

OOPython

Задача 6. Численное решение УрЧП.

1. Создать иерархию классов, реализующих численное интегрирование однородного уравнения теплопроводности с использованием следующих приближенных методов:

- явный метод Эйлера 1-го порядка точности
- метод Эйлера с пересчетом 2-го порядка точности
- любой метод Рунге-Кутты 3-го порядка точности
- метод Рунге-Кутты 4-го порядка точности (реализован в **lecture_9.ipynb**)

В качестве заготовки использовать иерархию классов, реализованную в **Задаче 5**.

Критерий корректности реализации иерархии: отсутствие или минимум повторяющихся строк кода.

2. **Тестирование** работы классов: провести численное интегрирование уравнения теплопроводности, для которого поставлена смешанная задача (см. **lecture_10.ipynb**).

Параметры смешанной задачи:

- коэффициент температуропроводности: $\kappa = 0.1$
- начальное условие: $u_0(x) = \begin{cases} 1, & \text{при } 0.4 \leq x \leq 0.6 \\ 0, & \text{при } 0 < x < 0.4, 0.6 < x < 1 \end{cases}$
- граничные условия: $b_l(t) \equiv 0, b_r(t) \equiv 0$.

Параметры расчетной сетки:

- значения шага по пространству: $h_i = \frac{1}{100 \cdot 2^i}, i = 0, \dots, 3$
- соответствующие значения шага по времени: $\Delta t_i = \frac{h_i^2}{200\kappa}, i = 0, \dots, 3$.

Построить графики:

- численных решений, полученных каждым из методов, при значениях шагов $h_3, \Delta t_3$ в момент времени $T = 0.04$
- норм погрешностей численных решений для каждого из методов в логарифмическом масштабе. $\|u_h(T) - U(T)\| = \max_i (|u(x_i, T) - U_i(T)|), u_h(T)$

– проекция аналитического решения на сетку по пространству в момент времени T .

Примечание: в качестве «аналитического» решения взять численное, полученное при помощи явного метода Эйлера при значениях шагов $h_4, \Delta t_4$.