

# Inlever 2 Lial 2

Boris van Boxtel en Lotte Gritter

21 December 2022

Opgave 1. Gegeven zijn twee eindig dimensionale vectorruimten  $V$  en  $W$  en een lineaire afbeelding  $A: V \rightarrow W$ . Er wordt bewezen dat als  $\dim(V) > \dim(W)$ ,  $A$  niet injectief is.

*Bewijs.*

Volgens de dimensiestelling geldt de volgende vergelijking:

$$\dim(V) = \dim(\ker(A)) + \dim(A(V)) \quad (1)$$

Hieruit volgt de volgende vergelijking:

$$\dim(V) - \dim(A(V)) = \dim(\ker(A)). \quad (2)$$

Per definitie geldt het volgende: (komt omdat  $A(V) \subseteq W$ , moet meer uitleg bij?)

$$\dim(W) \geq \dim(A(V)) \quad (3)$$

En samen met het gegeven dat  $\dim(V) > \dim(W)$ , gelden de volgende ongelijkheden:

$$\dim(V) > \dim(W) \geq \dim(A(V)) \quad (4)$$

$$\dim(V) > \dim(A(V)) \quad (5)$$

Hieruit volgt dat

$$\dim(V) - \dim(A(V)) > 0. \quad (6)$$

Vanuit verg. (2) volgt dus dat  $\dim(\ker(A)) > 0$ . Samen met **Stelling 7.3.3** concluderen we dat  $A$  niet injectief is.

□

Opgave 2.