5.**吃醋的丈夫谜题** 有 n 对夫妇要越过一条河。他们有一条船，但一次最多只能

载两个人。为了使情况复杂化，我们假设所有的丈夫都爱吃醋，因此在过河的全过程中，即使有他人在场，但如果没有本人的陪伴，丈夫也不会允许妻子和其他妻子的丈夫在河的同一岸上。在这种约束下，他们能越过河去吗？

a. 对于 n=2 的情况，求过河的次数

b. 对于 n=3 的情况，求过河的次数

c. 对于任何 n≥4 的情况，这个问题有解吗？如果有，请指出他们一共要过多少次河；如果无解，请解释原因。

设n对夫妇表示为（丈夫为A，妻子为B），过河次数为k。

**a.**

k=5，解法如下：

①上船，到达对岸

②下船，回去

③上船，到达对岸

④下船，回去

⑤上船，到达对岸

**b.**

k=9，解法如下：

①-④同n=2情况

⑤上船，到达对岸

⑥下船，回去

⑦上船，到达对岸

⑧下船，回去

⑨上船，到达对岸

**c.**

k=4n-3，解法如下:

**由前两问得知，①-④这个操作可以使得以下几点成立：**

**①一对夫妇成功到达对岸**

**②船回到了原来位置**

**③用了4次渡河**

**如果每一对夫妇都复刻这个过程，根据减治法的思想，n对夫妇过河的问题就可以简化为n-1对夫妇过河的问题，并最终得到解决。前提是：这个过程在任何一对夫妇身上不发生吃醋。**

**现假设i对夫妇已渡河且第i+1、i+2对夫妇（第i+1、i+2对夫妇都不是渡河的最后一对夫妇）将要过河，代入前两问①-④的操作：**

①上船，到达对岸。夫妇同时行动未发生吃醋。

②下船，回去。

③上船，到达对岸。在接上船的时候未上岸，因此没有和其他待在岸上，未发生吃醋。

④下船，回去。这时回去并上岸后，都在对岸，且船回到了原来位置，整个过程未发生吃醋。

符合条件，因此可以用减常数的减治法解决问题。又一对夫妇（非最后一对）过河需要4次渡河，且n=1时只用一次渡河，得到：

，

解得C(n)=4n-3，故k=4n-3。