a. We kunnen $\Gamma(1)$ rechtstreeks berekenen door $x = 1$ te nemen in de definitie, waarbij we gebruiken dat $t^0 = 1$:

$$\Gamma(1) = \int_0^\infty \mathrm{e}^{-t}\,\mathrm{d}t = -\mathrm{e}^{-t}\Big|_0^\infty = -(\lim_{t\to\infty} \mathrm{e}^{-t} - \mathrm{e}^0) = 1,$$

want $\lim_{t\to\infty} \mathrm{e}^{-t} = 0$.

b. We laten dit zien door partiële integratie met $u(t) = t^x$ en $v'(t) = \mathrm{e}^{-t}$. Volgens de definitie en eenmaal partieel integreren geldt:

$$\begin{aligned}\Gamma(x+1) &= \int_0^\infty t^x \mathrm{e}^{-t}\,\mathrm{d}t \\ &= -t^x\mathrm{e}^{-t}\Big|_{t=0}^\infty + x\int_0^\infty t^{x-1}\mathrm{e}^{-t}\,\mathrm{d}t.\end{aligned}$$

De eerste term hierin werken we als volgt uit:

$$\begin{aligned}-t^x\mathrm{e}^{-t}\Big|_{t=0}^\infty &= \left(\lim_{t\to\infty} -t^x\mathrm{e}^{-t}\right) - -0^x\mathrm{e}^0 \\ &= 0,\end{aligned}$$

want volgens 326d is $\lim_{t\to\infty} t^x\mathrm{e}^{-t} = 0$. In de tweede term herkennen we precies de integraal die $\Gamma(x)$ definieert. Zodoende krijgen we:

$$\begin{aligned}\Gamma(x+1) &= 0 + x\Gamma(x) \\ &= x\Gamma(x),\end{aligned}$$

hetgeen te bewijzen was.

c. Uit herhaald toepassen van opgave b. en uiteindelijk opgave a. weten we dat $\Gamma(6) = 5\Gamma(5) = 5\cdot 4\Gamma(4) = \cdots = 5!\Gamma(1) = 5! = 120$.