

Contrainte

Boris Chevallier

December 2025

1 Variables

- $dep_{t,p,s} = 1$: s'il y a un départ de la barque à l'instant $t \in \{0, \dots, \max_i \{T_i\}\}$.
- $A_{p,t}$ et $B_{p,t}$: si les poules se situent sur la berge A ou la berge B.
- $dur_{t,d}$: s'il y a un départ à l'instant t et que la traversée a une durée d .
- $side_t = 1$: la barge arrive à A et va à B.
- DEP_t : vrai s'il existe un départ à l'instant t .
- ARR_t : vrai s'il y a une arrivée à l'instant t .
- ALL_t : si toutes les poules sont sur la berge B.

2 Contraintes

$DEP_t = 1$:

$$\phi_1 = \bigwedge_{\substack{p \in \{1, \dots, n\} \\ s \in \{\text{aller}, \text{retour}\}}} dep_{t,p,s}$$

$ARR_t = 1$:

$$\phi_2 = \bigwedge_{\substack{t' \in T \\ d \in \{1, \dots, \max_i \{T_i\}\} \\ t = t' + d}} dur_{t',d}$$

$ALL_t = 1$:

$$\phi_3 = \bigwedge_{p \in \{1, \dots, n\}} B_{p,t}$$

Il n'y a pas de poule qui part au temps t et dont la durée est strictement supérieure à d :

$$dur_{t,d} = 1$$

$$\phi_4 = \bigwedge_{\substack{p \in \{1, \dots, n\} \\ s \in \{\text{aller}, \text{retour}\} \\ T_p > d}} \neg dep_{t,p,s}$$

Il existe une poule qui part dont la durée de voyage est d exactement. Ceci peut s'exprimer en fonction des variables $dep_{t,p,s}$:

$$dur_{t,d} = 1$$

$$\phi_5 = \bigvee_{\substack{p \in \{1, \dots, n\} \\ s \in \{\text{aller}, \text{retour}\} \\ T_p = d}} dep_{t,p,s}$$

Si la barque arrive en A, alors la berge A contient maintenant les poules qui ont voyagé. Plus voyage d'un côté à l'autre que si la barque est présente :

$$\phi_5 = \bigwedge_{\substack{p \in \{1, \dots, n\} \\ d \in \{0, \dots, \max_i \{T_i\}\} \\ t \in T}} (dep_{t,p, \text{retour}} \wedge dur_{t,d}) \longrightarrow ARR_{t+d} \wedge side_{t+d} \wedge A_{p, t+d} \wedge \neg side_t$$

Si la barque arrive en B, alors la berge B contient maintenant les poules qui ont voyagé. Plus voyage d'un côté à l'autre que si la barque est présente :

$$\phi_6 = \bigwedge_{\substack{p \in \{1, \dots, n\} \\ d \in \{0, \dots, \max_i \{T_i\}\} \\ t \in T}} (dep_{t,p, \text{aller}} \wedge dur_{t,d}) \longrightarrow (ARR_{t+d} \wedge \neg side_{t+d} \wedge B_{p, t+d} \wedge side_t)$$

2.1 Contraintes de mouvement

Alternance :

$$\phi_7 = \bigwedge_{\substack{p \in \{1, \dots, n\} \\ d \in \{0, \dots, T_i\} \\ t, t' \in T \\ t < t' < t+d}} ((DEP_t \wedge dur_{t,d}) \wedge \neg DEP_{t'}) \vee (\neg (DEP_t \vee dur_{t,d}) \wedge DEP_{t'})$$

Nombre maximum de poules par barque :

$$\phi_8 = \bigwedge_{\substack{t \in T \\ p_1, \dots, p_i \in \{1, \dots, n\} \\ s \in \{\text{aller}, \text{retour}\} \\ i > C}} \neg dep_{p_i, t, s}$$