

**【样例 1 解释】**

$$R(1) = (f(1,1) + 1 + 1) + (f(1,2) + 1 + 2) + (f(1,3) + 1 + 3) = 4 \text{ xor } 6 \text{ xor } 6 = 4$$

$$R(2) = (f(2,1) + 2 + 1) + (f(2,2) + 2 + 2) + (f(2,3) + 2 + 3) = 6 \text{ xor } 8 \text{ xor } 9 = 7$$

$$R(3) = (f(3,1) + 3 + 1) + (f(3,2) + 3 + 2) + (f(3,3) + 3 + 3) = 6 \text{ xor } 9 \text{ xor } 8 = 7$$

## M. 历史行程 / M

**时间限制：** 1.0 秒

**空间限制：** 512 MB

### 【题目背景】

人生是怎么样的呢？我们是怎么活着的呢？

无论是谁，都是从黑暗中降生，最后再回归于黑暗。几年，几十年，短暂而漫长的时光。形形色色的人，形形色色的事，如过眼云烟，转瞬即逝。过眼繁花终有尽时，有些东西还能弥留于你的记忆之中，但更多的，早已无可寻觅。

但是，有个人，你不会忘记。

在你降生于黑暗之中时，那个人就一直陪在你身边。当你突破那黑暗，第一次见到世界的光明的时候，那个人也在你身边。

第一次的啼哭，第一次的说话，第一次的走路，第一次的奔跑。

每一次的成长，是你自己的一次飞跃。而对那个人来说，则是最纯真的喜悦和感动。

在你不知道的时候，在你不知道的地方，那个人倾尽自己的一切，为你创造最好的一切，保护你的一切，为你指引走向未来的桥梁。

那个人每天都在期盼着，期盼着你能早点长大，变得拥有保护你自己的力量。

那个人每天都在担心着，担心着你与那个人分别那天，终究还是会来到。

你终究会一直成长，你终究会拥有自立自强的能力。那个人，也不能再像以前一样，保护你。

有一天，你将走向更宽阔的未来，你会拥有和以前完全不一样的一切。而那个人，已经不再能够保护你了。

而你和那个人之间能够拥有的时间，也就越来越短了。

五年，十年，二十年，你一天一天长大。

五年，十年，二十年，那个人一天天老去。

那个人已经不能保护你了，那么现在，该你，去保护那个人了。

也许那个人不能永远在你身边，也许那个人终将离你而去。

但你永远不会忘记那个人，因为那个人，始终在你身边。

今天，是那个人的节日。

### 【题目描述】

母亲节是一个为感谢母亲而庆祝的节日，而在世界各地的母亲节的日期有所不同。母亲们在这一天里通常会收到孩子们送的礼物；而在许多人心目中，康乃馨被视作最适于献给母亲的鲜花之一。

1913 年，美国国会确定将每年 5 月的第二个星期日作为法定的母亲节，这也是现代母亲节的起源。

给定一个年份，请你输出这一年的母亲节的日期。方便起见，你只需要输出它是这年 5 月的第几天即可。

**【输入格式】**

从标准输入读入数据。

一行一个整数  $y$ ，表示年份。

保证  $1913 \leq y \leq 2019$ 。

**【输出格式】**

输出到标准输出。

一行一个整数，表示这年的母亲节是 5 月的第几天。（请注意不要输出多余的前导零）

**【样例 1 输入】**

2019

**【样例 1 输出】**

12

**【样例 1 解释】**

2019 年的母亲节是 5 月 12 日。