

**Задание по курсу**  
**«Технологии параллельного программирования»**  
**Лабораторная работа №6**

1. Численное решение двумерного уравнения теплопроводности:

$$u_t = u_{xx} + u_{yy} + f(x, y, t)$$

можно получить при помощи метода конечных разностей.

В качестве области рассмотрим единичный квадрат  $[0, 1] \times [0, 1]$ . Вначале введем на этом квадрате равномерную сетку с шагом  $h$  (рис. 1).

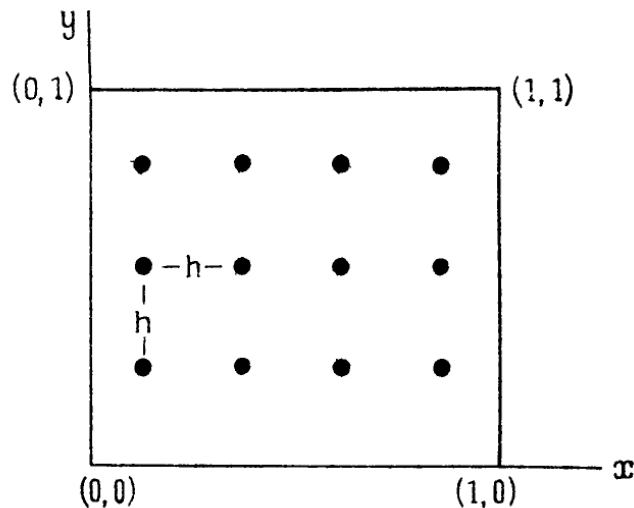


Рис. 1. Сетка на единичном квадрате.

Далее, заменив производные на конечные разности, получим дискретный аналог уравнения теплопроводности:

$$\frac{u_{ij} - u_{ij}^0}{\Delta t} = \frac{u_{i+1,j} - 2u_{ij} + u_{i-1,j}}{h^2} + \frac{u_{i,j+1} - 2u_{ij} + u_{i,j-1}}{h^2} + f_{ij},$$

где  $\Delta t$  – шаг по времени;  $u_{ij}$  – значение функции  $u$  в точке сетки  $(x_i, y_j)$  в новый момент времени  $t_n = n\Delta t$ ;  $u_{ij}^0$  – значение функции  $u$  в предыдущий момент времени  $t_{n-1} = (n-1)\Delta t$ ;  $f_{ij} = f(x_i, y_j, t_n)$ .

Полученный дискретный аналог является системой линейных алгебраических уравнений относительно сеточных значений функции  $u_{ij}$ . Для решения этой системы будем использовать метод Гаусса-Зейделя. Распараллелить метод Гаусса-Зейделя на используемой сетке можно при помощи красно-черного (шахматного) упорядочения. При этом подходе узлы сетки разбиваются на «красные» и «черные» узлы в шахматном порядке (рис. 2).

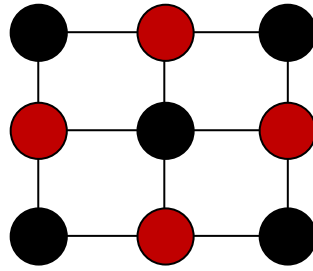


Рис. 2 Красно-черное упорядочение узлов сетки.

При этом видно, что дискретный аналог для «черных» узлов содержит значения функции только для «красных» узлов и наоборот. Таким образом, можно сделать итерацию Гаусса-Зейделя вначале для всех «черных» узлов, поскольку вычисления для этих узлов не зависят друг от друга, а затем для всех «красных» узлов.

**Задание.** Написать программу для численного решения уравнения теплопроводности и распараллелить ее при помощи директив OpenMP. Провести расчеты на двух сетках  $100 \times 100$  и  $200 \times 200$  до момента времени  $t = 1$  для разного числа потоков: 2, 4, и 8. Для каждого расчета вычислить ускорение.