

## Tweede inleveropdracht Lineaire Algebra 2 (WISB108)

Deadline: dinsdag 20 december 2022, 11.59.

---

- Je mag de inleveropdracht in groepjes van maximaal drie studenten inleveren (dus individueel of met maximaal twee medestudenten). Het overnemen van tekst van een uitwerking van een andere groep of medestudenten is niet toegestaan. Als je de opgave met een groepje maakt, ben je gezamenlijk verantwoordelijk voor het eindproduct.
- De inleveropdracht bestaat uit twee losstaande onderdelen. De eerste opgave gaat over hoofdstuk 7 en de tweede opgave gaat over hoofdstuk 8.
- Laat duidelijk zien hoe je aan je antwoorden komt en bewijs je beweringen.

**Opgave 1.** (*4 punten*) Gegeven zijn twee eindig dimensionale vectorruimten  $V$  en  $W$  en een lineaire afbeelding  $A : V \rightarrow W$ . Bewijs dat  $A$  niet injectief is als  $\dim(V) > \dim(W)$ .

**Opgave 2.** (*6 punten*) Bekijk de kwadratische vergelijking

$$2x^2 - 4xy + 5y^2 = 36.$$

De oplossingsverzameling definieert een zogenaamde kegelsnede in het  $(x, y)$ -vlak. De mengterm  $-4xy$  maakt het echter lastig om de kegelsnede te schetsen in de  $(x, y)$ -coördinaten die gegeven zijn ten opzichte van de standaardbasis van  $\mathbb{R}^2$ . Gebruik de theorie van eigenwaarden en eigenvectoren om de kegelsnede te herschrijven in de vorm

$$a(x')^2 + b(y')^2 = 36 \text{ (met } a, b \in \mathbb{R}),$$

waarbij  $(x', y')$  de coördinaten zijn ten opzichte van een tweede basis  $B$  van  $\mathbb{R}^2$  waarbij de twee basisvectoren loodrecht op elkaar staan en beide lengte één hebben. Gebruik deze coördinatentransformatie om de kegelsnede gedefinieerd door de bovenstaande kwadratische vergelijking te schetsen in het  $(x, y)$ -vlak.

Hint: Als de twee basisvectoren van  $B$  lengte één hebben en onderling loodrecht staan geldt:  $(I_B^E)^{-1} = (I_B^E)^t$ . Als je deze hint gebruikt, moet je nog wel laten zien dat deze gelijkheid inderdaad geldt. We gaan dit in hoofdstuk 10 voor een algemener geval bewijzen.