

Tweede inleveropgave Lineaire algebra 1 - deadline vrijdag 28 oktober 23:59. Inleveren via Blackboard.

De opdracht mag in een groep van maximaal drie personen gemaakt worden. Eén van de groepsleden levert het werk in via Blackboard. De namen van de groepsleden staan duidelijk vermeld op de uitwerking. **Alle groepsleden zijn gezamenlijk verantwoordelijk voor de gehele uitwerking.**

Opgave

De inleveropgave is opgave 4.5.15, verdeeld in tussenstappen en met een aantal extra vragen. Beargumenteer je antwoorden!

- (a) (2 punten) Laat U en V twee lineaire deelruimten zijn van \mathbb{R}^n . Bewijs dat

$$U + V = \{\vec{u} + \vec{v} \mid \vec{u} \in U, \vec{v} \in V\}$$

ook een lineaire deelruimte is van \mathbb{R}^n .

Gegeven is nu de matrix

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 2 & -1 \\ 0 & 2 & 0 & 0 & 4 \\ 0 & 0 & 0 & 2 & 2 \end{pmatrix}.$$

Laat U de lineaire deelruimte van \mathbb{R}^3 zijn opgespannen door de eerste drie kolommen van A en V de lineaire deelruimte opgespannen door de laatste twee kolommen van A .

- (b) (1 punt) Bepaal een basis voor U . Wat is de dimensie van U ?
- (c) (1 punt) Bepaal een basis voor V . Wat is de dimensie van V ?
- (d) (1 punt) Wat kun je op basis van je antwoorden bij (b) en (c), zonder verdere berekeningen te maken, zeggen over de maximale dimensie van $U \cap V$? Licht je antwoord toe.
- (e) (2 punten) Bepaal een basis voor $U \cap V$. Wat is de dimensie van $U \cap V$?
- (f) (1 punt) Wat kun je op basis van je antwoorden van (b), (c) en (e) zeggen over de dimensie van $U + V$?
- (g) (2 punten) Geef twee verschillende basissen voor $U + V$.