Mechanica - Inleveropgave 1

Boris van Boxtel - Jean Croes - Mike - Lotte Gritter

28 september 2022 - Week 39

- (a). $(x, y, t) = (L, h, \frac{h}{c})$ of $(x, y, t) = (L, -h, \frac{h}{c})$.
- (b). Het toepassen van een Lorentz transformatie op de bij (a). gevonden ruimtetijd coördinaten, geeft als coördinaten in stelsel \mathcal{O}' : $(L, \gamma h(1-\frac{v}{c}), \gamma \frac{h}{c}(1-\frac{v}{c}))$ en $(L, -\gamma h(1+\frac{v}{c}), \gamma \frac{h}{c}(1+\frac{v}{c}))$.
- (c). De tijd die het licht erover doet om van het lampje naar het papiertje te gaan is $\frac{h}{c}$. De tijd die het licht erover doet om van het papiertje naar de oorsprong te gaan is $\frac{\sqrt{c^2+h^2}}{c}$. Het tijdstip waarop de waarnemer in \mathcal{O} de lichtflits via het papiertje ziet wordt dus gegeven door:

$$t = \frac{h}{c} + \frac{\sqrt{c^2 + h^2}}{c} \tag{1}$$

(d). Door lengtecontractie is $h' \neq h$, dus is de tijd die het licht erover doet om bij de oorsprong te komen anders. Door een lorentztransformatie toe te passen vinden we:

$$h' = \gamma h \left(1 - \beta \right) \tag{2}$$

Waar $\beta = \frac{v}{c}$.

Nu kunnen we in (1) de substitutie h = h' maken om de tijd gemeten door \mathcal{O}' te vinden. Hieruit volgt dat het tijdstip waarop \mathcal{O} de lichtflits waarneemt gegeven wordt door:

$$t' = \frac{\gamma h \left(1 - \frac{v}{c}\right)}{c} + \frac{\sqrt{c^2 + (\gamma h \left(1 - \frac{v}{c}\right))^2}}{c} \tag{3}$$

(e). De afstand van het lampje tot het papiertje volgens de waarnemer in \mathcal{O}' is h'. En de afstand van het papiertje tot de oorsprong van \mathcal{O}' is $\sqrt{L^2 + (vt - h')^2}$. Dus de afgelegde afstand van het licht is $\sqrt{L^2 + (vt - h')^2} + h'$. De tijd die het licht hierover doet is dus gegeven door:

$$\Delta t' = \frac{\sqrt{L^2 + (vt - h')^2} + h'}{c} \tag{4}$$

En met (2) zien we dan dit gelijk is aan de volgende vergelijking:

$$\Delta t' = \frac{\sqrt{L^2 + (vt - \gamma h (1 - \beta))^2} + \gamma h (1 - \beta)}{c}$$
(5)

Voor een bepaalde t.

(f). De antwoorden van (d). en (e). zijn niet hetzelfde, omdat de afstand die het licht aflegt naar \mathcal{O}' niet voor elke t hetzelfde is als de afgelegde afstand naar \mathcal{O} .