אנליזה נומרית תשע"ט

מבנה דוח סיכום האקטון

קבוצה מס': 26

חברי הקבוצה הנוכחים: ניצן ראש, עומרי אלמלם, שירי אבודרם, יניב בן צבי, לירון גליקמן, בוריס לבייקין.

1. סעיף א' – הגדרת הבעיה –

המאמר עוסק בחישוב זיהום אוויר בצורה דו ממדית המבוסס על מידע מניטור האוויר, עקב בעיות מתמטיות, ניטור אזור מזוהם רדיואקטיבית לא יכולים לספק התפלגות תלת מימדית של זיהום באזור אשר נמצא בתוך ענן הרדיואקטיבי.

עקרונות חישוב:

1.1.1 עושים מיפוי של האזור המזוהם ע"י איזוטופים רדיואקטיביים. ישנה רשת "שנפרסת" על האזור המרובע הזה, המחלקת אותו לאזור N על N המסוק הנושא גלאי קרינה, כל תא (ריבוע) בגודל N מהרשת הזו שנוצרה נחשב כתא בעל פעילות רדיואקטיבית הומוגנית. בכל תא יכול להיות אזור הנקרא "מרכז הזיהום", אליו נתייחס בחישובים שלנו כאל נקודת המקור הממוקמת במרכז התא. היחס בין אזור הקרינה המדודה לבין האזור המזוהם ניתן על ידי סט משוואות ליניאריות.

1.1.2 אחת הבעיות המרכזיות בפיתוח תוכנה הוא המוטיבציה לשיפור פיתוח הצד המדעי של התוכנה. לרוב, תהליך הסימולציה מורכב, גדול, מבלבל, מאוד רגיש לשינויים בפרמטרים ומאוד יקר. ולכן מאמרים רבים מתרכזים בהבנה של הגורמים אשר משפיעים על פיתוח תוכנה מדעית, למרות זאת, רובם מתרכזים בתהליך הפקה ומחזור החיים של התוכנה. התוכנה אשר צריכה להיווצר על מנת למצוא את הרמה האמתית של האזור המזוהם בדו מימד על ידי מסוק וגלאי רגיש מאוד לפרמטרים שמקבל מהשטח ותהליך זה אינו מוכח. המערכת שלנו שייכת לקטגוריה של אמצעי מחשוב בזמן אמת, שבה הפרמטרים המשפיעים על המערכת נגזרים מפעולת האיתור ותלויים בה בצורה ישירה. במאמר זה מציגים מקרה למידה של אזור המזוהם רדיואקטיבית, המקרה דורש פתרון של מערכת משוואות ליניאריות אשר המטריצה הנוצרת יכולה להיות מאוד לא מדויקת, ישנן מספר דרכים זמינות לפתור סוג כזה של בעיות במאמר זה אנו רוצים לפתור בעיה זו מזווית של מהנדסי תוכנה אשר צריכים להבטיח למשתמש שהתוצאות שהתקבלו אכן אמינות ותקינות.

1.2 הגדלים אותם צריך לספק ליישום - פונקציית התגובה של גלאי D לדחיסת יחידות קרינה הנפלטת מנקודת מקור מגלאי במרחק R ניתנת ע"י

$$D = C(1 + kR)e^{-\mu R}/R^2 \qquad (1.1)$$

נתייחס ל: כאשר

C - מקדם פרופורציה $\frac{m^2}{\text{gamma}}$

K - מקדם בניית הקרינה באוויר m^{-1}

μ - מקדם ספיגת הקרינה באווירמ

R - מרחק בין המקור לגלאי [m]

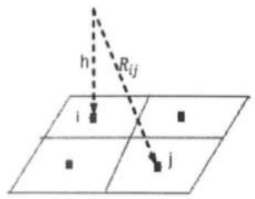


Fig. 1 Sensor location and distances with respect to cells i and j.

והגלאי h כמו שרואים בתמונה הנ"ל, מרחב הדגימה מחולק לרשת מעל האזור המנוטר. המדידה המושגת על ידי הגלאי היא סכום כל המסות מהאזורים N^2 מקור נקודות יחידות NxN זז בגובה המזוהמים, ממודלת על ידי הממוקמות במרכזו של כל תא ברשת.
כולל על הרשת ניתנת על ידי.j עד i כאשר הגובה מהגלאי מעל הנקודות

$$R_{i,j}^2 = (X_i - X_j)^2 + (Y_i - Y_j)^2 + Z^2 \qquad (1.2)$$

קוארדינאטות קרטזיות.x,y,zכאשר הנקודות
כאשר הגלאי ממוקם jחילוף של משוואות 1.1 ו1.2 מספקת לנו פונקציות של תגובת גלאי מתא i. בדיוק מעל תא jבגובה

$$D_{i,j} = \frac{c\,(1 + k \cdot R_{i,h})\, e^{-\mu R_{i,j}}}{R_{i,j}^2} \qquad (1.3)$$

כאשר זו שווה בערך לכמות הזיהום הכללית Cj כ jאנו מציינים את כמות הזיהום המרוכזת בנקודה ניתנת ע"י:iבהתאמה לתא הרלוונטי. המידע המתקבל מהגלאי אשר נמצא מעלה תא

$$M_i = \sum_j R_{i,j}\, C_j \qquad (1.4)$$

משוואות ליניאריות אשר מקשרת את כל N^2 הוא סכום כל הנקודות ברשת. זה מפיק לנו jכאשר בתוך סימון מטריצה.Mi המדידות j Cjהזיהומים הלא ידועים בתא

$$\mathbf{D}\,\mathbf{C} = \mathbf{M} \tag{1.5}$$

כאשר הפתרון הוא:

$$\mathbf{C} = \mathbf{D}^{-1}\mathbf{M} \tag{1.6}$$

כאשר:

- מקדם המטריצה ממשוואה D1.3
- וקטור עוצמות לא ידוע C
- וקטור הערכים המדודים M

פתרון המטריצה של המשוואה 1.6 יספק לנו שיטה כללית ועקבית לחישוב שדה התפלגות הזיהום ממדידות הקרינה ע"י המסוק.
ישנן מספר בעיות העולות כאשר השיטה מיושמת, משוואה 1.6 פתירה אך ורק עבור פרמטרים קיימת, אז היחס המוצג במשוואה 1.7 מתקיים.D^{-1}מסוימים, לדוגמא, כאשר המטריצה ההפוכה

$$\mathbf{D}^{-1}\mathbf{D} = \mathbf{I} \tag{1.7}$$

על מנת לפתור את המשוואה 1.6 עבור גלאי מסוים, אנו חייבים למצוא את הערכים האופטימליים בריבוע, אשר גורמים N, את מספר התאים R(או טווח ערכים אופטימליים) עבור גובה של מדידות להיות בעלת ערכים תקינים או לא לצרוך הרבה מזיכרון המחשב על מנת לחשב את Dלמטריצה המטריצה ההופכיתD^{-1}.
כאשר ערכים אלה נמצאים, מטריצה 1.6 יכולה להיות פתירה על כל שיטה אלמנטרית.

2. **סעיף ב' – השיטה והצגת הכלים לפתרון –** על מנת לפתור אנו השתמשנו בשיטת החצייה ובקוד שנמצא בקישור הזה: gitHubמ

```
https://github.com/TheAlgorithms/Python/blob/master/arithmetic_analysis/bisection.py
```

על מנת לפתור עם שיטה נוספת אנו השתמשנו בשיטת המיתר ובקוד מאתר שמצאנו, הקוד בקישור הזה:

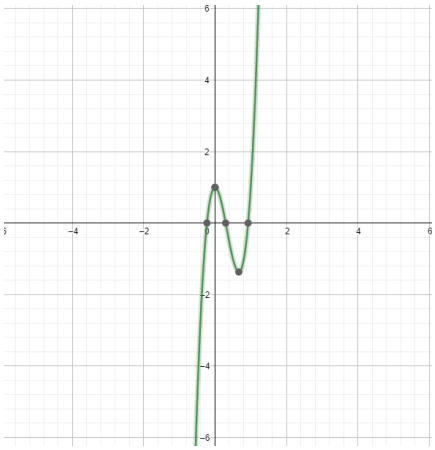
```
https://www.math.ubc.ca/~pwalls/math-python/roots-optimization/secant/
```

כדי לוודא שהפונקציות שאנו השתמשנו עובדת ומחזירות לנו את הנתונים שאנו מצפים לקבל בנינו להן טסט בעצמנו כדי שבודקת שהפונקציה תקינה ועובדת, הטסטים מצורפים בנספח ובנוסף קובץ PY.

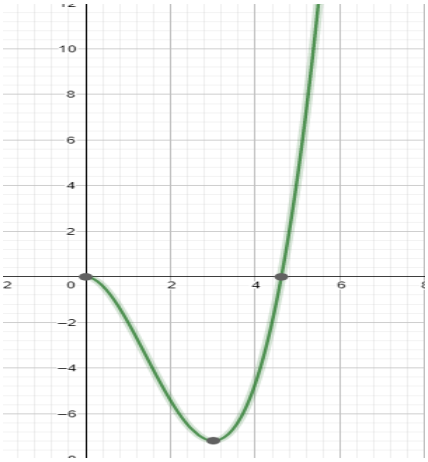
ושיטת פולמוניאלי נעזרנו בקוד בנוי של חבר לכיתה.

3. סעיף ג' – הצגת הנתונים –

כך מתנהגת הפונקציה לפי צילומי מסך מאתר גיאוגברה:

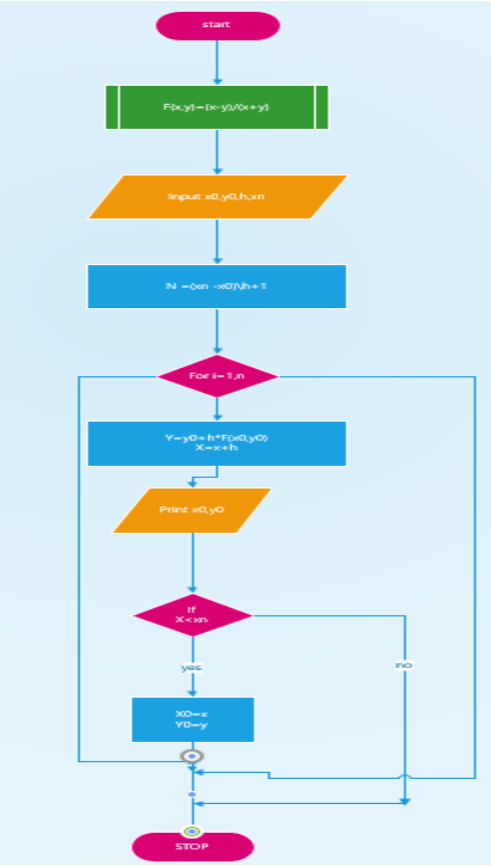


$$f(x) = 16x^3 - 16x^2 + 1$$

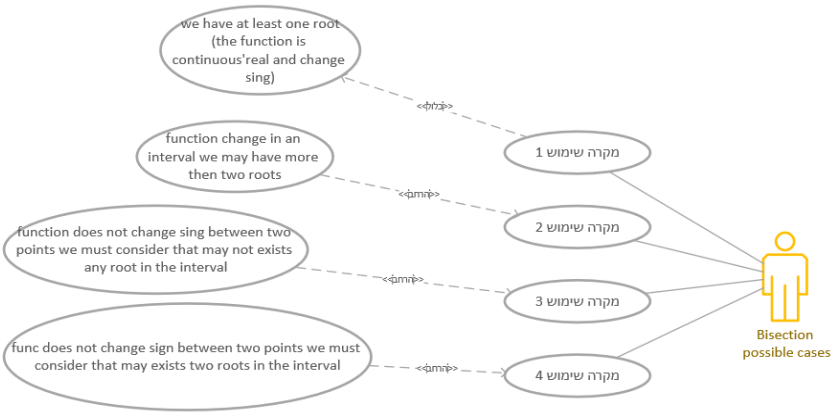


$$f(x) = \mathrm{x}^e - 3\mathrm{x}^2$$

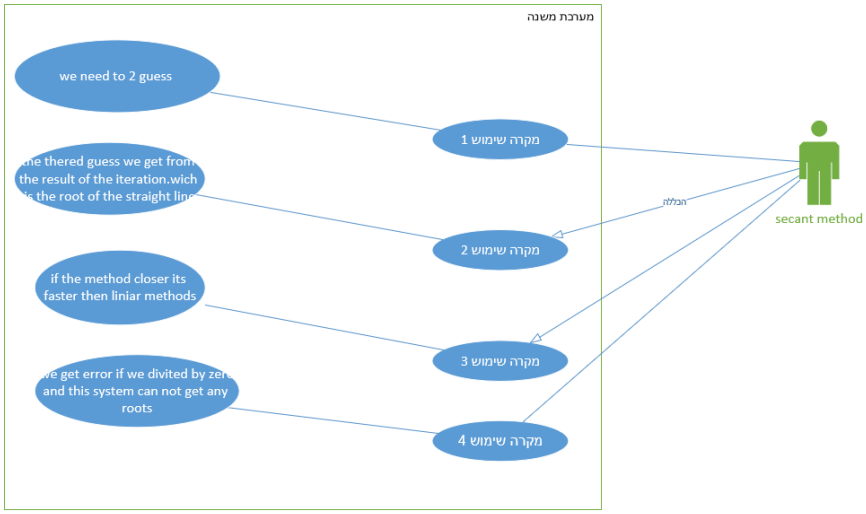
לשיטת החצייה: DFD



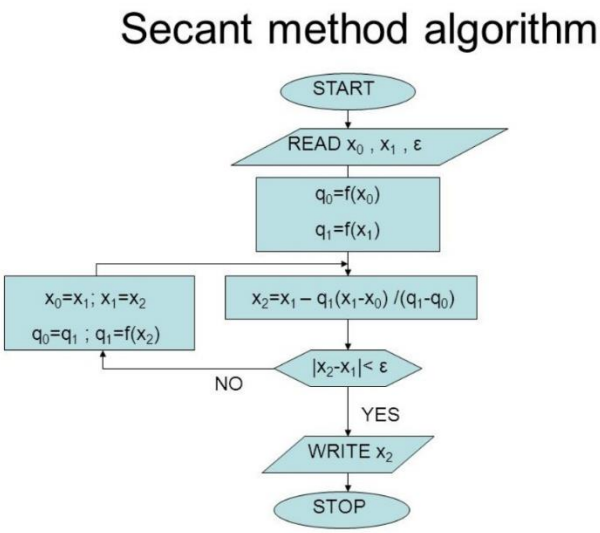
לשיטת החצייה Use Case:



Use Case לשיטת ההמיתר:



Use Case לשיטת המיתר:



4. סעיף ד' – תוצאות -

```
current a: -0.2258029814778877 b: 6.217248937900877e-15
current a: -0.2258029814778877 b: 6.217248937900877e-15
current a: -0.2258029814778877 b: 6.217248937900877e-15
current a: -0.2258029814778877 b: 6.217248937900877e-15
current a: -0.2258029814778877 b: 6.217248937900877e-15
current a: -0.2258029814778877 b: 6.217248937900877e-15
current a: -0.2258029814778877 b: 6.217248937900877e-15
current a: -0.2258029814778877 b: 6.217248937900877e-15
current a: -0.2258029814778877 b: 6.217248937900877e-15
current a: -0.2258029814778877 b: 6.217248937900877e-15
current a: -0.2258029814778877 b: 6.217248937900877e-15
current a: -0.2258029814778877 b: 6.217248937900877e-15
current a: -0.2258029814778877 b: 6.217248937900877e-15
current a: -0.2258029814778877 b: 6.217248937900877e-15
current a: -0.2258029814778877 b: 6.217248937900877e-15
current a: -0.2258029814778877 b: 6.217248937900877e-15
current a: -0.2258029814778877 b: 6.217248937900877e-15
current a: -0.2258029814778877 b: 6.217248937900877e-15
current a: -0.2258029814778877 b: 6.217248937900877e-15
current a: -0.2258029814778877 b: 6.217248937900877e-15
current a: -0.2258029814778877 b: 6.217248937900877e-15
current a: -0.2258029814778877 b: 6.217248937900877e-15
current a: -0.2258029814778877 b: 6.217248937900877e-15
current a: -0.2258029814778877 b: 6.217248937900877e-15
current a: -0.2258029814778877 b: 6.217248937900877e-15
current a: -0.2258029814778877 b: 6.217248937900877e-15
current a: -0.2258029814778877 b: 6.217248937900877e-15
current a: -0.2258029814778877 b: 6.217248937900877e-15
```

```
current a: -0.2258029814778877 b: 6.217248937900877e-15
current a: -0.2258029814778877 b: 6.217248937900877e-15
current a: -0.2258029814778877 b: 6.217248937900877e-15
current a: -0.2258029814778877 b: 6.217248937900877e-15
current a: -0.2258029814778877 b: 6.217248937900877e-15
current a: -0.2258029814778877 b: 6.217248937900877e-15
current a: -0.2258029814778877 b: 6.217248937900877e-15
current a: -0.2258029814778877 b: 6.217248937900877e-15
current a: -0.2258029814778877 b: 6.217248937900877e-15
current a: -0.2258029814778877 b: 6.217248937900877e-15
current a: -0.2258029814778877 b: 6.217248937900877e-15
current a: -0.2258029814778877 b: 6.217248937900877e-15
current a: -0.2258029814778877 b: 6.217248937900877e-15
current a: -0.2258029814778877 b: 6.217248937900877e-15
current a: -0.2258029814778877 b: 6.217248937900877e-15
current a: -0.2258029814778877 b: 6.217248937900877e-15
current a: -0.2258029814778877 b: 6.217248937900877e-15
current a: -0.2258029814778877 b: 6.217248937900877e-15
current a: -0.2258029814778877 b: 6.217248937900877e-15
current a: -0.2258029814778877 b: 6.217248937900877e-15
current a: -0.2258029814778877 b: 6.217248937900877e-15
current a: -0.2258029814778877 b: 6.217248937900877e-15
current a: -0.2258029814778877 b: 6.217248937900877e-15
current a: -0.2258029814778877 b: 6.217248937900877e-15
current a: -0.2258029814778877 b: 6.217248937900877e-15
current a: -0.2258029814778877 b: 6.217248937900877e-15
current a: -0.2258029814778877 b: 6.217248937900877e-15
current a: -0.2258029814778877 b: 6.217248937900877e-15
current a: -0.2258029814778877 b: 6.217248937900877e-15
```

```
current a: -0.2258029814778877 b: 6.217248937900877e-15
current a: -0.2258029814778877 b: 6.217248937900877e-15
current a: -0.2258029814778877 b: 6.217248937900877e-15
current a: -0.2258029814778877 b: 6.217248937900877e-15
current a: -0.2258029814778877 b: 6.217248937900877e-15
current a: -0.2258029814778877 b: 6.217248937900877e-15
current a: -0.2258029814778877 b: 6.217248937900877e-15
current a: -0.2258029814778877 b: 6.217248937900877e-15
current a: -0.2258029814778877 b: 6.217248937900877e-15
current a: -0.2258029814778877 b: 6.217248937900877e-15
current a: -0.2258029814778877 b: 6.217248937900877e-15
current a: -0.2258029814778877 b: 6.217248937900877e-15
current a: -0.2258029814778877 b: 6.217248937900877e-15
current a: -0.2258029814778877 b: 6.217248937900877e-15
current a: -0.2258029814778877 b: 6.217248937900877e-15
current a: -0.2258029814778877 b: 6.217248937900877e-15
current a: -0.2258029814778877 b: 6.217248937900877e-15
current a: -0.2258029814778877 b: 6.217248937900877e-15
current a: -0.2258029814778877 b: 6.217248937900877e-15
current a: -0.2258029814778877 b: 6.217248937900877e-15
current a: -0.2258029814778877 b: 6.217248937900877e-15
current a: -0.2258029814778877 b: 6.217248937900877e-15
current a: -0.2258029814778877 b: 6.217248937900877e-15
current a: -0.2258029814778877 b: 6.217248937900877e-15
current a: -0.2258029814778877 b: 6.217248937900877e-15
current a: -0.2258029814778877 b: 6.217248937900877e-15
current a: -0.2258029814778877 b: 6.217248937900877e-15
current a: -0.2258029814778877 b: 6.217248937900877e-15
current a: -0.2258029814778877 b: 6.217248937900877e-15
```

```
current a: -0.2258029814778877 b: 6.217248937900877e-15

current a: -0.2258029814778877 b: 6.217248937900877e-15

current a: -0.2258029814778877 b: 6.217248937900877e-15

current a: -0.2258029814778877 b: 6.217248937900877e-15

current a: -0.2258029814778877 b: 6.217248937900877e-15

current a: -0.2258029814778877 b: 6.217248937900877e-15

current a: -0.2258029814778877 b: 6.217248937900877e-15

current a: -0.2258029814778877 b: 6.217248937900877e-15

current a: -0.2258029814778877 b: 6.217248937900877e-15

current a: -0.2258029814778877 b: 6.217248937900877e-15

current a: -0.2258029814778877 b: 6.217248937900877e-15

current a: -0.2258029814778877 b: 6.217248937900877e-15

current a: -0.2258029814778877 b: 6.217248937900877e-15

current a: -0.2258029814778877 b: 6.217248937900877e-15

current a: -0.2258029814778877 b: 6.217248937900877e-15

current a: -0.2258029814778877 b: 6.217248937900877e-15

current a: -0.2258029814778877 b: 6.217248937900877e-15

current a: -0.2258029814778877 b: 6.217248937900877e-15

current a: -0.2258029814778877 b: 6.217248937900877e-15

current a: -0.2258029814778877 b: 6.217248937900877e-15

current a: -0.2258029814778877 b: 6.217248937900877e-15

current a: -0.2258029814778877 b: 6.217248937900877e-15

current a: -0.2258029814778877 b: 6.217248937900877e-15

current a: -0.2258029814778877 b: 6.217248937900877e-15

current a: -0.2258029814778877 b: 6.217248937900877e-15

current a: -0.2258029814778877 b: 6.217248937900877e-15

current a: -0.2258029814778877 b: 6.217248937900877e-15

current a: -0.2258029814778877 b: 6.217248937900877e-15

current a: -0.2258029814778877 b: 6.217248937900877e-15
```

```
current a: -0.2258029814778877 b: 6.217248937900877e-15
current a: -0.2258029814778877 b: 6.217248937900877e-15
current a: -0.2258029814778877 b: 6.217248937900877e-15
current a: -0.2258029814778877 b: 6.217248937900877e-15
current a: -0.2258029814778877 b: 6.217248937900877e-15
current a: -0.2258029814778877 b: 6.217248937900877e-15
current a: -0.2258029814778877 b: 6.217248937900877e-15
current a: -0.2258029814778877 b: 6.217248937900877e-15
current a: -0.2258029814778877 b: 6.217248937900877e-15
current a: -0.2258029814778877 b: 6.217248937900877e-15
current a: -0.2258029814778877 b: 6.217248937900877e-15
current a: -0.2258029814778877 b: 6.217248937900877e-15
current a: -0.2258029814778877 b: 6.217248937900877e-15
current a: -0.2258029814778877 b: 6.217248937900877e-15
current a: -0.2258029814778877 b: 6.217248937900877e-15
current a: -0.2258029814778877 b: 6.217248937900877e-15
current a: -0.2258029814778877 b: 6.217248937900877e-15
current a: -0.2258029814778877 b: 6.217248937900877e-15
current a: -0.2258029814778877 b: 6.217248937900877e-15
current a: -0.2258029814778877 b: 6.217248937900877e-15
current a: -0.2258029814778877 b: 6.217248937900877e-15
current a: -0.2258029814778877 b: 6.217248937900877e-15
current a: -0.2258029814778877 b: 6.217248937900877e-15
current a: -0.2258029814778877 b: 6.217248937900877e-15
current a: -0.2258029814778877 b: 6.217248937900877e-15
current a: -0.2258029814778877 b: 6.217248937900877e-15
current a: -0.2258029814778877 b: 6.217248937900877e-15
current a: -0.2258029814778877 b: 6.217248937900877e-15
current a: -0.2258029814778877 b: 6.217248937900877e-15
```

```
current a: -0.2258029814778877 b: 6.217248937900877e-15

current a: -0.2258029814778877 b: 6.217248937900877e-15

current a: -0.2258029814778877 b: 6.217248937900877e-15

current a: -0.2258029814778877 b: 6.217248937900877e-15

current a: -0.2258029814778877 b: 6.217248937900877e-15

current a: -0.2258029814778877 b: 6.217248937900877e-15

current a: -0.2258029814778877 b: 6.217248937900877e-15

current a: -0.2258029814778877 b: 6.217248937900877e-15

current a: -0.2258029814778877 b: 6.217248937900877e-15

current a: -0.2258029814778877 b: 6.217248937900877e-15

current a: -0.2258029814778877 b: 6.217248937900877e-15

current a: -0.2258029814778877 b: 6.217248937900877e-15

current a: -0.2258029814778877 b: 6.217248937900877e-15

current a: -0.2258029814778877 b: 6.217248937900877e-15

current a: -0.2258029814778877 b: 6.217248937900877e-15

current a: -0.2258029814778877 b: 6.217248937900877e-15

current a: -0.2258029814778877 b: 6.217248937900877e-15

current a: -0.2258029814778877 b: 6.217248937900877e-15

current a: -0.2258029814778877 b: 6.217248937900877e-15

current a: -0.2258029814778877 b: 6.217248937900877e-15

current a: -0.2258029814778877 b: 6.217248937900877e-15

current a: -0.2258029814778877 b: 6.217248937900877e-15

current a: -0.2258029814778877 b: 6.217248937900877e-15

current a: -0.2258029814778877 b: 6.217248937900877e-15

current a: -0.2258029814778877 b: 6.217248937900877e-15

current a: -0.2258029814778877 b: 6.217248937900877e-15

current a: -0.2258029814778877 b: 6.217248937900877e-15

current a: -0.2258029814778877 b: 6.217248937900877e-15

current a: -0.2258029814778877 b: 6.217248937900877e-15
```

```
current a: -0.2258029814778877 b: 6.217248937900877e-15
current a: -0.2258029814778877 b: 6.217248937900877e-15
current a: -0.2258029814778877 b: 6.217248937900877e-15
current a: -0.2258029814778877 b: 6.217248937900877e-15
current a: -0.2258029814778877 b: 6.217248937900877e-15
current a: -0.2258029814778877 b: 6.217248937900877e-15
current a: -0.2258029814778877 b: 6.217248937900877e-15
current a: -0.2258029814778877 b: 6.217248937900877e-15
current a: -0.2258029814778877 b: 6.217248937900877e-15
current a: -0.2258029814778877 b: 6.217248937900877e-15
current a: -0.2258029814778877 b: 6.217248937900877e-15
current a: -0.2258029814778877 b: 6.217248937900877e-15
current a: -0.2258029814778877 b: 6.217248937900877e-15
current a: -0.2258029814778877 b: 6.217248937900877e-15
current a: -0.2258029814778877 b: 6.217248937900877e-15
current a: -0.2258029814778877 b: 6.217248937900877e-15
current a: -0.2258029814778877 b: 6.217248937900877e-15
current a: -0.2258029814778877 b: 6.217248937900877e-15
current a: -0.2258029814778877 b: 6.217248937900877e-15
current a: -0.2258029814778877 b: 6.217248937900877e-15
current a: -0.2258029814778877 b: 6.217248937900877e-15
current a: -0.2258029814778877 b: 6.217248937900877e-15
current a: -0.2258029814778877 b: 6.217248937900877e-15
current a: -0.2258029814778877 b: 6.217248937900877e-15
current a: -0.2258029814778877 b: 6.217248937900877e-15
current a: -0.2258029814778877 b: 6.217248937900877e-15
current a: -0.2258029814778877 b: 6.217248937900877e-15
current a: -0.2258029814778877 b: 6.217248937900877e-15
current a: -0.2258029814778877 b: 6.217248937900877e-15
```

```
current a: -0.2258029814778877 b: 6.217248937900877e-15
current a: -0.2258029814778877 b: 6.217248937900877e-15
current a: -0.2258029814778877 b: 6.217248937900877e-15
current a: -0.2258029814778877 b: 6.217248937900877e-15
current a: -0.2258029814778877 b: 6.217248937900877e-15
current a: -0.2258029814778877 b: 6.217248937900877e-15
current a: -0.2258029814778877 b: 6.217248937900877e-15
current a: -0.2258029814778877 b: 6.217248937900877e-15
current a: -0.2258029814778877 b: 6.217248937900877e-15
current a: -0.2258029814778877 b: 6.217248937900877e-15
current a: -0.2258029814778877 b: 6.217248937900877e-15
current a: -0.2258029814778877 b: 6.217248937900877e-15
current a: -0.2258029814778877 b: 6.217248937900877e-15
current a: -0.2258029814778877 b: 6.217248937900877e-15
current a: -0.2258029814778877 b: 6.217248937900877e-15
current a: -0.2258029814778877 b: 6.217248937900877e-15
current a: -0.2258029814778877 b: 6.217248937900877e-15
current a: -0.2258029814778877 b: 6.217248937900877e-15
current a: -0.2258029814778877 b: 6.217248937900877e-15
current a: -0.2258029814778877 b: 6.217248937900877e-15
current a: -0.2258029814778877 b: 6.217248937900877e-15
current a: -0.2258029814778877 b: 6.217248937900877e-15
current a: -0.2258029814778877 b: 6.217248937900877e-15
current a: -0.2258029814778877 b: 6.217248937900877e-15
current a: -0.2258029814778877 b: 6.217248937900877e-15
current a: -0.2258029814778877 b: 6.217248937900877e-15
current a: -0.2258029814778877 b: 6.217248937900877e-15
current a: -0.2258029814778877 b: 6.217248937900877e-15
current a: -0.2258029814778877 b: 6.217248937900877e-15
```

```
current a: -0.2258029814778877 b: 6.217248937900877e-15
current a: -0.2258029814778877 b: 6.217248937900877e-15
current a: -0.2258029814778877 b: 6.217248937900877e-15
current a: -0.2258029814778877 b: 6.217248937900877e-15
current a: -0.2258029814778877 b: 6.217248937900877e-15
current a: -0.2258029814778877 b: 6.217248937900877e-15
current a: -0.2258029814778877 b: 6.217248937900877e-15
current a: -0.2258029814778877 b: 6.217248937900877e-15
current a: -0.2258029814778877 b: 6.217248937900877e-15
current a: -0.2258029814778877 b: 6.217248937900877e-15
current a: -0.2258029814778877 b: 6.217248937900877e-15
current a: -0.2258029814778877 b: 6.217248937900877e-15
current a: -0.2258029814778877 b: 6.217248937900877e-15
current a: -0.2258029814778877 b: 6.217248937900877e-15
current a: -0.2258029814778877 b: 6.217248937900877e-15
current a: -0.2258029814778877 b: 6.217248937900877e-15
current a: -0.2258029814778877 b: 6.217248937900877e-15
current a: -0.2258029814778877 b: 6.217248937900877e-15
current a: -0.2258029814778877 b: 6.217248937900877e-15
current a: -0.2258029814778877 b: 6.217248937900877e-15
current a: -0.2258029814778877 b: 6.217248937900877e-15
current a: -0.2258029814778877 b: 6.217248937900877e-15
current a: -0.2258029814778877 b: 6.217248937900877e-15
current a: -0.2258029814778877 b: 6.217248937900877e-15
current a: -0.2258029814778877 b: 6.217248937900877e-15
current a: -0.2258029814778877 b: 6.217248937900877e-15
current a: -0.2258029814778877 b: 6.217248937900877e-15
current a: -0.2258029814778877 b: 6.217248937900877e-15
current a: -0.2258029814778877 b: 6.217248937900877e-15
```

```
current a: -0.2258029814778877 b: 6.217248937900877e-15
current a: -0.2258029814778877 b: 6.217248937900877e-15
current a: -0.2258029814778877 b: 6.217248937900877e-15
current a: -0.2258029814778877 b: 6.217248937900877e-15
current a: -0.2258029814778877 b: 6.217248937900877e-15
current a: -0.2258029814778877 b: 6.217248937900877e-15
current a: -0.2258029814778877 b: 6.217248937900877e-15
current a: -0.2258029814778877 b: 6.217248937900877e-15
current a: -0.2258029814778877 b: 6.217248937900877e-15
current a: -0.2258029814778877 b: 6.217248937900877e-15
current a: -0.2258029814778877 b: 6.217248937900877e-15
current a: -0.2258029814778877 b: 6.217248937900877e-15
current a: -0.2258029814778877 b: 6.217248937900877e-15
current a: -0.2258029814778877 b: 6.217248937900877e-15
current a: -0.2258029814778877 b: 6.217248937900877e-15
current a: -0.2258029814778877 b: 6.217248937900877e-15
current a: -0.2258029814778877 b: 6.217248937900877e-15
current a: -0.2258029814778877 b: 6.217248937900877e-15
current a: -0.2258029814778877 b: 6.217248937900877e-15
current a: -0.2258029814778877 b: 6.217248937900877e-15
current a: -0.2258029814778877 b: 6.217248937900877e-15
current a: -0.2258029814778877 b: 6.217248937900877e-15
current a: -0.2258029814778877 b: 6.217248937900877e-15
current a: -0.2258029814778877 b: 6.217248937900877e-15
current a: -0.2258029814778877 b: 6.217248937900877e-15
current a: -0.2258029814778877 b: 6.217248937900877e-15
current a: -0.2258029814778877 b: 6.217248937900877e-15
current a: -0.2258029814778877 b: 6.217248937900877e-15
current a: -0.2258029814778877 b: 6.217248937900877e-15
```

```
current a: -0.2258029814778877 b: 6.217248937900877e-15
current a: -0.2258029814778877 b: 6.217248937900877e-15
current a: -0.2258029814778877 b: 6.217248937900877e-15
current a: -0.2258029814778877 b: 6.217248937900877e-15
current a: -0.2258029814778877 b: 6.217248937900877e-15
current a: -0.2258029814778877 b: 6.217248937900877e-15
current a: -0.2258029814778877 b: 6.217248937900877e-15
current a: -0.2258029814778877 b: 6.217248937900877e-15
current a: -0.2258029814778877 b: 6.217248937900877e-15
current a: -0.2258029814778877 b: 6.217248937900877e-15
current a: -0.2258029814778877 b: 6.217248937900877e-15
current a: -0.2258029814778877 b: 6.217248937900877e-15
current a: -0.2258029814778877 b: 6.217248937900877e-15
current a: -0.2258029814778877 b: 6.217248937900877e-15
current a: -0.2258029814778877 b: 6.217248937900877e-15
current a: -0.2258029814778877 b: 6.217248937900877e-15
current a: -0.2258029814778877 b: 6.217248937900877e-15
current a: -0.2258029814778877 b: 6.217248937900877e-15
current a: -0.2258029814778877 b: 6.217248937900877e-15
current a: -0.2258029814778877 b: 6.217248937900877e-15
current a: -0.2258029814778877 b: 6.217248937900877e-15
current a: -0.2258029814778877 b: 6.217248937900877e-15
current a: -0.2258029814778877 b: 6.217248937900877e-15
current a: -0.2258029814778877 b: 6.217248937900877e-15
current a: -0.2258029814778877 b: 6.217248937900877e-15
current a: -0.2258029814778877 b: 6.217248937900877e-15
current a: -0.2258029814778877 b: 6.217248937900877e-15
current a: -0.2258029814778877 b: 6.217248937900877e-15
current a: -0.2258029814778877 b: 6.217248937900877e-15
```

```
current a: -0.2258029814778877 b: 6.217248937900877e-15
current a: -0.2258029814778877 b: 6.217248937900877e-15
current a: -0.2258029814778877 b: 6.217248937900877e-15
current a: -0.2258029814778877 b: 6.217248937900877e-15
current a: -0.2258029814778877 b: 6.217248937900877e-15
current a: -0.2258029814778877 b: 6.217248937900877e-15
current a: -0.2258029814778877 b: 6.217248937900877e-15
current a: -0.2258029814778877 b: 6.217248937900877e-15
current a: -0.2258029814778877 b: 6.217248937900877e-15
current a: -0.2258029814778877 b: 6.217248937900877e-15
current a: -0.2258029814778877 b: 6.217248937900877e-15
current a: -0.2258029814778877 b: 6.217248937900877e-15
current a: -0.2258029814778877 b: 6.217248937900877e-15
current a: -0.2258029814778877 b: 6.217248937900877e-15
current a: -0.2258029814778877 b: 6.217248937900877e-15
current a: -0.2258029814778877 b: 6.217248937900877e-15
current a: -0.2258029814778877 b: 6.217248937900877e-15
current a: -0.2258029814778877 b: 6.217248937900877e-15
current a: -0.2258029814778877 b: 6.217248937900877e-15
current a: -0.2258029814778877 b: 6.217248937900877e-15
current a: -0.2258029814778877 b: 6.217248937900877e-15
current a: -0.2258029814778877 b: 6.217248937900877e-15
current a: -0.2258029814778877 b: 6.217248937900877e-15
current a: -0.2258029814778877 b: 6.217248937900877e-15
current a: -0.2258029814778877 b: 6.217248937900877e-15
current a: -0.2258029814778877 b: 6.217248937900877e-15
current a: -0.2258029814778877 b: 6.217248937900877e-15
current a: -0.2258029814778877 b: 6.217248937900877e-15
current a: -0.2258029814778877 b: 6.217248937900877e-15
```

```
current a: -0.2258029814778877 b: 6.217248937900877e-15
current a: -0.2258029814778877 b: 6.217248937900877e-15
current a: -0.2258029814778877 b: 6.217248937900877e-15
current a: -0.2258029814778877 b: 6.217248937900877e-15
current a: -0.2258029814778877 b: 6.217248937900877e-15
current a: -0.2258029814778877 b: 6.217248937900877e-15
current a: -0.2258029814778877 b: 6.217248937900877e-15
current a: -0.2258029814778877 b: 6.217248937900877e-15
current a: -0.2258029814778877 b: 6.217248937900877e-15
current a: -0.2258029814778877 b: 6.217248937900877e-15
current a: -0.2258029814778877 b: 6.217248937900877e-15
current a: -0.2258029814778877 b: 6.217248937900877e-15
current a: -0.2258029814778877 b: 6.217248937900877e-15
current a: -0.2258029814778877 b: 6.217248937900877e-15
current a: -0.2258029814778877 b: 6.217248937900877e-15
current a: -0.2258029814778877 b: 6.217248937900877e-15
current a: -0.2258029814778877 b: 6.217248937900877e-15
current a: -0.2258029814778877 b: 6.217248937900877e-15
current a: -0.2258029814778877 b: 6.217248937900877e-15
current a: -0.2258029814778877 b: 6.217248937900877e-15
current a: -0.2258029814778877 b: 6.217248937900877e-15
current a: -0.2258029814778877 b: 6.217248937900877e-15
current a: -0.2258029814778877 b: 6.217248937900877e-15
current a: -0.2258029814778877 b: 6.217248937900877e-15
current a: -0.2258029814778877 b: 6.217248937900877e-15
current a: -0.2258029814778877 b: 6.217248937900877e-15
current a: -0.2258029814778877 b: 6.217248937900877e-15
current a: -0.2258029814778877 b: 6.217248937900877e-15
current a: -0.2258029814778877 b: 6.217248937900877e-15
```

```
current a: -0.2258029814778877 b: 6.217248937900877e-15
current a: -0.2258029814778877 b: 6.217248937900877e-15
current a: -0.2258029814778877 b: 6.217248937900877e-15
current a: -0.2258029814778877 b: 6.217248937900877e-15
current a: -0.2258029814778877 b: 6.217248937900877e-15
current a: -0.2258029814778877 b: 6.217248937900877e-15
current a: -0.2258029814778877 b: 6.217248937900877e-15
current a: -0.2258029814778877 b: 6.217248937900877e-15
current a: -0.2258029814778877 b: 6.217248937900877e-15
current a: -0.2258029814778877 b: 6.217248937900877e-15
current a: -0.2258029814778877 b: 6.217248937900877e-15
current a: -0.2258029814778877 b: 6.217248937900877e-15
current a: -0.2258029814778877 b: 6.217248937900877e-15
current a: -0.2258029814778877 b: 6.217248937900877e-15
current a: -0.2258029814778877 b: 6.217248937900877e-15
current a: -0.2258029814778877 b: 6.217248937900877e-15
current a: -0.2258029814778877 b: 6.217248937900877e-15
current a: -0.2258029814778877 b: 6.217248937900877e-15
current a: -0.2258029814778877 b: 6.217248937900877e-15
current a: -0.2258029814778877 b: 6.217248937900877e-15
current a: -0.2258029814778877 b: 6.217248937900877e-15
current a: -0.2258029814778877 b: 6.217248937900877e-15
current a: -0.2258029814778877 b: 6.217248937900877e-15
current a: -0.2258029814778877 b: 6.217248937900877e-15
current a: -0.2258029814778877 b: 6.217248937900877e-15
current a: -0.2258029814778877 b: 6.217248937900877e-15
current a: -0.2258029814778877 b: 6.217248937900877e-15
current a: -0.2258029814778877 b: 6.217248937900877e-15
current a: -0.2258029814778877 b: 6.217248937900877e-15
```

```
current a: -0.2258029814778877 b: 6.217248937900877e-15

current a: -0.2258029814778877 b: 6.217248937900877e-15

current a: -0.2258029814778877 b: 6.217248937900877e-15

current a: -0.2258029814778877 b: 6.217248937900877e-15

current a: -0.2258029814778877 b: 6.217248937900877e-15

current a: -0.2258029814778877 b: 6.217248937900877e-15

current a: -0.2258029814778877 b: 6.217248937900877e-15

current a: -0.2258029814778877 b: 6.217248937900877e-15

current a: -0.2258029814778877 b: 6.217248937900877e-15

current a: -0.2258029814778877 b: 6.217248937900877e-15

current a: -0.2258029814778877 b: 6.217248937900877e-15

current a: -0.2258029814778877 b: 6.217248937900877e-15

current a: -0.2258029814778877 b: 6.217248937900877e-15

current a: -0.2258029814778877 b: 6.217248937900877e-15

current a: -0.2258029814778877 b: 6.217248937900877e-15

current a: -0.2258029814778877 b: 6.217248937900877e-15

current a: -0.2258029814778877 b: 6.217248937900877e-15

current a: -0.2258029814778877 b: 6.217248937900877e-15

current a: -0.2258029814778877 b: 6.217248937900877e-15

current a: -0.2258029814778877 b: 6.217248937900877e-15

current a: -0.2258029814778877 b: 6.217248937900877e-15

current a: -0.2258029814778877 b: 6.217248937900877e-15

current a: -0.2258029814778877 b: 6.217248937900877e-15

current a: -0.2258029814778877 b: 6.217248937900877e-15

current a: -0.2258029814778877 b: 6.217248937900877e-15

current a: -0.2258029814778877 b: 6.217248937900877e-15

current a: -0.2258029814778877 b: 6.217248937900877e-15

current a: -0.2258029814778877 b: 6.217248937900877e-15

current a: -0.2258029814778877 b: 6.217248937900877e-15
```

```
current a: -0.2258029814778877 b: 6.217248937900877e-15
current a: -0.2258029814778877 b: 6.217248937900877e-15
current a: -0.2258029814778877 b: 6.217248937900877e-15
current a: -0.2258029814778877 b: 6.217248937900877e-15
current a: -0.2258029814778877 b: 6.217248937900877e-15
current a: -0.2258029814778877 b: 6.217248937900877e-15
current a: -0.2258029814778877 b: 6.217248937900877e-15
current a: -0.2258029814778877 b: 6.217248937900877e-15
current a: -0.2258029814778877 b: 6.217248937900877e-15
current a: -0.2258029814778877 b: 6.217248937900877e-15
current a: -0.2258029814778877 b: 6.217248937900877e-15
current a: -0.2258029814778877 b: 6.217248937900877e-15
current a: -0.2258029814778877 b: 6.217248937900877e-15
current a: -0.2258029814778877 b: 6.217248937900877e-15
current a: -0.2258029814778877 b: 6.217248937900877e-15
current a: -0.2258029814778877 b: 6.217248937900877e-15
current a: -0.2258029814778877 b: 6.217248937900877e-15
current a: -0.2258029814778877 b: 6.217248937900877e-15
current a: -0.2258029814778877 b: 6.217248937900877e-15
current a: -0.2258029814778877 b: 6.217248937900877e-15
current a: -0.2258029814778877 b: 6.217248937900877e-15
current a: -0.2258029814778877 b: 6.217248937900877e-15
current a: -0.2258029814778877 b: 6.217248937900877e-15
current a: -0.2258029814778877 b: 6.217248937900877e-15
current a: -0.2258029814778877 b: 6.217248937900877e-15
current a: -0.2258029814778877 b: 6.217248937900877e-15
current a: -0.2258029814778877 b: 6.217248937900877e-15
current a: -0.2258029814778877 b: 6.217248937900877e-15
current a: -0.2258029814778877 b: 6.217248937900877e-15
```

```
current a: -0.2258029814778877 b: 6.217248937900877e-15

current a: -0.2258029814778877 b: 6.217248937900877e-15

current a: -0.2258029814778877 b: 6.217248937900877e-15

current a: -0.2258029814778877 b: 6.217248937900877e-15

current a: -0.2258029814778877 b: 6.217248937900877e-15

current a: -0.2258029814778877 b: 6.217248937900877e-15

current a: -0.2258029814778877 b: 6.217248937900877e-15

current a: -0.2258029814778877 b: 6.217248937900877e-15

current a: -0.2258029814778877 b: 6.217248937900877e-15

current a: -0.2258029814778877 b: 6.217248937900877e-15

current a: -0.2258029814778877 b: 6.217248937900877e-15

current a: -0.2258029814778877 b: 6.217248937900877e-15

current a: -0.2258029814778877 b: 6.217248937900877e-15

current a: -0.2258029814778877 b: 6.217248937900877e-15

current a: -0.2258029814778877 b: 6.217248937900877e-15

current a: -0.2258029814778877 b: 6.217248937900877e-15

current a: -0.2258029814778877 b: 6.217248937900877e-15

current a: -0.2258029814778877 b: 6.217248937900877e-15

current a: -0.2258029814778877 b: 6.217248937900877e-15

current a: -0.2258029814778877 b: 6.217248937900877e-15

current a: -0.2258029814778877 b: 6.217248937900877e-15

current a: -0.2258029814778877 b: 6.217248937900877e-15

current a: -0.2258029814778877 b: 6.217248937900877e-15

current a: -0.2258029814778877 b: 6.217248937900877e-15

current a: -0.2258029814778877 b: 6.217248937900877e-15

current a: -0.2258029814778877 b: 6.217248937900877e-15

current a: -0.2258029814778877 b: 6.217248937900877e-15

current a: -0.2258029814778877 b: 6.217248937900877e-15

current a: -0.2258029814778877 b: 6.217248937900877e-15
```

current a: -0.2258029814778877 b: 6.217248937900877e-15

current a: -0.2258029814778877 b: 6.217248937900877e-15

current a: -0.2258029814778877 b: 6.217248937900877e-15

current a: -0.2258029814778877 b: 6.217248937900877e-15

current a: -0.2258029814778877 b: 6.217248937900877e-15

current a: -0.2258029814778877 b: 6.217248937900877e-15

current a: -0.2258029814778877 b: 6.217248937900877e-15

current a: -0.2258029814778877 b: 6.217248937900877e-15

current a: -0.2258029814778877 b: 6.217248937900877e-15

current a: -0.2258029814778877 b: 6.217248937900877e-15

current a: -0.2258029814778877 b: 6.217248937900877e-15

current a: -0.2258029814778877 b: 6.217248937900877e-15

current a: -0.2258029814778877 b: 6.217248937900877e-15

current a: -0.2258029814778877 b: 6.217248937900877e-15

###################### end scant method print ####################

##################### bisection method print ####################

0

0.5

this is middle status:

0.25

this is [mid=a,b] status:

0.25

this is [a,mid=b] status:

0.375

this is [a,mid=b] status:

0.3125

this is [mid=a,b] status:

0.28125

this is [mid=a,b] status:

0.296875

this is [a,mid=b] status:

0.3046875

this is [a,mid=b] status:

0.30078125

this is [a,mid=b] status:

0.298828125

this is [mid=a,b] status:

0.2978515625

this is [mid=a,b] status:

0.29833984375

this is [a,mid=b] status:

0.298583984375

this is [mid=a,b] status:

0.2984619140625

this is [a,mid=b] status:

0.29852294921875

this is [a,mid=b] status:

0.298492431640625

this is [mid=a,b] status:

0.2984771728515625

this is [a,mid=b] status:

0.29848480224609375

this is [mid=a,b] status:

0.2984809875488281

this is [mid=a,b] status:

0.29848289489746094

this is [mid=a,b] status:

0.29848384857177734

this is [a,mid=b] status:

0.29848432540893555

this is [mid=a,b] status:

0.29848408699035645

this is [a,mid=b] status:

0.298484206199646

0.6

1.2

this is middle status:

0.8999999999999999

this is [mid=a,b] status:

0.8999999999999999

this is [a,mid=b] status:

1.0499999999999998

this is [a,mid=b] status:

0.9749999999999999

this is [a,mid=b] status:

0.9374999999999999

this is [mid=a,b] status:

0.91875

this is [a,mid=b] status:

0.9281249999999999

this is [mid=a,b] status:

0.9234374999999999

this is [mid=a,b] status:

0.9257812499999999

this is [mid=a,b] status:

0.9269531249999998

this is [a,mid=b] status:

0.9275390624999998

this is [mid=a,b] status:

0.9272460937499998

this is [a,mid=b] status:

0.9273925781249999

this is [a,mid=b] status:

0.9273193359374998

this is [mid=a,b] status:

0.9272827148437498

this is [mid=a,b] status:

0.9273010253906249

this is [mid=a,b] status:

0.9273101806640623

this is [mid=a,b] status:

0.927314758300781

this is [mid=a,b] status:

0.9273170471191404

this is [mid=a,b] status:

0.9273181915283202

this is [mid=a,b] status:

0.92731876373291

this is [a,mid=b] status:

0.9273190498352049

this is [a,mid=b] status:

0.9273189067840575

-1.5

0

this is middle status:

-0.75

this is [mid=a,b] status:

-0.75

this is [mid=a,b] status:

-0.375

this is [a,mid=b] status:

-0.1875

this is [mid=a,b] status:

-0.28125

this is [mid=a,b] status:

-0.234375

this is [a,mid=b] status:

-0.2109375

this is [a,mid=b] status:

-0.22265625

this is [mid=a,b] status:

-0.228515625

this is [a,mid=b] status:

-0.2255859375

this is [mid=a,b] status:

-0.22705078125

this is [mid=a,b] status:

-0.226318359375

this is [mid=a,b] status:

-0.2259521484375

this is [a,mid=b] status:

-0.22576904296875

this is [mid=a,b] status:

-0.225860595703125

this is [mid=a,b] status:

-0.2258148193359375

this is [a,mid=b] status:

-0.22579193115234375

this is [mid=a,b] status:

-0.22580337524414062

this is [a,mid=b] status:

-0.2257976531982422

this is [a,mid=b] status:

-0.2258005142211914

this is [a,mid=b] status:

-0.22580194473266602

this is [a,mid=b] status:

-0.22580265998840332

this is [mid=a,b] status:

-0.22580301761627197

this is [a,mid=b] status:

-0.22580283880233765

##################### end bisection method print ####################

5. סעיף ה' – תוצאות –

בהתחלה החלטנו שאנחנו מתחלקים לקבוצות בתוך הקבוצה: חלק עבדו על חישוב חלק על הכנסת חישובים לפונקציה וחלק על הקובץ הסיכום, מציאת הנתונים נעשתה בעזרת פונקציות שבנינו ומצאנו באינטרנט.

לכל שאלה בדקנו את התשובה עם 2 מתודות כדי לוודא תקינות של התשובה, ורק לאחר שווידאנו את התשובה המשכנו הלאה.

המתודות שהשתמשנו בהן הן: שיטת המיתר, שיטת החצייה , קירוב פולינומיאלי,

בעזרת שיטת המיתר ושיטת החציה מצאנו את השורשים של סעיף 3

ממעלה שניה שבסעיף 4.Kבעזרת הקירוב הפולינומיאלי מצאנו את הפולינום של

בסעיף 4 השתמשנו שוב בשיטת המיתר ובשיטת החצייה.

6. נספח א' -

:Bisection

```
from numpy import *
def bisection(function, a, b):  # finds where the function becomes 0 in [a,b] using
bolzano

    start = a
    end = b
    print (start)
    print(end)
    if function(a) == 0:  # one of the a or b is a root for the function
        print (a)
        return a
    elif function(b) == 0:
        print (b)
        return b
    elif function(a) * function(b) > 0:  # if none of these are root and they are both
positive or negative,
        # then his algorithm can't find the root
        print(str(a*b) + ">0")
        print("couldn't find root in [a,b]")
        return
    else:
        mid = (start + end) / 2
        print("this is middle status:")
        print (mid)
        while abs(start - mid) > 10 ** -7:  # until we achieve precise equals to 10^-7
            if function(mid) == 0:
                print("this is middle status:")
                print (mid)
                return mid
            elif function(mid) * function(start) < 0: #find new middel number
                end = mid
                print("this is [a,mid=b] status:")
                print (end)
            else:
                start = mid
                print("this is [mid=a,b] status:")
                print (start)
            mid = (start + end) / 2 #finding new middel number
        return mid
```

ScantMethod:

```
class ScantMethod:

    def secant(self, func, a, b, iterations):

'''

        Approximate solution of f(x)=0 on interval [a,b] by the secant method.


        Parameters

----------
```

```
        func : function
            The function for which we are trying to approximate a solution f(x)=0.
        a,b : numbers
            The interval in which to search for a solution. The function returns
            None if f(a)*f(b) >= 0 since a solution is not guaranteed.
        iterations : (positive) integer
            The number of iterations to implement.

        Returns
-------
        m_N : number
            The x intercept of the secant line on the the Nth interval
                m_n = a_n - f(a_n)(b_n - a_n)/(f(b_n) - f(a_n))
            The initial interval [a_0,b_0] is given by [a,b]. If f(m_n) == 0
            for some intercept m_n then the function returns this solution.
            If all signs of values f(a_n), f(b_n) and f(m_n) are the same at any
            iterations, the secant method fails and return None.

        Examples
--------
 <<<#        f = lambda x: x**2 - x - 1
 <<<#        secant(f,1,2,5)
1.6180257510729614
'''
        if func(a) * func(b) >= 0:
            print("Secant method fails.")
            return None
        x0 = a
        print("the first guess")
        print(x0)
        x1 = b
        print("the second guess")
        print(x1)
        for n in range(1, iterations + 1):
```

```
        m_n = x0 - func(x0) * (x1 - x0) / (func(x1) - func(x0))
        print("the value we got is:")
        print(m_n)
        f_m_n = func(m_n)
        if func(x0) * f_m_n < 0:
            x0 = x0
            x1 = m_n
            print("change the valus for x1 the next itaration if the result<0")
            print (str(x1) +"new value")
        elif func(x1) * f_m_n < 0:
            x0 = m_n
            x1 = x1
            print("change the valus for x0 the next itaration if the result<0")
            print (str(x0) +"new value")
        elif f_m_n == 0:
            print("Found exact solution.")
            return m_n
        else:
            print("Secant method fails.")
            return None

    return x0 - func(x0) * (x1 - x0) / (func(x1) - func(x0))
```

polynomialAprox:

```
import numpy as np
from numpy.linalg import inv


class polynomialAproxMethod:
    @staticmethod
    def polynomialAproxMethod(X, Y):
        matX = np.vander(X, len(X), True)
        invMatX = inv(matX)
        res = np.dot(invMatX, Y)
        print("Polynom: ", end='')
        for i in range(len(res) - 1):
            print("{}x^{} + ".format(res[i], i), end='')
```

```
        print("{}x^{}".format(res[len(res) - 1], len(res) - 1), end='')
        return res
```